

АНАЛІЗ ЛІНІЙНИХ ЕЛЕКТРИЧНИХ КІЛ ЗМІННОГО СТРУМУ В ОБЛАСТІ ТРАНСФОРМАНТ УОЛША-АДАМАРА

Іванець С. П., студент,
Булашенко А. В., викладач ШСумДУ

Останнім часом при розв'язання лінійних диференціальних рівнянь, що описують лінійні кола змінного струму, все більше широке застосування одержують нетрадиційно ортогональні перетворення, що є відмінними від перетворення Лапласа та Фур'є.

До таких перетворень належить перетворення в базисі функцій Уолша-Адамара, що забезпечує єдність математичного апарату обробки сигналів та аналізу їх проходження через лінійні системи.

В області трансформант при використанні функцій Уолша при їх впорядкуванні за Адамаром диференціальне рівняння:

$$a_m \frac{d^m u}{dt^m} + a_{m-1} \frac{d^{m-1} u}{dt^{m-1}} + \dots + a_0 u = b_n \frac{d^n i}{dt^n} + b_{n-1} \frac{d^{n-1} i}{dt^{n-1}} + \dots + b_0 i \quad (1)$$

перетворюється до матричного рівняння:

$$(a_m \overline{\overline{A}}^m + a_{m-1} \overline{\overline{A}}^{m-1} + \dots + a_0 \overline{\overline{E}}) \overline{\overline{U}}_\xi = (b_n \overline{\overline{A}}^n + b_{n-1} \overline{\overline{A}}^{n-1} + \dots + b_0 \overline{\overline{E}}) \overline{\overline{I}}_\xi, \quad (2)$$

де $\overline{\overline{A}}^m = [\overline{\overline{W}} \cdot \overline{\overline{D}}_H^T]$, $\overline{\overline{E}}$ - одинична матриця, $\overline{\overline{W}}$ - матриця перетворення Уолша-Адамара, $\overline{\overline{D}}_H$ - нормована (поділена на N) матриця похідних від оператора $\overline{\overline{W}}$, T - знак транспонування, N - порядок квадратичних матриць $\overline{\overline{A}}^k$ на $\overline{\overline{E}}$, $\overline{\overline{U}}$ та $\overline{\overline{I}}$ - стовпці амплітуд трансформант відповідної реакції та дії розміру $N \times 1$.

Матричне рівняння (2) можна записати у скороченому вигляді:

$$\overline{\overline{A}}_\Sigma \cdot \overline{\overline{U}}_\xi = \overline{\overline{B}}_\Sigma \cdot \overline{\overline{I}}_\xi. \quad (3)$$

Звідки розв'язок диференційного рівняння в області трансформант має вигляд:

$$\overline{\overline{U}}_\xi = \overline{\overline{A}}_\Sigma^{-1} \cdot \overline{\overline{B}}_\Sigma^{-1} \cdot \overline{\overline{I}}_\xi, \quad \overline{\overline{I}}_\xi = \overline{\overline{B}}_\Sigma^{-1} \cdot \overline{\overline{A}}_\Sigma \cdot \overline{\overline{U}}_\xi. \quad (4)$$

Для обернення матриць $\overline{\overline{A}}_\Sigma$, $\overline{\overline{B}}_\Sigma$ (для кожного блоку діагоналі) необхідно представити кожний i-й блок діагоналі відповідним ортогональним матричним розкладом на власні вектори:

$$\overline{\overline{A}}_{\Sigma i} = \overline{\overline{P}}_\Sigma \cdot \overline{\overline{\lambda}}_{\Sigma A} \cdot \overline{\overline{P}}_\Sigma^*, \quad \overline{\overline{B}}_{\Sigma i} = \overline{\overline{P}}_\Sigma \cdot \overline{\overline{\lambda}}_{\Sigma B} \cdot \overline{\overline{P}}_\Sigma^*. \quad (5)$$

Тоді розв'язок рівняння (4) після підстановки до рівняння (2) виразу (5):

$$\bar{U}_{1\xi} = \bar{\Pi}_\Sigma \cdot \bar{\lambda}_{\Sigma A}^{-1} \cdot \bar{\lambda}_{\Sigma B} \cdot \bar{\Pi}_\Sigma^* \cdot \bar{I}_{1\xi}, \quad \bar{I}_{1\xi} = \bar{\Pi}_\Sigma \cdot \bar{\lambda}_{\Sigma B}^{-1} \cdot \bar{\lambda}_{\Sigma A} \cdot \bar{\Pi}_\Sigma^* \cdot \bar{U}_{1\xi}. \quad (6)$$

