ОСНОВНІ ВЛАСТИВОСТІ ПОСЛІДОВНОСТІ Р-ЧИСЕЛ ФІБОНАЧІ

Викладачі Забегалов І. В., Булашенко А. В., студент Мезько О.,
ШХТК ШСумДУ

У даному дослідженні зосереджена увага на можливостях поліпшення показників перемішування на основі використання математичного апарата арифметики Фібоначі.

Основним об'єктом досліджень стали узагальнені числа Фібоначі, називані р-*числами*, які є лінійної рекурентною послідовністю (ЛРП) порядку $k = p + 1$ із законом рекурсії:

$$F_p(i + p + 1) = F_p(i + p) + F_p(i), \tag{1}$$

де $p \in Z \cap p \geq 0$ й $k \in Z$. При початкових умовах:

$$F_p(1) = F_p(2) = \ldots = F_p(p + 1) = 1. \tag{2}$$

Як показали дослідження, для узагальнених p-чисел Фібоначі характеристичні багаточлени мають вигляд:

$$f(x) = x^{p+1} - x^p - 1. \tag{3}$$

При аналізі лінійних рекурентних послідовностей р-*чисел* Фібоначі були виділені послідовності р-*чисел* Фібоначі максимального періоду для $p = \overline{1,152}$. Аналіз основних властивостей послідовностей p-чисел Фібоначі з максимальним періодом показав:

1. Період М-послідовностей p-чисел Фібоначі $T = 2^{p+1} - 1$.
2. Для заданого $f(x)$ існує $2^{p+1} - 1$ різних послідовностей, які є $2^{p+1} - 1$ різними зрушеннями М-послідовності $F_p(\cdot)$ й мають вигляд $F_p(\cdot)$, $Q_p F_p(\cdot)$, $Q_p^2 F_p(\cdot)$, $\ldots$, $Q_p^p F_p(\cdot)$.
3. Число одиничних символів на періоді М-послідовності p-чисел Фібоначі рівно $N(F_p(i) = 1) = 2^p$, а нульових $-N(F_p(i) = 0) = 2^p - 1$, тобто вага Хеммінга $wt(F_p(0,1,\ldots,T-1)) = 2^p$. Імовірності появи 1 і 0 визначаються виразеннями:

$$p\left(F_p(i)=1\right)=\frac{2^p}{2^{p+1}-1}=\frac{1}{2}+\frac{1}{2^{p+2}-2},\tag{4}$$

$$p\left(F_p(i)=0\right)=\frac{2^p-1}{2^{p+1}-1}=\frac{1}{2}-\frac{1}{2^{p+2}-2}\tag{5}$$

і при збільшенні P досягають значень як завгодно близьких до 1/2.

4. У послідовності P-чисел Фібоначі максимальної довжини серії з одного символу (одиниці або нуля) зустрічаються 2^{p-1} раз, із двох одиниць або нулів – 2^{p-2} раз і т.д. Серії з P нулів і $p+1$ одиниць зустрічаються тільки по одному разу.

5. Властивість зрушення й додавання. Для кожного цілого $s\left(1\le s\le 2^{p+1}-1\right)$ існує таке ціле $r\ne s\left(1\le r<2^{p+1}-1\right)$, що $\{F_p(i)\}+\{F_p(i-s)\}=\{F_p(i-r)\}$.

6. Дворівнева автокореляційна функція:

$$R_F(\tau)=\begin{cases}1, \tau=0\left(\mathrm{mod}\left[2^{p+1}-1\right]\right)\\ -\dfrac{1}{2^{p+1}-1}, \tau\ne 0\left(\mathrm{mod}\left[2^{p+1}-1\right]\right)\end{cases}.\tag{6}$$

7. Серед T ненульових М-послідовностей p-чисел Фібоначі, формованих на основі полінома $f(x)$, що породжує, є одна, що володіє $F_p(i)=F_p(2i), i\in Z$ властивістю. З виду початкових векторів характеристичних послідовностей p-чисел Фібоначі для заданого $f(x)$ можна зробити висновок, що

$$F_p(0,1,2,\ldots,p)=\begin{cases}10^p, p=2k\\ 01^p, p=2k+1\end{cases},\tag{7}$$

де $k\in N$.

8. Децимацією послідовності p-чисел Фібоначі по індексу $q(q\in N)$ називається формування нової послідовності $G_p(i)=F_p(iq), i\in Z$. Будь-яка М-послідовність періоду $T=2^{p+1}-1$ може бути отримана шляхом децимації по деякому

непарному індексу q. При децимації послідовності $F_p(\cdot)$ по індексу $q = T - 1 = 2^{p+1}$ отримана зворотна послідовність $G_p(i) = F_p(i(T-1)) = F_p(-i)$ зі зворотним поліномом $g(x) = x^{p+1} f(x^{-1}) = x^{p+1} + x + 1$.

1. Булашенко А. В., Забегалов І. В., Мезько О. В. Математичні перетворення на основі арифметики Фібоначі // Збірник тез до студентського кафедрального науково-методичного семінару «Хімія: наука і практика». – Суми: СумДУ – 2010. – С. 111 – 112.

ЙМОВІРНІСНА НЕЙРОННА МЕРЕЖА

Викладач. Булашенко А. В., студент Коваль В. О., ШІСумДУ

Задача оцінки густини ймовірності за вхідними даними має велике значення. За звичай при цьому припускається, що густина має деякий визначений вид (частіше всього вона має нормальний розподіл). Після цього оцінюються параметри моделі. Нормальний розподіл частіше використовується тому, оскільки тоді параметри моделі можна оцінити аналітично. Але припущення про нормальний закон розподілу не завжди виправдане.

Інший підхід для оцінки густини ймовірності заснований на ядерних оцінках. Той факт, що спостерігаєме значення відповідає даній точці простору, свідчить про те, що в цій точці є деяка густина ймовірності. Кластери з точок, що лежать поблизу, вказують на те, що в цьому місці густина ймовірності значно відрізняється від нуля. Поблизу значень, що спостерігаються, мається більша довіра до рівня густини, а по мірі віддалення від них довіра зменшується та прямує до нуля. У методі ядерних оцінок в точці, що відповідає кожному спостереженню, розташовується деяка проста функція, потім всі вони додаються та в результаті одержується оцінка для загальної густини ймовірності. Частіше всього у якості ядерних функцій беруться гаусові функції (у формі колокола). Якщо навчаючих прикладів достатня кількість, то такий метод дає досить гарне наближення до справжньої густини ймовірності.

Метод апроксимації густини ймовірностей за допомогою ядерних функцій нагадує метод радіальних базисних функцій, і таким чином приходимо до поняття ймовірнісної нейронної мережі (PNN) та