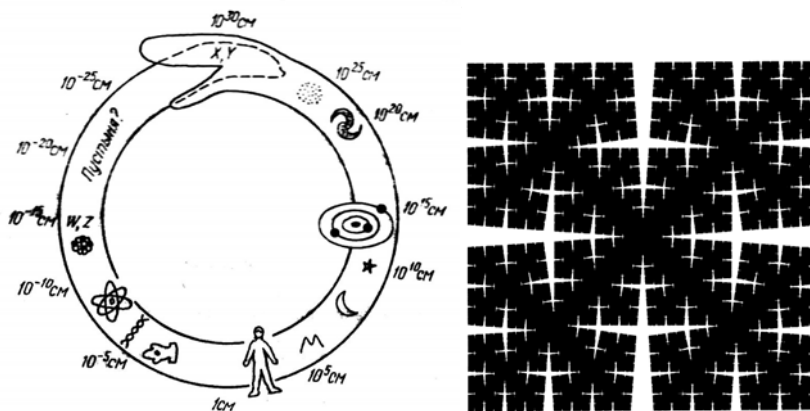


А.С.Опанасюк

“СУЧАСНА ФІЗИЧНА КАРТИНА СВІТУ”

Мікро-, макро- та мегасвіти

ЧАСТИНИ 1, 2



ББК 22.3
О 60
УДК 53

Рецензенти:

д-р фіз.-мат. наук, проф. Рошупкін С.П.
Інститут прикладної фізики АН України,
канд. фіз.-мат. наук, доц. Лисенко О.В.
Сумський державний університет

*Рекомендовано до друку вченою радою
Сумського державного університету
Міністерства освіти і науки України
Протокол №7 від 22.03.05*

Опанасюк А.С.

О 60 Сучасна фізична картина світу: Навчальний посібник. – Суми: Вид-во Сум ДУ, 2005.– 328 с.

ISBN 966-657-060-2
966-657-061-0

Остаточним завданням викладання курсу “Загальна фізика” у вищій школі є формування у студентів наукових уявлень про навколишній Всесвіт, вищою формою узагальнення та систематизації яких є картина світу. Даний факт констатується у навчальній програмі курсу фізики, останнім питанням якої є тема “Сучасна фізична картина світу”. Разом з тим внаслідок наукової революції уявлення про будову навколишнього світу і місце людини у ньому змінюються дуже швидко. Це приводить до того, що новітні досягнення фізики, як правило, не встигають вносити до навчальних посібників та підручників. Даний посібник частково вирішує цю проблему, оскільки базується на найбільш сучасному матеріалі, який є у науковій літературі. У посібнику розглядаються сучасні фізичні уявлення про будову та закони мікро-, макро- та мегасвітів. Викладаються основи нової наукової еволюційно-синергетичної парадигми, яка буде визначати напрямок розвитку фізики у найближчі десятиріччя. Автор зробив спробу викласти складні наукові теорії, не виходячи за межі курсу фізики вищої школи.

Посібник призначений для студентів, аспірантів, наукових співробітників і викладачів, які виявляють інтерес до новітніх досягнень фізики. Він може бути також використаний при викладанні курсів “Концепції сучасного природознавства” та “Методика викладання фізики”.

Таблиць - 11, ілюстрацій - 98, бібліографічний список – 156 найменувань.

ББК 22.3

ISBN 966-657-060-2
966-657-061-0

© Опанасюк А.С, 2005
© Вид-во СумДУ, 2005

Буквальний зміст цього слова – зразок. За словами Куна, парадигму складають “...*визнані усіма наукові досягнення, які протягом визначеного часу дають науковому співтовариству модель постановки проблем і їх вирішення*”. Таким чином, у широкому значенні парадигма може бути визначеною як *набір переконань, цінностей і технік, що розділяються членами даного наукового співтовариства на даному етапі розвитку науки та задають характер їх бачення світу*. Деякі з парадигм мають філософську природу, вони загальні і всеосяжні, інші парадигми керують науковим мисленням у досить специфічних, обмежених сферах досліджень. Зміст основних парадигм відображається у підручниках, працях видатних науковців, викладається студентам, а основні ідеї проникають і у масову свідомість.

Парадигма має таку саму вагу для науки, як спостереження і експеримент; *прихильність до деяких визначених парадигм є необхідною передумовою будь-якої серйозної наукової роботи*. Наука не в змозі розглядати конкретне природне явище у всій різноманітності зв'язків, не може провести всі необхідні експерименти для повного його вивчення. Вченому або інженеру завжди доводиться зводити ту чи іншу проблему до деякого робочого об'єму, і його вибір завжди визначається *провідною парадигмою даного часу*. Таким чином, науковець неодмінно вносить у свою сферу досліджень певну систему переконань, які є загальноновизнаними. Займатися наукою в принципі неможливо без деякого набору апріорних переконань, фундаментальних метафізичних установок і відповідей на питання про природу реальності і людського знання. Але завжди слід чітко пам'ятати про відносну природу будь-якої парадигми: якою б прогресивною вона не була і як би переконливо не формулювалася.

Коли парадигму приймає переважна частина наукового співтовариства, *вона стає обов'язковою точкою зору*. Визнана науковим співтовариством парадигма на довгі роки визначає коло проблем, що привертають увагу вчених, і є немов би офіційним підтвердженням справжньої “науковості” їх занять. У результаті *основною метою традиційної науки стають спроби “втиснути” природу в існуючу парадигму*. На цьому етапі є небезпека помилково побачити в ній точний опис реальності, а не

допоміжну карту, зручне наближення і модель для організації існуючих уявлень про природу. Таке змішування карти з територією є досить характерним для історії науки. У результаті дуже часто обмежені знання про навколишній світ, що існували протягом довгих історичних періодів, були для наукових діячів тих часів вичерпною картиною реальності, в якій не вистачає лише окремих деталей.

До парадигм у історії науки відносять Арістотелівську динаміку, Птолемеєвську астрономію, Ньютонівську механіку, тощо, які визначали уявлення людства про навколишній світ протягом довготривалих інтервалів часу. Процес розвитку наукового знання всередині, в рамках такої парадигми, одержав назву “нормальної науки”, *зміна ж парадигми є не чим іншим як науковою революцією* [2-3]. Таким чином, розвиток науки відбувається у “рваному” ритмі: досить довгі періоди накопичення знань, всеосяжного панування однієї парадигми змінюються епохами натиску і бурь, революціями в опануванні законів Всесвіту. Відповідно у ці періоди відбувається докорінний перегляд пануючої парадигми. Нормальна наука переходить в екстраординарну. Наочний історичний приклад такого процесу заміна класичної (ньютонівської) фізики на квантово-релятивістську (ейнштейнівську) на початку ХХ століття.

Таким чином, *весь процес розвитку науки є чередою змін парадигм*. Переважно це відбувається під впливом нових дослідних фактів, які не укладаються в стару парадигму. В період розквіту останньої окремі факти, що суперечать їй, як правило, не беруться до уваги, ігноруються. Проте з часом кількість таких фактів-аномалій і їх значущість зростає. Врешті-решт це призводить до кризової ситуації в науці, яка вирішується шляхом наукової революції [1-3]. В результаті в дію вводиться нова парадигма та формуються змінені *узагальнені уявлення про навколишній світ* – *створюється нова картина світу*. Нова парадигма, у свою чергу, через деякий час досягає розквіту, протягом якогось часу направляє дослідницьку діяльність, потім знов настає кризова ситуація, і весь цикл повторюється знову.

Перехід від однієї наукової парадигми до іншої можна порівняти з оберненням людей у нову релігійну віру: світ звичних об'єктів при цьому завдяки рішучому перегляду вихідних

пояснювальних принципів постає в абсолютно новому світлі [1]. Аналогія з новооберненням необхідна головним чином для того, щоб підкреслити, що історично майже миттєвий акт зміни парадигм не може тлумачитися суворо раціонально. Твердо встановлені факти, звичайно, змінити не можна – на те вони і факти. Але *в науці мають значення не тільки самі факти, а й їх інтерпретація, пояснення*. Сам по собі факт, який не є включеним в якусь пояснювальну схему, науці байдужий. Тільки разом з тією або іншою інтерпретацією він одержує зміст, стає “хлібом науки”. Вчений, що прийняв нову парадигму, схожий на людину, яка одягла нові окуляри, той же світ, що і вчора, вона бачить зовсім під іншим, новим кутом зору, відкриває його наново.

Затвердження нової парадигми завжди здійснюється в умовах *могутньої протидії прихильників колишньої парадигми* та й до того ж новаторських підходів може виявитися відразу декілька. Тому вибір принципів, які складуть майбутню успішну парадигму, здійснюється вченими не стільки на підставі логіки або під тиском емпіричних фактів, скільки у результаті раптового “освяння”, “прояснення”, ірраціонального акту віри у те, що світ влаштований саме так, а не інакше. Оскільки у ході революції парадигма виникає відразу у своїй завершеній і досконалій формі, вона не потребує скільки-небудь істотної доробки, у подальшому відбувається лише уточнення понять, вдосконалення техніки експерименту.

Парадигма - дуже стійке утворення, тому зміна її можлива лише унаслідок зміни покоління вчених - *усі прихильники старої парадигми повинні відійти від наукової діяльності і поступитися місцем молодим*. Тільки тоді нова парадигма остаточно замінить пануючу. Між носіями старої і нової парадигми незмінно виникає проблема спілкування. Ці люди оперують різними базовими постулатами про природу реальності і відповідно їх дискусії зводяться, як правило, до розмови глухого з німим.

Історія людства знає дві глобальні наукові революції: XVI-XVII ст. і науково-технічну революцію XX ст., які привели до кардинальної зміни уявлень про фундаментальні основи світобудови і відповідно парадигми [2-3]. Наукова революція XVI-XVII ст. була революційним стрибком перш за все в науках,

що вивчають механічну форму руху матерії. В результаті відбулося становлення класичного природознавства, яке, у свою чергу, створило так звану *механістичну картину світу*.

Оскільки фізика була і залишається сьогодні найбільш розвиненою і систематизованою природничою наукою, наукові картини світу завжди в значній мірі базувалися і продовжують базуватися саме на її досягненнях, а *розвиток самої фізики безпосередньо пов'язаний з побудовою фізичних картин світу*, що змінюють одна одну [2-3].

Під фізичною картиною світу у найбільш широкому значенні розуміють особливий самостійний вид знань – найзагальніше теоретичне знання у фізиці (система понять, принципів і гіпотез), що є основою для побудови наукових теорій. Фізична картина світу, з одного боку, збагачує всі раніше отримані знання про природу, з іншою – вводить у фізику нові філософські ідеї і обумовлені ними поняття, принципи і гіпотези, яких до цього не було і які докорінно змінюють основи фізичного теоретичного знання: старі фізичні поняття і принципи “ламаються”, нові виникають, відповідно картина світу змінюється [3].

Становлення механістичної картини світу пов'язують з іменами Галілея, Кеплера і особливо Ньютона. Її формування відбувалося декілька сторіч і завершилося практично лише в середині XIX ст. [4-6].

Оснвою цієї картини світу складає *ідея атомізму*, згідно з якою всі тіла складаються з неподільних першоелементів-атомів, що перебувають в безперервному тепловому русі. Саме вони є “цеглинами” світобудови. Взаємодіючи один з одним, атоми утворюють молекули і врешті-решт всю матерію Всесвіту. При цьому взаємодія будь-яких тіл відбувається як при їх безпосередньому контакті, так і на відстані (тяжіння). Вирішуючи проблему взаємодії тіл на відстані, Ньютон запропонував *принцип дальності*. Згідно з даним принципом *взаємодія між тілами відбувається миттєво*, незалежно від відстані. Причини ж самої взаємодії у даній картині світу залишилися нез'ясованими. Ще одним першоелементом буття є всепроникний *ефір*, який заповнює весь простір і є середовищем, в якому поширюється світло.

Концепція дальності тісно пов'язана з розумінням простору і часу як особливих середовищ, що вміщують тіла, які взаємодіють між собою. Ньютон запропонував *концепцію абсолютного просто-ру і часу*. Простір уявляється йому великим «чорним ящиком», в якому знаходяться всі тіла у світі, при цьому якби навіть вся речовина Всесвіту раптом зникла, простір все одно б залишився незмінним. Аналогічно, в образі річки, що тече, уявляється час, який існує абсолютно незалежно від простору та матерії [4-6].

Світ в механістичній картині був побудований на єдиному фундаменті – на законах механіки Ньютона. Всі перетворення та явища природи зводилися у ній на рівні мікроявищ до механіки атомів і молекул – їх переміщенням, зіткненням, зчепленням, роз'єднанням. *У світі Ньютона всі процеси оборотні і протікають без розсіювання енергії*. Тут панують лінійні закони, в результаті наслідок завжди пропорційний причині, що його обумовлює, а властивості цілого завжди є сумою властивостей складових (принцип суперпозиції). *Математичною основою механістичної парадигми стали лінійні диференціальні рівняння*.

Механістична картина світу виходила з уявлень, що мікросвіт аналогічний макросвіту. Також вважалося, що і нежива, і жива матерія ”сконструйовані” з одних і тих самих ”механічних деталей”, що розрізняються тільки розмірами. Таким чином, механістичний світогляд бачив в малому те саме, що і у великому, але лише в менших розмірах. Це породжувало уявлення про світ, схожий на вставлених одна в одну мотрійок.

В механістичній картині був відсутній розвиток, тобто світ вважався незмінним. Всі причинно-наслідкові зв'язки у такому світі є однозначними, тут панує *детермінізм, згідно з яким якщо відомі початкові дані системи, то можна точно передбачити її майбутнє*. В результаті світ функціонує з точністю відлагодженого годинникового механізму: величезний космічний механізм, що підпорядкований законам класичної механіки, які і керують рухом всього Всесвіту в цілому. Життя і розум у цій картині світу не мають ніякої якісної специфіки. Відповідно така дійсність не несе в собі необхідності виникнення людини і свідомості. Людина в цьому світі – помилка, випадковий продукт зоряної еволюції [2-6].

Електромагнітна картина світу почала формуватися в другій половині XIX ст. на основі досліджень в області електромагнетизму. В основному вона була завершена протягом трьох десятиріч. Головну роль в становленні цієї картини зіграли дослідження Фарадея і Максвелла, які ввели в науку поняття *фізичного поля*. В процесі формування цього поняття на зміну механічної моделі ефіру прийшла електромагнітна модель: електричне і магнітне поля трактували спочатку як різні "стани" ефіру, згодом необхідність в ефірі зовсім відпала. З'явилося розуміння того, що єдине *електромагнітне поле саме є певним видом матерії* і для його розповсюдження не потрібне якесь особливе середовище-ефір. В цей час були розвинуті нові філософські погляди на матерію, простір, час і сили, які багато в чому змінювали колишню механістичну картину світу [3-6].

В результаті зміни уявлень про основи світобудови була створена нова картина світу. *Матерія в цій картині існує в двох формах – речовини і поля, між якими є непрохідна грань: речовина не перетворюється в поле і навпаки*. Відомі два види поля – електромагнітне і гравітаційне, як результат, в природі існують два види фундаментальних взаємодій. Поле, на відміну від речовини, яка є дискретною, є безперервною субстанцією, що може передавати взаємодію із швидкістю світла. *Відповідно ньютонівський принцип дальності в новій концепції замінювався принципом близькодії, де сили передаються від точки до точки з цією обмеженою швидкістю*. Електромагнітна взаємодія пояснює не тільки електричні і магнітні явища, але й інші – оптичні, хімічні, теплові. В результаті практично *все в природі зводиться до електромагнетизму*. Зовні сфери панування електромагнетизму виявляється лише тяжіння. Одночасно в новій картині світу залишилися незмінними уявлення про абсолютний простір і час та лінійність явищ, що відбуваються у Всесвіті.

Як елементарні "цеглини", з яких складається вся матерія, в новій картині світу розглядаються три частинки – електрон, протон і фотон. Елементарними "цеглинами" речовини при цьому є електрони і протони. Фотони – кванти електромагнітного поля. Оскільки електрон і протон – стабільні частинки, атоми і їх ядра теж стабільні. Це забезпечує стабільність і незмінність Всесвіту в цілому. В цей же час у фізику *вперше вводяться поняття*

випадковості та ентропії.

В електромагнітній картині світу не змінювалися також уявлення про місце і роль життя та людини у Всесвіті, вони залишаються чужородними тілами у бездоганно побудованому світі. Їх виникнення, як і раніше, вважалося лише примхою природи. У науці продовжує панувати *ньютонівсько-картезіанська парадигма подвійної реальності, згідно з якою світ існує незалежно від людини*. Відповідно матеріальний світ можна описати об'єктивно, не включаючи у цей опис людину-спостерігача. Картина світу, яку побудували фізики XIX ст., на перший погляд мала вигляд повністю завершений і майже бездоганний [3-6].

Механістичну і електромагнітну картини світу зазвичай об'єднують поняттям класичне природознавство [3].

Особливе місце в розвитку науки займає період з кінця XIX ст. до початку XX ст., який закінчує період панування класичної фізики. У відносно короткий період з 1895 р. до 1905 р. були зроблені відкриття, які засвідчили, що ні про яку побудову завершеної картини світу не може бути і мови. Ці відкриття не тільки вступали в суперечність з існуючими концепціями, але і спростовували багато "старих принципів", які здавалися незаперечними. Створилося враження, що руйнуються фундаментальні закони природи. Почали ставитися під сумнів основоположні принципи фізики: закон збереження енергії, друге начало термодинаміки та ін. Цей період, який А. Пуанкаре назвав кризою фізики, ознаменував *початок другої глобальної революції у фізиці*. Становлення сучасної фізики привело людство до розуміння *діалектики природи* [3].

Дана революція була пов'язана з кардинальним переглядом початкових ідеалізацій простору, часу, руху в контексті створення *теорії відносності* і розробки *квантової механіки* у фізиці. Фактично сучасна неklasична наука в значній мірі є наукою, пов'язаною з *квантово-релятивістською картиною світу*, яка була створена в процесі цієї революції [3-6].

Наприкінці третього десятиріччя XX століття практично всі найголовніші постулати, раніше висунуті наукою, виявилися спростованими. До їх числа входили уявлення про атоми як тверді та неподільні «цеглини» матерії, про час і простір як

незалежні абсолюти, про сувору причинну обумовленість всіх явищ, про можливість об'єктивного спостереження природи та ін.

Електромагнітній картині світу була властива стабільність, оскільки в її основі були стабільні частинки – електрон, протон і фотон. Але, як з'ясувалося, *стабільні елементарні частинки – це виняток, правилом є їх нестабільність*. Майже всі елементарні частинки нестабільні – вони самочинно (*спонтанно*) розпадаються і перетворюються на інші частинки. Взаємоперетворення відбуваються і при зіткненнях частинок. Одночасно способи їх перетворення підкоряються певним законам, які можуть бути використані для опису світу субатомних частинок. Останні виконують роль *правил заборони*, що регулюють взаємоперетворення частинок.

Механічна і електромагнітні картини світу були побудовані на *динамічних закономірностях*. Ймовірність там допускається лише у зв'язку з неповнотою наших знань про природу, маючи на увазі, що із зростанням знань і уточненням деталей закони ймовірності поступлять місцем динамічним. В новій картині світу ситуація принципово інша – *тут фундаментальними є закономірності ймовірності, що не зводяться до динамічних*. У зв'язку з цим не можна точно передбачити, яке перетворення частинок відбудеться, можна говорити лише про *ймовірність* того або іншого перетворення, не можна передбачити момент розпаду частинки та ін. *Випадковість і невизначеність лежать в основі природи речей*, тому мова ймовірності стала нормою при описі фізичних явищ [2-3].

Стало зрозуміло, що *сам дослідник належить до системи, яка називається Всесвітом*, а отже, він стає невід'ємною частиною картини світу, що вивчає. Таким чином, пізнання природи припускає присутність людини, і треба чітко усвідомлювати, що ми, як висловився Н. Бор, не тільки глядачі спектаклю, але одночасно і дійові особи драми. У зв'язку з цим, *принципово неможливо відокремити спостерігача від об'єкта досліджень*. Виявилось також, що *прилади, які використовуються для досліджень можуть впливати на їх результати*.

Наприкінці ХХ ст. - початку ХХІ ст. у фізиці виникла ситуація, яка дуже нагадує ситуацію 1895-1905 рр. Виявилось, що

евристичний потенціал більшості фундаментальних теорій, створених в 70-80-х роках минулого сторіччя, практично вичерпаний. Наприклад, у фізиці високих енергій відкриті всі суб'ядерні частинки, передбачені так званою «Стандартною моделлю», повністю вичерпала себе і стандартна модель “гарячого” Всесвіту у космології. Разом з цим *продовжується накопичення фактів, що знаходяться в суперечності з пануючою на цей час парадигмою* [7]. Зроблені відкриття, які мають принциповий характер (встановлення фрактального характеру світу, відкриття явищ стохастичності, самоорганізації та енерго-інформаційного обміну у природі, відкриття прискореного розлітання матерії Всесвіту та ін.). Знову відбувається перегляд уявлень про простір, час, першоелементи матерії [8].

Деякі результати, одержані останніми роками, стали просто шокуючими для фізиків. Наприклад, за останніми даними спостереження Всесвіту (2002 р.), стало зрозуміло, що *людство до цього часу має інформацію лише про чотири відсотки його матерії*, тобто виявилось, що основна частина матерії у Всесвіті (96% !!!) поки що людству невідома (так звана *прихована маса та темна енергія, або космологічний вакуум*) [9-10]. Фізики тільки почали досліджувати природу цієї прихованої матерії. Таким чином, Всесвіт, у якому ми живемо, виявився зовсім не таким, яким його протягом трьох-чотирьох сторіч зображувала наука: звичайна для нас матерія виконує у ньому незначну роль. ***Більше того, стає очевидним, що фізичні закони, якими оперує наука, встановлені в результаті вивчення мізерної частини існуючої матерії, яка до того ж якісно відрізняється від усієї іншої!!! Зрозуміло, що сфера застосування цих законів є локальною, в той же час повинні існувати більші загальні закони світобудови, серед яких наші “фундаментальні” закони виконують вузьку, вторинну роль.***

Фактично після усвідомлення цього факту стало зрозуміло, що *фізика знаходиться у стадії нової глобальної революції, яка за своїми масштабами та наслідками не має аналогії у історії людства* [3,11].

Така ж ситуація склалася в інших сферах природознавства. Перш за все це стосується наук про живу природу - біології, генетики, фізики живого, де відбулися фантастичні відкриття.

Вперше в історії людства склалася ситуація, коли фізика втрачає роль науки, яка забезпечує найбільш фундаментальний опис реальності. Зміна парадигми у науці на найбільш глибинному рівні вимагає перенесення центру уваги науковців з фізики до наук про життя. ***Виникла нагальна необхідність включення життя, розуму, свідомості у наукову картину світу. Це і визначає основну мету сучасної наукової революції [12].***

На цей час нова фізична картина світу, яку можна назвати ***еволюційно-синергетичною*** [3], знаходиться у стані формування, але розгляд сучасних фізичних теорій дозволяє уявити її основний каркас.

Основою всього існуючого в новій картині світу є *фізичний вакуум, який є основним компонентом Всесвіту*. Фактично, фізичний вакуум є “первинним бульйоном” віртуальних частинок різної природи, які постійно народжуються та зникають. Такі властивості частинок, як спин, маса, заряд, з’являються завдяки їх взаємодії з вакуумом. Таким чином, сучасні теорії докорінно змінили погляд на вакуум, який у класичних картинах світу вважався місцем, вільним від матерії.

Багато фізиків вважають *відкриття динамічної суті вакууму одним із найважливіших досягнень останнього часу*. Сучасна фізика фактично є *фізикою вакууму*. Вона демонструє, що на рівні мікросвіту матеріальні тіла не мають власного ества, вони є нерозривно пов’язаними із своїм оточенням: їх властивості можуть сприйматися тільки в термінах взаємодії з навколишнім світом. Нерозривна єдність Всесвіту виявляється не тільки в світі нескінченно малого, але і в мегасвіті – цей факт вже одержав визнання в сучасній фізиці і космології. Як з’ясувалося, *космологічний вакуум є основною складовою Всесвіту і за останніми даними складає 73% його маси [10]!*

Важливим досягненням останніх десятиріч стало усвідомлення *нелінійності більшості явищ природи*. Якщо у XVIII сторіччі навколишній світ уподібнювався механічному годиннику, у XIX – він став лінійним світом малих змінних, то наука кінця XX –початку XXI відкрила “*безжалісно нелінійний*” Всесвіт. У такому світі прості детерміністичні рівняння можуть таїти в собі несподіване багатство і різноманітність поведінки. Зокрема нелінійні системи демонструють хаотичну поведінку з

принципово непередбачуваним результатом [3, 12].

Ще однією важливою особливістю сучасної картини світу є визнання того факту, що *процеси руйнування і творення, деградації і еволюції у Всесвіті принаймні є рівноправними*; процеси творення (наростання складності і впорядкованості) мають єдиний алгоритм незалежно від природи систем, в яких вони відбуваються. В результаті *однією з центральних ідей сучасної фізики як і науки в цілому стала ідея розвитку, або ідея еволюції* [3, 13]. Тому нова концепція у фізиці і природознавстві отримала назву **універсального, або глобального еволюціонізму**. Іноді її називають також **постнекласичним, або еволюційно-синергетичним мисленням** [3].

Сучасне природознавство доводить, що *в природі реалізується все, що не заборонено її законами*, яким би божевільним і неймовірним це не здавалося. В той же час сучасна картина світу достатньо проста і струнка, оскільки для її розуміння потрібно не так багато всеосяжних принципів і гіпотез. Цих якостей їй надають такі провідні принципи побудови та організації сучасного наукового знання, як *системність, глобальний еволюціонізм, самоорганізація і історичність* [2-3].

Характерною особливістю сучасної революції є також *зміна функцій самої науки*. Перш за все постнекласична наука повинна буде усвідомити своє місце в загальній системі людської культури і світогляду. Їй необхідно визначити межі своєї ефективності і плідності, визнати рівноправність таких сфер людської діяльності і культури, як релігія, філософія, мистецтво та можливість і результативність нераціональних способів освоєння дійсності. Цілком можливо, що в недалекому майбутньому *наука і релігія стануть розділами єдиного знання про цілісну картину світу* [14]. Виникає відчуття, що вся західна наука наближається до кардинальної зміни парадигми, в результаті якої принципово зміняться наші уявлення про реальність і людську природу, яка з'єднає нарешті концептуальним містком стародавню мудрість і сучасну науку, примирить східну духовність із західним прагматизмом [11].

Незважаючи на те, що у фізиці відбувається революція небачених до цього часу масштабів, яка вже привела до суттєвих змін пануючої парадигми і відповідно уявлень людства про

картину світу, даний факт повністю ігнорується в навчальних програмах і курсах фізики вищої школи [15]. Фактично, в кращому разі, студентам даються уявлення про квантово-механічну картину світу, в гіршому, електромагнітну або навіть механістичну. В класичному курсі загальної фізики розглядаються лише замкнені системи, які в природі скоріше є виключенням, а ніж правилом. В результаті уявлення про навколишній світ і його закони, що прищеплюються студентам, мають мало спільного з реальністю. Але найбільш небезпечним є те, що майбутнім інженерам і науковим співробітникам нав'язується застаріла наукова парадигма. Так само, як чарівник смарагдового міста, ми наділяємо молодь окулярами, що викривлюють і спотворюють навколишній світ. Оскільки парадигма - надзвичайно стійке утворення, для майбутнього втрачається ціле покоління вчених.

Ще однією особливістю сучасної фізики стало те, що з науки про неживу природу вона перетворилася у дисципліну, яка розробила "мову", що однаково ефективно підходить до опису живої, неживої речовини та суспільства. На її основі відбувається злиття гуманітарної та науково-природничої культур людства [3, 11]. Ця нова еволюційно-синергетична "мова", яка адекватно описує світобудову, обов'язково повинна стати надбанням студентської молоді.

В даному посібнику зроблена спроба ознайомити читачів з фізичними ідеями та теоріями, які вочевидь складуть фізичну картину світу, що тільки-но формується, викладені основи нової еволюційно-синергетичної парадигми.

ЧАСТИНА 1 МАКРОСВІТ

О, сколько нам открытий чудных
Готовит просвещения дух
И опыт, сын ошибок трудных,
И гений парадоксов друг,
И случай бог изобретатель.

А.С. Пушкин

1 Структурні рівні будови матерії

Добре відомо, що фізика - це наука, яка вивчає найпростіші і водночас найзагальніші закономірності явищ природи, властивості і будову матерії, закони її руху. Основним завданням фізики, поряд з іншими природознавчими науками, є формування у людей адекватних уявлень про навколишній світ і своє місце у цьому світі, або, як говорять, про єдину картину світу [3, 15].

Під науковою картиною світу розуміють найбільш загальне зображення реальності, в якому зведені у системну єдність наукові теорії, що допускають взаємне узгодження. Іншими словами, картина світу - це цілісна система уявлень про загальні принципи і закони будови світу, що базується на науковому підґрунті [2-3].

Сучасна фізика виділяє три рівні будови матерії – мікро-, макро- та мегасвіти [3].

1 Мікросвіт – світ дуже малих об'єктів, які безпосередньо не спостерігаються людиною. Їх просторові розміри знаходяться в інтервалі від 10^{-8} см до 10^{-33} см, а час життя - від нескінченності до 10^{-43} с.

2 Макросвіт - світ макрооб'єктів, розмір яких відповідає масштабам людського досвіду: просторові величини у цьому випадку вимірюються у міліметрах, сантиметрах і кілометрах, а час - у секундах, хвилинах, годинах і роках.

3 Мегасвіт - світ дуже великих космічних масштабів і швидкостей, відстані у якому вимірюються світловими роками, а

час існування космічних об'єктів – мільйонами і мільярдами років.

Відповідно до цього фізика розглядає *три структурні рівні єдиної картини світу*. Хоча на цих рівнях діють свої специфічні закономірності, *мікро-, макро- і мегасвіти* є тісно пов'язаними між собою, і тому такий поділ є досить умовним.

Зазвичай передній фронт фундаментальних досліджень у фізиці пов'язують з гігантськими астрофізичними масштабами або мікроструктурою матерії [9-10]. Разом з тим протягом останніх двох-трьох десятиліть фактично *відбулася революція у сфері дослідження явищ, які чудово описуються класичною механікою і належать до макросвіту*. Якщо розвиток науки ХХ сторіччя відбувався під знаком відкриття фундаментальної ролі законів симетрії у світобудові, починаючи з мікросвіту і закінчуючи мегасвітом, то кінець цього сторіччя був відмічений усвідомленням видатної ролі у процесах, що відбуваються у природі, *явищ динамічного хаосу, самоупорядкування та саморозвитку у відкритих системах*. Незважаючи на те, що ці відкриття визначають сучасну картину світу, вони залишаються мало відомими і майже не освітлені у навчальній літературі. Саме тому вони розглядаються у даному посібнику.

2 Симетрія і антисиметрія у природі

Сучасна фізика вважає, що в пізнанні навколишнього світу є три ступені знання: *рівень явищ або подій, законів природи і, нарешті, принципів симетрії*. Підіймаючись цими сходами, вдається все глибше і глибше пізнавати закони буття. Найбільш елементарним є рівень явищ. До нього належить все, що відбувається у світі: рух будь-яких тіл, зіткнення частинок, поглинання і випромінювання світла та багато інших природних процесів. З першого погляду здається, що між ними немає нічого спільного. Проте при більш уважному розгляді можна встановити, що між явищами є певні стійкі взаємозв'язки, що повторюються, – об'єктивні закономірності. Людство ж пізнає закони природи – відображення цих закономірностей у нашій свідомості. *Закони природи завжди мають об'єктивний характер і відображають реальні процеси, що пов'язують явища навколишнього світу* [2-3].

В принципі, якби фізики мали у своєму розпорядженні повну інформацію про всі явища і події у світі, то знання законів не було б потрібно. З іншої боку, якби були відомі всі закони або один загальний закон природи, до чого весь час прагнуть фізики, то властивості *інваріантності* (незмінності при деяких перетвореннях) цих законів не давали б ніякої нової інформації. Але, на жаль, навіть більшість законів природи фізикам невідома, тому вони шукають закономірності (*симетрію*) у самих законах природи. Пізнання властивостей симетрії, як писав Е. Вігнер, “полягає в наділюванні структурою законів природи або встановленні між ними внутрішніх зв'язків, так само, як закони встановлюють структуру або взаємозв'язок у світі явищ” [16]. Таким чином, якщо закони керують явищами, то принципи симетрії – це закони фізичних законів.

Виявлення різних симетрій у природі, а іноді і постулювання їх стало одним із методів теоретичного дослідження мікро-, макро- і мегасвітів. *Закони природи дозволяють передбачати явища, а принципи симетрії – відкривати закони природи.* Наприклад, рівняння Максвелла в електродинаміці отримані шляхом встановлення симетрії між електричними і магнітними явищами. Максвелл виходив з переконання, що взаємодії електричного і магнітного полів повинні бути симетричними, і тому ввів у свої рівняння додатковий доданок (що описує струм зміщення), який цю обставину враховує. В результаті впевненість у симетрії законів природи привела його до висновку про існування електромагнітних хвиль. Можна сказати, що й ідеї А. Ейнштейна, які привели його до створення теорії відносності, спиралися на упевненість у глибокій симетрії природи, яка повинна одночасно охоплювати механічні, електромагнітні та всі інші явища [15]. Принципи симетрії зіграли також вирішальну роль при побудові теорії суб'ядерних частинок, що дозволила створити їх сучасну класифікацію. *Встановлення прихованих симетрій у природі дозволяє об'єднати розрізнені знання у єдину теорію та побудувати цілісну картину світу.* Математичним апаратом, який дозволяє це зробити, є теорія груп (симетрії) [16-17].

Таким чином, усі фізичні закони і явища природи підпорядковуються певним законам симетрії. Сьогодні відомо

декілька симетрій фізичних законів [3, 15, 17]:

1 Фізичні закони незмінні, інакше кажучи, *інваріантні* відносно перенесення (*трансляції*) у просторі, що обумовлене однорідністю останнього.

2 Фізичні закони інваріантні відносно до поворотів у просторі. Ця властивість пов'язана з *ізотропією простору*.

3 Симетрія фізичних законів визначається і однорідністю часу, вони *інваріантні відносно до перенесень у часі*.

4 Принцип відносності законів природи – це також симетрія відносно до переходу з однієї інерціальної системи відліку в іншу. Ця симетрія встановлює *рівнозначність усіх інерціальних систем відліку*.

5 Перебіг фізичних явищ не змінюється при перестановці двох ідеально однакових частинок (наприклад, електронів або протонів) – це так звана *перестановна симетрія*.

6 Ще один вид симетрії фізичних законів – *інваріантність відносно до віддзеркалення*. Це означає, що дві фізичні установки, одна з яких побудована як дзеркальне відображення іншої, функціонуватимуть однаково.

Таким чином, у найбільш широкому значенні *симетрія - це інваріантність явища чи об'єкта відносно деяких його перетворень*.

Існує глибокий зв'язок між симетрією і законами збереження у природі. На початку ХХ ст. Е. Нетер сформулювала теорему, згідно з якою, *якщо властивості системи не змінюються від якогось перетворення, то цьому відповідає деякий закон збереження* (теорема Нетер) [3, 15]. Оскільки незалежність властивостей від перетворення означає наявність в системі симетрії відносно даного перетворення, теорема Нетер може бути сформульована по-іншому. *Наявність в системі симетрії обумовлює існування для неї фізичної величини, що зберігається*. Наприклад, *закон збереження імпульсу є наслідком однорідності простору, а закон збереження енергії – наслідком однорідності часу*.

Як ми бачимо, *симетрія завжди пов'язана із збереженням* і виділяє в навколишньому світі різні інваріанти (незмінні величини) – якісь своєрідні “опорні точки” Всесвіту. Можна сказати, що симетрія створює порядок у нашому світі. В

оточуючому нас Всесвіті “все тече, все змінюється”, він наповнений взаємодіями і перетвореннями, всюди присутня випадковість і невизначеність. Але при цьому закони світу мають симетрію: енергія та імпульс зберігаються, за осінню йде зима, а потім весна, літо. Симетрія виділяє загальне як в об'єктах, так і в явищах, підкреслюючи, що, незважаючи на те, що світ різноманітний, у той самий час він і єдиний, оскільки в різноманітних явищах природи наявні елементи спільності.

Добре відомо, що закони класичної фізики перестають працювати у мікросвіті, замість них використовуються закони квантової механіки. Те саме відбувається при збільшенні швидкості руху системи та наближенні її до швидкості світла, тут працює релятивістська теорія [15]. Все це - вже прояв асиметрії законів природи.

Симетрія і асиметрія – дві полярні протилежності об'єктивного світу. На різних рівнях розвитку матерії наявні то симетрія – відносний порядок, то асиметрія – тенденції порушення спокою, початок руху, розвитку. Асиметрія наявна вже на рівні елементарних частинок і виявляється в абсолютному переважанні в нашому Всесвіті частинок над античастинками. Розвиток Всесвіту з моменту його зародження має вигляд безперервної послідовності порушення симетрії. У момент свого виникнення в результаті так званого *Великого Вибуху* Всесвіт був симетричний і однорідний. У міру охолодження в ньому порушувалися одна симетрія за іншою, що створило можливості для виникнення і існування все більшої і більшої різноманітності структур. Феномен життя теж природно вписується у цю картину. Життя та розум – це ще один різновид порушення симетрії [2-3].

Симетрія і асиметрія складають єдність, вони взаємозв'язані одна з однією, як два боки однієї медалі. Неможливо уявити повністю симетричний світ, так само, як і не можна помислити про світ, взагалі позбавлений симетрії. Симетрія є основою речей і явищ, виражаючи щось загальне, властиве різним об'єктам, тоді як *асиметрія пов'язана з індивідуальним втіленням цього загального у конкретному об'єкті чи явищі.*

Принципи симетрії лежать в основі теорії відносності, квантової механіки, фізики твердого тіла, атомної і ядерної

фізики, фізики елементарних частинок та ін. Розроблений також метод розв'язку задач з міркувань симетрії.

Принципи симетрії виражають найбільш загальні властивості природи, вони мають більш фундаментальний характер, ніж закони руху. Тому перевірка принципів симетрії завжди цікавила фізиків, а пошук нових симетрій складає одну з найбільш важливих задач фізики взагалі [16-17]. Пошук нових властивостей симетрії – це разом з тим пошук нових законів збереження у природі.

Однією з чудових симетрій природи є її самоподібність, або так звана *масштабна інваріантність (скейлінг)*. Цю незвичайну симетрію, відкрити досить недавно, розглянемо у наступному розділі.

3 Фрактальний світ [18-23]

При побудові моделей, що описують навколишній світ, люди звикли використовувати такі відомі геометричні поняття, як лінія, круг, квадрат, сфера, куб та ін. Однак виявилось, що ці прості образи не завжди адекватно описують природні об'єкти. Геометрія Евкліда, наприклад, не здатна описати форму хмар, гір, дерев, узбережжя моря та ін. Справа у тому, що хмари – це не зовсім сфери, гори – не зовсім конуси, а дерева не проста сукупність відрізків. Світ влаштований за дещо іншими законами, в природних структурах, як правило, кількість різних масштабів нескінченна. Між тим зовсім недавно математики розробили математичні поняття, які дозволяють описати навіть такі складні природні об'єкти. Це дозволяє зробити так звана *фрактальна геометрія*, центральним поняттям якої є поняття “*фрактал*”.

Термін фрактал ("*frangere*" - ламаний об'єкт з дробовою розмірністю) був запропонований Бенуа Мандельбротом в 1975 році для позначення нерегулярних, але самоподібних структур, якими він займався. Виникнення фрактальної геометрії прийнято пов'язувати з виходом у 1977 році книги Мандельброта «*Fractal Geometry Nature*» [18]. В його роботі використані наукові результати інших учених, що працювали у період 1875-1925 років в тій самій сфері (Пуанкаре, Фату, Жюліа, Кантор, Хаусдорф).

Існує безліч різних визначень фрактала. Перш за все, *математичне поняття фрактала виділяє об'єкти, що мають структури різних масштабів, які відображають ієрархічний принцип їх організації.* Фрактали володіють властивістю самоподібності: *їх вигляд істотно не змінюється при розгляді з різним збільшенням, тобто фрактал має практично однаковий вигляд, в якому б масштабі його не спостерігали.* Іншими словами, *фрактал складається з однотипних елементів різних розмірів і, по суті, є візерунком, що повторюється при зміні масштабів.* Малий фрагмент такого об'єкта подібний до іншого, більш великого фрагмента або навіть до структури у цілому. Тому говорять, що *фрактал є структурою, що складається з частин, які подібні до цілого.*

Фрактали поділяють на *геометричні та алгебраїчні.* Геометричні фрактали є найбільш наглядними. В двовимірному випадку їх одержують за допомогою деякої ламаної лінії, в тривимірному - поверхні, що називаються *генератором.* За один крок алгоритму кожний з відрізків, що складають ламану, замінюється на ламану-генератор у відповідному масштабі. В результаті нескінченного повторення цієї процедури одержують геометричний фрактал.

Типовим прикладом геометричного фрактала є так звана *крива Коха* (рис. 1). Вона будується так. Початковий відрізок одиничної довжини (генератор) ділиться на три однакові частини. Потім виконуються побудови, зображені на рис. 1. У результаті в першому поколінні ($n = 1$) одержуємо ламану криву, що складається з чотирьох ланок завдовжки $1/3$ початкової кожна. Довжина всієї кривої в цьому поколінні складає $L(1/3) = 4/3$. Наступне покоління ($n = 2$) одержуємо шляхом тієї самої операції над кожною прямолінійною ланкою першого покоління. Тоді одержуємо криву, що складається з $N = 4^2 = 16$ ланок завдовжки $\delta = 3^{-2} = 1/9$ кожна. Вся довжина відрізка дорівнює $L(1/9) = (4/3)^2 = 16/9$. Продовжуючи цю процедуру далі, одержимо, що на n -му кроці довжина прямолінійної ланки складає $\delta = 3^{-n}$. Крива n -го покоління при будь-якому скінченному n називається *передфракталом.* Якщо n *спрямувати до нескінченності, крива Коха стає фрактальним об'єктом.*

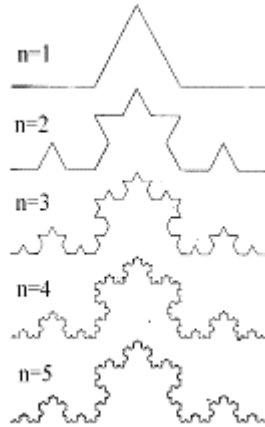


Рисунок 1 – Побудова тріадної кривої Коха (розглянуті перші п'ять поколінь). Ця крива може бути використана для моделювання берегової лінії

Для одержання іншого фрактального об'єкта потрібно дещо змінити правила побудови. Нехай утворюючим елементом будуть два однакових відрізки, з'єднаних під прямим кутом. У нульовому поколінні замінимо одиничний відрізок на цей утворюючий елемент так, щоб кут був зверху. Можна сказати, що при такій заміні відбувається зміщення середини ланки відрізка. При побудові наступних поколінь виконується правило: найперша ліворуч ланка замінюється на утворюючий елемент так, щоб середина ланки зміщувалася вліво від напрямку руху, а при заміні наступних ланок напрямки зсуву середин відрізків повинні чергуватися. На рис.2 зображені декілька перших поколінь і 11-те покоління кривої, побудованої за вищеописаним принципом. Відповідна гранична фрактальна крива (при $n \rightarrow \infty$) називається "драконом" Хартера-Хейтуея.

Можна побудувати фрактальні множини, утворюючий елемент яких має не одну, а декілька розмірностей (рис.3).

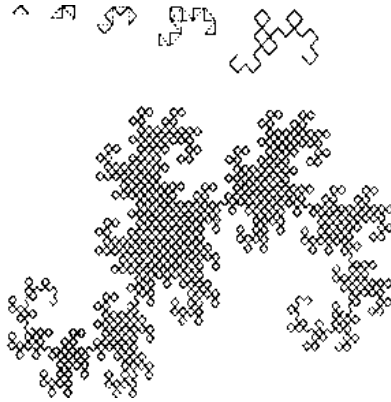


Рисунок 2 – Побудова "дракона" Хартера-Хейтуея

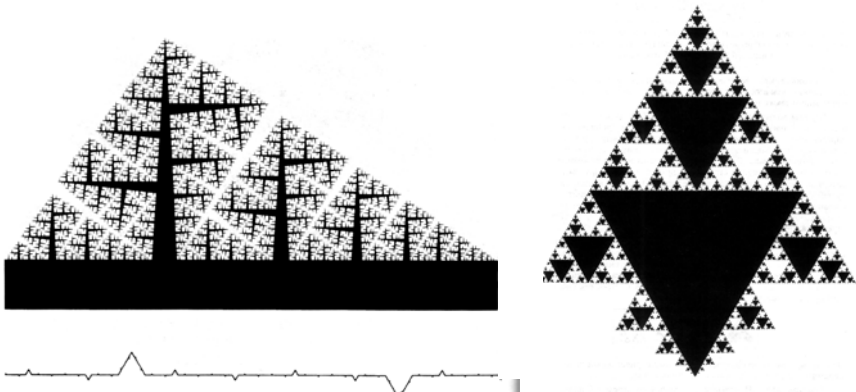


Рисунок 3 – Двовимірні геометричні фрактали

Як ми бачимо, змінюючи генератор та правила побудови можна одержати велике різноманіття фрактальних множин.

Головна *особливість фракталів* полягає у тому, що вони мають *дробову розмірність*. Це є наслідком масштабної інваріантності. З математичної точки зору геометричні об'єкти, у тому числі і фрактали, можна розглядати як множину точок, вкладених у простір. Наприклад, множина точок, що створюють лінію у евклідовому просторі, має розмірність $D = 1$, а безліч точок, що створюють поверхню у тривимірному просторі, має розмірність $D = 2$. Відповідно об'ємне тіло має розмірність $D = 3$.

Характерна особливість цих геометричних об'єктів полягає у тому, що довжина лінії, площа поверхні або об'єм тіла пропорційні відповідно лінійному масштабу у першому, другому або третьому ступені, тобто їх розмірність дорівнює розмірності простору, в який вони вкладені. Проте для фракталів це не так, *їх розмірність може виражатися дробовим числом* $1 < D_f < 3$, де D_f – фрактальна розмірність.

Для прикладу визначимо фрактальну розмірність кривої Коха. Кількість поколінь цієї кривої можна подати у вигляді $n = \ln(\delta) / \ln(3)$, а довжину всієї ламаної – як $L(\delta) = (4/3)^n = \exp(\ln \delta (\ln 4 - \ln 3)) = \delta^{1-D_f}$. Тоді кількість сегментів – $N(\delta) = 4^n = 4^{-\ln \delta / \ln 3}$ і цей вираз може бути представлений так: $N(\delta) = \delta^{-D_f}$. Виявляється, що *крива Коха є фракталом з фрактальною розмірністю* $D_f = \ln 4 / \ln 3 = 1,2628$.

Розглянуті вище об'єкти називають *математичними фракталами*, вони на відміну від природних або фізичних фракталів *мають ідеальну самоподібність*.

Різні фрактальні множини (так звані *алгебраїчні фрактали*) можна одержувати і за допомогою простих *ітераційних перетворень* (див. нижче), наприклад, типу $x \rightarrow x^2 + c$, де x – комплексна змінна; c – деяке комплексне число. Коли подібний розрахунок виконується з різними початковими значеннями x , в деяких випадках результат у ході ітераційного процесу буде збільшуватися до нескінченності, у той час як у інших може залишатися скінченним. Відповідно набір усіх значень x , чи точок на комплексній площині (у координатах x , c), які при ітерації обмежені деякою границею, тобто є скінченними, одержав назву *множини Жуліа*.

Для того щоб визначити тип множини Жуліа для деякої константи c , ітерацію необхідно кожен раз виконувати для декількох тисяч точок, поки не з'ясується, продовжують одержані значення збільшуватися до нескінченності чи залишаються скінченними. Якщо точки комплексної площини, при яких результат є кінцевим, позначати чорним кольором, а ті, при яких він необмежено збільшується, білим, виникне складна чорна фігура на білому фоні.

Для кожної константи c можна отримати різні множини Жуліа, тому число цих множин необмежене. Відображаючи їх на площині або в тривимірному просторі, одержують дуже красиві зображення, що нагадують реальні природні структури (рис.4).

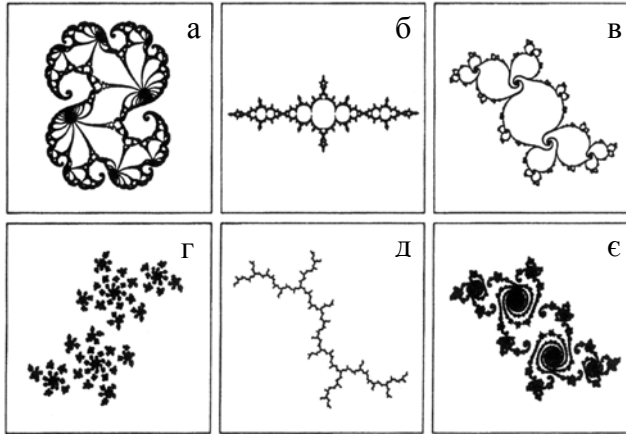


Рисунок 4 – Різноманіття фрактальних множин Жуліа

Деякі з множин Жуліа являють собою окремі, зв'язані між собою частини (рис.4 а, б, в, д); інші розпадаються на декілька ізольованих фігур (рис.4 е), а треті виглядають як система дрібних, дуже своєрідних за формою уламків (рис.4 г). Всі множини характеризуються криволінійними, порізнаними контурами, що є характерним для фракталів. Одночасно більшість з них неможливо описати мовою класичної геометрії.

Багатство і різноманітність форм множин Жуліа просто вражають. Проте справжні чудеса починаються, коли почати збільшувати розміри контуру будь-якої частини множини. Як і у випадку з хмарою або береговою лінією, при цьому виникає фантастичне багатство нових форм на всіх рівнях діапазону дослідження. Із збільшенням ступеня розрізнення (тобто при збільшенні кількості знаків після коми, що враховуються при обчисленні числа x) з'являється все більше і більше деталей контуру фрактала. В результаті спостерігається необмежена послідовність нових форм усередині старих форм - схожих, але ніколи не ідентичних одна до одної.

У кінці 70-х років Мандельбро, зробив спробу класифікувати нескінченне різноманіття множин Жуліа. У результаті він відкрив дуже простий спосіб побудови єдиного зображення на комплексній площині, яке може бути своєрідним каталогом усіх можливих множин Жуліа. Це зображення, з того часу стало основним візуальним символом математики складних природних систем, і називається *множиною Мандельбро* (рис. 5 а). Вперше зображення множини Мандельбро з'явилося на обкладинці журналу «*Scientific American*» в серпні 1985 року [18].

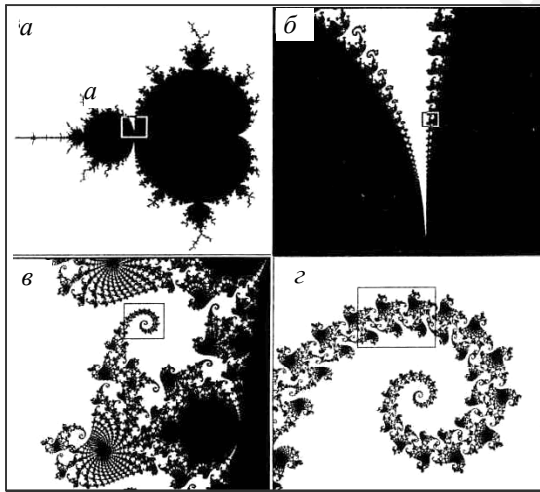


Рисунок 5 – Множина Мандельбро (а) і юліанські ряди, що спостерігаються при збільшенні масштабу зображення (б-г)

Множина Мандельбро - це сукупність точок на комплексній площині з такими константами c для яких відповідні множини Жуліа являють собою єдині зв'язані області. Щоб побудувати множину Мандельбро, необхідно побудувати множини Жуліа для кожної точки на комплексній площині з різним значеннями c і визначити, чи є ця конкретна множина зв'язаною або роз'єднаною. Наприклад, серед множин Жуліа, зображених на рис. 4, три фігури у верхньому ряду (а, б, в) і одна в центрі нижнього ряду (д) - зв'язані (тобто кожна з них є єдиним утворенням), тоді як крайні фігури у нижньому ряду (г, є) роз'єднані (тобто складаються з декількох окремих областей).

Генерація множин Жуліа для декількох тисяч значень c , кожна з яких складається з тисяч точок, що вимагають багаторазових ітерацій, є нездійсненною задачею. Проте існує могутня теорема, сформульована самим Жуліа, яка значно скорочує кількість необхідних кроків процедури. Щоб з'ясувати, чи є конкретна множина Жуліа зв'язаною чи роз'єднаною, слід просто провести ітерацію для початкової точки $x = 0$. Якщо після декількох ітерацій значення в цій точці залишається скінченим, тобто має деяку кінцеву межу, то *множина Жуліа буде зв'язаною*; якщо ж це значення наближається до нескінченності, *множина завжди буде роз'єднаною*. Тому щоб побудувати множину Мандельбро, необхідно виконати ітерацію лише в одній точці $x = 0$ для кожного значення c . Іншими словами, *для побудови множини Мандельбро потрібна така ж кількість операцій, як і для множини Жуліа!*

В той час як існує нескінченна кількість множин Жуліа, *множина Мандельбро єдина*. Ця дивовижна фігура є найскладнішим математичним об'єктом із всіх коли-небудь винайдених людством. І хоча правила її побудови дуже прості, різноманіття і складність, яку вона проявляє при ближчому розгляді, просто неймовірні.

Коли множина Мандельбро будується на фіксованій координатній сітці, наприклад, на екрані комп'ютера з'являються два диски: менший з них має майже круглу форму, більший віддалено нагадує контури серця (рис. 5 а). На кожному з двох дисків виділяється декілька невеликих дископодібних наростів, розміщених на їх границях. Подальше підвищення розрізнення (тобто підвищенням роздільної здатності обчислень) виявляє велику кількість все більш дрібних наростів, що нагадують колючі шипи (рис. 5 б). Починаючи з цього моменту, багатство форм, що виявляються розширенням меж множини, майже не піддається опису. У міру того, як масштаб спостереження зростає і зображення границі множини збільшується, здається, що проростають паростки і вусики, які, після чергового збільшення, розчиняються у величезній кількості нових форм – логарифмічних спіралей усередині інших спіралей, морських коників і водовертей, що знову і знову повторюють одні і ті ж форми (рис 5 в, г). Ці різноманітні фігури одержали назву

юліанських рядів.

