- дисперсия координаты частицы. Первое слагаемое в правой части (15) обусловлено неопределенностью начального положения частицы, задаваемого волновым пакетом (12), второе - квантовым расплыванием волнового пакета, а третье - случайным характером действующей на частицу силы $f(t)$. Согласно (15), при $t < t_c = 3\hbar^2/4\Delta a^2$ превалирует квантовый механизм расплывания пакета, а при $t > t_c$ - классический.

Найдем теперь среднюю кинетическую энергию частицы, которая определяется как

$$<\overline{E}> = -\frac{\hbar^2}{2m}\overline{\int_{-\infty}^{\infty}\psi^*(x,t)\frac{\partial^2}{\partial x^2}\psi(x,t)\,dx} \quad (16)$$

(звездочка обозначает комплексное сопряжение). Воспользовавшись выражениями для $\psi_1(y,t)$ и $\psi_2(y,t)$, а также следующими из (11) и (9) соотношениями $\overline{\xi(t)} = 0$ и $\overline{\xi^2(t)} = 2\Delta t/m^2$, на основании (16) получаем

$$<\overline{E}> = \frac{\hbar^2}{4ma^2} + \frac{\hbar^2 k^2}{2m} + \frac{\Delta}{m}t. \quad (17)$$

Следовательно, средняя кинетическая энергия квантовой частицы, движущейся в поле случайной силы, неограниченно возрастает со временем, т.е. происходит ее стохастическое ускорение. Отметим, что при учете диссипации энергии частицы, например, за счет дипольного излучения, средняя энергия частицы при $t \to \infty$ будет иметь конечное значение, определяемое балансом между поглощенной в случайном поле энергией и излученной.

SUMMARY

The exact solution of the time-dependent Schrödinger equation for the potential corresponding to an uniform random force, is found. The peculiarities of the stochastic acceleration of a quantum particle are studied.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Fermi E. //Phys. Rev. - 1949, v.75, p.1169.
2. Лихтенберг А., Либерман М. Регулярная и стохастическая динамика. - М.: Мир, 1984.- 528 с.
3. Заславский Г.М. Стохастичность динамических систем. - М.: Наука, 1984.- 272 с.
4. Базь А.И., Зельдович Я.Б., Переломов А.М. Рассеяние, реакции и распады в нерелятивистской квантовой механике. - М.: Наука, 1971.- 544 с.
5. Делоне Н.Б., Крайнов В.П. Атом в сильном световом поле. - М.: Атомиздат, 1978.- 287 с.
6. Флюгге З. Задачи по квантовой механике. Т.1. - М.: Мир, 1974.- 344 с.

Поступила в редколлегию 31 августа 1998 г.

УДК 539.3:534.1

ИССЛЕДОВАНИЕ КОЛЕБАНИЙ ПЬЕЗОКЕРАМИЧЕСКОГО ЦИЛИНДРА С ТУННЕЛЬНЫМ ЖЕСТКИМ ВКЛЮЧЕНИЕМ

М.Л. Фильштинский, вед. науч. сотр.

Рассматривается пьезокерамический цилиндр произвольного поперечного сечения, содержащий туннельное включение в виде тонкой жесткой вставки. Колебания цилиндра осуществляются вследствие иллюстрируется на рис. 3 и 4 соответственно. Видно, что в отличие от рис. 2, фактически соответствующего однородному цилиндру, здесь появляются два дополнительных узких пика. Резонансные частоты для случая *Б* смещаются вправо по сравнению с вариантом *А*, причем это смещение уменьшается с увеличением номера резонансной частоты. Важно отметить, что резонансные пики на рис. 4 шире, чем на рис. 3, что свидетельствует о более эффективном электромеханическом преобразовании энергии при контакте поверхности цилиндра с вакуумом (воздухом), чем в случае электродированной границы [9].

