

three singular integral equations of the second kind. Examples of calculations are presented.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Filshinsky M.L., Shaban K. The steady-state wave process in a piezoceramic medium with cavities (plane deformation) / Proc. 20<sup>th</sup> International Conference "The Boundary Element Method" (BEM 20). - Orlando (USA). - 1998. - Vol. 4. - P. 167-176.
2. Партон В.З., Кудрявцев Б.А. Электромагнитоупругость пьезоэлектрических электропроводных тел. М.: Наука, 1988. - 471 с.
3. Владимиров В.С. Уравнения математической физики. - М.: Наука, 1981. - 512 с.
4. Ворovich И.И., Бабешко В.А. Динамические смешанные задачи теории упругости для неклассических областей. - М.: Наука, 1979. - 319 с.
5. Брычков Ю.А., Прудников А.П. Интегральные преобразования обобщенных функций. М.: Наука, 1977. - 287 с.
6. Люк Ю. Специальные математические функции и их аппроксимации. - М.: Мир, 1980. - 608 с.
7. Берлинкур Д., Керран Д., Жаффе Г. Пьезоэлектрические и пьезомагнитные материалы и их применение в преобразователях: Физическая акустика / Под ред. У. Мэзона. - М.: Мир, 1966. - М.1. - Ч. А. - С. 204-326.
8. Панасюк В.В., Саврук М.П., Назарчук З.Т. Метод сингулярных интегральных уравнений в двумерных задачах дифракции. - К.: Наук. думка, 1984. - 344 с.

Поступила в редколлегию 11 сентября 1998 г.

УДК 621.385.6

## ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ УСЛОВИЙ ВОЗБУЖДЕНИЯ КОЛЕБАНИЙ В УСИЛИТЕЛЕ С РАСПРЕДЕЛЕННЫМ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕМ НА ЭФФЕКТЕ СМИТА-ПАРСЕЛЛА

Г.С.Воробьев, докторант; А.И.Рубан, асп.; А.С.Кривец, студ.;  
А.А.Шматько\*, проф.

(\*Харьковский государственный университет)

### ВВЕДЕНИЕ

Поиск новых эффективных принципов и механизмов преобразования энергии электронного потока (ЭП) в энергию СВЧ, обусловленный ухудшением параметров классических приборов (ЛОВ, ЛБВ, клистрон магнетрон) при переходе в коротковолновую часть миллиметрового диапазона волны [1], предопределил появление устройств дифракционной электроники [2,3], использующих когерентный эффект Смита-Парселла [4]. Наличие обратной связи в высокодобротных открытых резонаторах таких устройств позволяет эффективно реализовать для них режим регенеративного усиления колебаний [5]. В то же время, предложенные в [6,7] схемы приборов на базе открытого волновода (ОВ) с периодической структурой и анализ физических процессов взаимодействия ЭП с полем периодической структуры в режиме излучения [8,9] указывают на возможность создания усилителей с распределенным взаимодействием на объемных волнах. Отсутствие теоретического анализа таких устройств и недостаточный объем экспериментальных исследований весьма затрудняют их практическую реализацию.

### 1 ДИСПЕРСИОННОЕ УРАВНЕНИЕ УСИЛИТЕЛЯ

Задача о взаимодействии ЭП с полем периодической структуры в режиме ДИ, в зависимости от конечной цели, имеет много подходов и решений. Наиболее предпочтительным представляется самосогласованный подход [10], заключающийся в совместном решении уравнений поля и уравнений движения электронов. Такой подход позволяет учесть обратное влияние излучения на ЭП и выяснить основные особенности процесса усиления электромагнитных колебаний. Теоретически это сводится к

получению дисперсионного уравнения усилителя с последующим его численным или аналитическим анализом.

Модель исследуемого усилителя представлена на рис.1. Открытый волновод образован параллельно расположенными на расстоянии  $H$  периодической структурой типа "гребенка" 1 с периодом  $2l$ , шириной и глубиной щелей соответственно  $2d$  и  $h$  и металлическим экраном 2. Ленточный нерелятивистский ЭП 3 конечной толщины ( $b-a$ ) движется вдоль оси  $Oy$  на расстоянии  $a$  от "гребенки". Вся система в плоскости  $xOy$  предполагается бесконечной.

