

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Герц С.В. Пневматические устройства и системы в машиностроении: Справочник. - М.: Машиностроение, 1981. — 408 с.
2. Коузов П.А., Мальгин А.Д., Скрябин Г.М. Очистка от пыли газов в химической промышленности. - Ленинград: Химия, 1982. — 256 с.
3. Мазус М.Г., Мальгин А.Д., Моргулис М.Л. Фильтр для улавливания промышленных пылей. - М.: Машиностроение, 1985. — 246 с.
4. Якуба А.Р., Кузько С.А., Гагаш В.В. Автоматизированная установка пылеулавливания. Информационный листок. - Харьков: МТЦНТИ, 1989. — 4 с.

Поступила в редколлегию 30 марта 1998 г.

УДК 532.581

О ПАРАДОКСЕ ЭЙЛЕРА-ДАЛАМБЕРА

П.М.Калиниченко, ст.преп.

ВВЕДЕНИЕ

Согласно парадоксу Эйлера-Даламбера любое цилиндрическое тело, безотрывно обтекаемое потоком идеальной жидкости, не взаимодействует с потоком жидкости, т.е. не оказывает потоку жидкости никакого сопротивления, равно как и поток не воздействует на тело. Картина внешнего обтекания тел потоком жидкости аналогична картине внутреннего течения жидкости в напорном канале. Различие в структуре потока, полученной расчетным и опытным путем, при движении жидкости в напорном канале и при внешнем обтекании объясняется наличием вязкости, которая не учитывается при замене реальной жидкости её моделью - идеальной. По этому поводу уместно привести рассуждения проф. А.А.Саткевича [1]. "Теоретические построения привели нас к заключению, что сплошной потенциальный поток жидкости не оказывает никакого воздействия на обтекаемое им тело с достаточно скругленными контурами, и что, следовательно, наоборот, и тело не встречает никакого сопротивления при своем перемещении в жидкой среде. Этот противоречащий наблюдениям вывод не может, по видимому, быть устранен введением сил внутренней вязкости в жидкой массе и требует от теории иного освещения". Под этим углом зрения и представлены в предлагаемом материале статьи рассуждения, относящиеся к парадоксу Эйлера-Даламбера.

1 ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ОБОСНОВАНИЕ ВОЗМОЖНОСТИ СУЩЕСТВОВАНИЯ СИЛЫ СОПРОТИВЛЕНИЯ В ИДЕАЛЬНОЙ ЖИДКОСТИ

Пусть круглый цилиндр обтекается поперечным потоком идеальной несжимаемой жидкости, вихрь скорости которого на бесконечности перед обтекаемым телом равен нулю. Картина такого обтекания определяется из решения системы уравнений

$$\begin{aligned} \operatorname{div} \vec{v} &= 0, \\ \operatorname{rot} \vec{v} &= 0 \end{aligned} \quad (1)$$

и является симметричной относительно осей, проходящих через центр цилиндра. Симметричной картине обтекания цилиндра соответствует симметричная эпюра распределения давления по поверхности цилиндра, а значит отсутствует силовое взаимодействие цилиндра с обтекаемым потоком.

Уместно предположить, что если при обтекании цилиндра потоком идеальной жидкости сила сопротивления существует, то это возможно только в случае несимметричной эпюры распределения давления по

поверхности цилиндра - несимметричной картины обтекания. В (1) уравнение $\text{div} \vec{v} = 0$ получено из закона сохранения массы, что можно считать неизменным. Поэтому нарушение симметрии возможно, если $\text{rot} \vec{v} \neq 0$, когда в потоке при взаимодействии с обтекаемым телом могут возникать и исчезать вихри.

Таким образом,

$$\begin{aligned} \text{если } \text{div} \vec{v} = 0 & \Rightarrow F_x = 0, \\ \text{если } \text{rot} \vec{v} = 0 & \\ \text{если } \text{div} \vec{v} = 0 & \Rightarrow F_x \neq 0, \\ \text{если } \text{rot} \vec{v} \neq 0 & \end{aligned}$$

Следуя теореме Гельмгольца, вихри могут возникать при условии $\text{helm} \vec{\Omega} \neq 0$. Это возможно, если на жидкость со стороны обтекаемого тела действует сила, не имеющая градиента. Назовем эту силу динамической F^δ и раскроем её физическую природу.

