ЗАСТОСУВАННЯ ТЕОРІЇ МІРИ В ЗАДАЧАХ

Мартиненко О.В., доц., канд. фіз.-мат. наук., СДПУ ім. А.С.Макаренка
Довганич Н.М., 451 група, СДПУ ім. А.С. Макаренка

Поняття міри множини є одним з основних понять математичного аналізу. Виникнувши з потреб теорії інтегрування, поняття міри множини потім проникло в інші розділи математики.

Введення міри множини дозволило узагальнити поняття довжини, площі, об'єму, приросту неспадної функції на півінтервалі, інтегралу від невід'ємної функції, взятого по деякій лінійній, плоскій або просторовій області, маси, позитивного заряду, магнітної маси та ін., а також вивчити їх загальні властивості новими, пов'язаними з теорією множин методами, які склали основу абстрактної теорії міри.

Можна виділити такі основні типи задач:

– задачі на побудову множини заданої міри;
– задачі на знаходження міри заданої множини.

Наведемо приклади таких задач.

І-й тип. Побудувати на одиничному відрізку множину, лінійна міра якої рівна $\frac{5}{6}$.

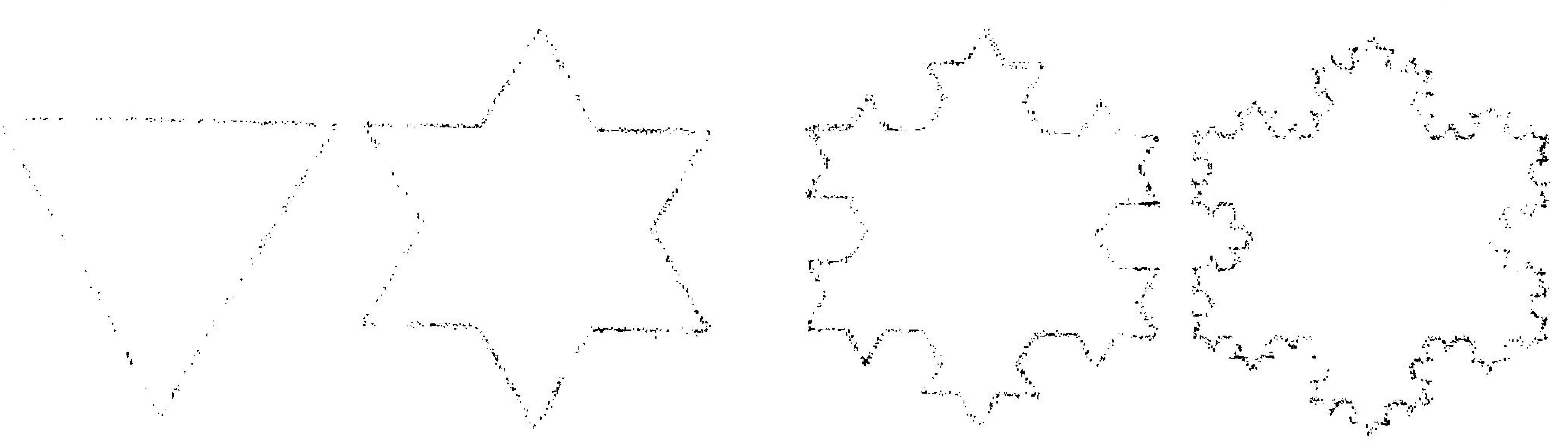
В результаті побудови отримали множину канторівського типу.

ІІ-й тип. Знайти плоску міру множини "кладовище Серпінського".

Перш ніж обчислювати міру, виконуємо побудову даної множини. При обчисленні одержали $mA = 0$.

Можна помітити, що якщо міра множини – число дробове, то отримаємо множину, яка є фракталом.

Наприклад, множина "сніжинка" Коха – фрактал.



Лінійна міра цієї множини $mG = 3l\left(\frac{4}{3}\right)^n$, де l – сторона рівностороннього трикутника. Кожного разу при збільшенні n лінійна міра

множини (периметр фігури) збільшується в $\frac{4}{3}$ раза порівняно з попередньою.
Це означає, що периметр не має границі, тобто лінійна міра множини "сніжинка" Коха нескінченна.

Плоска міра цієї множини, на відміну від лінійної, має границю. Це легко довести, якщо уявити, що початковий трикутник було вписано в коло. На кожному етапі "сніжинка" Коха залишається в цьому колі, а тому площа сніжинки не більша за площу круга.

Щодо того як змінюється площа даної множини, то після кожного кроку площа зростає (для знаходження площі трикутників користуємося формулою $S = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$), але зростання стає меншим зі збільшенням n.

Крім того, площа утворює спадну геометричну прогресію зі знаменником $q = \frac{4}{9}$. Отже, плоска міра множини "сніжинка" Коха дорівнює $\frac{a^2 2\sqrt{3}}{5}$, де a – сторона рівностороннього трикутника.

ВИКОРИСТАННЯ ОСНОВНИХ ГЕОМЕТРИЧНИХ ФІГУР ПРИ ГРАФІЧНОМУ РОЗВ'ЯЗАННІ ЗАДАЧ З ПАРАМЕТРАМИ

Білоус О.А., доцент, СумДУ
Клименко А.В. територіальне відділення МАН, м.Суми

Вивчення багатьох фізичних, технічних та економічних процесів, геометричних залежностей часто спонукає до розв'язання задач з параметрами, оскільки містить крім невідомих змінних деяку величину, що має певне коло значень. Багато задач з параметрами складаються на основі дослідження властивостей графіків достатньо відомих і простих рівнянь таких геометричних фігур, як: пряма, коло, парабола, синусоїда, квадрат, ламана лінія, кут, тощо. Якщо рівняння однієї з фігур не залежить від параметра, що змінюється, то графік цієї фігури нерухомий щодо системи координат. Якщо в рівняння іншої фігури входить параметр, то від його зміни залежить розташування і навіть форма графіка. Тоді суть дослідження полягає у визначенні числа точок перетину графіків побудованих рівнянь, а значить у визначенні кількості можливих рішень залежно від конкретних числових значень параметра. В даній роботі приводяться основні методи розв'язання задач з параметрами, висвітлюються особливості, складності при їх застосуванні. Представлена класифікація задач в залежності від геометричних об'єктів, що входять до умови задачі, наводяться деякі розв'язки.