

Секція математичного моделювання

анализ которых позволяет подучить все основные данные по ее динамике: критические частоты и формы колебаний, амплитуды вынужденных колебаний и границы устойчивости вращения.

РАСЧЕТ ТЕМПЕРАТУРЫ ПОВЕРХНОСТИ ПЛАЗМЕННО-ДЕТОНАЦИОННЫХ ПОРОШКОВЫХ ПОКРЫТИЙ ПРИ ОБРАБОТКЕ ЭЛЕКТРОННЫМИ ПУЧКАМИ

*Кравченко Ю.А., асист., канд. ф.-м. наук, СумДУ
Скляр М., уч. 10 кл., шк. № 17*

Важным фактором, определяющим длительность работы различных деталей, являются физико-механические свойства их поверхности. Одним из эффективных направлений модификации свойств выступает применение газотермических технологий для осаждения порошков из твердых, жаро- и коррозионностойких материалов. На базе плазменного и детонационного методов разработано сравнительно новое направление, позволяющее формировать защитные покрытия из порошков тугоплавких материалов – плазменно-детонационное осаждение. Эта технология основана на электромагнитном ускорении продуктов сгорания газовых смесей и характеризуется получением высокоскоростной ($v=600-8000$ м/с) высокотемпературной ($2 \times 10^3 - 3 \times 10^4$ К) плазменной струи. Попадая в плазменно-детонационный поток, частицы порошка нагреваются (подобно плазменной технологии) и ускоряются (подобно детонационной). Пропускание через плазменную струю электрического тока приводит к дополнительному притоку энергии в двухфазный газовый поток, что обеспечивает достаточную степень проплавления материала в условиях высокоскоростного осаждения, которое также сопровождается термоупрочнением поверхности подложки потоками импульсной плазмы.

Предполагаемые жесткие условия работы поверхности выдвигают ряд требований, касающихся пористости формируемых покрытий и их адгезионных свойств к поверхности подложки. Одним из эффективных способов решения данной проблемы является применение электронно-лучевой обработки поверхности, которая сопровождается частичным или полным переплавлением участка "покрытие-подложка", а также стимулированием процессов массопереноса элементов покрытия в матрицу подложки и наоборот. Однако экспериментальный поиск эффективных режимов обработки защитного слоя является дорогостоящим, что обуславливает необходимость теоретического моделирования процесса и прогнозирования условий получения требуемого результата.

Секція математичного моделювання

Обработка поверхности низкоэнергетическими сильноточными электронными пучками (НСЭП) сопровождается интенсивным торможением электронов в зоне энергетического воздействия, которое даже в случае применения низкоэнергетических пучков ($q < 10^8$ Вт/м²) должно породить скоростное нагревание материала. Характер распределения поля температур и степень нагревания материала покрытия определяется решением задачи о нагреве тела. При условии, что плотность тока НСЭП, падающего перпендикулярно к поверхности полубесконечного тела, подчиняется в радиальном направлении распределению Гаусса, уравнение теплопроводности имеет вид:

$$\frac{1}{a} \frac{\partial T(x,t)}{\partial t} = \frac{\partial^2 T(x,t)}{\partial x^2}, \quad t > 0, \quad \infty > x \geq 0, \quad (1)$$

где a – температуропроводность оплаваемого материала, м²/с.

Считая тепловой источник поверхностным, а начальную температуру тела постоянной и равной T_0 , перепишем уравнение в виде:

$$-\lambda \frac{\partial T(0,t)}{\partial x} = q|_{x=0}, \quad T(x,0) = T_0, \quad (2)$$

где λ – теплопроводность нагреваемого материала, Дж/(м·с·К);

q – плотность мощности НСЭП, которая вызывает нагревание полубесконечного тела до температуры T , Вт/м²;

$t = d/v$ – время воздействия НСЭП на точку поверхности, с;

d – диаметр пятна от пучка электронов на поверхности покрытия, м;

v – скорость сканирования объекта НСЭП, м/с.

