УДК 620.178.5(088.8)

ІНТЕРВАЛЬНИЙ СПОСІБ ПАРАМЕТРИЧНОЇ ІДЕНТИФІКАЦІЇ КОЛИВАЛЬНИХ СИСТЕМ

І.Д.Пузько
Сумський державний університет

У статті одержані співвідношення для визначення оцінок параметрів механічних коливальних систем з кінцевим числом ступенів вільності. Застосовано метод формування двох груп мас за умови можливості жорсткого з'єднання мас у кожній групі мас і гнучкого з'єднання між групами мас. Застосований алгоритм базується на дискретній одночасній зміні маси кожної групи мас за умови незмінності сумарної маси груп мас. Алгоритм одержання оцінок параметрів базується на принципі регресійного аналізу.

ВСТУП

При проведенні вібровипробувань на віброміцність, вібротривкість, вібронадійність, при формуванні нових вібраційних режимів технологічного призначення знаходять застосування методи параметричної ідентифікації коливальних систем [1,2].

Узагальнення відомих результатів оцінки параметрів можна знайти, наприклад, в [2]. При визначенні оцінок параметрів знаходить застосування реалізація режимів вільних коливань.

Відомим способом збуджують вільні коливання і після фіксації значень швидкостей визначають коефіцієнт поглинання або вимірюють переміщення, швидкість і прискорення у визначені моменти часу і визначають параметр розсіяння енергії і власну частоту коливань [2].

Однак відомі способи і алгоритми для розв'язання задачі параметричної ідентифікації мають недостатню точність і недостатню швидкодію або ускладнюють процес реєстрації інформаційного масиву даних і мають недостатню точність за рахунок зменшення завадостійкості.

Відомий інтервальний спосіб визначення розсіювання енергії та власної частоти коливань лінійної коливальної системи з одним ступенем вільності, згідно з яким реєструють щонайменше два часових інтервали, величина одного з яких дорівнює часовому інтервалу між нульовими значеннями переміщення і швидкості, а величина другого інтервалу дорівнює часовому інтервалу між суміжними нульовими значеннями переміщення [3].

Недолік відомого пристрою і алгоритму його функціонування – недостатня точність визначення параметра розсіювання енергії та власної частоти механічної коливальної системи з одним ступенем вільності, що пояснюється похибками фіксації, виміру та запам'ятовування значень часових інтервалів, а також недостатнім по множині інформаційним масивом часових інтервалів для зменшення похибок шляхом усереднення. Окрім того, відомий алгоритм не забезпечує розв'язання задачі параметричної ідентифікації для класу коливальних систем із кінцевим числом ступенів вільності.

ПОСТАВЛЕННЯ ЗАДАЧІ

В основу аналізу і синтезу алгоритму для визначення параметра розсіяння енергії і власної частоти механічної коливальної системи (МКС), а також структурної схеми пристрою для реалізації такого алгоритму, що має більш високу точність за рахунок введення нових елементів, блоків і функціональних зв'язків, яки і забезпечують формування нового алгоритму, що заснований на нових аналітичних співвідношеннях, які базуються на розширеному інформаційному масиві часових інтервалів і формуванні регресійних залежностей для зменшення похибок при вимірюваннях для коливальних систем із кінцевим числом ступенів вільності.

ОСНОВНІ ТЕОРЕТИЧНІ РЕЗУЛЬТАТИ

Розробка нового алгоритму визначення інерційно-жорсткісних і дисипативних параметрів механічної коливної системи (МКС) із кінцевим числом ступенів вільності базується на таких теоретичних перетвореннях.