На кожному кроці “занурення” у глибини множини Мандельбро (потужності сьгоднішніх комп'ютерів забезпечують збільшення у 10^8 разів) нас чекають нові відкриття: ми знову і знову знаходимо найдрібніші копії всієї множини Мандельбро, глибоко заховані в структурі її границі.

Множину Мандельбро можна розглядати як склад, резервуар різноманітних природних форм з їх нескінченними деталями і варіаціями. Точно кажучи, вона не є самоподібною, оскільки не тільки знову і знову повторює одні і ті ж структури, включаючи маленькі копії всієї множини, але і містить, окрім цього, елементи з нескінченного набору множин Жуліа! Таким чином - це *надфрактал незбагненої складності*. Разом з тим ця структура, що перевершує своєю складністю всі межі людської уяви, будується на основі декількох дуже простих правил. *Іншими словами, фрактальна геометрія, змусила вчених переглянути саме поняття складності*. В класичній математиці прості формули відповідають простим формам, складні формули - складним формам. В новій математиці складних природних систем ситуація принципово інша. *Прості рівняння можуть генерувати дуже складні дивні атрактори (див. стор. 58), а прості правила ітерації породжують структури складніші, ніж ми можемо навіть собі уявити*.

Це дуже оптимістичний результат, тому що людство *весь час робить спроби знайти прості закони в оточуючому нас, на перший погляд, складному Всесвіті*. Воно завжди *спрямовує свої зусилля на пошук простих пояснень для складної реальності і відкриття нової математики ще один крок на цьому шляху*.

Завдяки зусиллям вчених з'ясувалося, що велика кількість природних об'єктів може бути описана фрактальною математикою. *Але для фізичних фракталів (реально існуючі об'єкти) самоподібність або масштабна інваріантність виконується приблизно (або, як кажуть, у середньому)*. Типовим фрактальним об'єктом, що часто спостерігається в природі, є берегова лінія. На рис.6 як приклад показана південна частина узбережжя Норвегії, яке має вигляд дуже порізаної кривої лінії.



Рисунок 6 – Узбережжя південної частини Норвегії

Можна показати, що виміряти довжину такої лінії, використовуючи звичайні способи евклідової геометрії, неможливо. Але для цього добре підходить фрактальна геометрія. Виявилось, що довжина берегової лінії описується формулою $L(\delta) = a \delta^{1-D_f}$, де δ – масштаб, що використовується для вимірювання (наприклад, деякий розхил циркуля); a – кількість одиниць масштабу. Для побережжя Норвегії $D_f = 1,52$, для берегової лінії Великобританії – $D_f = 1,3$ і т. ін., як ми бачимо, фрактальна розмірність цих об'єктів є дробовою величиною.

В природі фрактальні структури спостерігаються дуже часто. Це контури хмар, блискавки, траєкторії броунівських частинок, дим, дерева, берегова лінія і русла річок, тріщини в матеріалах, бронхи легенів, пористі губки, поверхні порошоків, артерії і багато інших структур, які не мають, на перший погляд, закономірностей в своїй будові. Але відсутність порядку в них – ілюзія, яка виникає при першому ознайомленні. Введення поняття фрактала і фрактальної геометрії дозволяє виділити раніше приховані закономірності в будові і властивостях різноманітних природних об'єктів, класифікувати та досліджувати їх. Як висловився Ф.Дайсон „...патологічні структури, які були винайдені математиками, що бажали відірватися від властивого XIX століттю натуралізму, виявилися основою множини добре знайомих об'єктів, що оточуєть нас всюди».

Таким чином, виявилось, що фрактальний світ добре відображає реальний, тому часто говорять, що *книга природи написана мовою фракталів*. Така дивна схожість реального і фрактального світів обумовлена, перш за все, тим, що *властивості фізичного світу змінюються повільно із зміною масштабів*. У піску на березі багато властивостей, загальних із властивостями гальки, гори мають багато спільного з каменями, що їх складають, маленький струмочок багато в чому схожий на велику річку і т. ін. Саме така *незмінність відносно масштабу* – характерна риса фракталів.

При класифікації фракталів їх прийнято поділяти на *детерміновані* (геометричні та алгебраїчні) і *недетерміновані* (стохастичні). Алгебраїчні фрактали є найбільш великою групою фракталів. Одержують їх, як ми бачили, за допомогою нелінійних процесів (ітерацій) у n -вимірних просторах. Найбільш вивчені двовимірні процеси.

Стохастичні фрактали одержують у тому випадку, якщо в ітераційному процесі випадковим чином змінювати які-небудь його параметри. При цьому виникають об'єкти, дуже схожі на реальні: несиметричні дерева, порізані берегові лінії, поверхні порошоків. У зв'язку з цим двовимірні стохастичні фрактали дуже часто використовуються при моделюванні різних природних об'єктів: рельєфу місцевості, поверхні моря і таке інше (див. рис. 7).

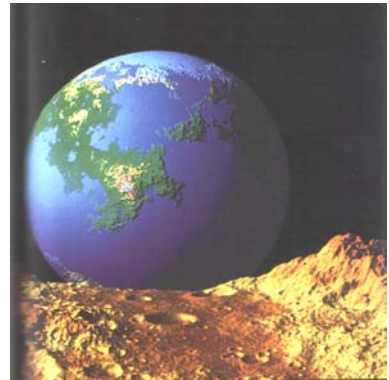
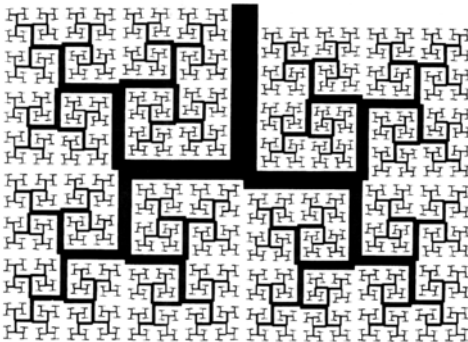


Рисунок 7 – Використання стохастичних фракталів для моделювання природних об'єктів

Цікаво відзначити, що фрактальна математика сьогодні знайшла дуже широке застосування, вона може бути використана для аналізу хаотичних процесів у природі, змін цін і заробітної плати, статистики помилок на телефонних станціях і навіть опису Всесвіту у цілому. Фрактальні розв'язки виникають в задачах нелінійної динаміки, гідродинаміки, статистичної механіки, теорії фазових переходів, теорії полімерів та ін.

4 Нелінійна динаміка

4.1 Динамічні і статистичні теорії

Усі існуючі сьогодні фундаментальні фізичні теорії можна розділити на дві групи – *динамічні* і *статистичні* (*стохастичні*) [15]. В динамічних теоріях величини підпорядковуються однозначним закономірностям; статистичні теорії ґрунтуються на законах ймовірності. До динамічних теорій належать: класична механіка, механіка суцільних середовищ, феноменологічна термодинаміка, класична електродинаміка, спеціальна і загальна теорії відносності та ін. Прикладами статистичних теорій є статистична механіка, мікроскопічна електродинаміка, всі квантові теорії.

Основу будь-якої фізичної теорії складають три елементи: *сукупність фізичних величин*, за допомогою яких описуються об'єкти або явища даної теорії (наприклад, в механіці Ньютона – це координати, імпульс, енергія, сила); поняття *стану і рівняння руху*, які описують еволюцію стану даної системи. *Динамічні системи є детерміністичними*. Принцип детермінізму має особливо простий вигляд в класичній механіці, яка вчить, що за початковими даними можна повністю описати рух (поведінку або, як говорять фізики, стан) механічної системи в будь-який момент часу. Такий механічний детермінізм називають *лапласівським* (за ім'ям фізика та математика П.С.Лапласа, який сформулював ці ідеї) [3,6].

Поняття про статистичні закономірності вперше було введено у фізику в 1859 р. Максвеллом (на рис. 8 наведений графік функції Максвелла). Для опису систем, що складаються з великої кількості частинок (газу), він ввів у фізику поняття ймовірності, яке використовується в математиці для аналізу випадкових процесів.

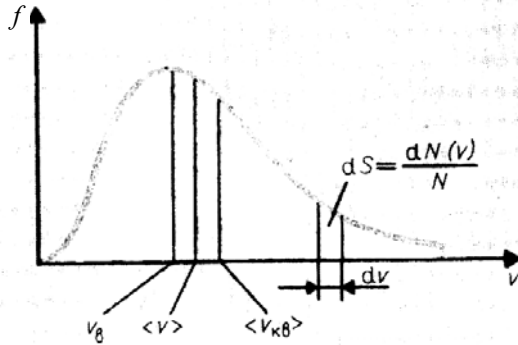


Рисунок 8 – Функція Максвела f , що характеризує розподіл N молекул ідеального газу за швидкостями v

Численні досліди показали, що принципово неможливо не тільки простежити за зміною імпульсу або положенням однієї молекули газу протягом достатньо великого інтервалу часу, але й точно визначити імпульси і координати всіх його молекул в даний момент, оскільки їх кількість дуже велика. Тому ці величини слід розглядати як випадкові, що в даних макроскопічних умовах набувають різних значень, і описувати їх за допомогою поняття ймовірності. Використання статистичних підходів у цьому випадку обумовлено незнанням нами деталей перебігу процесу [15].

Статистичні теорії відрізняються від динамічних, перш за все, поняттям стану системи. На відміну від динамічних в статичних теоріях поведінка системи описується не значеннями фізичних величин, а законами їх розподілу (статистичним розподілом ймовірності). Цей розподіл визначає ймовірність того, що дані величини набувають тих або інших значень у визначеному інтервалі. Самі ж величини є випадковими, тобто не мають певних значень у заданих умовах. *Статистичний розподіл підпорядковується певним рівнянням руху*, які описують його еволюцію і дозволяють однозначно визначити середні значення відповідних фізичних величин у будь-який момент часу. Знаходження середніх значень фізичних величин – це основна задача всіх статистичних теорій [15].

Таким чином, вчені розробили два різних математичних інструменти для моделювання природних явищ – точний (детерміністські рівняння руху) для простих систем і рівняння термодинаміки, що базуються на статистичному аналізі усереднених величин для складних систем. Хоча вищезазначені підходи до опису явищ природи є різними, у них існує спільна риса: як математичний апарат вони використовують лінійні диференціальні рівняння. При цьому якщо явище описується більш складними рівняннями, вчені, як правило, проводять лінеаризацію одержаних співвідношень [12].

4.2 Динамічний хаос

Тривалий час вважалося, що прості системи, які описуються динамічними теоріями, повинні поводитися однозначно і детерміновано, тобто повністю передбачено. В результаті при розгляді таких систем немає необхідності звертатися до поняття ймовірності. Проте виявилось, що так буває не завжди. Вже відзначалося, що в класичній механіці можливо однозначне визначення майбутнього стану системи за її початковими даними: положенням у просторі та швидкістю. Точно кажучи, це є лише абстракція, ідеалізація, *реально здійснення ідеального класичного детермінізму практично неможливе*. Дійсно, по-перше, *початкові умови не можуть бути визначені абсолютно точно*, по-друге, *в процесі руху на систему діють випадкові сили*, які, як правило, не враховуються (або про них нічого не відомо). Навіть якщо ці сили малі, то їх *ефект може виявитися значним після достатньо великого часу дії*. По-третє, *неможливо гарантувати, що в процесі руху система залишатиметься ізольованою*. Тому для опису системи необхідно задавати умови на межі тієї області, усередині якої вона рухається [24-25].

Перелічені обставини, звичайно, *ігноруються* (або замовчуються) при викладанні класичної механіки у курсі загальної фізики [15]. Проте, як показує аналіз, вони істотно впливають на прогнози, що впливають із законів класичної механіки. З'ясувалося, що вплив навіть малих випадкових факторів у загальному вигляді не може бути ігнорований, оскільки з часом він нагромаджується. В результаті *прогноз поведінки системи після деякого кінцевого часу стає абсолютно*

беззмiстовним.

Вперше до цього висновку дійшов А. Пуанкаре на початку ХХ ст., коли показав, що в певних механічних системах, еволюція яких у часі описується відомими рівняннями, може виникати хаотичний рух. Висновки були такими незвичними, що науковий світ спочатку ці ідеї не сприйняв, вважаючи їх курйозом [12].

У 1963 р. метеоролог Е. Лоренц [26] показав, що навіть розв'язок достатньо простої системи, яка складається з трьох нелінійних рівнянь першого порядку ($\dot{x} = -\sigma(x - y)$, $\dot{y} = -xz + rx - y$, $\dot{z} = xy - bz$, де σ, b, r - деякі сталі), взагалі кажучи, виявляється випадковим. Це означає, що рух, який передбачається класичною механікою, вешті-решт виявляється нестійким відносно малих змін початкових умов або в результаті дії випадкових сил. Які б малі не були ці дії, завжди можна знайти такий час, при якому їх ефект виявляється превалюючим. У результаті для кожної механічної системи існує визначений критичний час (горизонт прогнозу), починаючи з якого неможливо точно передбачити її поведінку. Ця нестабільність руху відносно малих випадковостей повністю руйнує ілюзію про можливість однозначного прогнозу майбутнього системи за її початковими даними без того, щоб надалі не вносити корективи в опис системи.

Таким чином, з'ясувалося, що ймовірність виявляє себе навіть там, де безсумнівно вважалося, що царюють однозначні причинно-наслідкові зв'язки. Випадковість виявляється, наприклад, у поведінці динамічних систем, що описуються в рамках класичної механіки і гідродинаміки. Отже, хаотична, випадкова поведінка можлива навіть в дуже простих динамічних системах. Дане явище отримало назву динамічного, або детермінованого хаосу [12, 24, 25]. Його відкриття відносять до найвидатніших успіхів сучасної науки.

Під динамічним хаосом розуміють нерегулярну, або хаотичну поведінку простої системи, що підпорядковується регулярним, не випадковим динамічним законам. Або коротко – це народження випадкового з не випадкового. Для спостереження даного явища система обов'язково повинна бути нелінійною, тобто описуватися нелінійними рівняннями. Це, як вже

відзначалося, призводить до того, що стає неможливим передбачати поведінку таких систем на великих проміжках часу. Свого часу це викликало потрясіння серед фізиків, схоже з тим, що відбулося після відкриття квантової механіки. Вивчає такі процеси наука, яка має назву *нелінійна динаміка*.

Сьогодні відомо, що більшість рівнянь класичної механіки призводить до хаосу, або, як говорять, *ці рівняння не інтегруються*. Тому у більшості випадків єдиним методом їх розв'язку є числові методи. Навіть у відомій задачі трьох тіл, що взаємодіють, можуть з'являтися складні хаотичні рухи [24-25]. Звідси виникає питання і про стійкість, наприклад, Сонячної системи та й будь-якої планетної системи взагалі.

На сьогодні відкрито декілька шляхів переходу до хаосу. Зокрема, *виникнення динамічного хаосу пов'язують із нестійкістю руху системи відносно до початкових умов*. Таку чутливість іноді називають ефектом "метелика". Саме ця нестійкість детерміністичну динаміку перетворює у випадкову. *Відповідна динамічна система виявляється, по суті справи, системою статистичною* [12].

Вченими сьогодні досліджена достатньо велика кількість систем, в яких має місце подібний ефект: саме так поводить себе рідина поблизу порогу виникнення турбулентності; він виникає в лазерах і нелінійній оптиці, хімічних реакціях і біологічних моделях популяцій та ін. Усі ці системи виявляються нестійкими і тому статистичними, незважаючи на те, що їх поведінка в часі детермінована, тобто описується відомими диференціальними рівняннями, які визначають їх майбутнє, виходячи з початкових умов. Саме тому, наприклад, при виведенні космічних апаратів на задану орбіту доводиться регулярно здійснювати корекцію їх руху, щоб запобігти випадковим відхиленням від розрахункової траєкторії. З цим же пов'язана і неможливість довгострокового прогнозу погоди (щоправда тут все значно складніше).

Зараз встановлено, що явища, які описуються нелінійними рівняннями в природі, відбуваються дуже часто. За висловом британського математика Я. Стюарта, природа виявилася *"безжалісно нелінійною"* [12]. Фізично *нелінійність проявляється у реалізації у цілому ряді явищ петель позитивного зворотного зв'язку* (див. нижче). У цьому випадку *хаотична поведінка*

системи виникає не завдяки зовнішнім джерелам шуму, не через нескінченну кількість ступенів вільності або невизначеність, пов'язану з квантовою механікою, а через внутрішні властивості самої системи.

Фізики довго вважали, що через майже однакові причини можуть бути майже однакові наслідки (*принцип Адамара*) [27], причому як в природі, так і в добре спланованому експерименті. Як правило, так і відбувається насправді, особливо на коротких часових інтервалах. Але це виявляється не завжди вірним для великих проміжків часу, навіть у разі типового перебігу природних процесів – *майже одна і та сама причина може приводити до абсолютно різних наслідків*. Іншими словами, навіть *найменші відхилення на початку руху можуть привести через певний час до гігантських відмінностей у його кінці*, тобто через надзвичайно малі причини викликають через деякий час величезні наслідки. Для природних процесів це типове явище.

4.3 Основні поняття нелінійної динаміки [24-25]

Для пояснення основних ідей та понять, що використовуються нелінійною динамікою, розглянемо ряд простих моделей, добре відомих з курсу загальної фізики.

За одну з них виберемо математичний маятник без тертя. Добре відомо, що *математичним маятником* називається точкова маса m , що підвішена до жорсткого невагомого стрижня довжиною l (рис. 9). Така система у полі тяжіння з прискоренням g може здійснювати *вільні коливання* навколо точок R або R' . Одна з цих точок відповідає стану стійкої рівноваги маятника, інша – нестійкої.

При відхиленні маятника від положення стійкої рівноваги виникає обертальний момент $M = mgl \sin \theta$, який повертає його у вихідний стан. Записавши основне рівняння динаміки обертального руху для маятника $M = I\varepsilon$, де ε - кутове прискорення, і врахувавши, що його момент інерції дорівнює $I = ml^2$, легко одержимо таке співвідношення:

$$ml^2 \frac{d^2\theta}{dt^2} = -mgl \sin \theta. \quad (1)$$

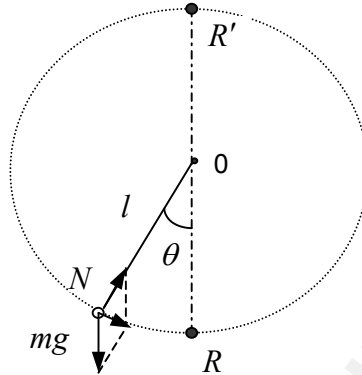


Рисунок 9 – Математичний маятник, що здійснює вільні коливання

Останнє рівняння можна звести до вигляду, добре відомого з курсу загальної фізики.

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{g}{l} \sin\theta = 0. \quad (2)$$

Це рівняння є нелінійним диференціальним рівнянням другого порядку, але при малих кутах θ , коли $\sin\theta \approx \theta$, воно стає лінійним і легко піддається інтегруванню. Його розв'язком є рівняння звичайних *гармонічних коливань*

$$\theta = \theta_0 \cos(\omega t + \varphi), \quad (3)$$

де $\omega = \sqrt{\frac{g}{l}}$ – циклічна частота; φ – початкова фаза.

Таким чином, вільний рух маятника поблизу положення стійкої рівноваги має характер гармонічних коливань. Рівняння (3) дозволяє знайти положення, швидкість та прискорення (шляхом диференціювання за часом) маятника у будь-який момент часу, а отже, описати його рух.

Можливий і інший опис руху маятника. Для повного визначення його миттєвого стану необхідно і достатньо знання

усього двох величин: кута $\theta(t)$ та кутової (лінійної) швидкості $\theta'(t)$ або імпульсу. Отже, замість інтегрування рівняння (2) можна просто подати його розв'язок у прямокутній системі координат $\theta - \theta'$. На практиці такого роду уявлення відіграють істотну роль у дослідженнях динаміки різноманітних систем через те, що *таке подання є альтернативою у тих випадках, коли аналітичне інтегрування диференціальних рівнянь виявляється неможливим.*

Будь-яку матеріальну точку, що рухається у тривимірному просторі, можна описати за допомогою шести чисел, які відповідають координатам та проєкціям її швидкостей (імпульсів) на осі координат. Як правило, для цього використовують так звані *узагальнені координати* (q_i) та *узагальнені швидкості* або *імпульси* (p_i). Добре відомо, що *узагальненими координатами називаються будь-які величини (довжини, кути, площі і т.ін.), які однозначно визначають положення механічної системи у просторі.* Похідні за часом від узагальнених координат називаються *узагальненими швидкостями.*

Тоді для опису динаміки деякої системи можна ввести багатовимірний (фазовий) простір, у якому осями є координати і проєкції швидкостей (імпульсів) тіла на відповідні осі. Точку, що описує стан системи у цьому просторі в даний момент часу, називають *M-точкою*, а криву у фазовому просторі, що описує еволюцію системи з часом, – *фазовою траєкторією.* Сукупність фазових траєкторій, яка виникає при зміні початкових умов руху, називається *фазовим портретом системи.*

Іншим важливим поняттям, що характеризує систему, є кількість *ступенів її вільності* - число незалежних величин, необхідних для визначення положення системи у просторі, добре відоме читачу із загального курсу фізики. Нагадаємо, що *N тіл, здатних вільно рухатися за трьома просторовими напрямками, мають $3N$ ступенів вільності.* Відповідно фазовий простір такої системи буде $6N$ - вимірним. У прикладі осцилятора, що розглядається нами, його положення у просторі задається криволінійною координатою, тому це система з одним ступенем вільності, відповідно його фазовий простір є двовимірним. Це правило може бути застосовано для будь-яких систем.

4.4 Опис руху тіла у фазовому просторі [24-25]

Застосуємо наведені вище визначення і поняття до дослідження нелінійного диференціального рівняння (2), що описує коливання маятника при великих кутах його відхилення. Фазову траєкторію маятника у координатах θ, θ' легко побудувати якісно шляхом простих міркувань. У точках найбільшого відхилення від стану рівноваги кут θ набуває максимального значення, в той час як кутова швидкість маятника θ' дорівнює нулю. Це дає можливість визначити дві точки на горизонтальній осі графіку. У стані рівноваги кут відхилення дорівнює нулю, а швидкість маятника максимальна, одержуємо ще дві точки на вертикальній осі. Легко показати, що інші точки фазової траєкторії маятника лежать на еліпсі, який шляхом зміни масштабу вздовж координатних осей можна перетворити у коло.

У розглянутому нами прикладі важливе спрощення при точній побудові фазової траєкторії виникає у зв'язку з тим, що в процесі руху маятника існує фізична величина, яка визначається співвідношенням

$$E(\theta, \theta') = \frac{1}{2}\theta'^2 + \frac{g}{l}(1 - \cos\theta) = \text{const}, \quad (4)$$

\int є інтегралом руху. Відповідно ця величина не змінюється під час руху. Дійсно (дивись співвідношення (2))

$$\frac{dE}{dt} = \left(\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{g}{l} \sin\theta \right) \equiv 0. \quad (5)$$

Легко побачити, що з точністю до множника ml ця величина є енергією маятника. Отже, *фазові траєкторії, що задовольняють рівняння (2), є кривими постійної енергії, або контурами сталої енергії E на фазовій площині (рис. 10). Оскільки енергія E – періодична функція кута θ (з періодом 2π), траєкторії достатньо побудувати в області $\theta \in [-\pi, +\pi]$, $\theta' \in [-\infty, +\infty]$.*

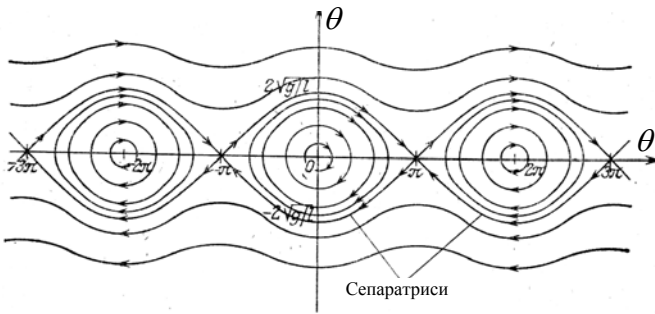


Рисунок 10 – Фазовий портрет математичного маятника без тертя. Криві на площині (θ, θ') – лінії постійної енергії маятника. Картина періодична відносно кута θ (період 2π)

Доречно зробити декілька зауважень щодо рис. 10. Коло з центром у точці $\theta = 0$ (або при більш загальному підході в точках $0 \pm 2\pi n$, де n – ціле число) відповідає гармонічним коливанням маятника, період $T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$ яких у лінійному наближенні не залежить від амплітуди і маси (так званий ізохронізм малих коливань). Такі коливання відповідають найменшим значенням енергії системи. На відміну від цього в нелінійній області період коливань зростає із збільшенням їх амплітуди (енергії). Відповідно кола переходять у овали. Співвідношення, що пов'язує період T і енергію E , у цьому випадку має вигляд

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} F\left(\frac{IE}{g}\right). \quad (6)$$

Тут функція $F(IE/g)$ є еліптичним інтегралом, який прямує до нескінченності, коли ми наближаємося до сепаратрисі, тобто до контуру енергії, що відповідає нестійкій точці рівноваги маятника (його верхньому положенню – точці R' на рис. 9). На сепаратрисі, лінії, що проходить через точки $\theta' = 0$, $\theta = \pm(2n+1)\pi$, період коливань – нескінченний. Це відображає той

факт, що коли наявна енергія точно дорівнює енергії, яка необхідна для досягнення точки R' , маятнику необхідно нескінченно багато часу для досягнення стану нестійкої рівноваги.

При збільшенні енергії маятника коливання замінюються безперервним його обертанням навколо точки O . При цьому існують дві можливі траєкторії, які відповідають обертання маятника навколо точки підвісу або в одному, або в іншому напрямку (хвилясті лінії на рис. 10).

4.5 Збереження площ у фазовому просторі [24-25]

Маятник без тертя належить до класу *консервативних* (або *гамільтонових*) систем, для яких характерне збереження повної енергії. Із цієї особливості випливає дуже важлива властивість таких систем - *збереження площ у фазовому просторі*.

Розглянемо на фазовій площині деякий елемент площею $\sigma = \delta q_i \delta p_i$, що відповідає множині всіх початкових умов руху системи. При її можливих рухах площа цього елемента буде змінюватися. Для того щоб спостерігалася сталість цієї площі, відстань між сусідніми траєкторіями повинна залишатися майже постійною (рис. 11). Але цього не потрібно у випадку більш високих розмірностей фазового простору. Оскільки існує не менше ніж дві пари канонічно спряжених змінних (q_1, p_1, q_2, p_2) рух відбувається вздовж енергетичної поверхні з $H(q_1, p_1, q_2, p_2) = E = const$, де H - функція Гамільтона. Так як площа безлічі даних початкових умов σ зберігається у часі, відстань між початковими точками не може зменшуватися, оскільки у протилежному разі площа зменшувалася б теж. Таке збереження площі може бути гарантовано одним із двох способів:

1) або елемент поверхні σ як і раніше переноситься уздовж траєкторії, по суті, без деформації;

2) або він експоненціально подовжується з часом, наприклад як $e^{\lambda t}$, де $\lambda > 0$ в одному напрямку, і експоненціально стискається як $e^{-\lambda t}$ у перпендикулярному напрямку. Оскільки $e^{\lambda t} e^{-\lambda t} \equiv 1$, площа в другому випадку також зберігається.

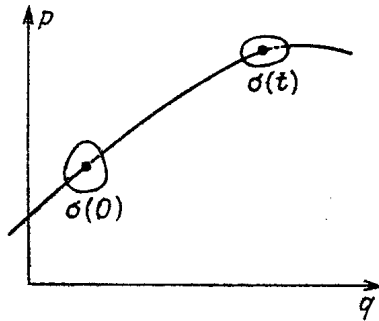


Рисунок 11 – Збереження площі у фазовому просторі (q, p) . Елемент площі $\sigma(0)$, який можна розглядати як прояв безлічі початкових умов, внаслідок руху системи перетворюється в інший елемент, площа якого дорівнює $\sigma(t)$. Якщо система консервативна, то елемент $\sigma(t)$ при будь-яких значеннях t має ту саму площу (але не обов'язково таку саму форму), як і початковий елемент $\sigma(0)$.

Якщо при першій гіпотезі дві траєкторії, що є близькими спочатку, залишаються близькими при будь-якому часі t , то при другій гіпотезі вони прагнуть розійтися експоненціально. Підкреслимо, що з динамічної точки зору відмінність істотна: у першому випадку траєкторії руху системи стійкі, тоді як у другому випадку вони нестійкі, оскільки малі початкові розбіжності дуже швидко посилюються з часом. Це як ми побачимо у подальшому є характерною рисою динамічних систем визначеного класу.

4.6 Інваріантність рівнянь відносно обернення часу

Ще одна важлива властивість рівняння (2) полягає у тому, що на ньому ніяк не позначається зміна знака часу (заміна t на $-t$). У нашому конкретному прикладі це означає, що кінофільм про рух маятника можна прокручувати як в один, так і в інший бік без будь-якої помітної відмінності. Саме тому говорять, що динаміка консервативних систем є оборотною. Як ми побачимо далі, необоротність виникає у випадку, якщо енергія, замість того щоб зберігатися, розсіюється.

З погляду фазового простору очевидно, що закон збереження площ залишається у силі і при оберненні часу. Відповідно стійкі траєкторії системи залишаються стійкими незалежно від того, в якому напрямку проходить час. На відміну від цього якщо елемент площі σ зберігається за рахунок його подовження в одному напрямку і скорочення в перпендикулярному напрямку, то *обернення часу призводить до того, що ці два напрями обмінюються характером стійкості*: спочатку стійкий напрямок (стиснення елемента площі) стає нестійким (напрямом розтягування) і навпаки.

4.7 Осцилятор із загасанням [24-25]

4.7.1 Дисипація енергії при терті. Рівняння осцилятора із загасанням

Опис вільного осцилятора, наведений вище, був отриманий шляхом ідеалізації простого маятника. Зокрема, при коливаннях ми нехтували всіма видами тертя - тертям об повітря, а також тертям в точці підвісу маятника 0. На практиці через тертя амплітуда коливань реального маятника з часом зменшується і врешті-решт його рух припиняється. Це дуже загальне явище *розсіяння, або дисипації енергії*, необхідно врахувати в математичному описі коливань. Для цього рівняння (2) необхідно модифікувати, порушивши його інваріантність відносно часу.

Найпростіше це зробити додаванням до рівняння (2) члена, пропорційного швидкості руху тіла (тобто першій похідній від кута θ за часом), що враховує тертя. Тоді отримаємо таке співвідношення

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \gamma \frac{d\theta}{dt} + \omega^2\theta = 0, \quad (7)$$

де γ – коефіцієнт загасання; $\omega^2 = g/l$ – квадрат циклічної частоти.

У результаті ми одержали лінеаризоване рівняння коливань маятника із згасанням, добре відоме із загального курсу фізики. Як показує досвід, це рівняння дає задовільний опис руху у разі тертя типу “тертя в рідині” (пропорційного швидкості).

Розглянемо більш детально еволюцію енергії маятника в цьому випадку, врахувавши, що у співвідношенні (4) за припущенням, необхідним для лінеаризації, $1 - \cos \theta \approx (\theta^2 / 2)$. Тоді одержимо

$$E(\theta, \theta') = \frac{1}{2}(\theta'^2 + \omega^2 \theta^2). \quad (8)$$

Виконавши диференціювання цього співвідношення за часом та порівнявши його з рівнянням (7), можна знайти, що

$$\frac{dE}{dt} = -\gamma \theta'^2. \quad (9)$$

Таким чином, очевидно, що енергія системи зберігається, якщо $\gamma = 0$ (тертя відсутнє), і зменшується, коли $\gamma > 0$ (тертям знехтувати не можна). Оскільки за визначенням $E > 0$ енергія маятника з часом наближається до нуля. Отже, *стан з нульовою енергією (стан спокою) є стійким, оскільки маятник з необхідністю еволюціонує до цього стану*. У випадку якщо $\gamma < 0$, енергія системи необмежено зростає, зрозуміло, за винятком того випадку, коли початковим є стан спокою. В цьому випадку з умови $\theta = \theta' = 0$ впливає, що $dE/dt = 0$. Однак стан спокою маятника є нестійким, оскільки щонайменше зміщення з цього стану з часом посилюється.

4.7.2 Фазовий портрет руху маятника [24-25]

Розв'язок рівняння (7), що описує коливання маятника у випадку слабого затухання, добре відомий і має вигляд

$$\theta \approx \theta(0) \exp\left(-\frac{\gamma}{2}\right) \cos(\omega t + \varphi). \quad (10)$$

Відповідно швидкість маятника у будь-який момент часу визначається співвідношенням

$$\theta' \approx -\theta(0)\omega \exp\left(-\frac{\gamma}{2}\right) \sin(\omega t + \varphi). \quad (11)$$

Фактично ми одержали параметричне рівняння траєкторії маятника на фазовій площині θ, θ' . Це рівняння описує спіралі, що закручуються ($\gamma > 0$) або розкручуються ($\gamma < 0$), та кола ($\gamma = 0$) (див. рис.10). Відповідні фазові портрети для трьох цих випадків схематично наведені на рис. 12.

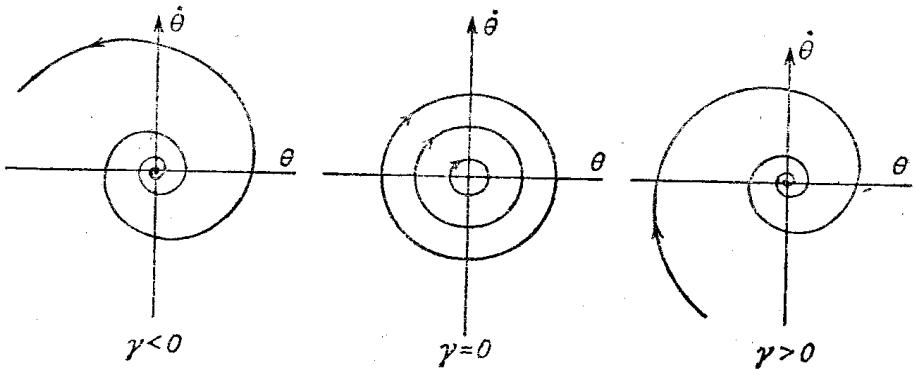


Рисунок 12 – Фазовий портрет рівняння (5) поблизу початку координат. При $\gamma = 0$ маємо маятник без тертя, тому ми одержуємо ряд кіл з центром у початку координат. Якщо ж $\gamma \neq 0$, то при заданому γ траєкторії мають форму спіралей, що розкручуються з початку координат ($\gamma < 0$ - підсилення) або сходяться до початку ($\gamma > 0$ - загасання коливань)

З цього рисунка зрозуміло, що при будь-якому значенні γ початок координат є особливою точкою, яка відповідає стаціонарному розв'язку рівняння руху. Цей стаціонарний розв'язок стійкий при $\gamma > 0$ і нестійкий при $\gamma < 0$, оскільки в першому випадку всі траєкторії сходяться до нього, а в другому – розходяться від нього. При $\gamma = 0$ говорять, що початок координат має *нейтральну стійкість*, оскільки зміщення не посилюються і не затухають з часом.

Якщо $\gamma > 0$ всі траєкторії на фазовій площині не залежно від початкових умов закінчуються на початку координат, який через це називається *точкою притягання*, або *атрактором* (від «*attract*» – притягання, мета). Це фундаментальне поняття може бути узагальненим і на випадок більш високих розмірностей фазових діаграм (кривих, поверхонь та ін.).

4.8 Дисипативні системи [24, 28]

4.8.1 Особливості дисипативних систем

Осцилятор із загасанням є типовим прикладом *системи, що розсіює енергію, або дисипативної системи*. Динамічні властивості таких систем значно відрізняються від властивостей консервативних систем. У *дисипативних системах, наприклад, не зберігається енергія*. З іншого боку, в певних випадках існує *функція динамічних змінних, що має назву функції Ляпунова*, вона є позитивною і монотонно зменшується з часом (обумовлюючи тим самим необоротність процесу). Однак така функція існує не завжди. *Дисипативні системи можуть мати набагато складніший еволюційний режим, ніж просто загасання, особливо якщо їх динаміка містить у собі і ефекти загасання, і механізми, що підтримують рух*. У випадку якщо існує дисипація, то рівняння руху змінюються при зміні напрямку часу, таким чином еволюція *дисипативних систем не є оборотною*. Нарешті, необхідно відмітити, що *площі у фазовому просторі дисипативних систем не зберігаються*.

4.8.2 Стиснення площ у фазовому просторі

У випадку дії сил тертя елемент поверхні $\sigma = \delta q_i \cdot \delta p_i$ на фазовій площині не може зберігатися. Це зрозуміло з аналізу рис.12, оскільки очевидно, що всі траєкторії, які проходять крізь нього, закінчуються на початку координат. *Відповідно площа будь-якої множини початкових умов у середньому зменшується з часом* (рис.13). Цю властивість часто висловлюють, стверджуючи, що *потік у фазовому просторі стискає площі*.

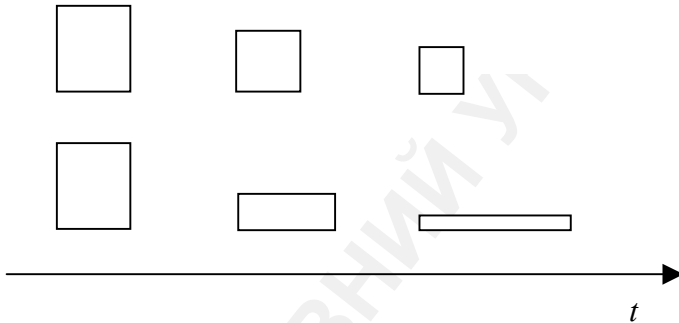


Рисунок 13 – Два різні випадки стиснення площ у фазовому просторі. У першому випадку довжина і ширина елемента площі зменшуються одночасно і однаково. У другому випадку ширина зростає, але висота при цьому зменшується швидше. І в першому, і у другому випадках площа зменшується в одному і тому самому темпі. Таким чином, зменшення площі у фазовому просторі зовсім не обов'язково означає, що всі розміри області зменшуються одночасно

Таке стискання може відбуватися по-різному. Наприклад, найбільш зрозумілим є випадок, коли скорочується як довжина, так і ширина фігури. Тим часом можливий і більш складний випадок, коли розбіжність траєкторій в одному напрямку компенсується їх зближенням у іншому напрямку, при цьому загальна площа фігури все ж зменшується.

4.9 Осцилятор під дією змушуючої сили [24-25]

4.9.1 Рівняння Ван дер Поля

Рівняння (7), що описує коливання маятника за наявності тертя, не зовсім адекватно описує реальний фізичний об'єкт. Наприклад, у випадку, коли $\gamma < 0$, енергія маятника необмежено зростає, що не має фізичного змісту. Іншим недоліком співвідношення (7) є те, що якщо $\theta(t)$ є розв'язком, то, оскільки це рівняння є лінійним відносно θ , добуток $\alpha\theta(t)$ теж має бути таким розв'язком при будь-якому дійсному значенні α . Однак коливання маятника відбуваються із заданою амплітудою, яка від θ не залежить. Отже, для випадку осцилятора з змушуючою силою рівняння (7) належить змінити так, щоб:

- 1) порушити інваріантність відносно розтягування розв'язку;
- 2) обмежити зростання енергії при $\gamma < 0$;
- 3) ввести безперервне джерело енергії, яке компенсує втрати на загасання при $\gamma > 0$.

Взявши ці зауваження за відправні пункти, Ван дер Поль ввів коефіцієнт загасання, що залежить від кута θ , у вигляді

$$\gamma(\theta) = -\gamma_0 \left[1 - \frac{\theta^2}{\theta_0^2} \right], \quad (12)$$

де $\gamma_0 > 0$, θ_0 – початковий кут.

Зрозуміло, що $\gamma < 0$ при $\theta^2 < \theta_0^2$, $\gamma > 0$ при $\theta^2 > \theta_0^2$.

Підставляючи цей вираз у рівняння (7), одержимо так зване *рівняння Ван дер Поля*

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} - \gamma_0 \left[1 - \frac{\theta^2}{\theta_0^2} \right] \frac{d\theta}{dt} + \omega^2\theta = 0. \quad (13)$$

Воно описує поведінку осцилятора з змушуючою силою, в якому коливання з малою амплітудою підсилюються, а коливання з великою амплітудою загасають. Корисно звести це рівняння до безрозмірного вигляду, вибираючи вираз $\theta_0\sqrt{\omega/\gamma_0}$ за одиницю

амплітуди і $1/\omega$ – за одиницю часу. В результаті рівняння Ван дер Поля набуває вигляду

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} - (\varepsilon - \theta^2) \frac{d\theta}{dt} + \theta = 0, \quad (14)$$

де безрозмірний параметр $\varepsilon = \frac{\gamma_0}{\omega}$.

Звернемо увагу на те, що розглянута модель є дуже загальною і описує велику кількість реальних природних систем в яких діють сили тертя та змушуючі сили.

4.9.2 Фазовий портрет рівняння Ван дер Поля

Аналіз рівняння (14) показує, що якщо $\varepsilon > 0$, то траєкторії поблизу початку координат розходяться як спіралі. Дійсно, у цьому випадку кут θ є малий і членом θ^2 можна знехтувати. Таким чином, ми одержуємо ситуацію, яка наведена на рис. 11 при $\gamma < 0$. Навпаки, вдалині від початку координат всі траєкторії наближаються до нього, оскільки коефіцієнт загасання $\gamma(\theta)$ на достатньо великій відстані від початку координат є позитивним. Виходячи з інтуїтивних міркувань, можна припустити, що між цими крайніми випадками повинна існувати деяка замкнута фазова траєкторія. Більш ретельне дослідження рівняння Ван дер Поля дозволяє встановити існування єдиної і стійкої замкненої траєкторії, яку Пуанкаре назвав *граничним циклом*. Усі фазові траєкторії, що відповідають різним початковим умовам, розміщені як всередині, так і зовні граничного циклу, асимптотично наближуються до нього (рис.14). Таким чином, перед нами *новий приклад атрактора*. Фазова траєкторія у вигляді замкненої петлі отримала назву *періодичного атрактора*, тоді як у випадку, коли всі траєкторії сходяться до однієї точки вона називається *точковим атрактором*.

Форма граничного циклу і, відповідно, коливань сильно залежить від значення додатного параметра ε у рівнянні (14). На рис. 15 в системі координат (θ, θ') і (θ, t) зображені розв'язки цього рівняння, що одержані при визначених значеннях

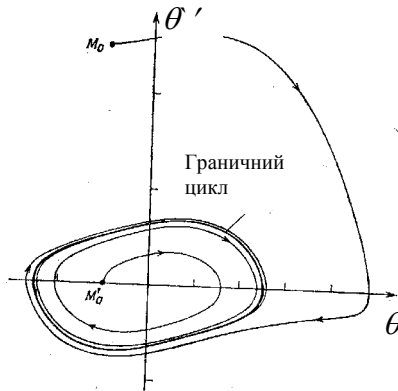


Рисунок 14 – Фазовий портрет рівняння Ван дер Поля. Один із розв'язків рівняння зображений на фазовій площині (θ, θ') замкнутою кривою – граничним циклом, до якого сходяться всі траєкторії. Були вибрані дві початкові точки: одна зовні (M_0) , інша всередині (M_0') циклу при $\varepsilon = 0,4$

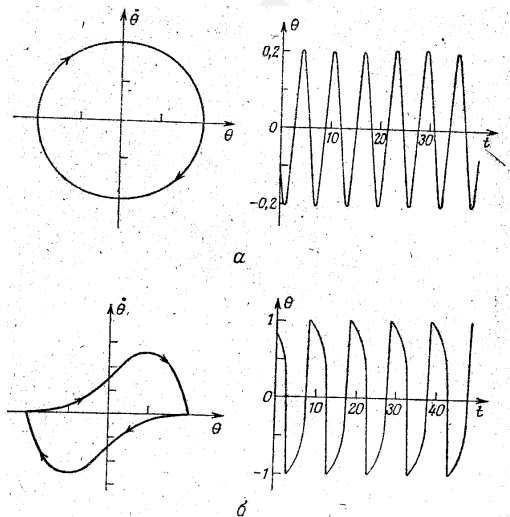


Рисунок 15 – Вплив параметра ε на вигляд циклу: при малих значеннях цього параметра ($\varepsilon = 0,01$) коливання є квазісинусоїдальними і граничний цикл мало відрізняється від кола; при значно більших значеннях параметра ($\varepsilon = 4$) граничний цикл має майже прямокутну форму. Це призводить до виникнення у коливань двох різних масштабів часу

початкових умов. Використано два значення ε : дуже мале $-0,01$ (рис. 15 а) та більше у 400 разів (рис. 15 б). У першому випадку граничний цикл має форму кола і коливання маятника є квазісинусоїдальними (близькими до синусоїдальних). У другому випадку еволюція відбувається в двох різних масштабах; після повільного "дрейфу" відбувається різка зміна положення маятника. Така часова залежність одержала назву *релаксаційних коливань*.

Як ми бачимо, *загальною особливістю дисипативних динамічних систем є притягання усіх траєкторій, що проходять через деяку область фазового простору, до геометричного об'єкта, який називається атрактором*.

Пояснимо це на прикладі маятника, на який діє змушуюча сила. У такій системі енергія, що підводиться до маятника ззовні, компенсує затрати енергії на тертя і таким чином розсіюється системою. Коли коливання маятника досягають такої амплітуди, що енергія, яка підводиться за один цикл, у точності дорівнює енергії, що розсіюється за самий час, встановлюється стаціонарний стан. Відповідний режим є періодичним, амплітуда коливань маятника є сталою, а траєкторія у фазовому просторі є граничним циклом.

У тому, що такий цикл притягує інші фазові траєкторії, можемо переконатися, дещо змістивши систему з граничного циклу. Наприклад, збуримо маятник, поштовхом відхиливши його на кут θ_1 і надавши швидкість θ_1' . Нехай ці значення суттєво перевищують максимальні значення θ_m та θ_m' граничного циклу. Через деякий час дисипація енергії примусить траєкторію швидко наблизитися до граничного циклу, на якому це розсіювання енергії компенсується енергією, що підводиться до системи. Відповідно гальмування маятника, на який діє змушуюча сила, зменшить його амплітуду і швидкість, але потім вони знову зростуть, наблизившись до стаціонарних значень, що відповідають граничному циклу. Як ми бачимо атрактор притягає до себе фазові траєкторії з деякої області фазового простору.

За визначенням *областю притягання атрактора* В називається безліч точок фазового простору, таких, що траєкторії, які виходять з них, при $t \rightarrow \infty$ прагнуть до атрактора А (рис. 16).

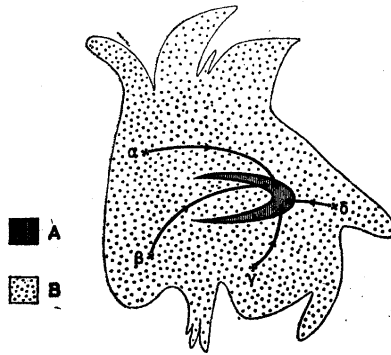


Рисунок 16 – Схематичне зображення атрактора: А – атрактор; В – його область притягання. Фазові траєкторії, що виходять з початкових точок α , β , γ і δ закінчуються на атракторі А

Ми бачимо, що атрактор А є асимптотичною межею розв'язків, початкові точки яких належать його області притягання В. Очевидно, що навіть якщо атрактор – простий геометричний об'єкт, то область його притягання може мати дуже складну форму.

Протягом останніх років метод фазового простору використовувався для дослідження безлічі складних динамічних систем. При цьому щоразу вчені складають нелінійні рівняння, розв'язують їх чисельними методами, а комп'ютери викреслюють розв'язки у вигляді траєкторій у фазовому просторі. На превелике здивування дослідники встановили, що число різних атракторів дуже обмежене. З'ясувалося, що їх форми можна класифікувати топологічно, а загальні динамічні властивості складної системи - вивести з форми атрактора.

Існує *три основні типи атракторів*: *точкові*, що відповідають системам, які досягають стійкої рівноваги; *періодичні* – періодичним коливанням; і так звані *дивні атрактори*, що описують хаотичні системи.

У нелінійної системи може бути декілька атракторів різних типів, як хаотичних, або «дивних», так і нехаотичних. Всі траєкторії, що починаються у певній області фазового простору (області притягання), рано чи пізно приводять до одного і того ж атрактора. Таким чином, *фазовий простір нелінійної системи*

розбивається на декілька сфер притягання, кожній з яких відповідає її власний атрактор.

Аналіз будь-якої динамічної системи зводиться до визначення атракторів системи та областей їх притягання, а також класифікації атракторів за топологічними характеристиками. Результатом є динамічна картина всієї системи – фазовий портрет.

4.10 Наслідки скорочення площ у фазовому просторі [24]

Звернемося знову до прикладу з граничним циклом, щоб дослідити дві дуже важливі характеристики притягання до атрактора: *втрату пам'яті про початкові умови* і те, що з цього випливає для розмірності атрактора.

Для цього розглянемо безліч початкових умов на фазовій площині (θ, θ') , що займають область розміром Γ (рис. 17).

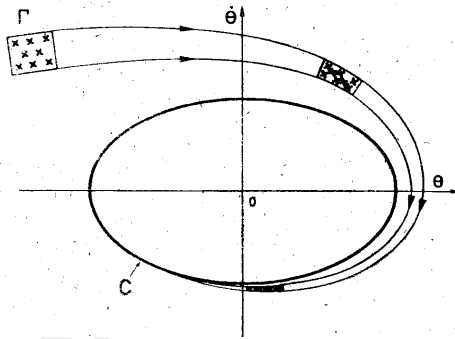


Рисунок 17 – Скорочення площі, пов'язане з притяганням до атрактора. Область Γ , що обмежує деяку множину початкових умов при досягненні атрактора C , вироджується у відрізок кривої

Розсіювання енергії у системі призводить до скорочення площі цієї області. В результаті поверхня Γ вироджується до лінійного відрізка на аттракторі C . Таким чином, відбувається втрата інформації відносно взаємного положення точок, що спочатку належали поверхні Γ ; по досягненні атрактора інформація втрачається необоротно. Цей висновок ґрунтується винятково на ефекті скорочення площ у фазовому просторі і одночасного існування атрактора. Отже, висновок залишається

таким самим незалежно від типу атрактора. Цей висновок справедливий і для аперіодичних режимів, і пов'язаних з ними атракторів.

Подібну втрату пам'яті про точні початкові умови ми продемонструємо на прикладі з маятником. Спочатку, (тобто вдалині від граничного циклу) щоб задати стан динамічної системи, необхідні дві координати θ, θ' , а тому для опису системи необхідний двовимірний фазовий простір або поверхня.

Після загасання і виходу системи на асимптотичний режим залишається одна траєкторія - крива C . Для визначення положення точки у цьому випадку достатньо однієї криволінійної координати. Цей приклад ілюструє загальний всеосяжний принцип: *розмірність атрактора d завжди є меншою від розмірності фазового простору n ($d < n$), тобто є меншою від подвоєної кількості ступенів вільності динамічної системи.*

4.11 Дивні атрактори [12, 24-25, 28]

Властивості атракторів задаються набором траєкторій в просторі n змінних стану, що залежать від часу. У звичайному атракторі такі траєкторії дуже прості. Вони, наприклад, визначаються наявністю замкнутих кривих - граничних циклів, або точок притягання.

Разом з тим траєкторії деяких нелінійних динамічних систем у багатовимірному фазовому просторі поводять себе незвичайно. Як і в традиційному випадку, існує область, яка притягує до себе всі траєкторії з навколишніх областей, але завдяки особливим властивостям вона одержала назву «дивного атрактора Лоренца». Це поняття введено у науковий оборот у 1971 р. Д. Рюелем та Ф.Такенсом. Такі атрактори дійсно виглядають дивно, оскільки не є ні точкою, ні періодичною траєкторією, ні поверхнею; їх порівнюють іноді з поверхнею, що складається з нескінченної множини шарів. Головна ж особливість полягає в тому, що в дивному атракторі вибраний навмання розв'язок блукатиме хаотично і з часом наблизиться достатньо близько до будь-якої його точки. Тому такі процеси одержали назву динамічного хаосу. Дивний атрактор – це математичний образ детермінованих неперіодичних процесів, для яких неможливий

довгостроковий прогноз.

Дивні атрактори можуть слугувати вишуканим прикладом *фрактальної множини*, що характеризується дробовою розмірністю з $2 < D_f < 3$. Дійсно, якщо частину їх фазового портрету збільшити, то можна знайти багат шарову структуру, в якій знов і знов повторюються одні й ті самі форми, тобто для них є характерною масштабна інваріантність. У зв'язку з цим дивні атрактори стали визначати як *траєкторії*, у *фазовому просторі*, у яких проявляються риси фракталів.

Існування дивних атракторів є типовою властивістю *дисипативних динамічних систем*. Неперіодичні процеси виявлені на всіх рівнях будови світу, починаючи з мікро- і закінчуючи мегасвітом (рис. 18).

