Если к гироскопу применить одно из следствий принципа Даламбера, что сумма векторных моментов внешних сил вместе с моментом сил инерции точек гироскопа равна нулю, то

$$\vec{L} + \overrightarrow{L_O^{(e)}} = 0\,, \tag{4}$$

где $\vec{L}$ – гироскопический момент, момент всех сил инерции гироскопа относительно неподвижной его точки.

С учётом (3) получим

$$\vec{L} = I_z(\vec{\omega}_2 \times \vec{\omega}_1);$$
$$L = I_z\omega_1\omega_2\sin(\theta - \Delta\theta). \tag{5}$$

Гироскопический момент может быть равен нулю, если угловая скорость прецессии $\overrightarrow{\omega_2}$, равна нулю или если ось гироскопа параллельна оси прецессии. Гироскопический момент будет изгибать балку стремясь, чтобы ось гироскопа стала параллельна оси прецессии. Угол поворота балки в месте крепления гироскопа будет уменьшать угол нутации θ, что приведёт к изменению $M_{гир}$. С помощью интеграла Мора способом Верещагина получено разрешающее уравнение

$$\Delta\theta = \Delta_{1P}(\Delta\theta) = \frac{M_P(\Delta\theta)\times\overline{M}}{E\cdot I_x}. \tag{6}$$

В работе численно исследовано влияние внешнего гироскопического момента и собственного веса гироскопа, на изменение угла нутации $\Delta\theta$.

ИССЛЕДОВАНИЕ ВРАЩЕНИЯ МАССИВНОГО СТЕРЖНЯ ВОКРУГ НЕГЛАВНОЙ ОСИ ИНЕРЦИИ С УЧЁТОМ ИЗГИБНОЙ ЖЁСТКОСТИ ВАЛА

Жигилий Д.А.;асистент СумГУ, И.А. Ганненко И.А., И-63

Однородный массивный цилиндр, находящийся под действием силы тяжести, вращается вокруг вертикальной оси с постоянной угловой скоростью $\vec{\omega}$. Ось вращения касается поверхности цилиндра посередине образующей так, что отрезок, соединяющий точку касания с центром масс цилиндра, перпендикулярен оси вращения. Продольная ось цилиндра наклонена к вертикали на угол α.В работе определяется изменение действительного угла α с учётом изгибной жёсткости вала.

Выберем правую систему осей координат $Oxyz$, скреплённых с движущимся цилиндром и началом координат в точке O. Ось Oz, направим по оси вращения; ось Ox - по линии, соединяющей точку O с центром масс C, ось Oy направим перпендикулярно Ox и Oz.

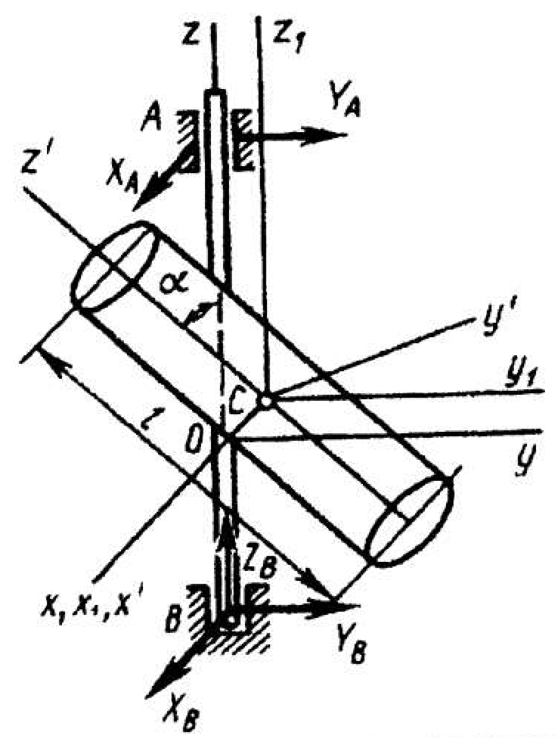

Рис. 1 Схема вращения массивного стержня вокруг неглавной оси инерции.

Динамические реакции вместе с силами инерции системы образуют равновесную систему сил:

$$\overrightarrow{R_A} + \overrightarrow{R_B} + \vec{\Phi} = 0; \ \overrightarrow{M_O}\left(\overrightarrow{R_A}\right) + \overrightarrow{M_O}\left(\overrightarrow{R_B}\right) + \overrightarrow{L_o}\left(\vec{\Phi}\right) = 0, \qquad (1)$$

где $\vec{\Phi}$ - главный вектор сил инерции; $\overrightarrow{L_o}\left(\vec{\Phi}\right)$ - главный момент сил инерции относительно точки O, выбранный за центр приведения сил инерции, тогда главные вектор и момент сил инерции составят:

$$\vec{\Phi} = \sum \vec{\Phi}_k = -M\vec{a}_C \begin{cases} \Phi_x = -Ma_{Cx} = My_c\varepsilon + Mx_c\omega^2; \\ \Phi_y = -Ma_{Cy} = Mx_c\varepsilon + My_c\omega^2; \\ \Phi_z = -Ma_{Cz} = 0. \end{cases} \qquad (2)$$

$$\overrightarrow{L_o}\left(\vec{\Phi}\right) = \sum \overrightarrow{M_O}\left(\vec{\Phi}_k\right) = -\frac{d\overrightarrow{K_o}}{dt} \begin{cases} L_{Ox} = -\dfrac{dK_{Ox}}{dt} = J_{xz}\varepsilon + J_{yz}\omega^2; \\ L_{Oy} = -\dfrac{dK_{Oy}}{dt} = J_{yz}\varepsilon + J_{xz}\omega^2; \\ L_{Oz} = -\dfrac{dK_{Oz}}{dt} = -J_z\varepsilon. \end{cases} \qquad (3)$$

здесь M - масса цилиндра; x_c, y_c, z_c - координаты центра масс.

Примем их $x_c = y_c = z_c = 0$ - вращение происходит без эксцентриситета.

Так как $\omega = const$, то $\varepsilon = 0$.

Ось $_x$ является главной осью инерции для точки O, так как эта точка находится на главной центральной оси инерции Cx', следовательно $I_{xz} = 0$.

Разрешив систему уравнений (1) с учётом (2) и (3) получим, что вал будет изгибать главный момент сил инерции $\left|\overrightarrow{L_o}\left(\overrightarrow{\Phi}\right)\right| = L_{Ox} = I_{yz}\omega^2$, где

$$I_{yz} = I_{y'z'} = \frac{I_{z'} - I_{y'}}{2}\sin\left[2(\alpha - \Delta\alpha)\right].$$

С помощью интеграла Мора способом Верещагина получено разрешающее уравнение:

$$\Delta\alpha = \Delta_{1\Phi}(\Delta\alpha) = \frac{M_P(\Delta\alpha)\times\overline{M}}{E\cdot I_x}.$$

В работе численно исследовано влияние угловой скорости вращения массивного стержня вокруг неглавной оси инерции на изменение угла наклона продольной оси цилиндра α.

ОПТИМИЗАЦИЯ ОДНАЖДЫ СТАТИЧЕСКИ НЕОПРЕДЕЛИМОЙ КОНСОЛЬНОЙ БАЛКИ ПО УСЛОВИЮ ЖЕСТКОСТИ.

Жигилий Д.А., асистент СумГУ, Зимин М.А. И-64

Для консольной балки с дополнительной шарнирно подвижной опорой следует определить m - расстояние между опорами на основании условия равенства максимальных прогибов на обоих пролётах. Реакция подвижной опоры находится методом сил.