Розглянемо систему однорідних лінійних диференціальних рівнянь із N ступенями вільності

$$\left.\begin{array}{l} m_1\dfrac{d^2x_1}{dt^2}+b_1\dfrac{dx_1}{dt}+c_1x_1=b_1\dfrac{dx_2}{dt}+c_1x_2, \\ m_2\dfrac{d^2x_2}{dt^2}+(b_1+b_2)\dfrac{dx_2}{dt}+(c_1+c_2)x_2=b_1\dfrac{dx_1}{dt}+b_2\dfrac{dx_3}{dt}+c_1x_1+c_2x_3, \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ m_i\dfrac{d^2x_i}{dt^2}+(b_{i-1}+b_i)\dfrac{dx_i}{dt}+(c_{i-1}+c_i)x_i=b_{i-1}\dfrac{dx_{i-1}}{dt}+b_i\dfrac{dx_{i+1}}{dt}+c_{i-1}x_{i-1}+c_ix_{i+1}, \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ m_N\dfrac{d^2x_N}{dt^2}+(b_{N-1}+b_N)\dfrac{dx_N}{dt}+(c_{N-1}+c_N)x_N=b_{N-1}\dfrac{dx_{N-1}}{dt}+c_{N-1}x_{N-1}, \end{array}\right\} \quad (1)$$

де $m_1, m_2,..., m_i,...m_N$ – маси МКС; $b_1, b_2,..., b_i,...b_N$ - коефіцієнти опору; $c_1, c_2,..., c_i,...c_N$ – коефіцієнти жорсткості; $x_1, x_2,..., x_i,...x_N$ - переміщення.

Після проведення операції декомпозиції система (1) рівнянь набуває форми

$$\left.\begin{array}{l} \tilde{m}_1\dfrac{d^2x_1}{dt^2}+\tilde{b}_1\dfrac{dx_1}{dt}+\tilde{c}_1x_1=0, \\ \tilde{m}_2\dfrac{d^2x_2}{dt^2}+\tilde{b}_2\dfrac{dx_2}{dt}+\tilde{c}_2x_2=0, \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ \tilde{m}_i\dfrac{d^2x_i}{dt^2}+\tilde{b}_i\dfrac{dx_i}{dt}+\tilde{c}_ix_i=0, \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ \tilde{m}_N\dfrac{d^2x_N}{dt^2}+\tilde{b}_N\dfrac{dx_N}{dt}+\tilde{c}_Nx_N=0. \end{array}\right\} \quad (2)$$

При такому перетворенні кожне рівняння системи (2) не має зв’язку з іншими рівняннями системи (2). Такий випадок можливий тільки в математичному плані.

У нашому дослідженні задача визначення оцінок інерційно-жорсткісних і дисипативних параметрів системи (1) розв’язуються експериментально – теоретичним методом, тому перетворення системи (1) в систему (2) не має сенсу.

Ідентифікація параметрів системи (1) може бути проведена при застосуванні такого твердження.

ТВЕРДЖЕННЯ І. Для розв’язання задачі параметричної ідентифікації МКС із кінцевим числом ступенів вільності в замкнутій формі необхідно і достатньо виконання умови можливості перетворення досліджуваної МКС із N ступенями вільності до множини N МКС із одним ступенем вільності шляхом формування двох груп мас при можливості жорсткого з’єднання мас в кожній групі і гнучкого з’єднання між групами мас, причому маса кожної із двох груп мас дискретно змінюється (збільшується або зменшується), а дискретами такої зміни величини маси в кожній групі мас є маси множини мас досліджуваної МКС, а число таких змін дорівнює кількості N мас МКС.

При дискретному збільшенні (зменшенні) маси однієї (рухомої) групи мас, маса другої (нерухомої) групи мас дискретно зменшується (збільшується), при цьому сумарна маса двох груп мас залишається незмінною і дорівнює сумарній масі досліджуваної МКС.

Маса рухомої групи мас збільшується (зменшується) від значення, що дорівнює величині $m_N\left(\sum_{i=1}^{N} m_i\right)$, до значення, що дорівнює величині $\sum_{i=1}^{N} m_i, (m_N)$. Маса нерухомої групи мас зменшується (збільшується) від значення, що дорівнює величині $\sum_{i=1}^{N-1} m_i (0)$, до значення, що дорівнює величині $0\left(\sum_{i=1}^{N-1} m_i\right)$.