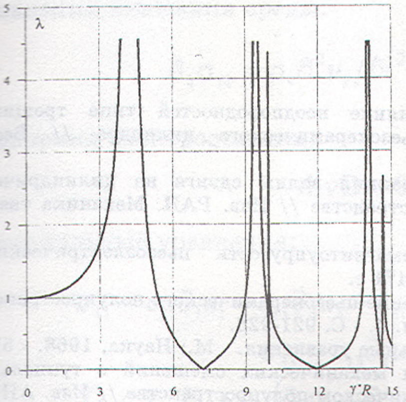

Рисунок 4

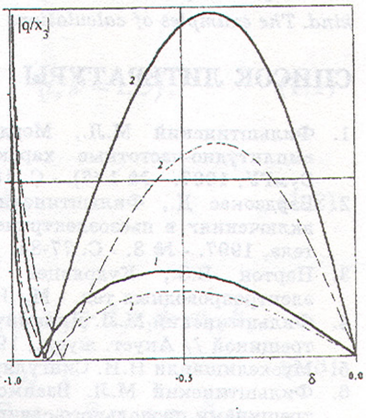

Рисунок 5

На рис. 5 представлено изменение абсолютных значений интенсивности контактных усилий на параболической вставке. Кривые 1 и 2 построены для значений параметров $\gamma^* R = 8$, $p_1 / R = 0.4$, $\vartheta = 0$, $p_2 / R = 0.1$ и 0.4. Сплошные и штриховые линии построены для вариантов *А* и *Б* соответственно. В окрестности концов вставки $(\delta = \pm 1)$, как следует из системы (11), функция $q(\zeta)$ обладает особенностью типа квадратного корня.

а) *б)*

Рисунок 6

Линии уровня абсолютных значений перемещения и электрического потенциала в области электродированного цилиндра с прямой вставкой при $\gamma^* R = 4$, $p_1 / R = 0.4$ и $\vartheta = \pi / 4$ изображены на рис. 6*а* и 6*б* заданных на его поверхности усилий сдвига. Антиплоские краевые задачи электроупругости (при соответствующем задании электрических условий на поверхности цилиндра) сводятся к системам трех сингулярных интегральных уравнений второго рода. Приводятся результаты, иллюстрирующие поведение электроупругих полей как в области цилиндра, так и на его границе.

Колебания пьезокерамического цилиндра с туннельными трещинами продольного сдвига рассматривались в [1]. Антиплоская задача электроупругости о дифракции волны сдвига на цилиндрических включениях в полупространстве исследовалась в [2].

1 ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассмотрим отнесенный к декартовой системе координат $x_1x_2x_3$ бесконечно длинный вдоль оси x_3 пьезокерамический цилиндр, содержащий туннельную вдоль образующей жесткую криволинейную вставку L. Возбуждение цилиндра происходит под действием заданных на его поверхности гармонически изменяющихся во времени, не зависящих от координаты x_3 усилий сдвига $X_{3n} = \mathrm{Re}(X_3 e^{-i\omega t})$. Предполагая, что вектор предварительной поляризации пьезокерамики направлен вдоль оси x_3, рассмотрим два варианта электрических граничных условий: поверхность цилиндра электродирована и заземлена (вариант *А*); поверхность цилиндра не электродирована и сопряжена с вакуумом (вариант *Б*).

В данных условиях в цилиндре с включением реализуется состояние антиплоской деформации. В квазистатическом приближении исходные соотношения сводятся к системе двух дифференциальных уравнений относительно перемещения $u_3 = \mathrm{Re}(U_3 e^{-i\omega t})$ и электрического потенциала $\varphi = \mathrm{Re}(\Phi e^{-i\omega t})$ [3]:

$$c_{44}\nabla^2 u_3 + e_{15}\nabla^2\varphi = \rho\frac{\partial^2 u_3}{\partial t^2}, \qquad (1)$$

$$e_{15}\nabla^2 u_3 - \varepsilon_{11}\nabla^2\varphi = 0,$$

где $c_{44}^E, \varepsilon_{11}, e_{15}$ и ρ - соответственно модуль сдвига, диэлектрическая проницаемость, пьезоэлектрическая постоянная и плотность материала.