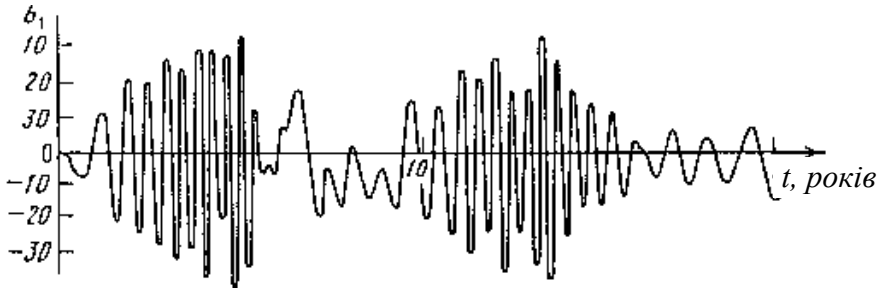


Рисунок 18 – Зміна однієї з величин, яка характеризує магнітне поле в моделі, що описує сонячну активність. Хаотичність у цій моделі призводить до "збоїв" у сонячній активності – протягом десятків років Сонце залишається спокійним. Така поведінка узгоджується з результатами спостережень

Типовим прикладом системи з дивним атрактором є «*хаотичний маятник*», вперше досліджений японським математиком Йошисуке Уеда в кінці семидесятих років ХХ сторіччя. Це нелінійна електронна схема із зовнішнім живленням, відносно проста, але з винятково складною поведінкою. Кожне коливання цього хаотичного генератора коливань унікальне. Система ніколи не повторює себе, і кожний цикл відкриває нову область фазового простору. Проте незважаючи на уявну

нестійкість руху, точки у фазовому просторі, що описують цю систему, розміщені зовсім не безладно. Разом вони формують складну високоорганізовану форму - дивний атрактор, який тепер має ім'я Уеда (рис.19). Слід відзначити, що *дивні атрактори можуть існувати у нелінійних системах з числом змінних більше ніж дві*.

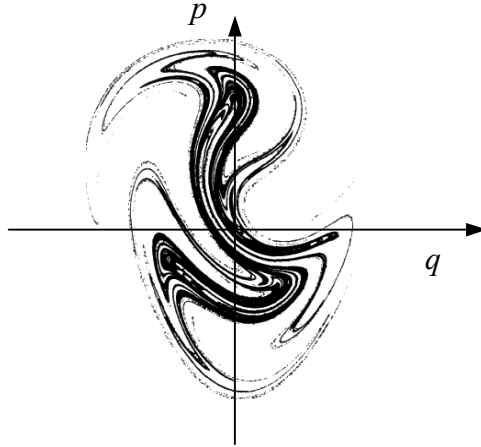


Рисунок 19- Фазовий портрет атрактор Уеда

Атрактор Уеда - це траєкторія в двовимірному фазовому просторі, яка утворює візерунки, що майже повторюють один одного. Це типова особливість хаотичних систем. Зображення на рис. 19 містить більше ніж 10^6 точок. Його можна представити у вигляді зрізу шматка тіста, яке багато разів розтягували і згортали. Це означає, що в основі атрактора Уеда лежить *математика перетворення пекаря* (див. стор.65).

Важлива властивість дивних атракторів полягає в тому, що вони, як правило, *обмежені малим числом вимірів* - навіть в багатовимірному фазовому просторі ($d \ll n$). Наприклад, система може мати 50 змінних, але її рух при цьому описується тривимірним дивним атрактором - згорнутою поверхнею в 50-вимірному просторі. Це, безумовно, характеризує *високий ступінь порядку атрактора*.

Таким чином, хаотична поведінка - в сучасному науковому розумінні цього терміна - суттєво відрізняється від безладного, нестійкого руху. За допомогою побудови фазових портретів

можна визначити відмінність між звичайним безладом, або шумом, і хаосом. *Хаотична поведінка особливим чином детермінована і утворює складні структури у фазовому просторі, а дивні атрактори дозволяють зображувати на перший погляд випадкові події за допомогою виразних візуальних форм.*

Хаос породжується власною динамікою нелінійних систем. Для них характерною є швидка розбіжність двох близьких в початковий момент часу траєкторій руху. Це означає дуже велику чутливість розв'язків до малої зміни початкових умов (рис.20). Такою чутливістю обумовлена велика складність або навіть неможливість довгострокового прогнозу поведінки нелінійних динамічних систем.

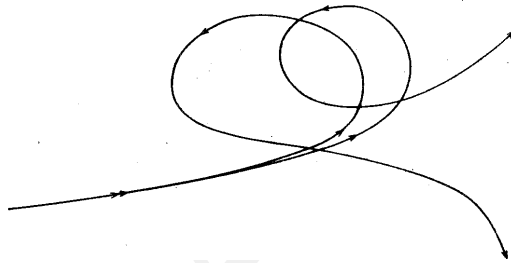


Рисунок 20 – Приклад розходження траєкторій, близьких у початковий момент

Причину непередбачуваності нелінійних систем легко зрозуміти, аналізуючи рисунок 21, де наведений фазовий портрет дивного атрактора, що описує коливання у відомій хімічній реакції *Белоусова-Жаботинського* (див. нижче). Точка, що визначає стан системи (наприклад, концентрації хімічних речовин), рухається по цьому атрактору. У верхній точці траєкторії вона повертає і рухається то за лівою, то за правою "стрічкою" фігури.

Припустимо, що розглядаються дві системи (наприклад, одна – ідеальна модель системи, інша – сама система). Спочатку, коли точки, що визначають стан систем, рухаються близько одна від одної, за положенням однієї точки можна передбачити, де перебуває інша (тут можливий прогноз). Але, починаючи з якогось моменту часу (горизонту прогнозу), одна точка повертає

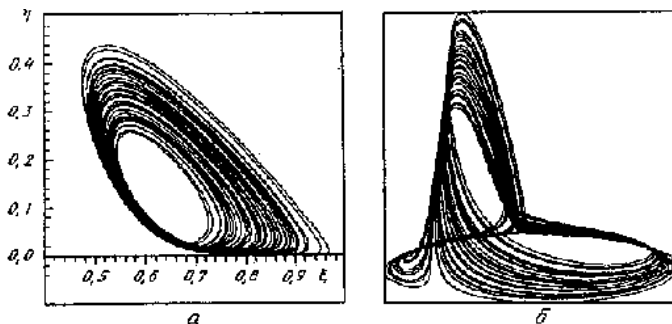


Рисунок 21 – Проекція атрактора, отриманого при експериментальному дослідженні реакції Белоусова-Жаботинського на дві різні площини, оскільки фазовий простір цієї динамічної системи є тривимірним. Бачимо, що коливальна хімічна реакція за певних умов може відбуватися в хаотичному режимі

вліво, а інша – вправо. Тепер, навіть знаючи точно положення однієї точки, ми втрачаємо можливість що-небудь сказати про іншу. *Прогноз поведінки системи стає неможливим принципово.*

Разом з тим, як бачимо з рис.19, 21, *в дивних атракторів є досить багато порядку. Те саме можна сказати про весь детермінований хаос.* На пошук цього порядку у фізиків-фахівців з нелінійної науки пішли останні двадцять років. Ці пошуки дали визначні результати. Наприклад, виявилось, що *в природі існує всього декілька універсальних сценаріїв переходу від порядку до хаосу.* Можна вивчати найрізноманітніші явища, записувати різні рівняння, але одержувати одні і ті самі сценарії розвитку подій. Це дуже дивно. Дослідники намагаються побачити за даними результатами новий, більш глибокий рівень єдності природи.

З'ясувалося, наприклад, що безліч систем нашого організму працюють в хаотичному або близькому до нього режимі. Причому часто *хаос є ознакою здоров'я, а зайва впорядкованість – симптомом хвороби.* Це привело до появи нових методів аналізу кардіограм і енцефалограм, міограм, нових видів діагностики технічних систем і т.ін. Хаос «подарував» нові способи захисту інформації, дав нові способи запису інформації і її стиснення.

Стало зрозуміло, що *порядок неможливо відділити від хаосу, а сам хаос у ряді випадків може розглядатися як надскладна впорядкованість.*

4.12 Зворотний зв'язок і ітерації [12, 27, 28]

Механізми, що визначають зміну стану системи, є реакцією на зовнішні дії і ними визначаються, називають *механізмами зворотного зв'язку. Петля зворотного зв'язку є кільцевою системою причинно зв'язаних елементів, в якій початкова дія поширюється уздовж її вузлів, так, що кожний елемент здійснює вплив на наступний, доки останній із них не передасть дію першому елементу петлі (рис.22).*

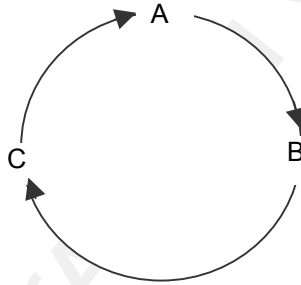


Рисунок 22 – Циклічна причинність у петлі зворотного зв'язку

Розрізняють два типи зворотного зв'язку, що зустрічаються у природі, - *негативний зворотний зв'язок*, що компенсує зовнішні дії, і сприяє підтриманню рівноваги системи та *позитивний (підсилюючий)*, який погіршує стабільність системи. Прикладом негативного зворотного зв'язку може бути людина, що їде на велосипеді прямолінійно, при цьому зовнішні впливи компенсуються велосипедистом. Прикладом позитивного - добре відомий режим, коли машина “їде у рознос”, оскільки початкова дія постійно посилюється з кожним новим проходженням по петлі.

Важливою властивістю нелінійних систем є те, що в них *часто виникають процеси з підсилюючим зворотним зв'язком.* В лінійних системах малі зміни приводять до малих ефектів, а

значні ефекти є наслідком або великих змін, або суми безлічі малих змін. В нелінійних системах, навпаки, *малі зміни, якщо вони багаторазово посилюються через зворотний зв'язок, можуть викликати “драматичний” ефект.* Такі нелінійні процеси із зворотним зв'язком лежать в основі нестійкості і раптового виникнення нових форм порядку, що є такими характерними для явища самоорганізації, розглянутого пізніше.

Математично петля зворотного зв'язку відповідає особливому типу нелінійного процесу, відомому у математиці як *ітерація* (латинське «повторення»). У цьому процесі функція багато разів застосовується до себе самої. Наприклад, якщо функція полягає в множенні змінної на 3, тобто $f(x) = 3x$, то ітерація полягає в такому багаторазовому множенні. В математиці це записується так:

$$\begin{aligned}x &\rightarrow 3x, \\3x &\rightarrow 9x, \\9x &\rightarrow 27x \\&\text{і т.ін.}\end{aligned}$$

Подібна процедура називається *відображенням*. В більш загальному випадку відображення, що полягає в множенні x на постійне число k , записується у вигляді

$$x \rightarrow kx \quad (15)$$

У нелінійних системах часто трапляється ітерація, яка є дуже простою за виглядом, але одночасно приводить до дуже складних наслідків. Це відображення записується так:

$$x \rightarrow kx(1-x), \quad (16)$$

де змінна x набуває значення в інтервалі від 0 до 1.

Це відображення відоме математикам як *логістичне*, має багато важливих застосувань. Його, наприклад, використовують екологи для прогнозування зростання населення або кількості

особин деякого біологічного виду при протилежних тенденціях. Тому воно також відоме як *рівняння зростання*.

Щоб зрозуміти істотну особливість ітерацій різноманітних логістичних відображень, розглянемо поведінку відображення вигляду

$$x \rightarrow 3x(1-x). \quad (17)$$

Змінну x можна зобразити у вигляді ділянки числової осі від 0 до 1, тоді дуже просто обчислити відображення для декількох точок цього інтервалу, наприклад

$$\begin{aligned} 0 &\rightarrow 0 \cdot (1-0) = 0, \\ 0,2 &\rightarrow 0,6 \cdot (1-0,2) = 0,48, \\ 0,4 &\rightarrow 1,2 \cdot (1-0,4) = 0,72, \\ 0,6 &\rightarrow 1,8 \cdot (1-0,6) = 0,72, \\ 0,8 &\rightarrow 2,4 \cdot (1-0,8) = 0,48, \\ 1 &\rightarrow 3 \cdot (1-1) = 0. \end{aligned}$$

Відклавши ці числа на числовій осі, можна побачити, що величини від 0 до 0,5 відображаються числами від 0 до 0,75. Наприклад 0,2 перетворюється в 0,48, а 0,4 стає 0,72. Числа від 0,5 до 1 відображаються на тій же ділянці осі, але в зворотному порядку. Так, 0,6 перетворюється в 0,72, а 0,8 стає 0,48. Остаточний результат показаний на рис. 23. Видно, що відображення розтягує початковий відрізок від 0 до 1,5, при цьому відповідні числові значення пробігають інтервал від 0 до 0,75 і назад.

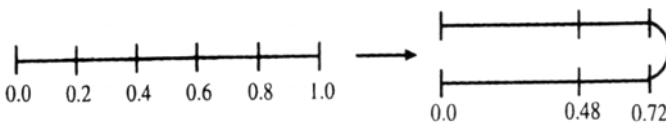


Рисунок 23 - Логістичне відображення, або “перетворення пекаря”

Таким чином *ітерація відображення (17) виливається в операцію розтягування і згортання відрізка, що повторюється*, подібно до того, як пекар знов і знов місить тісто, згортаючи і розтягуючи його. Тому цю ітерацію дуже вдало назвали *перетворенням пекаря*. У міру того, як відбувається розтягування і стискання, сусідні точки на відрізку все далі і далі розходяться, і передбачити, де виявиться певна точка після безлічі ітерацій, стає неможливо.

Навіть наймогутніші сучасні комп'ютери округлюють свої обчислення, обмежуючись деякою кількістю цифр після коми, в результаті після великої кількості ітерацій навіть малі похибки округлення складаються в суттєву невизначеність, що виключає будь-які довгострокові прогнози. *Перетворення пекаря є прототипом нелінійних надскладних процесів, які не можливо передбачити, або динамічного хаосу*. Напам'ятаємо також, що ітераційні перетворення є основним способом одержання *алгебраїчних фракталів*. Таким чином, процес ітерацій, який привів до перетворення пекаря – математичної операції, що лежить в основі дивних атракторів, - виявився головною математичною особливістю, що об'єднує теорію хаосу з фрактальною геометрією.

4.13 Поняття біфуркації [12, 24-25]

Математичні методи аналізу фазових портретів складних систем засновані на новаторських працях Пуанкаре; згодом вони були розвинуті і вдосконалені американським топологом Стівеном Смейлом. Смейл використовував свій метод не тільки для аналізу систем, що описуються певним набором нелінійних диференціальних рівнянь, але також для вивчення того, як поведуться ці системи при невеликих змінах в їх рівняннях. Виявилось, що в деяких системах по мірі того, як параметри рівнянь повільно змінюються, фазовий портрет - тобто типи і області притягання його атракторів - зазнає відповідних плавних змін без зміни своїх особливостей. Для опису систем, в яких невеликі відхилення в рівняннях не змінюють основного характеру фазового портрета, Смейл використовував термін «структурно стійких».

В багатьох нелінійних системах, проте, *малі зміни певних параметрів можуть зумовити серйозні зміни основних характеристик фазового портрета*. При цьому деякі атрактори можуть зникнути або змінити свій тип, і в той же час можуть раптово з'явитися нові атрактори. Говорять, що такі системи є *структурно нестійкими*. Критичні точки нестійкості одержали назву *точок біфуркації* (від франц. *la bifurcation* – розгалуження, вилка), оскільки в еволюції системи саме в цих місцях раптово з'являється можливість вибору і система починає еволюціонувати в тому або іншому новому напрямі. *У фізичному сенсі точкам біфуркації відповідають точки нестійкості, у яких система різко змінює характер поведінки, в ній несподівано виникають нові форми впорядкованості*.

В математичному значенні *точки біфуркації відзначають якісні зміни розв'язку рівняння, яке описує складну систему, при зміні параметра рівняння*. З точки біфуркації виходять декілька (дві або більше) стійких або нестійких гілок розв'язків. *Подання будь-якої характеристичної властивості розв'язків як функції біфуркаційного параметра утворює біфуркаційну діаграму*.

Пояснимо ці поняття на прикладі осцилятора із змушуючою силою. Для цього дослідимо рівняння (14), яке описує такий процес. Дане співвідношення будемо розглядати незалежно від фізичного значення параметра ε . При всіх значеннях (позитивних і негативних) біфуркаційного параметра ε початок координат $\theta = \theta' = 0$ – завжди є особливою точкою. При $\varepsilon < \varepsilon_c$ початок координат стійкий і, отже, є точковим атрактором, але він стає нестійким при $\varepsilon > \varepsilon_c$ і переходить в інший атрактор – граничний цикл (періодичний атрактор).

Таким чином, при критичному значенні параметра $\varepsilon = \varepsilon_c$ відбувається зміна характеру стійкості розв'язку. Побудувавши графік якої-небудь типової властивості розв'язку, наприклад максимального відхилення, як функцію параметра ε , отримаємо діаграму, зображену на рис. 24 а. Щоб підкреслити значення цієї біфуркаційної діаграми, на тому ж рисунку наведена також форма траєкторії тіла на фазовій площині (рис. 24 б).

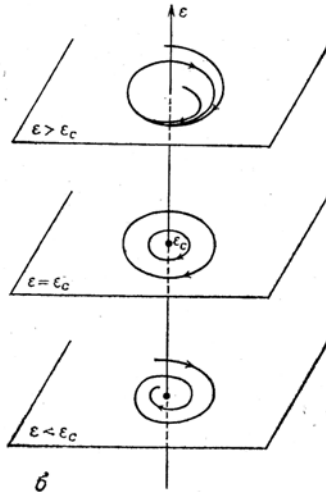
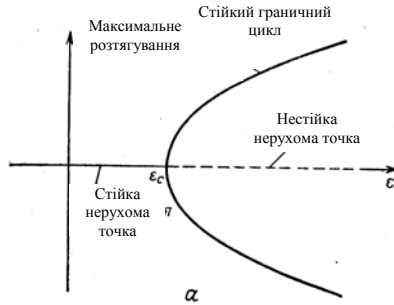


Рисунок 24 – Біфуркаційна діаграма для рівняння (11). При $\varepsilon = \varepsilon_c$ стійкий розв'язок зазнає якісних змін: замість точкового атратора, що притягує фазові траєкторії, з'являється граничний цикл, початкова амплітуда якого дорівнює нулю (а); схематично зображені деякі фазові траєкторії у трьох випадках: $\varepsilon < \varepsilon_c$, $\varepsilon = \varepsilon_c$ та $\varepsilon > \varepsilon_c$ (б). Для зручності вісь ε вибрана вертикальною

Нагадаємо, що при $\varepsilon = \varepsilon_c$ осцилятор перебуває в стані нейтральної стійкості: у фазовій площині більше немає атратора і будь-яка початкова умова породжує свою власну траєкторію.

Відповідна біфуркація, що приводить до перетворення точкового атратора у граничний цикл, часто трапляється при описі різноманітних систем і одержала назву *біфуркації Хопфа*.

Оскільки типів атракторів досить небагато, обмежена і кількість різновидів біфуркацій; відповідно їх можна класифікувати топологічно, як і атрактори. Теорію, яка дозволила класифікувати біфуркації, розвинули Г.Уїтні та Р. Том, але замість терміна “біфуркація” вони використали термін *катастрофа*.

На сьогодні математикам відомо більше двадцяти типів біфуркацій. Р.Ебрахам, професор математики Каліфорнійського університету, разом з художником-графіком К.Шоу навіть створили серію книг з візуальної математики, де немає жодної формули або рівняння; автори вважають ці книжки початком повної енциклопедії біфуркацій. Такий *перехід від кількісного опису складних систем до їх якісного аналізу є характерним для нової математики та постнекласичного мислення взагалі*.

5 Теорія катастроф [12, 29-30]

Виникнення дисипативних структур у природі носить пороговий характер. Нерівноважна термодинаміка, що розглянута нижче, пов'язала цей пороговий характер з нестійкістю, показавши, що нова структура завжди є результатом розкриття нестійкості в результаті флуктуації. Втрата системою стійкості називається *катастрофою*. Точніше - *це стрибкоподібна зміна, що виникає при плавній зміні зовнішніх умов*.

З математичної точки зору нестійкість і пороговий характер самоорганізації пов'язані з нелінійністю рівнянь, що описують систему. Для лінійних рівнянь існує один стаціонарний розв'язок, для нелінійних декілька. Таким чином, пороговий характер самоорганізації пов'язаний з переходом з одного стаціонарного стану у інший. Математична теорія, що аналізує поведінку нелінійних динамічних систем при зміні їх параметрів, називається *теорією катастроф*.

Основою теорії катастроф є нова область математики - *теорія особливостей гладких відображень*. Вона започаткована американським математиком Г.Уїтні у 1955 р. Після праць Р.Тома почався інтенсивний розвиток як самої теорії катастроф, так і її численних додатків.

Теорія катастроф досліджує динамічні системи, які

складають широкий клас нелінійних систем і описуються диференціальними рівняннями вигляду

$$\frac{\partial x_i}{\partial t} = f_i(x_i, c_\alpha), \quad (18)$$

де x_i – змінні, що характеризують стан системи; c_α – набір параметрів задачі (*керуючі параметри*). В елементарній теорії катастроф розглядається окремий випадок динамічних систем для яких існує *потенціальна функція-аналог потенціалу електричного поля*

$$f_i = \frac{\partial}{\partial x_i} U(x_i, c_\alpha), \quad (19)$$

а сама система має стани рівноваги ($x_i=0$). *Задача полягає в дослідженні зміни станів рівноваги $x_i(c_\alpha)$ потенціальної функції $U(x_i, c_\alpha)$ при зміні керуючих параметрів.*

*Елементарна теорія катастроф фактично є узагальненням задач на мінімум і максимум в математичному аналізі. Для функції однієї змінної її поведінка визначається критичними точками – максимумами і мінімумами. Ці точки відповідають рівності нулю першої похідної функції ($\frac{\partial U}{\partial x} = 0$) при другій похідній, що є відмінною від нуля (так звані *невироджені критичні точки*). Сама функція заміною змінних ($\tilde{x} = \tilde{x}(x)$) поблизу критичної точки може бути зведена до вигляду*

$$U = \pm \tilde{x}^2 + c_\alpha, \quad (20)$$

де нова функція є гладкою (тобто має похідні будь-якого порядку).

Звернемо увагу на те, що такий підхід, коли функція потенціальної енергії довільного вигляду поблизу точки рівноваги

тіла (мінімуму) апроксимується параболою, взагалі кажучи, ϵ характерним для класичного підходу. В результаті, оскільки сила задається співвідношенням (19), одержуємо лінійну залежність сили від зовнішніх параметрів. Тому *фізика малих змінних завжди є лінійною*.

Аналогічна процедура для визначення критичних точок може бути використана і у багатовимірному випадку, тоді поблизу невідродженої критичної точки (для неї перша похідна $\frac{\partial U}{\partial x_i}$ дорівнює нулю, а багатовимірний аналог другої $U_{ij} = \frac{\partial^2 U}{\partial x_i \partial x_j}$ нулю не дорівнює, тобто $\det U_{ij} \neq 0$) потенціальна функція заміною змінних $\tilde{x}_i = \tilde{x}_i(x_1, \dots, x_n)$ зводиться до квадратичної форми

$$U = \sum_i \lambda_i (c_\alpha) \tilde{x}_i^2, \quad (21)$$

де λ_i – довільні дійсні числа.

Це співвідношення може бути також перетворене до вигляду

$$U = \pm x_1'^2 \pm x_2'^2 \pm \dots \pm x_n'^2 + c_\alpha. \quad (22)$$

Невідроджені критичні точки визначають максимуми, мінімуми і сідловинні точки різного типу потенціальної функції U і дають можливість з'ясувати якісну картину її поведінки в багатовимірному просторі. Так, двовимірна функція $U(x_1, x_2)$ нагадує рельєфну карту поверхні землі: вершини гір і сідла зв'язані хребтами, тут є озерні западини і сідлоподібні долини (рис. 25). Їх положення легко визначити взявши першу і другу похідні від відповідної функції. Діагоналізація квадратичної форми U_{ij} дає можливість знайти напрями градієнта функції.

Якщо двовимірний потенціальний рельєф наповнити водою, то вона збереться в западинах, розміщених на дні долин. Мінімум потенціального рельєфу, який притягує воду, фактично є *атрактором*. Атрактори розділяються сідловинами, хребтами,

вершинами, які створюють границі поділу між різними областями їх притягання. Типова картина рельєфу потенціальної функції, що має лише невироджені критичні точки, наведена на рис. 25.

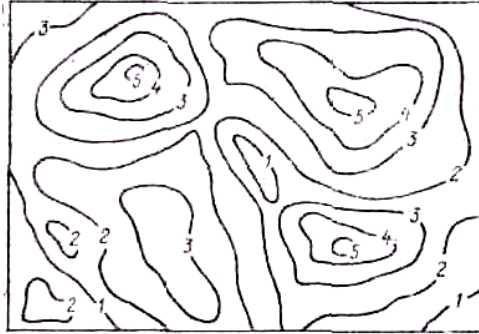


Рисунок 25 – Потенціальний рельєф у просторі змінних стану

Розглянута вище проста якісна картина багатовимірного рельєфу істотно змінюється за наявності *вироджених критичних точок* функції, для яких одне або декілька власних значень $\det U_{ij}$ дорівнює нулю. Рівність нулю $\det U_{ij} = 0$ відбувається при деяких певних значеннях керуючих параметрів c_α . Якщо при зміні величин c_α система проходить через вироджену критичну точку, то топографія потенціального рельєфу докорінно змінюється. Замість знайомого пейзажу з хребтами і долинами виникає якісно нова картина, тобто ми опиняємося немов би в зовсім іншому потенціальному світі. В цьому значенні *про перехід через особливу точку говорять як про катастрофу*. При наближенні до границі переходу певні критичні точки рельєфу зближуються, а потім зливаються.

Безліч точок c_α , що відповідають функції з $\det U_{ij} = 0$, розбивають простір керуючих параметрів на відкриті області. Кожній з цих областей відповідають якісно відмінні потенціальні рельєфи. При перетині границі, що розділяє ці області, – так званої *сепаратриси*, яка є геометричним місцем особливостей, відбувається якісна стрибкоподібна зміна станів системи –

катастрофа.

Значення підходу, що розвивається, полягає у визначенні вироджених критичних точок (поверхонь), що відповідають якісній зміні в топографії рядів потенціальних функцій і виконанню поблизу них лінійного аналізу стійкості.

В околиці вироджених, особливих точок відповідним перетворенням координат потенціальна функція може бути подана у вигляді

$$U = \text{Cat}(x_l, c_\beta) + \sum_{i=l+1} \lambda_i(c_\alpha) x_i^2. \quad (23)$$

Тут l змінних, що відповідають нульовим власним значенням матриці U_{ij} , є аргументами функції катастрофи $\text{Cat}(x_l, c_\beta)$, яка залежить також від керуючих параметрів. Залежність потенціальної функції від решти $(n-l)$ змінних, що відповідають відмінним від нуля власним значенням, подається, як і раніше, квадратичною формою.

У результаті аналізу виявилось, що функції $\text{Cat}(x_l, c_\beta)$ можна звести до певного канонічного вигляду. Класифікація особливостей потенціальних функцій (функцій катастроф) була проведена В. І. Арнольдом.

З'ясувалося, що для однієї або двох змінних і числа керуючих параметрів, що не перевищує п'яти, є сім типів елементарних катастроф. Для кожного типу катастроф розглядається поверхня, що залежить від n_i змінних стану і n_α керуючих параметрів в просторі $n_i + n_\alpha$ вимірювань. Поверхня найпростішої катастрофи з однією змінною стану і одним керуючим параметром наведена на рис. 26 а. Вона має вигляд складки на тканині і називається катастрофою складки. Функція катастрофи в цьому випадку задається канонічною формою $\text{Cat}(x_l, c_\beta) = x^3 + cx$. Відповідні криві для фіксованих значень параметра c наведені на рис. 26 б. При $c > 0$ всі криві якісно подібні – вони не мають критичних точок. Всі криві з $c < 0$ також подібні і мають дві критичні точки. Точка $c = 0$ в просторі керуючих параметрів є сепаратрисою (рис. 26 в).

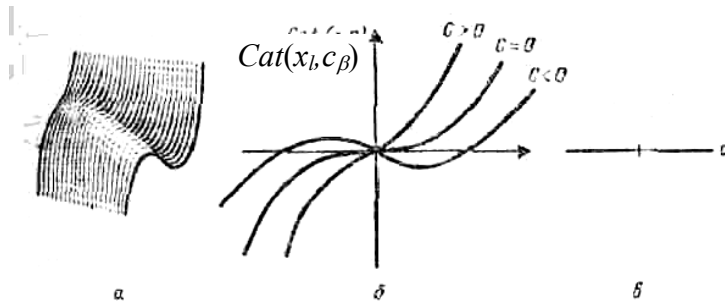


Рисунок 26 – Катастрофа складки: *a* – поверхня катастроф; *б*–залежність вигляду функції катастрофи від змінної стану; *c* - сепаратриса

Катастрофи складки виникають в моделях, які описують релаксаційні коливання, схеми тригерів, навантажені арки, різні дисипативні структури.

Функція катастрофи, що залежить від однієї змінної стану і двох або трьох керуючих параметрів, має вигляд $Cat(x_1, c_\beta) = x^4 + c_1 x^2 + c_2 x$ (так звана *катастрофа збірки*) та $Cat(x_1, c_\beta) = x^5 + c_1 x^3 + c_2 x^2 + c_3 x$ (*ластівчин хвіст*).

На рис. 27 показана сепаратриса катастрофи збірки. Вона розділяє площину керуючих параметрів на дві відкриті області, що являють собою функції з однією і трьома критичними точками. Лінії сепаратриси мають двічі вироджені точки, а точка перетину - тричі вироджена. На рис. 27 зображені також потенціальні функції, що відповідають деяким точкам площини керуючих параметрів.

Моделі, що містять катастрофу типу збірки, використовуються у механіці конструкцій, при описі ряду коливальних режимів, в динаміці квантових систем та ін.

Аналогічний, хоча і дещо більш громіздкий, вигляд має опис решти п'яти типів елементарних катастроф.

Значення елементарної теорії катастроф полягає в тому, що вона зводить величезне різноманіття ситуацій, які спостерігаються у природі, до невеликої кількості стандартних схем, які можна детально дослідити один раз і назавжди.

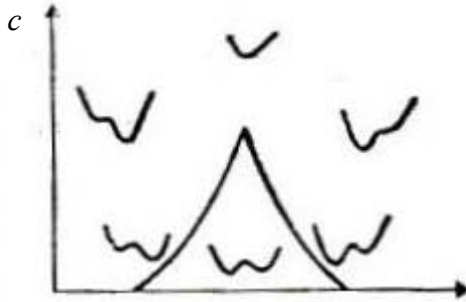


Рисунок 27 – Площина керуючих параметрів катастрофи збірки. На рисунку нанесені потенціальні функції, що відповідають даним областям керуючих параметрів

В наш час теорія катастроф широко застосовується в механіці конструкцій, метеорології, аеродинаміці, оптиці, теорії кооперативних явищ, квантовій динаміці та ін. Але головне полягає в тому, що ця теорія *підводить ефективну стандартну базу під опис якісних змін в нелінійних рівняннях, що моделюють будь-які системи, далекі від рівноваги*. Вона є основою аналізу в теорії переходів термодинамічних систем у нові структурні стани.

Теорія катастроф визначає область існування різних структур, границі їх стійкості. При цьому вона описує *лише статичну картину*, оскільки з самого початку з розгляду була виключена залежність вихідної функції від часу, тобто зміни динамічного характеру. Безпосередній *аналіз еволюції системи виходить за межі теорії катастроф*. Для вивчення динаміки систем її необхідно доповнити положеннями про те, яким чином нові розв'язки рівняння чи системи рівнянь відокремлюються від деякого відомого розв'язку при зміні керуючого параметра з часом. Це задача *теорії біфуркацій*.

Стан фізичної системи, що описується потенціалом $U(x_i, c_a)$, задається точкою (x_i) , в якій потенціал має мінімум. Зміна зовнішніх умов приводить до зміни керуючих параметрів з часом, що, у свою чергу, впливає на вигляд потенціальної функції $U(x_i, c_a)$. Глобальний мінімум, що раніше визначав стан системи, може стати метастабільним локальним мінімумом або навіть зовсім зникнути (рис.28). При цьому система повинна перестрибнути з одного локального мінімуму енергії в інший, в

результаті відбувається різка зміна стану системи. Момент переходу залежить від властивостей системи і рівня флуктуацій в ній.

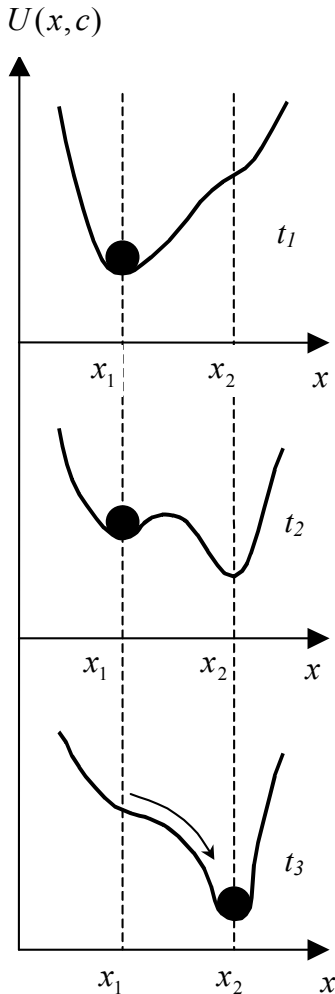


Рисунок 28 – Зміна потенціальної функції $U(x, c, \alpha)$ з часом

В реальних умовах, наприклад, при поглибленні нерівноважності у відкритих системах, виникає певна послідовність біфуркацій, відповідно одна структура заміняється іншою. Такі послідовності біфуркацій, маючи ряд загальних особливостей, можуть відбуватися за різними сценаріями.

Типовим і характерним прикладом такого сценарію є розвиток турбулентності у рідині, що характеризується цілим рядом послідовних біфуркацій, які призводять до надзвичайно складного квазіперіодичного її руху. В результаті виникає динамічний хаос.

6 Термодинаміка відкритих систем

6.1 Труднощі класичної термодинаміки ізольованих систем

Люди дуже давно помітили разючу асиметрію процесів деградації і розвитку у живій і неживій природі. В класичній науці XIX ст. панувало переконання, що матерії властива тенденція до руйнування будь-якої впорядкованості, прагнення до початкової рівноваги. В енергетичному значенні це означає повну

неврегульованість системи, або хаос. Такий погляд на речі сформувався під впливом *класичної рівноважної термодинаміки*. Саме вона вивчається у традиційному курсі загальної фізики [15].

Класична термодинаміка, як добре відомо, вивчає процеси взаємоперетворення різних видів енергії у *ізольованих системах*. Нагадаємо, що *ізольованими або замкненими називаються системи, які не обмінюються енергією і речовиною із зовнішнім середовищем*. Класичною термодинамікою було встановлено, що взаємне перетворення тепла (Q) і роботи (A) нерівноправне. Робота може повністю перетворюватися на тепло за допомогою тертя або інших способів, а тепло повністю перетворити на роботу принципово неможливо. Це означає, що у взаємних перетвореннях одних видів енергії в інші існує *виділена природою спрямованість*. Напрямок можливих процесів у природі визначається добре відомим *другим началом термодинаміки*, яке у формулюванні німецького фізика Р. Клаузіуса звучить так: *“Теплота не може переходити спонтанно від тіла з нижчою температурою до тіла з вищою температурою”* [15].

Закон збереження і перетворення енергії (*перше начало термодинаміки*) в принципі не забороняє такого переходу, необхідно лише щоб зберігалася повна енергія системи. Але реально процес переходу теплоти від менш нагрітих до більш нагрітих тіл ніколи не відбувається. Цю односторонність, односпрямованість перерозподілу енергії в ізольованих системах і констатує друге начало термодинаміки. Разом з формулюванням цього закону термодинаміка ввела у фізику ідею необоротних процесів та поняття “стріли часу”. Згідно з другим началом термодинаміки деяка частина механічної енергії системи завжди розсіюється у вигляді тепла і тому не може бути відновлена. Звідси випливає, що всі процеси у природі мають визначений напрямок розвитку, обернені процеси неможливі [31].

Для визначення напрямку процесів, що відбуваються у природі, в термодинаміці використовується поняття ентропії (S). Під *ентропією розуміють міру неупорядкованості системи*. Більш точне формулювання другого начала термодинаміки з використанням цього поняття має такий вигляд: *при довільних процесах в системах, що мають сталу енергію, ентропія завжди*

зростає ($\Delta S \geq 0$). Тобто будь-які замкнені системи рухаються до стану з найбільшою ентропією, таким чином ентропія таких систем поводить себе як *атрактор*! Тобто ми приходимо до іншого математичного опису процесів, що вже розглядалися!

Фізичне значення зростання ентропії зводиться до того, що *ізолювана система, яка складається з деякої кількості частинок, прагне перейти в стан з найменшою впорядкованістю їх руху*. Це і є найпростіший стан системи, або термодинамічна рівновага. *Максимальна ентропія означає, що рух частинок системи є хаотичним* [12, 31].

Умову термодинамічної рівноваги представляють також в інших формах—через функцію Гельмгольца F або функцію Гібса G :

$$F = U - TS ; G = U + PV - TS , \quad (24)$$

де U - внутрішня енергія; P – тиск; V - об'єм; T - температура. Тоді для системи із заданими P , T , V – умова термодинамічної рівноваги буде мати вигляд

$$\begin{aligned} F(V, T, \dots) &= \min , \quad \Delta F = 0 , \\ G(P, T, \dots) &= \min , \quad \Delta G = 0 . \end{aligned} \quad (25)$$

З цих співвідношень випливає, що *рушійною силою рівноважних процесів є прагнення системи до мінімуму вільної енергії*.

Загальний висновок, що випливає з аналізу другого начала термодинаміки, для людства невтішний: необоротна спрямованість процесів перетворення енергії в ізолюваних системах рано чи пізно призведе до перетворення всіх її видів у *теплову енергію*. Ця енергія розсіється, тобто в середньому рівномірно розподілиться між елементами системи, що і означатиме термодинамічну рівновагу. Якщо Всесвіт замкнений, то його чекає саме така невтішна доля (так звана гіпотеза *теплової смерті Всесвіту*) [6]. З хаосу, як стверджували стародавні греки, він народився, в хаос, за припущенням

класичної термодинаміки, і повернеться.

Разом з тим виникає цікаве питання: якщо Всесвіт еволюціонує тільки до хаосу, то як він зміг виникнути і організуватися до нинішнього впорядкованого стану? Відповідь на це питання класична термодинаміка не шукала, бо сформувалася в епоху, коли домінували погляди про стаціонарний характер Всесвіту. У XIX ст. єдиним німим докором класичній термодинаміці була *дарвінівська теорія еволюції*. Адже процес розвитку рослинного і тваринного світу, що передбачувався нею, характеризувався безперервним ускладненням, наростанням організації і порядку. Жива природа всупереч другому началу термодинаміки чомусь прагнула геть від термодинамічної рівноваги і хаосу. Спостерігалася очевидна *невідповідність законів розвитку неживої і живої природи* [3, 27, 28].

Після заміни моделі стаціонарного Всесвіту на модель, що передбачала його розвиток (початок XX ст.), з якої випливало наростаюче ускладнення організації матеріальних об'єктів природи, невідповідність існуючих законів реальності стала ще більш очевидною. Адже якщо принцип зростання ентропії такий універсальний, як же могли виникнути складні природні структури, що оточують нас? Випадковим “збуренням” в цілому рівноважного Всесвіту їх не пояснити.

Стало очевидно, що для збереження несуперечності загальної картини світу необхідно постулювати *наявність у природі в цілому не тільки руйнівної, але і творчої тенденції. Матерія здатна рухатися у бік, протилежний термодинамічній рівновазі, самоорганізовуватися і самоускладнюватися*. Подібні процеси у природі розвиваються у так званих *відкритих системах, які обмінюються матерією, енергією або інформацією із зовнішнім середовищем*. Дослідження таких систем почалося досить недавно, так, тільки у 40-х роках XX століття з'явилися праці з термодинаміки відкритих систем біля точки рівноваги, синергетика ж як наука про відкриті системи, що далекі від стану рівноваги, виникла лише у 80-х роках [12].

6.2 Термодинаміка відкритих систем біля стану рівноваги

Термодинамічний підхід до опису відкритих систем вперше розвинутий у працях бельгійського фізика російського походження, директора Міжнародного інституту фізики і хімії в Брюсселі, академіка Іллі Пригожина [31-35]. У подальшому він разом з американським професором хімії Л. Онзагером та французьким фізиком професором де Донд'є за праці з термодинаміки необоротних процесів та їх використання в хімії і біології отримали Нобелівську премію 1977 року.

Вчені розглянули процеси, що можуть відбуватися у відкритих системах. Нагадаємо, що всі системи в природі поділяються на *ізолювані і відкриті* [27-28]. Ізолювані системи не обмінюються з навколишнім середовищем ні матерією, ні енергією, ні інформацією, тоді як для відкритих систем цей обмін є суттєвим. У значній мірі ізолювані системи – це ідеалізація, яка використовувалася фізиками на початкових етапах вивчення навколишнього світу. В природі такі системи практично не зустрічаються, хоча класична термодинаміка [15] вивчала саме ці ідеальні моделі.

При описі відкритих систем Пригожин з співавторами звернули увагу на особливості поведінки їх ентропії. У загальному випадку в таких системах відбувається *створення ентропії у самій системі $\Delta_i S$ та обмін ентропією з зовнішнім середовищем $\Delta_e S$* (рис.29). Отже, загальну зміну ентропії відкритої системи ΔS можна подати у вигляді [31]

$$\Delta S = \Delta_i S + \Delta_e S. \quad (27)$$

У цьому виразі використані позначення авторів. Вибір позначень $\Delta_e S$ і $\Delta_i S$ повинен нагадувати читачу, що перший член належить до обміну енергією (англ. *exchange* - *e*) із зовнішнім середовищем, а другий - до необоротних процесів усередині (*inside* - *i*) системи. Незвичним є написання індексів біля символу Δ , мабуть цим автори хотіли підкреслити неадекватність даного процесу.

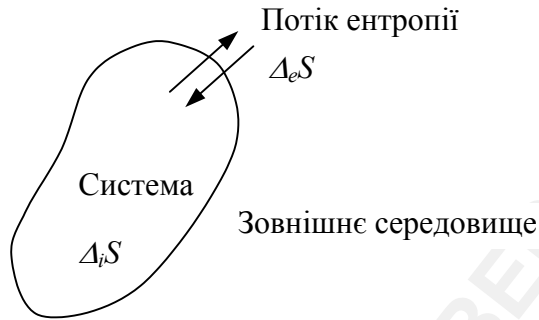


Рисунок 29 - Схематичне зображення відкритої системи

Другий закон термодинаміки стверджує, що знак створення ентропії у системі завжди позитивний, тобто $\Delta_i S \geq 0$, одночасно знак обміну ентропією $\Delta_e S$ може бути як позитивним (при надходженні ентропії з навколишнього середовища), так і негативним (при відтоці ентропії з системи в навколишнє середовище). Покажемо, що можливий випадок, коли загальна ентропія системи буде зменшуватися, тобто $\Delta S < 0$!

Із аналізу співвідношення (27) випливає, що можливі чотири ситуації.

Ситуація 1 Нехай відбувається надходження ентропії у систему з навколишнього середовища, тоді $\Delta_e S > 0$. Оскільки $\Delta_i S$ завжди позитивна, то їх сума теж позитивна, отже:

$$\Delta_e S > 0, \quad \Delta_i S \geq 0, \quad \Delta S > 0. \quad (28)$$

Ситуація 2 У разі відтоку ентропії у зовнішнє середовище, $\Delta_e S < 0$. При цьому абсолютна величина ентропії обміну може бути меншою від створення ентропії у системі $|\Delta_e S| < \Delta_i S$. Отже,

$$\Delta_e S < 0, \quad |\Delta_e S| < \Delta_i S, \quad \Delta_i S + \Delta_e S = \Delta S > 0, \quad (29)$$

загальна зміна ентропії ΔS є позитивною.

Ситуація 3 У разі негативного відтоку ентропії з системи в навколишнє середовище $\Delta_e S < 0$. Якщо абсолютна величина цього параметра дорівнює створенню ентропії в системі $|\Delta_e S| = \Delta_i S$, одержимо

$$\Delta_e S < 0, \quad |\Delta_e S| = \Delta_i S, \quad \Delta_i S + \Delta_e S = \Delta S = 0. \quad (30)$$

Як бачимо, загальна ентропія системи не змінюється. Відповідно *система буде знаходитися у деякому стані динамічної рівноваги із зовнішнім середовищем.*

Ситуація 4 Нехай відбувається відтік ентропії з системи в навколишнє середовище $\Delta_e S < 0$, але його абсолютна величина є більшою від створення ентропії в системі $|\Delta_e S| > \Delta_i S$. Отже, в даному випадку

$$\Delta_e S < 0, \quad |\Delta_e S| > \Delta_i S, \quad \Delta_i S + \Delta_e S = \Delta S < 0, \quad (31)$$

і загальна зміна ентропії системи ΔS виявляється від'ємною.

Таким чином, з ситуації 4 бачимо, що у *відкритих системах можлива від'ємна зміна ентропії*, тобто сама ентропія зменшується!

Нагадаємо, що збільшення ентропії приводить до наближення системи до найменш впорядкованого стану, тоді *зменшення ентропії може розглядатися як рух системи від хаосу до порядку*. Це означає, що в *хаотичній системі можливе спонтанне виникнення порядку*. В результаті дисипативні системи не тільки підтримують стан, далекий від стійкої рівноваги, але можуть навіть підвищувати свою складність. При цьому *нестійкості і біфуркації, що виникають в процесі організації, є результатом флуктуацій, що підсилюються петлями позитивного зворотного зв'язку*. Це принципово новий висновок, що відкриває цікаві перспективи в дослідженні еволюції відкритих систем.

6.3 Принцип мінімуму дисипації енергії Моїсеєва [27, 32]

Сучасна наука розглядає два основні стани рівноваги складних динамічних систем: *стійку рівновагу та нерівноважну стійкість*.

Стан стійкої рівноваги достатньо добре вивчений класичною наукою – механікою (статикою) та термодинамікою. Цей стан, де ентропія системи набуває максимального значення, є *глобальним атрактором*. *Перейти у такий стан намагається будь-яка ізольована система*. У цьому випадку говорять, що динамічна система перебуває на *основній термодинамічній гілці* [31-32].

Стан нерівноважної стійкості - основний стан відкритих систем, він найбільш часто трапляється на біологічному структурному рівні матерії. Саме такий стан вивчає *нерівноважна термодинаміка*.

Для опису поведінки відкритих систем використовують *функцію дисипації ентропії*

$$\psi = T p = T \frac{d_i S}{dt}, \quad (32)$$

де $p = \frac{d_i S}{dt} \geq 0$ - створення ентропії; $\psi \geq 0$.

Для *відкритих систем аналогом рівноважного стану є стан, при досягненні якого суттєві для опису системи параметри не змінюються з часом і $dS = 0$* . Стаціонарний слабконерівноважний стан відкритої системи, у якій відбувається необоротний процес, характеризується тим, що *швидкість створення ентропії має мінімальне значення при даних зовнішніх умовах, що перешкоджають досягненню системою стійкого рівноважного стану*. При цьому умова еволюції має вигляд $dp \leq 0$, а умова поточної рівноваги $p \rightarrow \min$, $dp = 0$. Під *поточною рівновагою розуміють стаціонарний нерівноважний стан відкритої системи, стійкий до малих відхилень*.

Теорема про мінімум вироблення ентропії відображає інерціальні властивості нерівноважних систем: *у випадку, коли задані граничні умови не дозволяють досягнути термодинамічної*

рівноваги, система зупиняється у стані нерівноважної стійкості з мінімумом дисипації енергії. Справедливість рівняння $\frac{dp}{dt} \leq 0$

була доведена для лінійних необоротних процесів, тобто у рамках лінійної термодинаміки для систем, що знаходяться поблизу від стану рівноваги. Питання про можливість узагальнення цього принципу і на нелінійні термодинамічні системи довгий час залишалося відкритим.

Це перший зробив Моїсеєв, який на основі розгляду механізмів розвитку живої природи сформулював *принцип мінімуму дисипації енергії* та постулював можливість використання його для систем неживої матерії: *“Якщо множина стійких рухів або станів, що задовольняє закони збереження та інші обмеження фізичного характеру, складається більш ніж з одного елемента, тобто інші закони не виділяють єдиного руху або стану, то завершальний етап відбору рухів або станів, що реалізуються, визначається мінімумом дисипації енергії (або мінімумом зростання ентропії)”* [27, 36].

Відносно живої природи цей принцип відображає прагнення синергетичної системи максимальним чином використовувати енергію і речовину. Подальші дослідження підтвердили, що існує широкий клас явищ неживої природи, для яких принцип Моїсеєва теж є визначальним.

У подальшому Климонтович довів суворо так звану *S-теорему*, яка дозволила поширити принцип мінімуму утворення ентропії і на нелінійну область, тобто для систем далеких від стану рівноваги [37]. Теорема дозволяє зробити оцінку відносного ступеня впорядкованості і нерівноважності стану системи і передбачити напрямок, у якому під впливом зовнішніх факторів буде відбуватися еволюція відкритої системи. Згідно з *S-теореми*ю при критичних фазових переходах через порогові значення керуючих параметрів відбувається стрибкоподібне зменшення ентропії системи із зменшенням її виробництва. Таким чином, *принцип мінімуму утворення ентропії у процесах самоорганізації є загальним як для лінійних, так і нелінійних термодинамічних систем.*

Відтік ентропії з системи у зовнішнє середовище іноді подають як витягання з середовища негативної ентропії (іноді її називають *негатропією*). Це приводить до зменшення хаосу в системі, мінімізації її вільної енергії і відповідно виникнення впорядкованості. Інакше кажучи, для самоорганізації системи повинен виникнути своєрідний «насос», що викачує ентропію з системи.

Отже, в процесі еволюції у відкритих системах з неупорядкованих станів можуть виникати впорядковані. Цей висновок суперечить здоровому глузду і дотепер не зовсім зрозумілий багатьом представникам науки, не говорячи вже про студентські маси.

Зростання впорядкованості системи, процес структуроутворення відповідає терміну “онтогенез” (від грец. *ontos* суще, *genesis* - походження). Різноманіття форм, що при цьому виникає, описується терміном *морфогенез* (від грец. *morphe* - форма). *Онтогенез, звичайно, супроводжується морфогенезом.* Ці процеси завжди пов'язані з відтоком ентропії з системи, роботою “*ентропійного насоса*”. Зараз доведено, що *це загальний закон природи, який може застосовуватися до онтогенезу ембріона, виникнення зірок та до будь-яких інших процесів у відкритих системах* [27-28].

В ході розвитку нерівноважного процесу при деякому критичному значенні зовнішнього потоку енергії або речовини виникає нестійкий стан системи, в результаті в ній можуть з'явитися нові форми і структури. Це і є самоорганізація, вона властива так званим *синергетичним системам*.

7 Введення у синергетику

7.1 Основні поняття синергетики

Теорія самоорганізації складних систем сьогодні розвивається за трьома основними напрямками: *синергетика* (Р. Хакен [38]), *нерівноважна термодинаміка* (І.Р. Пригожин [31-35]) та *теорія катастроф* (Г.Уїтні, Т.Рене, А.Арнольд [29-30]). Загальне значення комплексу синергетичних (термін Р. Хакена) ідей, які розвивають ці напрямки, полягає у такому: *процеси руйнування і творення, деградації і еволюції у Всесвіті*

рівноправні; процеси творення (наростання складності і впорядкованості) мають єдиний алгоритм, що не залежить від природи систем, в яких вони відбуваються. Таким чином, синергетика (слово походить від грецьких слів "разом" і "дію" і означає сумісну, злагоджену дію) претендує на відкриття універсального механізму, за допомогою якого здійснюється самоорганізація як в живій, так і в неживій природі. Під самоорганізацією при цьому розуміється спонтанний перехід відкритої нерівноважної системи від менш складних і впорядкованих форм організації до більш складних і впорядкованих. Розширене визначення синергетики можна сформулювати так.

Синергетика є сучасною теорією еволюції великих, надскладних, відкритих, термодинамічно нерівноважних, нелінійних динамічних систем, що мають зворотний зв'язок і існують квазістаціонарно лише в умовах постійного обміну речовиною, енергією і інформацією із зовнішнім середовищем. До таких систем належать: Всесвіт, природа, людське суспільство як вища форма і продукт матеріальної та духовної культури, що створені людством, та ін. До цього переліку входить і безліч різноманітних підсистем названих систем, що характеризуються (на своїх рівнях) синергетичними ознаками. Синергетика об'єднала різні науки єдиною термінологією та математичним апаратом, що дозволило використовувати її досягнення для пояснення надширокого кола природних явищ [28, 31-35].

Процес самоорганізації (виникнення упорядкованих структур) відбувається, як ми бачимо, не у будь-яких макроскопічних системах. Самоорганізація можлива за таких умов: система повинна бути відкритою і нерівноважною; в ній повинна бути стохастичність; вона має бути нестійкою відносно слабких збурень і нелінійною. Найбільше нелінійність виявляється у масових, кооперативних явищах, де погоджено (кооперативно, когерентно) діє значна частина учасників процесу.

Математичною моделлю таких динамічних систем є нелінійні диференціальні рівняння. Особливість їх, як ми з'ясували, полягає у тому, що вони мають декілька якісно різних розв'язків. Оскільки ці розв'язки визначають еволюцію даної системи, то фізичне значення їх множинності полягає в тому, що

динамічна система виявляється, як кажуть, у *стані відкритого майбутнього*. Завжди реалізується лише одна альтернатива з декількох можливих, але яка саме – вирішує випадок, тобто *дія дуже малої флуктуації динамічної змінної або фізичного параметра реальної системи*. Це пов'язано з тим, що при певних значеннях параметрів система втрачає стійкість, *робиться чутливою навіть до нескінченно слабкої дії*. Можна образно сказати, що за даних умов система перебуває на роздоріжжі шляхів в майбутнє. Зміна кількості (або стійкості) рішень є *біфуркацією (катастрофою)* [28-30].

Фактор, що вносить флуктуації (*ініціатор*), чие втручання у момент нестійкості визначає долю подальшої еволюції системи, називають *реплікатором* (від латинського – “розгортання, створення собі подібної структури”). Можна сказати: *реплікатор – це те, що виділяє даний випадок з безлічі інших флуктуацій або шумів, перетворюючи його на “подію”, що реалізується у кожному конкретному випадку*. Наприклад, у генетиці реплікатором є ген, в лазері – квант світла, випущений у ході спонтанного випромінювання, та ін. *Реплікатор стає лідером процесу самоорганізації і відбувається відтворення (реплікація) його індивідуальних характеристик іншими учасниками процесу, формування упорядкованих структур*. У результаті саме його характеристики закріплюються в поведінці системи.