В принятой Ньютоном постановке задачи по определению сопротивления при неупругом взаимодействии обтекаемого тела с потоком жидкости динамическое давление, являющееся результатом торможения потока, согласно рис.1 можно представить в виде [1]

$$P^\delta = \frac{1}{2} \rho v^2 \sin^2 \alpha_1. \quad (2)$$

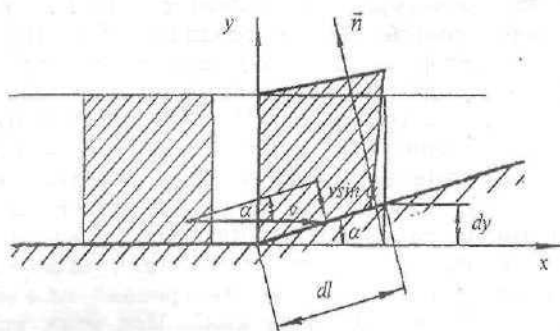


Рисунок 1 - Расчетная схема для определения динамической силы

Выражение для динамической силы получим из соотношения $F^\delta \rho dV = dP^\delta dS$, откуда $F^\delta = dP^\delta \frac{dS}{\rho dV}$. Представляя элементарный объем частицы жидкости в виде $dV = dS dn$, где dn - высота элементарного объема вдоль нормали \vec{n} к поверхности S , будем иметь

$$F^\delta = \frac{1}{\rho} \frac{dP^\delta}{dn}. \quad (3)$$

Дифференцируя (2), получим

$$dP = \rho (v \sin^2 \alpha_1 dv + v^2 \sin \alpha_1 \cos \alpha_1 d\alpha_1).$$

Так как $\sin^2 \alpha_1 \approx \alpha_1^2 \approx 0$ (α_1 - угол деформации грани жидкой частицы), то

$$\frac{dP}{dn} = \rho v^2 \sin \alpha_1 \cos \alpha_1 \frac{d\alpha_1}{dn}.$$

Следуя рис.1, согласно которому $\sin \alpha_1 = \frac{dy}{dl}$, $\cos \alpha_1 = \frac{dn}{dy}$, будем иметь

$$\frac{dP}{dn} = \rho v^2 \frac{d\alpha_1}{dl}.$$

С учетом этого выражение для динамической силы (3) примет вид

$$F^{\partial} = v^2 \frac{d\alpha_1}{dl}. \quad (4)$$

Переходя от производной по длине линии тока к производной по времени $\frac{d\alpha_1}{dt} = \frac{1}{v} \frac{d\alpha_1}{dl}$ и учитывая, что $\frac{d\alpha_1}{dt} = \Omega_z$, выражение для динамической силы (4) представим в общем виде $\vec{F}^{\partial} = \vec{\Omega} \times \vec{v}$. Полученное выражение (4) показывает, что динамическая сила зависит от геометрии линии тока, а значит не имеет градиента. Таким образом, результатом взаимодействия обтекаемого тела с потоком жидкости является динамическая сила.

2 ЗАКОН РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ДАВЛЕНИЯ ПО ПОВЕРХНОСТИ ЦИЛИНДРА

Давление в каждой точке поверхности цилиндра представим согласно принципу суперпозиции в виде суммы давлений: давления от деформации потока помещенным в него цилиндром и динамического давления от прямолинейного поступательного потока, обтекающего цилиндр.

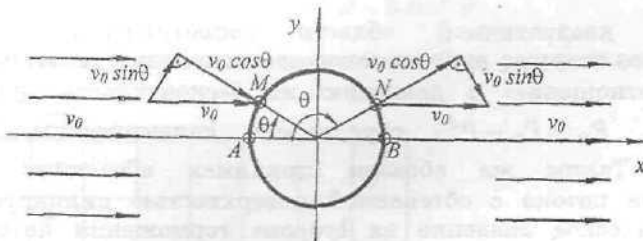


Рисунок 2 - Кинематическая схема для определения динамического давления

Предположим, что стеснение потока цилиндром отсутствует. Тогда давление на поверхности цилиндра будет состоять из постоянной составляющей давления, равной давлению невозмущенного потока P_0 , и динамического давления P^{∂} . Для определения динамического давления рассмотрим критические точки A и B , в которых происходит разветвление потока (рис.2). Скорость потока в этих точках равна нулю. Точка A называется точкой торможения потока, так как поток, имея в бесконечности скорость v_0 , тормозится до нуля. Если в струйке тока, разветвляющейся в точке A , выделить два сечения, одно - в бесконечности, а другое - в точке торможения A , и записать уравнение