Из (1) следуют соотношения:

$$\nabla^2 u_3 - c^{-2}\frac{\partial^2 u_3}{\partial t^2} = 0,\ \nabla^2 F = 0, \qquad (2)$$

$$\varphi = \frac{e_{15}}{\varepsilon_{11}}u_3 + F,\ c = \sqrt{\frac{c_{44}^E(1+k_{15}^2)}{\rho}},\ k_{15} = \frac{e_{15}}{\sqrt{c_{44}^E\varepsilon_{11}}},$$

причем механические и электрические величины можно выразить через функции u_3 и F по формулам:

$$\tau_{13} - i\tau_{23} = 2\frac{\partial}{\partial z}\left[c_{44}^E(1+k_{15}^2)u_3 + e_{15}F\right], \qquad (3)$$

$$D_1 - iD_2 = -2\varepsilon_{11}\frac{\partial F}{\partial z},\ E_1 - iE_2 = -2\frac{\partial}{\partial z}(F + \frac{e_{15}}{\varepsilon_{11}}u_3),\ z = x_1 + ix_2.$$

Здесь τ_{ij} - напряжения продольного сдвига; D_j и E_j - соответственно компоненты векторов индукции и напряженности электрического поля.

Дифференциальные уравнения (2), записанные относительно амплитудных значений искомых функций, приобретают форму уравнений Гельмгольца и Лапласа:

$$\nabla^2 U_3 + \gamma^2 U_3 = 0,\ \nabla^2 F^* = 0\,, \tag{4}$$

$$\Phi = \frac{e_{15}}{\varepsilon_{11}} U_3 + F^*,\ \gamma = \frac{\omega}{c}\,,$$

где γ - волновое число; c - скорость распространения волны сдвига в пьезокерамической среде.

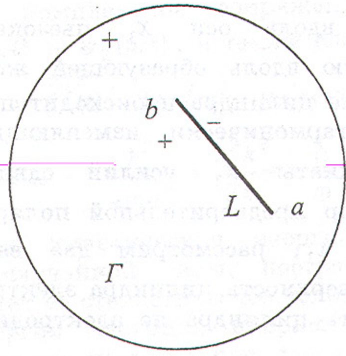

Рисунок 1

Считая, что вставка закреплена, представим механические и электрические граничные условия на контуре L следующим образом:

$$U_3^{\pm} = 0\,, \tag{5}$$

$$E_s^+ = E_s^-,\ D_n^+ = D_n^-\,. \tag{6}$$

Здесь E_s и D_n - соответственно касательная компонента вектора электрической напряженности и нормальная компонента вектора электрической индукции, знаки "плюс" и "минус" относятся к левому и правому берегам включения L при движении от его начала a к концу b (рис. 1).

Для получения эффективной с точки зрения численной реализации системы интегральных уравнений граничное условие (5) целесообразно продифференцировать по дуговой координате s:

$$\left(\frac{\partial U_3}{\partial s}\right)^{\pm} = 0\,. \tag{5'}$$

Математическая запись краевых условий на контуре цилиндра Γ для рассматриваемых вариантов имеет вид:

$$\frac{\partial}{\partial n}\left\{c_{44}\left(1+k_{15}^2\right)U_3 + e_{15}F^*\right\} = X_3\,, \tag{7}$$

$$\Phi = 0\,, \tag{8}$$

$$D_n = -\varepsilon_{11}\frac{\partial F^*}{\partial n} = 0\,. \tag{9}$$

Граничные равенства (8) и (9) отвечают вариантам A и $Б$ соответственно. Ниже вместо (8) будем использовать модернизированное условие

$$\frac{\partial}{\partial s}\left(F^* + \frac{e_{15}}{\varepsilon_{11}}U_3\right) = 0\,. \qquad (8')$$

Таким образом, задача заключается в определении функций U_3 и F^* из дифференциальных уравнений (4) и граничных условий (5'), (7), а также (8') или (9).