Традиційно вивчення властивостей природних об'єктів дослідники починають з *аналізу*, тобто розкладання їх на окремі частини – підсистеми. Зрозумівши, як “працюють” ці окремі частини, вони намагаються пояснити властивості всього об'єкта в цілому (*синтез*), розглядаючи його як просту суму складових. Такий підхід широко використовується у сучасній науці і одержав назву *редукціонізму* [2-3]. Проте не завжди властивості складної системи можна пояснити на основі простої суперпозиції властивостей окремих її частин. Як правило, окремі підсистеми взаємодіють одна з одною, і іноді така взаємодія має вигляд цілеспрямованої. При цьому у системи виникають нові властивості, що якісно відрізняються від властивостей окремих її підсистем. *Основне завдання синергетики – розкрити загальні принципи, за якими окремі підсистеми формують макроскопічні властивості повної системи, виявити механізми самоорганізації*

відкритих систем [12-28]. Ця програма охоплює широке коло явищ, оскільки підсистемами можуть бути атоми, молекули, клітинки, комп'ютери і навіть людина. Важливо, як вже вказувалося, щоб ці підсистеми були відкритими та обмінювалися енергією, інформацією та речовиною із зовнішнім середовищем.

Таким чином, синергетика в широкому значенні може бути названа "*еволюційним природознавством*". Від Буття до Становлення – ось, наслідуючи Іллю Пригожина, орієнтація нової наукової парадигми, в контексті якої *акцент переноситься з вивчення інваріантів різних систем, положень їх рівноваги на вивчення станів нестійкості, механізмів виникнення нового, народження і перебудови* [33].

Наприкінці наведемо три ключові слова, які достатньо повно визначають значення суті синергетики: *відкритість, когерентність, нелінійність* [27]. Перш за все синергетичні властивості можуть виявлятися у відкритих системах. Далі такі системи виявляють властивість когерентності, коли окремі її елементи діють синхронно, погоджено один з одним. І, нарешті, опис подібних систем здійснюється за допомогою нелінійного математичного апарата.

7.2 Самоорганізація у природі

Розглянемо деякі приклади самоорганізації в різних природних системах. У хімії відомі так звані *хімічні годинники*. За певних умов деякі хімічні реакції супроводжуються періодичними змінами концентрацій реагентів: з часом один реагент замінюється іншим, потім знов відновлюється і знову зникає, відповідно весь час змінюється колір розчину. Виникає періодичний хімічний процес у просторі та часі, який називають *реакцією Белоусова–Жаботинського* [24, 28]. При цьому утворюються кольорові упорядковані структури, подібні, наприклад, до наведених на рис. 30.

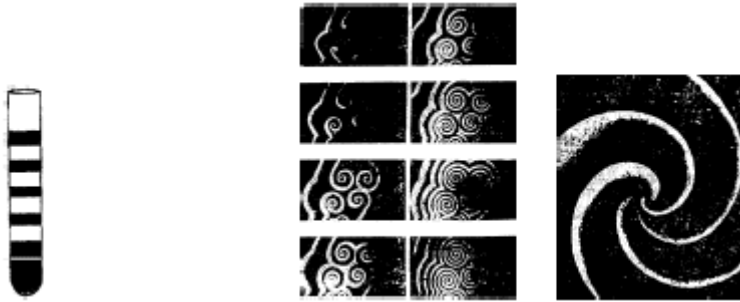


Рисунок 30 – Виникнення просторових структур в реакції Белоусова–Жаботинського

Іншим прикладом самоорганізації є виникнення концентричних і спіральних хвиль в агрегуючих популяціях живих клітин (рис. 31 а). Коли клітинки починають голодувати, вони періодично виділяють спеціальну сигнальну речовину. Інші клітинки, прийнявши сигнал, починають рухатися в область підвищеної концентрації цієї речовини. У результаті виникає розподіл густини клітинок, що нагадує хвильові картини в реакції Белоусова–Жаботинського. Колективна взаємодія дозволяє товариству клітинок контролювати велику територію, в результаті формується своєрідний багатоклітинний організм (до 105 клітинок). Таким чином, у відповідь на брак їжі в системі відбувається перехід до нового рівня організації, який характеризується злагодженою поведінкою великої кількості клітинок. Це дозволяє багатоклітинному організму гнучко реагувати на несприятливі зміни середовища.

Відомо, що кількість особин різних видів тварин також схильна до часових коливань. Наприклад, чисельність популяцій зайців і рисей залежить від їх співвідношення. Збільшення кількості хижаків-рисей призводить до зменшення кількості жертв-зайців і навпаки (рис.31 б). Динаміка різноманітних популяцій також може бути пояснена на основі законів синергетики. До речі для цього використовують логістичне рівняння (16).

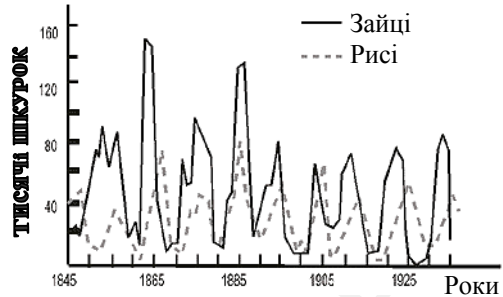
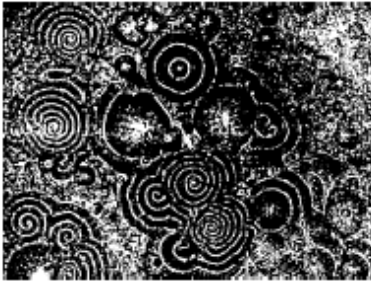


Рисунок 31 – Концентричні і спіральні хвилі популяцій клітин *Dictyostelium discoideum*, що взаємодіють між собою на поверхні агару. Клітинки, що рухаються до центру утворення, мають вигляд світлих, а нерухомі – темних смужок (а); зміна кількості рисей і зайців-біляків у природі (б)

Типовим об'єктом синергетики є лазер. Саме на основі дослідження лазерного випромінювання Хакен (1970 р.) ввів термін “синергетика”, щоб відобразити необхідність створення нової науки, що вивчає процеси, в яких спільна дія окремих частин або об'єктів, таких, наприклад, як атоми лазера, обумовлює узгоджену поведінку цілого. Хакен довів, що лазер є сильно нерівноважною системою, а сам перехід від некогерентного випромінювання лампи до когерентного випромінювання лазера є яскравим прикладом самоорганізації [38].

Дійсно, до порогу виникнення генерації всі атоми робочої речовини лазера випускають випромінювання незалежно один від одного (випадково, некогерентно). Їх випромінювання можна наочно подати як випадковий набір окремих хвильових електромагнітних цугів (рис.32 а). Вище за деякий поріг (*порог генерації*) всі атоми починають випромінювати випромінювання однаково, або *когерентно* (рис.32 б). Така ж ситуація спостерігається і при генерації ультракоротких імпульсів ($t \sim 10^{-12}$ с), у цьому випадку атоми речовини також випромінюють випромінювання корельовано (рис.32 в).

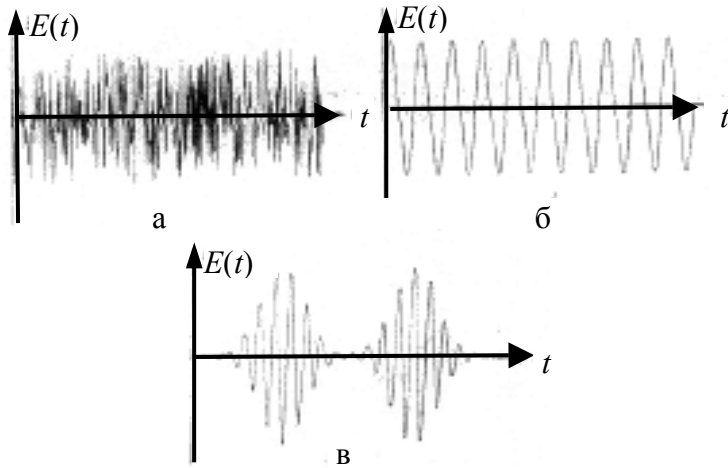


Рисунок 32 – Залежність напруженості поля E електромагнітної хвилі від часу t для випромінювання лампи (а); залежність напруженості поля E від часу t для випромінювання лазера (б); залежність напруженості поля E від часу t для ультракоротких імпульсів лазерного випромінювання (в)

Таким чином лазер можна розглядати, як перехрестя між квантовою і класичною фізикою, між рівноважними і нерівноважними явищами, між фазовими переходами і самоорганізацією, між регулярною і хаотичною динамікою.

Ще одним прикладом підвищення складності макроскопічних систем може бути еволюція людського суспільства від аграрного до індустріального і, нарешті, інформаційного.

Синергетика стверджує, що розвиток відкритих і сильно нерівноважних систем завжди відбувається шляхом наростання їх складності і впорядкованості. В циклі розвитку такої системи спостерігаються дві фази:

1) *період плавного еволюційного розвитку, з добре передбачуваними лінійними змінами, що наближує систему до деякого нестійкого критичного стану;*

2) *одномоментний, стрибкоподібний її вихід з критичного стану і перехід в новий стійкий стан з більшою мірою складності та впорядкованості.*

Важлива особливість другої фази полягає в тому, що перехід системи в новий стійкий стан є неоднозначним. Система, що досягла критичних параметрів, із стану сильної нестійкості неначе “звалюється” (точка *біфуркації*) в один з багатьох можливих, нових для неї стійких станів. У цій точці еволюційний шлях системи розгалужується, і яка саме гілка розвитку буде вибрана - вирішує випадок! Але після того як “вибір зроблений” і система перейшла в якісно новий стійкий стан, назад повернення немає. *Відповідно процес є необоротним у часі.* Звідси випливає, що *розвиток відкритих систем має принципово непередбачуваний характер.* Можна прорахувати варіанти можливих шляхів еволюції системи, але який саме буде реалізований на практиці - однозначно спрогнозувати неможливо.

7.3 Механізми самоорганізації нерівноважних систем

Найпопулярнішим і наочним прикладом утворення структур наростаючої складності є добре вивчене в гідродинаміці явище, яке називають *нестійкістю Бенара* (відкрите у 1900 р.) (рис.33, 34). Для розуміння основних етапів самоорганізації систем у природі розглянемо це явище більш докладно [24,28].

При підігріванні рідини, що розміщена в посудині, між нижнім і верхнім її шарами виникає деяка різниця (градієнт) температур $\Delta T = T_1 - T_2$. Якщо цей градієнт менший деякого критичного ($\Delta T < \Delta T_c$), то перенесення тепла в рідині відбувається на мікроскопічному рівні (рис.33 а). Цей режим зберігається і при збільшенні ΔT системи (*керуючого параметра*), відповідно сама система перебуває у стадії плавного еволюційного розвитку. Проте при досягненні градієнтом деякого критичного значення ($\Delta T > \Delta T_c$) в рідині раптово (стрибком) виникає конвекційний макроскопічний рух, в результаті створюються чітко виражені структури у вигляді циліндричних осередків (рис.33 б). Цей конвекційний рух виникає завдяки дії на деякий об'єм рідини підіймальної сили, яка обумовлена різницею густини нагрітих і холодних її шарів. До речі, теплова конвенція в горизонтальному шарі рідини, яка підігрівається знизу, описується *системою рівнянь Лоренца*.

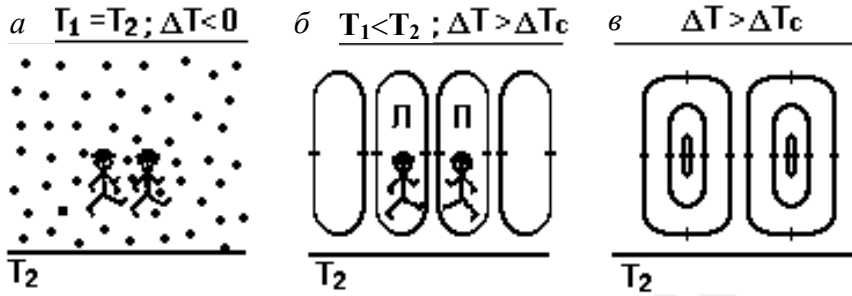


Рисунок 33 – Стан рідини: а – рівноважний стан рідини при $\Delta T < \Delta T_c$; б – утворення вихорів Бенара при $\Delta T > \Delta T_c$, літерами Л і П позначені напрямки обертання вихорів: Л – ліве, П – праве відповідно; в – структура двох сусідніх вихорів Бенара після біфуркації

Явище раптового виникнення упорядкованості у русі рідини, як уже зазначалося, відбувається у точці біфуркації. Відповідна біфуркаційна діаграма ефекту Бенара зображена на рис. 34 а. Мікрпорядкованість, що виникає в процесі самоупорядкування, зверху має вигляд стійкої комірчастої структури, що схожа на бджолині соти (рис.34 б). У центрі комірок теплові конвекційні потоки спрямовані вгору, а на гранях комірок під дією сили тяжіння відбувається рух рідини вниз.

Процес виникнення упорядкованості в системі можна зобразити кількісно у вигляді залежності потоку теплоти $q = \frac{dQ}{dt}$, що переноситься рідиною, від різниці температур ΔT між нижнім і верхнім її шарами (рис.35). При $\Delta T > \Delta T_c$, коли в системі починається структуроутворення, відбувається різкий злам цієї залежності. В результаті виникнення конвекційних комірок тепло починає більш інтенсивно переноситися через рідину, відповідно за цих умов рідина починає більш інтенсивно експортувати ентропію із зовнішнього середовища.

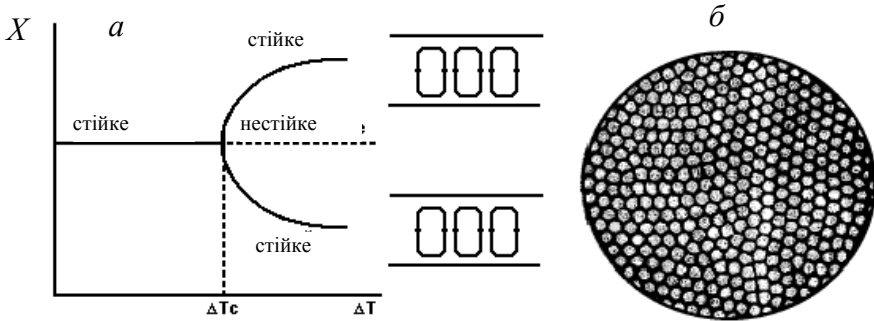


Рисунок 34 – Біфуркаційна діаграма ефекту Бенара. X – деяка величина, що характеризує напрямок обертання вихорів Бенара. При $\Delta T < \Delta T_c$ існує один стійкий рівноважний стан рідини. При $\Delta T > \Delta T_c$ рівноважний стан стає нестійким, але виникають два стійкі стани з різним напрямком обертання вихорів. Комірчаста структура рідини (б), що виникає у ефекті Бенара

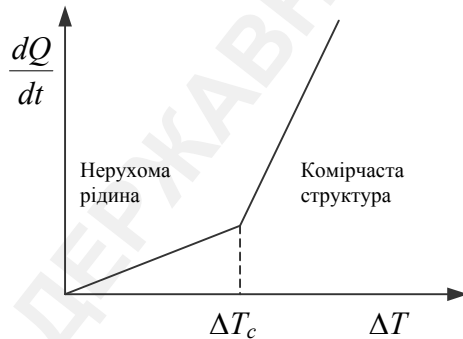


Рисунок 35 – Залежність теплового потоку q від різниці температур ΔT між нижніми та верхніми шарами рідини

До точки біфуркації відтік ентропії з системи ($\Delta_e S$) компенсувався її утворенням ($\Delta_i S$) за рахунок внутрішнього тертя і теплопровідності. Після точки біфуркації ΔT_c відтік ентропії починає суттєво перевищувати її утворення, як результат у системі виникають нові структури: у сукупності частинок виникають властивості, яких немає у її елементів. В

результаті частинки рідини починають рухатися *кооперативно, або когерентно*.

Упорядкована поведінка молекул рідини припускає наявність *далекодіючих кореляцій*, тобто статистично відтворювальних співвідношень між віддаленими частинами системи. При цьому розміри впорядкованої структури (*довжина кореляції*) дорівнюють приблизно 0,1 см (розмір комірок Бенара), тоді як характерний масштаб міжмолекулярних взаємодій складає порядку 10^{-8} см. Інакше кажучи, комірка Бенара містить $\sim 10^{27}$ молекул!!!

Той факт, що така величезна кількість частинок може демонструвати когерентну поведінку, незалежно від випадкового теплового руху кожної з них, є однією з основних властивостей самоорганізації. *Це явище неймовірно з позицій статистичної механіки*. Адже у момент утворення комірок Бенара мільярди молекул рідини як за командою починають поводитися скоординовано, погоджено, хоча до цього перебували в хаотичному русі. Створюється враження, ніби кожна молекула “знає”, що роблять усі інші, і бажає рухатися як єдине ціле. Класичні *статистичні закони тут явно не працюють*, це явище іншого порядку. Адже якби навіть випадково така “кооперативна” структура утворилася б, що майже неймовірно, вона відразу і розпалася б. Проте вона не тільки не розпадається, а, навпаки, за відповідних умов (надходження енергії ззовні) стійко зберігається. Отже, *виникнення структур наростаючої складності - не випадковість, а закономірність*.

Іншою *відмінною особливістю комірок Бенара є невизначеність у напрямку обертання конкретного вихору*. Як показують спостереження, сусідні вихори обертаються у протилежні боки. Одного разу вибраний напрямок обертання зберігається надалі. Проте, повторивши експеримент і досягнувши критичної різниці температур, можна в тому самому елементі об'єму рідини отримати зворотне обертання вихору. При цьому ніякі експериментальні хитрощі не дозволяють отримати заданий наперед напрямок обертання якогось вихору. *Цей процес має чисто ймовірнісний характер*, він визначається характером нескінченно слабких збурень системи в даному елементі об'єму рідини. Таким чином, система з нестійкістю Бенара може бути

прикладом того, як сильно нерівноважні системи стають “чутливими” до чинників, які поблизу стану рівноваги практично на неї не впливали. Як результат, ми спостерігаємо дивну співпрацю визначеності (*детермінізму*) і випадковості (*статистики*).

Виникає питання: що відбудеться, якщо ми будемо продовжувати збільшувати різницю температур між нижнім і верхнім шарами рідини за порогове значення ΔT_c ? У деякій області значень $\Delta T > \Delta T_c$ існуватимуть вихори Бенара, але деякі їх характеристики зміняться. Потім після переходу через інше критичне значення ΔT_{c_2} система одночасно перейде у нерегульований стан – *виникне хаос*. Але це вже не молекулярний хаос, який спостерігається при $\Delta T < \Delta T_c$, а *хаотичний об'ємний рух рідини*. Це режим, який передуює явищу, яке в гідродинаміці називається *турбулентністю*. Він характеризується тим, що ламінарний режим руху рідини у комірках починає переходити у неупорядкований. У більш загальному випадку можна сказати, що *турбулентність – це лише один із аспектів загальної тенденції цілого класу систем до переходу в хаотичний режим за певних умов*. Як приклад, на рис. 36 зображений процес народження турбулентності при обтіканні потоком рідини циліндра [24, 28].

Аналіз процесу утворення комірок Бенара показує, що нерівноважність дозволила системі уникнути теплового хаосу і трансформувати частину енергії, що надходить із зовнішнього середовища, у впорядковану поведінку нового типу – *дисипативну структуру*. Вона характеризується порушенням симетрії, множинними виборами можливих станів і кореляціями в макроскопічних масштабах. Структури, що виникають в процесі самоорганізації, назвали *дисипативними*, оскільки для їх підтримки потрібно більше енергії, ніж для підтримки більш простих систем. Подібні структури мають стійкість, необхідну для їх тривалого існування. *Утворення цих структур відбувається не через зовнішню дію, а за рахунок внутрішньої перебудови системи, коли система самонастроюється або самоорганізується на зовнішні чинники, досягаючи рівноваги із зовнішнім середовищем*.

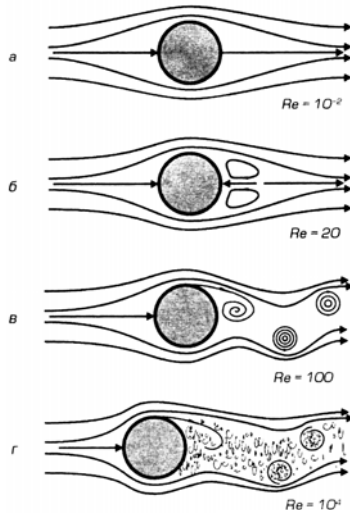


Рисунок 36 – Зміна характеру обтікання циліндра потоком рідини при збільшенні числа Рейнольдса ($Re = \frac{\rho v l}{\eta}$, де ρ - густина рідини, v - середня швидкість потоку, l - характерний розмір, η - коефіцієнт в'язкості рідини): а – ламінарна течія; б – виникнення окремих вихорів; в – виникнення вихрової доріжки Бенара-Кармана; г – встановлення розвинутої турбулентності

Процеси самоорганізації, як уже зазначалося, математично описуються абсолютно інакше, ніж рівноважні процеси, вони описуються нелінійними диференціальними рівняннями. *Процес самоорганізації, як і динамічний хаос, пов'язаний з динамікою системи, а не з конкретною природою досліджуваного об'єкта.* Тому він має універсальний характер і виявляється у фізичних, хімічних, біологічних, економічних та інших явищах та процесах. Організуючим принципом при формуванні впорядкованих структур є *нестійкість і нелінійність*. Але тут вони працюють по-іншому, ніж при встановленні динамічного хаосу.

При утворенні впорядкованих структур важливу роль виконує нелінійний відбір і синхронізація, або координація, суть яких полягає в наступному. В нерівноважному середовищі за

порогом нестійкості одночасно наростають найрізноманітніші рухи або збудження. На лінійній стадії процесу, коли амплітуди цих збуджень малі, панує повний хаос. На нелінійній стадії, коли їх амплітуди стають достатньо великими, починає працювати *нелінійна конкуренція*, оскільки всі збудження одержують енергію з одного джерела. Очевидно, що *виживають лише ті з них, які краще пристосовані для цього, або, як говорять, синхронізовані (скоординовані) з джерелом енергії і між собою*. У результаті в системі виникають колективні форми руху, між якими існує конкуренція, яка і “здійснює” *відбір найстійкіших з них*. Таким чином, комбінація взаємної конкуренції і синхронізації утворень різної орієнтації і масштабів приводить до виникнення дуже складних структур. При цьому їх утворення відбувається абсолютно спонтанно (випадково).

Підведемо підсумки розгляду різних систем у природі. Виявляється, що всі існуючі системи можна поділити на два принципово різних види: *ізолювані* (класичні) і *відкриті* (синергетичні). При цьому ізолювані системи, які вивчає класична термодинаміка, є частковим випадком відкритих. Порівняння класичних і синергетичних систем у природі проведено у таблиці 1. Останні відрізняються тим, що можуть обмінюватися з навколишнім середовищем речовиною, енергією або інформацією. При цьому *процеси в ізолюваних і відкритих системах розвиваються за абсолютно різними законами*. Процеси в замкнених системах ведуть до встановлення теплової рівноваги. Вони відбуваються в напрямку від порядку до хаосу, ентропія таких систем збільшується.

У відкритих нерівноважних системах процеси можуть відбуватися в зворотному напрямку: від хаосу до порядку. При цьому порядок в них народжується з хаосу, тобто *хаос є не тільки руйнівним, але і творчим, конструктивним елементом*. Відкриті системи у природі численні і різноманітні: вихори в океані і атмосфері, хімічні реакції з часовою і просторовою періодичністю, лазери, живі організми і екосистеми, нарешті ринкова економіка, в якій хаотичні дії мільйонів вільних індивідів приводять до утворення стійких і складних макроструктур [31-39]. В таких системах завжди спостерігається злагоджена поведінка підсистем, зменшується ентропія, внаслідок чого

Таблиця 1 – Порівняння уявлень про ізольовані і відкриті системи в природі

| Ознака | “Класична” система | “Синергетична” система |
|---------------------------------------|--|--|
| 1 | 2 | 3 |
| Поняття системи | | |
| Принцип виділення | Аналітичний – за функціональною ознакою | Емпіричний – за належністю елементів до системи |
| Керування | Моноцентричне – керується з центра, неоднаково жорстко на різних рівнях ієрархії | Поліцентричне – відносно автономні системи, упорядковуються в динамічну мережу |
| Ієрархія | Задана | Генерується самою системою |
| Термодинамічний стан | Замкнуті, рівноважні (статична рівновага) | Відкриті, нерівноважні (динамічна рівновага) |
| Внутрішня структура елементів системи | Неістотна | Має певне значення для поведінки системи |
| Математичний опис | Лінійний, нелінійність трактується як перешкода моделюванню | Нелінійний, лінійний опис приводить до спрощення системи |
| Взаємодія із зовнішнім середовищем | | |
| Вплив середовища | Середовище негативно впливає на систему | Середовище структурує систему |
| Параметри системи | Задані ззовні (зовнішнє нормування – термостат) | Генеруються самою системою (самонастроювання) |
| Поведінка системи відносно середовища | При збудженні середовища прагне до повернення в рівноважний стан | Активно змінює середовище – в певних межах "маніпулює" середовищем |

| 1 | 2 | 3 |
|-------------------------------|--|--|
| Характер розвитку | Траєкторія, оборотність | Процес, необоротність |
| Причинно-наслідкові відносини | Лінійні причинно-наслідкові ланцюжки | Циклічні (циркулярні) – вихідний сигнал може бути вхідним для тієї самої системи (зворотний зв'язок) |
| Час | Абсолютний, єдиний, однорідний | Системний, відносний |
| Поняття порядку | Структура, що визначається універсальними законами | Емерджентне самоутворення з флюктуацій у ході самоорганізації |

зростає ступінь їх впорядкування.

Останніми роками стало зрозуміло, що лінійний характер еволюції складних систем, до якого звикла класична наука, не правило, а швидше виняток. Розвиток більшості природних систем має нелінійний характер [12, 28]. А це означає, що для складних систем завжди існує декілька можливих шляхів еволюції. Розвиток здійснюється через випадковий вибір однієї з декількох дозволених можливостей подальшої еволюції в точці біфуркації. Отже, випадковість - не прикре непорозуміння, вона вбудована в механізм еволюції. Як результат, нинішній шлях еволюції системи, можливо, не кращий, ніж ті, які були знехтувані в процесі її еволюції випадковим вибором [28].

8 Схема еволюційних процесів у природі

З урахуванням вищезазначеного універсальна схема будь-якого еволюційного процесу в природі виглядає так (рис. 37) [40].

На початковому лінійному етапі розвитку (відрізок *AB*) відбувається повільна зміна властивостей системи вздовж деякого “каналу”. Межі зміни стану системи (береги “каналу”), визначаються законами фізики, хімії та іншими принципами відбору. В свою чергу, велика кількість випадкових зовнішніх

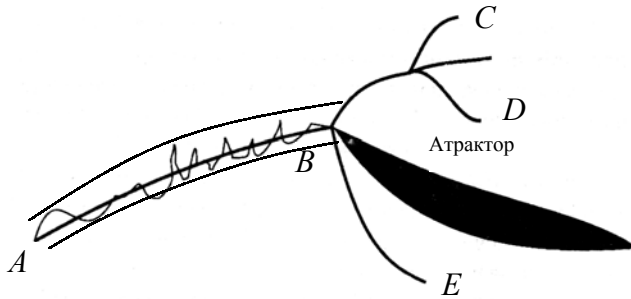


Рисунок 37 – Еволюція системи у стійкому та нестійкому станах

чинників постійно намагаються вивести систему за межі цього встановленого “русла”. При цьому ситуація може бути передбаченою з точністю до випадкових флуктуації - шумів, що не змінюють загального характеру розвитку. В деякий момент часу B (точка біфуркації), або зовнішній вплив на систему досягає критичного значення, або відбувається накопичення і об'єднання внутрішніх дій системи. В цей момент її параметри починають швидко змінюватися; раніше стабільний стан втрачає стійкість і виникає можливість різних шляхів розвитку BC , BD , BE ,... Нестійкість системи означає, що флуктуації перестають бути просто «шумом» і перетворюються на чинник, що направляє її глобальну еволюцію. Цими флуктуаціями цілком можна було знехтувати, поки система була стійкою, але вони стають вирішальними для нестійкої системи. *В результаті система стає надчутливою до малих впливів.* В цей момент вона може бути використана як детектор надмалих сигналів.

Серед різних гілок еволюції після точки біфуркації B є траєкторія (або достатньо вузький коридор траєкторій), яка відрізняється порівняно довгою стійкістю. Вона немов би притягає до себе всю безліч траєкторій системи із різними початковими станами, тобто є атрактором. Якщо система потрапляє в цей коридор (конус) траєкторій, то вона неминуче еволюціонує до цього відносно стійкого стану. *Саме ці стани ми*

найчастіше і спостерігаємо у природі.

Математичний опис процесів в подібних системах вимагає використання нелінійних рівнянь, що мають розв'язки, характер яких визначається параметром рівняння. Через ймовірностний характер біфуркаційних процесів їх еволюція не може мати зворотного ходу. Це призводить до необоротності не тільки еволюції, але і часу, виникнення "*стріли часу*". Таким чином, стає зрозуміло, що *хаос і випадковість – це творчі, конструктивні засади природи*, які здатні вивести систему на атрактор, на одну з нових власних структур середовища, що відповідає її *внутрішнім тенденціям*.

Розглянемо більш докладно механізм еволюційних процесів, який працює на всіх трьох рівнях організації матеріального світу - неживої матерії, живої речовини і суспільства. Всі ці процеси через природні закони розвитку завжди спрямовані у бік ускладнення організації систем (*онтогенезу*) і зростання різноманітності їх форм (*морфогенезу*). Для опису процесу загальних рис самоорганізації зручно скористатися мовою теорії відбору Дарвіна, або, як говорять, дарвінівською тріадою, в якій дещо змінено зміст термінів: *мінливість, спадковість, відбір* [27-28].

Нові якісні особливості відкритих систем виникають завдяки *мінливості*. Остання спричиняється стохастичністю, випадковими змінами в системах, виникненням в них флуктуацій. Далі починають працювати принципи *відбору*, що дозволяють вибрати з можливих віртуальних станів деяку кількість допустимих. До цих принципів відбору перш за все належать закони збереження, закон зростання ентропії в ізольованій системі та інші. Інакше кажучи, *закони відбору - це закони фізики, хімії, біології, закони суспільного розвитку, які з віртуальних рухів відбирають ті, що ми спостерігаємо реально*. Принципи відбору допускають існування біфуркацій, точок, де можливий перехід системи в безліч нових станів. Це приводить до принципової *непередбачуваності її еволюції*.

Для явищ, що відбуваються у Всесвіті, є характерною післядія: стан системи сьогодні і її майбутнє залежать від минулого. Цю залежність можна умовно назвати *спадковістю* системи, вона пов'язана з її *пам'яттю* [27-28]. Хоча пам'ять

системи може знаходитися у інтервалі від нуля до нескінченності, в природі, як правило, реалізуються проміжні ситуації. *В детермінованих системах пам'ять нескінченна*: тут сьогодні повністю визначає майбутнє, а минуле – сьогоднішня. Прикладом таких систем є рух тіла під дією якоїсь заданої сили. *Мала пам'ять є характерною для турбулентних потоків і вихорів* - за заданим розподілом вихорів в турбулентному потоці неможливо визначити картину попереднього стану. У цьому випадку пам'ять системи наближається до нуля. Прикладом систем з обмеженою пам'яттю є погода. Вона «пам'ятає» свій попередній стан не більше двох-трьох тижнів.

9 Методи керування складними системами [12, 27, 28, 40]

Керуванням називають процедуру вибору і реалізації визначених цілеспрямованих дій. Як правило, в технічних системах мета не належить системі, вона є зовнішнім відносно неї фактором. Інша річ - складні відкриті системи, до яких, наприклад, належить суспільство чи практично будь-яка природна система. Як правило, у таких системах існує сукупність цілей, при цьому вони не задаються ззовні, а генеруються самою системою.

З'ясувалося, що у реальних природних системах резонансна, нехай навіть слабка дія завжди приводить до більшого ефекту, ніж сильна, але не узгоджена з системою. Традиційний («лінійний») погляд на проблему керування процесами зводився до уявлень, що чим більше вкладеш (енергії, матеріальних коштів, нервів і так далі), тим більшу віддачу одержиш. Синергетика та теорія динамічного хаосу дає нам новий підхід до проблеми керування: надмірна централізація може призвести до непередбачуваних наслідків, до кризи, оскільки існує багато шляхів розвитку системи, в той же час вона прагне вийти на один із своїх атракторів. Якщо є алгоритм виходу на атрактор, зберігаються час, ресурси, зусилля та інше. В резонансній дії важлива не величина, не сила впливу в процесі керування, а його правильна просторова і часова організація, «архітектура». Тобто, треба діяти на середовище в визначеному місці і часі, топологічно узгоджених з її власною структурою. Тоді необхідний результат може бути одержаний шляхом одного або

серії незначних впливів на систему. Кожний з них лише трохи змінює її фазову траєкторію, але через деякий час накопичення і експоненціальне підсилення малих збурень приведе до суттєвої корекції руху.

Таким чином, системи з хаотичними атракторами, а такими є більшість природних і соціальних систем, демонструють одночасно добру керованість і дивну пластичність: чутливо реагуючи на зовнішні впливи, вони між тим зберігають тип руху. Саме комбінація цих двох властивостей є причиною того, що хаотична динаміка є характерною для поведінки багатьох систем живих організмів. Наприклад, хаотичний характер ритму серця дозволяє йому чітко реагувати на зміну фізичних і емоційних навантажень, підстроюючись під них.

Ненасильство над природою речей - ось принцип синергетики. Треба не будувати і перебудовувати, а виводити, ініціювати складні системи на власні механізми розвитку.

Наприклад, суспільний прогрес стимулюється, живиться свавіллям і егоїзмом індивідуумів, користю, хаотичністю, неповторністю, особистою забарвленістю їх інтересів. Якщо всі члени суспільства стануть раптом добродійними, то воно прийде до упадку і запустіння. Цей же шлях у нікуди жде й будь-яку закриту систему, наприклад “закрите суспільство”. Саме різноспрямованість, хаотичність поведінки індивідуумів, пов'язана з їх рухливістю, приводить до історичного і соціального прогресу.

У складних системах доречно перейти від терміна “керування” до терміна “вибору напрямку розвитку”. Зовнішні дії при цьому повинні бути спрямовані не на жорстке керування з точно визначеними цілями, а на підтримку бажаних тенденцій розвитку або відхід системи від катастрофи. Мова йде про спрямування природних процесів самоорганізації у бажане русло розвитку, яке приведе до порівняно довгого проміжку стабільності системи. Таким чином, повинен реалізовуватися **принцип кормового**: *кормовий не направляє корабель наперекір стихії, а використовує сили природи для того, щоб рухатися вибраним курсом. Отже, хаос - необхідна умова для виходу системи на атрактор, на власну стійку тенденцію до розвитку.*

Важливим наслідком емпіричних узагальнень є твердження, що *стохастичність і бифуркації* приводять у процесі еволюції до *безперервного збільшення різноманіття форм світу - морфогенезу*. При цьому із зростанням складності системи збільшується і кількість можливих шляхів її подальшого розвитку. Природа дає можливість з'явитися новим формам організації матерії, ці форми як би потенційно нею заготовлені, але деталі процесу повністю непередбачувані.

10 Використання принципів синергетики для пояснення природних явищ

Згідно з новою синергетичною концепцією будь-який еволюційний процес у світі може бути описаний як *черета змін опозиційних якостей – умовних станів порядку і хаосу в системі, які сполучені фазами переходу до хаосу (загибель структури) і виходу з хаосу (самоорганізації)*. З цих чотирьох стадій лише одну стабільну можна віднести до Буття (термінологія Пригожина), гомеостазу системи [33]. Часто саме вона найпротяжніша у часі, інші три так чи інакше пов'язані з хаосом і належать до Становлення або кризи. Умовність такого розбиття пов'язана з тим, що у *всякому порядку є частка хаосу і, навпаки, в хаосі можна знайти елементи порядку*, все визначається лише мірою їх змішування. Відносну короткочасність перехідних кризових фаз можна пояснити заходами *еволюційної безпеки природи*. Тривала криза різко *виснажує адаптаційні можливості системи і вона гине, зникає її системна цілісність*. Саме тому у природі процес еволюції відбувається *дрібними кроками*. Універсальні методи опису цих стадій, як вже зазначалося, розвинені в синергетиці.

У найпростішому варіанті можна говорити про 7 основних принципів синергетики: два принципи Буття, і п'ять – Становлення [32-34].

Два принципи Буття:

- 1 – гомеостатичність;
- 2 – ієрархічність.

Вони характеризують фазу "порядку", стабільності системи, наявності стійких дисипативних структур – атракторів, на яких функціонує система.

1 Гомеостатичність. Гомеостаз - це підтримка програми функціонування системи, її внутрішніх характеристик в деяких рамках, що дозволяють їй слідувати до своєї мети. Згідно з ідеями батька кібернетики Н.Вінера будь-яка система телеологічна, тобто має мету існування. При цьому від мети-еталона - система одержує *коректувальні сигнали*, що дозволяють їй рухатися до неї. Коректування курсу здійснюється за рахунок *негативного зворотного зв'язку*. У результаті пригнічуються будь-які відхилення в програмі поведінки системи, що виникають під дією зовнішніх впливів середовища. Таким чином, поведінка будь-якої машини або організму, що характеризується саморегуляцією через зворотний зв'язок, може бути названою "цілеспрямованою", оскільки вона переслідує деяку мету. Саме так значний проміжок часу ведуть себе всі живі та більшість технічних систем, наприклад, теплокровні тварини підтримують температуру тіла постійною в широкому діапазоні зовнішніх температур; автопілот літака, зв'язуючись з гірокомпасом, витримує його курс і висоту (рис.38) і т. ін.



Рисунок 38 – Петля зворотного зв'язку, що дозволяє керувати літаком

Зворотний зв'язок є важливим механізмом саморегулювання, який дозволяє живим організмам підтримувати себе у стані динамічної рівноваги з навколишнім середовищем. Мета-програма поведінки системи в стані гомеостазу є атрактором.

Однією з найважливіших особливостей будь-якого еволюційного процесу, що проходить в живій природі, є

суперечлива взаємодія тенденцій двох протилежних типів – тенденції до стабільності (збереження гомеостазу), що потребує зміцнення *негативних зворотних зв'язків* і тенденції пошуку нових, більш раціональних способів використання зовнішньої енергії і речовини, що вимагає *формування позитивних зворотних зв'язків*.

2 Ієрархічність. Наш світ, як встановлено вченими, є ієрархічним за масштабами довжин, часу, енергій і т. ін. Це означає, наприклад, що базові структури Всесвіту набувають не всіх можливих значень енергій, але з відносним кроком приблизно в 100 разів, починаючи від найпростіших суб'ядерних частинок-кварків і закінчуючи живими організмами (*сходинки Вайскопфа*). Сама ж кількість ієрархічних рівнів безмежно велика, в кожній базовій структурі існує безліч підрівнів. Фактично *наш світ являє собою єдиний надскладний фрактал*.

Основною особливістю структурної ієрархії є *складова природа вищих рівнів відносно нижчих*. Те, що для більш низького рівня є структурою – Космосом, для вищого є будівельним матеріалом, безструктурним елементом Хаосу. Тобто Космос попередньої структури є Хаосом для подальшої. В результаті ми спостерігаємо той складний світ, що нас оточує: нуклони утворені кварками, ядра – нуклонами, молекули – атомами, суспільство – людьми і т. ін. Подібна ієрархія спостерігається у мові (слова, фрази, тексти), в світі ідей (думки, погляди, ідеології, парадигми), в рівнях керування і т. ін.

Будь-які елементи, що в результаті корельованого руху утворюють нову структуру, передають їй *частину своїх функцій, ступенів вільності*, які тепер висловлюються від імені цієї надсистеми, причому на рівні елементів цих особливостей могло і не бути. Наприклад, громадську думку "висловлює" міфічний середньостатистичний суб'єкт, і цілком може виявитися, що саме так взагалі ніхто не думає. Ці колективні змінні існують на більш високому ієрархічному рівні, ніж елементи системи. У синергетиці їх прийнято називати *параметрами порядку* (керуючими параметрами) - саме вони описують в стислій формі поведінку і мету-атрактор системи. Особливості виникнення і дії параметрів порядку, що описана, називаються *принципом підпорядкування (підкорення)*. Справа у тому, що параметри

порядку немов би синхронно диригують поведінкою безлічі елементів нижчого рівня, що створюють систему. Така в ідеалі роль законодавства в суспільстві, що делегувало державі частину свобод своїх громадян; так, у вируючому потоці води кружляє водоверт, що захоплює частинки, які рухаються в злагодженому ритмі.

Важливою властивістю ієрархічних систем є неможливість повної *редукції*, зведення властивостей структур складніших ієрархічних рівнів до мови більш простих рівнів системи. *Кожен рівень має внутрішню межу складності опису, перевищити яку на мові даного рівня не вдається.* Тому абсурдною, наприклад, є спроба вульгарного редукціонізму до зведення всіх феноменів життя і психіки до законів фізики елементарних частинок лише на тій підставі, що з них побудована вся матерія. Саме *наявність зв'язків між елементами системи приводить до виникнення її нових властивостей*, і чим інтенсивнішими будуть ці зв'язки, тим більшою є ймовірність, що підсистеми будуть вести себе узгоджено, кооперативно. Завдяки досягненням синергетики у науці ХХ сторіччя редукціоністський підхід до аналізу природних явищ почав замінюватися на *холістський, або системний*, відповідний образ думок одержав назву *системного мислення*.

Оскільки взаємодія елементів системи забезпечується наявністю зв'язків між ними, ослаблення цих зв'язків призводить до руйнування синхронізованих станів. Наприклад в державі роль таких зв'язків відіграють транспорт, пошта, телеграф та ін., тому підвищення тарифів на ці послуги, у тому випадку якщо це веде до зменшення відповідних потоків, ослаблює цілісність держави і сприяє її руйнуванню.

Виділену роль в ієрархії систем виконує *час*, і синергетичний принцип підкорення Хакена формулюється саме для часової ієрархії.

Подамо нашу реальність нескінченною низкою структурних часових рівнів-масштабів: від надшвидких процесів у мікросвіті до масштабів часу життя Всесвіту. Розглянемо тепер три довільні послідовні часові рівні (рис.39). Назвемо їх мікро-, макро- і мегарівнями відповідно. Прийнято вважати, що параметри порядку - це довгоіснуючі колективні змінні, які задають мову середнього макрорівня. Самі вони утворені і керують швидкими,

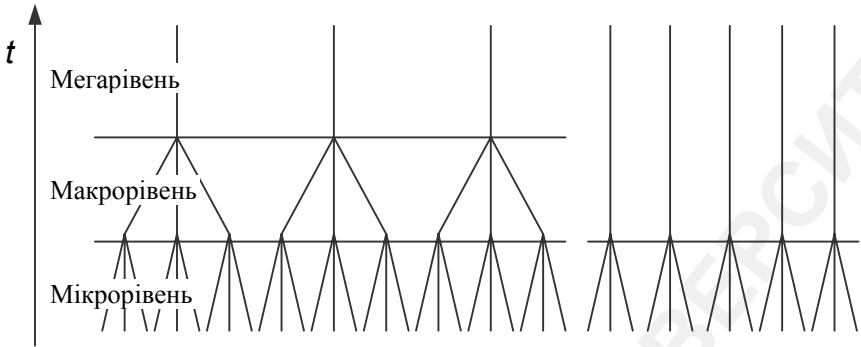


Рисунок 39 – Часова (t) ієрархія масштабів рівнів, що коеволюціонують

короткоіснуючими змінними, що задають мову нижнього мікрорівня. Останні асоціюються для макрорівня з безструктурним тепловим хаотичним рухом, що неможливо виразити на його мові в деталях. Наступний, розміщений над макрорівнем, мегарівень керується надповільними "вічними змінними", які, в свою чергу, виконують для макрорівня роль параметрів порядку.

Отже, на кожному рівні системи співіснують уявлення і категорії хаосу та вічності як атрибути наявності та впливу сусідніх мікро- і мегарівнів ієрархічного устрою Всесвіту.

У точці біфуркації макрорівень зникає і виникає прямий контакт мікро- і мегарівнів, в результаті народжується макрорівень з іншими якостями. Точка біфуркації - мить на макро- і мегарівнях є протяжною в часі областю кризи на мікрорівні. Застосування принципу підпорядкування до розгляду двох сусідніх рівнів свідчить: *довгоіснуючі змінні керують короткоіснуючими*, вищерозміщений рівень – тим, що лежить нижче (див. рис.39). Так, мікроскопічні хаотичні рухи молекул складаються у відчутний порив вітру, який відносить їх на величезні в порівнянні з мікропереміщеннями відстані. Міграційні потоки визначають розподіл особин популяції або народонаселення, а культурні традиції відтворюються в безлічі родин протягом поколінь.

Необхідно підкреслити, що принцип підпорядкування справедливий не завжди, його не варто абсолютизувати. В багатьох випадках виявити спосіб виникнення параметра порядку або керуючого параметра із змінних нижчого рівня не вдається. Часто це утворення відбулося дуже давно і зовсім не з тих змінних, які існують зараз. У результаті ми спостерігаємо лише успадковану або уявну ієрархічність. Наприклад, більшість процесів на Землі тим або іншим чином пов'язані з добовими, річними або місячними циклами; тобто ці періоди є керуючими параметрами для планети, її біосфери, хоча самі земні події на них ніяк не впливають. Щоб зрозуміти це, необхідно розглянути процес виникнення Сонячної системи з газопилової хмари, оскільки саме тоді відбувся процес народження параметрів порядку. В процесі формування Сонячної системи матерія сконцентрувалася в планетах і далі активна дисипація-еволюція відбувалася саме на них і на Сонці. Космічні ритми стали консервативним залишком ранньої епохи утворення планетної системи.

Таким чином, не всякий повільний параметр буде "головнішим" від будь-якого швидкого: наш пульс і дихання слабо залежать від пори року; кланові узи завжди слабшають із зростанням кількості поколінь; колись єдиний Всесвіт постає перед нами розрізненими острівцями зоряної матерії та ін. Все це - свідчення того, що ієрархічність не може бути раз і назавжди встановлена, тобто не охоплюється тільки принципом Буття, порядку. Необхідно знання принципів Становлення.

До п'яти принципів Становлення належать: 3 – нелінійність; 4 – нестійкість; 5 – незамкнутість; 6 – динамічна ієрархічність; 7 – можливість спостереження [28,32-34].

Ці принципи характеризують фазу трансформації, перебудови, оновлення системи, проходження нею послідовно шляху загибелі старого порядку, вибору альтернатив і, нарешті, народження нового порядку з хаосу.

Почнемо з розгляду перших трьох принципів.

3 Нелінійність. Лінійність – один з ідеалів простоти і бажання багатьох поколінь математиків і фізиків, що намагалися звести реальні задачі до *лінійної апроксимації*. Важливо, що *це дійсно завжди вдається поблизу положення рівноваги системи.*

Приклади такої поведінки: коливання математичного маятника з малою амплітудою або тягарця на пружині, а також рівномірний або рівноприскорений рух тіл добре відомі ще з шкільного курсу фізики. Однак і вища школа вчить розв'язувати в основному лінійні задачі (лінійні диференціальні рівняння), розвиваючи у студентів *лінійну інтуїцію*, створюючи *ілюзію простоти Всесвіту*.

Гомеостаз системи часто здійснюється саме на рівні лінійних коливань біля оптимальних параметрів, тому *лінійний випадок дійсно є важливим*. Він економить інтелектуальні зусилля людини. Визначальною властивістю лінійних систем є можливість *застосування принципу суперпозиції*: в результаті сума розв'язків теж є розв'язком, результат сумарної дії на систему є сумою окремих дій, так званий лінійний відгук системи, прямо пропорційний дії і т.ін. Але світ, що складається з лінійних систем, був би дуже простий та нудний. У ньому не могли б відбуватися хімічні реакції, оскільки атоми не могли обмінюватися електронами; в ньому царювала б стабільність та визначеність і, взагалі, в такому світі неможливо було б створити нічого нового, нічого синтезувати або розділити. Це був би світ нескінченної кількості першоцеглин-атомів, виникнення яких є нез'ясованим, що пружно співударяються між собою.

Нелінійність – це порушення *принципу суперпозиції* в деякому явищі, як результат - *сумарна дія перестає дорівнювати сумі окремих дій*. У більш якісному значенні: результат непропорційний зусиллям, неадекватний їм, гра не коштує свічок; ціле не є сумою його частин; якість суми не тотожна якості доданків і т.ін. Останнє, зокрема, впливає з того факту, що в системі *кількість зв'язків між її елементами зростає швидше за число самих елементів*.

Як правило, прогнози майбутнього складають лінійно екстраполюючі, свідомо чи несвідомо, в майбутнє те, що відбувається зараз або було в недалекому минулому. Оскільки *історія, безумовно, нелінійний процес, ці прогнози не мають нічого спільного з реальністю*. Але це не означає, що треба повністю відмовитися від простого лінійного прогнозування, цього основного стандарту людського мислення, просто треба визначити і обмежити область його застосування.

Будь-яка межа цілісності об'єкта, його руйнування, розділення, поглинання допускає нелінійні ефекти. Можна сказати, що нелінійність найчастіше виявляє себе поблизу меж існування системи. В загальному випадку, щоб перейти від одного стану гомеостазу до іншого, система вимушена потрапити в область сильної нелінійності. При цьому бар'єр, що треба здолати, тим вищий, чим сильніше притягання до атрактора і більша область гомеостазу системи. Радикальна перебудова системи, що розміщена поблизу стану глибокого гомеостазу, завжди вимагає великих зусиль. Саме тому, наприклад, простіше відразу вчити дитину плавати правильно, ніж потім перенавчати, одразу давати студентам уявлення про нову наукову парадигму, ніж потім змінювати їх погляди, і т. ін.

Органи чуття так само мають нелінійні характеристики чутливості, межі сприйняття інакше люди були б казковими істотами, яким доступні всі частоти і інтенсивності звукових та електромагнітних коливань. З таким надмірним обсягом інформації ніякий мозок упоратися не зміг би. Крім того, шкала чутливості є не лінійною, а логарифмічною функцією. Тому при збільшенні інтенсивності звуку в 100 разів він здається голоснішим лише у два рази. Це дозволяє чути і шерех листя, і удар грому, хоча їх інтенсивності відрізняються в мільйони разів.

З розглянутого зрозуміло, що *у кризових ситуаціях, традиційних для нашого часу, розв'язати їх можуть допомогти лише нелінійні методи, нелінійне системне мислення.*

4 Незамкненість (відкритість). Ця властивість довгий час лякала дослідників, оскільки розмивала традиційне для фізики поняття системи, що обіцяло додаткові неконтрольовані проблеми. Тому хоча в природі всі системи тією чи іншою мірою є відкритими, історично першою класичною ідеалізацією була модель замкнутої, ізольованої системи: системи, яка не взаємодіє з іншими тілами.

Важливо зрозуміти, що *будь-яку систему можна із заданою точністю вважати замкнутою лише достатньо малий час, який є тим менший, чим більш відкритою є система.* Якщо цей час істотно менший за час спостереження за системою, то класична модель виправдана. Наприклад, нашу Землю з достатньою точністю можна розглядати як ізольований, вільний шар, що

обертається навколо власної осі і рухається навколо Сонця. Одночасно неврахована взаємодія з супутником Землі – Місяцем - приводить до дуже слабкого додаткового ефекту, уповільнення швидкості обертання нашої планети, а взаємодія з Сонцем – до повільного повороту осі обертання Землі (прецесії) з періодом, що складає близько 25 тисяч років – так званий рік Платона. За час життя одного покоління ці ефекти абсолютно непомітні, але ними неможливо знехтувати на великих інтервалах часу, що складають мільйони років.

Для замкнених систем справедливими є фундаментальні закони збереження (енергії, імпульсу, моменту імпульсу), але найголовніше – другий закон термодинаміки. Відповідно ентропія таких систем збільшується. Саме тому хаос в замкнених системах може лише зростати, порядок приречений на зникнення.

У той самий час існування життя, високоорганізованого розуму, що упорядковує цей світ, протирічить цьому висновку. Але цей порядок і живі організми, і людська цивілізація створюють у собі і навколишньому середовищі лише за рахунок збільшення загального безладдя, ентропії світу. Живі системи і суспільство – системи відкриті, вони обмінюються речовиною і енергією з навколишнім середовищем, в результаті їх *ентропія локально може зменшуватися*. Саме відкритість дозволяє еволюціонувати таким системам від простого до складного. Це означає, що будь-який ієрархічний рівень може розвиватися, ускладнюватися тільки при обміні речовиною, енергією, інформацією з іншими рівнями.

У неживій природі дисипація енергії теж може приводити до виникнення впорядкованих структур. Приклад – еволюція Сонячної системи та і всього Всесвіту в цілому.

Виявляється, що при переході від одного положення гомеостазу до іншого, *в області сильної нелінійності в точках нестійкості система обов'язково стає відкритою*. Відповідно якщо спочатку для опису системи використовувалася замкнена модель, в таких точках її слід замінити на відкриту. Але для цього ми повинні ознайомитися з наступним принципом.

5 Нестійкість. Нестійкість будь-якої системи довгий час вважалася її недоліком. Ну хто конструюватиме нестійкий автомобіль або літак? Так було до недавнього часу, поки не

знадобилися механізми нового покоління, що швидко переходять з однієї програми-гомеостазу – до іншої; системи, що можуть сприйняти різні моделі поведінки, вміють навчатися та ін.

Найбільш відомим прикладом нестійкості можна вважати перевернений математичний маятник, що готовий впасти вправо або вліво від точки рівноваги залежно від найменшої дії ззовні, раніше абсолютно неістотної. Таким чином, у точці нестійкості система (навіть замкнута) стає дійсно відкритою. В результаті вона може бути використана як чутливий приймач найменших дій інших рівнів буття, індикатором інформації, раніше недоступної для системи.

У станах нестійкості, при виборі нового шляху розвитку в точках біфуркації відбувається народження нової якості системи. Ці точки характеризують своєрідний рубіж між новим і старим. Наприклад, вища точка перевалу відділяє одну гірську долину від іншої, результат випускного екзамену визначає майбутнє школяра або студента та й на життєвому шляху кожної людини дуже багато точок біфуркацій, точок вибору, усвідомлених і неусвідомлених, які визначають його майбутнє.