ТВЕРДЖЕННЯ II. Параметрична ідентифікація МКС має місце при виконанні умови можливості реалізації режимів вільних коливань для кожної маси масиву мас рухомої МКС.

ТВЕРДЖЕННЯ III. Для параметричної ідентифікації МКС із кінцевим числом ступенів вільності необхідно і достатньо для кожної МКС із масиву мас провести реєстрацію і запам'ятовування двох інформаційних масивів часових інтервалів, перший з яких дорівнює масиву часових інтервалів між суміжними нульовими значеннями переміщення і швидкості, а другий масив дорівнює масиву часових інтервалів між нульовими значенням переміщення.

Таким чином, система рівнянь (1) перетворюється на таку систему рівнянь:

$$\left.\begin{array}{l}
m_N \dfrac{d^2 x_N}{dt^2} + b_N \dfrac{dx_N}{dt} + c_N x_N = 0, \\
\sum\limits_{k=N-1}^{N} m_k \dfrac{d^2 x_{N-1}}{dt^2} + b_{N-1} \dfrac{dx_{N-1}}{dt} + c_{N-1} x_{N-1} = 0, \\
\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\
\sum\limits_{k=i}^{N} m_k \dfrac{d^2 x_i}{dt^2} + b_i \dfrac{dx_i}{dt} + c_i x_i = 0, \\
\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\
\sum\limits_{k=1}^{N} m_k \dfrac{d^2 x_1}{dt^2} + b_1 \dfrac{dx_1}{dt} + c_1 x_1 = 0.
\end{array}\right\} \qquad (3)$$

При виконанні умови субкритичного затухання розглянемо перше рівняння системи (3).

$$m_N \frac{d^2 x_N}{dt^2} + b_N \frac{dx_N}{dt} + c_N x_N = 0 \qquad (4)$$

або

$$\frac{d^2 x_N}{dt^2} + 2h_N \frac{dx_N}{dt} + \omega_{0N}^2 x_N = 0, \qquad (5)$$

де

$$h_N = b_N(2m_N)^{-1},\ \omega_{0N}^2 = c_N m_N^{-1}, \tag{6}$$

h_N - коефіцієнт демпфування, ω_{0N} - резонансна частота.

Для МКС (4), (5) мають місце такі співвідношення:

$$\omega_{DN}^2 = \omega_{0N}^2 - h_N^2, \tag{7}$$

де ω_{DN} - резонансна частота дисипативної системи.

Із (7) отримаємо співвідношення [4]:

$$\left(\frac{\omega_{DN}}{\omega_{0N}}\right)^2 + \left(\frac{h_N}{\omega_{0N}}\right)^2 = 1. \tag{8}$$

За умови $h_N << \omega_{0N}$ вводять кут δ_N затухання такий, що

$$\sin\delta_N = h_N\omega_{0N}^{-1},\ \cos\delta_N = \omega_{DN}\omega_{0N}^{-1}. \tag{9}$$

Тоді

$$tg\delta_N = \frac{\sin\delta_N}{\cos\delta_N} = h_N\omega_{DN}^{-1} = h_N\Delta_{2N}\pi^{-1}, \tag{10}$$

де Δ_{2N} - часовий інтервал між суміжними нульовими значеннями переміщення $x(t)$.

Із (10) отримаємо співвідношення

$$h_N = \frac{\pi}{\Delta_{2N}} tg\delta_N. \tag{11}$$

Визначимо часовий інтервал Δ_{2N} між суміжними нульовими значеннями $x_N\ (t)$, Δ_{1N} – часовий інтервал між суміжними нульовими значеннями $\frac{dx_N(t)}{dt}$ та $x_N\ (t)$.