2 РАЗРЕШАЮЩИЕ СИСТЕМЫ СИНГУЛЯРНЫХ ИНТЕГРАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ ГРАНИЧНЫХ ЗАДАЧ ЭЛЕКТРОУПРУГОСТИ

При построении интегральных представлений функций U_3 и F^* будем опираться на фундаментальное решение системы уравнений (1) в том случае, когда зависимость от времени носит гармонический характер [4]. Имеем

$$U_3(x_1,x_2) = \frac{i}{4c_{44}\left(1+k_{15}^2\right)}\left\{\int_L q(\zeta)H_0^{(1)}(\gamma r)ds + \int_\Gamma p(\zeta^*)H_0^{(1)}(\gamma r_1)ds\right\} +$$

$$+\frac{k_{15}^2}{4ie_{15}\left(1+k_{15}^2\right)}\int_\Gamma f(\zeta^*)H_0^{(1)}(\gamma r_1)ds, \qquad (10)$$

$$F^*(x_1,x_2) = -\frac{1}{2\pi\varepsilon_{11}}\int_\Gamma f(\zeta^*)\ln r_1 ds\,,$$

$$r = |\zeta - z|\,,\; r_1 = |\zeta^* - z|\,,\; \zeta \in L\,,\; \zeta^* \in \Gamma\,.$$

Здесь $H_\nu^{(1)}(x)$ - функция Ханкеля первого рода порядка ν; ds - элемент дуги контура, по которому производится интегрирование.

Легко убедиться, что определенные в (10) функции U_3 и F^* автоматически удовлетворяют электрическим условиям (6) на L и обеспечивают выполнение равенства $[U_3] = U_3^+ - U_3^- = 0$ в (5). Неизвестные “плотности” $q(\zeta), p(\zeta^*)$ и $f(\zeta^*)$ определяются из комплексной системы трех интегральных уравнений, которая получается в результате подстановки предельных значений соответствующих производных функций (10) при $z \to \zeta \in L$ и $z \to \zeta^* \in \Gamma$ в граничные условия (5'), (7), а также (8') или (9). Данную систему представим в виде:

$$\int_L q(\zeta)G_1(\zeta,\zeta_0)ds + \int_\Gamma p(\zeta^*)G_2(\zeta^*,\zeta_0)ds + \int_\Gamma f(\zeta^*)G_3(\zeta^*,\zeta_0)ds = 0\,,$$

$$\frac{1}{2}p(\zeta_0^*) + \int_L q(\zeta)G_4(\zeta,\zeta_0^*)ds + \int_\Gamma p(\zeta^*)G_5(\zeta^*,\zeta_0^*)ds + \int_\Gamma f(\zeta^*)G_6(\zeta^*,\zeta_0^*)ds = X_3(\zeta_0^*), \qquad (11)$$

$$\lambda f(\zeta_0^*) + \int_L q(\zeta)G_7(\zeta,\zeta_0^*)ds + \int_\Gamma p(\zeta^*)G_8(\zeta^*,\zeta_0^*)ds + \int_\Gamma f(\zeta^*)G_9(\zeta^*,\zeta_0^*)ds = 0\,.$$

$$G_1(\zeta,\zeta_0)=\frac{1}{c_{44}}\left\{\gamma H_1(\gamma r_0)\sin(\psi_0-\alpha_0)-\frac{2i}{\pi}\operatorname{Im}\frac{e^{i\psi_0}}{\zeta-\zeta_0}\right\},$$

