де
$$\alpha_1 = \frac{\tau \bar{t}_2}{(\bar{t}_1-\tau)(\bar{t}_2-\bar{t}_1)}, \qquad \alpha_2 = \frac{\tau^3 \bar{t}_3}{(\bar{t}_1-\tau)^2(\bar{t}_2-\tau)(\bar{t}_2-\bar{t}_3)},$$

$$\alpha_3 = \frac{\tau^4 \bar{t}_3 \bar{t}_4}{(\bar{t}_1-\tau)^2(\bar{t}_2-\tau)^2(\bar{t}_3-\tau)(\bar{t}_1-\bar{t}_2)};$$

$$\beta_1 = \frac{\bar{t}_1}{\bar{t}_1-\bar{t}_3}, \qquad \beta_2 = \frac{\bar{t}_2}{\bar{t}_2-\bar{t}_3}, \qquad \beta_3 = \frac{\bar{t}_1-\bar{t}_2}{(\bar{t}_2-\bar{t}_3)(\bar{t}_3-\bar{t}_4)};$$

$$\omega_1 = \frac{\bar{t}_3 \bar{t}_4}{(\bar{t}_4-\bar{t}_3)(\bar{t}_1-\bar{t}_4)}, \qquad \omega_2 = \frac{\bar{t}_1 \bar{t}_2}{(\bar{t}_1-\bar{t}_3)(\bar{t}_2-\bar{t}_4)}, \qquad \omega_3 = \frac{\bar{t}_2 \bar{t}_3}{(\bar{t}_2-\bar{t}_3)(\bar{t}_3-\bar{t}_4)};$$

$\bar{t}_1, \bar{t}_2, \bar{t}_3, \bar{t}_4$ – математичне сподівання часу перебування сабатр у станах S_1, S_2, S_3, S_4 ; τ - математичне сподівання часу перебування сабатр під вогневим впливом.

Отримані співвідношення (2) дозволяють визначити ймовірність перебування сабатр у відповідних станах функціонування для якого завгодно моменту часу t перебування на вогневій позиції. Окрім цього, імовірність $p_5(t)$ (стан S_5, у який може перейти система $\boldsymbol{S}$ за час функціонування) – це імовірність того, що артилерійська батарея буде знаходитися на вогневій позиції на протязі часу вогневого впливу τ, можна інтерпретувати як імовірність своєчасності вогню по цілі. Цей факт дає можливість [1] підрахувати цілий ряд показників ефективності функціонування сабатр на вогневій позиції.

Література

1. Барковський А.Ф. Основы оценки эффективности и выработки рекомендации по поражению целей огнём артиллерии. – П.:ВАУ , 2000. - 310с.
2. Вентцель Е.С. Исследование операций. – М.: Сов.радио,1972. – 550с.

ПОБУДОВА АНАЛІТИЧНИХ МОДЕЛЕЙ СКЛАДНИХ СИСТЕМ НА ОСНОВІ ВИПАДКОВИХ ПРОЦЕСІВ

Супрун В.М., доцент, к.ф.-м.н.

Розглядаються аналітичні моделі складних систем, побудова яких ґрунтується на теорії марківських і напівмарківських процесів [1,2].

Нехай $\{X(t),\ t\geq 0\}$ марківський процес з неперервним часом і дискретною (скінченою або зчисленою) множиною станів $E=\{S_1, S_2, \ldots, S_n, \ldots\}$. Тоді, основною для побудови аналітичної моделі складної системи $\boldsymbol{S}$ за схемою марківських процесів є відповідно пряма і обернена системи диференціальних рівнянь Колмогорова:

$$\frac{dp_i(t)}{dt}+\lambda_i p_i(t)=\sum_{i\neq j} p_j(t)\lambda_{ij},\ i\in E \qquad (1)$$

$$\frac{dp_{ij}(t)}{dt}+\lambda_i p_{ij}(t)=\sum_{i\neq k} p_{kj}(t)\lambda_{ik},\ i,j\in E \qquad (2)$$

де $p_i(t) = P\{X(t) = i\}$ – імовірність того, що система S знаходиться у стані $S_i \in$ E; λ_i – інтенсивність виходу із стану S_i; λ_{ij} – інтенсивність переходу із стану S_i у S_j; $p_{ij}(t) = P\{X(t+s) = j/X(s)=i\}$ – імовірність переходу із стану S_i у S_j.