Значущість точок біфуркацій полягає ще і в тому, що *тільки в них можна несилковим, інформаційним способом, тобто скільки завгодно слабкою дією вплинути на вибір поведінки системи*, на її долю, майбутнє. Але існують системи, в яких нестійкі точки майже повсюдні, наприклад в момент виникнення розвиненої турбулентності, і тоді настає хаос, вируючий потік.

6 Динамічна ієрархічність (емерджентність). Основний принцип проходження системою точок біфуркації - *народження і загибель ієрархічних рівнів*. Цей принцип описує виникнення нової якості системи по горизонталі, тобто на одному рівні, коли повільна зміна керуючих параметрів мегарівня призводить до біфуркації, нестійкості системи на макрорівні і перебудови її структури. Так кожному мабуть знайомі якісні перетворення води (пара-рідина-лід), що відбуваються при певних температурах фазових переходів, температурах біфуркацій.

У точці біфуркації колективні змінні, параметри порядку макрорівня повертають свої ступені вільності в хаос мікрорівня, розчиняючись в ньому. Потім у безпосередньому процесі взаємодії мега- і мікрорівнів *народжуються нові параметри*

порядку оновленого макрорівня за схемою "керуючі надповільні параметри мегарівня" + короткоіснуючі змінні мікрорівня" = "параметри порядку, що створюють довгоіснуючі змінні макрорівня". Звідси можна зробити парадоксальний, на перший погляд, висновок, що виникнення турбулентності, вихорів в рідині, що тече, зовсім не є збільшенням безладдя в системі [37]. Народження колективних макрорухів, макроступенів вільності з хаотичних броунівських рухів мікрорівня рідини є народженням *нового більш складного порядку*.

Як вже відмічалось, мить на макрорівні між минулим і майбутнім - точка біфуркації, на мікрорівні є цілою епохою змін-трансформацій. Саме тут відбувається вибір, точніше еволюційний відбір альтернатив розвитку макрорівня, якому ми надамо особливу увагу, оскільки є його мешканцями. Так, безладдя смутного часу, що зараз ми переживаємо, повертає людям свободу вибору способів захисту життя і власності, способів прожитку і т.ін. Подібні обтяжливі ступені вільності і спонукають людину до найшвидшого подолання хаосу, кризи, революції, суспільної біфуркації.

7 Спостережність - це принцип, який підкреслює обмеженість і відносність наших уявлень про систему в науковому експерименті. Зокрема, це принцип відносності щодо засобів спостереження, що яскраво виявив себе в теорії відносності і квантовій механіці. В спеціальній теорії відносності довжина і час залежать від вибору системи відліку, у якій перебуває спостерігач, і те, що є одночасним для одного спостерігача, є неодноточасним для іншого. В квантовій механіці, вимірюючи точно одну величину, ми ніколи не можемо точно визначити іншу (*принцип додатковості за Бором*) та ін.

Спостерігається і відносність інтерпретації події залежно від масштабу проведення спостережень. Те, що було Хаосом з позицій макрорівня, перетворюється на структуру (Космос) при переході до масштабів мікрорівня, тобто самі поняття порядку і хаосу, Буття і Становлення залежать від масштабу спостереження. В результаті *цілісний опис ієрархічної системи повинен складатися з комунікації між спостерігачами різних рівнів*, подібно до того, як це відбувається в теорії відносності, де зіставляються результати, що одержують спостерігачі різних

інерціальних систем відліку. Таким же чином створюється загальна наукова картина світу з мозаїки дисциплінарних картин багатьох природничих та суспільних наук.

На закінчення відзначимо обмеженість самої схеми розбиття реальності на Буття і Становлення у розглянутому вигляді. У останні десятиріччя активно вивчаються системи, в яких *хаотична поведінка є нормою*, а не короткочасною аномалією, пов'язаною з кризою системи. До таких систем відносяться турбулентні рідини, кліматичні моделі, плазма та ін. В цих процесах відбувається перекриття різних ієрархічних рівнів на одному масштабі спостереження, нестійкість, хаотичність проявляються на рівні Буття, виникають так звані струнні атрактори, атрактори з хаотичним компонентом та ін.

Таким чином, в природі слід розрізняти хаос Буття і хаос Становлення. Прикладом хаосу Буття є різноманітність форм життя біосфери, що гарантує її стійкість; наявність легкої хаотичності ритмів серця, що є ознакою доброї адаптивності серцево-судинної системи, необхідний для стійкості елемент стихійності ринку і т. ін. Для таких систем цілком може бути застосований новий образ – *Буття в Становленні* [33-34].

11 Золотий переріз - основний закон формоутворення в природі

11.1 Поняття про золотий переріз

Як ми встановили, в природі порядок з часом перетворюється на хаос, а хаос породжує порядок. При цьому *ні повний порядок, ні абсолютний хаос не є ідеалом світобудови*. Наприклад, нормальне функціонування організму можливо лише при деякій нормі хаотичності, відхилення від цієї норми у обидві сторони свідчить про початок захворювання. Виникає питання, до чого прагне природа? Чи не існує у Всесвіті оптимальне співвідношення S_0 порядку (детермінізму) і безладдя (стохастичності), співвідношення, що іменується гармонією? І, нарешті, чи існує якийсь математичний образ, який придатний для опису загальної гармонії Всесвіту?

Тривалий пошук учених показує, що, *мабуть, такий образ існує і ним є конкретне число*. Співвідношення стохастичності і

детермінізму можна углядіти в старовинних правилах так званого *золотого перетину*, або *правилах гармонії* [41]. Схоже, що з використанням тих же принципів відбувається і утворення в природі самоподібних (фрактальних) структур, крім того, існує припущення, що золоті перетини є числовими сталими для систем, що самоорганізуються [42].

Математично описати гармонію намагалися ще вчені Єгипту, Сходу, Стародавньої Греції. Вже в ті далекі часи вівся пошук математичної суті гармонії, розглядалися ідеї симетрії, поділу цілого на пропорційні частини. Наприклад, цілий відрізок можна розділити на дві частини різними способами. Виникає питання, який з цих поділів приведе людину до відчуття гармонії, краси? Як виявилось, гармонія виявляється в правилі золотого перерізу - *законі пропорційного зв'язку цілого і частин*, що його утворюють.

Золотий переріз – це такий пропорційний поділ відрізка на нерівні частини, при якому вся довжина відрізка так відноситься до більшої частини, як велика частина відноситься до меншої; або іншими словами, менший відрізок так відноситься до більшого, як більший - до всього (рис.40) [41-43]

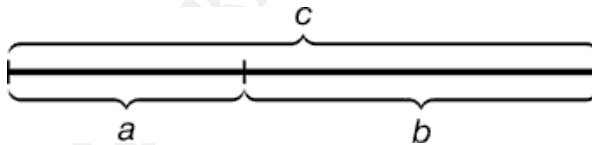


Рисунок 40 - Геометричне зображення золоті пропорції

Математично цей закон записується так

$$\frac{a+b}{b} = \frac{b}{a}. \quad (33)$$

Введемо позначення $\frac{b}{a} = x$, тоді легко перетворити

пропорцію (33) до вигляду

$$x^2 - x - 1 = 0. \quad (34)$$

Отримане рівняння має два ірраціональні корені, які отримали назву основ золотой пропорції

$$x_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}. \quad (35)$$

Числові значення цих основ прийнято позначати грецькою буквою Φ (фі) на честь древньогрецького скульптора Фідія, що часто використовував золоту пропорцію в своїх творіннях. Відповідно числа Фідія дорівнюють $\Phi_1 = 1,6180339\dots$ і $\Phi_2 = -0,6180339\dots$

Між числами Фідія існує дивний за красою зв'язок

$$\Phi_1 \cdot \Phi_2 = -1, \quad \Phi_1 - \Phi_2 = 1. \quad (36)$$

Точно доведено, що іншої пари чисел з такими властивостями *в природі не існує*.

11.2 Ряд Фібоначчі [44]

Із золотим перерізом тісно пов'язана *послідовність, або ряд Фібоначчі*.

Італійський купець Леонардо з Пізи (1180-1240), більш відомий під прізвиськом Фібоначчі (син Боначчі), був, безумовно, одним з найвидатніших математиків Середньовіччя. Важко переоцінити його роль в розвитку і поширенні в Європі математичних знань. Зокрема, Фібоначчі вперше розглянув таку задачу: “Хтось розмістив пару кролів у місці, що обгороджено з усіх боків стіною, щоб з'ясувати, скільки пар кролів народиться при цьому протягом року, якщо природа кролів така, що через один місяць пара їх народжує іншу пару, а народжують кролі з другого місяця після свого власного народження” (рис.41).

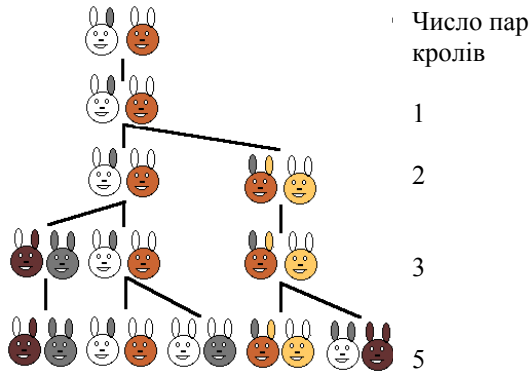


Рисунок 41 - Задача Фібоначчі

Зрозуміло, що якщо вважати першу пару кролів новонародженою, то на другий місяць ми, як і раніше, матимемо одну пару; на 3-й місяць - $1+1=2$; на 4-й - $2+1=3$ пари (бо з двох наявних пар потомство дає лише одна пара); на 5-й місяць - $3+2=5$ пар (лише 2 пари, що народилися на 3-й місяць, дадуть потомство на 5-й місяць); на 6-й місяць - $5+3=8$ пар (бо потомство дадуть тільки ті пари, які народилися у 4-му місяці) і т.ін. Таким чином, якщо позначити число пар кролів, що є на n -му місяці, через F_n , то отримаємо такі значення $F_1 = 1, F_2 = 1, F_3 = 2, F_4 = 3, F_5 = 5, F_6 = 8, F_7 = 13, F_8 = 21$ і т.ін. При цьому для $n > 2$ утворення цих чисел регулюється деяким загальним законом. Дійсно, число пар кролів на n -му місяці дорівнює числу F_{n-1} , пар кролів на попередньому місяці плюс число пар, що знову народилися, яке збігається з числом F_{n-2} пар кролів, що народилися на $(n - 2)$ місяці

$$F_n = F_{n-1} + F_{n-2}. \quad (37)$$

Числа F_n , що створюють послідовність 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, 233, ..., називаються *числами Фібоначчі*, а сама послідовність - *послідовністю, або рядом Фібоначчі*. Суть послідовності Фібоначчі полягає в тому, що, починаючи з першого, кожне наступне число одержується шляхом додавання

двох попередніх (див. співвідношення (37)).

Виникає питання: чому ця послідовність така важлива і чим вона відрізняється від інших відомих числових послідовностей? Виявляється, *відношення наступного члена послідовності до попереднього, як встановив Р.Сімпсон (1687-1768), асимптотично наближається до сталого числа, яке є основою золоті пропорції* (числа Фідія).

$$\lim \frac{F_n}{F_{n-1}} = \Phi_1. \quad (38)$$

При діленні будь-якого члена ряду Фібоначчі на наступний за ним з'являється величина зворотна до 1,618, друге число Фідія $\Phi_2=0,618$.

В 1843 р. Ж.Біне винайшов формулу, що визначає n -й член послідовності Фібоначчі через основи золоті пропорції:

$$F_n = \frac{\Phi_1^n - (-\Phi_2)^n}{\sqrt{5}}. \quad (39)$$

Пізніше було встановлено, що не тільки класичний ряд Фібоначчі, але і будь-який ряд з рекурентною властивістю ($F_n = F_{n-1} + F_{n-2}$) з довільними початковими членами a і b породжують послідовність $a+b, a+2b, 2a+3b, 3a+5b, 5a+8b, \dots$, відношення сусідніх членів якої у міру віддалення від початку наближається до величини $\Phi_1=1,618$. Прикладом такої послідовності може бути, наприклад, ряд Люка: 1, 3, 4, 7, 11, 18, 29, 47 і т.ін.

11.3 Узагальнений золотий переріз як морфологічний закон світобудови

Вважається, що задачу про золотий поділ відрізка вперше розглянув старогрецький філософ і математик Піфагор (VI ст. до н.е).

Стародавні греки були прекрасними математиками, вони мислили просторовими образами і намагалися описати природу за допомогою чисел та геометричних образів. Так, піфагорійці вважали числа і їх відношення основою всього існуючого в світі. На ідеях золоті пропорції базується побудова цілого ряду геометричних фігур, що наші предки довгий час вважали магічними. Прикладом такої побудови є *золотий трикутник* - рівнобедрений трикутник, у якого відношення довжини бічної сторони до довжини основи дорівнює 1,618 (рис. 42 а). В *зірчастому п'ятикутнику* (пентаграмі) кожна з п'яти ліній, що утворюють цю фігуру, ділить іншу у відношенні золотого перерізу, а кінці зірок є золотими трикутниками, вершини яких утворюють кут 36° (рис.42 б). Недарма пентаграма стала магічним знаком піфагорійців - символом їх таємного ордену [41-43].

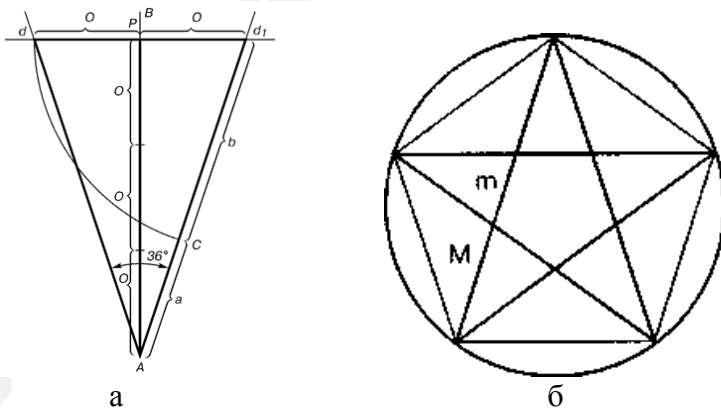


Рисунок 42 - Золоті трикутник і пентаграма

Вже в наш час з'ясувалося, що *пентанальна симетрія є відмінною рисою живих систем, що саморегулюються, і майже ніколи не трапляється в неживій природі*. Навіть символ

біологічного життя – подвійна спіраль ДНК - в поперечному перетині має форму правильного п'ятикутника-пентаграми.

Інтерес до золотого перерізу серед учених і художників посилювався в епоху Відродження у зв'язку з його широким використанням в геометрії, мистецтві і особливо в архітектурі.

Велику роботу з дослідження золотого перерізу виконав Лука Пачолі. В 1509 р. у Венеції була видана його книга “Божественна пропорція” з блискуче виконаними ілюстраціями, які, швидше за все, зробив сам Леонардо да Вінчі. Книга була захопленим гімном золотій пропорції.

Сам Леонардо да Вінчі також багато уваги надавав вивченню золотого перерізу. Він проводив перетини стереометричного тіла, утвореного правильними п'ятикутниками, і кожного разу отримував прямокутники з відношенням сторін в золотому поділі. Тому він дав цьому поділу назву *золотий переріз*. Саме ця назва використовується і зараз.

Одночасно на півночі Європи, в Німеччині, над тими самими проблемами працював Альбрехт Дюрер. Він детально розробив теорію пропорцій людського тіла. Важливе місце в своїй системі співвідношень Дюрер відвів золотому перерізу. Він показав, що фігура людини ділиться в золотих пропорціях лінією пояса, а також лінією, проведеною через кінчики середніх пальців опущених рук. Ті ж пропорції можна знайти і в інших частинах тіла людини (рис.43).

Великий астроном XVI століття Йоган Кеплер називав золотий переріз одним із скарбів геометрії. Він перший звернув увагу на значення золотій пропорції для ботаніки. У пропорціях золотого перерізу побудовані майже всі рослини та тварини у природі (рис.44).

Після цього на деякий час про золотий переріз забули. Знову його “відкрили” в середині XIX ст. В 1855 р. німецький дослідник золотого перерізу професор Цейзінг опублікував свою працю “Естетичні дослідження”, де абсолютизував пропорцію золотого перерізу, оголосивши її універсальною для всіх явищ природи і мистецтва. В зв'язку з цим наступна його книга мала назву “Золотий поділ як основний морфологічний закон у природі і мистецтві”.

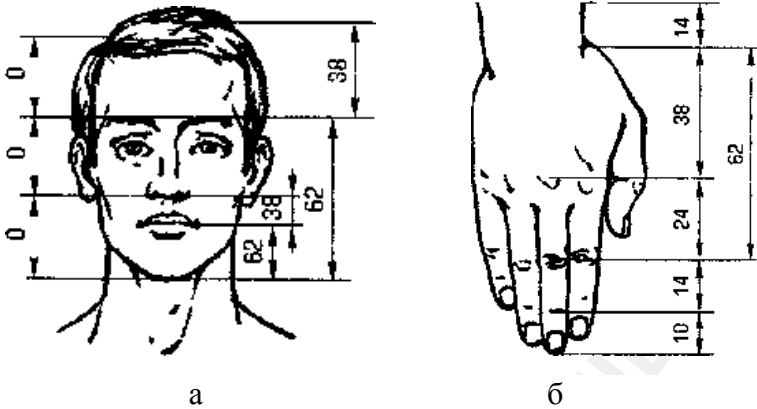


Рисунок 43 - Золоті пропорції в частинах людського тіла

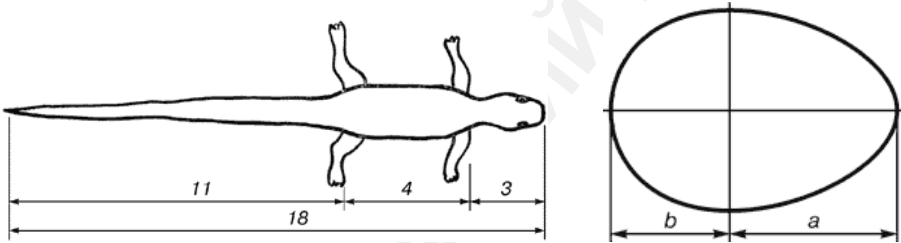


Рисунок 44 - Ящірка живородяща та яйце птиці побудовані за законом золотого перерізу

Сучасні вчені продовжують активно розвивати теорію чисел Фібоначчі і золотого перерізу. Так, Ю. Матиясевич з використанням чисел Фібоначчі розв'язав 10-ту проблему Гільберта. З'являються витончені методи розв'язку ряду кібернетичних задач (теорії пошуку, ігор, програмування) з використанням чисел Фібоначчі і золотого перерізу. В США створена навіть математична Фібоначчі-асоціація, яка з 1963 року випускає спеціалізований науковий журнал, де розглядаються прояви золотого перерізу у природі та використання його для розв'язку математичних та фізичних задач [46].

Одним із досягнень останнього часу в цій області є відкриття узагальнених чисел Фібоначчі і узагальнених золотих

перерізів.

Задача про поділ відрізка у золотому відношенні, що була розглянута раніше, допускає таке узагальнення [46]. Нехай є невід'ємне число p , яке може набувати значень: 0, 1, 2, 3, 4, 5, ... Розділимо відрізок АВ точкою С у такому відношенні, щоб виконувалася умова

$$\frac{b}{a} = \left(\frac{c}{b}\right)^p. \quad (40)$$

Введемо позначення $\frac{c}{b} = x$, тоді $\frac{b}{a} = x^p$. Враховуючи, що $a + b = c$, одержимо

$$x^{p+1} - x^p - 1 = 0. \quad (41)$$

Позитивний корінь цього рівняння позначимо через τ_p .

Рівняння (41) задає нескінченне число пропорційних поділів відрізка АВ у відношенні (40), оскільки кожному p відповідає свій варіант ділення. Розглянемо окремі випадки відношення (41). При $p = 0$ одержуємо поділ відрізка навпіл, а при $p = 1$ – знайомий класичний золотий переріз. На цій підставі поділ відрізка у відношенні (40) було названо *узагальненим золотим перерізом, або p -перерізом*, а числа, що є позитивними коренями рівняння (41) – *узагальненими золотими пропорціями чи p -пропорціями* (рис.45).

Із рівняння (40) безпосередньо впливає тотожність, що пов'язує ступені золотих p -пропорцій

$$\tau_p^n = \tau_p^{n-1} + \tau_p^{n-p-1} = \tau_p \tau_p^{n-1}. \quad (42)$$

Одночасно можна ввести поняття *узагальненого числа Фібоначчі* $F_p(n)$ і побудувати нескінченну кількість рядів Фібоначчі, кожний з яких відповідає новому значенню параметра p .

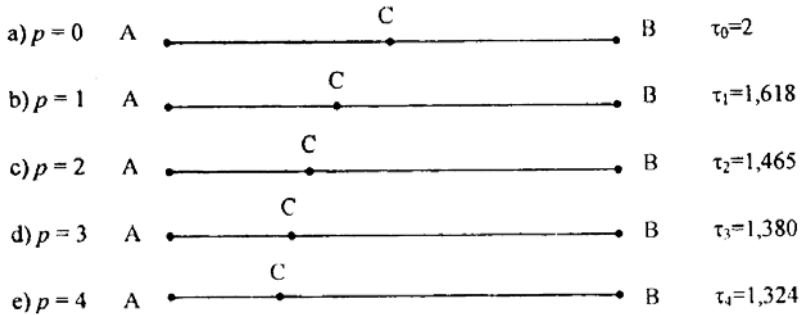


Рисунок 45 – Поділ відрізка у відношенні узагальнених золотих пропорцій

Факти, що підтверджують широку розповсюдженість золотих p -перерізів у природі, наводить білоруський вчений Е.М.Сороко [42-43]. Виявляється, наприклад, що добре вивчені подвійні металеві сплави мають особливі, яскраво виражені функціональні властивості (стійкі в термічному відношенні та до окиснення, тверді, зносостійкі і т. ін.) тільки у тому випадку, якщо питома вага початкових компонентів пов'язана одна з одною однієї із золотих p -пропорцій. Це дозволило автору висунути гіпотезу про те, що золоті p -перерізи є *числовими інваріантами систем, що самоорганізуються*.

Гіпотеза Сороко стверджує, що для однієї і тієї ж системи може існувати нескінченна кількість гармонійних станів, які відповідають числам τ_p або оберненим до них числам $\beta_p = (\tau_p)^{-1}$. Значення структурних інваріантів τ_p та β_p для початкових значень параметра p наведені на рис.45 та у таблиці 2.

В разі остаточного експериментального підтвердження ця гіпотеза може мати фундаментальне значення для розвитку синергетики та й розуміння законів структуроутворення у природі взагалі.

Таблиця 2 – Значення p -пропорцій для різних p

| p | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|-----------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| τ_p | 1,618 | 1,465 | 1,380 | 1,324 | 1,285 | 1,255 | 1,232 |
| β_p | 0,6180 | 0,6823 | 0,7245 | 0,7549 | 0,7781 | 0,7965 | 0,8117 |

Як вже зазначалося, відношення сусідніх чисел Фібоначчі $\frac{F_n}{F_{n-1}}$ наближається при $n \rightarrow \infty$ до основи золотого перерізу. Зараз доведено, що при заданому p ($p=0, 1, 2, 3, \dots$) відношення сусідніх p -чисел Фібоначчі $\frac{F_p(n)}{F_p(n-1)}$ при $n \rightarrow \infty$ наближається до узагальненої золоті пропорції τ_p !

Було доведено, що будь-яке дійсне число за допомогою кодів золоті p -пропорції можна виразити у вигляді суми ступенів золотих p -пропорцій з цілими коефіцієнтами [46]

$$N = \sum_i a_i \tau_p^i, \quad (43)$$

де N – деяке натуральне число, τ_p - основа системи зчислення, $a_i \in \{0,1\}$, $i = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$

Принципова відмінність такого способу кодування чисел полягає в тому, що *основи нових кодів, золоті p -пропорції, при $p > 0$ виявляються ірраціональними числами*. Таким чином, нові системи зчислення з ірраціональними основами ставлять “з голови на ноги” ієрархію відносин, що історично склалася у математиці, між числами раціональними і ірраціональними. Справа у тому, що спочатку були “відкриті” числа натуральні; потім їх відношення – числа раціональні. І лише пізніше – після відкриття піфагорійцями несумірних відрізків – на світ “з’явилися” ірраціональні числа. Скажімо, в десятковій,

п'ятеричній, двійковій і інших класичних позиційних системах зчислення, як своєрідна першооснова, були вибрані натуральні числа – 10, 5, 2, – з яких вже за певними правилами конструювалися всі інші натуральні, а також раціональні та ірраціональні числа.

Своєрідною альтернативою існуючим способам зчислення є нова, ірраціональна система, першооснотою зчислення якої вибрано ірраціональне число Φ або інші числа p -перерізів; через них вже виражаються інші дійсні числа [46].

В такій системі зчислення (співвідношення (43)) *будь-яке натуральне число завжди можна представити у вигляді скінченної, – а не нескінченної, як думали раніше – суми ступенів одного із золотих p -перерізів.* Це, безумовно, безпрецедентний факт і тому він *навряд чи може бути випадковим!*

Як вже зазначалося, дослідники, вивчаючи унікальні особливості золотого перерізу на протязі сторіч, знаходили його в будові музичних творів та природних об'єктів, архітектурі, астрономії, ботаніці та ін. і надавали йому значення критерію краси і гармонійності. Так принцип золотої пропорції лежить в основі *теорема Колмогорова - Арнольда - Мозера*, згідно з якою раптові катастрофи в планетарних системах можуть бути виключені, якщо періоди обертання планет виражаються ірраціональними числами, проте пропорційні співвідношення у формі цілих чисел (наприклад 1:2 або 2:3) можуть стати причиною катастрофічного резонансу в елементах системи. Таким чином, стабільність земної орбіти теж залежить від золотого перерізу [47]. Фізик Д. Грін у 1979 році, наприклад, довів, що ефект нестабільності плазми зникає, якщо переважають квазіперіодичні осциляції, керовані принципом золотого перерізу, і т. ін.

Закономірності «золотої симетрії» виявляються в енергетичних переходах елементарних частинок, в будові деяких хімічних з'єднань, в планетарних і космічних системах, в генних структурах живих організмів і навіть молекулах звичайної води [42-43, 48]! Ці закономірності є в будові окремих органів людини і тіла в цілому, а також виявляються в біоритмах і функціонуванні головного мозку, зорового сприйняття і т.ін.

Наведемо лише невелику вибірку цілих галузей знання, де так чи інакше проявляється золотий переріз [41-43, 47].

- 1) рослинні і тваринні організми;
- 2) пропорції тіла і органів людини;
- 3) біоритми головного мозку;
- 4) будова родючого шару ґрунту;
- 5) планетарні системи;
- 6) властивості елементарних частинок;
- 7) темперований звукоряд;
- 8) витвори всіх видів мистецтв, включаючи архітектуру.

Складається враження, що *природа побудована на простих архетипах і може бути пояснена простими моделями, що використовують узагальнені золоті перерізи*. Як висловився Е.М.Сороко: “Структурна гармонія систем природи, тобто гармонія їх внутрішньої будови, підкоряється чіткому математичному закону. Подібно до того, як це ми маємо у квантовій теорії, гармонійним (стійким, стаціонарним) станам систем об’єктивного світу відповідають особливі числа - узагальнені золоті перетини. Ці числа - інваріанти всіх тих структур в яких втілена діалектика дискретного і безперервного, цілого і частини, необхідного і випадкового, єдиного і множини” [42-43].

Разом з тим *фізичний зміст широкої розповсюдженості золоті пропорції у природі на сьогодні залишається нез’ясованим*. Це пов’язано з тим, що вона описує структурні особливості організації об’єктів, але закони класичної механіки і термодинаміки внутрішньою структурою складних систем нехтують. З’ясувати причини універсальності золотого перерізу та ввести структурні особливості підсистем, їх структурну енергію в закони природи повинна нова постнекласична фізика.

Таким чином, *золотий переріз у різних проявах є основою побудови гармонійних форм, абсолютним законом формоутворення в природі*, частиною якої є і людина. Саме тому коли ми розглядаємо і оцінюємо який-небудь предмет (з погляду естетики), ми не поспішаємо користуватися при цьому певними вимірjuвальними пристроями. Нам допомагає це здійснити зорове сприйняття форми цього предмета - вона повинна “радувати око”. І лише тоді ми виносимо свій вердикт: “Так, це красиво, гармонійно”.

Вище розглядалося співвідношення стохастичності і детермінізму у природі на підставі стародавніх правил золотого перерізу. З'ясовується, що міркування про коефіцієнт стохастичності можна застосувати до багатьох явищ живої і неживої природи та соціального життя - до архітектури міст, феномену моди, до психіки людини і так далі [40-42].

З урахуванням правила “золотого перерізу” можна рекомендувати орієнтуватися на $C_0 \sim 0,62$, тобто детермінованість повинна складати приблизно 62%, а стохастичність - 38%. В результаті, наприклад, можна відповісти на питання, який відсоток ринкової (стохастичної) і планової (детермінованої) економіки потрібно запровадити в державі для її гармонічного розвитку; при якому поєднанні класичного реалізму і абстракції твір художньої творчості сприйматиметься як мистецтво і т.ін [40].

11.4 Принципи формоутворення у природі

Ще одним об'єктом, тісно пов'язаним із золотим перерізом, є *логарифмічна спіраль* [41-43, 49]. На рис. 46 наведений так званий “золотий прямокутник” ABCD, пропорції якого відповідають золотому перерізу. Якщо усередині “золотого прямокутника” побудувати його аналоги, які стають все меншими і меншими, то отримаємо *фрактальний* об'єкт, що породжує “*золоту спіраль*”. Ця логарифмічна спіраль є прототипом деякого *фундаментального фрактала*, що є подібним до самого себе в будь-якому масштабі і залишається інваріантним при більшості геометричних перетворень.

Гвинтоподібне та спіралеподібне розміщення листя на гілках дерев дослідники помітили давно. Спіраль вони угледіли і в тому, як розміщується насіння у кошику соняшнику. Вона з'являється в будові шишок сосни, ананасів, кактусів та ін. Спільна робота ботаніків і математиків пролила світло на ці дивні витвори природи. З'ясувалося, що в тому, як розміщується листя на гілці дерева (*філотаксис*), насіння соняшнику, шишки сосни, виявляє себе *ряд Фібоначчі*, а отже, і *закон золотого перерізу*. Павук теж плете павутиння у вигляді спіралі; спіраллю закручується ураган; перелякане стадо північних оленів

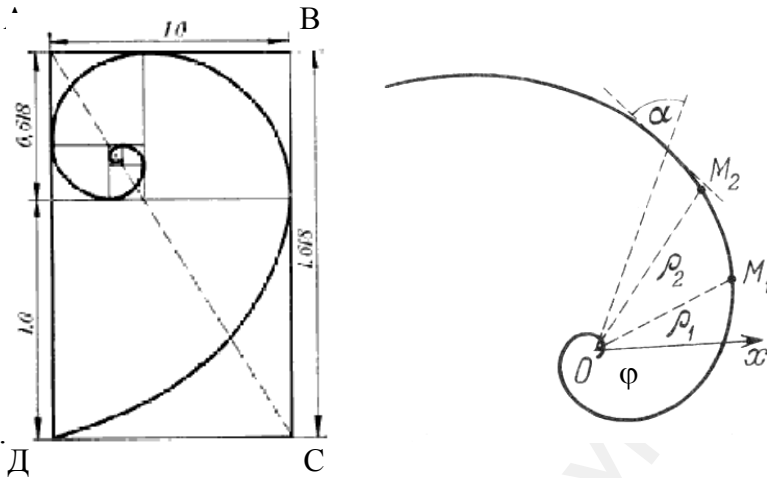


Рисунок 46 - "Золотий прямокутник" і логарифмічна спіраль; у полярних координатах ця спіраль описується рівнянням $\rho = Ae^{k\varphi}$

розбігається за спіраллю, а молекула ДНК закручена навіть подвійною спіраллю. Така крива знайдена і у формі черепашок найдрібніших морських істот, і в спіральних рукавах гігантських галактик. Створюється враження, що *логіфмічна спіраль – це теж архетип природи*, що зустрічається на всіх рівнях ієрархії Всесвіту [41-43, 49].

Ще Гете виявив тенденцію до використання природою спіральності і назвав спіраль "кривою життя". П'єр Кюрі на початку ХХ сторіччя сформулював ряд глибоких ідей симетрії. Він стверджував, що не можна розглядати симетрію якого тіла, не враховуючи симетрію навколишнього середовища, Всесвіту. Тому схильність природи до використання спіралей повинна відбивати якісь глибинні особливості будови світу.

Зараз стало зрозуміло, що логарифмічна спіраль тісно пов'язана з циклами. Сучасна наука про динамічний хаос інтенсивно вивчає прості циклічні операції із зворотним зв'язком і породжені ними фрактальні форми, невідомі раніше.

12 Світові константи π та e в законах світобудови [49]

Іншими ірраціональними числами, що мають велике але не до кінця зрозуміле значення у природі, є добре відомі числа π та e , які входять у велику кількість формул математики, фізики, хімії, біології і навіть економіки. У зв'язку з цим виникає природне запитання, чи не відображають вони якісь загальні закони природи?

Можна довести, що число π не є випадковим, воно відображає ізотропність властивостей простору нашого Всесвіту, тобто їх ідентичність у будь-якому напрямі. Добре відомо, що з ізотропністю простору пов'язаний також закон збереження обертового моменту.

З цього твердження випливають два загальновідомі наслідки.

Наслідок 1 Довжина дуги кола, уздовж якої вміщується її радіус, складає природну дугову і кутову одиницю - *радіан*.

Щоб знайти число радіанів в дузі кола, треба виміряти її довжину і розділити на довжину радіусу цього кола. Як добре відомо, вздовж будь-якого повного кола його радіус укладається 2π разів, при цьому одне й те саме значення ми одержимо у будь-яких системах зчислення і одиниць вимірювання довжини.

Наслідок 2 Призначення тригонометричних функцій - встановлення співвідношень між дуговими і лінійними розмірами об'єктів, а також між просторовими параметрами процесів, що відбуваються у сферично-симетричному просторі.

Ще одна формула, в яку входить число π , - це функція нормального розподілу ймовірності (функція Гауса). Вона має

вигляд $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} \exp\left[-\frac{x^2}{2\sigma^2}\right]$, де σ - напівширина розподілу

(рис. 47). За цим виразом, наприклад, можна розрахувати ймовірність падіння монети на одну із сторін визначену кількість разів при її підкиданнях. Звідки ж у цій формулі з'явилося число π ?

Суть у тому, що монета падає випадковим чином у сферично симетричному просторі, тому необхідно враховувати її випадкові коливання. Це й роблять математики, інтегруючи по колу і розраховуючи так званий інтеграл Пуассона, який дорівнює

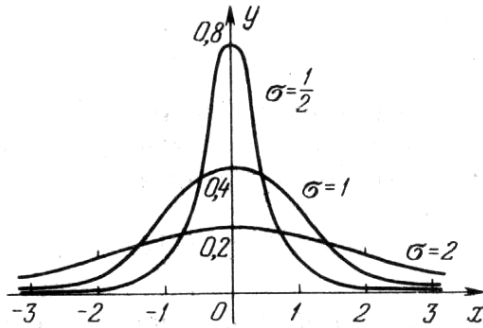


Рисунок 47 - Функція нормального розподілу (функція Гауса) задається співвідношенням $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left[-\frac{(x)^2}{2\sigma^2}\right]$, де σ - напівширина розподілу

$\sqrt{2\pi}$. Саме він входить в наведену формулу ймовірності.

Наочною ілюстрацією просторових коливань може бути приклад з пострілами у мішень у незмінних умовах. Дірки у мішені будуть розсіяні за колом з найбільшою густиною біля центру мішені, а ймовірність попадання можна обчислити за тією самою формулою Гауса, що містить число π .

Спробуємо розібратися в інших явищах, причини яких не зовсім зрозумілі, але, можливо, вони теж мають відношення до числа π .

Порівняння середніх характеристичних розмірів природних рельєфів (фрактальних об'єктів) у ряду: пісок, дюни, сопки, гірські системи Кавказу, Гімалаїв показало, що у середньому це збільшення розміру складає величину, близьку до π . Аналогічна закономірність спостерігається не тільки на Землі, а й на Марсі.

В основі зазначених явищ лежить так званий закон розподілу максимумів випадкових рядів, або закон трійок, сформульований Слуцьким Є.Є. в 1927 р. Статистично за законом трійок відбувається, наприклад, формування морських прибережних хвиль. Кожна третя хвиля, в середньому, є трохи вищою за сусідні. А у ряду цих третіх максимумів кожний третій, у свою чергу, є вищим за своїх сусідів. Так утворюється відомий

дев'ятий вал. Він - пік «періоду другого рангу» у цьому ряду.

Деякі вчені припускають, що за законом трійок (а точніше ступенів числа π) відбуваються і коливання сонячної, кометної і метеоритної активностей та ін.

Тепер перейдемо до з'ясування змісту другої світової константи - числа e .

Для цього розглянемо електромагнітну хвилю, яка поширюється у вакуумі вздовж осі x . Добре відомо, що рівняння хвилі у цьому випадку має вигляд $\xi(t, x) = A \cos(\omega t - kx)$, де A – амплітуда коливань; ω - частота гармонічних коливань, k – хвильове число. Зафіксуємо просторову координату, для простоти взявши її такою, що дорівнює нулю. Тоді одержимо співвідношення, що описує зміну параметрів хвилі з часом у конкретній точці простору, тобто рівняння коливань (рис.48). Перетворимо цей вираз з використанням формули Ейлера $\xi(t) = A \cos \omega t = A e^{i\omega t}$. Саме на честь видатного математика Леонарда Ейлера (1707-1783 рр.) за першою буквою його прізвища і було назване число e .

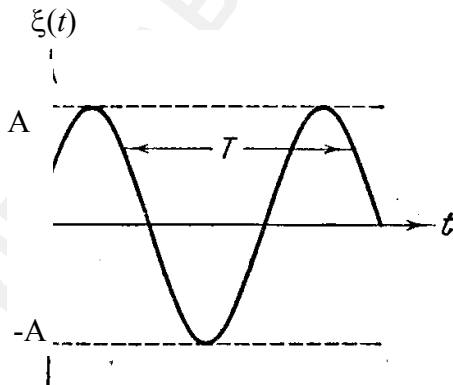


Рисунок 48 – Графік, що описує гармонічні коливання у даній точці простору

При поширенні електромагнітної хвилі у вакуумі виконується закон збереження енергії. Така ж ситуація має місце і при "пружній взаємодії" хвилі з середовищем без втрати нею енергії. Формально це можна подати так: *якщо перенести початок відліку вздовж осі часу t , енергія гармонічної хвилі не*

зміниться, оскільки амплітуда і частота, які визначають цю енергію, залишаються незмінними. В той же час відбудеться зміна фази хвилі, але вона на енергію не впливає саме внаслідок однорідності часу. Отже, паралельна трансляція системи координат є законною через однорідність часу t . Тепер, напевно, в принципі зрозуміло, чому *однорідність за часом приводить до закону збереження енергії*.

Зафіксуємо час t . Тоді рівняння хвилі у визначений момент часу запишеться так: $\xi = A \cos x = A e^{ix}$. Зрозуміло, що і в цьому випадку, якщо простір є однорідним вздовж осі x , трансляція початку координат вигляду функції не змінить. При такому зміщенні знову-таки зміниться лише фаза хвилі. З теоретичної фізики відомо, що однорідність простору приводить до закону збереження імпульсу. Отже, можна сформулювати таку тезу: *число e , як основа функції комплексної змінної, відображає два основні закони збереження: енергії - через однорідність часу та імпульсу - через однорідність простору*.

Але чому саме число e , а не якийсь інше увійшло до формули Ейлера і опинилося в основі хвильової функції?

Найважливіший клас процесів у природі - лінійні і лінеаризовані - зберігає свою лінійність саме завдяки однорідності простору і часу. Математично лінійний процес описується функцією, яка є розв'язком диференціального рівняння з сталими коефіцієнтами. Їх ядром є наведена вище формула Ейлера. Отже, розв'язок лінійних рівнянь містить комплексну функцію з основою e . Але чому саме e , а не інше число з'являється в основі ступеня? Справа у тому, що *тільки функція e^x не змінюється при будь-якому числі диференціювань чи інтегрувань*. Отже, після підстановки в початкове диференціальне рівняння тільки розв'язок з основою e дасть тотожність, як і повинно бути у разі правильного розв'язку.

Тепер розглянемо розв'язок диференціального рівняння з сталими коефіцієнтами, що описує поширення гармонічної хвилі в середовищі з урахуванням непружної взаємодії з ним. Знову зафіксуємо координату, тоді одержимо рівняння загасаючих коливань $\xi(t) = A_0 e^{\gamma t} \cos \omega t = A_0 e^{(\gamma + i\omega)t}$, де A_0 - початкова амплітуда; γ - коефіцієнт згасання.

У цьому випадку амплітуда коливань є величиною, що змінюється з часом. У разі незагасаючих гармонічних коливань $\gamma = 0$. В загальному ж випадку поведінка амплітуди хвилі залежить від знаку коефіцієнта γ , якщо $\gamma > 0$, амплітуда коливань зростає, якщо $\gamma < 0$, коливання загасають за експонентою (рис.49).

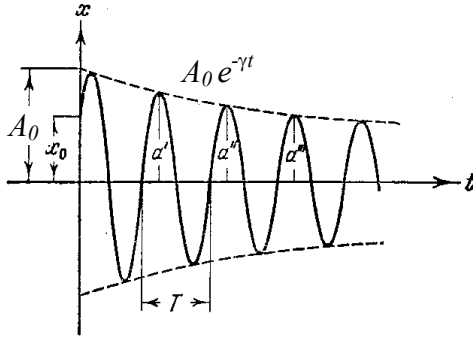


Рисунок 49 – Графік коливань, що загасають

Таким чином, наявність тільки уявної частини функції при $\gamma = 0$, $\omega \neq 0$ в розв'язку диференціальних рівнянь з постійними коефіцієнтами описує безліч лінійних і лінеаризованих процесів, в яких мають місце незагасаючі гармонічні коливання.

Тепер будемо вважати, що $\omega = 0$, тобто знищимо коливальний множник у розв'язку. В результаті при такому русі початкове відхилення тіла зменшується або наростає за експонентою ($\xi(t) = A_0 e^{\pm \gamma t}$). Для ілюстрації обох випадків уявимо собі математичний маятник. В вакуумі він коливається без загасання ($\omega \neq 0$, $\gamma = 0$). В просторі з середовищем, що чинить опір, коливання відбуваються з експоненціальним загасанням амплітуди ($\omega \neq 0$, $\gamma \neq 0$) (рис.50).

Якщо ж відхилити маятник в достатньо в'язкому середовищі ($\gamma \gg \omega$), то він буде плавно рухатися до положення рівноваги, все більше уповільнюючись. Цей рух і відповідає випадку відсутності коливань ($\omega = 0$, $\gamma \neq 0$).

Отже, з наведених міркувань можна зробити такий висновок. За відсутності уявної, чисто коливальної частини

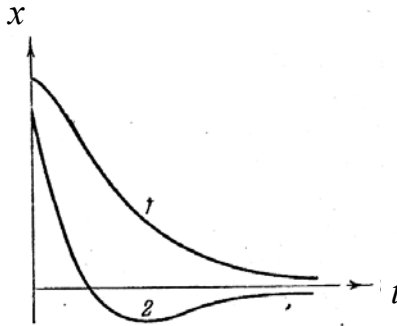


Рисунок 50 – Коливання у середовищі з великим коефіцієнтом опору

функції $\xi(t)$, при $\omega = 0$ (тобто при нульовій частоті) дійсна частина експоненціальної функції описує безліч природних процесів, які відбуваються відповідно до фундаментального принципу: приріст величини пропорційний самій величині.

Цей принцип математично може бути записаний так: $dI \sim I dt$, де, припустимо, I – величина сигналу, а dt – малий інтервал часу, за який відбувається приріст величини сигналу dI . Поділивши обидві частини рівності на I і проінтегрувавши її, отримаємо $\ln I \sim kt$, де k – деяка стала пропорційності. Звідси $I \sim e^{kt}$, тобто ми одержали закон експоненціального наростання або зменшення сигналу (залежно від знаку k). У випадку просторових змінних одержимо рівняння логарифмічної спіралі $I \sim e^{k\rho}$ (рис.46). Таким чином, закон пропорційності приросту величини самій величині приводить до натурального логарифма і, тим самим, до числа e .

За експоненціальною залежністю з дійсним аргументом відбувається безліч процесів у фізиці, хімії, біології, екології, економіці і т.ін. Особливо необхідно виділити універсальний психофізичний закон Вебера - Фехнера. Він формулюється так: "Сила відчуття пропорційна логарифму сили впливу".

Цьому закону підкоряються усі органи чуття людини. Згідно із законом Вебера - Фехнера: 1) малому приросту величини сигналу в будь-якому його інтервалі відповідає лінійний приріст (з плюсом або мінусом) сили відчуття; 2) в області слабких

сигналів приріст сили відчуття набагато більший, ніж в області сильних сигналів. Відомо, що динамічний діапазон зовнішніх впливів і відповідно чутливість біологічних рецепторів колосальні: сигнали, що сприймаються оком, можуть розрізнятися за величиною в $\sim 10^{10}$, а вухом - у $\sim 10^{12}$ разів! Разом з тим жива природа чудово пристосувалася до таких діапазонів. Вона захищається, логарифмуючи (шляхом біологічного обмеження) сигнали, що надходять ззовні, інакше чутливі біологічні рецептори загинули б.

На основі закону Вебера - Фехнера заснована логарифмічна (децибельна) шкала інтенсивності (сили) звуку, що широко застосовується на практиці. У відповідності до неї, наприклад, працюють регулятори гучності аудіоапаратури: їх зміщення пропорційне гучності (L), що сприймається, але не інтенсивності звуку $L = \lg \frac{I}{I_0}$, де I_0 - інтенсивність звуку на порозі чутливості!

Можна вважати, що *подібний принцип є оптимальним і при побудові та розвитку багатьох організмів*. У цьому легко переконатися, побачивши, як часто зустрічається логарифмічна спіраль у природі. Відстань від деякого центру у цьому випадку зростає за законом $\rho = Ae^{k\varphi}$, де k - стала; φ - кут (рис.46 б). Відповідна крива перетинає усі проміні, що виходять з початкової точки 0 під одним і тим же кутом α ($k = ctg\alpha$), а швидкість приросту відстані від центру в кожний момент *лінійно пропорційна самій цій відстані* (що легко побачити, взявши похідну від наведеної функції).

Таким чином, можна стверджувати, *що константа е безпосередньо пов'язана з однорідністю простору і часу, а π - з ізотропністю простору*. Отже, вони відображають закони збереження: число e - енергії і імпульсу, а число π - обертового моменту (моменту імпульсу).

Як ми бачимо, *природа не допускає існування випадкових констант, співвідношень або форм*. Все в ній підпорядковано визначеним, але не до кінця зрозумілим законам, а самі ці закони задаються, як ми з'ясуємо пізніше, властивостями простору-часу нашого Всесвіту.

ЧАСТИНА 2

МІКРОСВІТ

Все суще во все века без счета верст
Невидимый связует мост,
И не сорвать тебе цветка,
Не стронув звезд.

Френсис Томпсон

Закони Всесвіту на мікрорівні вивчає *фізика елементарних частинок* - або, як її зараз частіше називають, *фізика високих енергій*. Фізика високих енергій - одна з областей, що знаходиться зараз на передньому фронті фундаментальної науки. Історично вона утворилася, як наука, що вивчає будову речовини на найглибшому структурному рівні. Проте, у міру накопичення знань про структуру матерії, питання "як влаштований світ?" змінилося питанням, "чому він так влаштований?". Така зміна акцентів дозволила фізиці високих енергій вийти на принципово новий рівень розуміння будови навколишнього світу і перекинути містки між будовою мікро- і мегасвітів.

13 Історія відкриття елементарних частинок

Елементарними частинками називаються найдрібніші відомі в даний час частинки матерії [15].

Першою відкритою людством елементарною частинкою був *електрон* (e^-) - носій найменшого негативного електричного заряду, що спостерігається у природі (Томсон, 1897). Позитивно заряджені частинки з масою $1840 m_e$, де m_e - маса електрона, були знайдені Резерфордом (1919) серед вибитих з атомних ядер. Вони отримали назву *протонів* (p). Протон є носієм елементарного позитивного заряду, що за модулем дорівнює заряду електрона. Електрон і протон є основними складовими атомів будь-якої речовини. Інша частинка, що входить до складу ядра атома, але не має електричного заряду - відкрита Чедвіком (1932). Ця частинка, що одержала назву *нейтрон* (n), має масу $1839 m_e$. У

тому самому році Гейзенберг показав, що нейтрон і протон є різними зарядовими станами *нуклона* [50].

Прямі експериментальні докази існування *фотона* (γ) - кванта електромагнітного випромінювання, - передбаченого Планком (1900) та Ейнштейном (1905), одержали Міллікен (1912 - 1915) і Комптон (1922). Електронне *нейтрино* (ν_e), запропоноване Паулі (1930) для пояснення особливостей β -розпаду нейтрона, відкрили Райнес і Коуен (1953). У складі космічного випромінювання Андерсеном був виявлений *позитрон* (e^+) - частинка з масою електрона яка на відміну від нього має позитивний електричний заряд (1932). Позитрон - перша з відкритих античастинок. Після цього на протязі кількох десятиріч космічне випромінювання було основним постачальником нових елементарних частинок для вчених. Частинки з масою близько $200 m_e$ обох електричних зарядів - *мюони* (μ^+ , μ^-) - були виявлені у космічному випромінюванні Андерсеном та Неддермейером (1936). Трохи пізніше Пауелл (1947) відкрив частинки - кванти сильної взаємодії, передбачені Юкавою (1935). Вони отримали назву *піонів* (π^+ , π^-) [50].

Перші частинки з великої групи елементарних частинок, що мають незвичайні властивості і тому названі *дивними*, - K^+ , K^- - *мезони* і λ - *гіперони* - були виявлені у тому самому космічному випромінюванні у 40-50-х рр. Надалі інші дивні частинки були знайдені в дослідах *на прискорювачах заряджених частинок* (рис.51), шляхом аналізу їх зіткнень та взаємодій одна з одною. З 50-х років саме прискорювачі, що дозволяють надати елементарним частинкам великої енергії, стали основним інструментом при дослідженні їх властивостей (звідси назва "фізика високих енергій"). За допомогою прискорювачів були відкриті *антипротон* (\bar{p}) (1955), *антинейтрон* (\bar{n}) (1956), *антисигма гіперони* ($\tilde{\Sigma}^\pm, \tilde{\Sigma}^0$) (1960), *омега-мінус гіперон* (Ω^-) (1964). У 1962 р. з'ясувалося, що, окрім електронного нейтрино (ν_e), існує ще і *мюонне нейтрино* (ν_μ).

J/ψ (*джей-пси*)- і ψ' -*частинки*, які мають маси 3-4 m_p , де m_p - маса протона, відкриті в 1974 р. Вони поклали початок новому класу частинок, що отримали назву *зачарованих*. Інші



Рисунок 51 - Траєкторії (треки) та взаємодії суб'ядерних частинок, прискорених прискорювачем, що реєструються камерою Вільсона

зачаровані частинки D^0 , D^+ і L_c^+ були відкриті в 1976 р. Частинка, що є важким (більш масивним) аналогом електрона і мюона - τ – *лептон (таон)*, знайдена в 1975 р. У подальшому були відкриті частинки (1977) з масою порядку $10 m_p$, так звані *красиві мезони* B^+ , B^- , B^0 , проміжний \tilde{B}^0 та векторні бозони W^\pm , Z^0 (1983) [50].

В 60-ті роки на прискорювачах також була знайдена велика кількість дуже нестійких частинок, що отримали назву *мезонних і баріонних резонансів*. Резонанси являють собою стани, що розпадаються. Саме вони складають *основну частину відомих елементарних частинок*. Досліди дозволили встановити, що майже у кожній частинки є своя *античастинка*, яка відрізняється від неї тільки знаком *адитивних квантових чисел*.

Згідно з так званою *Стандартною моделлю*, яка встановлює сучасну класифікацію суб'ядерних частинок, *дійсно елементарними, безструктурними зараз вважаються шістнадцять з декількох сотень відомих вченим частинок*. У тринадцяти з них є свої античастинки. Інші частинки мають внутрішню структуру і побудовані з ще більш фундаментальних частинок *кварків* у різних поєднаннях з антикварками. Зв'язок між ними забезпечують інші частинки – *глюони* [15]. Перші експериментальні докази існування кварків були отримані в

1975 р. (відкриття *кваркових струменів*). Останній з них, шостий, - так званий *верхній, або топ-кварк*, знайдений на весні 1995 року [51].

Глюони відкриті в 1980 р. дослідницькою групою АРГУС (Радянсько-західнонімецько-американсько-шведська група). В березні 2000 року в Центрі європейських ядерних досліджень поблизу Женеви (ЦЕРН) з використанням *колайдера* (прискорювач частинок на зустрічних пучках) важких релятивістських іонів був отриманий новий агрегатний стан речовини - *кварк-глюонна плазма*. А 21 липня 2000 р. в Національній лабораторії імені Фермі (Баталія, США) на установці DONUT (*Direct Observation Nu Tau*) вперше провели пряме спостереження останньої невідомої безструктурної частинки, передбаченої Стандартною моделлю – *тау-нейтрино* [52]. Таким чином, усі елементарні частинки, передбачені Стандартною моделлю (за винятком так званих *хігсонів*), вже спостерігалися експериментально.

Більшість відомих елементарних частинок є *нестабільними* - вони спонтанно перетворюються на інші. *Стабільними є фотон, всі види нейтрино, електрон, протон та їх античастинки*. Стабільність цих частинок обумовлена непорушністю законів збереження. Решта частинок спонтанно розпадається з різними періодами напіврозпаду $T_{1/2}$ від 10^3 до 10^{-23} с. Найбільш довгоживучим серед нестабільних частинок є нейтрон $T_{1/2} \sim 15$ хв. Час розпаду резонансів має порядок характерного ядерного часу $\sim 10^{-22}$ - 10^{-23} с. У результаті послідовних розпадів нестабільних частинок врешті-решт народжуються стабільні частинки. Стабільні і нестабільні частинки можуть також *народжуватися з фізичного вакууму і при взаємодії з іншими стабільними частинками*, якщо тільки їх відносна кінетична енергія є більшою від маси спокою частинок, що при цьому виникають. Зворотний процес, при якому частинки взаємно знищуються, має назву *анігіляції* [15].