$$G_2(\zeta^*,\zeta_0)=\frac{\gamma}{c_{44}}H_1^{(1)}(\gamma r_{10})\sin(\psi_0-\alpha_{10}),$$

$$G_3(\zeta^*,\zeta_0)=-\frac{k_{15}^2\gamma}{e_{15}}H_1^{(1)}(\gamma r_{10})\sin(\psi_0-\alpha_{10}),$$

$$G_4(\zeta,\zeta_0^*)=\frac{i\gamma}{4}H_1^{(1)}(\gamma r_{20})\cos(\psi_{10}-\alpha_{20}),$$

$$G_5(\zeta^*,\zeta_0^*)=\frac{1}{2\pi}\operatorname{Re}\frac{e^{i\psi_{10}}}{\zeta^*-\zeta_0^*}+\frac{i\gamma}{4}H_1(\gamma r_{30})\cos(\psi_{10}-\alpha_{30}),$$

$$G_6(\zeta^*,\zeta_0^*)=\frac{c_{44}k_{15}^2}{4ie_{15}}\gamma H_1(\gamma r_{30})\cos(\psi_{10}-\alpha_{30}),\ H_1(x)=\frac{2i}{\pi x}+H_1^{(1)}(x),$$

$$r_0=|\zeta-\zeta_0|,\ r_{10}=|\zeta^*-\zeta_0|,\ r_{20}=|\zeta^*-\zeta_0|,\ r_{30}=|\zeta^*-\zeta_0^*|,\ \kappa=\frac{k_{15}^2}{1+k_{15}^2},$$

$$\alpha_0=\arg(\zeta-\zeta_0),\ \alpha_{10}=\arg(\zeta^*-\zeta_0),\ \alpha_{20}=\arg(\zeta-\zeta_0^*),\ \alpha_{30}=\arg(\zeta^*-\zeta_0^*),$$

$$\psi_0=\psi(\zeta_0),\ \psi_{10}=\psi_1(\zeta_0^*),\ \zeta,\zeta_0\in L,\ \zeta^*,\zeta_0^*\in\Gamma.$$

В том случае, когда $\varphi|_\Gamma=0$ (вариант *А*), имеем:

$$\lambda=0,\ G_7(\zeta,\zeta_0^*)=\frac{\kappa\gamma}{4ie_{15}}H_1^{(1)}(\gamma r_{20})\sin(\psi_{10}-\alpha_{20}),$$

$$G_8(\zeta^*,\zeta_0^*)=\frac{\kappa}{4ie_{15}}\left\{\gamma H_1(\gamma r_{30})\sin(\psi_{10}-\alpha_{30})-\frac{2i}{\pi}\operatorname{Im}\frac{e^{i\psi_{10}}}{\zeta^*-\zeta_0^*}\right\},\quad(12)$$

$$G_9(\zeta^*,\zeta_0^*)=-\frac{1}{2\pi\varepsilon_{11}(1+k_{15}^2)}\operatorname{Im}\frac{e^{i\psi_{10}}}{\zeta^*-\zeta_0^*}-\frac{\kappa\gamma}{4i\varepsilon_{11}}H_1(\gamma r_{30})\sin(\psi_{10}-\alpha_{30}).$$

При удовлетворении краевого условия $D_n|_\Gamma=0$ (вариант *Б*) в (11) необходимо положить

$$\lambda=\frac{1}{2},\ G_7(\zeta,\zeta_0^*)=G_8(\zeta^*,\zeta_0^*)\equiv0,\ G_9(\zeta^*,\zeta_0^*)=\frac{1}{2\pi}\operatorname{Re}\frac{e^{i\psi_{10}}}{\zeta^*-\zeta_0^*}.\quad(13)$$

В (11)-(13) через величины $\psi=\psi(\zeta)$ и $\psi_1=\psi_1(\zeta^*)$ обозначены углы между осью x_1 и нормалями к контурам L и Γ соответственно.