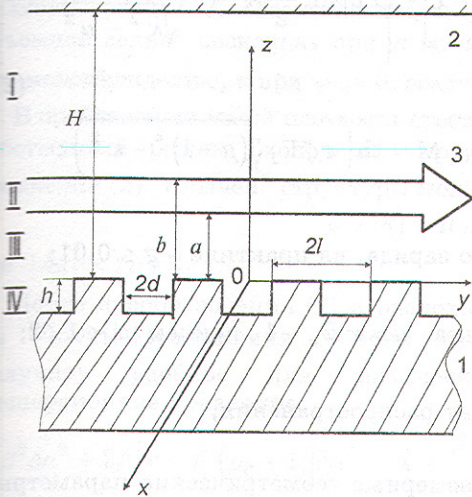


Рисунок 1 - Модель усилителя на эффекте Смита-Парселла:

1 - периодическая структура; 2 - металлический экран; 3 - электронный поток

Решение электродинамической задачи проводится методом частичных областей, указанных на рис.1. Поле в каждой области определяется по уравнениям Максвелла и соответствующим граничным условиям. Таким образом, для получения дисперсионного уравнения необходимо определить в линейном приближении уравнение, связывающее переменную составляющую плотности конвекционного тока с полем в пучке, и свести его к однородному; совместно решить уравнения для электромагнитного поля во всем пространстве взаимодействия с электронным потоком и в его отсутствии.

Для этой цели электрическое поле  $E$ , скорость пучка  $v$  и плотность заряда  $\rho$  представляются в виде сумм постоянных и малых переменных величин, гармонически зависящих от времени [10]. В пучке

постоянная плотность зарядов  $\rho_0$  считается скомпенсированной внешними источниками. Использование граничных условий позволяет получить следующее дисперсионное уравнение:

$$1 + \frac{1}{ld} k \operatorname{tg} kh \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{\sin^2 \alpha_n d \left[ \Gamma_n \Pi \cos \xi_n a - \Psi \sin \xi_n a \right]}{\alpha_n^2 \xi_n \left[ \Gamma_n \Pi \sin \xi_n a + \Psi \cos \xi_n a \right]} = 0, \quad (1)$$

где  $k = \frac{\omega}{c}$  - волновое число;  $\omega$  - частота;  $c$  - скорость света;

$\alpha_n = \alpha_0 + \frac{\pi n}{l}$  - постоянная распространения электромагнитной волны вдоль оси  $Oy$ ;  $n = 0, \pm 1, \pm 2$  - номер пространственной гармоники;

$\xi_n = \sqrt{k^2 - \alpha_n^2}$ ,  $k = \frac{kl}{\pi}$ ,  $\Gamma_n = \sqrt{1 - \frac{\omega_p^2}{(\omega - v_0 \alpha_n)^2 - \omega_p^2}}$ ,  $\omega_p = \sqrt{\frac{e \rho_0}{m_e \epsilon_0}}$  -

плазменная частота ЭП ( $e$  и  $m_0$  - заряд и масса электрона;  $\epsilon_0$  -

безразмерная диэлектрическая постоянная);  $v_0$  – постоянная составляющая скорости электронов;

$$\Pi = 1 - \Gamma_n \operatorname{tg} \xi_n \Gamma_n (b - a) \operatorname{tg} \xi_n \Gamma_n (H - b), \quad \Psi = \Gamma_n \operatorname{tg} \xi_n (H - b) + \operatorname{tg} \xi_n \Gamma_n (b - a).$$

Если в уравнении (1) выделить три слагаемых, соответствующих нулевой гармонике, первой гармонике и сумме всех остальных гармоник, то в результате получим

$$\frac{\operatorname{ctg} \pi \kappa \gamma}{\theta \kappa} = \frac{1}{\sqrt{(\mu + 1)^2 - \kappa^2}} \left[ \frac{\Gamma_1 (1 + \Gamma_1 M)}{\Gamma_1 + M} - 1 \right] - \left\{ 2 \operatorname{lnsin} \frac{\pi \theta}{2} + \frac{\operatorname{ctg} (\pi \chi \sqrt{\kappa^2 - \mu^2})}{\sqrt{\kappa^2 - \mu^2}} \right\}, \quad (2)$$

$$\text{где } \Gamma_1 = \sqrt{1 - \frac{g^2 \kappa^2}{[\kappa - \beta (\mu + 1)]^2 - g^2 \kappa^2}}, \quad M = \operatorname{th} (\pi \zeta \Gamma_1 \sqrt{(\mu + 1)^2 - \kappa^2});$$

$g = \frac{\omega_p}{\omega}$  – параметр пространственного заряда, на практике –  $g \leq 0.01$ ;

$\beta = \frac{v_0}{c}$  – относительная скорость пучка;  $\mu = \kappa \hat{\alpha}_n - 1$ , причем  $|\mu| < 1/2$ ;

$\hat{\alpha}_n = \frac{\alpha_n}{k}$  – безразмерный коэффициент распространения;

$\gamma = \frac{h}{l}$ ,  $\zeta = \frac{b}{l}$ ,  $\theta = \frac{d}{l}$ ,  $\chi = \frac{H}{l}$  – безразмерные геометрические параметры системы.