Із [5] має місце співвідношення

$$\Delta_{3N} = \Delta_{2N} - 2\Delta_{1N} = 2\delta_N\omega_{DN}^{-1}. \tag{12}$$

Визначимо із (12)

$$\delta_N = \frac{(\Delta_{2N} - 2\Delta_{1N})}{2}\omega_{DN} = \left(\frac{\Delta_{2N}}{2} - \Delta_{1N}\right)\frac{\pi}{\Delta_{2N}} = \frac{\pi}{2} - \pi\frac{\Delta_{1N}}{\Delta_{2N}}. \tag{13}$$

Із (11), (13) отримаємо співвідношення для визначення h_N

$$h_N = \frac{\pi}{\Delta_{2N}} tg\delta_N = \frac{\pi}{\Delta_{2N}} ctg\left(\pi\frac{\Delta_{1N}}{\Delta_{2N}}\right). \tag{14}$$

Із співвідношень (7),(14) отримаємо співвідношення для визначення ω_{0N}

$$\omega_{0N} = \frac{\pi}{\Delta_{2N}}\sin^{-1}\left(\pi\frac{\Delta_{1N}}{\Delta_{2N}}\right). \tag{15}$$

Отримані аналітичні співвідношення формують алгоритми для побудови структурних схем.

Беручи до уваги той факт, що часові інтервали Δ_{1N}, Δ_{2N} вимірюються за наявності похибок реєстрації, виникає необхідність формування інформаційного масиву множини часових інтервалів Δ_{1Ni}, Δ_{1Ni} $i = \left(\overline{1,k}\right)$.

При такому поставленні задачі співвідношення (14), (15) набувають вигляду відповідно:

$$\widehat{h}_{Nj} = \frac{\pi}{\Delta_{2Nj}} ctg\left(\pi \frac{\Delta_{1Nj}}{\Delta_{2Nj}}\right), \tag{16}$$

$$\widehat{\omega}_{0Nj} = \pi\left[\Delta_{2Nj}\sin\left(\pi\frac{\Delta_{1Nj}}{\Delta_{2Nj}}\right)\right]^{-1}, \tag{17}$$

де $\widehat{h}_{Nj}, \widehat{\omega}_{0Nj}$ - оцінки параметрів h_N, ω_{0N} відповідно при j-му виміру, $j = \left(\overline{1,k}\right)$ - число вимірів першого і другого часових інтервалів Δ_{1Nj}, Δ_{2Nj}.

Застосовуючи алгоритм регресійного методу, отримаємо співвідношення для визначення оцінок $\widehat{h}_N, \widehat{\omega}_{0N}$ при інформаційному масиві $j = \left(\overline{1,\, k}\right)$ вимірів

$$\widehat{h}_N = \pi\left[\sum_{j=1}^{k}\Delta_{2Nj} ctg(\pi\Delta_{1Nj}\Delta_{2Nj}^{-1})\right]\cdot\left[\sum_{j=1}^{k}\Delta_{2Nj}^{2}\right]^{-1}, \tag{18}$$

або

$$\widehat{h}_N = \pi\left[\sum_{j=1}^{k}\Delta_{2Nj} tg(\pi\Delta_{1Nj}\Delta_{2Nj}^{-1})\right]\cdot\left[\sum_{j=1}^{k}\Delta_{2Nj}^{2} tg^2(\pi\Delta_{1Nj}\Delta_{2Nj}^{-1})\right]^{-1}; \tag{19}$$

$$\widehat{\omega}_{0N} = \pi\frac{\sum_{j=1}^{k}\Delta_{2Nj}\sin(\pi\Delta_{1Nj}\Delta_{2Nj}^{-1})}{\sum_{j=1}^{k}\Delta_{2Nj}^{2}\sin^2(\pi\Delta_{1Nj}\Delta_{2Nj}^{-1})}. \tag{20}$$

Число “k” вимірів першого і другого часових інтервалів Δ_{1Nj}, Δ_{2Nj} визначаються або числом “k_1” зафіксованих півперіодів переміщень в одній реалізації при одному значенні початкових умов $x_N(0) = x_{N0}$, $\frac{dx_N(0)}{dt} = \frac{dx_{N0}}{dt}$ або числом “k_2” зафіксованих значень часових інтервалів Δ_{1Nj}, Δ_{2Nj} в одному півперіоді переміщення при заданні k_2 значень початкових умов x_{0j}, $\frac{dx_{0j}}{dt}$, або числом $k_1 \times k_2$ значень часових інтервалів.