Можливість народження і знищення частинок у процесах їх зіткнень і спонтанного розпаду є однією із головних властивостей елементарних частинок. Оскільки такі явища можуть бути описані тільки в рамках спеціальної теорії відносності (СТВ), що

враховує зв'язок маси частинок з їх енергією, то теорія елементарних частинок є суттєво *релятивістською*. У зв'язку з виявленням процесів взаємних перетворень елементарних частинок термін «елементарні» (найпростіші) стосовно таких мікрооб'єктів втратив своє первинне значення і, як і термін «атом» (неподільний), є умовним. У науковій літературі замість терміна «елементарні частинки» частіше використовується термін «*суб'ядерні частинки*», або просто частинки.

Всього з античастинками зараз відкрито більше ніж 380 суб'ядерних частинок, і кількість їх продовжує збільшуватися. На думку деяких учених, це свідчить про те, що *найближчим часом буде відкритий новий, більш глибокий порівняно з кварковим рівень будови матерії і відповідно змінений критерій елементарності*.

Із загального курсу фізики відомо, що суб'ядерні частинки, поряд з корпускулярними, мають хвильові властивості. При цьому їх стан характеризується хвильовою функцією ψ , квадрат якої визначає густину ймовірності знаходження частинки у відповідному місці простору. Вигляд ψ -функції може бути знайдений у результаті розв'язку рівняння Шредінгера, яке є основним рівнянням квантової механіки.

14 Фундаментальні взаємодії

Фізиками встановлене існування чотирьох видів взаємодій між суб'ядерними частинками: *сильна* (s), *електромагнітна* (e), *слабка* (ω) та *гравітаційна* (g) [53-54]. Вони перелічені в порядку зменшення інтенсивності. Найкраще вивчені дві з них: гравітаційна і електромагнітна. Основи класичних (неквантових) теорій обох взаємодій закладені давно (Ньютон, Ейнштейн і Максвелл) і відомі у загальних рисах із традиційного курсу фізики [15]. Сучасні теорії всіх взаємодій є *квантовими і базуються на ідеї близькодії*.

Інтенсивність будь-якої взаємодії прийнято характеризувати за допомогою так званої *сталогої взаємодії*, яка визначає *ймовірність процесів, обумовлених даним видом взаємодії*. Відношення значень констант дає відносну інтенсивність відповідних взаємодій, що дозволяє порівняти їх [55].

Найбільш універсальною з-поміж всіх взаємодій є гравітаційна – вона виникає між будь-якими тілами, що мають масу. Гравітаційна взаємодія характеризується гравітаційною сталою $G = 6,7 \cdot 10^{-11} \text{ м}^3 \cdot \text{кг}^{-1} \cdot \text{с}^{-2}$. Чудове наближення, що описує гравітаційну взаємодію двох точкових тіл з однаковими масами m , які знаходяться на відстані r один від одного, дає закон *всесвітнього тяжіння*, відкритий Ньютоном:

$$F = G \frac{m^2}{r^2}. \quad (44)$$

У фізиці суб'ядерних частинок гравітаційна взаємодія внаслідок її малої величини не відіграє майже ніякої ролі на відстанях $r > 10^{-33}$ см, в зв'язку з чим нею нехтують. При менших відстанях або дуже великих енергіях ця взаємодія за величиною порівнюється з іншими взаємодіями і повинна бути врахована. Сучасною теорією гравітаційної взаємодії є *загальна теорія відносності* (ЗТВ). В рамках цієї теорії *гравітація розглядається як викривлення простору-часу*, тобто має геометричну інтерпретацію [15, 53].

Електромагнітна взаємодія виникає між тілами, що мають електричний заряд. У загальному випадку закон руху заряджених тіл описується рівняннями *Максвелла - Лоренца*, проте в квазістатичному наближенні чудово «працює» *аналог закону Ньютона - кулонівське наближення*

$$F = k \frac{e^2}{r^2}, \quad (45)$$

де e - заряд частинки; k - стала пропорційності.

Квантова теорія, що описує електромагнітну взаємодію, одержала назву квантової електродинаміки (КЕД) і вважається найбільш досконалою із усіх існуючих фізичних теорій. Ця теорія відповідає основним вимогам як квантової теорії, так і теорії

відносності [53].

Величини Gm^2 і e^2 у співвідношеннях (44) і (45) залежать від вибору одиниць вимірювання, і це перешкоджає аналізу спільності обох взаємодій. Щоб полегшити порівняння, з цих величин за допомогою універсальних констант - сталої Планка

$\hbar = \frac{h}{2\pi}$ і швидкості світла c - утворюють безрозмірні константи.

Таким чином, вводять безрозмірні величини - гравітаційну

$\alpha_g = G \frac{m^2}{\hbar c}$ та електромагнітну сталу $\alpha_e = \frac{e^2}{\hbar c}$ (сталу тонкої структури), де e - заряд електрона (протона) [55].

Необхідно відзначити відмінність між визначенням обох цих сталих. У деякому розумінні, константа α_e є більш універсальною, ніж α_g . Це пов'язано з тим, що у вираз числа α_e входять тільки фундаментальні сталі, в той час як константа α_g характеризується довільною масою m . Щоб усунути цю неузгодженість в константі α_g зазвичай фіксують значення маси m , вважаючи її такою, що дорівнює m_p (маса протона). Цей вибір цілком природний: протон - одна з двох стабільних частинок у Всесвіті. Інша стабільна частинка - електрон - має масу m_e . Вибір між m_p і m_e є в значній мірі умовним.

Інші дві взаємодії (слабка та сильна) були відкриті лише в ХХ сторіччі [6, 15]. Одна з них - слабка - керує розпадом більш важких суб'ядерних частинок на більш легкі. Історично першим був вивчений розпад нейтрона в атомних ядрах (β -розпад), який відбувається за схемою $n \rightarrow p + e^- + \tilde{\nu}$, де n , p , e^- , $\tilde{\nu}$ - нейтрон, протон, електрон та антинейтрино.

Згодом з'ясувалося, що розпад нейтрона не унікальний. В результаті численних досліджень стало зрозуміло, що значна частина розпадів суб'ядерних частинок керується єдиною, так званою слабкою взаємодією. Ця взаємодія характеризується константою Фермі (g_F). Безрозмірна константа слабкої взаємодії записується у вигляді $\alpha_\omega = \frac{g_F^2 m^2 c}{\hbar^3}$. Слабка взаємодія також

визначає процеси взаємодії нейтрино з речовиною [53-55].

Найбільш складною є ситуація з сильною взаємодією. Ще 20 - 30 років тому сильну взаємодію ототожнювали з ядерною, яка визначала стан протонів і нейтронів в атомних ядрах. Проте створити закінчену теорію ядерної взаємодії не вдалося. Прогрес відбувся у зв'язку з побудовою динамічної теорії кваркових систем (див. стор. 183), яка привела до створення квантової хромодинаміки (КХД). У цій схемі ядерна взаємодія ототожнюється із взаємодією багатокваркових систем, з яких складаються нуклони. Таким чином, на сьогодні із сильною взаємодією ототожнюється взаємодія між кварками, яка, у свою чергу, обумовлює ядерну взаємодію [53].

Залежність сталої сильної взаємодії α_s від маси, на відміну від інших, які постулюються на основі міркувань розмірності, може бути одержана із квантової теорії поля. Її особливістю є те, що вона зменшується при збільшенні маси частинки m . В асимптотичному наближенні, коли $m \gg m_p$, можна одержати

$$\alpha_s \sim \frac{1}{\ln \frac{m}{m_p}}. \quad (46)$$

Цікаво відзначити, що з фундаментальних сталих G, \hbar, c можна побудувати величини, що мають розмірності довжини, часу, густини, маси, енергії. Ці величини називаються планківськими. Фактично це природні одиниці вимірювання відповідних фізичних величин [56].

Зокрема, планківська довжина l_{pl} , планківська енергія E_{pl} , планківський час t_{pl} і планківська маса визначаються такими співвідношеннями [55-56]:

$$l_{pl} = \sqrt{\frac{\hbar G}{c^3}} = 1,6 \cdot 10^{-33} \text{ см}, \quad E_{pl} = \frac{\hbar c}{l_{pl}} = \sqrt{\frac{\hbar c^5}{G}} = 10^{19} \text{ GeV},$$

$$t_{pl} = \sqrt{\frac{\hbar G}{c^5}} = 5,4 \cdot 10^{-44} \text{ с}, \quad m_{pl} = \sqrt{\frac{\hbar c}{G}} = 2,2 \cdot 10^{-8} \text{ кг}. \quad (47)$$

Важливість планківських величин стане зрозуміла читачу пізніше.

Відомо, що *кожна фундаментальна фізична стала характеризує певне коло фізичних явищ*: G - гравітаційні явища; \hbar - квантові; c - релятивістські. Тому якщо в якоесь співвідношення входять одночасно константи G , \hbar , c , це означає, що дане співвідношення описує процес, який *одночасно є гравітаційним, квантовим і релятивістським*. Таким чином, існування планківських величин свідчить про *можливе існування подібних процесів у природі*, що, в свою чергу, дозволило фізикам говорити про *створення єдиної фізичної теорії цих явищ*.

У класичній фізиці будь-яка взаємодія на відстані описується у термінах потенціалів або силового поля, за допомогою якого одна частинка діє на іншу. Кожній взаємодії відповідає своє поле. У квантовій теорії усі фундаментальні взаємодії подаються як процес обміну *віртуальними* квантами визначеного типу (так звана *теорія близькодії*).

Добре відомо, що у світі суб'ядерних частинок існує *співвідношення невизначеностей Гейзенберга* ($\Delta E \Delta t \geq \hbar$). Воно стверджує, що при вимірюванні протягом часу не більше Δt неможливо визначити енергію з точністю, більшою ніж $\Delta E \geq \frac{\hbar}{\Delta t}$.

Це означає, що на короткий проміжок часу у частинки або системи може з'явитися додаткова енергія нібито з нізвідкіль, але ця “позичена” енергія повинна бути такою, щоб за час Δt її неможливо було виміряти і щоб таким чином не порушувався закон збереження енергії [57-59].

Подібні частинки, які виникають на дуже короткий час у вакуумі, одержали назву віртуальних. Фактично *фізичний вакуум є “первинним бульйоном” віртуальних частинок різної природи, які постійно народжуються та зникають*. Таким чином, квантова теорія поля суттєво змінила погляд вчених на вакуум, який у класичній теорії вважався місцем, вільним від матерії. *Фізичний вакуум квантової теорії - це система полів (електромагнітних, електрон-позитронних, піонних та інших), які здійснюють нульові коливання, в наслідок чого вакуум має енергію, тиск та інші фізичні параметри*. Вакуум бере безпосередню участь у

формуванні кількісних і якісних властивостей фізичних об'єктів. Такі властивості частинок, як спін, маса, заряд, з'являються тільки завдяки їх взаємодії з вакуумом [3, 58-59].

Електромагнітне поле у просторі, де відсутні заряди, можна розглядати як сукупність незалежних гармонічних осциляторів з усіма можливими значеннями хвильового вектора \vec{k} . Згідно із законами квантової механіки осцилятор може знаходитися тільки у стані з дискретними значеннями енергії $E = \sum \left(n_k + \frac{1}{2} \right) \hbar \omega$, де n_k - число квантів електромагнітного поля (фотонів) з хвильовим вектором \vec{k} . Вакуумний стан електромагнітного поля відповідає випадку $n_k = 0$. У цьому випадку енергія електромагнітного поля виявляється нескінченно великою величиною $E = \frac{\hbar}{2} \sum \omega_k$ [57]. Це приводить до ряду суттєвих проблем при побудові відповідних теорій.

У рамках квантової теорії взаємодія двох частинок А і В відбувається так (рис.52). Частинка А створює навколо себе поле, яке є збуренням фізичного вакууму. В результаті навколо неї виникає “хмара” або “шуба” віртуальних частинок визначеного типу, густина якої зменшується із збільшенням відстані. Аналогічний процес відбувається навколо частинки В.

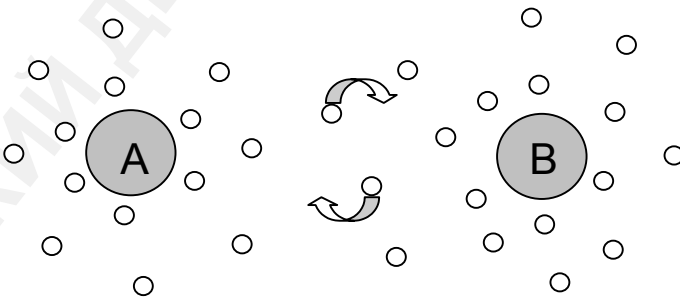


Рисунок 52 - Схема взаємодії двох частинок А і В за допомогою віртуальних квантів поля

Дві частинки, які виявилися у радіусі дії своїх зарядів (мас), починають *обмінюватися квантами поля*: перша частинка випромінює і одночасно поглинає ідентичний квант, що випромінила інша частинка. Обмін віртуальними частинками згідно із законом Ньютона ($\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$) залежно від властивостей квантів поля створює ефект притягання або відштовхування між суб'ядерними частинками.

Кожній фундаментальній взаємодії відповідає своя частинка, яка переносить цю взаємодію. Для гравітації - це гравітони, для електромагнітної взаємодії – фотони, сильна взаємодія обумовлюється глюонами, слабка – векторними бозонами (W^+ , W^- , Z^0) [15, 60].

Радіус дії тієї чи іншої взаємодії визначається *масою спокою частинки-переносника*. Дійсно, якщо врахувати, що будь-яка взаємодія передається зі швидкістю світла, можна одержати наступне співвідношення

$$L = c\Delta t = c \frac{\hbar}{\Delta E} = c \frac{\hbar}{mc^2} = \frac{\hbar}{mc} = \lambda_c, \quad (48)$$

де L - радіус взаємодії;

Δt - час існування відповідного віртуального кванта;

m - маса частинки переносника взаємодії;

λ_c - комптонівська довжина частинки.

Із співвідношення бачимо, що радіус дії будь-якої взаємодії обернено пропорційний масі частинок-переносників. Оскільки фотони і гравітони не мають маси спокою, відповідні взаємодії є *далекодійними* (гравітаційна та електромагнітна), інші дві (слабка та сильна) є *короткодійними*, оскільки їх частинки-переносники є масивними і не можуть існувати протягом значного часу. Відповідно радіус дії цих взаємодій є сумірний з радіусом ядра атома [60].

При аналізі процесів електромагнітної взаємодії у фізиці елементарних частинок зручно використовувати так звані діаграми Фейнмана, на яких *реальні частинки зображуються прямими лініями*, що з'являються з нескінченності або йдуть в нескінченність, а поширенню віртуальних частинок відповідають внутрішні лінії діаграм, які сполучають прямі лінії. Зазвичай частинки-переносники взаємодії зображають хвилястими або штрихованими лініями. Тоді, наприклад, розсіяння електрона на позитроні шляхом обміну віртуальним фотоном можна зобразити у вигляді діаграми Фейнмана, наведеної на рис. 53 а [53, 55].

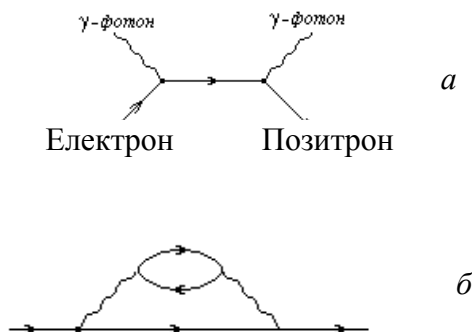


Рисунок 53 - Діаграма Фейнмана: а – розсіювання електрона на позитроні; б - ферміонна петля

Діаграма, зображена на рис. 53 б, що містить замкнену петлю, може розглядатися як така, що описує процес випромінювання електроном віртуального фотона, який потім породжує віртуальну електрон - позитронну пару, яка знову анігілює у віртуальний фотон, що поглинається реальним електроном.

Таким чином, *електрон виявляється оточеним безліччю віртуальних електрон-позитронних пар*. Внаслідок електромагнітної взаємодії він притягує до себе віртуальні

позитрони і відштовхує електрони, отже, навколо нього виникають *віртуальні диполі* (рис.54). Такий ефект називається *поляризацією вакууму* [58]. В результаті, якщо "подивитися" з великої відстані, наприклад, на електрон, його заряд виявляється частково заекранованим. Якщо ж проникнути всередину хмари заряджених віртуальних пар, то в результаті зменшення екранування заряд зростає. Це стосується будь-якої зарядженої частинки.

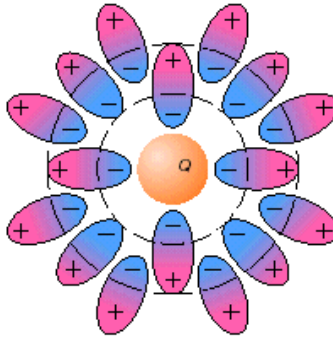


Рисунок 54 – Поляризація вакууму внаслідок електромагнітної взаємодії реальних і віртуальних частинок

Ефект поляризації вакууму обумовлює так зване *перенормування заряду* у квантовій електродинаміці, оскільки в теорії використовується заряд "голого електрона", а заряд, що вимірюється експериментально, відповідає екранованому.

Основні параметри фундаментальних взаємодій та їх обмінних частинок наведені у табл. 3 [15, 50, 55]. У останній колонці таблиці наведений середній час життя частинок, що розпадаються за рахунок даного виду взаємодії (цей час називають також *часом розпаду*). Як добре видно цей час може змінюватися у інтервалі $\tau = 10^{-8}$ - 10^{-23} с. З таблиці 3 також бачимо, що найбільш ефективною є сильна взаємодія. Гравітаційна взаємодія є найбільш слабкою серед всіх, вона майже у 10^{37} разів менша порівняно із сильною.

Таблиця 3 - Фундаментальні види взаємодії у природі

| Взаємодія | Джерело | Обмінна частинка та її спин J | Константа взаємодії | | Радіус дії $L, \text{м}$ | Час життя $\tau, \text{с}$ |
|-----------------|-------------------|---------------------------------|--|--------------------------------|--------------------------|----------------------------|
| | | | Вираз | Числове значення при $m = m_p$ | | |
| Гравітаційна | Маса | Гравітон $J=2$ | $\alpha_g = \frac{Gm^2}{\hbar c}$ | $0,6 \cdot 10^{-38}$ | ∞ | 0 |
| Слабка | Усі ел. частинки | Проміжні бозони $J=1$ | $\alpha_w = \frac{g_F m^2}{\hbar^3}$ | 10^{-15} | 10^{-19} | 10^{-8} |
| Електромагнітна | Електричний заряд | Фотон $J=1$ | $\alpha_e = \frac{e^2}{\hbar c}$ | $1/137 \sim 10^{-2}$ | ∞ | 10^{-16} |
| Сильна | Адрони | Глюони $J=1$ | $\alpha_s = \frac{a}{\ln \frac{m}{m_p}}$ | 1 | 10^{-15} | 10^{-23} |

15 Квантові числа суб'ядерних частинок

15.1 Спін

Для того щоб пояснити властивості і поведінку суб'ядерних частинок, їх доводиться наділяти цілим рядом характерних для них фізичних величин - *квантових чисел*. Сукупність внутрішніх квантових чисел частинки повністю її визначає [15, 55, 60]. Термін «внутрішні» відтіняє належність квантових чисел власне частинці, тобто ці квантові числа не пов'язані з властивостями простору-часу, які зумовлюють звичні величини, що зберігаються: енергію, імпульс і момент кількості руху.

Основними характеристиками частинок є: 1) маса m ; 2) електричний заряд Q ; 3) спин J ; 4) баріонний заряд B ; 5) лептонні заряди L_e, L_μ, L_τ ; 6) дивність S ; 7) чарівність (шарм)

C' ; 8) краса B' ; 9) ізотопічний спіні I ; 10) час життя τ ; 11) магнітний момент μ ; 12) парності – просторова P , зарядна C , комбінована CP , G -парність, часове віддзеркалення T [50, 60].

Найбільш відомими характеристиками суб'ядерних частинок є їх маса і електричний заряд. Ці величини з'явилися у фізиці елементарних частинок з класичної фізики, їх виникнення не було пов'язано з розвитком квантової механіки. Як правило, масу частинок у ядерній фізиці наводять у енергетичних одиницях – електронвольтах (eV або GeV).

Принципово новим було введення специфічно квантових чисел. Тут, в першу чергу, слід назвати *спін* частинок. Спочатку спіні увійшов у фізику як власний момент кількості руху J електрона із значенням $J = \hbar/2$. Проте таке трактування спіну суперечливе, оскільки за сучасними уявленнями розміри (r) елементарних частинок, що не мають внутрішньої структури (а електрон належить саме до розряду таких частинок), дорівнюють нулю. У той самий час за визначенням момент імпульсу дорівнює $\vec{J} = [\vec{r}_e, \vec{p}_e]$ (де \vec{p}_e - імпульс частинки). Оскільки $\vec{r}_e = 0$, то і момент імпульсу $\vec{J} = 0$ і, отже, не дорівнює $\hbar/2$. Тому ототожнення спіну з образом електрона, що обертається в просторі навколо власної осі, хоча і є дуже наочним, але неправомочним.

Більш послідовним є трактування спіну в рамках квантово-механічних уявлень з урахуванням того, що спіновий стан системи (в даному випадку електрона) *визначається вектором у деякому просторі*. Тоді довжина (модуль) вектора задається так, щоб його проекція на одну з осей дорівнювала $\pm \hbar/2$. Спіновий стан електрона визначається ймовірністю того, що проекція спіну має певний знак. Слід зазначити різницю між звичайними векторами і вектором, що характеризує спіні. Для цього вектора визначено лише *обертання навколо заданого початку*, тим часом як звичайний вектор може також переміщуватися у просторі.

Дуже популярним є теоретико-групове визначення спіну. Спіні - *представлення групи обертання $SU(2)$, що не приводиться* [16]. Ознайомленим з теорією груп це визначення видається тривіальним; для незнайомих воно незрозуміле. Але для

викладення матеріалу більш важливо інше: *спін - величина, що має розмірність моменту кількості руху і може складатися з ним за стандартними квантово-механічними правилами.*

Далі перейдемо до розгляду інших квантових чисел, не пов'язаних із звичним фізичним простором.

15.2 Ізотопічний спін

У 1932 р. Гейзенберг звернув увагу на дивну близькість мас протона і нейтрона: $m_p = 938,3$ МеВ, а $m_n = 939,6$ МеВ. У зв'язку з цим в 1932 р. він висунув ідею, що *протон і нейтрон є різними станами однієї і тієї самої частинки, названої нуклоном.* Своєрідним “перемикачем”, який переводить нуклон з одного стану у інший, є *обмінна частинка*, так званий віртуальний піон. Спостережувальна відмінність між протонним і нейтронним станами нуклона, з погляду Гейзенберга, зводиться до різниці значень електричного заряду ($e_p=e$, $e_n=0$), яка і обумовлює невелику відмінність їх мас. Цю властивість нуклона називають *зарядовою незалежністю*, вона обумовлена деякою внутрішньою симетрією частинки. Відповідно протон і нейтрон одержали назву *зарядового мультиплету (дублету)*. Гейзенберг сформулював квантову інтерпретацію цього явища, яка, зрозуміло, істотно розширена і покладена в основу *теорії елементарних частинок* [15, 55, 60].

Ця концепція базується на такій ідеї: відмінність в станах протона і нейтрона характеризується новим внутрішнім квантовим числом, що одержало назву “*ізотопічний спін*”. Слово «спін» у цьому терміні підкреслює ту обставину, що математичний метод, який описує ізотопічний спін, близький до того, що описує звичайний спін.

Нуклон описується вектором ізотопічного спіну I , проекція якого I_z на деяку вибрану вісь z може набувати двох значень $\pm 1/2 \hbar$ відповідно до того, як набуває цих значень проекція звичайного спіну. Умовилися вважати, що значення $I_z = +1/2$ відповідає протонному стану нуклона, а $I_z = -1/2$ – нейтронному. Проте в рамках цієї концепції виникає таке питання: в якому просторі існує вектор ізотопічного спіну? Як було встановлено раніше, вектор звичайного спіну можна пов'язати із звичайним

фізичним простором (спін і момент кількості руху мають однакову розмірність). У концепції ізотопічного спіну цей зв'язок повністю втрачається. *Простір ізотопічного спіну - абстрактний простір в тому значенні, що він не пов'язаний з фізичним простором, в якому існують макроскопічні тіла і функціонують динамічні закони, що описують їх [55, 60].*

*Ізотопічний спін - внутрішнє квантове число, для опису якого вводиться спеціальний математичний («уявний») простір. Простір, в якому функціонує ізотопічний спін, є двовимірним комплексним евклідовим простором. Такий простір можна уявити як простір двох вимірів, в якому кожна точка x - комплексне число. Евклідовість означає, що модуль вектора у цьому просторі задається сумою квадратів координат ($x_1^2 + x_2^2$). Кардинальність ідеї ізотопічного спіну полягала в тому, що *вперше у фізику елементарних частинок з необхідністю (а не тільки для зручності обчислень) вводився нефізичний простір, в якому визначався вектор ізотопічного спіну.**

На мові хвильових рівнянь введення ізотопічного спіну еквівалентне припущенню їх інваріантності відносно обертань в ізотопічному просторі. Наприклад, якщо ψ_p і ψ_n - хвильові функції, що описують протон і нейтрон відповідно, то припущення про тотожність обох частинок еквівалентне припущенню незалежності сильної взаємодії для будь-якої лінійної комбінації $\psi = \alpha\psi_p + \beta\psi_n$ від числових значень коефіцієнтів α і β , які задовольняють умову нормування $|\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1$.

Формалізм (метод) ізотопічного спіну згодом добре виправдався при інтерпретації численних експериментів і *став зразком для опису сукупності інших квантових чисел. Так, було встановлено, що спектри мас восьми баріонів (див.нижче) із спіном $J = +\frac{1}{2}$ і десяти баріонів з $J = +\frac{3}{2}$ мають властивість групуватися у так звані *ізоспінкові мультиплети* (табл. 4) [50, 60].*

Таблиця 4 - Ізотопічний спі́н деяких суб'ядерних частинок

| Частинка | Ізотопічний спі́н, I | Проекція ізотопічного спі́ну, I_z | | | | |
|--------------------|---------------------------|--|---------------|---------------------|---------------|---------------------|
| | | -1 | $-1/2$ | 0 | $1/2$ | $+1$ |
| Нуклон | $1/2$ | | n/p | | p/n | |
| Λ -гіперон | 0 | | | Λ/Λ | | |
| Σ -гіперон | 1 | Σ^-/Σ^+ | | Σ^0/Σ^0 | | Σ^+/Σ^- |
| Ξ -гіперон | $1/2$ | | Ξ^-/Ξ^0 | | Ξ^0/Ξ^- | |
| Ω -гіперон | 0 | | | Ω^-/Ω^- | | |
| Піон | 1 | π^- | | π^0 | | π^+ |
| Каон | $1/2$ | | K^0/K^- | | K^+/K^0 | |
| η -мезон | 0 | | | η | | |

Кожний рядок у цій таблиці описує зарядовий мультиплет. Частинки одного мультиплету розрізняються лише електричним зарядовим станом, їх маси (рис.55) дуже близькі і з точністю до електромагнітних поправок можуть вважатися практично однаковими. Фактично кожна складова мультиплету є іншим зарядовим станом однієї частинки.

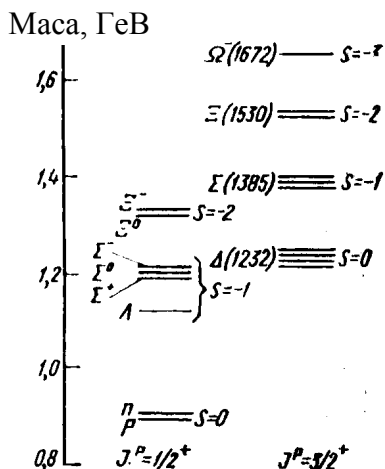


Рисунок 55 - Спектр мас деяких елементарних частинок

15.3 Дивність

На початку 50-х років спостерігалось таке явище. Тільки що відкриті K -мезон і Λ -частинка не народжувалися порізно. Наприклад, реакція $\pi^- + p \rightarrow \Lambda^0 + \pi^0$ (π -піон), яка, здавалося б, не була заборонена ніякими фізичними законами, не спостерігалася на дослідах. Проте, наприклад, відбувалася реакція $\pi^- + p \rightarrow \Lambda^0 + K^0$.

У фізиці елементарних частинок існує золоте правило: **все, що не заборонено, повинно здійснюватися в природі**. Категоричне заперечення в мікрофізиці означає, що існує якесь правило заборони [15, 55, 60].

З цієї причини відсутність реакцій з виникненням однієї Λ -частинки і обов'язкове парне їх народження повинні були знайти своє віддзеркалення у конкретному правилі. Гелл-Ман і Нішіджіма сформулювали його в 1952 р. Згідно з цим правилом заборони K - і Λ -частинкам приписувалося нове квантове число - дивність (S), яке зберігається в сильних взаємодіях.

Для простоти було запропоновано характеризувати дивність цілими числами. Домовилися, що Λ -частинки мають $S = -1$, K -мезони $S = +1$, дивність нуклонів і піонів дорівнює нулю. Тоді легко пояснюється дивна поведінка нових елементарних частинок. В реакції з одиничним народженням Λ -частинок дивність не зберігається, тому така реакція заборонена. При парному народженні дивності Λ - і K -частинок компенсуються, і, отже, такі реакції дозволені.

Відзначимо, що згодом були знайдені елементарні частинки з великими (за абсолютною величиною) значеннями дивності. Загальне обмеження на величину дивності має вигляд $|S| < 3$ [50, 60].

На наступному етапі досліджень виникла необхідність в єдиному описі трьох величин, що зберігаються: I , I_z , S . Для цього узагальнили схему, що була застосована для ізотопічного спіну. Замість двовимірного простору ізотопічного спіну було запропоновано використовувати тривимірний комплексний евклідов простір. Вектор, що відповідає всім цим квантовим числам, функціонує саме в такому просторі.

На практиці замість дивності S використовують гіперзаряд Y , який визначається співвідношенням $Y = B + S$ [50, 60]. Оскільки баріонний заряд B (дивись нижче) є адитивним, цілочисловим і зберігається, то гіперзаряд має ті ж властивості, що і дивність.

Звернемо увагу на те, що електричний заряд частинки може бути записаний через проекцію ізотопічного спіну і гіперзаряд

$$Q = I_z + \frac{Y}{2} = I_z + \frac{B + S}{2}.$$

Введення ізотопічного спіну дозволило виявити внутрішню симетрію суб'ядерних частинок. Відповідна теорія одержала назву теорії унітарної симетрії, вона запропонована Гелл-Маном і Нейманом у 1961 р. Вихідна ідея унітарної симетрії полягає в незалежності рівняння для енергії сильної взаємодії відносно деяких перетворень, еквівалентних поворотам або обертанням у деякому тривимірному абстрактному векторному просторі – $SU(3)$ -симетрія. Вона дозволяє об'єднати велике число схожих частинок, вважаючи їх однією частинкою, але такою, що перебуває в різних станах. При даному підході вдається об'єднати, здавалося б, абсолютно різні елементарні частинки. Наприклад, з'ясувалося, що всі мезони можна вважати різними станами однієї частинки. Адрони також зв'язані між собою законами симетрії [50, 60].

У теорії унітарної симетрії частинки групуються в унітарні мультиплети, або супермультиплети [15, 60]. Частинки–адрони, що входять у супермультиплет, мають однаковий спін і парність. Суб'ядерні частинки найбільш відомих супермультиплетів наведені на рис. 56. Теорія унітарної симетрії надихнула на ідею, що адрони мають внутрішню структуру і складаються з простіших частинок.

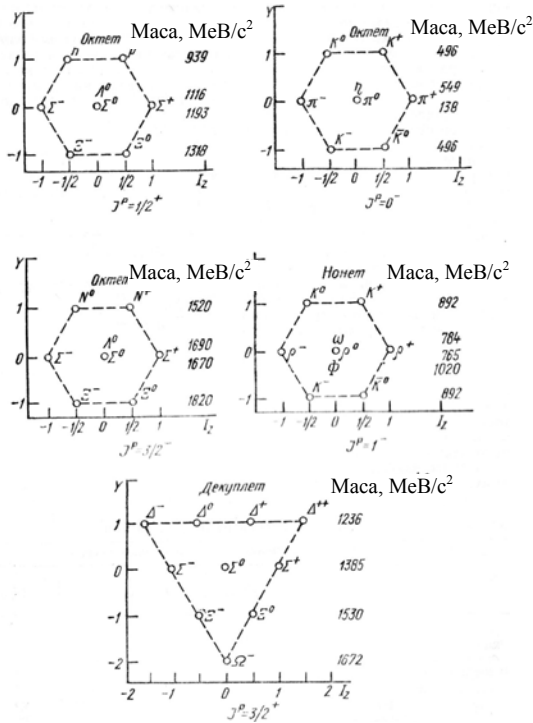


Рисунок 56 - Частинки, що входять до найбільш відомих супермультиплетів

15.4 Баріонний та лептонний заряди [15, 50, 61]

Баріонний та лептонний заряди введені у теорію суб'ядерних частинок *напівфеноменологічним шляхом* для пояснення деяких закономірностей, що спостерігаються на досліді.

Якщо баріонам приписати баріонний заряд (або баріонне число) $B = +1$, антибаріонам - баріонний заряд $B = -1$, а решті частинок - баріонний заряд $B = 0$, то для всіх процесів, що відбуваються за участю баріонів і антибаріонів, буде виконуватися закон збереження баріонного заряду.

Закон збереження баріонного заряду обумовлює стабільність найлегшого з баріонів - протона. Інші закони імпульсу, моменту імпульсу, електричного заряду і т. ін.) не

забороняють, наприклад процесу $p \rightarrow e^+ + \nu + \bar{\nu}$, який зрештою привів би до анігіляції атомів. Проте, такий процес супроводжувався б зменшенням баріонного заряду на одиницю, і тому він не відбувається.

Аналогічно, закон збереження електричного заряду обумовлює стабільність найлегшої зарядженої частинки - електрона, забороняючи, наприклад, процес його розпаду за схемою $e^- \rightarrow \gamma + \nu$.

Для пояснення особливостей проходження процесів з участю лептонів (e^- , μ^- , τ^- , ν_e , ν_μ , ν_τ) і антилептонів доводиться ввести квантове число L , що отримало назву *лептонного заряду*, (або *лептонного числа*). Лептонам приписується значення $L = +1$, антилептонам $L = -1$, решті частинок $L = 0$. За цієї умови у всіх без винятку процесах спостерігається збереження сумарного лептонного заряду системи частинок, що розглядається, тобто $\sum_i L_i = const$. Досліди

показують, що нейтрино визначеного типу може породити тільки відповідний йому лептон. Тому кожна пара лептонів, або *покоління* (e^-, ν_e), (μ^-, ν_μ), (τ^-, ν_τ), має свій специфічний лептонний заряд L_e, L_μ, L_τ .

Інші квантові числа суб'ядерних частинок – *чарівність*, або *шарм* (C'), *краса* (B') - теж введені для пояснення неможливості проходження деяких реакцій з їх участю.

15.5 Квантові числа парності [50, 60, 61]

Як вже було з'ясовано, законам природи властива симетрія. Під симетрією у фізиці високих енергій розуміють властивість фізичних величин, що описують поведінку частинок, залишатися незмінними (інваріантними) при визначених математичних перетвореннях над ними.

Принципи симетрії поділяють на просторово-часові або зовнішні і внутрішні симетрії, що описують властивості самих суб'ядерних частинок.

Квантові числа парності P , C , G , T відображають симетрію перебігу фізичних процесів і, отже, рівнянь руху, що описують

частинки в квантовій теорії відносно різних операцій віддзеркалення. Цим операціям відповідають дискретні перетворення хвильових функцій частинок (векторів станів), що приводять до законів збереження деяких фізичних величин.

Відомо, що існує дзеркальна симетрія природи: відбиття простору у дзеркалі (*інверсія*) не змінює фізичних законів. Операції \hat{P} (де \hat{P} - деякий оператор) відповідає фізична величина, яка одержала назву *P-парності, просторової парності, або просто парності*. Ця операція переводить ліву систему координат у праву (тобто ліве замінюється правим).

Зрозуміло, що якщо операцію інверсії застосувати двічі система координат повернеться у вихідний стан. Нехай ця операція призводить до множення хвильової функції частинки на деяке число a :

$$\psi(x', y', z') = a\psi(x, y, z). \quad (50)$$

Застосувавши цю процедуру до хвильової функції двічі, одержимо

$$a\psi(x', y', z') = a^2\psi(x, y, z). \quad (51)$$

Однак цей вираз повинен збігатися з початковою функцією, звідси одержимо, що $a^2 = 1$. Відповідно a може набувати значення ± 1 . Таким чином, операція інверсії або залишає хвильову функцію частинки незмінною, або змінює її знак на протилежний. У першому випадку стан, що описується функцією ψ , одержав назву *парного*, у другому – *непарного*. Про частинки, які описуються парними хвильовими функціями, говорять, що вони мають *позитивну внутрішню парність* ($P = +1$), непарними функціями – *негативну парність* ($P = -1$). Парність системи частинок дорівнює добутку парностей окремих частинок, що входять у систему.

З дзеркальної симетрії пустого простору випливає закон збереження парності: *при усіх перетвореннях системи частинок, парність їх стану залишається незмінною. Збереження парності*

означає інваріантність законів природи відносно заміни правого лівим і навпаки.

Операція \mathcal{C} одержала назву *зарядового спряження*. Вона полягає у зміні знаків усіх без винятку зарядів частинки. Така операція змінює знаки адитивних квантових чисел, але залишає незмінними їх імпульс і спін, тобто замінює частинки на античастинки. Тому операція \mathcal{C} називається також *операцією спряження частинка - античастинка*. Вона ермітова і унітарна одночасно. Власні значення C оператора \mathcal{C} дорівнюють ± 1 . Число C називається *зарядовою парністю*. Певну зарядову парність мають тільки частинки, у яких всі заряди дорівнюють нулю, $B=Q=S=L=0$. Такі частинки називаються *істинно нейтральними*. Частинки з ненульовими зарядами мають *невизначену зарядну парність C* .

Операції \mathcal{G} відповідає фізична величина, що називається G -парністю. Вона складається із зарядового спряження \mathcal{C} і повороту на 180° навколо осі y в *ізотопічному просторі*. Оскільки поворот навколо цієї осі змінює знак третьої компоненти I_z ізотопічного спіну (за вісь квантування вибрана, як завжди, вісь z), то операція \mathcal{G} не змінює електричний заряд частинки і дозволяє приписати визначену G -парність адронам, які мають електричний заряд (наприклад, піонам). G - *парність зберігається тільки в сильних взаємодіях*.

Фундаментальні фізичні закони не змінюються при *оберненні часу*, тобто при заміні в рівняннях теорії t на $-t$. Відповідна операція \mathcal{F} називається *часовим віддзеркаленням*. Вона полягає в зміні знаків всіх імпульсів і моментів кількості руху частинки на протилежні, заміні вектора стану на комплексно спряжений. Симетрія відносно операції \mathcal{F} не веде до закону збереження якої-небудь парності, але проявляється у *принципі детальної рівноваги*, який добре виконується в сильних і електромагнітних взаємодіях (з точністю $<1\%$) і порушується в слабких взаємодіях.

Операція \mathcal{CF} називається *комбінованою інверсією*. При такій операції віддзеркалення всі імпульси і всі заряди змінюють

знаки, тобто *частинки переходять у античастинки*. Операція \mathcal{CP} полягає у зміні знаків моментів кількості руху і зарядів частинок. Імпульси при цій операції не змінюються. Згідно з *CPT*-теоремою Людерса - Паулі (1954-1955) симетрія відносно *CPT*-операції існує у будь-яких взаємодіях. Іншими словами, *поведінка Всесвіту не зміниться, якщо частинки замінити античастинками, відбити це все у дзеркалі, а потім змінити напрямок часу на протилежний*. Відповідна теорема у точному вигляді доведена у квантовій теорії поля.

16 Закони збереження у фізиці високих енергій

У фізиці суб'ядерних частинок існує велика кількість законів збереження. Є всі підстави вважати, що кожний закон збереження пов'язаний з певною симетрією законів природи. Умовно ці закони можна поділити на три групи відповідно до їх фізичної природи [50, 60-61]:

- 1) закони збереження, пов'язані з геометрією чотиривимірного простору-часу;
- 2) точні закони збереження зарядів;
- 3) наближені закони збереження (виконуються тільки для деяких фундаментальних взаємодій).

Зазначені групи законів збереження систематизовані у таблиці 5, де символами S , E , W , G позначені сильна, електромагнітна, слабка та гравітаційна взаємодії.

Фізичний зміст емпірично встановлених симетрій, пов'язаних з кожним із п'яти зарядів Q , B , L_e , L_μ , L_τ , на сьогодні остаточно не встановлений.

Закони збереження у фізиці частинок мають дуже важливе значення, оскільки *сучасна теорія високих енергій не має фундаментальних рівнянь руху*, аналогічних до рівнянь Ньютона у класичній механіці і Максвелла у класичній електродинаміці. У той же час *вивчення різних симетрій, законів збереження і їх наслідків дозволяє систематизувати одержані експериментальні дані*. Новітні фізичні теорії, які претендують на статут найбільш загальних, неодмінно повинні пояснити природу фізичних величин, що зберігаються, та виявити їх походження.

Таблиця 5 - Закони збереження у фізиці суб'ядерних частинок

| Група законів збереження | Величина, яка зберігається | Позначення | Фізичне походження | У яких взаємодіях зберігається |
|---|---------------------------------|-------------|--|-------------------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| Закони збереження, пов'язані з геометрією чотиривимірного простору-часу | Енергія | E | Однорідність часу | S, E, W, G |
| | Імпульс | \vec{p} | Однорідність простору | S, E, W, G |
| | Момент імпульсу | \vec{L} | Ізотропність простору | S, E, W, G |
| | Центр інерції | \vec{r}_c | Рівноправність інерціальних систем відліку | S, E, W, G |
| | Віддзеркалення просторових осей | CP | Права-ліва симетрія | S, E, W (окрім розпаду K^0) |
| | Віддзеркалення часу | T | Симетрія відносно зміни знака часу | $S, E,$ (>99%) |
| | CPT -симетрія | CPT | Комбінація CP - і T -властивостей | S, E, W, G |
| Заряди | Електричний | Q | Невідомо | S, E, W, G |
| | Баріонний | B | Невідоме | S, E, W, G |
| | Лептонний 1 | L_e | Невідоме | S, E, W, G |

Продовження табл.5

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|-----------------------------|------------------------------|----------------|---------------------|-------------------------------|
| | Лептонний 2 | L_μ | Невідоме | $S, E, W,$ $G(?)$ |
| | Лептонний 3 | L_τ | Невідоме | $S, E, W,$ $G(?)$ |
| Наближені закони збереження | Повний ізотоп. спіні | I | Ізотопічна симетрія | S |
| | Зарядове спряження | C | Невідоме | S, E |
| | Парність | P | Невідоме | S, E |
| | G -парність | G | Невідоме | S |
| | Спонтанне порушення симетрії | | Невідоме | Порушується у всіх взаємодіях |
| | Дивність (гіперзаряд) | S $Y=B+S$ | Невідоме | S, E |
| | Чарівність (шарм) | C' | Невідоме | S, E |

17 Незбереження парності у слабких взаємодіях

До середини 50-х років існувало переконання, що у світі суб'ядерних частинок усі відомі закони збереження виконуються суворо. Вважалося, що світ є симетричним відносно таких симетрій, як зарядове спряження C , часове віддзеркалення T та просторова парність P , але реальність виявилась більш складною.

З'ясувалося, що у мікросвіті симетрія контролюється взаємодією, при цьому точність проявлення симетрії, а отже, і законів збереження є різною для різних взаємодій – чим сильніша взаємодія, тим точніше проявляється симетрія. Так, у процесах, що контролюються гравітаційною, електромагнітною і сильною взаємодіями, суворо зберігаються C -, P - і T - симетрії, причому кожна окремо, але при слабкій взаємодії, як у 1956 р. показали Янг та Лі, ці динамічні симетрії порушуються [15, 60, 61].

Експериментально порушення P -парності вперше спостерігалося Ву у 1957 р. при β -розпаді поляризованих ядер ^{60}Co [15, 50, 60]. Ідея дослідів полягала у такому. Якщо праве і ліве у природі не розрізняються, то при β -розпаді вилітання електрона у напрямку спіну ядра і протилежному напрямку повинно мати однакову ймовірність. Дійсно, при віддзеркаленні у дзеркалі напрямок спіну ядра змінюється на протилежний (рис.57). Якщо ядро випромінює електрони з однаковою ймовірністю в обох напрямках, то дзеркальне зображення системи ядро-електрони відрізнити від самої системи неможливо. Але якщо електрони випромінюються переважно в одному напрямку, то ліве і праве стають відмінними.

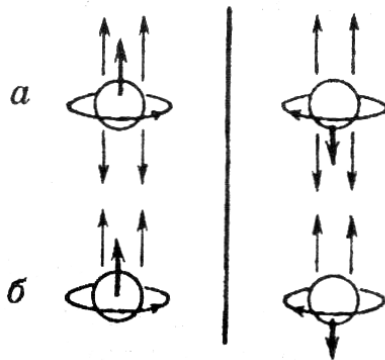


Рисунок 57 – Порушення закону збереження просторової парності в експериментах Ву із співробітниками

У дослідях Ву ядра радіоактивного кобальту ^{60}Co орієнтувалися магнітним полем так, щоб їх спіни були спрямовані однаково. Для усунення теплового руху радіоактивний препарат охолоджувався до наднизьких температур ($T \sim 0,1$ К). У результаті експериментів було встановлено, що у *одному напрямку електронів вилітає більше, ніж у іншому*. З'ясувалося, що електрони випромінюються в основному в напрямку, протилежному напрямку ядерних спінів. Таким чином, *була доведена нерівноправність правого і лівого при слабкій взаємодії*.

У подальшому явище порушення P -парності було підтверджене на прикладі великої кількості інших слабких розпадів суб'ядерних частинок. Одночасно з'ясувалося, що при

таких розпадах порушується і C -парність. Це означає, що *Всесвіт, побудований з античастинок, буде поводити себе по-іншому, ніж наш.*

Довгий час більшість вчених вважали, що слабка взаємодія повинна підпорядковуватися комбінованій CP -симетрії, тобто розвиток Всесвіту повинен відбуватися так само, як і розвиток його дзеркального відбиття при заміні частинок на античастинки. Однак у 1964 р. Крістенсон із співробітниками експериментально показали, що при розпаді так званих довгоживучих нейтральних каонів (K^0) на піони (π^+ , π^-) порушується і CP -парність. Це у відповідності до теореми Людерса - Паулі одночасно відповідає порушенню T -інваріантності. Порушення CP -парності однак було дуже незначним: доля відповідних розпадів серед інших складала усього 0,0023% [60, 61, 62].

Тривалий час розпади нейтральних K -мезонів були єдиним відомим фізичним процесом, де реєструвалося порушення CP -парності. Лише у 2001 році з використанням асиметричних колайдерів РЕР ІІ (Стенфорд, США) та КЕК (Цукуба, Японія) були досліджені процеси розпаду нейтральних бозонів (B^0 і \bar{B}^0), де *явище порушення CP -інваріантності було встановлено надійно* [62]. Таким чином, зараз немає жодних сумнівів, що слабкі процеси можуть проходити з порушенням просторової парності, тобто вони *ніби відчують різницю між лівим і правим, минулим і майбутнім.* У наш час є чіткі експериментальні докази, що *незбереження парності в слабких взаємодіях має універсальний характер*, воно проявляє себе не тільки в розпадах елементарних частинок, але і в ядерних, і навіть атомних явищах. Тобто слід визнати, що *асиметрія є властивістю природи на найфундаментальнішому рівні.*

Таким чином, відмітною властивістю слабкої взаємодії є її CP -неінваріантність. Це приводить до того, що наш світ є симетричним тільки відносно трьох перетворень – CPT -симетрія, але кожне перетворення окремо приводить до асиметрії. Виявилось, що у *мікросвіті (як і у макросвіті) існує абсолютна різниця між лівим і правим, між минулим і майбутнім, між частинками і античастинками.* Можливо, що ця властивість відповідальна за те, що речовина у Всесвіті значно превалує над

антиречовиною, яка побудована з античастинок. Завдяки CP -неінваріантності слабкої взаємодії, як показав Сахаров (1967 р.), *світ і антисвіт несиметричні*.

18 Частинки і античастинки [15, 58, 59]

Рівняння Шредінгера, яке є основним рівнянням квантової механіки, *не задовольняє вимоги теорії відносності* - воно *неінваріантне відносно перетворень Лоренца*. В 1928 р. Діраку вдалося знайти релятивістське квантово-механічне рівняння для електрона, з якого випливає ряд важливих наслідків. Перш за все з цього рівняння природно, без яких-небудь додаткових припущень можна одержати спіні і числове значення власного магнітного моменту електрона. Таким чином, з'ясувалося, що *спін є величиною одночасно і квантовою, і релятивістською*.

Крім того, рівняння Дірака дозволило передбачити існування античастинки електрона - *позитрона*. З рівняння Дірака випливає, що *повна енергія вільного електрона може мати не тільки позитивні, але і негативні значення*. Дослідження цього співвідношення показує, що при заданому імпульсі частинки p існують розв'язки рівняння, які відповідають енергіям

$$E = \pm \sqrt{c^2 p^2 + m_e^2 c^4} . \quad (52)$$

Між найбільшою негативною енергією ($-m_e c^2$) і найменшою позитивною енергією ($+m_e c^2$) є інтервал значень енергії, які не можуть реалізуватися. Ширина цього інтервалу дорівнює $2m_e c^2$ (рис. 58). Оскільки у квантовій теорії енергія може змінюватися порціями, то існування забороненої зони не може перешкодити переходу частинки в стани з негативною енергією.

Як свідчить теорія, частинка з негативною енергією повинна мати дуже дивні властивості. Тому, щоб вирішити цю проблему, Дірак припустив, що переходи електронів у стани з негативною енергією зазвичай не спостерігаються через ту причину, що всі

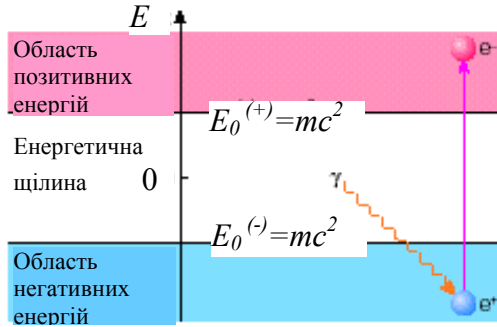


Рисунок 58 - Результати розв'язку рівняння Дірака для електрона. Зображено також процес народження електронно-позитронної пари під дією γ -кванта з енергією, що більша ніж $2m_e c^2$

наявні рівні вже зайняті електронами (*море електронів Дірака*) [15, 58]. Нагадаємо, що електрони є ферміонами і підлягають *принципу Паулі*, який забороняє перебувати в одному і тому самому стані більш ніж одній частинці. Цей принцип стверджує: *два ферміони не можуть існувати в одному стані, тобто мати однакові енергії, орбітальні моменти імпульсу і напрями спіну (однакові квантові числа).*

Тобто згідно з думкою Дірака *фізичним вакуумом є такий стан, в якому всі рівні негативної енергії заселені електронами, а рівні з позитивною енергією вільні*. Оскільки зайняті всі без винятку рівні, що розміщені нижче забороненої зони, то електрони на цих рівнях ніяк себе не виявляють. Якщо ж одному з електронів, що знаходиться на негативному рівні, надати енергію $E > 2m_e c^2$, то він перейде в стан з позитивною енергією і буде “поводитися” звичайним чином, як частинка з позитивною масою і негативним зарядом. Вакансія («дірка»), що утворилася при цьому в сукупності негативних рівнів, повинна “поводитися” як позитрон, тобто як античастинка [15, 58]. Дійсно, відсутність частинки, що має негативні масу і заряд, сприйматиметься як наявність частинки з позитивною масою і позитивним зарядом (повна аналогія до електронно-діркових пар у власних напівпровідниках).

Позначається античастинка тим же символом, що і частинка, але з хвилястою лінією над символом.

Народження електронно-позитронних пар відбувається, наприклад, при проходженні γ -квантів через речовину або вакуум ($\gamma + X \rightarrow X + e^- + e^+$, де X - ядро, в силовому полі якого відбувається народження пари). Це один з основних процесів, який приводить до поглинання γ -випромінення речовиною. Мінімальна енергія γ -фотона, при якій спостерігається народження пари частинка-античастинка, у повній відповідності до теорії Дірака складає $2m_e c^2 = 1,02$ МеВ [15, 59].

При зустрічі позитрона з електроном вони *анігілюють* – відповідно електрон переходить з позитивного рівня на вакантний негативний. Енергія, що відповідає різниці цих рівнів, виділяється шляхом випромінювання двох (іноді трьох) γ -квантів $e^- + e^+ \rightarrow \gamma + \gamma (+\gamma)$.

У подальшому в дещо зміненому вигляді рівняння Дірака було застосоване не тільки до електронів, але і до інших частинок із спіном, що дорівнює $1/2$. З'ясувалося, що у кожній такої частинки (наприклад, протона або нейтрона) повинна існувати своя античастинка. Народження пари протон - антипротон або нейтрон - антинейтрон можна чекати при зіткненні інших частинок (наприклад, нуклонів), які мають достатньо високу енергію ($p + p \rightarrow p + p + p + \bar{p}$ або $p + n \rightarrow p + n + p + \bar{p}$).