В случае  $g = 0$  (ЭП в системе отсутствует) уравнение (2) переходит в дисперсионное уравнение "холодной" системы:

$$\frac{\operatorname{ctg} (\pi \kappa \gamma)}{\theta \kappa} + 2 \operatorname{lnsin} \frac{\pi \theta}{2} + \frac{\operatorname{ctg} (\pi \chi \sqrt{\kappa^2 - \mu_0^2})}{\sqrt{\kappa^2 - \mu_0^2}} = 0. \quad (3)$$

Решение этого уравнения относительно собственного волнового числа  $\mu_0 = f(\kappa)$  изображено на рис. 2 в виде диаграммы Бриллюэна [2, 3].

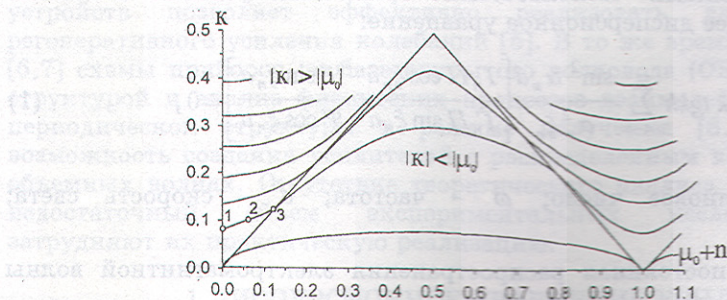


Рисунок 2 - Диаграмма Бриллюэна "холодной" системы усилителя

На диаграмме можно выделить два типа волн: поверхностные волны, экспоненциально затухающие в направлении оси  $Oz$  ( $|k| < |\mu_0|$ ), и объемные волны дифракционного излучения, фазовая скорость которых больше скорости света ( $|k| > |\mu_0|$ ).

Угол излучения объемных волн определяется соотношением

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{\sqrt{\kappa^2 - \mu_0^2}}{\mu_0} \quad (4)$$

На рис.2 обозначены три характерные области, соответствующие излучению объемных волн: 1 - под углом  $\varphi_1 = \pi/2$  ( $\mu_0 \approx 0$ ); 2 - под углом  $\varphi_1 < \pi/2$  ( $\mu_0 < 0.1$ ); 3 - под углом  $\varphi_3 \approx 0$  ( $\mu_0 > 0.1$ ).

С точки зрения реализации усилителя на базе ОВ наиболее интересным является режим 2, обеспечивающий условия для формирования бегущей объемной волны, поскольку при углах излучения  $\varphi_1 \approx \pi/2$  система склонна к самовозбуждению, а при  $\varphi_3 \approx 0$  реализуется режим поверхностных волн.

В приближении малой плотности пространственного заряда (ЭП слабо искажает собственный режим "холодной" структуры) решение  $\mu_1$  дисперсионного уравнения (2) "горячей" структуры можно представить в виде формулы

$$\mu_1(\kappa) = \mu_0(\kappa) + \delta\mu(\kappa),$$

где  $|\delta\mu| \ll |\mu_0|$ .

После преобразования (2) и разложения его в ряд Тейлора по степеням  $\delta\mu$  (члены разложения степени выше первой отбрасываются) можно получить удобное для физического анализа модифицированное дисперсионное уравнение:

$$-\beta^2 \delta\mu^3 + 2\beta \left[ \kappa - \beta(\mu_0 + 1) \right] \delta\mu^2 - \left( \kappa - \frac{\beta(\mu_0 + 1)}{1 + g} \right) \left( \kappa - \frac{\beta(\mu_0 + 1)}{1 - g} \right) \delta\mu - \frac{g^2 \kappa^2}{\Delta_\mu} = 0, \quad (5)$$

$$\Delta_\mu = \frac{\mu_0 \pi \chi \operatorname{cosec}^2 \left( \pi \chi \sqrt{\kappa^2 - \mu_0^2} \right) + \frac{\mu_0}{\sqrt{\kappa^2 - \mu_0^2}} \operatorname{ctg} \left( \pi \chi \sqrt{\kappa^2 - \mu_0^2} \right)}{\kappa^2 - \mu_0^2}$$