Следует отметить, что решение системы интегральных уравнений (11) существует для любой частоты ω, не совпадающей с собственной. Определив функции $q(\zeta)$, $p(\zeta^*)$ и $f(\zeta^*)$, по формулам (3) с учетом интегральных представлений можно вычислить все компоненты электроупругого поля в области и на границе цилиндра. При $e_{15}=0$ система (11) будет соответствовать пьезопассивному (изотропному) цилиндру с включением.

3 ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОНЦЕНТРАЦИИ НАПРЯЖЕНИЙ В ЦИЛИНДРЕ С ВСТАВКОЙ

Вычислим сдвиговое напряжение $\tau_s = \mathrm{Re}\left(T_s e^{-i\omega t}\right)$ на внешней границе цилиндра. Привлекая уравнения состояния пьезокерамики [3]:

$$\tau_{13} = c_{44}\partial_1 u_3 - e_{15}E_1,\ D_1 = e_{15}\partial_1 u_3 + \varepsilon_{11}E_1, \tag{14}$$

$$\tau_{23} = c_{44}\partial_2 u_3 - e_{15}E_2,\ D_2 = e_{15}\partial_2 u_3 + \varepsilon_{11}E_2,$$

находим

$$T_s(\zeta_0^*) = c_{44}(1+k_{15}^2)\frac{\partial U_3}{\partial s} + e_{15}\frac{\partial F^*}{\partial s},\ \zeta_0^* \in \Gamma. \tag{15}$$

Подставляя в (15) предельные значения производных $\partial U_3/\partial s$, $\partial F^*/\partial s$ при $z \to \zeta^* \in \Gamma$, вычисленные с использованием представлений (10), получим выражение для амплитуды сдвигового напряжения T_s:

$$T_s\left(\zeta_0^*\right) = \frac{e_{15}}{\kappa}\left\{\int_\Gamma p\left(\zeta^*\right)G_8\left(\zeta^*,\zeta_0^*\right)ds + \int_L q(\zeta)G_7\left(\zeta,\zeta_0^*\right)ds\right\} -$$

$$-\frac{e_{15}\gamma}{4i\varepsilon_{11}}\int_\Gamma f\left(\zeta^*\right)\sin\left(\psi_{10}-\alpha_{30}\right)H_1\left(\gamma r_{30}\right)ds. \tag{16}$$

Фигурирующие в (16) функции $G_7(\zeta,\zeta_0^*)$, $G_8(\zeta^*,\zeta_0^*)$ определены в (12).

Формула (16) позволяет исследовать концентрацию напряжений в цилиндре в зависимости от частоты возбуждения, расположения и конфигурации включения.

Отметим также обстоятельство, касающееся поведения электроупругих величин в окрестности вставки. Из интегрального представления (10) для амплитуды перемещения вытекает равенство

$$q(\zeta) = c_{44}(1+k_{15}^2)\left[\frac{\partial U_3}{\partial n}\right], \tag{17}$$

в котором квадратные скобки обозначают скачок соответствующей величины на L. В то же время из соотношений (4), (6) и (14) следует, что

$$\tau_n = \mathrm{Re}(T_n e^{-i\omega t}),$$

$$\left[T_n\right] = c_{44}\left[\frac{\partial U_3}{\partial n}\right] + e_{15}\left[\frac{\partial \Phi}{\partial n}\right],\ \left[\frac{\partial \Phi}{\partial n}\right] = \frac{e_{15}}{\varepsilon_{11}}\left[\frac{\partial U_3}{\partial n}\right]. \tag{18}$$

Из выражений (17), (18) получаем равенство

$$q(\zeta) = \left[T_n\right]. \tag{19}$$

Таким образом, на основании (19) функцию $q(\zeta)$ можно трактовать как интенсивность контактных усилий взаимодействия жесткого включения и цилиндра. Отсюда следует, что для равновесия вставки должно выполняться равенство

$$\int_L q(\zeta)ds = 0. \tag{20}$$

Условие (20) необходимо рассматривать в качестве дополнительного при решении системы сингулярных интегральных уравнений (11) в классе функций, неограниченных на концах L [5].