Античастинки є не тільки у ферміонів, але і у бозонів (див.нижче). Так, наприклад, π^- -мезон є античастинкою π^+ -мезона. В той же час існують суб'ядерні частинки, які тотожні зі своїми античастинками (тобто не мають античастинок). Ці частинки називаються *абсолютно нейтральними*. До них, наприклад, належать фотон, π^0 -мезон і η -мезон, такі частинки не здатні до анігіляції, але це не означає, що ці частинки не здатні перетворюватися на інші [60].

Окрім цього, відомі суб'ядерні частинки-“перевертні” (K^0 - і B_d - мезони), які з часом змінюють свій тип, тобто частинка перетворюється на античастинку, а та, в свою чергу, знову стає частинкою. Подібні перетворення одержали назву *осциляцій* [60].

Отже, поряд із світом частинок існує світ античастинок. Маса кожної античастинки строго дорівнює масі відповідної частинки, як і час життя, але знаки їх зарядів протилежні. Під зарядом слід розуміти не тільки електричний, але й інші заряди, наприклад, баріонний чи лептонний заряди. Як уже зазначалося, уявна операція заміни частинки-античастинкою називається зарядним спряженням.

19 Основи класифікації суб'ядерних частинок [15,55,60-61]

Суб'ядерні частинки класифікуються за різними параметрами. Найзагальніша основа класифікації частинок - значення їх власного моменту імпульсу - спіну (J).

З'ясувалося, що поведінка частинок істотно залежить від того, яке число, ціле (0, 1, 2,...) або напівціле (1/2, 3/2, 5/2), характеризує спін. Частинки з напівцілим спіном називаються *ферміонами*, з цілим - *бозонами*. В рамках квантової механіки відмінність в поведінці ферміонів і бозонів проявляється в типі симетрії хвильових функцій, що описують ці частинки. Якщо $\psi(\xi_1, \xi_2) = \psi(\xi_2, \xi_1)$, де буквами ξ_1, ξ_2 позначена сукупність координат і спінів частинки, то частинка - бозон. У випадку, якщо хвильова функція антисиметрична до змінних $\psi(\xi_1, \xi_2) = -\psi(\xi_2, \xi_1)$, маємо ферміон. Система, що складається з ферміонів, підлягає принципу заборони Паулі, а для системи з бозонів ця заборона відсутня [15].

Згідно з сучасною точкою зору будь-яка взаємодія елементарних частинок здійснюється іншими частинками - квантами відповідної взаємодії. Такими переносниками взаємодії завжди є бозони (їх називають *калібрувальними*), в той час як сама матерія побудована з ферміонів (рис. 59).

Вже відзначалося, що переносником електромагнітної взаємодії є фотон, гравітаційної – гравітон, слабкої W^\pm (дубль ве) та Z^0 (зет нуль) - бозони. Квантами сильної взаємодії з сучасної точки зору є *глюони* (від англійського "глює" - клей). Існує вісім різних типів глюонів. Усі калібрувальні бозони, за винятком гравітона, який має спін 2, характеризуються спіном, що дорівнює одиниці. Гравітони є чисто теоретичними об'єктами і поки що дослідно не знайдені, в той час як всі інші калібрувальні

| | | | | |
|----------|-----------------------|---------------------|-------------------|-------------------|
| Кварки | u up | c charm | t top | γ фотон |
| | d down | s strange | b beauty | g глюон |
| Лептони | ν_e електронне | ν_μ мюонне | ν_τ тау | Z Z-бозон |
| | e електрон | μ мюон | τ таон | W W-бозон |
| Ферміони | | | Бозони | |

Рисунок 59 - Стандартна модель частинок. Уся речовина Всесвіту складається з кварків та лептонів (ферміонів), з'єднують їх частинки-переносники взаємодії (бозони)

бозони спостерігалися експериментально.

Ще однією основою класифікації елементарних частинок є їх взаємодія. Всі елементарні частинки схильні до слабкої взаємодії. Частинки, які, крім того, беруть участь у сильній взаємодії, називаються *адронами* (грецьке «хадрос» означає великий, масивний). Встановлено, що всі адрони мають внутрішню структуру і складаються з більш фундаментальних частинок - кварків. Існує шість типів кварків (рис.59). Адрони з нульовою дивністю ($S = 0$) називають звичайними, з $S \neq 0$ - дивними, з ненульовою чарівністю ($C = \pm 1$) - зачарованими (або шармованими).

Адрони - ферміони одержали загальну назву - *баріонів* (від грецького "баріос" - важкий), адрони - бозони називають *мезонами* (від грецького "месос"- середній, проміжний). Найбільш відомими з баріонів є нуклони (протон і нейтрон), з мезонів - π -мезони (*піони*) і K -мезони (*каони*). До баріонів, крім

нуклонів, відносять групу частинок, яка одержала назву *гіперонів* (Λ , Σ^\pm , Σ^0 , Ξ^0 , Ξ^\pm , Ω^- , Λ_c). Гіперони (за винятком Λ_c^+ , $\bar{\Lambda}_c^+$, які належать до зачарованих) є дивними частинками, оскільки їх дивність не дорівнює нулю.

Ферміони, що не беруть участі у сильній взаємодії, називаються *лептонами*. Лептони отримали свою назву від грецького слова «лептос», яке означає «легкий, дрібний». Ті з них, які мають електричний заряд (тобто електрони і мюони), беруть участь також у електромагнітній взаємодії. Типовими лептонами є електрони і нейтрино. На сучасному рівні *знань тільки лептони і кварки вважаються точковими безструктурними частинками* і, як результат, їх називають *фундаментальними ферміонами*.

На рис.59 наведена класифікація фундаментальних ферміонів (*Стандартна модель*). Вони згруповані у три *покоління* у відповідності до структури сучасної теорії. Наш Всесвіт побудований із частинок першого покоління – лептонів і кварків, а також калібрувальних бозонів, але, як свідчить теорія, на початкових стадіях його розвитку, в перші миті після Великого Вибуху важливу роль відігравали частинки всіх трьох поколінь. Зокрема, число видів нейтрино визначило співвідношення між поширеністю водню і гелію у Всесвіті.

Найбільш відомою частинкою Всесвіту є електрон. Роль електронів у нашому світі надзвичайна. Він є тією негативною частинкою, яка, разом з атомними ядрами, створює всі атоми елементів, що входять до Періодичної таблиці Менделєєва.

До другого покоління частинок належить мюон – частинка, яка за своїми властивостями є *важким аналогом електрона* ($m_\mu = 207 \cdot m_e$). На відміну від електрона мюон є нестабільною частинкою, час його життя складає $t = 2,2 \cdot 10^{-6}$ с. Як правило, мюон розпадається за схемою $\mu^- \rightarrow e^- + \bar{\nu}_e + \nu_\mu$.

Ще більш важким аналогом електрона є τ -лептон (*таон*). Його маса більше ніж у 3 тисячі разів перевищує масу електрона, тобто таон важчий, ніж протон чи нейтрон. Час його життя дорівнює $2,9 \cdot 10^{-13}$ с, а з більш ніж ста різних схем (*каналів*) його розпаду найчастіше реалізуються такі:

$$\tau^- \rightarrow e^- + \tilde{\nu}_e + \nu_\tau$$

$$\tau^- \rightarrow \mu^- + \tilde{\nu}_\mu + \nu_\tau$$

З рис. 59 бачимо, що кожному лептону відповідає своє нейтрино: електрону - електронне ν_e , мюону - мюонне ν_μ і таону - тау-нейтрино ν_τ . Вважається, що нейтрино є найбільш поширеною частинкою у Всесвіті, на кожний протон припадає близько мільярда нейтрино [55, 63].

Окрім перелічених вище частинок, знайдена велика кількість сильно взаємодіючих короткоживучих частинок, які отримали назву резонансів. Резонанси є збудженими станами адронів (рис. 60) і подібно до атомних і ядерних систем створюють квазидискретний спектр. Уявлення про збуджені стани адронів і їх теорія будуються за аналогією до атомної фізики.

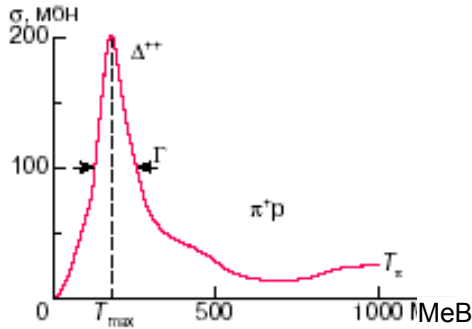


Рисунок 60 - Залежність перерізу реакції $\pi^+ p$ від кінетичної енергії піона. При енергії $T = 200$ MeV виникає Δ^{++} -резонанс

20 Загадки нейтрино

20.1 Відкриття та характеристики нейтрино

Нейтрино є найбільш поширеною і загадковою з суб'ядерних частинок. Існування нейтрино ще у 1930 р. передбачив австрійський фізик Паулі. При бета-розпаді нейтронів за реакцією $n \rightarrow p + e + \tilde{\nu}$, що супроводжувалася випромінюванням швидких електронів, частина енергії зникала невідомо куди, крім того, не виконувався закон збереження спіну

частинок, що брали участь у реакції. Паулі висунув гіпотезу, що цю енергію виносить деяка нейтральна частинка (реально - античастинка), що вилітає разом з електроном. Частинка за всіма ознаками повинна була мати дуже маленьку масу, тому Фермі, якому Паулі розповів про свою гіпотезу, вигадав для неї назву «нейтрино», що означає «маленький нейтрон», або «нейтрончик».

Свою ідею Паулі висунув у 1930 р., але лише в 1956 р., тобто через 26 років, нейтрино відкрили експериментально Рейнес і Коуен-молодший (Лос-Аламоська лабораторія). Для цього використовувалася реакція $\nu_e + p \rightarrow n + e^+$. Великий проміжок часу між двома подіями був обумовлений тим, що нейтрино дуже важко зареєструвати, оскільки воно не має заряду та, як вважалося протягом довгого часу, маси спокою. В результаті з речовиною нейтрино майже не взаємодіє (ефективний переріз взаємодії складає $\sigma = (0,94 \pm 0,13) \cdot 10^{-43} \text{ см}^2$) і може вільно пронизати навіть Земну кулю (середня довжина вільного пробігу у речовині складає $\lambda \sim 10^{20} \text{ см}$) [63, 64].

Реєстрацію нейтрино утруднює також існування фонових процесів, пов'язаних із взаємодією детектора з космічним випромінюванням. У результаті детектори для спостереження нейтрино необхідно встановлювати глибоко під землею в надії, що всі інші частинки поглинуть шаром речовини і лише нейтрино залишать у лічильниках свої сліди.

У 1957 р. через один рік після відкриття нейтрино в експериментах групи Ву було показано, що в реакціях з участю нейтрино (слабких взаємодіях) порушується дзеркальна симетрія (закон збереження парності). Виявилось, що в світі елементарних частинок *праве і ліве - не умовні назви, а внутрішня властивість частинок*.

В 1962 році Ледерман, Шварц та ін. довели, що електронне нейтрино ν_e , що народжується в парі з позитроном, відрізняється від мюонного ν_μ , яке народжується в парі з мюоном. В 1975 році Перл відкрив третій різновид нейтрино - таонне ν_τ . Всі типи нейтрино мають відповідні античастинки [15, 61, 64].

Після відкриття антинейтрино довгий час залишалося не зрозуміло, чим воно відрізняється від нейтрино. На це питання

допоміг відповісти закон збереження парності: вони розрізняються *спіральністю* [15].

Під спіральністю розуміють визначене співвідношення між напрямом імпульсу \vec{p} і спіну \vec{J} частинки. Спіральність вважається позитивною, якщо *спін і імпульс мають однаковий напрям*. У цьому випадку напрям руху нейтрино і напрям спіну утворюють правогвинтову систему (рис.61 а). Якщо напрям поступального руху і спін утворюють лівогвинтову систему, спіральність вважається негативною (рис.61 б). Таку спіральність має антинейтрино. У загальному випадку спіральність визначається векторним добутком $\vec{J} \times \vec{p}$. Спіральність може мати абсолютне значення, тобто бути *внутрішньою властивістю лише для частинок з нульовою масою спокою*, але оскільки нейтрино все ж масу мають, після встановлення цього факту виникли проблеми з інтерпретацією їх спіральності.

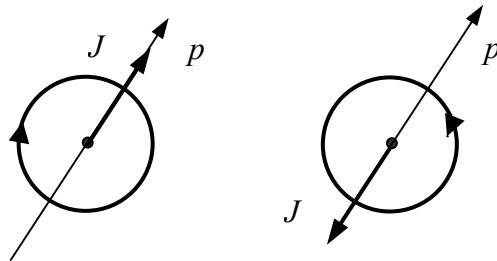
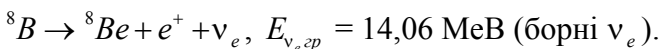
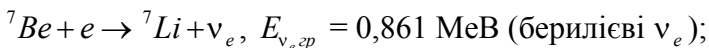
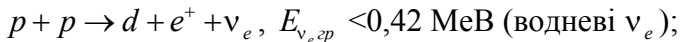


Рисунок 61 – Нейтрино і антинейтрино мають різну спіральність

20.2 Проблема дефіциту сонячних нейтрино

Джерелом більшої частини нейтрино, що прилітають з космосу на Землю, є Сонце. Сонячні нейтрино в основному утворюються у трьох реакціях, що відбуваються у надрах зірки:



Щосекунди Сонце випромінює $1,8 \cdot 10^{38}$ електронних (і лише електронних!) нейтрино. Всі вони практично без поглинання виходять на поверхню Сонця, і частина з них досягає Землі [65].

На сьогодні фізиками-теоретиками створена так звана Стандартна сонячна модель, яка дозволяє з великою точністю розрахувати кількість нейтрино, що випромінюються в результаті кожної реакції у центрі Сонця. Згідно з нею на кожний квадратний сантиметр Землі щосекунди падає $5,95 \cdot 10^{10}$ водневих, $0,48 \cdot 10^{10}$ – берилієвих і $5,05 \cdot 10^6$ борних нейтрино [65, 66]. Однак експерименти з вивчення потоків нейтрино, що проводилися групою Девіса з 1962 року, свідчили, що кількість сонячних нейтрино, зареєстрованих на поверхні Землі, виявляється в чотири рази меншою, ніж передбачає Стандартна сонячна модель. Для реєстрації нейтрино цією групою використовувалася така реакція: $^{37}\text{Cl} + \nu_e \rightarrow ^{37}\text{Ar} + e^-$.

Установка Девіса містила 615 т рідкого перхлоретилену C_2Cl_4 , який був розміщений у золотоносній шахті Хоумстейк (експеримент *Homestake*). Знаючи величину потоку сонячних нейтрино, переріз слабкої взаємодії ($\sigma \sim 10^{-43} \text{ см}^2$) і кількість атомів хлору ($N \sim 2,16 \cdot 10^{30}$) легко розрахувати, що за чотири доби в детекторі Девіса повинно утворитися близько двох атомів аргону! Їх необхідно виділити з бака з хлором та перелічити. За час експерименту, що продовжувався 30 років, серед атомів хлору було знайдено ~ 2000 атомів аргону. Це свідчить про надзвичайно високу точність проведених експериментів [63, 64].

У результаті аналізу дослідів Девіса виникає питання, куди ж поділися $\frac{3}{4}$ нейтрино, що випромінюються Сонцем, але не реєструються детекторами? Явище невідповідності висновків теорії і експерименту отримало назву “*проблеми дефіциту сонячних нейтрино*”. Для вирішення даної проблеми було висунуто декілька припущень. Так, причиною нестачі нейтрино могла бути втрата частини атомів аргону, що утворилися в результаті взаємодії з нейтрино при складній процедурі їх виділення та підрахунку. Однак за 30 років експерименту ці процедури безперервно поліпшувалися і перевірялися, але результат – чверть необхідної кількості нейтрино – істотно не змінився. Тоді виникла думка, що не правильними є висновки

Стандартної моделі Сонця [63 - 66].

Перевірка цього припущення привела до здійснення принципово іншого експерименту з реєстрації сонячних нейтрино. Річ у тому, що реакція з хлором відбувається тільки тоді, коли енергія нейтрино перевищує 0,814 МеВ. Це означає, що детектор Девіса чутливий тільки до берилієвих і борних нейтрино. Нейтрино водневого циклу, максимальна енергія яких 0,42 МеВ, він не реєструє. Щоб зареєструвати ці нейтрино, необхідно було побудувати детектор, що реагує на значно менші енергії. Оскільки водневих нейтрино набагато більше, ніж інших, прогнози теоретиків для них значно точніші і їх легше перевірити.

Спосіб реєстрації водневих нейтрино у 1966 році запропонував теоретик з Інституту ядерних досліджень В.А.Кузьмін. Він вказав на те, що реакція поглинання нейтрино ізотопом галію ^{71}Ga з утворенням радіоактивного германію ^{71}Ge відбувається з порогом лише 0,233 МеВ. Тому реакція $\nu_e + ^{71}\text{Ga} \rightarrow ^{71}\text{Ge} + e^-$ може бути використана для реєстрації як водневих, так і всіх інших нейтрино сонячного спектра [63-65]. В 1991 році почав діяти російсько-американський Ga-Ge детектор в Баксанській (Північний Кавказ) лабораторії нейтрино (експеримент *SAGE*). Мішень для сонячних нейтрино з 57 тонн металевого галію була розташована в тунелі під горою Андирчі. Трохи пізніше почав працювати аналогічний детектор в підземній лабораторії Гран-Сассо (під італійськими Альпами), що містить 30 тонн галію у вигляді розчину GaCl_3 (ітально-німецький експеримент *GALLEX*). В цих експериментах потрібно було знайти 30 (!) атомів германію, що утворилися за три місяці в тоннах галію.

Обидва експерименти дали результати, що узгоджувалися між собою: кількість зареєстрованих сонячних нейтрино виявилася у 2 рази меншою від очікуваної. Для перевірки точності детекторів групи створили земні джерела нейтрино з накопиченого радіоактивного ізотопу хрому. Інтенсивність кожного джерела була подібна до інтенсивності сонячних нейтрино на поверхні Землі, але з точно розрахованим її значенням. Контрольні видобування атомів германію з галію,

опроміненого еталонним джерелом, в обох експериментах підтвердили відсутність помилок в процедурах контролю їх кількості.

Останню крапку в «проблемі сонячних нейтрино» поставив японський експеримент «Каміоканде» (*Kamiokande*), що проводився під керівництвом Масатоші Кошиба [67-69]. Їх детектор реєстрував результат пружного розсіювання нейтрино на атомарних електронах $\nu_e + e^- \rightarrow \nu_e' + (e^-)'$. Тіло детектора, розташованого в шахті Каміока за 300 км від Токіо під Японськими Альпами, складало 1000 тонн надчистої води (у подальшому у експерименті Супер Каміоканде детектор значно збільшав). Сигналом, що сповіщав про поглинання нейтрино, було черенковське випромінювання електронів віддачі (коли їх швидкість перевищувала швидкість світла у воді) [15]. В результаті одержували інформацію про енергію електронів і напрям їх руху. Останнє особливо важливе, оскільки дозволяє визначити напрямок руху поглинутих нейтрино і відібрати тільки ті події, в яких нейтрино летіли в напрямі Сонце – Земля, тобто реєструвати тільки сонячні нейтрино. Ще однією особливістю експерименту «Каміоканде» є те, що він реєструє тільки борні нейтрино. Останні результати експериментів такі - відношення експериментального числа нейтрино до очікуваного - 0,42. Таким чином, стало остаточно зрозуміло, що кількість нейтрино, які долітають до Землі, є приблизно втричі меншою, ніж випромінює Сонце [66-69].

Для пояснення цього розходження ще у 1954 році американські фізики-теоретики висунули гіпотезу, що сонячні нейтрино нікуди не зникають, а *просто перетворюються в інші типи (аромати)*. Як вже зазначалося, лептони, до яких відносяться і нейтрино, характеризуються лептонним числом або зарядом L . В 1958 році Понтекорво звернув увагу, що ніякий принцип, окрім закону збереження лептонного заряду, не забороняє нейтрино одного типу самочинно перетворитися в нейтрино іншого аромату. Тобто, якщо буде зареєстроване перетворення електронного нейтрино, наприклад, на мюонне, то закон збереження лептонного заряду треба поставити під сумнів. Але довго ця ідея залишалася не підтвердженою.

В ході термоядерних реакцій на Сонці утворюються тільки електронні нейтрино. Проте, як зазначалося, існують нейтрино ще двох сортів (ароматів) - мюонні і таонні. Було висунуто припущення, що дві третини електронних нейтрино, які в змозі реєструвати традиційна апаратура, перетворюються по дорозі від Сонця до Землі в нейтрино двох інших сортів, реєструвати які наукова апаратура поки що неспроможна. Даний процес взаємоперетворень нейтрино був названий *осциляціями* (рис.62) [67]. Він добре досліджений на K^0 - і B_d -мезонах і може мати місце лише тоді, якщо у нейтрино є маса спокою. Таким чином, *проблема дефіциту сонячних нейтрино звелася до вимірювання їх маси.*

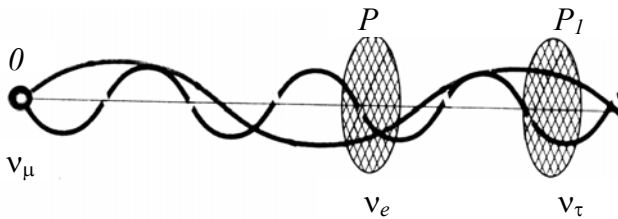


Рисунок 62 - Осциляції нейтрино. Нейтрино можна представити як суперпозицію трьох кольорових компонент – хвиль. У будь-якій точці траєкторії частинки-хвилі можуть мати різні амплітуди та довжину. Нехай у точці O реєструється мюонне нейтрино, тоді у точці P виникне електронне нейтрино, а у точці P_1 - таонне

20.3 Визначення маси нейтрино

Чому фізиків так інтригує питання, чи є маса у нейтрино? Таких причин декілька. Одна з них полягає у тому, що згідно з розрахунками у Всесвіті існує *невидима (прихована, темна) маса*. Вся матерія, що спостерігається людством, - зірки, галактики, планети, космічний газ - складає лише незначну частину маси Всесвіту. Більшу її частину побачити неможливо [10, 55]. Маса нейтрино незначна, але оскільки їх кількість дуже велика, загальна маса нейтрино може скласти близько 18 % маси «темної матерії» Всесвіту [55, 63]. Тому пошуком маси нейтрино протягом десятиріч займається декілька наукових колективів.

Визначення маси нейтрино можливе тільки за допомогою *непрямих вимірювань*. Для цього може бути використана залежність форми спектра електронів в β -розпаді за реакцією ${}^3\text{H} \rightarrow {}^3\text{He} + e^- + \tilde{\nu}_e$ від маси нейтрино (в ньому бере участь антинейтрино, але маси частинки і античастинки однакові). Виявляється, що електрони у цьому розпаді можуть мати енергію, яка змінюється від нуля до деякої граничної.

Для пояснення цього факту скористаємося законом збереження енергії. У початковому стані повна енергія системи дорівнює $m_H c^2$, тобто енергії материнського ядра, що знаходиться у стані спокою. Кінцевими продуктами реакції є дочірнє ядро, що рухається, електрон і нейтрино. Повна енергія цього стану є сумою енергій спокою відповідних частинок та їх кінетичних енергій. Кінетичною енергією важкого (ядро в тисячі разів важче за електрон) ядра ${}^3\text{He}$ можна знехтувати, тому вся кінетична енергія ділиться між електроном і нейтрино у різних пропорціях від одного розпаду до іншого. Електрон з максимальною енергією виникає у розпаді, де нейтрино народжується у стані спокою. Це і буде гранична енергія його спектра.

Енергія електрона виражається з необхідною точністю тільки через маси інших частинок, а масу нейтрино можна визначити через атомну вагу атома, масу електрона і граничну енергію розпаду, що досліджується. Точно граничну енергію знайти важко, і тому *такий простий метод придатний тільки для грубої оцінки маси нейтрино*.

Для кращого визначення цієї маси необхідно з *високою точністю виміряти форму спектра електронів поблизу граничної енергії*. Графік буде наочним, якщо на осі ординат відкласти не N (кількість електронів), а \sqrt{N} - таке подання називається графіком Кюрі [63, 64]. На рис.63 наведений спектр енергій електронів у випадку, якщо маса спокою у нейтрино відсутня (пряма лінія) і хід спектрів для нейтрино з масами 10 еВ і 20 еВ.

Видно, що якщо енергія електронів є помітно меншою від граничної, всі криві зливаються - маса нейтрино не виявляється. Але як тільки енергія наближається до граничної величини, хід спектра різко змінюється і графік стрімко «пірнає» до нуля. Це падіння і повинен зареєструвати експериментатор. Чим меншу

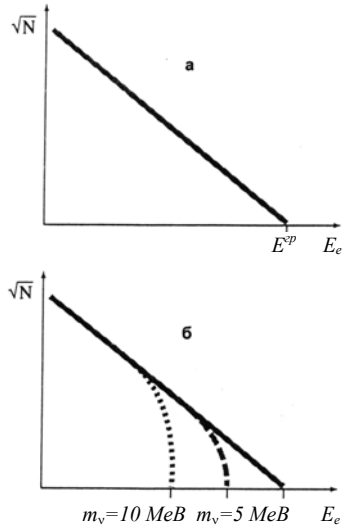


Рисунок 63 - Графік Кюрі. Якщо нейтрино не має маси, графік залишається прямолінійним до значень граничної енергії (а). Якщо нейтрино має масу спокою, графік круто спадає до нуля, не доходячи до граничного значення на величину, що дорівнює енергії нейтрино (б)

масу нейтрино ми хочемо виміряти, тим менша область, де відрізняються спектри, відповідно складність експерименту різко зростає.

Перший експеримент з визначення маси нейтрино був виконаний Б.Понтекорво та Г.Ханна в 1948 році з результатом $m_{\nu_e} < 1200 \text{ eV}$. З того часу, поступово поліпшуючі якість спектрометрів і джерела, а також знижуючи фон, експериментатори просувають верхню межу маси нейтрино до все менших значень. На початку 70-х років шведський вчений Берквіст встановив, що маса спокою нейтрино менша ніж 55 eV. Через 10 років масу нейтрино виміряли російські фізики. Було показано, що маса нейтрино знаходиться в інтервалі від 14 до 46 eV.

Ще через 12 років за вимірювання взялися фізики з Лос-Аламоської лабораторії. В їх експериментах був одержаний інтервал мас нейтрино від 0,5 до 5 eV – це в 10^5 разів менше маси

електрона, найлегшої з усіх інших частинок. Цей результат не вважається остаточним, його перевіряють і, ймовірно, перевіряти будуть ще довго [63, 64].

Найточніший експеримент зараз продовжується в Інституті ядерних досліджень (Росія) під керівництвом В.Лобашова. Опублікований результат (рис.64) є досить дивним: якщо безпосередньо (без додаткових припущень) трактувати вимірний спектр, доведеться зробити висновок, що маса нейтрино є негативною!

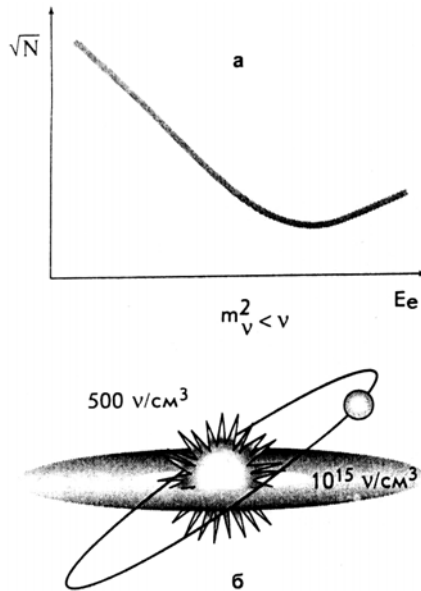


Рисунок 64 - Результати експериментів групи В.Лобашова. Видно, що графік Кюри загинається вгору. Це відповідає негативній масі нейтрино.

Експериментально встановлено, що відповідний ефект виникає і зникає з періодичністю у півроку. Автори запропонували таке пояснення одержаних результатів. Всесвіт заповнений реліктовими нейтрино малої енергії ($n_1 \sim 500 \text{ см}^{-3}$), в той час як у площині екліптики є прошарок нейтрино високої енергії з концентрацією $n_2 \sim 10^{15} \text{ см}^{-3}$. Земля, рухаючись за своєю орбітою, двічі на один рік входить у цей прошарок. Інтенсивність реакцій з участю нейтрино збільшується у мільйони разів, що сприймається

як збільшення граничної енергії взаємодії. Однак причини виникнення плоскої хмари нейтрино у Всесвіті залишаються незрозумілими [64].

Поки що з упевненістю можна сказати, що у результаті видатного експерименту, що проводиться Лобашовим, отримана рекордно низька межа можливої маси електронного антинейтрино: $m_{\nu_e} < 2,2 \text{ eV}$. Теоретичні оцінки мас нейтрино дають такі результати $m_{\nu_e} \sim 10^{-5} \text{ eV}$, $m_{\nu_\mu} \sim 10^{-3} \text{ eV}$, $m_{\nu_\tau} \sim 10 \text{ eV}$ [19, 67, 69].

Як вже зазначалося, підтвердженням існування маси у нейтрино є їх осциляції, тому дослідження цього явища визиває підвищену увагу науковців. З цих експериментів можна знайти обмеження на маси нейтрино різних типів, оскільки період осциляцій залежить від різниці квадратів мас нейтрино різних ароматів.

Дуже важливі результати в цій області були одержані за допомогою нового надчутливого детектора обсерваторії нейтрино SNO (*Sudbury Neutrino Observatory*) в Садбері (Канада, провінція Онтаріо), який почав працювати в червні 1999 р. Це перший детектор, що реєструє одразу три види нейтрино [66-69].

Обсерваторія побудована в підземеллях виробленого рудника на глибині близько 2 км. Детектором нейтрино є посудина-гігант діаметром 24 м і висотою 40 м, залита звичайною водою. В ній підвішена інша посудина - прозорий багатогранник з акрилу, в який налито 10 тис. тонн важкої води (D_2O). Зовнішня посудина призначена в основному для захисту внутрішньої від космічних частинок і радіації, що випромінюється оточуючою породою.

Тисячі (9500) детекторів, розміщених навколо меншої посудини, повинні реєструвати спалахи черенковського випромінювання в момент, коли електронні нейтрино (ν_e) налітають на важкі атоми дейтерію і вибивають з них електрони ($\nu_e + d \rightarrow p + p + e$ - реакція А) [67 - 69].

В посудині з важкою водою встановлені датчики, що містять ізотоп гелію - ^3He . Вони реєструють мюонні і тау-

нейтрино (ν_μ , ν_τ), а також реагують на зіткнення електронних нейтрино з атомами дейтерію. Коли з дейтерієм стикається мюонне або тау-нейтрино (реакція В), воно розбиває його ядро на протон і нейтрон (наявність нейтрона і відрізняє атом дейтерію від атома простого водню, що складається тільки з протона). Нейтрон захоплюється ${}^3\text{He}$, який перетворюється у ${}^4\text{He}$, цей процес і сповіщає про зіткнення нейтрино з дейтерієм.

Експеримент в обсерваторії Садбері тривав з листопада 1999 року до січня 2001 року. За цей час детектор SNO зареєстрував 1169 подій з участю нейтрино. Всі вони були ретельно проаналізовані, щоб розділити їх на реакції класу А і В.

Потік сонячних нейтрино, виміряний за реакцією А, склав $1,75 \cdot 10^6 \text{ см}^{-2} \text{ с}^{-1}$, а за реакцією В, проведеної на іншому детекторі нейтрино Супер Каміюканде - $2,32 \cdot 10^6 \text{ см}^{-2} \text{ с}^{-1}$ (детектор SNO за нею ще не досяг необхідної точності). Виявилось, що потоки нейтрино, виміряні двома способами, відрізняються на третину. Це обумовлено тим, що частина електронних нейтрино, які виникли в глибинах Сонця, по дорозі до Землі або у верхніх шарах її атмосфери перетворилася в інші типи і після прибуття в SNO не змогли викликати реакцію А.

Таким чином, результати вимірювань обсерваторії Садбері дали перші прямі докази осциляцій сонячних нейтрино. Результат цей надзвичайно важливий з декількох причин. По-перше, остаточно вирішена *«проблема дефіциту сонячних нейтрино» і відпала необхідність перегляду «Стандартної сонячної моделі»*. По-друге, доведено, що *нейтрино має масу*. В результаті з'являється можливість *по-новому поглянути на проблему «прихованої маси» у Всесвіті*. По-третє, стало зрозуміло, що *Стандартна модель суб'ядерних частинок є неповною*, оскільки згідно з нею маса спокою нейтрино дорівнює нулю. Таким чином, вивчення осциляцій нейтрино дає ключ до “*нової*” фізики за межами Стандартної моделі.

Остаточне підтвердження осциляцій електронних антинейтрино було одержано в Японо-американському експерименті *KamLAND*, який був проведений у 2001 р. В експерименті реєструвався потік нейтрино від 69 атомних реакторів (вони є потужним джерелом нейтрино $\sim 10^{13}$ част/см²·с),

що розташовані в Японії і Південній Кореї. При цьому основний внесок в сигнал нейтрино давали декілька великих реакторів, розташованих на відстані близько 180 км від детектора. За характеристиками атомних реакторів очікуваний сигнал був розрахований з точністю $\approx 1\%$.

Але електронних антинейтрино, що досягли детектора, виявилось на 40% менше, ніж їх можна було чекати у разі відсутності осциляцій. Звідси випливає, що по дорозі від реакторів до детектора 40% електронних антинейтрино перетворюються на інші види антинейтрино. Ці результати повністю узгоджуються з даними Садбері. Крім того, експеримент *KamLAND* дозволив уточнити важливий параметр процесу осциляцій нейтрино – так званий кут змішування ($0,86 < \sin^2(2\theta) < 1,0$). Він визначає глибину осциляцій. Оскільки нейтрино різних ароматів добре змішуються, різниця квадратів їх мас мала. Це свідчить про те, що нейтрино різних типів близькі за властивостями [67-68].

Ще один важливий експеримент з вивчення властивостей нейтрино проводиться в Японії. В 1996 р. японські фізики в співдружності з американськими замість старого змонтували новий велетенський детектор нейтрино Супер Каміоканде [64, 69]. Він являє собою бак з 50 тис. тонн дуже чистої води, який оточений 11 тис. фотопомножувачів. За характером черенковського випромінювання, що сигналізує про проліт нейтрино, детектор визначає енергію частинок і те, звідки вони з'явилися.

У 2002 році на цьому детекторі розпочався експеримент з реєстрації нейтрино, що створюються за допомогою потужного протонного прискорювача КЕК, побудованого поблизу міста Цукуба (Японія). Протони, співударяючись з алюмінієвою мішенню, розпадаються і продукують серед інших частинок високоенергетичні нейтрино. Їх потік спрямований під невеликим кутом, пронизує земну кору і, пройшовши шлях 246 км, потрапляє на детектори Супер Каміоканде.

Існує гіпотеза, що *нейтрино до осциляцій спонукає середовище*. На шляху крізь земну кору нейтрино ніде зникнути не можуть. Якщо на Супер Каміоканде надійде менше нейтрино,

ніж їх відправив КЕК, то це означає, що гіпотеза осциляцій є правильною - частина нейтрино перетворилася на інші типи, які зареєструвати не вдалося. Але оцінити результати експериментів, які почалися в Японії, можна буде тільки у 2005 році.

Подібні експерименти будуть поставлені також в США і в Європі. Тільки потоки нейтрино пройдуть там в товщі Землі понад 700 км. В США вони покрийть шлях від Лабораторії ім. Фермі під Чикаго до детектора, встановленого в руднику в штаті Міннесота. А в Європі від прискорювача ЦЕРНа під Женевою до галієвого детектора, змонтованого в тунелі Гран Сассо (Італія). Є надія, що загадки нейтрино невдовзі будуть розкриті остаточно.

В наш час людство перебуває на порозі використання потоків нейтрино для дослідження Всесвіту. Згідно з моделлю Великого Вибуху він повинен бути заповнений реліктовими нейтрино, що виникли через одну секунду після його народження. В результаті виникає *можливість вивчення фізичних процесів, що проходили у ранньому Всесвіті*. Випромінюванням нейтрино супроводжуються і багато інших процесів у Всесвіті, наприклад, вибухи наднових зірок. У результаті виникає можливість докладного вивчення цих явищ.

Якщо буде доведено, що до осциляцій нейтрино спонукає їх взаємодія з речовиною у людства *виникне новий спосіб просвічування небесних тіл, включаючи Землю*. У перспективі це може привести як до *виявлення деталей будови Землі*, так і до практичних результатів, наприклад, до *можливості виявлення покладів корисних копалин* [63].

Важливість дослідження властивостей нейтрино підтверджена Нобелівським комітетом, який присудив премію з фізики в 2002 р. Реймонду Девісу-молодшому (*Raymond Davis Jr.*) та Масатоші Кошиба (*Masatoshi Koshiha*) за роботи з реєстрації космічних нейтрино [69].

21 Кварковий рівень матерії

21.1 Кваркова модель суб'ядерних частинок

До 70-х років ХХ сторіччя субатомних частинок було

відкрито так багато, що *виникли сумніви у їх елементарності*.

Ідея кварків виникла у результаті спроби здійснити класифікацію великої кількості частинок, що беруть участь у сильній взаємодії. Гелл-Ман і Цвейг припустили, що усі адрони складаються із більш простих частинок – *кварків*, що мають дробовий (порівняно з зарядом електрона) заряд $\pm 1/3 \cdot e$, $\pm 2/3 \cdot e$. Назва «кварк» запозичена Гелл-Маном з фантастичного роману Дж. Джойса «Поминання за Фіннеганом». В романі є пісня, що починається словами «three quarks», що означає «три каркання», «три квакання», «три нісенітници». Ця назва добре відбиває дуже своєрідні властивості кварків [15].

Експериментальні пошуки дробового заряду у природі до цього часу виявилися безуспішними, хоча точність вимірювань була доведена до винятково високих значень. Це приводить до висновку, що *існування дробового електричного заряду можливо за умови, якщо його частинки-носії утворюють зв'язані об'єднання*, в яких сумарний електричний заряд дорівнює 0 або ± 1 . Тобто *кварки завжди знаходяться у зв'язаному стані* [15, 60, 70].

Клас кварків містить шість частинок і стільки ж античастинок. Фізики назвали кожний тип кварків *ароматом*. Цей термін, що асоціюється з нюхом, насправді позначає квантове число, яке приписують частинкам даного типу. Аромати позначаю-ться першими буквами англійських слів, прийнятих як їх назва: *up* (верхній), *down* (нижній), *strange* (дивний), *charm* (шармований або чарівний), *beauty*, *bottom* (красивий, нижній), *top*, *truth* (істинний). Інші квантові числа кварків наведені в таблиці 6 [15, 50, 70].

З таблиці 6 бачимо, що *u- і d-кварки створюють ізотопічний дублет*, відповідно їм приписаний ізотопічний спіні $I = 1/2$ з проекціями $I_z = 1/2$ (*u-кварк*) і $I_z = -1/2$ (*d-кварк*). Обидва компоненти дублета мають близькі значення маси та ідентичні за всіма властивостями, за винятком електричного заряду. Наведені у таблиці значення мас відповідають масам *голих кварків, тобто кварків без оточуючих їх глюонів*. Хмара глюонів має енергію близько 300 МеВ, в результаті загальна маса кварка в “одязі глюонів” збільшується [60-61, 70].

Таблиця 6 - Фізичні властивості кварків

| Кварки | u | d | s | c | b | t |
|---------------------|--------------|------------|--------------|-------------|-------------|------------|
| Маса, m | 1,5-5 MeB | 3-9 MeB | 60-70 MeB | 1,55 ГеВ | 4,73 ГеВ | 178 ГеВ |
| Ізоспін, I | 1/2 | 1/2 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| Проекція, I_s | +1/2 | -1/2 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| Заряд, q/e | 2/3 | -1/3 | -1/3 | 2/3 | -1/3 | 2/3 |
| Дивність, S | 0 | 0 | -1 | 0 | 0 | 0 |
| Чарівність, C' | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| Краса, B' | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| Істина, T | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |

Складені з кварків адрони поділяються на три групи. Перша – баріони - утворюється комбінаціями трьох кварків, ця група містить протон і нейтрон – фундаментальну основу атомних ядер (див. рис. 65). Другу групу утворюють частинки, що одержують шляхом поєднання кварка і антикварка. Вони називаються мезонами. Ще одна група містить частинки, що утворені поєднанням трьох антикварків. До цієї групи потрапляють антипротон і антинейтрон, які складають основу антиречовини [61].

Більш докладно будова адронів буде розглянута нижче.

Кварки, що визначають основні фізичні властивості суб'ядерних частинок, називають валентними. Окрім валентних кварків, до складу адронів входять віртуальні пари частинок – кварк-антикварк, які випромінюються і поглинаються глюонами за дуже короткий час ($\Delta t \leq \hbar/\Delta E$, де ΔE –енергія віртуальної пари). Віртуальні пари кварків одержали назву кварків моря, або морських кварків. Таким чином, у структуру адронів входять валентні та морські кварки і глюони [61, 70].

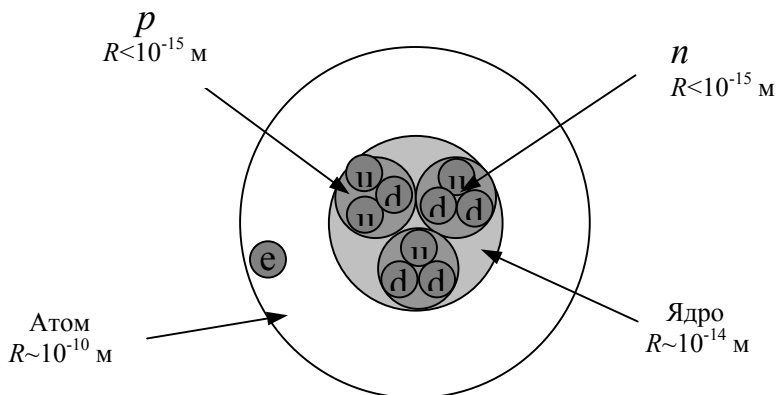


Рисунок 65 - Внутрішня будова атома

В такій стрункій схемі виявляється принциповий дефект. Кварки, які є ферміонами, повинні підлягати принципу заборони Паулі і не *можуть об'єднуватися, якщо їх стани однакові*. А в баріонах і антибаріонах кварки одного аромату часто з'являються разом. Наприклад, протон утворюється комбінацією кварків, яка записується так: *uud*, нейтрон - *udd*. Здавалося б, порушується принцип заборони Паулі. Для усунення цієї суперечності було введено припущення, *що кварки одного аромату не ідентичні*, вони розрізняються характером взаємодії один з одним, і тому для їх опису ввели ще одне квантове число. З властивим фізикам своєрідним почуттям гумору його назвали *кольором* [15, 70]. Як аромат не має ніякого відношення до запаху, так і колір не має нічого спільного із загальноприйнятим значенням цього слова.

Таким чином, кварк *кожного аромату може існувати у трьох кольорових станах*. За кольори домовилися брати жовтий (*y*), синій (*v*) і червоний (*r*). Антикварки мають кольори, додаткові до білого, які називають *антикольорами* (*y*, *v*, *r*) [60-61, 70]. Чому кольорові заряди кварків вибрані таким чином, пояснено нижче.

21.2 Колір кварків

Серед квантових чисел особливе місце посідає електричний заряд суб'ядерних частинок. З одного боку, це типове квантове

число, оскільки всі заряджені частинки мають заряд, кратний величині e . З іншого боку, заряд електрона - характеристика електромагнітної взаємодії, яка визначає константу α_e , а, отже, і саму взаємодію.

За аналогією до електромагнітної взаємодії припускають, що існує квантове число - «сильний заряд», яке обумовлює сильну взаємодію [15, 55, 70]. Проте, сильна взаємодія нуклонів не є далекодією - *сильні заряди не виявляються на великих відстанях*. Тому наслідком гіпотези «сильного заряду» є (знову-таки за аналогією до неможливості спостереження вільних кварків) припущення, що усередині нуклона «сильні заряди» трьох кварків компенсують один одного так, що результуючий сильний заряд нуклонів дорівнює нулю.

Здавалося б, найпростіший варіант такої гіпотези (за аналогією до електромагнетизму) - надати «сильному заряду» трьох значень: ± 1 і 0 . Проте таке найпростіше припущення суперечить уявленню про симетрію частинок з різними знаками електричних зарядів. Відповідно до сучасної теорії системи, в яких електрони (заряд $-e$) замінені на позитрони (заряд $+e$), еквівалентні (*зарядна інваріантність*). Очевидно, що така еквівалентність зникає, якщо заряджені частинки замінити на нейтральні. Тому для характеристики сильного заряду *необхідно ввести величину, яка в трьох модифікаціях була б повністю еквівалентна, і, крім того, сума трьох різних зарядів оберталася б в нуль*, оскільки «сильний заряд» (на відміну від електромагнітного) ніколи не спостерігається на макрорівні.

Аналогом і терміном, що визначає «сильний заряд», став образ кольору. Загальновідомо, що саме три кольори (наприклад, червоний, жовтий і синій) мають властивість додатковості, тобто їх сукупність утворює білий колір. Тому домовилися, що кварки в нуклонах *мають сильний заряд - колір*. Набір кольорів кварків, які належать до складу однієї і тієї ж частинки, такий, що в результаті вона знебарвлюється, тобто сильний заряд (колір) цих частинок обертається у нуль. Таким чином, кожний кварк у таблиці 6 може бути у трьох іпостасях і є кольоровою частинкою. Антикварки мають такий колір (*фіолетовий, помаранчевий, зелений*), що разом з кварком можуть утворювати частинку-мезон, яка кольору

не має [15, 60-61, 70].

Взаємодія між кварками обумовлюється обміном глюонами. Квантові числа B -, I -, S -, C - і Q - глюонів дорівнюють нулю. У той же час кожний глюон має один колір і один антиколір. Тому при поглинанні чи випромінюванні глюона кварк змінює колір, але не аромат. Всього існує дев'ять незалежних комбінацій із кольору і антикольору. Одна суперпозиція із кольорів і антикольорів $y\bar{u} + u\bar{v} + r\bar{r}$ не розглядається, оскільки такий глюон не змінює колір кварка. В результаті залишається вісім глюонів: $(r\bar{y}, r\bar{v}, y\bar{v}, ry, rv, yv, \frac{(r\bar{r} - y\bar{u})}{\sqrt{2}}, \frac{(r\bar{r} + y\bar{u} - 2u\bar{v})}{\sqrt{6}})$, які і обумовлюють взаємодію кварків [50, 61].

21.3 Особливості сильної взаємодії

Особливістю сильної взаємодії є те, що *глюони мають кольорові заряди і взаємодіють між собою.* Це приводить до кардинальної зміни картини силових ліній глюонного поля, порівняно, наприклад, з електричним. Відповідна картина силових ліній електричного поля точкового заряду наведена на рис. 66 а. Видно, що у випадку електромагнітної взаємодії силові лінії розходяться від їх джерела - електричного заряду. Це пов'язано з тим, що віртуальні фотони, які випромінюються джерелом, не взаємодіють один з одним. У випадку сильної взаємодії замість ліній, що розходяться, ми *одержуємо джгут силових ліній, що протягнутий між кварком і антикварком* (рис. 66 б). Все ж найцікавішим є те, що *глюони стають джерелом нових глюонів*, кількість яких збільшується при віддаленні від кварка. Така картина взаємодії відповідає залежності потенціальної енергії взаємодії між кварками від відстані між ними, зображеній на рис. 67 [61, 70].

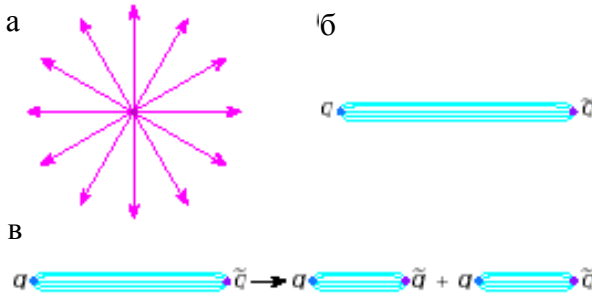


Рисунок 66 - Схема силових ліній електричного поля точкового заряду (а), глюонного поля між кварком і антикварком (б), а також схема розриву джгута при його значному розтягуванні (в)

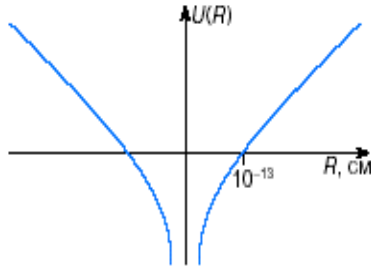


Рисунок 67 - Залежність потенціальної енергії взаємодії кварка з антикварком від відстані між ними

З рисунка видно, що до відстані $R < 10^{-13}$ см залежність $U(R)$ має лійкоподібний характер. При цьому сила взаємодії між кольоровими зарядами в даній області відстаней відносно невелика, так що кварки при $R < 10^{-15}$ см в першому наближенні можна розглядати як вільні, невзаємодіючі частинки. Це явище має назву *асимптотичної вільності кварків*. Однак при R , яке є більшим від деякого критичного ($R_{кр} \sim 10^{-13}$ см), величина потенціальної енергії взаємодії $U(R)$ стає прямо пропорційною відстані між кварками. Звідси безпосередньо випливає, що сила, яка зв'яже кварки ($F = -dU/dR = \text{const}$), не залежить від R . Таким чином, сили, які діють між кварком і антикварком, починаючи з $R_{кр}$, перестають залежати від відстані, залишаючись на рівні

величини, близької до 20 т! Ніякі інші взаємодії, які фізики вивчили раніше, не мали такої незвичайної властивості [61, 70].

На відстані $R \sim 10^{-12}$ см (радіус середніх атомних ядер) “кольорові” сили більше ніж в 10^5 разів перевищують електромагнітні. *Якщо ж порівняти “кольорові” сили з ядерними взаємодіями між протоном і нейтроном усередині атомного ядра, то виявляється, що вони є у тисячі разів більшими!* Таким чином, перед фізиками відкрилася нова грандіозна картина “кольорових” сил в природі, що на багато порядків перевищують більш досліджені ядерні сили.

Природно, постає питання: до яких відстаней між кварками їх потенціальна енергія лінійно збільшується із зростанням R ? Відповідь проста: при великих відстанях *джгут силових ліній рветься, оскільки енергетично вигідніше утворити розрив із народженням кварк-антикваркової пари частинок.* Це відбувається, коли потенціальна енергія в місці розриву є більшою, ніж маса спокою кварка і антикварка. Процес розриву джгута силових ліній глюонного поля показаний на рис. 66 в.

Такі якісні уявлення про народження пари кварк-антикварк дозволяють зрозуміти, чому поодинокі кварки взагалі не спостерігаються в природі. Як ми бачимо, кварки навіки заточені усередині адронів. Це явище невилітання кварків називається *конфайнментом* (від англ. *confinement* - полонення, ув'язнення) [60-61, 70].

При високих енергіях джгут силових ліній, що виникає між кварками, може бути розірваним відразу в багатьох місцях, утворивши безліч $q\bar{q}$ -пар, тобто безліч мезонів (рис. 66 в)!

21.4 Будова адронів

Розглянемо більш докладно будову легких адронів - мезонів. Вони побудовані, як ми вже говорили, з *одного кварка і одного антикварка*. Надзвичайно важливо, що обидва партнери пари мають при цьому однаковий кольоровий заряд і такий самий антизаряд (наприклад, кварк синій і антикварк антисиній), так що їх пара незалежно від ароматів кварків не має кольору (як ми з'ясували у природі ми спостерігаються тільки безбарвні

частинки).

У табл. 7 наведені деякі парні і більш складні комбінації кварків з зазначенням, яким відомим адронам це поєднання кварків відповідає [50, 70].

Таблиця 7 - Кварковий склад деяких адронів

| Кварки | Мезони | | Кварки | Баріони | |
|-----------------------|-----------------------|------------------------|-------------------|---------------------------------|-------------------------------------|
| | $J = 0$ | $J = 1$ | | $J = \frac{1}{2}$ | $J = \frac{3}{2}$ |
| | Частинки | Резонанси | | Частинки | Резонанси |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| $u\bar{d}$ | π^+ (пі-плюс) | ρ^+ (ро-плюс) | $u\bar{u}\bar{u}$ | | Δ^{++} (дельта-плюс-плюс) |
| $\bar{u}d$ | π^- (пі-мінус) | ρ^- (ро-мінус) | $u\bar{u}d$ | p (протон) | Δ^+ (дельта-плюс) |
| $u\bar{u} - d\bar{d}$ | π^0 (пі-ноль) | ρ^0 (ро-ноль) | udd | n (нейтрон) | Δ^0 (дельта 0) |
| $u\bar{u} + d\bar{d}$ | η (ета) | ω (омега) | ddd | | Δ^- (дельта-мінус) |
| $d\bar{s}$ | K^0 (ка - ноль) | K^{0*} (ка-ноль*) | uus | Σ^+ (сигма-плюс-гіперон) | Σ^{+*} (сигма-плюс*) |

Продовження табл.7

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|------------|----------------------|--------------------------|-------|--|------------------------------|
| $u\bar{s}$ | K^+ (ка-плюс) | k^{+*} (ка-плюс*) | uds | Λ^0 (лямбда-ноль-гіперон) | Σ^{0*} (сигма-ноль*) |
| $\bar{u}s$ | K^- (ка-мінус) | k^{-*} (ка-мінус*) | dds | Σ^- (сигма-мінус-гіперон) | Σ^{-*} (сигма-мінус*) |
| cd | D^+ (де-плюс) | D^{+*} (де-плюс) | uss | Ξ^0 (ксі-ноль-гіперон) | Ξ^0 (ксі-ноль) |
| $c\bar{s}$ | D_c^+ (де-ес-плюс) | D_c^{+*} (де-ес-плюс*) | dss | Ξ^- (ксі-ноль-гіперон) | |
| $c\bar{c}$ | Чармоній | J/ψ (джерей-пси) | sss | Ω^- (омега-ноль-гіперон) | |
| $b\bar{b}$ | Ботоній | Іпсилон | udc | Λ_c^- (лямбда-це-мінус-гіперон) | |
| $c\bar{u}$ | D^0 (де-ноль) | D^{0*} (де-ноль*) | uuc | Σ_c^{--} (сигма-це-мінус-мінус-гіперон) | |
| $b\bar{u}$ | B^- (ве-мінус) | B^* (ве*) | udb | Λ_b (лямбда-бе-гіперон) | |

Як ми бачимо, таблиця 7 починається з піонів, які мають спіні $J = 0$. Вони є квантами поля, що забезпечує взаємодію між нуклонами. Заряджені піони живуть близько 10^{-3} с, розпадаючись на лептони за такими схемами:

$$\pi^- \rightarrow \mu^- + \nu_\mu \quad \text{і} \quad \pi^- \rightarrow \mu^- + \tilde{\nu}_\mu .$$

Причина розпаду заряджених піонів обумовлена слабкою взаємодією, а саме тим, що кварки, з яких побудована частинка, здатні випромінювати і поглинати в результаті слабкої взаємодії на короткий час віртуальні *калібрувальні бозони*: $u \rightarrow d + W^-$ або $d \rightarrow u + W^-$. На відміну від лептонів здійснюються також переходи кварка одного покоління в кварк іншого покоління, наприклад, $u \rightarrow b + W^-$, або $u \rightarrow s + W^-$, хоча такі переходи відбуваються набагато рідше, ніж переходи в рамках одного покоління. При всіх таких перетвореннях електричний заряд у реакції зберігається.