Бернулли $P_A = P_0 + \frac{\rho v_0^2}{2}$, то можно видеть, что в результате торможения

потока в точке A , кинетическая энергия потока на бесконечности преобразуется в энергию давления - динамическое давление. По аналогии, точка B будет точкой ускорения потока, начиная с которой скорость

потока в струйке тока ускоряется от нуля до скорости потока на бесконечности v_0 . Давление в точке В будет меньше давления потока P_0 на величину кинетической энергии потока на бесконечности

$$P_B = P_0 - \frac{\rho v_0^2}{2} \quad [1].$$

В подтверждение приведенного на рис.3 представлен результат продувки на аэродинамическом стенде шара при числе $Re=7,5 \cdot 10^3$. Так как режим обтекания шара

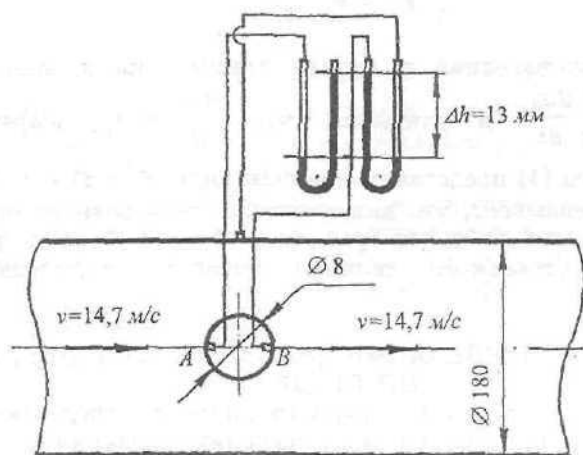


Рисунок 3 - Обтекание шара в напорном трубопроводе

соответствует квадратичной области сопротивления, то можно утверждать, что взаимно противоположное изменение давлений в точках А и В по отношению к давлению на бесконечности, равному P_0 , $P_A = P_0 + P^\sigma$, $P_B = P_0 - P^\sigma$, обусловлено динамическим давлением, равным P^σ . Таким же образом принимая абсолютно неупругое взаимодействие потока с обтекаемой поверхностью цилиндра согласно рис.2, динамическое давление на стороне торможения потока можно представить в виде $P_+^\sigma = \frac{1}{2} \rho v_0^2 \cos^2 \theta$, а динамическое давление на стороне

ускорения потока - на тыльной стороне - $P_-^\sigma = -\frac{1}{2} \rho v_0^2 \cos^2 \theta$.

Распределение полного давления по поверхности цилиндра без учета стеснения им потока представим в следующем виде:

$$P_+^* = P_0 + P_+^\sigma = P_0 + \frac{1}{2} \rho v_0^2 \cos^2 \theta, \quad (5)$$

$$P_-^* = P_0 + P_-^\sigma = P_0 - \frac{1}{2} \rho v_0^2 \cos^2 \theta,$$

а коэффициента давления -

$$\bar{P}_+^* = \frac{P_+^* - P_0}{\rho v_0^2 / 2} = \cos^2 \theta, \quad (6)$$

$$\bar{P}_-^* = \frac{P_-^* - P_0}{\rho v_0^2 / 2} = -\cos^2 \theta.$$

Из рис.2 для нестесненного цилиндрическим телом потока при абсолютно неупругом обтекании выражение для скорости на поверхности цилиндра будет иметь вид $v^* = v_0 \sin \theta$. Величина стесненной скорости определяется из решения задачи обтекания цилиндра потенциальным потоком [2]. Её значение на поверхности цилиндра равно $v_{cm} = 2v_0 \sin \theta$. По значениям скоростей v^* и v_{cm} величина уменьшения полного давления от стеснения потока внесенным в него цилиндром представляется в виде разности скоростного напора от стеснения потока цилиндром $\frac{\rho v_{cm}^2}{2}$ и скоростного напора нестесненного потока на поверхности цилиндра $\frac{\rho v^{*2}}{2}$,

$$P_{cm} = \frac{\rho v_{cm}^2}{2} - \frac{\rho v^{*2}}{2} = 3 \frac{\rho v_0^2 \sin^2 \theta}{2}. \quad (7)$$