При виконанні умови субкритичного затухання розглянемо “i” рівняння системи (3):

$$\sum_{k=i}^{N} m_k \frac{d^2x_i}{dt^2} + b_i\frac{dx_i}{dt} + c_i x_i = 0 \tag{21}$$

або

$$\frac{d^2x_i}{dt^2}+\frac{b_i}{\sum\limits_{k=i}^{N}m_k}\frac{dx_i}{dt}+\frac{c_i}{\sum\limits_{k=i}^{N}m_k}x_i=0. \tag{22}$$

При введенні коефіцієнтів

$$\tilde{h}_i=b_i\left(2\sum_{k=i}^{N}m_k\right)^{-1},\ \tilde{\omega}_{oi}^2=c_i\left(\sum_{k=i}^{N}m_k\right)^{-1} \tag{23}$$

рівняння (22) має вигляд:

$$\frac{d^2x_i}{dt^2}+2\tilde{h}_i\frac{dx_i}{dt}+\tilde{\omega}_{0i}^2x_i=0. \tag{24}$$

Оцінки коефіцієнтів $\tilde{h}_i,\tilde{\omega}_{0i}$ на підставі (18), (19), (20) мають вигляд:

$$\hat{\tilde{h}}_i=\pi\left[\sum_{j=1}^{k}\Delta_{2ij}ctg(\pi\Delta_{1ij}\Delta_{2ij}^{-1})\right]\cdot\left[\sum_{j=1}^{k}\Delta_{2ij}^2\right]^{-1}, \tag{25}$$

або

$$\hat{\tilde{h}}_i=\pi\left[\sum_{j=1}^{k}\Delta_{2ij}tg(\pi\Delta_{1ij}\Delta_{2ij}^{-1})\right]\cdot\left[\sum_{j=1}^{k}\Delta_{2ij}^2tg^2(\pi\Delta_{1ij}\Delta_{2ij}^{-1})\right]^{-1}, \tag{26}$$

$$\hat{\tilde{\omega}}_i=\pi\frac{\sum\limits_{j=1}^{k}\Delta_{2ij}\sin(\pi\Delta_{1ij}\Delta_{2ij}^{-1})}{\sum\limits_{j=1}^{k}\Delta_{2ij}^2\sin^2(\pi\Delta_{1ij}\Delta_{2ij}^{-1})}, \tag{27}$$

де $\hat{\tilde{h}}_i,\hat{\tilde{\omega}}_{0i}$ відповідають співвідношенням (23).

При виконанні умови субкритичного затухання розглянемо останнє рівняння системи (3), а саме:

$$\sum_{k=1}^{N}m_k\frac{d^2x_1}{dt^2}+b_1\frac{dx_1}{dt}+c_1x_1=0, \tag{28}$$

або

$$\frac{d^2x_1}{dt^2}+2\tilde{h}_1\frac{dx_1}{dt}+\tilde{\omega}_{01}^2x_1=0, \tag{29}$$

де

$$\tilde{h}_1=b_1\left(2\sum_{k=1}^{N}m_k\right)^{-1},\ \tilde{\omega}_{01}^2=c_1\left(\sum_{k=1}^{N}m_k\right)^{-1}. \tag{30}$$