Розв'язок (1) задовольняє початковим умовам $p_i(+0)=pi(0)$, а (2) - $p_i(+0)=\delta_{ij}$ ($\delta_{ij}=1$ при $i=j$, $\delta_{ij}=0$ при $i\neq j$).

Для визначення стаціонарних характеристик системи S (у цьому випадку граничні ймовірності постійні і не залежать від часу) з (1) отримуємо модель виду:

$$\lambda_i p_i(t)=\sum_{i\neq j} p_j(t)\lambda_{ij},\ i\in E \qquad (3)$$

Розв'язок системи алгебраїчних рівнянь (3) задовольняє початковим умовам $p_i(0)$ і нормуючій умові $\sum_{i=1}^{n} p_i(t)=1$.

Узагальненням розглядуваних марківських процесів є напівмарківські процеси. Головна конструктивна відмінність цих процесів полягає в тому, що час перебування системи S у стані S_i для марківського процесу розподілений за показниковим законом з параметром λ_i, а для напівмарківського процесу час перебування у стані S_i є випадкова величина з довільною функцією розподілу. Основною аналітичних моделей, які описують функціонування складних систем напівмарківським процесом $\{Z(t),\ t\geq 0\}$, є [3] система лінійних інтегральних рівнянь виду:

$$P_{ij}(t)=\delta_{ij}[1-F_i(t)]+\int_0^t \sum_{k\in E} Q_{ij}(du)P_{ij}(t-u) \qquad (4)$$

де $Pij(t) = \{Z(t) = j / Z(0) = i\}$; $F_i(t) = \sum_j Q_{ij}(t) = P\{\theta_i < t\}$, $Q_{ij}(t)$ – напівмарківська матриця; θ_i - час перебування системи $\boldsymbol{S}$ у стані S_i; $\delta_{ij} = 1$ при $i = j$, $\delta_{ij} = 0$ при $i \neq j$.

Наводиться приклад аналітичних моделей, побудованих на основі (1) і (4).

Література

1. Карлин С. Основы теории случайных процессов. – М., Мир., 1971 – 536с.
2. Коваленко И.Н., Кузнецов Н.Ю., Шуренков В.М. Случайные процессы. – К., Наукова думка, 1983 – 366с.
3. Королюк В.С., Турбин А.Ф. Полумарковские процессы и их приложения. – К., Наукова думка, 1976 – 184с.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ГРУППЫ МОЛЕКУЛЯРНОЙ СИММЕТРИИ

Резниченко О.Н., студ. гр. Пм-41, Шовкопляс О.А.

Наиболее типичный путь применения теории симметрии к конкретным вопросам физики и химии сводится к изучению алгебраическими методами неалгебраических объектов, например, молекул и атомов. Молекула является устойчивой системой, возникающей благодаря взаимодействию составляющих её атомов, которое обусловлено валентными электронами, наименее прочно связанными с ядрами этих атомов.

Молекулу можно рассматривать как систему материальных точек, обладающую равновесными конфигурациями. Каждая молекула отличается не только числом и видом входящих в неё атомов, но и симметрией своего ядерного остова – ядерного полиэдра, то есть молекула в равновесной конфигурации обладает симметрией. Необходимым условием симметричности молекулы является наличие у неё осей и плоскостей симметрии – элементов симметрии.

Множество элементов симметрии молекулы составляют совокупность, которая образуют группу. Каждый элемент симметрии порождает определенные операции симметрии. В свою очередь совокупность операций симметрии, соответствующая каждому элементу симметрии, образует группу по отношению к последовательному применению этих операций. Таким образом, совокупность элементов и операций симметрии, характерных для данной молекулы, образуют её точечную группу симметрии.

Зная геометрию молекулы, а, следовательно, для группы симметрии молекулы и таблицу характеров, в которой содержится информация о неприводимых представлениях группы, можно сделать выводы, например, о структуре энергетических уровней молекулы.