Считая, что теплофизические коэффициенты оплаваемого материала изменяются с ростом температуры, можно определить вид зависимости $T(x,t)$. Она позволяет провести оценку температуры, до которой нагревается поверхность в процессе обработки покрытия, с помощью соотношения:

$$T(0,t_i) = T = \frac{q \sqrt{at_i}}{0,885 \lambda} \quad (3)$$

Данная формула применялась для оценки температуры на поверхности плазменно-детонационных порошковых покрытий на основе оксида алюминия. Температура, определялась приближенно, поскольку использовались значения физических величин только для α -фазы Al_2O_3 . При разных режимах температура в приповерхностной области керамического подслоя составляла порядка: ~ 800 К ($q = 2,4 \times 10^6$ Вт/м²); ~ 1000 К ($q = 3,0 \times 10^6$ Вт/м²); ~ 1200 К ($q = 3,6 \times 10^6$ Вт/м²); ~ 2500 К ($q = 7,6 \times 10^6$ Вт/м²). Полученные расчетные данные хорошо объясняют особенности изменения морфологии поверхности и результаты исследования фазового состава порошковых покрытий после электронно-лучевой обработки:

Секція математичного моделювання

1) Применение ЭП с $q=7,6 \times 10^6$ Вт/м² сопровождалось интенсивным снижением шероховатости поверхности порошкового покрытия, что объясняется нагреванием материала до температуры плавления ($T_{пл}=2323$ К).

2) Полученные значения температуры поверхности, а также данные о фазовом составе покрытий хорошо коррелируют с литературными данными о температурах, при которых происходят фазовые превращения в оксиде алюминия.

ЗАСТОСУВАННЯ ТЕОРЕМИ БАНАХА В ЧИСЕЛЬНИХ МЕТОДАХ ПРИ РОЗВ'ЯЗУВАННІ РІВНЯНЬ З ОДНІЄЮ ЗМІННОЮ

*Мартиненко О.В., доц., канд. фіз.-мат. наук, СДПУ ім. А.С.Макаренка
Колесник Є.А., 451 група, СДПУ ім. А.С.Макаренка*

Теорема Банаха є універсальною теоремою в курсі математики. Зокрема принцип стискаючих відображень можна використовувати при доведенні різних теорем існування та єдиності, при знаходженні розв'язку функціональних, інтегральних та диференціальних рівнянь, при побудові ітераційних процесів, які є основою сучасних методів числення з використанням комп'ютерної техніки.

В теоремі Банаха стверджується, що будь-яке стискаюче відображення повного метричного простору в себе має єдину нерухому точку. [1, 64] Так як нерухома точка для відображення f є розв'язком рівняння $f(x)=x$, то теорема Банаха застосовується для знаходження розв'язку рівнянь з однією змінною. Часто, розв'язуючи алгебраїчні або трансцендентні рівняння, знайти точний корінь не вдається. В цьому випадку зручно використовувати так звані ітераційні методи (зокрема, метод послідовних наближень) для знаходження наближених розв'язків рівнянь. Дуже часто при розв'язуванні рівнянь методом послідовних наближень важко самотійно аналітичними методами отримати результат. В такому разі слід звернутися до методів комп'ютерного обчислення. На сучасних ЕОМ за лічені секунди можна отримати корінь найскладнішого здавалося б рівняння.

Наприклад, потрібно знайти корінь рівняння $x^3+3x+x\cos^2x-\sin(\cos x)=0$ з точністю до 0,001. [3] Спочатку рівняння представляємо у вигляді

$$x = \frac{\sin(\cos x)}{x^2 + 3 + \cos^2 x},$$

щоб процес ітерації був збіжним і як наслідок виконувалися умови теореми Банаха.

В середовищі програмування QBasic програма наближеного обчислення кореня рівняння методом простої ітерації має вигляд:

10 ' ----- Метод ітерацій для знаходження кореня рівняння $x=F(x)$ -----