Зависимость распределения полного давления по поверхности цилиндра, основываясь на (5) и (7), примет следующий вид:

$$P_+^* = P_0 + P_+^{\partial} - P_{cm} = P_0 + \frac{\rho v_0^2}{2} (\cos^2 \theta - 3 \sin^2 \theta), \quad (8)$$

$$P_-^* = P_0 + P_-^{\partial} - P_{cm} = P_0 + \frac{\rho v_0^2}{2} (-\cos^2 \theta - 3 \sin^2 \theta),$$

коэффициента полного давления —

$$\begin{aligned} \bar{P}_+ &= \cos^2 \theta - 3 \sin^2 \theta, \\ \bar{P}_- &= -\cos^2 \theta - 3 \sin^2 \theta. \end{aligned} \quad (9)$$

Для качественной и количественной оценки распределения давления

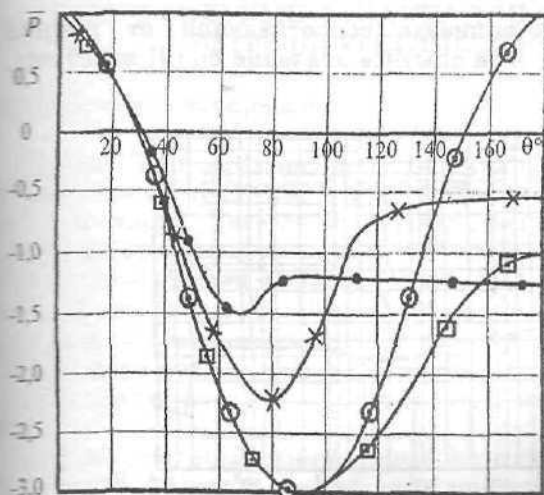


Рисунок 4 - Координатная диаграмма распределения давлений по поверхности обтекаемого цилиндра:
 ● — $Re=1,06 \cdot 10^5$;
 × — $Re=2,12 \cdot 10^5$;
 ○ — теория — обтекание потенциальным потоком;
 □ — теория — обтекание с учетом динамического давления

по поверхности цилиндра на координатной диаграмме представлена кривая распределения давления по полученной зависимости (9), опытные кривые для двух режимов обтекания и кривая обтекания цилиндра потенциальным потоком (рис.4) [2].

На диаграмме отчетливо просматривается качественное соответствие в характере изменения кривых распределения давления по поверхности цилиндра, полученного расчетом с опытным его значением.

3 РАВНОДЕЙСТВУЮЩАЯ СИЛ ДАВЛЕНИЯ

Вектор сил давления потока на элемент поверхности цилиндра площадью dS определяется следующим образом:

$$d\vec{F} = -p\vec{n}dS = -p\vec{n}brd\theta,$$

где \vec{n} - единичный вектор внешней к поверхности цилиндра нормали; b - длина цилиндра.

В проекции на оси координат

$$\begin{aligned} dF_x &= pbr \cos \theta d\theta, \\ dF_y &= pbr \sin \theta d\theta. \end{aligned} \quad (10)$$

Из (8) и (10) проекции равнодействующей сил давления будут иметь вид

$$\begin{aligned} F_x &= br \int_0^{2\pi} p \cos \theta d\theta = 2br \frac{\rho v_0^2}{2} 2 \int_0^{\pi/2} \cos^3 \theta d\theta, \\ F_y &= br \int_0^{2\pi} p \sin \theta d\theta = 0. \end{aligned} \quad (11)$$

Следуя (11), коэффициент лобового сопротивления обтекаемого потоком цилиндра будет равен:

$$C_x = \frac{F_x}{2br \rho v_0^2 / 2} = 2 \int_0^{\pi/2} \cos^3 \theta d\theta = 1,33.$$

Зависимость изменения коэффициента сопротивления от режима обтекания, полученная расчетом, и её опытное значение по [3] имеет вид, показанный на рис.5.