## 2 АНАЛИЗ УСЛОВИЙ ВОЗБУЖДЕНИЯ КОЛЕБАНИЙ В УСИЛИТЕЛЕ

Полином 3-й степени в (5) указывает на наличие 3 решений, соответствующих 3 распространяющимся в структуре волнам. В частности, на рис. 3 приведены решения уравнения (5) в виде зависимостей действительной и мнимой составляющих  $\delta\mu$  от  $\beta$ . Расчет проведен в области 2, соответствующей дисперсионной характеристике "холодной" структуры (рис. 2) для режима излучения под углом  $\varphi_2$ . Скорость электромагнитной волны находилась из условия синхронизма ЭП с первой гармоникой медленной волны.

Из приведенных зависимостей видно, что в системе в отсутствие усиления (условные зоны I, III)

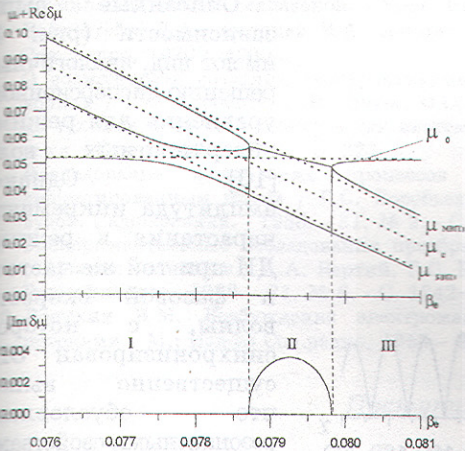


Рисунок 3 - Решения дисперсионного уравнения (5) в режиме излучения под углом ( $\kappa > \mu_0$ ):

$$\kappa = 0.083, \mu_0 = 0.052, g = 0.01, \chi = 10$$

распространяются 3 волны, близкие по фазовой скорости к  $v_0$ : быстрая волна пространственного заряда (БВПЗ), медленная волна пространственного заряда (МВПЗ), а также волна, фазовая скорость которой близка к фазовой скорости волны "холодной" структуры. Здесь же изображены отрезки гипербол, соответствующие волновым числам быстрой и медленной волн пространственного заряда и волны, фазовая скорость которой равна скорости электронного потока (соответственно  $\mu$  БВПЗ,  $\mu$  МВПЗ и  $\mu_e$ ).

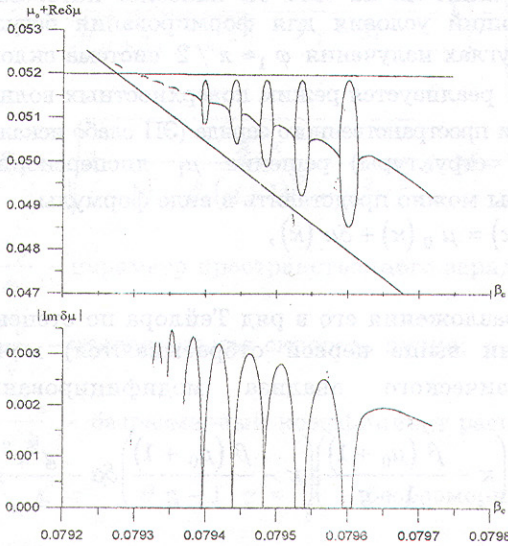


Рисунок 4 - Уточненные решения дисперсионного уравнения (5)

"тонкую" структуру ДИ, обусловленную влиянием толщины ЭП на усиливаемые волны, которые в соответствии с (4) будут излучаться под разными углами, что качественно согласуется с результатами экспериментальных исследований [8, 9].

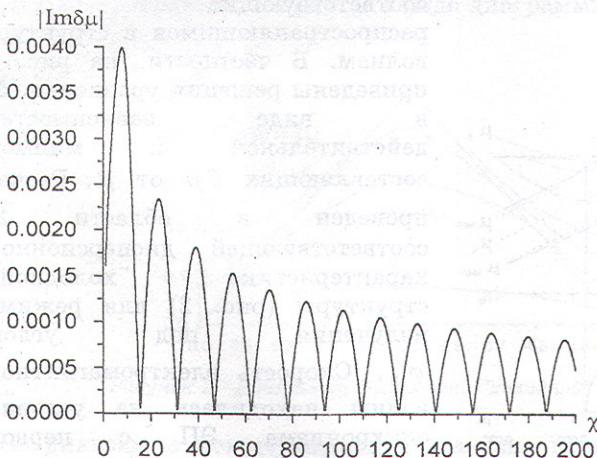


Рисунок 5 - Влияние высоты экрана на инкремент нарастания амплитуды волны ( $\beta = 0.079$ ;  $\kappa = 0.083$ ;  $\mu_0 = 0.052$ ;  $g = 0.01$ )