За формулами зворотного перетворення Уолта знаходяться відліки реакції у часі:

$$\bar{U}_t = \frac{1}{N} \bar{W} \cdot \bar{U}_\xi, \quad \bar{I}_t = \frac{1}{N} \bar{W} \cdot \bar{I}_\xi. \quad (7)$$

Трудомісткість розв'язання диференціального рівняння в базисі перетворення Уолша-Адамара ставить приблизно $N^3/8$ операцій множення (без операцій ділення), що приблизно в 8 разів менше кількості трудомісткості операцій обернення матриці \bar{A}_Σ методом Гауса.

Відсутність операцій ділення забезпечує більшу точність обчислень з обмеженою розрядністю операндів.

Для ілюстрації алгоритму запишемо рівняння кола, що зображено на рис. 1. При аналізі слід мати на увазі, що внаслідок періодичності функції Уолта отримуємо реакцію на періодичну послідовність, період якої дорівнює часовому інтервалу T на якому досліджується функція.

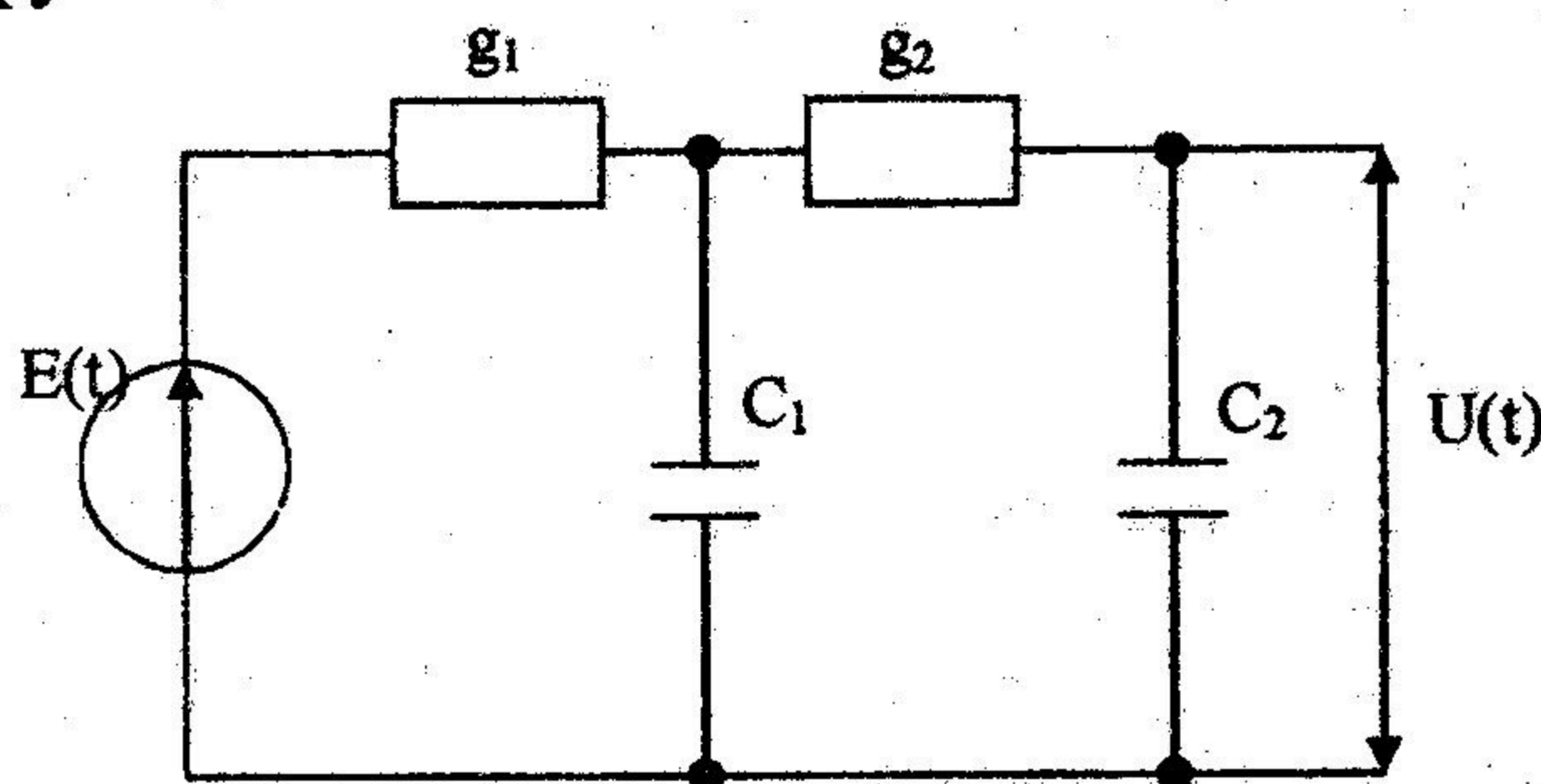


Рисунок 1 – Лінійне електричне коло

$$C_1 C_2 \frac{d^2 U(t)}{dt^2} + [C_2(g_1 + g_2) + C_1 g_2] \frac{dU(t)}{dt} + g_1 g_2 U(t) = g_1 g_2 E(t).$$

Для простоти обчислень приймемо $C_1 = C_2 = C = 1$,
 $g_1 = g_2 = g = 1$.

Тоді одержимо наступне рівняння:

$$\frac{d^2 U(t)}{dt^2} + 3 \frac{dU(t)}{dt} + U(t) = E(t).$$

В області перетворення Уолша-Адамара диференціальне рівняння має вигляд:

$$(\bar{A}^2 + 3\bar{A} + \bar{E})\bar{U}_\xi = \bar{I}_\xi.$$

Розв'язок матричного диференціального рівняння:

$$\bar{U}_\xi = (\bar{A}^2 + 3\bar{A} + \bar{E})^{-1} \cdot \bar{I}_\xi.$$

На рис. 2 наведені результати розрахунків для частоти дискретизації $f_1 = 1/4$, $f_2 = 1/11$ відповідно (неперервна та східчаста лінія) реакція кола на прямокутний імпульс.

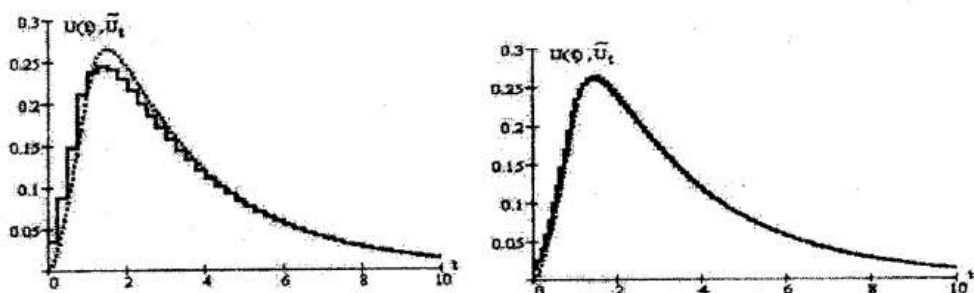


Рисунок 2 – Графіки розв'язку диференційного рівняння

Одержані результати ілюструють простоту реалізації методу аналізу лінійних кіл змінного струму в області трас формант Уолша-Адамара. Цей метод не потребує обчислень нулів та полюсів кола.

1. Рыбин А. И. Анализ линейных цепей в базисе преобразований Уолта // Радиоэлектроника. – 2004. – № 5. – С. 36-41.
2. Рыбин А. И., Григоренко Е. Г., Радионова М. В. Алгоритм анализа электрических цепей в базисе ортогональных преобразований с действительным ядром в области трансформант // Праці Інституту електродинаміки НАНУ: 36. Наук. Праць. – 2004. – № 3(9). – С. 10-14.
3. Murlan S. Corrington. Solution of differentia and integral equashion with Walsh Function // IEE Transaction on Circuit theori. – 1973. – V. CT-20. – №5. – P. 470-476.

ВИЗНАЧЕННЯ ПАРАМЕТРІВ П'ЄЗОПЕРЕТВОРЮВАЧА

Федоров А. О., студент ХТК ШСумДУ,
Булашенко А. В., Забегалов І. В., викладач ШСумДУ

Широкого розповсюдження в різноманітних галузях науки і техніки одержала апаратура з використанням потужних звукових коливань. П'єзоелектричні перетворювачі використовуються як джерела ультразвукових коливань великої інтенсивності.