Їх "родичі" в табл. 7 - резонанси ρ^\pm, ρ^0 (*ро-мезони*) мають на відміну від піонів спін $J = 1$, вони нестабільні і живуть всього близько 10^{-23} с. Причина розпаду ρ^\pm, ρ^0 резонансів - сильна взаємодія.

З найбільш вивчених у наш час мезонів і мезонних резонансів найчисленнішу групу складають легкі неароматні частинки, у яких квантові числа $S = C = B = 0$. До неї входить близько 40 частинок.

Дослідження мезонів, що містять *s*- і *c*-кварки, привело до відкриття декількох десятків *дивних і чарівних частинок*. Їх дослідження проводиться і зараз у багатьох наукових центрах світу.

Перейдемо до розгляду *важких адронів*, тобто *баріонів*. Всі вони складаються з *трьох кварків*, але таких, у яких є всі три різновиди кольору, оскільки так само, як і мезони, *всі баріони безбарвні*. Кварки усередині баріонів можуть мати орбітальний рух.

Баріонами з мінімальною масою є протон *p* і нейтрон *n* (див. табл. 7). Але якщо спін цієї комбінації кварків $J = 3/2$, утворюються резонанси Δ^- і Δ^0 відповідно. Всі інші баріони складаються з важких *s*-, *b*-, *t*- кварків і тому мають істотно більшу масу. Вони одержали назву *гіперонів*. Серед цих частинок особливий інтерес викликав Ω - гіперон, що складається з трьох дивних кварків. Він був відкритий спочатку на папері, тобто в

результаті розрахунків з використанням ідей кваркової будови баріонів. В результаті були передбачені всі основні властивості цієї частинки. В подальшому розрахунки були підтверджені експериментально [61, 70].

До останнього часу вважалося, що в природі існують тільки адрони, які складаються з двох або трьох кварків. Але у 1997 р. Д.Д'яконов, В.Петров та М.Поляков теоретично передбачили існування *п'ятикваркової частинки $uudd\bar{s}$* . Експериментально вперше цю частинку зареєстрували Н.Накано (N. Nakano) і його колеги з лабораторії *Spring-8* у Осаці (Японія). П'ятикваркові частинки Θ^+ з масою 1,54 ГеВ народжувалися в реакції $\gamma + n = K^- + \Theta^+ = K^- + K^+ + n$ і були ідентифіковані за резонансом в енергетичному спектрі K^+ -мезонів. В подальших експериментах, що були виконані в 2003 р. в Інституті теоретичної і експериментальної фізики (ІТЕФ, Росія) та в Лабораторії ім. Т. Джеферсона (США), ці результати були підтверджені. Проте залишається деяка ймовірність того, що знайдений в описаних експериментах п'ятикварковий стан є не адроном, а молекулярним мезон-баріонним резонансом. Однак більшість вчених вже зараз не сумніваються, що у *найближчому майбутньому буде відкритий цілий клас нових суб'ядерних частинок, що складаються більше ніж з трьох кварків* [71, 72].

Сьогодні існує багато експериментальних фактів, що переконливо свідчать про існування кварків. Зокрема, йдеться про відкриття нового процесу в реакції зіткнення електронів і позитронів, що приводить до утворення *кварк-антикваркових струменів* [61, 70]. Схема цього процесу наведена на рис. 68. На рисунку стрілками показані напрямки пучків позитронів e^+ і електронів e^- , а з точки їх зіткнення - вилітання кварка q і антикварка \bar{q} під деяким кутом θ . Таке народження $q + \bar{q}$ пари відбувається в реакції $e^+ + e^- \rightarrow \gamma_{virt} \rightarrow q + \bar{q}$.

Це явище пояснюється так. Як ми вже говорили раніше, джгут силових ліній взаємодіючих кварків (частіше говорять - *струна*) при достатньо великому розтягуванні рветься на частини. При великій енергії кварка і антикварка струна рветься в багатьох

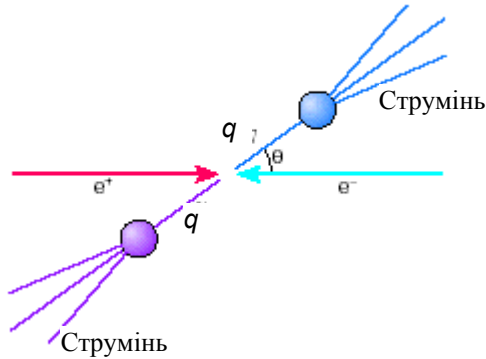


Рисунок 68 - Схема виникнення двох кваркових струменів у реакції між електроном і позитроном

місцях, внаслідок чого в обох напрямках уздовж лінії польоту кварка q і антикварка \bar{q} , як це показано на рис. 68, утворюються два вузькі пучки вторинних безбарвних частинок - мезонів. Такі пучки частинок одержали назву *струменів*. Досить часто на досліді спостерігається утворення трьох, чотирьох і більше струменів частинок одночасно. Оскільки струни одновимірні, то центри утворення струменів також розміщуються уздовж прямої лінії.

В експериментах, проведених в лабораторії Фермі у 2002 р., отримані перші результати, які можуть бути інтерпретовані як існування нового рівня в будові матерії. На прискорювачі частинок стикалися пучки протонів і антипротонів. Були досягнуті енергії, що дозволили досліджувати відстані $\sim 10^{-17}$ см. При зіткненні взаємодіяли окремі кварки, викликаючи струмені адронів, що реєструвалися експериментально. Вченими підраховувалося число струменів в залежності від енергії частинок. Якщо при енергіях, менших 200 ТэВ, спостерігалось гарне узгодження з прогнозами квантової хромодинаміки, то при більш високих енергіях число струменів значно перевищувало очікуване. Розбіжність починала виявлятися на відстанях у 10^3 разів, менших від розміру протона. Перевищення в числі подій, що спостерігалось дослідниками, можна пояснити, якщо

припустити, що розсіяння відбувається на деяких більш компактних частинках, що утворюють кварк. Якщо одержані результати підтвердяться, то це означатиме вихід за рамки Стандартної моделі у фізиці частинок. Кварки, які дотепер вважаються найфундаментальнішими частинками, можуть мати структуру наступного рівня [73].

21.5 Кварк-глюонна плазма [74, 75]

Як ми з'ясували, кварки навічно заточені усередині суб'ядерних частинок. Але конфайнмент властивий кваркам і глюонам тільки у «звичайних» умовах їх знаходження в складі адронів. У деяких особливих умовах його може і не бути. Для прикладу розглянемо випадок стискання ядра атома.

При стисканні важкого ядра окремі його нуклони наближаються один до одного, в результаті їх *хвильові функції починають перекриватися*. Як наслідок, кварки і глюони, що належали за звичайних внутрішньоядерних умов окремим нуклонам, *втрачають свої зв'язки і починають вільно переміщуватися усередині всього об'єму ядра*. Звичайно, вони, як і раніше, схильні до конфайнменту, але розмір області, яку ці частинки не можуть покинути, стає набагато більшою. Якщо таким же чином стискати N ядер, об'єм області ув'язнення кварків та глюонів зростає ще в N разів. При достатньо великій кількості ядер цей об'єм може стати цілком макроскопічним і навіть величезним. Усередині всього цього об'єму кварки і глюони можуть переміщатися як звичайні вільні частинки, тобто можна говорити, що відбувається *деконфайнмент* кварків і глюонів. Такий п'ятий агрегатний стан речовини (чотири: тверде тіло, рідина, газ, плазма- відомі давно) називають *кварк-глюонною плазмою*. За оцінками вчених він може реалізуватися в надрах нейтронних зірок та існував на початкових етапах розвитку Всесвіту.

Оцінимо ступінь стиснення, при якому звичайна ядерна матерія повинна перетворитися на кварк-глюонну плазму. Добре відомо, що об'єм ядра є приблизно в два-три рази більшим від сумарного об'єму всіх нуклонів, що утворюють його (рис.69). Тому для того щоб наблизити нуклони один до одного, достатньо

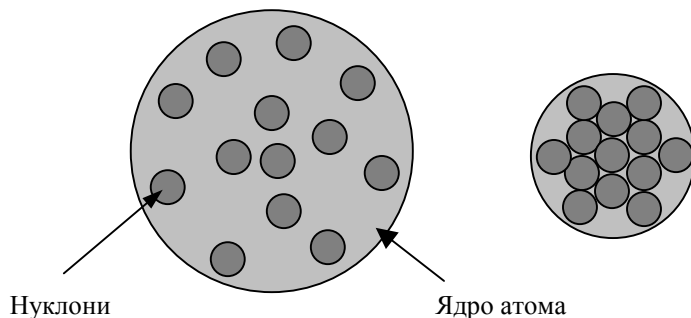


Рисунок 69 - Зміна у стані нуклонів при стисканні ядра атома

зменшити об'єм ядра всього лише вдвічі-втричі. Якщо зменшити його сильніше, то хвильові функції нуклонів перекриються настільки, що межі між окремими нуклонами будуть практично повністю зруйновані. Однак, реально досягнути подібного стискання речовини досить складно.

Описаний приклад ілюструє перехід до кварк-глюонної плазми за допомогою одного лише стискання речовини, без підвищення її температури. При підвищенні температури того самого ефекту можна досягти і при меншій густині ρ баріонної матерії за рахунок теплового народження частинок (у переважній кількості - піонів) при зіткненнях високоенергетичних баріонів. Ці новостворені частинки можуть заповнити «пустоти» між баріонами настільки, що хвильові функції всіх частинок знову-таки перекриються. В результаті кварки і глюони, що входять до складу цих частинок, стають вільними і можуть переміщуватися по всьому об'єму речовини.

Таким чином, кварк-глюонна плазма може існувати і при малій, навіть нульовій густині баріонної речовини, але для цього необхідна температура, яка приблизно дорівнює 10^{12} К (рис. 70). Згідно з сучасними космологічними уявленнями приблизно таким був Всесвіт через 10^{-30} мікросекунд після свого народження в результаті Великого Вибуху. На перший погляд здається, що реалізувати параметри, при яких виникає кварк-глюонна плазма в

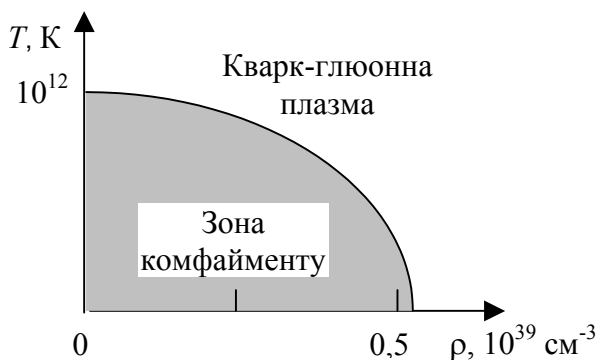


Рисунок 70 - Фазова діаграма існування кварк-глюонної плазми

умовах Землі, неможливо. Проте розрахунки показують, що це можна зробити при зіткненні важких ядер, які мають дуже велику енергію.

Програма відповідних досліджень почалася у 1994 році на одному з найбільших в світі прискорювачів елементарних частинок у ЦЕРНі, де була проведена ціла низка (сім) дуже складних експериментів із зіткнення ядер атомів свинцю, розігнаних до дуже високих енергій (33 TeV). При зіткненні іонів з мішенню виникала температура, яка сягала трильйона градусів (у 100 тисяч разів більше, ніж усередині Сонця)! Густина отриманої при цьому матерії у 20 разів перевищувала густину матерії у ядрі атома. Результати експериментів були оприлюднені тільки у лютому 2000 року, вони свідчать, що вченим таки вдалося одержати кварк-глюонну плазму!

Остаточно це було підтверджено у 2001 році з використанням суперколайдера Національної лабораторії Брукхевена (США). Цей прискорювач забезпечує двадцятикратне підвищення енергії зіткнення ядер у порівнянні з прискорювачем, який діє в Європі. А прискорювач у ЦЕРНі тимчасово зупинений на реконструкцію, оскільки споруджується новий суперколайдер «*Large Hadron Collider*» (LHC) з рекордними параметрами. Женевські експерименти продовжаться після реконструкції прискорювача: планується провести зіткнення з мішенню іонів, енергія яких у 30 разів більша, ніж одержана у Брукхевені. Це

дозволить подовжити час життя згустка кварк-глюонної плазми і детальніше дослідити її фізичні властивості.

22 Єдині теорії взаємодій

22.1 Єдність взаємодій у природі

Кінцевою метою фізики елементарних частинок і квантової теорії поля є створення *єдиної теорії всіх взаємодій* [53, 55, 76]. Сучасні експерименти свідчать, що всі фундаментальні взаємодії у природі не є незалежними, а можуть бути описані в рамках єдиної теорії, яку називають *супероб'єднанням*. Слід відзначити, що у сучасній теоретичній фізиці запропоновано декілька підходів, які дозволяють побудувати таку теорію. *Ми розглянемо тільки ті з них, що є найпопулярнішими нині*, оскільки експериментальних доказів, що дозволили б зробити “вибірку” між теоріями, поки що не існує.

Для подальшого корисно пояснити, який сенс вкладається в поняття єдиної теорії поля. По суті, *це теорія (сукупність рівнянь), що описує єдиним способом всі існуючі взаємодії і елементарні частинки*. Тобто *рівняння єдиної теорії повинні описати загальні властивості взаємодій і частинок, відтіняючи, проте, і їх відмінності*. В цьому понятті є два аспекти: 1) єдина взаємодія повинна характеризуватися *загальною константою або сукупністю загальних констант*; 2) взаємодія повинна *відповідати єдиному типу симетрії*, який і характеризує спільність властивостей системи різних частинок. На математичній мові подібна спільність відповідає *загальній симетрії або групі перетворень, відносно якої є інваріантними рівняння єдиної теорії поля*. Розглянемо почергово обидва аспекти єдиної теорії.

22.2 Єдина константа

З першого погляду здається, що навіть поставлення питання про єдину константу для всіх фундаментальних взаємодій є абсурдним. Проте такий висновок стає неправильним, якщо пригадати (див. табл. 3), що сталі взаємодій α є константами, які залежать від маси m (імпульсу) обмінної частинки [50, 55, 76].

Константи фундаментальних взаємодій α залежать від m по-різному. Так, стала електромагнітної взаємодії α_e залежить від m дуже слабко (рис.71 а) і тому цією залежністю, зазвичай, нехтують, вважаючи, що $\alpha_e(m) \sim const$. Слід зазначити, що через специфічність слабкої взаємодії (вона переноситься двома сортами частинок, що мають різну масу) її характеризують двома константами взаємодії. Характер залежності цих констант від маси зображений на рис. 71 б.

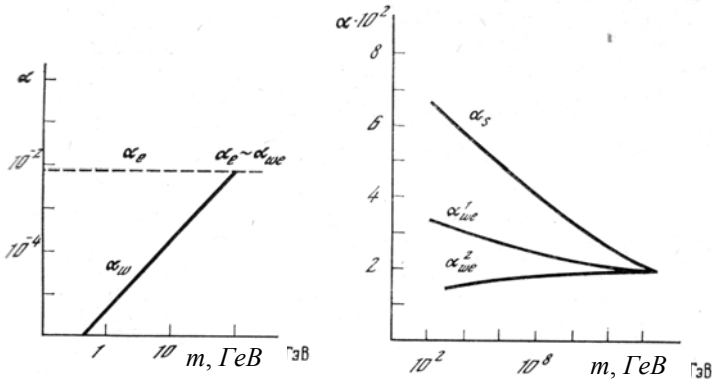


Рисунок 71 - Схема залежності констант електромагнітної α_e слабкої α_ω та сильної α_s взаємодій від маси частинки переносника

Зіставляючи різні сталі, можна розрахувати значення характеристичних мас $m_{\omega e}$, $m_{\omega s}$, $m_{\omega e s}$ і відповідних їм енергій, при яких відбудеться об'єднання констант різних взаємодій. Ці величини наведені на рис. 72. Оскільки найменше значення об'єднуючої маси належить до сукупності слабкої і електромагнітної взаємодій ($m \sim 100$ ГеВ), створення більш загальної теорії природно почати саме з їх об'єднання. Ця задача у наш час фізиками розв'язана. Подальше об'єднання відбувається, якщо припустити, що $\alpha_\omega = \alpha_e = \alpha_s$, воно включає слабку, електромагнітну та сильну взаємодії (так зване *Велике об'єднання*) [55, 76-77].

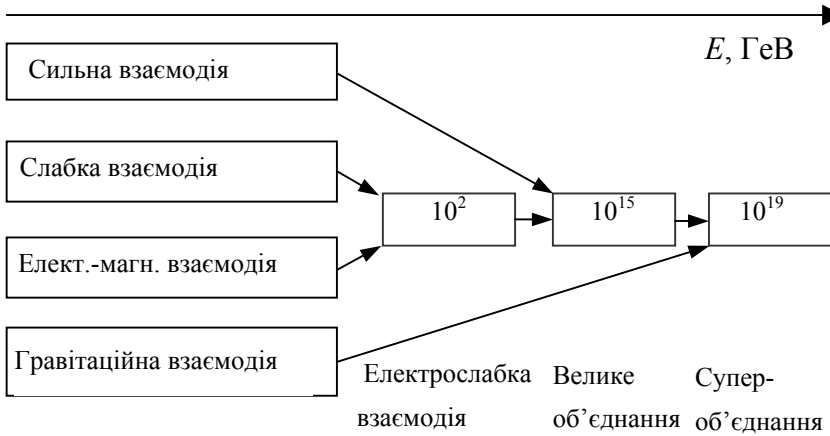


Рисунок 72 – Енергії, при яких відбувається об'єднання фундаментальних взаємодій

На шляху об'єднання сильної і електрослабкої взаємодій існують дуже суттєві труднощі, які пов'язані з таким. Наявність кольору у глюонів приводить до взаємодії між ними і, отже, до кардинальної відмінності рівнянь квантової електродинаміки і квантової хромодинаміки. *Електромагнітні рівняння лінійні* (це відповідає відсутності електричного заряду у фотона як переносника взаємодії), в той час як *рівняння квантової хромодинаміки принципово нелінійні*. Остання обставина істотно ускладнює їх розв'язок. Зокрема, проблема невилітання кварків пов'язана саме з нелінійністю рівнянь квантової хромодинаміки, що описують взаємодію кварків.

Найважче включити у загальну теорію гравітаційну взаємодію. Це обумовлене тим, що ЗТВ описує цю взаємодію геометрично, в той час як теорії інших взаємодій є польовими. Така всеосяжна теорія, що описує чотири види взаємодій, називається *Супероб'єднанням*.

22.3 Єдиний тип симетрії

У природі існують різні типи симетрії: геометричні, дзеркальні, негеометричні [3]. Серед негеометричних виділяють так звані *калібрувальні симетрії*. Калібрувальні симетрії мають

абстрактний характер і безпосередньо не фіксуються. Вони пов'язані із зміною відліку рівня, масштабу або значення деякої фізичної величини. Система має калібрувальну симетрію, якщо її природа залишається незмінною при такого роду перетвореннях [53, 76-77]. Це означає, що хвильова функція, яка визначає поле, повинна бути інваріантною відносно перетворень вигляду $\psi' \rightarrow \psi \exp(ia)$, де i – уявна одиниця; a – деяка стала.

Калібрувальні перетворення можуть бути *глобальними* і *локальними*. Калібрувальні перетворення, що змінюються від точки до точки, відомі під назвою “*локальних калібрувальних перетворень*”. В природі існує цілий ряд *локальних калібрувальних симетрій* тому *необхідне відповідне число полів для компенсації цих калібрувальних перетворень*. Таким чином, *силові поля частинок-переносників можна розглядати як засіб, за допомогою якого в природі створюються властиві їй локальні калібрувальні симетрії*. Значення концепції калібрувальної симетрії полягає в тому, що завдяки їй теоретично моделюються всі чотири фундаментальні взаємодії, що спостерігаються у природі. *Всі фундаментальні взаємодії в природі можна розглядати як калібрувальні поля*.

Ідея об'єднання сил у природі базується на двох постулатах :

- 1) існує єдиний тип симетрії взаємодії;
- 2) існує єдиний тип симетрії, що характеризує фундаментальні елементарні частинки.

Розглянемо спочатку перший постулат. Раніше наводилися приклади симетрії - геометричної і внутрішньої. Геометричні симетрії визначають лише закони збереження енергії, імпульсу і моменту імпульсу, тобто загальні закони, справедливі для будь-яких динамічних рівнянь. В цьому значенні вони ніяк не сприяють пошукам рівнянь єдиної теорії. Істотно більшу обмежуючу роль виконують *внутрішні квантові числа*. Вже вказувалося на те, що *квантові числа обмінних частинок визначають характер взаємодії*. Проте при такому підході створюється враження ізольованості взаємодій, оскільки квантові числа обмінних частинок здаються дуже різними. Все ж між ними є і деяка схожість: спіни обмінних частинок трьох взаємодій

однакові і дорівнюють одиниці. *Ця обставина і є та спільність, яка сприяє об'єднанню. Універсальність калібрувальної інваріантності - одна з основ об'єднання взаємодій.*

Інша спільність пов'язана з узагальненням властивостей *фундаментальних елементарних частинок*. Під фундаментальними (істинно елементарними) частинками розуміють об'єкти, з яких складається вся решта суб'ядерних частинок. Зрозуміло, що такими частинками повинні бути ферміони. Дійсно, з *частинок з напівцілим спіном можна утворити бозони з цілим спіном* ($1/2+1/2 = 1$), але неможливо з бозонів скласти ферміони ($1+1 = 2$). Частинки, що мають розмір теж не можуть бути фундаментальними [55, 76-77].

Виявляється, під визначення фундаментальних частинок потрапляє їх дуже невелика кількість. До таких частинок належать перш за все *лептони* і, можливо, *кварки*. Елементарність лептонів впливає з експериментальних даних, які свідчать, що розміри електронів і мюонів $<10^{-15}$ см, а також теоретичних міркувань. Дійсно, квантова електродинаміка - теорія, що описує поведінку заряджених лептонів, базується на уявленні про їх точковість і при цьому чудово узгоджується з експериментом.

Більш проблематичне припущення про фундаментальність кварків. Зрозуміло, виміряти надійно розміри кварків на сучасному рівні розвитку науки неможливо. Проте поки що немає беззаперечних експериментів, які суперечать їх точковості. Та обставина, що всі адрони складаються з кварків, - серйозний аргумент на користь їх дійсної «фундаментальності».

Отже, постулюється, що об'єднання повинне здійснюватися на основі лептонів і кварків. Електрослабка взаємодія не включає сильної, тому таке об'єднання повинно включати лише лептони. Найпростіший варіант об'єднання - припущення, що кожний лептон і відповідне йому нейтрино утворюють аналог ізотопічного мультиплету (дублет).

Складнішим є об'єднання обмінних частинок. Потрібно (в рамках електрослабкої взаємодії) об'єднати фотон, переносник електромагнітної взаємодії і важкі бозони (з масою $m_{\omega e} \sim 100$ ГеВ), що переносять слабку взаємодію. Цю задачу успішно розв'язали Вайнберг, Глешоу і Салам, за що і одержали

Нобелівську премію у 1979 році [78].

У цій теорії існує чотири поля: електромагнітне і три поля, що відповідають слабкій взаємодії. Крім того, введене стале на всьому просторі скалярне поле (так зване *поле Хігса*), з яким частинки взаємодіють по-різному, що і визначає відмінність їх мас. *Кванти скалярного поля є новими елементарними частинками з нульовим спіном*. Їх називають *хігсовими* (на честь фізика П.Хігса, що припустив їх існування) [76-77]. Число різновидів хігсових бозонів, що передбачені різними варіантами теорії, може досягати декількох десятків, але найбільш популярними є теорії з двома видами бозонів. Дослідним шляхом такі бозони досі не знайдені, хоча за оцінками, зробленими у 2001 році, їх маса повинна складати 114,4-196 ГеВ. Ці енергії цілком досяжні для сучасних прискорювачів. Передбачається, що хігс-бозони будуть відкриті за допомогою Великого адронного колайдера (*LHC*), який буде запущений у ЦЕРНі весною 2007 р. Спостереження бозона Хігса (чи бозонів Хігса!) дасть можливість вважати Стандартну модель частинок завершеною теорією [79].

З теорії електрослабкої взаємодії випливає, що при енергіях, які перевищують 100 ГеВ (енергія W^\pm - і Z^0 -бозонів, які переносять слабку взаємодію), слабкі та електромагнітні сили неможливо розрізнити (рис. 69). Разом з тим, симетрія між силами спонтанно порушується при енергіях, які ми спостерігаємо у повсякденному житті (на відстанях $r > 10^{-18}$ м). Це явище можна розглядати як деякий *фазовий перехід*.

У процесі порушення симетрії W^\pm - і Z^0 - бозони *захоплюють частинки Хігса, в результаті чого набирають маси*. Фотон же частинку Хігса не поглинає і залишається безмасовим. Спостережувальна відмінність властивостей електромагнітної і слабкої взаємодій пояснюється особливостями характеристик їх частинок-переносників. Якщо до фазового переходу обидві взаємодії були близькими за величиною, порушення симетрії спричинює різке ослаблення слабкої взаємодії, оскільки її переносники W^\pm - і Z^0 - частинки є дуже масивними [55, 76, 77].

Таким чином, у сучасній схемі електрослабкої взаємодії при малих енергіях електромагнітна взаємодія переноситься фотонем;

слабка - W^\pm - і Z^0 -бозонами. При великих масах (енергіях) існує єдина взаємодія, яка передається усіма чотирма частинками.

Проміжні бозони були виявлені у 1982 –1983 роках двома групами фізиків у ЦЕРНі. Експерименти проводилися на протон-антипротонному колайдері - в якому взаємодіяли зустрічні пучки протонів і антипротонів, кожний з яких прискорювався до енергії 270 ГеВ. Було встановлено, що маса W^\pm - бозонів дорівнює $80,48 \pm 0,091$ ГеВ, а Z^0 - бозона $91,187 \pm 0,007$ ГеВ [80], ці величини добре узгоджуються з прогнозами теорії (нагадаємо, що маса нуклона дорівнює приблизно 1 ГеВ).

Проміжні W^\pm , Z^0 - бозони - нестабільні частинки, час їх життя складає всього $t \sim 3 \cdot 10^{-25}$ с. Незважаючи на це, їх народження надійно встановлюється за природою і енергією продуктів розпаду.

Оскільки бета-розпад відбувається за рахунок слабкої взаємодії, в ньому теж повинен брати участь проміжний бозон. Відповідно до цього, наприклад, розпад нейтрона ($n \rightarrow p + e^- + \tilde{\nu}_e$) насправді є двоетапним процесом: $n \rightarrow p + W^-$, потім $W^- \rightarrow e^- + \tilde{\nu}_e$ [15, 70, 77].

Теорії електрослабкої взаємодії і квантової хромодинаміки стали фундаментом сучасної Стандартної моделі класифікації суб'ядерних частинок. В той же час ці теорії не дають відповіді на цілий ряд питань, що виникають перед ученими. Крім того, Стандартна модель не є внутрішньо стрункою і симетричною, як того вимагає ідеальна фізична теорія. Так, вона містить близько двох десятків сталих, у тому числі значення маси частинок. Всі ці константи не можна визначити за допомогою теоретичних розрахунків, їх треба вимірювати експериментальним шляхом та штучно вводити у теорію. Стандартна модель не дає відповіді на питання, чому більшість елементарних частинок мають масу спокою. Не зрозуміло також, чому в природі існує декілька фундаментальних взаємодій, що дуже відрізняються за характером дії та інтенсивністю.

Останнім часом було одержано і ряд експериментальних підтверджень того, що Стандартна модель є неповною.

Наприклад, в лабораторії Фермі (Чикаго) проводилися експерименти з зіткнення високоенергетичних нейтрино з нуклонами. Результати багаторічних досліджень несподівано виявили помітну розбіжність з прогнозом Стандартної моделі елементарних частинок. Розбіжність з прогнозами цієї моделі *може означати існування нових взаємодій або нових поки що невідомих частинок* [81].

Ще одне підтвердження одержане дослідниками найбільш поширеної частинки Всесвіту - нейтрино. Як вже відмічалось нещодавно було встановлено, що нейтрино, які виникають в процесі термоядерної реакції на Сонці, по дорозі до Землі втрачають свою ідентичність, тобто нейтрино різних ароматів переходять одне в одне. Цей факт, як і наявність у нейтрино маси спокою - хоча і дуже малої, але відмінної від нуля, - завдає сильного удару по Стандартній моделі суб'ядерних частинок [66, 69]. Згідно з нею, взаємні перетворення трьох різновидів нейтрино неможливі і відповідно маси спокою у цих частинок бути не може.

Щоб дати відповіді на питання, що виникли у зв'язку з цими експериментами, потрібно вдатися до нових гіпотез. На черзі стало створення теорії *Великого об'єднання*, ідея якого полягає в тому, що сильна, слабка і електромагнітна взаємодії є різними проявами однієї фундаментальної взаємодії. Отже, в єдину групу треба звести лептони і кварки, а також частинки - переносники відповідних взаємодій.

22.4 Велике об'єднання

На думку про те, що існує якась глибока симетрія між кварками різних ароматів і лептонами, наводить рис. 59. З нього видно, що дванадцять лептонів і кварків розбиваються на три групи або, як говорять, на *три покоління фундаментальних ферміонів* [70]. Кожне покоління містить чотири частинки, створюючи стовпець: "верхній і "нижній" лептони" та "верхній і "нижній" кварки. Виникає питання, а чи не є ці частинки різними зарядовими станами (мультиплетами) інших більш фундаментальних частинок? Те саме стосується і до переносників взаємодій – бозонів. Ця ідея став відправною для побудови нової

фізичної теорії.

В 70-90 -ті роки ХХ століття було розроблено декілька, конкуруючих між собою, теорій Великого об'єднання. Найперша з них запропонована Джорджі і Глешоу у 1974 році. Більшість цих теорій є калібрувальними і базуються на використанні групи симетрії $SU(5)$ [50, 76-77].

З фізичної точки зору *всі варіанти теорії Великого об'єднання базуються на одній і тій же ідеї*. Якщо електрослабка і сильна взаємодії насправді є лише двома сторонами єдиної взаємодії, то останній також має бути притаманним калібрувальне поле з деякою складною симетрією. Ця симетрія повинна бути достатньо загальною, здатною охопити всі калібрувальні симетрії, що містяться і в квантовій хромодинаміці, і в теорії електрослабкої взаємодії. *Пошук такої симетрії - головне завдання на шляху створення єдиної теорії сильної і електрослабкої взаємодій* [77]. Існують різні підходи, що породжують конкуруючі варіанти теорії Великого об'єднання, проте всі ці гіпотетичні варіанти мають ряд загальних особливостей.

По - перше, в усіх гіпотезах кварки і лептони та носії сильної і електрослабкої взаємодій входять до єдиної теоретичної схеми, в той час як дотепер вони розглядаються як абсолютно різні об'єкти.

По - друге, залучення абстрактних калібрувальних симетрій приводить до введення нових типів полів, що характеризуються новими властивостями, наприклад, здатністю перетворювати кварки на лептони.

Навіть в найпростіших схемах Великого об'єднання, крім чотирьох частинок, що переносять електрослабку взаємодію, і восьми глюонів, що переносять сильну, повинні існувати 12 надважких X - і Y - бозонів з масою $m_{\omega es} \sim 10^{15}$ ГеВ і спіном, що дорівнює 0, які переносять одночасно слабку, електромагнітну і сильну взаємодії. Кожне з X - і Y - полів набуває трьох значень кольорового заряду і має електричні заряди, що дорівнюють $\frac{4}{3}e$ і

$\frac{1}{3}e$ відповідно. Надважкі векторні бозони X і Y спричинюють

перехід кварків і лептонів один в інший, тому їх ще називають *лептокварками* [50, 60,77].

З'явилися і перші експериментальні підтвердження існування лептокварків. На прискорювачі HERA (Гамбург, Німеччина) протягом 3 років (з 2000 р.) проводилися експерименти з непружних зіткнень протонів і позитронів з енергіями відповідно 820 ГеВ і 27,5 ГеВ. У процесі таких зіткнень позитрон взаємодіє з окремими кварками всередині протона. Потоки частинок, що виникають при цьому, реєструвалися двома незалежними детекторами. За час проведення експериментів були вивчені сотні тисяч зіткнень. За даними обох детекторів, число зареєстрованих подій у декілька разів перевищує величину, яка передбачається теоретично на основі Стандартної моделі елементарних взаємодій. Ймовірність статистичної флуктуації, що здатна викликати таку невідповідність, не перевищує 1%. Цей результат може свідчити про наявність невідомих фундаментальних взаємодій між кварками і лептонами або про існування "лептокварка" з масою 200 ГеВ. Однак, ці результати потребують додаткового підтвердження [82].

Енергія, необхідна для прямої перевірки теорії Великого об'єднання шляхом реакцій між частинками, така велика ($\sim 10^{15}$ ГеВ), що навряд чи буде досягнута на прискорювачах в осяжний час. Так, один з найбільших електрон-позитронних колайдерів у наш час є LEP (*Large Electron-Positron Collider*) лабораторії ЦЕРН. Його довжина складає 27 км і в даний час він працює на енергії центру мас частинок, що стикаються, 200 ГеВ. Ця цифра і є межею для циркулярних електронно-позитронних колайдерів.

У випадку прискорення протонів можна досягнути значно більших енергій. У 2007 роках в тому самому тунелі, де зараз розташований LEP, як вже вказувалося, почне працювати протонний колайдер LHC, розрахований на енергію 14 ТеВ (в системі центра мас) [80]. Проте це ще не межа - циркулярні протонні прискорювачі можуть мати енергії 100-1000 ТеВ. Тому технічно можливо створення ще одного протонного суперколайдера. На даний момент ця ідея перебуває на стадії попереднього обговорення. "Кодова назва" майбутнього прискорювача - VLHC (*Very Large Hadron Collider*), але якщо він і

почне працювати, то не раніше ніж через 20-30 років.

Проте є спосіб непрямої перевірки теорії Великого об'єднання. *Наслідком кварк-лептонної взаємодії є існування процесів, які відбуваються з незбереженням баріонного і лептонного зарядів.* Це, в свою чергу, може привести до розпаду протона.

У Всесвіті існують дві стабільні частинки з масою спокою, відмінною від нуля: електрон і протон. Чому не розпадається електрон, зрозуміло. Електрон – найлегша заряджена частинка у природі. Всі більш легкі частинки (фотон, нейтрино) електронейтральні. Таким чином, розпаду електрона перешкоджає закон збереження електричного заряду. А от чому не розпадається протон, не зрозуміло. Існує багато потенційних каналів розпаду протона (наприклад, на піон і нейтрино), але експериментально вони не спостерігаються. Щоб сумістити цей факт з правилом «все, що може відбуватися у світі елементарних частинок, відбувається», фізики ввели закон збереження баріонного заряду. Заборона порушення закону збереження цього заряду і забезпечує стабільність протона [55, 77].

Закон збереження баріонного заряду був введений за аналогією до закону збереження електричного заряду. Але електричний заряд, крім того, що він є величиною, яка зберігається, несе і іншу важливу функцію. Електричний заряд - кількісна міра електромагнітної взаємодії. Баріонний заряд цю функцію не виконує. З великим ступенем точності на досліді вдалося показати непричетність баріонного заряду до далекодійних взаємодій, тому *виникли сумніви відносно аналогії між електричним і баріонним зарядами.* Це й обумовило сумніви вчених відносно стабільності протона.

Нестабільність протона (якщо вона є) вкрай мала. Теоретичні оцінки часу життя протона у різних моделях дають значення 10^{30} - 10^{33} років (відзначимо, що час існування Всесвіту порядку 10^{10} років). Однак такий великий час життя не виключає можливості експериментальної перевірки прогнозу теорії. Якщо час життя складає 10^{30} років, то в одному кубічному метрі води повинен протягом одного року розпадатися один протон. Сучасна експериментальна техніка *дозволяє зареєструвати такі події, але*

поки що знайти розпад протона не вдалося. З останніх експериментальних даних випливає, що час життя протона перевищує $1,6 \cdot 10^{33}$ років. В той самий час спроби зареєструвати розпад протона продовжуються, оскільки виявлення його нестабільності стало б остаточною підтвердженням теорії Великого об'єднання взаємодій [55, 76, 77].

Деякі варіанти теорії Великого об'єднання передбачають існування дуже екзотичних частинок, наприклад, *монополя Дірака - носія магнітного заряду*. Не беручи участі у взаємодіях, монополь може індукувати процеси, які проходять з порушенням баріонного заряду, тобто є своєрідним каталізатором розпаду баріонів. Наприклад, можливі такі процеси: $p + \text{монополь} \rightarrow e^+ + \text{мезони} + \text{монополь}$. Це приводить до того, що монополь стає “пожирачем” протонної матерії і його досить легко зафіксувати за випромінюванням вторинних частинок, які при цьому утворюються. Але інтенсивні пошуки монополя Дірака, що проводяться у багатьох лабораторіях світу протягом багатьох років, позитивного результату поки що не принесли [9-10].

Ще однією областю перевірки теорії Великого об'єднання є космологія, оскільки без неї неможливо описати ранню стадію еволюції Всесвіту, коли температура первинної плазми досягала 10^{27} К. Саме в таких умовах могли народжуватися і анігілювати надважкі X- і Y-бозони. Тому ведеться інтенсивний пошук цих частинок у космічному випромінюванні.

22.5 Супероб'єднання

Теоретичні схеми, в рамках яких об'єднуються всі відомі типи взаємодій (сильна, слабка, електромагнітна і гравітаційна), називаються моделями *Супероб'єднання* або *Надвеликого об'єднання* [53, 77]. На шляху побудови такої теорії існує принципова складність. Річ у тім, що *теорії трьох перших взаємодій є квантовими, тоді як загальноприйнята теорія гравітації сьогодні - ЗТВ - має геометричний характер*. Відповідно у цій теорії гравітаційна взаємодія виникає внаслідок викривлення простору-часу.

Окрім цього, бозони і ферміони тривалий час розглядалися як частинки, що мають принципово різну природу. Бозони вважалися носіями “взаємодії”, тобто поля (*безперервний об’єкт*), а ферміони – носіями матерії (*дискретний об’єкт*). Разом з тим, у квантовій теорії поля давно була помічена *аналогія між бозонними і ферміонними операторами. Бозонні оператори відповідають неперервним перетворенням, в той час як ферміонні – дискретним.* Формальна аналогія полягає у тому, що для бозонних полів мають місце комутаційні співвідношення, а для ферміонних - антикомутаційні. З урахуванням цієї різниці багато формул бозонних і ферміонних теорій поля виявляють дивну подібність. Врахувати цей факт змогла теорія *суперсиметрії* [8, 77, 83].

Під *суперсиметрією* мають на увазі дві властивості:

1 *Наявність перетворень, які переводять бозони у ферміони і навпаки;*

2 *Алгебра цієї симетрії включає не тільки звичайні комутаційні співвідношення для операторів, але і антикомутаційні.*

Головна властивість *суперсиметрії* полягає у тому, що вона об’єднує безперервні перетворення (наприклад, трансляції) з дискретними перетвореннями особливого типу (типу відзеркалення). При цьому зберігається формальна аналогія між двома типами перетворень, що мають суттєво різну природу. В результаті вдалося об’єднати “матерію” і “взаємодію”, точніше, усунути відмінність між ними. *В теорії суперсиметрії бозони і ферміони об’єднуються у єдиний супермультиплет.*

Об’єднуючи бозони і ферміони, *суперсиметрія* зводить в єдину сім’ю частинки з різними спінами. Суб’ядерні частинки, одні з яких мають спін 0, інші $-1/2$, 1 і, що особливо важливо, $3/2$, можна об’єднати так, що сім’я в цілому буде *суперсиметричною*. Елементарні частинки зі спіном $3/2$ поки що невідомі (хоча комбінація з трьох кварків може мати сумарний спін $3/2$), тому передбачення існування такої частинки - одна з важливих особливостей теорії *суперсиметрії, яка дозволяє її перевірити.* Обидві взаємодії при цьому описуються однією константою.

Симетрія ферміонів і бозонів не може бути суворою, оскільки до цього часу *суперсиметричні партнери* відомих

частинок не були знайдені у природі. Це пов'язують з порушенням симетрії, в результаті маси суперсиметричних частинок значно перевищують маси їх звичайних партнерів.

Суперсиметрія, як і інші види симетрії, може бути спонтанно порушена і при зменшенні температури (енергії). В результаті виникають електромагнітна взаємодія, що переноситься фотонами, сильна взаємодія, що переноситься глюонами, і т. ін.

Важливою особливістю суперсиметричних теорій є відсутність розбіжностей, які до цього часу були непереборною проблемою у квантовій теорії поля. Основний стан коливач (вакуум) у цій теорії має енергію, що дорівнює нулю. Це обумовлено тим, що позитивна енергія бозонних нульових коливач у точності компенсується негативною енергією ферміонних “нульових коливач”. До розробки суперсиметричних теорій енергію вакууму робили такою, що дорівнює нулю, за допомогою штучних прийомів (так званого перенормування).

Першою відомою вільною від розбіжностей квантовою теорією поля у чотиривимірному просторі-часі була суперсиметрична теорія калібрувальних полів з групою симетрії $O(4)$ [50].

Скорочення розбіжностей у суперсиметричних теоріях привело до можливості побудови квантової теорії гравітації. До цього усі спроби побудови такої теорії зіштовхувалися з непереборною перепорою: неможливістю перенормувати гравітаційну взаємодію, якщо вважати, що носіями цієї взаємодії є тільки бозони (гравітони з спіном 2).

Опис гравітації на мові суперсиметрії отримав назву супергравітації [8, 77, 83]. Від звичайної гравітації супергравітація відрізняється тим, що гравітон тут вже не є єдиним переносником гравітаційної взаємодії. Такими переносниками стає ціла сім'я частинок зі спінами 2, 3/2, 1, 1/2 та 0, у тому числі загадкова частинка зі спіном 3/2, яку фізики назвали "гравітіно". Подібні суперсиметричні партнери мають бути у всіх ферміонів. Отже, можна зробити висновок, що у кожній матеріальній частинці є свій суперсиметричний двійник - якась силова частинка, і відповідно у кожній силовій частинці є

*матеріальний двійник суперсиметрії. Це означає, що у Всесвіті повинно бути принаймні удвічі більше різновидів частинок, ніж відомо поки що дослідникам! Ці частинки (суперчастинки) суперсиметрії ще потрібно відкрити, оскільки їх маса, як свідчить теорія, є більшою ніж 100-1000 ГеВ. Проте вчені вже давно дають їм імена. Так, до пари електрону підібрали *селектрон*, до пари мюону - *смюон*, кварки доповнили *скварками*, а фотон суперсиметрії назвали «*фотіно*». Можливо, фізика суб'ядерних частинок знаходиться на порозі найважливіших відкриттів, що можуть зіграти вирішальну роль у створенні єдиної теорії матерії і її фундаментальних взаємодій.*

У відповідності до теорії супергравітації найлегша суперчастинка повинна бути стабільною. Отже, *таємна темна матерія Всесвіту частково може складатися саме з таких частинок.*

Детальна структура сім'ї суперсиметричних частинок залежить від математичного представлення суперсиметрії, якому теоретик віддає перевагу. Найплідніше уявлення називається *супергравітацією* $N = 8$. В ньому розглядається сім'я частинок значних розмірів: 70 частинок зі спіном 0; 56 - із спіном 1/2; 28 - зі спіном 1 і 8 - зі спіном 3/2, а також єдиний гравітон зі спіном 2. Всі ці частинки *об'єднані єдиною суперсилою* при колосальній енергії 10^{19} ГеВ, якій відповідає температура $T = 10^{32}$ К, радіус $r = 10^{-33}$ см і густина речовини $\rho = 10^{94}$ г/см³ (планківські параметри!).

Виникає цікаве питання: чи можна ототожнити всі ці частинки з відомими у природі, тобто з кварками, лептонами і частинками-переносниками взаємодій? Якщо можна, то вчені одержать у своє розпорядження єдину теорію природи, яка не тільки вміщує всі частинки речовини в одну суперсім'ю, але і "поєднує" всі переносники взаємодій. Таким чином, супергравітація створює основу для повного об'єднання фундаментальних взаємодій, в рамках якого весь світ управляється єдиною суперсилою. Перевірити висновки теорії суперсиметрії в найближчий час неможливо у зв'язку з експериментальними труднощами одержання частинок з енергіями 10^{19} ГеВ.

Ще більша кількість частинок і полів, недоступних експерименту, виникає на альтернативному шляху до єдиного опису всіх взаємодій - в узагальненій теорії гравітації [8, 77]. Якщо шлях від електродинаміки до супергравітації - шлях узагальнення поняття заряду і поля, то альтернативний підхід ґрунтується на пошуку єдиного геометричного опису, в якому поля взаємодії елементарних частинок зводяться до різних проявів складної геометрії світу.

Для пояснення цього ефекту розглянемо рух рідини в трубі змінного радіуса (рис.73). Відомо, що він відбувається із змінною швидкістю. Це можна розглядати як результат дії поля, потенціал якого визначається радіусом труби.

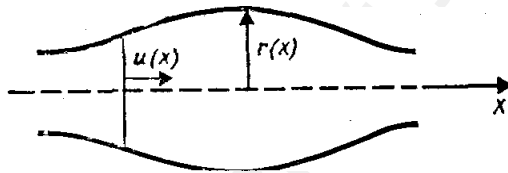


Рисунок 73 - Нерівномірну течію рідини в трубі змінного радіуса можна інтерпретувати як дію деякого зовнішнього поля

Координата уздовж труби - звичайна просторова координата. Радіальна координата за перерізом труби, що обмежена розмірами труби, *приклад компактного додаткового виміру*. Спостерігаючи рух тільки у звичайних вимірах, ми сприймаємо ефект додаткового виміру, як дію поля. Проте в геометричному підході ліво- і правополяризовані компоненти частинок повинні описуватися однаково, що суперечить спостережуваним властивостям слабкої взаємодії, що явно розрізняє ці компоненти.

Для того щоб геометричний опис міг охопити і слабку взаємодію, він повинен включити нееквівалентність лівого і правого для відомих частинок, тобто порушення просторової парності. А це приводить до виникнення цілого світу *двійників звичайних частинок - їх дзеркальних партнерів*. Тоді геометрична симетрія лівого і правого забезпечується симетрією наборів

частинок, в кожному з яких ліве і праве нееквівалентні. Але в цьому випадку недостатньо ввести тільки двійники ферміонів - звичайні і дзеркальні частинки не можуть мати загальні сильні, слабкі і електромагнітні взаємодії. Тому *повинні існувати дзеркальні партнери і у фотона, і у глюона, і у бозонів слабкої взаємодії.* У результаті подвоюється не тільки набір фундаментальних ферміонів, але і *набір фундаментальних взаємодій*, а це в найпростішому випадку чисто геометричного опису взаємодій вимагає включення дуже великого числа додаткових вимірів. У зв'язку з цим виникають сумніви у можливості кількісного опису частинок в такій багатовимірній теорії.

Теорію супероб'єднання можна також побудувати на основі моделі *суперструн* [8, 77, 84-85]. Ця нова теорія (точніше новий клас теорій, оскільки відомо декілька її різновидів) ґрунтується на введенні у фізику високих енергій *протяжних мікрооб'єктів, які назвали струнами*. Вони є одновимірними відрізками з розміром, що відповідає планківській довжині - 10^{-33} см. Кінці струн можуть бути як розімкнені (*відкриті струни*) так і з'єднані між собою (*замкнені струни*). Оскільки розміри струн набагато менші ніж ті, що можуть спостерігатися експериментально, ми сприймаємо їх як точковий об'єкт. Модифікація теорії, що тепер є загально визнаною запропонована А.М.Поляковим у 1981 р. і є 10 вимірною.

Теорія суперструн виникла в результаті *об'єднання квантової теорії із ЗТВ*. Ця теорія спирається на три класи ідей:

- 1) на ідею про нелокальність (не точковість) фізичних об'єктів;
- 2) міркування про суперсиметрію між бозонами і ферміонами;
- 3) на ідеї Калуци про багатовимірність фізичного простору.

У свій час для побудови єдиної теорії гравітаційного і електромагнітного полів німецький вчений Теодор Калуца (1921 р.) розвинув ідею, запропоновану Ейнштейном для пояснення гравітаційної взаємодії. Якщо гравітаційна взаємодія виникає в результаті викривлення чотиривимірного простору-

часу [15], то чи не можна пояснити електромагнітну взаємодію як викривлення простору більших розмірностей? Калуца запропонував п'ятивимірний простір, в якому змінні поля не залежать від п'ятої координати (при відповідному виборі координат), що еквівалентно чотиридимірному континууму [8].

Калуца припустив, що фізична реальність в п'ятивимірному просторі, за аналогією з ЗТВ, характеризується квадратом лінійного елемента $ds = g_{mn} dx_m dx_n$ (де g_{mn} – метричні коефіцієнти, $m, n = 1, 2, 3, 4, 5$).

Тоді згідно з цією теорією коефіцієнти g_{11}, \dots, g_{44} описують гравітаційне поле, а $g_{15}, g_{25}, g_{35}, g_{45}$ – електромагнітні потенціали.

Проте, в ЗТВ інтервал ds означає величину, яка вимірюється за допомогою лінійки і годинника в локальній інерціальній системі відліку, тоді як в п'ятивимірному просторі Калуца квадрат ds – чисто абстрактна величина.

В 1926 році цю теорію розвинув шведський фізик Оскар Клейн. Він припустив, що *п'ятий вимір фізично у макросвіті не виявляється, оскільки має вигляд петлі, розміри якої дуже малі* (як говорять фізики – *скомпактувалися*). Проте інтерес до теорії п'ятивимірного простору поступово загаснув і лише в останній час ця теорія знов привернула увагу теоретиків.

В теорії суперструн протяжна струна замінює частинку або, в загальному випадку, будь-який локалізований в просторі мікрооб'єкт. В цій теорії вважається, що *всі елементарні частинки, які відомі сьогодні або будуть відкриті в майбутньому, є певними збудженими станами* (стоячими хвилями) деякої струни, що коливається у багатовимірному (10-11 – вимірному, в залежності від варіанту теорії) просторі-часі. Тільки три з цих вимірів виявляються в нашому світі, а інші скомпактувалися до планківського масштабу ($r=10^{-33}$ см) і тому на макрорівні не проявляються. Оскільки релятивістська струна суттєво відрізняється від пружної, *параметром аналогічним частоті для такої струни виявляється квадрат маси*. Іншими словами, квантами поперечних коливань релятивістської струни є частинки, що мають масу спокою або є безмасовими. Крім того, всі ці частинки мають цілі значення спіну, тобто є бозонами. 3

цієї причини релятивістську струну називають ще *бозонною струною* [84-85].

У спектрі відкритої струни, як показує теорія, є безмасова частинка зі спіном, що дорівнює одиниці. Її *природно ототожнити з фотонем*. Спектр замкненої струни, в свою чергу, містить безмасову частинку зі спіном 2, яка може відповідати тільки кванту гравітаційного поля – гравітону. Крім того, у спектрі коливань суперструн міститься нескінченно багато масивних частинок зі спінами, які є більшими одиниці, для відкритої струни і двійки для замкненої. Таким чином, модель релятивістської струни об'єднує усі бозонні частинки, щоправда масивні частинки виявляються настільки важкими, що в умовах сучасного експерименту їх виявити неможливо.

Випромінювання та поглинання однієї частинки іншою у цій теорії відповідає об'єднанню та поділу струн. *Поняття струни виключає точкові уявлення про мікрооб'єкти із структури мікросвіту і зводить фізику до геометрії. Тим самим простір-час стає найфундаментальнішим поняттям фізики.*

У 1995 році Едвард Уїттен (Принстонський університет) запропонував *узагальнення теорії суперструн*, або так звану *M-теорію* (буква *M* вибрана у зв'язку з тим, що цю теорію називають магічною, або містичною (*magic or mysterious*)). У цій теорії *коливання струн замінено коливаннями багатовимірних мембран*, або *p-бран* (тут *p*-розмірність мембрани) у просторі з десятьма-одинадцятьма вимірами. У випадку, коли $p = 1$, така мембрана перетворюється у одновимірну струну, тобто *звичайна теорія суперструн є частковим випадком M-теорії*. Теорія Уїттена нині набула великої популярності у фізиків і, як вважається, має дуже великі перспективи для опису будови Всесвіту [84-85].

Теорія суперструн приводить до цілого ряду дуже нетривіальних наслідків. Наприклад, передбачається існування частинок, що рухаються з надсвітловими швидкостями, які називаються *тахіонами*. Проте все це - тільки попередні теоретичні побудови. На шляху об'єднання гравітації з рештою фундаментальних взаємодій поки що існує дуже багато

параметрами стабільних елементарних частинок, а ті, в свою чергу, судячи з всього, - властивостями простору-часу Всесвіту. В той же час взаємодія частинок при надвеликих енергіях $E > 10^{15}$ ГеВ може стати причиною народження нового Всесвіту.

Наука, що досліджує зв'язки між явищами природи на мікро- та мегарівнях, виникла досить недавно і одержала назву космомікрофізики (“*cosmoparticle physics*”).