

ЦИФРОВОЙ АВТОМАТ ДЛЯ ПЕРЕБОРА КОМПОЗИЦИЙ

А. А. Борисенко, Е. А. Протасова
Сумский государственный университет

В данной работе рассмотрены вопросы синтеза цифровых автоматов, перебирающих композиции, на основе многозначных биномиальных чисел. Приведен пример синтеза такого автомата.

При решении комбинаторных задач специализированными цифровыми устройствами применяются различного вида цифровые автоматы, среди которых находятся автоматы, перебирающие композиции.

Композицией p из m частей ($p \geq m$) называется разбиение положительного числа p в последовательность m целых чисел, больших нуля. Существует C_{p-1}^{m-1} композиций [1]. Если $m = k + 1$, $p = n + 1$, то число композиций равно

$$C_n^k = \frac{n!}{k! (n-k)!}. \quad (1)$$

Например, при $p = 6$, $m = 4$ это следующие композиции: 1113, 1122, 1131, 1212, 1221, 1311, 2112, 2121, 2211, 3111.

Недостатком существующих автоматов данного типа является то, что они являются специализированными и соответственно требуют для каждого конкретного случая своего построения проводить новый синтез. Это приводит к потере времени и, главное, ухудшается технологичность производства.

В данной работе предлагается универсальный метод синтеза автоматов для перебора композиций с любыми параметрами. В его основу положена теория многозначного биномиального счета и синтезированные на ее основе биномиальные счетчики.

На рис. 1 приведена схема трехразрядного многозначного биномиального счетчика импульсов. Она содержит многоустойчивые пересчетные схемы 1.1 – 1.3, сумматоры 2.1 – 2.3, элементы И 3.1 – 3.3 и 4.1 – 4.3, входную шину 5, выходные шины 6.1 – 6.3 ошибок счетчика импульсов.

Композиции формируются следующим образом. Сначала происходит суммирование значения каждого разряда k -разрядного биномиального счетчика с единицей. Для этой цели вводятся дополнительные сумматоры. На выходе каждого сумматора формируется элемент композиции.

Например, для $p = 6$ и $m = 4$ необходимо выбрать биномиальный счетчик с $k = m - 1 = 3$ и $n = p - 1 = 5$, где k - число разрядов этого счетчика. Его разрешенными состояниями являются: 000 001 002 010 011 020 100 101 110 200. После суммирования значений разрядов биномиального счетчика на дополнительных сумматорах с единицей будут получены следующие результаты, являющиеся элементами композиций: 111 112 113 121 122 131 211 212 221 311.

Затем находится сумма элементов композиции и происходит ее вычитание из p с помощью вычитающего устройства. Результат вычитания является последним элементом композиции.

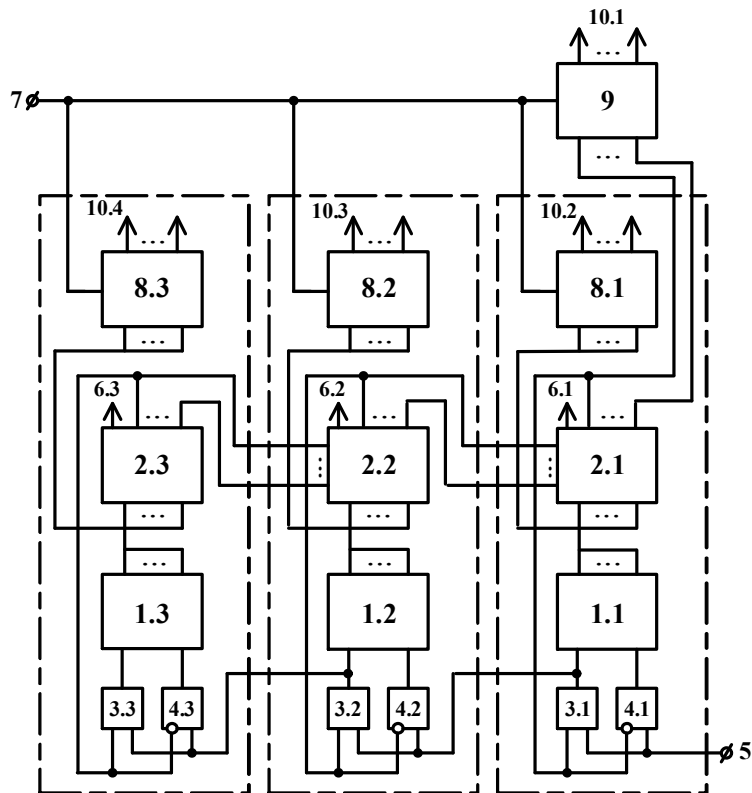


Рисунок 1 – Схема трехразрядного счетчика импульсов

С целью упрощения технической реализации вычитание суммы элементов композиций из p заменено вычитанием суммы значений многозначных пересчетных схем (МПС) всех разрядов счетчика из разности $(p - k)$. Для примера $(p - k) = (6 - 3) = 3$. Сумма значений разрядов МПС при этом не должна превышать контрольное число $l = n - k = 5 - 3 = 2$, т.е. может быть равной 0, 1, 2. После указанной выше операции вычитания получают следующие числа, соответственно являющиеся последними элементами композиций:

$$\begin{array}{ll}
 3 - 0 = 3, & 3 - 2 = 1, \\
 3 - 1 = 2, & 3 - 1 = 2, \\
 3 - 2 = 1, & 3 - 2 = 1, \\
 3 - 1 = 2, & 3 - 2 = 1, \\
 3 - 2 = 1, & 3 - 2 = 1.
 \end{array}$$