В силу (5'), (6) и (14) имеем

$$\left[D_s^*\right]=\varepsilon_{11}\left[E_s^*\right]=0\,,\;\left[E_n^*\right]=-\frac{e_{15}}{\varepsilon_{11}}\left[\frac{\partial U_3}{\partial n}\right]=-\frac{\kappa}{e_{15}}q(\zeta)\,. \qquad (21)$$

На основании (21) можно заключить, что вектор электрической индукции **D** непрерывен в области цилиндра, а вектор электрической напряженности **E** терпит разрыв на вставке. Если в качестве L рассматривать контур трещины (математический разрез), то в том случае, когда заданные на ее берегах напряжения самоуравновешивающиеся, вектор **D**, наоборот, терпит скачок на L, а **E** – непрерывен [6].

4 РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТОВ

В качестве примера рассмотрим цилиндр кругового поперечного сечения (материал - керамика *PZT-4* [3]), содержащий включение параболического сечения, ориентированное под углом ϑ к оси Ox_1. Параметрические уравнения контура L имеют вид

$$\operatorname{Re}\zeta=p_1\delta\cos\vartheta-p_2\delta^2\sin\vartheta,\;\operatorname{Im}\zeta=p_1\delta\sin\vartheta+p_2\delta^2\cos\vartheta\;\;(-1\le\delta\le1)\,.(22)$$

Решение системы (11) совместно с дополнительным условием (20) при учете (22) проводилось численно методом квадратур [7,8].

Пусть включение ориентировано вдоль оси x_1 $(\vartheta=0)$, и его центр находится на оси цилиндра, граница которого электродирована и заземлена. На поверхности цилиндра действуют усилия, изменяющиеся согласно закону $X_3=Z\sin2\beta$ (β - полярный угол). Расчет показывает, что в этом случае $q(\zeta)\equiv0$, и, таким образом, наличие вставки не вносит возмущений в электроупругое состояние цилиндра. На рис. 2 построена амплитудно-частотная характеристика величины $\lambda=\left|T_s/Z\right|$ в точке контура $\beta=\pi$ в зависимости от нормализованного волнового числа $\gamma^*R=\gamma R\sqrt{1+k_{15}^2}$ (R - радиус цилиндра).

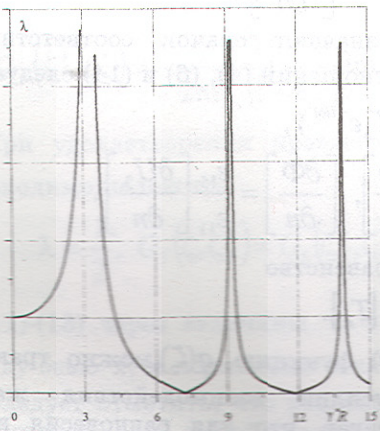

Рисунок 2

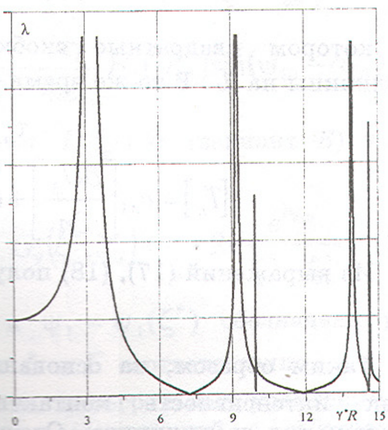

Рисунок 3

Если, например, прямолинейная вставка ориентирована под углом $\vartheta=\pi/4$ к оси Ox_1, то ее влияние при вышеуказанной нагрузке уже проявляется. Изменение $\lambda=\lambda(\gamma^*R)$ в точке $\beta=\pi$ в окрестности первых трех собственных частот колебаний для вариантов *А* и *Б* при $p_1/R=0.2$

соответственно (длина стороны квадрата составляет 0.7 диаметра круга).

Из результатов расчетов следует, что влияние электрических граничных условий на поверхности цилиндра на поведение механических величин в динамике может быть существенным.

SUMMARY

Antiplane dynamic problem of the electroelasticity for the cylinder with tunnel rigid inclusion, which is exposed to the harmonic in time excitation, is considered. The initial boundary-value problem is reduced to the system of singular integral equations of the second kind. The examples of calculations are presented.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Фильштинский М.Л., Мордик И.Н. Влияние неоднородностей типа трещин на амплитудно-частотные характеристики пьезокерамического цилиндра // Вестник СумГУ, 1997. - № 1 (7). - С. 158-170.
2. Бардзокас Д., Фильштинский М.Л. Дифракция волны сдвига на цилиндрических включениях в пьезоэлектрическом полупространстве // Изв. РАН. Механика твердого тела, 1997. - № 3. - С. 77-84.
3. Партон В.З., Кудрявцев Б.А. Электромагнитоупругость пьезоэлектрических и электропроводных тел. - М.: Наука, 1988. - 471 с.
4. Фильштинский М.Л. Динамическое нагружение пьезокерамического полупространства с трещиной // Акуст. журн., 1993. Т. 39. Вып. 5. - С. 921-928.
5. Мусхелишвили Н.И. Сингулярные интегральные уравнения. - М.: Наука, 1968. - 511 с.
6. Фильштинский М.Л. Взаимодействие волн механических смещений с туннельными трещинами продольного сдвига в пьезокерамическом полупространстве // Изв. АН Арм. ССР. Механика, 1988. - Т. 41. - № 5. - С. 27-33.
7. Панасюк В.В., Саврук М.П., Назарчук З.Т. Метод сингулярных интегральных уравнений в двухмерных задачах дифракции. - К.: Наук. думка, 1984. - 344 с.
8. *Erdogan F.E., Gupta G.D., Cook T.S.* The numerical solution of singular integral equartions // Mechanics of Fract. Leyden: Noordhoff Intern. Publ., 1973. V.1. - P. 368-425.
9. Гринченко В.Т., Улитко А.Ф., Шульга Н.А. Электроупругость. – К.: Наук. думка, 1989. - 280 с. (Механика связанных полей в элементах конструкций. - В 5 т. Т.5).

Поступила в редколлегию 11 сентября 1998 г.

УДК 539.3:534.1

КОЛЕБАНИЯ ПЬЕЗОКЕРАМИЧЕСКОГО ЦИЛИНДРА ПОД ДЕЙСТВИЕМ ПУЛЬСИРУЮЩЕГО ДАВЛЕНИЯ В ПЛОСКОСТИ, ПАРАЛЛЕЛЬНОЙ ОСИ СИММЕТРИИ МАТЕРИАЛА

М.Л. Фильштинский, вед. науч. сотр.; Д. Бардзокас, проф.*

(Национальный технический университет, Афины, Греция)*

Исследуются установившиеся колебания пьезокерамического цилиндра в условиях его плоской деформации. Рассматривается наиболее сложный с математической точки зрения случай, когда деформирование цилиндра происходит в плоскости, параллельной направлению электрического поля предварительной поляризации пьезокерамики. Соответствующая двухмерная граничная задача электроупругости сводится к системе трех сингулярных интегральных уравнений второго рода. Приводятся результаты расчетов.

Решение плоской стационарной динамической задачи электроупругости о дифракции акустоэлектрических волн на туннельных полостях в пьезокерамической среде содержится в [1].

1 Рассмотрим отнесенный к декартовым прямолинейным осям x_1, x_2, x_3 бесконечно длинный вдоль оси x_2 пьезокерамический цилиндр,