В режиме усиления (зона II) присутствуют волна, близкая к быстрой волне, и волны, определяемые волновыми числами с действительными частями, близкими к  $\mu$  МВПЗ, и сопряженными мнимыми добавками, одна из которых со знаком минус соответствует экспоненциально нарастающей вдоль оси  $Oy$  объемной волне, другая - убывающей. Уточненные решения дисперсионного уравнения (5) для узкого интервала значений  $\beta$  (рис.4)

позволяют наблюдать

Описанные выше зависимости (рис. 3) имеют вид, аналогичный решению дисперсионного уравнения для режима поверхностных волн [10]. Однако амплитуда инкремента нарастания в режиме ДИ при той же частоте и фазовой скорости волны, с которой синхронизирован ЭП, существенно выше, что обусловлено резонансными свойствами исследуемой системы. Варьируя расстоянием  $H$  между экраном и периодической

структурой, можно изменять амплитуду волны в ОВ. В частности, на рис. 5 приведена зависимость инкремента нарастания амплитуды волны от относительного расстояния между зеркалами ОВ.

Максимальные значения  $|\text{Im } \delta\mu|$  наблюдаются при резонансных расстояниях между зеркалами ОВ, с увеличением значений которых эффективность передачи энергии от ЭП волне уменьшается, а при  $H/l \rightarrow \infty$  режим объемных волн переходит в режим поверхностных волн.

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В результате построения линейной самосогласованной теории усилителя на эффекте Смита-Парселла получено и проанализировано в приближении малой плотности пространственного заряда дисперсионное уравнение. Установлено, что исследуемая система в режиме объемных волн обладает резонансными свойствами, позволяющими получить более высокие значения коэффициента усиления по сравнению с режимом поверхностных волн.

### SUMMARY

*The dispersion equation of the amplifier with distributed interaction on Smith-Parsell effect is obtained and analyzed. The amplifier has resonance properties, which allow to realize the more higher amplification coefficient than devices on surface waves have.*

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Голант М.Б., Бобровский Ю.Л. Генераторы СВЧ малой мощности. Вопросы оптимизации параметров / Под ред. Н.Д. Девяткова. - М.: Сов. радио, 1977.- 336 с.
2. Шестопалов В.П. Дифракционная электроника. - Харьков: Изд-во Харьк. ун-та, 1976.- 232 с.
3. Генераторы дифракционного излучения / Под ред. В.П. Шестопалова. - Киев: Наук. думка, 1991.- 320 с.
4. Smith S.J., Purcell E.M. Visible light from localized surface charges moving across a grating // Phys. Rev. - 1953.- 92, №4.- P. 1069-1073.
5. Исследование процессов усиления в регенеративном усилителе на базе ГДИ /В.П. Андросов, А.А. Вертий, И.К. Кузьмичев и др. // Электроника миллиметрового и субмиллиметрового диапазонов. - Киев: Наук. думка, 1988.- С. 13-17.
6. Вайнштейн Л.А., Солнцев В.А. Лекции по сверхвысокочастотной электронике.- М.: Сов. радио, 1970.- 400 с.
7. О возможности создания электровакуумного усилителя СВЧ диапазона на объемных волнах / Г.С. Воробьев, А.И. Цвык, О.С. Макеев // Научно-техническая конференция по технике и физике электронных систем и устройств. Сумы, 18-20 мая 1995 г.: Тез. докл.- Сумы, 1995. - Ч.2. - С. 223.
8. Исследование физических процессов взаимодействия электронного потока с дифрагированным полем / Г.С. Воробьев, А.В. Нестеренко, А.И. Цвык и др. //Изв. вузов. Радиофизика. - 1988. - 31, № 2. - С. 190-198.
9. Экспериментальные исследования преобразования поверхностных волн в объемные в открытом волноводе / А.А. Вертий, Г.С. Воробьев, И.В. Иванченко и др. // Изв. вузов. Радиофизика. - 1988. - 31, № 6. - С. 1242-1254.
10. Лопухин В.М. Возбуждение электромагнитных колебаний и волн электронными потоками.- М.: Изд-во Сов.радио, 1953.- 325 с.

Поступила в редколлегию 21 сентября 1998 г.