Ранг матриці інтенсивностей $\{\lambda_{ij}(t)\}_{i,j=1}^{n}$ дорівнює n-1, тому, зазвичай, виключають одне з рівнянь, при цьому доповнюючи систему умовою нормування $\sum_{i=1}^{n} p_i(k) = 1, k = 1,2,\ldots$. Задача полягає у розв'язанні системи диференціальних рівнянь з початковими умовами $p_i(t_0) = p_0,\ i = 1,2,\ \ldots,n$.

У результаті можна отримати вектор граничних ймовірностей шляхом розв'язання системи диференціальних рівнянь Колмогорова за умови, що $\dot{\bar{p}}(t) = 0$. Здійснюючи граничний перехід можна також знайти час переходу системи у стаціонарний стан.

Чисельні експерименти проводилися на основі даних про динаміку зміни кредитних процентних ставок в КБ „ПриватБанк". Отримані результати підтверджують гіпотезу про те, що досліджуваний процес банківської діяльності можна розглядати як марковський.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ ШЕРОХОВАТОСТИ И НЕОДНРОДНОСТИ СТРУКТУРЫ ПРИПОВЕРХНОСТНОГО СЛОЯ НА ЕГО ОПТИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА

Никитин В.С., студ. гр. ПМ-31, Карпуша В.Д. доцент, к.ф.-м.н., Швец У.С.

В данной работе исследовалось влияние шероховатости и неоднородности структуры приповерхностного слоя аморфного металлического сплава (АМС) на его оптические свойства.

Изучение оптических свойств разупорядоченных систем проводилось бесконтактным и неразрушающим поверхность спектроэллипсометрическим методом Битти-Конна. Учитывая структурную и химическую неоднородность АМС, в работе был введен эффективный параметр - „оптическая толщина" приповерхностного слоя, который позволил заменить в модельных эллипсометрических представлениях приповерхностный слой АМС его эффективным эквивалентом - однородной тонкой пленкой.

В основе исходных модельных представлений для описания структурных параметров аморфных образцов использовалось основное уравнение эллипсометрии.

Из-за нелинейности и трансцендентности уравнения его аналитическое решение возможно лишь в случаях: чистой поверхности, то есть для модели «среда-подложка» с известным комплексным показателем преломления одной из фаз и соответственно неизвестным комплексным показателем преломления второй; а также для модели «среда-пленка-подложка» с известными комплексными показателями преломления всех слоев и неизвестной толщиной пленки.

Приближенные методы могут успешно применяться для описания свойств неоднородных слоев. В данной ситуации они позволяют исследовать переходные слои; давать быструю предварительную оценку формы профиля показателя преломления и его параметров; получать «грубое» значение искомых параметров с последующим уточнением их при решении более сложных задач эллипсометрии.

Оптические характеристики (показатель преломления, показатель поглощения пленки и подложки) определялись путем решения обратной задачи эллипсометрии - как минимизации функционала, содержащего неизвестные параметры систем, методом наименьших квадратов

$$F = \sum_{i=1}^{N} [(\Delta_i^c - \Delta_i^m)^2 + (\psi_i^c - \psi_i^m)^2],$$

где Δ_i^c, ψ_i^c - рассчитанные на основе данной модели эллипсометрические параметры; Δ_i^m, ψ_i^m - эллипсометрические параметры, полученные экспериментальным методом.

Исследование влияния деформации на концентрацию кристаллических включений и содержания избыточного объема в приповерхностном слое АМС было проведено с использованием теории эффективной среды.

Считая распределение фаз некоррелируемым, выделяют две общих разновидности топологии композита. В случае матричной топологии каждый рассеивающий элемент (включение) полностью окружен матрицей. Данную топологию описывает уравнение Максвелла-Гарнета:

$$\frac{\tilde{\varepsilon} - \varepsilon_1}{\tilde{\varepsilon} + 2\varepsilon_1} = \sum_{i \neq 1} f_i \frac{\varepsilon_i - \varepsilon_1}{\varepsilon_i + 2\varepsilon_1},$$

где $\tilde{\varepsilon}, \varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3$ - эффективная диэлектрическая функция, диэлектрическая функция матрицы, кристаллов и воздуха соответственно, f_1, f_2, f_3 - фазы матрицы, кристаллов и воздуха.

В отличие от предыдущей статистическая (агрегатная) топология имеет, так называемую, инвариантность относительно перестановки индексов. Такая топология характеризуется хаотической флуктуацией в пространстве отдельных фаз, которые в данном случае являются равноценными. Для данной топологии используем уравнение Бруггемана:

$$\Sigma f_i \frac{\varepsilon_i - \tilde{\varepsilon}}{\varepsilon_i + 2\tilde{\varepsilon}} = 0.$$

Количественные характеристики включений определялись путем минимизации функционалов, основанных на уравнениях Максвелла-Гарнета и Бруггемана из учета, что $\sum_i f_i = 1$.

Функционал по приближению Максвелла-Гарнета:

$$F = abs\left(\frac{\tilde{\varepsilon} - \varepsilon_1}{\tilde{\varepsilon} + 2\varepsilon_1} - \sum_{i \neq 1} f_i \frac{\varepsilon_i - \varepsilon_1}{\varepsilon_i + 2\varepsilon_1}\right) \to \min$$

Функционал по приближению Бруггемана:

$$F = abs\left(\Sigma f_i \frac{\varepsilon_i - \tilde{\varepsilon}}{\varepsilon_i + 2\tilde{\varepsilon}}\right) \to \min$$

В ходе проведенных исследований было выявлено резкое увеличение воздушной фазы в приповерхностном слое (порядка 30%), что объясняется увеличением шероховатости поверхности образца после деформационного воздействия. Обнаружено увеличение кристаллической фазы (20%), что свидетельствует о процессах кристаллизации в приповерхностных слоях аморфных сплавов после их деформации.

ІДЕНТИФІКАЦІЯ, ІМІТАЦІЯ ТА ПРОГНОЗУВАННЯ В РАМКАХ СТАЦІОНАРНИХ ДИНАМІЧНИХ СИСТЕМ

Дмітрієв А.В., студ. гр. ПМ-41

Нехай динамічна система S характеризується узагальненими координатами $\vec{x}(t) = (x_1(t), x_2(t), \dots, x_m(t))' \in E^m$ і відповідними узагальненими швидкостями $\dot{\vec{x}}(t) = (\dot{x}_1(t), \dot{x}_2(t), \dots, \dot{x}_m(t))' \in E^m$. Весь процес будемо розглядати на проміжку $t = [t_0, T]$. Вважаємо також динамічну систему S керованою. Керування (кусково-неперервні функції часу) $\vec{u}(t) = (u_1(t), u_2(t), \dots, u_m(t))' \in E^m$ будемо подавати на вхід системи.

Разом із динамічною системою будемо розглядати також основний узагальнюючий показник, що характеризує систему в цілому. Припустимо, що наша система рухається в $2m$-вимірному просторі узагальнених координат і керувань уздовж поверхні $G = G(\vec{x}(t), \vec{u}(t))$, рівняння якої у подальшому будемо приймати за рівняння потенціалу динамічної системи.

Отже, математична модель динамічної системи має вигляд