Оцінки коефіцієнтів $\hat{\tilde{h}}_i,\hat{\tilde{\omega}}_{0i}$ на підставі (18), (19), (20) мають вигляд відповідно

$$\hat{\tilde{h}}_1=\pi\left[\sum_{j=1}^{k}\Delta_{21j}ctg(\pi\Delta_{11j}\Delta_{21j}^{-1})\right]\cdot\left[\sum_{j=1}^{k}\Delta_{21j}^2\right]^{-1}, \tag{31}$$

$$\hat{\tilde{h}}_1=\pi\left[\sum_{j=1}^{k}\Delta_{21j}tg(\pi\Delta_{11j}\Delta_{21j}^{-1})\right]\cdot\left[\sum_{j=1}^{k}\Delta_{21j}^2tg^2(\pi\Delta_{11j}\Delta_{21j}^{-1})\right]^{-1}, \tag{32}$$

$$\hat{\hat{\omega}}_0 = \pi \frac{\sum_{j=1}^{k} \Delta_{21j} \sin(\pi \Delta_{11j} \Delta_{21j}^{-1})}{\sum_{j=1}^{k} \Delta_{21j}^2 \sin^2(\pi \Delta_{11j} \Delta_{21j}^{-1})}. \tag{33}$$

Таким чином, у роботі проведено дослідження для визначення інерційно-жорсткісних параметрів і дисипативних параметрів множини лінійних коливальних систем. Визначені оцінки не належать до масиву “парціальних параметрів” за винятком параметрів, що характеризують коливальну систему, маса якої визначається однією масою МКС.

У подальших дослідженнях необхідно визначити кожну окрему масу масиву мас та кожен окремий коефіцієнт жорсткості. Крім того, необхідно провести комп’ютерне моделювання для отримання інформаційних масивів першого і другого часових інтервалів і перевірки достовірності визначення оцінок ідентифікаційних параметрів.

ВИСНОВКИ

У роботі отримані аналітичні співвідношення для визначення інерційно-жорсткісних і дисипативних параметрів множини лінійних коливальних систем, які не належать до масиву парціальних параметрів за винятком параметрів, що характеризують коливальну систему, маса якої визначається однією масою МКС.

SUMMARY

INTERVAL METHOD OF PARAMETRIC IDENTIFICATIONH OF OSCILLATING SYSTEMS

I.D. Puzko, *Sumy State University*

In the article the analytical correlations for estimate of parameters of mechanical oscillating systems with the final number of degrees of freedom are given. Method of formation of two mass groups is applied at the condition of capability of mass fixed coupling in each mass group and capability of flexible coupling between mass groups. The applied algorithm is based on simultaneous discreet change of mass of each mass group at the condition of stability of summed mass of both mass groups. Algorythm of parameters' estimate receive is based on the principle of regression analysis.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Божко А.Е., Личкатый Е.А., Полищук О.Ф., Пузько И.Д. Савченко В.И. Резонансные виброиспытательные системы.- Киев: Наук. думка, 1992. – 248 с.
2. Писаренко Г.С., Матвеев В.В., Яковлев А.А. Методы определения характеристик демпфирования колебаний упругих систем. - Киев: Наук. думка, 1976. – 86 с.
3. А.с. 1404861 СССР, МПК G01M 7/00. Способ определения параметров рассеяния механической энергии при колебаниях / В.К. Семенычев, И.И. Волков. - Опубл. 23.06.88, Бюл. №23. – 1988.
4. А.с. 1583778 СССР, МПК G01M 7/00. Способ определения рассеяния энергии и собственной частоты механической колебательной системы и устройство для его осуществления / И.Д. Пузько. - Опубл. 07.08.90, Бюл. №29. – 1990.
5. Быховский И.И. Основы теории вибрационной техники. - М.: Машиностроение, 1968.– 363с.
6. Деклараційний патент 13188 України, МПК G01M7/00. Пристрій для визначення параметра розсіяння енергії і власної частоти механічної коливальної системи / І.Д. Пузько, В.А. Осіпов, В.Г. Неня. - Опубл. 15.03.06, Бюл. №3. – 2006.

І.Д.Пузько, канд. техн. наук, СумДУ, м. Суми

Надійшла до редакції 15 червня 2007 р.