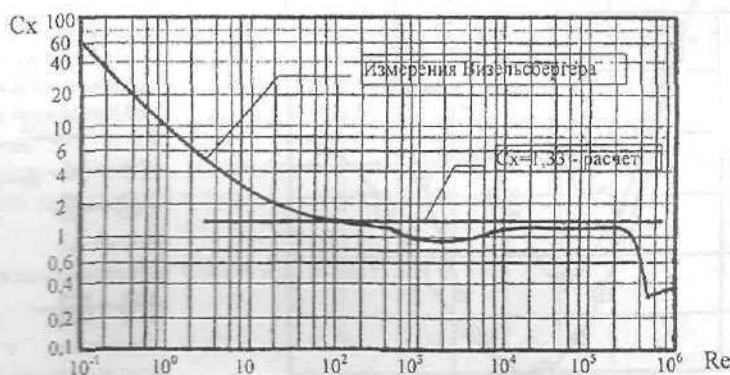


Рисунок 5 - Зависимость коэффициента лобового сопротивления цилиндра от числа Рейнольдса

Значение коэффициента сопротивления круглого цилиндра довольно неплохо согласуется с опытом для чисел $Re > 10^2$ за исключением, разве

что, области принадлежащей кризису сопротивления $Re=10^6$. Область для чисел $Re>10^2$ относится к области квадратичного сопротивления, в которой коэффициент сопротивления не зависит от вязкости, а определяется геометрией обтекаемого тела. Идеальная жидкость, являющаяся моделью реальной жидкости, по своим физическим свойствам ближе всего подходит к квадратичной области сопротивления. Этим и можно объяснить совпадение опытных и расчетных значений коэффициента сопротивления C_x для чисел $Re>10^2$, а значит объяснить существование динамической силы.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Представленные опытно-теоретические исследования по безотрывному обтеканию цилиндрических тел произвольной формы потоком идеальной жидкости позволяют утверждать, что существовавший до настоящего времени в гидромеханике парадокс Эйлера-Даламбера больше не является парадоксом. Любое тело, обтекаемое потоком идеальной жидкости оказывает сопротивление потоку жидкости, равно как и поток жидкости воздействует на обтекаемое тело.

SUMMARY

In this paper theoretical analysis and experimental results of dynamic force existence is presented. It is shown that body under ideal liquid flow resists.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Саткевич А.А. Аэродинамика как теоретическая основа авиации. - Петроград, 1923.- 579 с.
2. Емцев Б.Т. Техническая гидромеханика. - М.: Машиностроение, 1987.- 440 с.
3. Шликтинг Г. Теория пограничного слоя. - М.: Наука, 1974.- 712 с.

Поступила в редколлегию 26 мая 1998 г.

УДК 621.548; 621.311.245

БИПРОФИЛЬНЫЕ ЛОПАСТИ ДЛЯ ВЕРТИКАЛЬНО-ОСЕВЫХ ВЕТРОЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ УСТАНОВОК

Л.Г.Рожкова, ст.науч.сотр.

Термин "бипрофильная лопасть" предлагается для лопастей, состоящих из двух элементов, один из которых имеет незамкнутый профиль (тип КН-4), а второй является полнопрофильным крылом (рис. 1 а, б). Основой для разработки бипрофильной лопасти послужили результаты испытаний ранее предложенной лопасти КН-4 [1, 2], профиль которой приведен на рис.1. Были получены аэродинамические характеристики C_x и C_y при круговой обдувке одиночной лопасти, выполнена визуализация течения вокруг профиля, а также снята мощностная характеристика модели ротора вертикально-осевой ветроэнергетической установки с лопастями КН-4.

При несомненных достоинствах лопасти КН-4, таких, как обеспечение самозапуска ротора и его работы и при высоких, и при низких скоростях ветра, коэффициент использования ветровой энергии C_p ротора был достаточно высок. Полученные зависимости $C_y = f(\alpha)$ и $C_x = f(\alpha)$, где α - угол атаки, показали, что диапазон докритических α для КН-4 расширен по сравнению с тем, что наблюдается на полном крыловом профиле, но аэродинамическое качество $K = Y/X = C_y / C_x$ снижено. Другими словами, лопасть КН-4 имеет высокое сопротивление,