1) Применение ЭП с $q=7{,}6\times10^6$ Вт/м^2 сопровождалось интенсивным снижением шероховатости поверхности порошкового покрытия, что объясняется нагреванием материала до температуры плавления ($T_{пл}=2323$ К).

2) Полученные значения температуры поверхности, а также данные о фазовом составе покрытий хорошо коррелируют с литературными данными о температурах, при которых происходят фазовые превращения в оксиде алюминия.

ЗАСТОСУВАННЯ ТЕОРЕМИ БАНАХА В ЧИСЕЛЬНИХ МЕТОДАХ ПРИ РОЗВ'ЯЗУВАННІ РІВНЯНЬ З ОДНІЄЮ ЗМІННОЮ

Мартиненко О.В., доц., канд. фіз.-мат. наук.,СДПУ ім. А.С. Макаренка
Колесник Є.А., 451 група, СДПУ ім. А.С. Макаренка

Теорема Банаха є універсальною теоремою в курсі математики. Зокрема принцип стискаючих відображень можна використовувати при доведенні різних теорем існування та єдиності, при знаходженні розв'язку функціональних, інтегральних та диференціальних рівнянь, при побудові ітераційних процесів, які є основою сучасних методів числення з використанням комп'ютерної техніки.

В теоремі Банаха стверджується, що будь-яке стискаюче відображення повного метричного простору в себе має єдину нерухому точку. [1, 64] Так як нерухома точка для відображення f є розв'язком рівняння f(x)=x, то теорема Банаха застосовується для знаходження розв'язку рівнянь з однією змінною. Часто, розв'язуючи алгебраїчні або трансцендентні рівняння, знайти точний корінь не вдається. В цьому випадку зручно використовувати так звані ітераційні методи (зокрема, метод послідовних наближень) для знаходження наближених розв'язків рівнянь. Дуже часто при розв'язуванні рівнянь методом послідовних наближень важко самостійно аналітичними методами отримати результат. В такому разі слід звернутися до методів комп'ютерного обчислення. На сучасних ЕОМ за лічені секунди можна отримати корінь найскладнішого здавалося б рівняння.

Наприклад, потрібно знайти корінь рівняння $x^3+3x+x\cos^2 x-\sin(\cos x)=0$ з точністю до 0,001. [3] Спочатку рівняння представляємо у вигляді $x=\dfrac{\sin(\cos x)}{x^2+3+\cos^2 x}$, щоб процес ітерації був збіжним і як наслідок виконувалися умови теореми Банаха.

В середовищі програмування QBasic програма наближеного обчислення кореня рівняння методом простої ітерації має вигляд:

```
10 '------ Метод ітерацій для знаходження кореня рівняння x=F(x)------
```

```
20 DEF fnf (x) = (sin(cos(x)))/(x^2+3+(cos(x))^2)
30 INPUT "Ввести точність обчислення кореня - ", eps
40 INPUT "Ввести коефіцієнт стиску Q - ", q
50 IF q >= 1 THEN 130
60 IF q < 0 THEN 130
70 INPUT "Ввести початкове наближення X0 - ", x0
80 eps = eps * (1 - q) / q
90  n = 1
100  x1 = fnf(x0)
110  IF ABS(x1 - x0) <= eps THEN 140
120  x0 = x1: n = n + 1: GOTO 100
130  PRINT "Коефіцієнт стиску  0<q<1 !!!": GOTO 160
140  PRINT "Шуканий корінь рівняння X="; x1
150  PRINT "Кількість ітерацій N="; n
160 END
```

[2, 30]

Це ж саме завдання можна розв'язати в системі комп'ютерної алгебри Derive за допомогою функцій ITERATES або ITERATE, що дозволяє організувати ітераційні цикли обчислення значень функції f(x)=x.

ITERATES(f(x),x,x_0,n) – виконання n ітерацій при початковому значенні x_0 з записом результатів кожної ітерації;

ITERATE(f(x),x,x_0,n) – функція, аналогічна ITERATES, але результатом є значення останньої ітерації (як у середовищі програмування Basic).

Розглянемо яким чином реалізуються обчислення в математичній програмі Derive: 1. Запис функції з використанням команди AUTHOR: ITERATES((3*x+5)^(1/7),x,1.5,5)

2. Використання команди approX для обчислення результату та виведення на екран:

[3/2, 1.379351021, 1.371717914, 1.371226326, 1.371194630, 1.371192586].

В майбутньому планується створити так звану фрактальну графіку зображень, побудова якої ґрунтуються на теоретичних основах принципу стискаючих відображень. Тобто теорема Банаха є актуальною в наш час та має великі перспективи на майбутнє.

Література

1. Колмогоров А.М., Фомін С.В. Елементи теорії функцій і функціонального аналізу. К.: „Вища школа“, 1974. – 456с.

2. Лященко М.Я., Головань М.С. Чисельні методи. – К.: Либідь, 1996. – 288 с.

3. http:// www. kvant. mccme. ru