Это позволяет закончить формирование композиций для числа $p = 6$ из $m = 4$ частей: 1113 1122 1131 1212 1221 1311 2112 2121 2211 3111. Каждый дополнительный сумматор 8.1 – 8.3 отличается от сумматоров 2.1 – 2.3 тем, что в нем задействован только один вход второй группы. Вычитатель 9 может быть реализован аналогично дополнительному сумматору. Вычитатель 9 содержит $n - k + 1$ элементов, первые входы которых соединены с выходами сумматора младшего разряда счетчика, вторые входы соединены между собой, образуя вход уменьшаемого, соответствующего значению $p - k$, соединенного с шиной 7 единичного потенциала. Группа первых входов образует группу входов

вычитаемого.

Для случая МПС, работающей в позиционном коде с одной единицей, в качестве дополнительного сумматора может быть использована группа элементов И, первые входы которых соединены с выходами МПС, а вторые входы - с шиной 7 единичного потенциала. В этом случае вычитатель 9 отличается лишь кодировкой выходов.

Счетчик импульсов работает следующим образом.

Сигнал с выхода МПС, например 1.2, соответствующий какой-то цифре, поступает на один из первых входов основного сумматора 2.2, на один из входов которого поступает сигнал с одного из входов сумматора 2.3 старшего разряда. Если сумма цифр рассматриваемого в старших разрядах счетчика меньше контрольного числа l , то при приходе тактового импульса содержимое МПС увеличивается на единицу. Если указанная сумма равна контрольному числу l (в этом случае младшие разряды счетчика при его правильном функционировании равны нулю), то на соответствующем выходе основного сумматора 1.2 вырабатывается сигнал, поступающий на прямой и инверсный входы элементов И 3.2 и И 4.2 соответственно.

В результате запрещается поступление тактового импульса на счетный вход МПС 1.2 и производится ее установка в нуль, а в соседнюю МПС 1.3 по тактовому импульсу добавляется единица. Работа всех остальных разрядов счетчика осуществляется в соответствии с ранее рассматриваемым алгоритмом. Число состояний N рассматриваемого счетчика определяется биномиальным коэффициентом

$$N = C_n^k = \frac{n!}{k! (n-k)!}, \quad (2)$$

где $n > k$;

$l = n - k$ - контрольное число;

k - число разрядов счетчика.

Например, при $k = 3$, $n = 5$

$$N = C_5^3 = \frac{5!}{3! 2!} = 10.$$

При этом будут следующие разрешенные состояния счетчика: 000 001 002 010 011 020 100 101 110 200. Разрешенные состояния, формируемые на выходах сумматоров 2.3 - 2.1 для указанных k и n , имеют следующий вид: 000 001 002 011 012 022 111 112 122 222. После суммирования разрешенных состояний счетчика с единицей в дополнительных сумматорах на их выходах будут сформированы следующие элементы композиций:

111 112 113 121 122 131 211 212 221 311.

После вычитания в вычитающем устройстве из $l+1$, равного в указанном примере $5 - 3 + 1 = 3$, состояния сумматора младшего разряда будет сформирован младший элемент композиции.

Этот элемент для каждого состояния из 8 указанного примера: 3 2 1 2 1 1 2 1 1. Таким образом, получают все композиции числа $n+1 = 6$ по $k+1 = 4$: 1113 1122 1131 1212 1221 1311 2112 2121 2211 3111 соответственно на выходных шинах 10.4-10.1.

Рассмотренный выше подход формирования композиций на основе многозначных биномиальных чисел является универсальным и пригоден для синтеза композиций с любыми значениями их параметров n и k . Соответственно на его основе может быть построен без предварительного

синтеза любой автомат для формирования композиций. Он достаточно технологичен и позволяет обнаруживать ошибки в своей работе.

SUMMARY

DIGITAL AUTOMATION FOR SORTING OUT COMPOSITIONS

A.A. Borisenko, E.A. Protasova

The questions of synthesizing digital automatons, sorting out compositions on basis of many-valued binomial numbers, are considered in the paper.

The example of such an automaton is given.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. А. с. 1398090 / Счетчик импульсов / А.А. Борисенко, Е.Л. Онанченко, А.И. Плеская, П.В. Худоков. – №4151770/24-21; Заявлено 24.11.86; Опубл. 23.05.88, Бюл. №19.
2. Рейнгольд Э., Нивергельт Ю., Део Н. Комбинаторные алгоритмы. Теория и практика / Пер. с англ. – М.: Мир, 1980. – 475 с.

А.А. Борисенко, д-р техн. наук,
профессор, СумГУ, г. Сумы

Е.А. Протасова, студентка, СумГУ,
г. Сумы

Поступила в редакцию 10 октября 2007 г.