$$\Sigma f_i \frac{\varepsilon_i - \tilde{\varepsilon}}{\varepsilon_i + 2\tilde{\varepsilon}} = 0.$$

Количественные характеристики включений определялись путем минимизации функционалов, основанных на уравнениях Максвелла-Гарнета и Бруггемана из учета, что $\sum_i f_i = 1$.

Функционал по приближению Максвелла-Гарнета:

$$F = abs(\frac{\tilde{\varepsilon} - \varepsilon_1}{\tilde{\varepsilon} + 2\varepsilon_1} - \sum_{i \neq 1} f_i \frac{\varepsilon_i - \varepsilon_1}{\varepsilon_i + 2\varepsilon_1}) \to \min$$

Функционал по приближению Бруггемана:

$$F = abs(\Sigma f_i \frac{\varepsilon_i - \tilde{\varepsilon}}{\varepsilon_i + 2\tilde{\varepsilon}}) \to \min$$

В ходе проведенных исследований было выявлено резкое увеличение воздушной фазы в приповерхностном слое (порядка 30%), что объясняется увеличением шероховатости поверхности образца после деформационного воздействия. Обнаружено увеличение кристаллической фазы (20%), что свидетельствует о процессах кристаллизации в приповерхностных слоях аморфных сплавов после их деформации.

ІДЕНТИФІКАЦІЯ, ІМІТАЦІЯ ТА ПРОГНОЗУВАННЯ В РАМКАХ СТАЦІОНАРНИХ ДИНАМІЧНИХ СИСТЕМ

Дмітрієв А.В., студ. гр. ПМ-41

Нехай динамічна система S характеризується узагальненими координатами $\bar{x}(t) = (x_1(t), x_2(t), \dots, x_m(t))' \in E^m$ і відповідними узагальненими швидкостями $\dot{\bar{x}}(t) = (\dot{x}_1(t), \dot{x}_2(t), \dots, \dot{x}_m(t))' \in E^m$. Весь процес будемо розглядати на проміжку $t = [t_0, T]$. Вважаємо також динамічну систему S керованою. Керування (кусково-неперервні функції часу) $\bar{u}(t) = (u_1(t), u_2(t), \dots, u_m(t))' \in E^m$ будемо подавати на вхід системи.

Разом із динамічною системою будемо розглядати також основний узагальнюючий показник, що характеризує систему в цілому. Припустимо, що наша система рухається в $2m$-вимірному просторі узагальнених координат і керувань уздовж поверхні $G = G(\bar{x}(t), \bar{u}(t))$, рівняння якої у подальшому будемо приймати за рівняння потенціалу динамічної системи.

Отже, математична модель динамічної системи має вигляд

$$\begin{cases} \dot{\bar{x}} = \bar{f}(\bar{x}(t), \bar{u}(t)), \\ G(t) = G(\bar{x}(t), \bar{u}(t)) \end{cases} \qquad (1.1)$$

при початковій умові $\bar{x}(t_0) = \bar{x}_0$.

За допомогою гамільтоніану системи та згідно принципу **максимуму** Понтрягіна специфікуємо функції f і G:

$$\begin{cases} \dot{\bar{x}} = A\bar{x} + \bar{u}, \\ G(t) = G_0 - \frac{1}{2}\bar{x}^T P\bar{x} - \frac{1}{2}\bar{u}^T\bar{u}. \end{cases} \qquad (1.2)$$

де A, P – симетричні матриці m-го порядку, заздалегідь невідомі.

Після специфікації динамічної системи моделлю (1.2) залишається питання ідентифікації вхідного сигналу $\bar{u}$ та невідомих матриць A і P. У даній роботі пропонується схема ітераційної побудови оберненого зв'язку між рівнянням руху системи та її потенціалом, рівняння якого будемо називати регулятором даної динамічної системи.

Метод можна проілюструвати такою схемою:

Рис. 1.1 – Схема оберненого зв'язку у динамічній системі

Замість диференціального рівняння в (1.2) будемо розглядати його різницевий аналог:

$$\bar{x}(t+1) - \bar{x}(t) = \bar{v}_0 + A\bar{x}(t) + \bar{v}(t), t = \overline{0, N-1}. \qquad (1.3)$$

Матрицю A знайдемо за допомогою метода найменших квадратів, а оцінку якості моделі проведемо економетричними методами.

Для ітераційного процесу представимо потенціал у вигляді

$$G(t) = G_0 + \frac{1}{2}\bar{x}^T P\bar{x} + k_2\left(\frac{1}{2}\bar{u}^T\bar{u}\right),$$

тепер умовою закінчення ітерацій є $|k_2 + 1| \le \varepsilon$, ε - задана точність.

Прогнози робляться за допомогою рівняння (1.3) екстраполяційним методом.

Апробація моделі (1.2) та схеми її ідентифікації проведена на прикладі даних часових рядів для 9 європейських економік: Данії, Франції, Нідерландів, Бельгії, Італії, Швейцарії, Норвегії, Іспанії та Австрії. Часові рамки – 1980-2006 роки. На практиці модель продемонструвала високі імітаційні та прогнозні властивості, що робить можливим її застосування для дослідження реальних процесів і систем.

СПЕЦИФІКАЦІЯ ТА РОЗВ'ЯЗАННЯ LQ-ЗАДАЧ ОПТИМАЛЬНОГО КЕРУВАННЯ СТАЦІОНАРНИМИ ДИНАМІЧНИМИ СИСТЕМАМИ

Фільченко Д.В., асп. СумДУ

Моделі, в яких рівняння руху системи лінійне, а цільовий функціонал квадратичний, грають важливу роль у теорії оптимального керування і називаються LQ-моделями (linear-quadratic models). Їх застосування пов'язане з конструюванням сервомеханізмів (систем спостереження автоматичного регулювання) у техніці [1], розв'язанням задач на мінімум енергії у фізиці [2], моделюванням макро- і мікроекономічних процесів [1, 3]. Математично, важливість LQ-моделей пояснюється можливістю отримання аналітичних синтезованих (closed-loop, feedback) або програмних (open-loop, non-feedback) розв'язків задачі оптимального керування. Головною особливістю LQ-задач є те, що оптимальне керування може бути знайдене в лінійній формі так, що отримана керуюча система також буде лінійною динамічною системою [3].

Важливо розуміти, що на практиці всі параметри будь-якої моделі оптимального керування апріорно невідомі. Одним із можливих способів розв'язання цієї проблеми є конструювання стаціонарних або квазістаціонарних динамічних систем, які отримують інформацію про значення параметрів-констант на проміжку оптимізації з процедури їх оцінювання на попередніх етапах специфікації й ідентифікації. У роботі розроблені відповідні алгоритми оцінювання, а їх чисельна реалізація проведена на реальних статистичних даних розвитку ряду макроекономічних систем.

Розв'язання LQ-задач оптимального керування часто зводиться до необхідності знаходження розв'язків матричного диференціального рівняння Ріккаті. Останнє пов'язане зі значними складностями практичної реалізації як аналітичних, так і чисельних методів. Тому в роботі пропонується новий підхід, оснований на поданні гамільтонової системи диференціальних рівнянь першого порядку у вигляді сепарабельної системи диференціальних рівнянь другого порядку. Для апробації підходу, як і в попередньому випадку, використана статистична база динаміки макроекономічних систем.

Література: