

10-я Международная научно-техническая конференция "ГЕРВИКОН-2002"
Украина, Сумы, 10-13 сентября 2002 г.

МЕТОДОЛОГИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ ПОСТРОЕНИЯ МОДЕЛЕЙ ТУРБУЛЕНТНОСТИ ПРИ ЧИСЛЕННОМ РЕШЕНИИ УРАВНЕНИЙ РЕЙНОЛЬДСА

THE METODICAL ASPECTS OF CONNSTRUCTION TURBULENT MODELS' CREATION IN CASE OF REYNOLD'S EQUATION NUMERICAL CALCULATION

КОСТОРНОЙ Сергей Дмитриевич, д.т.н., профессор,
Сумский национальный аграрный университет, г. Сумы, Украина,

ДАВИДЕНКО Андрей Константинович, к.т.н.,
начальник СКБ «Химоборудования», г. Сумы, Украина,

КОСТОРНОЙ Александр Сергеевич,
инженер-конструктор СКБ "Химоборудования",
ОАО «НПО им. М.В. Фрунзе», г. Сумы, Украина.

Abstract. The problem of reserved turbulent models construction in the incompressible liquid for tracks forming in case of solids' breaking streamlining. The model is based on the ideal liquid scheme (or the ideal liquid and the boundary layer).

Введение

Фундаментальные уравнения динамики жидкости основаны на универсальных законах сохранения: массы, количества движения и энергии. Закон сохранения количества движения - это второй закон Ньютона. Его применение к потоку жидкости дает векторное уравнение, известное как уравнение количества движения или как уравнение импульса. Закон сохранения энергии тождествен первому закону термодинамики и в динамике жидкости уравнение, являющееся его выражением, называется уравнением энергии. Для замыкания системы к уравнениям, полученным из упомянутых выше законов сохранения, следует добавить соотношения, устанавливающие связь между свойствами жидкости. Примером такого соотношения может быть уравнение состояния, связывающее термодинамические параметры жидкости: давление p , плотность ρ и температуру T .

Исторически сложилось два подхода к получению уравнений дина-

мики жидкости: феноменологический и использующий кинетическую теорию. В первом случае постулируются определенные соотношения между механическим напряжением и скоростью деформации, между потоком тепла и градиентом температуры, после чего уравнения динамики жидкости выводятся из законов сохранения. Требуемые константы пропорциональности между напряжением и скоростью деформации и между потоком тепла и градиентом температуры (называемые коэффициентами переноса) в этом подходе должны определяться экспериментальным путем. Во втором подходе (называемом еще математической теорией неоднородных газов) уравнения динамики жидкости получают с коэффициентами переноса, которые определяются в рамках некоторых интегральных соотношений, возникающих при рассмотрении динамики сталкивающихся частиц. Слабая сторона этого подхода состоит в том, что при вычислении интеграла столкновения необходимо определить силы взаимодействия между частицами. Таким образом, неопределенность феноменологического подхода, обусловленная экспериментом, сменяется неопределенностью математического свойства в кинетическом подходе. Эти два подхода приведут к одним и тем же уравнениям динамики жидкости, если при их выводе делаются равнозначные допущения.

Общая модель явления

Известно, что все течения жидкостей и газов делятся на два резко различные типа: спокойные и плавные течения, называемые ламинарными, и их противоположность - так называемые турбулентные течения, при которых скорость, давление, температура и другие гидродинамические величины беспорядочно пульсируют, крайне нерегулярно изменяясь в пространстве и во времени [1,2,3,4]. Сложный характер колебаний скорости и температуры при турбулентном течении, множество пульсаций различных периодов и амплитуд, наблюдающееся на графиках и фотографиях (рис.1), иллюстрируют сложную внутреннюю структуру турбулентных течений, резко отличающихся в этом отношении от ламинарных течений. Эта сложная структура сказывается на многих свойствах течения, оказывающихся весьма различными в ламинарном и турбулентном случаях. Так турбулентные течения обладают гораздо большей способностью к передаче количества движения (образно говоря, турбулентная среда имеет огромную эффективную вязкость) и поэтому во многих случаях оказывают гораздо большее силовое воздействие на обтекаемые жидкостью твердые тела. Аналогичным образом турбулентные потоки обладают повышенной способностью к передаче тепла и пассивных примесей, к распространению химических реакций (в частности, горения), к переносу взвешенных частиц. Благодаря наличию внутренних неоднородностей турбулентные течения способны рассеивать проходящие сквозь жидкость или газ звуковые и электромагнитные волны и вызывать флуктуации их амплитуд и фаз и т. п.

Ясно, что перечисленные свойства турбулентных течений могут быть весьма существенными для многих задач естествознания и техники. Поэтому вопрос о том, часто ли встречаются турбулентные течения, представляет несомненный практический и теоретический интерес. Оказывает

ся, что подавляющее большинство реально встречающихся в природе и технике течений является именно турбулентным; ламинарные же течения, представляют собой довольно редкое исключение.

Особенности численного решения уравнений Рейнольдса для турбулентных течений

Считается, что нестационарные уравнения Навье - Стокса полностью описывают турбулентные течения. Если это так, то почему нельзя рассчитывать на ЭВМ турбулентные течения столь же эффективным образом, как и ламинарные. Ведь тогда можно было бы раз и навсегда демонтировать аэродинамические трубы. Дело в том, что временной и пространственный масштабы турбулентного движения столь малы, что требуемое количество узлов расчетной сетки и малый размер шагов по времени делают эти вычисления практически нереализуемыми на современных ЭВМ ввиду ограниченности ресурсов последних.

Авторитеты расходятся во мнениях, когда компьютерная техника достигнет в своем развитии этапа, на котором расчеты турбулентных течений станет возможным проводить «в лоб». Некоторые считают, что никогда не удастся рассчитать мелкомасштабную структуру турбулентности на основе нестационарных уравнений Навье - Стокса в задачах, представляющих практический интерес.

В настоящее время основное направление численных методов расчета турбулентных течений состоит в решении осредненных уравнений Навье - Стокса. Эти уравнения называют также уравнениями Рейнольдса. При осреднении по времени в уравнениях возникают новые члены, которые можно интерпретировать как градиенты «кажущихся» (добавочных) напряжений тепловых потоков, связанных с турбулентным движением. Эти новые величины должны быть связаны с характеристиками осредненного течения посредством моделей турбулентности, что приводит к новым гипотезам и аппроксимациям. Таким образом, уравнения Рейнольдса не вытекают полностью из основополагающих принципов, так как для замыкания системы уравнений привлекаются дополнительные гипотезы.

Общие соображения о моделировании турбулентности

На первый взгляд уравнения Рейнольдса выглядят довольно сложно и мы вправе задать вопрос, продвинулись ли мы вперед по пути решения практических задач расчета турбулентных течений. Главная трудность в задачах механики жидкости состоит в том, что мы имеем большее число уравнений, чем можно решить.

Уравнения Рейнольдса не могут быть решены так как кажущиеся турбулентные напряжения следует считать новыми неизвестными. Необходимо установить дополнительные уравнения для этих новых неизвестных или принять какие - то допущения о связи между кажущимся турбулентными величинами и параметрами осредненного потока. Эта процедура известна как задача замыкания, которая рассматривается в моделях турбулентности. На сегодняшний день их около 100.

Все существующие модели турбулентности имеют недостатки. Окончательная модель турбулентности еще не создана. Некоторые авторы считают уравнения Навье - Стокса системой уравнений для описания турбулентных течений, являющихся одновременно и точной, и общей. Поэтому надеяться на то, что удастся получить про помощи моделирования турбулентности некую альтернативную систему с сохранением прежней точности и общности, но проще решаемую, было бы слишком оптимистично. Если принять эту точку зрения, то наши ожидания умерятся и от поисков окончательного решения этой проблемы, мы перейдем к поиску моделей, которые имеют приемлемую точность в ограниченном диапазоне условий течения.

Общий подход к созданию замкнутых моделей турбулентности при отрывном обтекании тел

Как было уже сказано выше, исследование турбулентных течений базируется на полуэмпирических теориях, которые используют информацию корреляциях турбулентной скорости и приближенные представления о механизме турбулентной вязкости.

Эти теории оказались очень ценными и позволили решить целый ряд важных практических задач. Однако целый ряд новых задач требует накопления большого объема экспериментального материала и новых подходов к их решению.

Создание замкнутых моделей турбулентности и решение указанных задач на ЭВМ открывает новые возможности в данной области. Одной из краеугольных при этом оказывается проблема правильного понимания и описания механизма турбулентного перемешивания и замыкания уравнений Рейнольдса вследствие появления дополнительных неизвестных функций - турбулентных напряжений (нормальных и сдвиговых) [5]. В настоящее время сложилось, видимо, общепринятое представление о турбулентности как иерархии вихрей разных порядков и говорить о двух принципиально разных видах турбулентности: крупномасштабной и мелкомасштабной. При этом первый вид соответствует характерным размерам вихревых образований порядка течения в целом, а второй - существенно меньшим. Параметры крупномасштабной турбулентности определяются конкретными условиями течения - формой обтекаемого тела и состоянием внешней среды. Характеристики мелкомасштабной турбулентности в значительной степени описываются универсальными закономерностями. Первый вид турбулентности в основном определяется силами инерционной природы. Поэтому для достаточно больших чисел Рейнольдса вязкость среды при анализе ближнего следа или участка течения можно пренебречь. Изучение мелкомасштабной турбулентности и диффузии вихрей необходимо производить с учетом сил вязкости.

Для понимания явления и построения его эффективного математического описания (математической модели турбулентности) принципиальное значение имеет вопрос о природе турбулентности, о главном источнике ее. Мы придерживаемся следующей концепции.

Основным источником турбулентных движений являются вихри. Турбулентное течение представляет собою существенно нестационарное движение жидкости или газа, порожденное потерей устойчивости и распадом упорядоченных вихревых образований - пелен, превращением их в вихревые ансамбли. Последние, двигаясь вместе со средой, видоизменяются, вращаются, захватывают друг друга и распадаются, образуя как новые макроструктуры, так и выделяя мелкие вихри.

Изучение турбулентности связано с двумя крупными задачами. В первой происходит рассмотрение процесса образования вихрей, выявление и моделирование причин, генерирующих вихри, описание их появления и начального этапа развития.

Во второй производится анализ «жизни» этих вихрей, моделирование их движения, потери устойчивости, образования новых устойчивых форм (ансамблей), превращения крупных ансамблей в мелкие, диффузии вихрей и т.д.

Обе задачи, конечно, взаимосвязаны. Они базируются на изучении разных сторон проблемы.

Основные механизмы зарождения и появления вихрей в изучаемых гидроаэродинамических задачах таковы:

1. Образование вихревых пелен, связанное с огибанием острых кромок и изломов на поверхности обтекаемого тела при местных дозвуковых скоростях течения.

Жидкость и газ не могут плавно огибать их, что можно объяснить и с позиции идеальной, и вязкой среды. В первом случае возникнут бесконечные скорости и разряжения, во втором - возникнут явные предпосылки для отрыва пограничного слоя. Здесь не обязательно привлекать модель вязкой среды для моделирования процесса образования вихрей.

2. Образование вихревых следов, вызванное отрывом пограничного слоя с поверхности гладкого тела. Если на теле возникли условия, когда пограничный слой уже не может далее развиваться и существовать и он отрывается от тела, то в поток за телом сходит система вихрей.

Для описания этого явления требуется как минимум модель идеальной среды и пограничного слоя. А при малых числах Рейнольдса течение вблизи тела, видимо, следует описывать уравнениями Навье - Стокса.

В соответствии с высказанными выше положениями опишем общий подход к моделированию отрывного обтекания тела. Здесь возможны две цели исследования: изучение обтекания тела и анализ турбулентного следа.

Первым этапом решения задачи является численный расчет на ЭВМ развития картины течения в рамках схемы идеальной среды или идеальной среды и пограничного слоя. Есть серьезные основания считать, что получаемые при этом результаты дают в целом достоверную информацию о явлении. Так они правильно описывают макроструктуру обтекания тела, ближнего следа, крупномасштабную турбулентность и т.д.

Подобные утверждения основаны на глубокой научной интуиции и общем теоретическом анализе проблемы, на результатах многолетних теоретических и экспериментальных исследований авторов работы [6] и др., основанных на систематическом численном моделировании с

основанных на систематическом численном моделировании с помощью ЭВМ и сопоставлении полученных результатов с экспериментальными.

Основные черты и макроэффекты отрывного обтекания тел при больших числах Рейнольдса, том числе ближний аэрогидродинамический след и его статистические турбулентные характеристики, при известных местах отрыва на теле (фиксированных на острых кромках тонких несущих поверхностей, изломах, уступах и срезах тел и т.д.) не зависят от вязкости среды и определяются инерционным взаимодействием в жидкостях и газах, описываемым нестационарными уравнениями идеальной среды.

Процесс зарождения, развития и последующего участия вихревого следа за телом можно в целом обрисовать следующим образом. Тело, возмущая поток, придает частицам жидкости ускорения; при обтекании тела образуется так же вихревой след. Вблизи тела (кроме жидкости, непосредственно прилегающей к поверхности тела) силы молекулярной вязкости малы по сравнению с силами инерционной природы (последние превышают первые на несколько порядков). Поэтому роль вязкости на начальном этапе формирования отрывного обтекания сводится к определению места отрыва и циркуляции отрывающегося пограничного слоя. Если же изучается обтекание тела с угловыми точками, когда места отрыва фиксированы, влияние вязкости вообще можно не учитывать.

По мере удаления от тела начинается процесс угасания следа, причем непосредственное влияние тела на это невелико, а в дальнем следе им можно вообще пренебречь. Образно говоря, тело создает ближний вихревой след и уходит от него, а дальнейшее развитие следа, диффузия вихрей в нем регулируются уже иными механизмами. Инерционное воздействие поддерживается оставшимся вихревым следом, а молекулярное трение в среде вызывает угасание вихрей, приводит к постепенному вовлечению все новых частиц жидкости в вихревое движение.

В соответствии со сказанным опишем в общих чертах подход к моделированию отрывного обтекания тела. Первым этапом исследования будет решение полной нестационарной задачи в рамках схемы идеальной среды или идеальной среды и пограничного слоя. Затем на основе полученных вихревых макроструктур и других количественных данных следует перейти к изучению более мелких вихревых образований и дальнего следа.

Для этого все пространство, занятое жидкостью, разобьем на три области: первая (она включает в себя тело и ближнюю часть следа); вторая (переходная часть следа) и третья (дальний участок) (рис.2).

Область течения I представляет собою все пространство возмущенного течения перед телом, само тело и ближний участок следа. Она характеризуется сильными возмущениями, вызываемыми телом и следом. Основная модель среды здесь (при больших числах Рейнольдса) - схема идеального газа или жидкости (иногда с добавлением схемы пограничного слоя на теле). Макроструктура следа обладает определенной упорядоченностью, скорости в потоке изменяются по закону, близкому к периодическому.

По мере удаления от тела (область II) возмущения, вызванные им, убывают, его воздействие на поток ослабевает. Основным источником инерционного воздействия становятся свободные вихри следа. Упорядоченность вихревых ансамблей нарушается, крупные образования деформируются, создают новые сочетания, выделяют мелкие вихри и т. д. Начинают проявляться явления диффузии как связанные с взаимным объединением вихрей разных знаков, так и вызванные вязкостью среды.

В дальнем участке следа (область III) влиянием тела вообще можно пренебречь. Здесь возмущения идут только от свободных вихрей средней (область II) и дальней (область III) частей следа. Характерные скорости течения и соответствующие им числа Рейнольдса здесь невелики, числа Маха малы, учет сжимаемости среды излишен, вязкости - обязателен. Структура следа становится распадающейся, нерегулярной, хаотической.

Таким образом, картина течения в каждой из областей обладает своей спецификой, которую целесообразно учитывать при моделировании явления. В частности, в разных областях следует применять разные уравнения для описания течений, производить по-разному сглаживание (осреднение) параметров потока и т. д.

Для получения нестационарных уравнений вязкой жидкости целесообразно производить локально-индивидуальное сглаживание. Оно будет различным в каждой точке пространства и свое для каждой функции. Это связано с тем, что в фиксированной точке пространства разные параметры потока изменяются по времени различно. В качестве примера, рассмотрим скорости W_x, W_y и давления p за пластиной, поставленной перпендикулярно потоку идеальной несжимаемой жидкости, полученные расчетом (рис. 3, 4, 5, 6). Подчеркнем, что различие наблюдается не только в флуктуациях, но и в сглаженных зависимостях от времени.

Заметим, что характер изменения одной и той же функции во времени в различных точках пространства неодинаков. Поэтому можно утверждать, что в рассматриваемых задачах один и тот же вид осреднения имеет смысл применять только в простейшем случае, когда совершается переход от уравнений Навье - Стокса к стационарным уравнениям Рейнольдса.

Способ сглаживания даже известной функции неоднозначен. В той или иной степени он всегда постулируется.

Следует отдавать себе ясный отчет, зачем производится сглаживание, какие условия накладываются на эту процедуру. Оно должно упростить решение задачи за счет улучшения качества решения, снятия пульсаций, повысить устойчивость расчетов, сделать более надежным алгоритм ее решения. Способ сглаживания не является чем-то определенным, строго заданным, он должен лишь удовлетворять ряду требований: сглаженные решения должны быть в целом близки к исходным полным; операция сглаживания должна быть удобной для реализации на ЭВМ. По мере приближения сглаженных функций к исходным должна возрастать точность замкнутых осредненных уравнений гидродинамики, они должны приближаться к полным исходным и т. д.

Графики рис. 3-6 могут служить примером локально-индивидуальной обработки данных, полученных при расчете отрывного обтекания пластины идеальной жидкостью.

На рис. 3-5 изображены нестационарные значения возмущенных скоростей W_x, W_y и коэффициента давления p как функции безразмерного времени ($70 \leq \tau \leq 90$). Они соответствуют отрывному обтеканию пластины (рис. 2). Здесь же приведенные осредненные значения этих функций $\overline{W_x}, \overline{W_y}, \overline{p}$, полученные локально-индивидуальным сглаживанием в рассматриваемой точке $x_i=0.5, y_i=0$.

Две различные реализации для пульсаций скорости W'_x в той же точке, полученные в сходственные моменты времени, но при разных значениях τ_0 приведены на рис. 6. Здесь же изображено среднее значение пульсаций, полученное обработкой по 6 периодам.

Подчеркнем, что разница в конкретных реализациях обусловлена не погрешностями расчетов, а математическим существом самой задачи.

Математическая модель замкнутой системы уравнений Рейнольдса

Как говорилось, в некоторых областях изучаемых течений можно считать, что роль вязкости невелика. Тогда основную часть решения можно получить в рамках схемы идеальной среды. Представим все параметры жидкости в виде:

$$W_x = W_{x0} + V_x, \quad W_y = W_{y0} + V_y, \quad W_z = W_{z0} + V_z, \quad p = p_0 + p^*, \quad (1)$$

где первые члены справа соответствуют уравнениям идеальной среды, а вторые дают поправки на вязкость.

Подставим выражения (1) в уравнения Навье-Стокса и учтем, что функции с индексом «0» удовлетворяют уравнениям Эйлера если $\nu=0$. Кроме того, везде вне вихревого следа и тела течения в идеальной среде потенциально, т.е.

$$W_{x0} = \frac{\partial \Phi}{\partial x}, \quad W_{y0} = \frac{\partial \Phi}{\partial y}, \quad W_{z0} = \frac{\partial \Phi}{\partial z} \quad (2)$$

тогда:

$$\Delta W_{x0} = 0, \quad \Delta W_{y0} = 0, \quad \Delta W_{z0} = 0, \quad (3)$$

Поэтому будем иметь

$$\begin{aligned} & \frac{\partial V_x}{\partial t} + (W_{x0} + V_x) \frac{\partial V_x}{\partial x} + (W_{y0} + V_y) \frac{\partial V_x}{\partial y} + (W_{z0} + V_z) \frac{\partial V_x}{\partial z} + V_x \frac{\partial W_{x0}}{\partial x} + V_y \frac{\partial W_{x0}}{\partial y} + \\ & + V_z \frac{\partial W_{x0}}{\partial z} = - \frac{1}{\rho} \frac{\partial P^*}{\partial x} + \nu \Delta V_x \end{aligned} \quad (4)$$

Аналогично можно записать уравнения в проекциях на оси oy и oz .

Движение вязкой жидкости так же можно описать уравнениями в форме Гельмгольца [4], исследуя процесс развития и угасания вихрей.

Если осреднить обычные уравнения Навье-Стокса несжимаемой жидкости (4) используя одну и ту же операцию сглаживания и условия Рейнольдса:

$$\begin{aligned} \overline{f_1 f_2} &= \overline{f_1} \overline{f_2} + \overline{f_1' f_2'} \\ \frac{\partial \overline{f}}{\partial t} &= \overline{\frac{\partial f}{\partial t}}, \quad \frac{\partial \overline{f}}{\partial x} = \overline{\frac{\partial f}{\partial x}} \end{aligned} \quad (5)$$

тогда получим уравнения Рейнольдса в виде:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \overline{W_x}}{\partial t} + \overline{W_x} \frac{\partial \overline{W_x}}{\partial x} + \overline{W_y} \frac{\partial \overline{W_x}}{\partial y} + \overline{W_z} \frac{\partial \overline{W_x}}{\partial z} + \frac{\partial \overline{W_x W_x}}{\partial x} + \frac{\partial \overline{W_x W_y}}{\partial y} + \\ + \frac{\partial \overline{W_x W_z}}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \overline{P}}{\partial x} + \nu \Delta \overline{W_x} \end{aligned} \quad (6)$$

Уравнения (6) называются уравнениями Рейнольдса.

Главная их особенность заключается в том, что производя сглаживания и тем самым улучшив уравнения, мы за это заплатим дорогую цену: в них появились новые неизвестные функции:

$$\overline{W_x' W_x'}, \quad \overline{W_x' W_y'}, \quad \overline{W_x' W_z'}, \quad \overline{W_y' W_y'}, \quad \overline{W_y' W_z'}, \quad \overline{W_z' W_z'},$$

и возникла проблема замыкания уравнений.

В качестве основной гипотезы при использовании указанных уравнений примем следующую [7].

Рейнольдсовы напряжения, пропорциональные осредненным значениям неизвестных функций, в рассматриваемых задачах при решении полных нестационарных задач в рамках схемы идеальной среды или идеальной среды и пограничного слоя:

$$\begin{aligned} \overline{W_x' W_x'} &= \overline{W_{x0}' W_{x0}'}, \quad \overline{W_x' W_y'} = \overline{W_{x0}' W_{y0}'}, \quad \overline{W_x' W_z'} = \overline{W_{x0}' W_{z0}'}, \\ \overline{W_y' W_y'} &= \overline{W_{y0}' W_{y0}'}, \quad \overline{W_y' W_z'} = \overline{W_{y0}' W_{z0}'}, \quad \overline{W_z' W_z'} = \overline{W_{z0}' W_{z0}'}, \end{aligned} \quad (7)$$

Теперь можно получить расщепленные уравнения Рейнольдса, в которых неизвестными являются вязкие добавки скоростей и давлений. Для этого аналогично (1) положим

$$\overline{W_x} = \overline{W_{x0}} + \overline{V_x}, \quad \overline{W_y} = \overline{W_{y0}} + \overline{V_y}, \quad \overline{W_z} = \overline{W_{z0}} + \overline{V_z}, \quad \overline{P} = \overline{P_0} + \overline{P^*} \quad (8)$$

где первые члены справа соответствуют модели идеальной среды, а вторые - вязким поправкам.

Для средних скоростей имеют место соотношения, аналогичные (3),

$$\Delta \overline{W_{x0}} = 0, \quad \Delta \overline{W_{y0}} = 0, \quad \Delta \overline{W_{z0}} = 0 \quad (9)$$

Заметим, что уравнения Рейнольдса для идеальной среды имеют вид

$$\begin{aligned} \frac{\partial \overline{W_{x0}}}{\partial t} + \overline{W_{x0}} \frac{\partial \overline{W_{x0}}}{\partial x} + \overline{W_{y0}} \frac{\partial \overline{W_{x0}}}{\partial y} + \overline{W_{z0}} \frac{\partial \overline{W_{x0}}}{\partial z} + \frac{\partial \overline{W_{x0} W_{x0}}}{\partial x} + \frac{\partial \overline{W_{x0} W_{y0}}}{\partial y} + \\ + \frac{\partial \overline{W_{x0} W_{z0}}}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \overline{P_0}}{\partial x}, \end{aligned} \quad (10)$$

Теперь можно получить уравнение Рейнольдса для добавок (8). Подставим в (6) и учтем равенства (7), (9), (10). В результате будем иметь:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \overline{V_x}}{\partial t} + (\overline{W_{x0}} + \overline{V_x}) \frac{\partial \overline{V_x}}{\partial x} + (\overline{W_{y0}} + \overline{V_y}) \frac{\partial \overline{V_x}}{\partial y} + (\overline{W_{z0}} + \overline{V_z}) \frac{\partial \overline{V_x}}{\partial z} + \overline{V_x} \frac{\partial \overline{W_{x0}}}{\partial x} + \overline{V_y} \frac{\partial \overline{W_{x0}}}{\partial y} + \\ + \overline{V_z} \frac{\partial \overline{W_{x0}}}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \overline{P^*}}{\partial x} + \nu \Delta \overline{V_x} \end{aligned} \quad (11)$$

Уравнение Рейнольдса (11) в качестве неизвестных содержат вязкие поправки к решению задачи в идеальной среде. При этом все функции с индексом "0", характеризующие соответствующее течение в идеальной жидкости, считаются известными. Они находятся в результате численного решения полной нестационарной задачи обтекания тела.

При высказанной С.М. Белоцерковским выше гипотезе о том, что напряжения Рейнольдса могут определяться на основе указанного решения в рамках схемы идеальной среды, удастся замкнуть осредненные уравнения для реальной жидкости.

Алгоритм построение замкнутых моделей турбулентных следов

Первым этапом в исследовании должно быть решение полной нестационарной задачи в рамках схемы идеальной среды (или идеальной среды и пограничного слоя). Соответствующие алгоритмы вычислений, основанные на методе панельных гидродинамических особенностей применительно к гидравлическим машинам имеются [8]

На рис.2 представлен вихревой след при отрывном обтекании пластины, полученный таким образом. Результаты расчетов для каждого расчетного момента времени нужно сохранить в памяти ЭВМ в качестве базовой информации для дальнейших расчетов.

На втором этапе все течение разбивается на три области, указанные на рис. 2. При полном решении задачи с учетом вязкости эти области характерны тем, что в каждой из них в основном используется свой вид уравнений гидродинамики.

В области I вся или почти вся информация получается на основе выполнения первого этапа. Влияние молекулярной вязкости вне пограничного слоя невелико. Поэтому поправки на вязкость можно или вообще не вводить, или использовать для этого самые простые подходы.

Наиболее существенную роль играет вязкость в дальнем следе (область III). Поэтому при изучении распада дальнейшего следа за основу следует брать полные уравнения Навье - Стокса и диффузии вихря (в данной работе она не рассматривается).

Как известно [6], решение уравнений Рейнольдса в области I при больших числах Рейнольдса связано с преодолением не только больших, технически, но и принципиальных трудностей. Однако в области III, где характерные скорости и числа Рейнольдса невелики, указанное препятствие для применения полных уравнений вязкой жидкости.

Область II является переходной между I и III. В ней инерционное воздействие тела ослабевает, а вязкое взаимодействие по сравнению с областью I увеличивается. Однако роль молекулярной вязкости здесь существенно меньше, чем в области III. Поправки на влияние вязких эффектов в области II, вообще говоря, нужны, но для их получения целесообразно применять уравнение типа (11). После этого следует уточнить и само базовое решение. Для этого следует вновь решить всю задачу в области I, начиная с $\tau=0$. При этом вихревой след в областях II и III следует уточнить с учетом тех вязких поправок, которые найдены.

Построение дальнего следа в областях II и III можно сразу вести с

учетом вязкости среды. Тогда каждая группа вихревых отрезков вначале изучается по схеме идеальной среды, а после попадания в указанные области - с учетом диффузии вихрей.

Конечно многие конкретные особенности построения расчетных алгоритмов могут уточняться в процессе целенаправленных численных экспериментов.

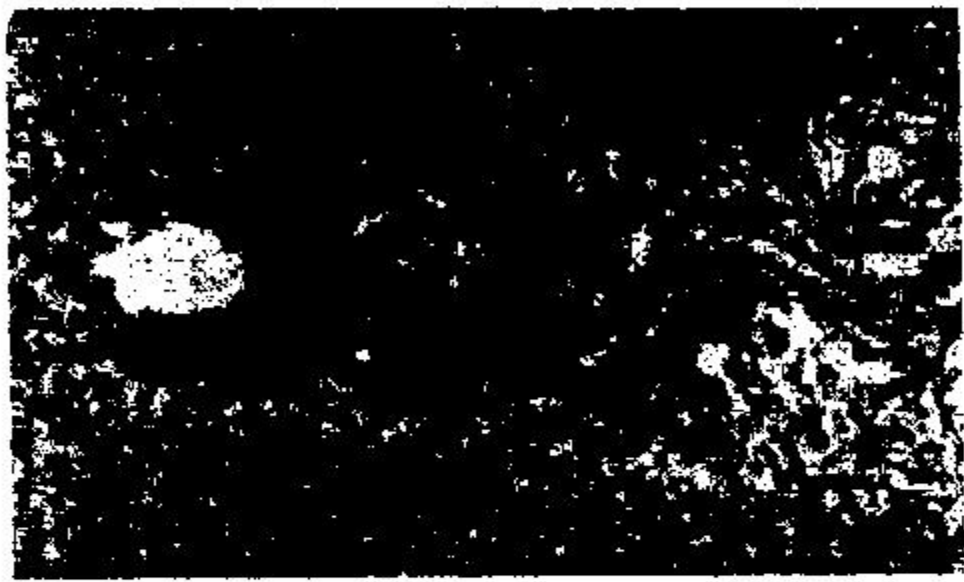


Рисунок 1

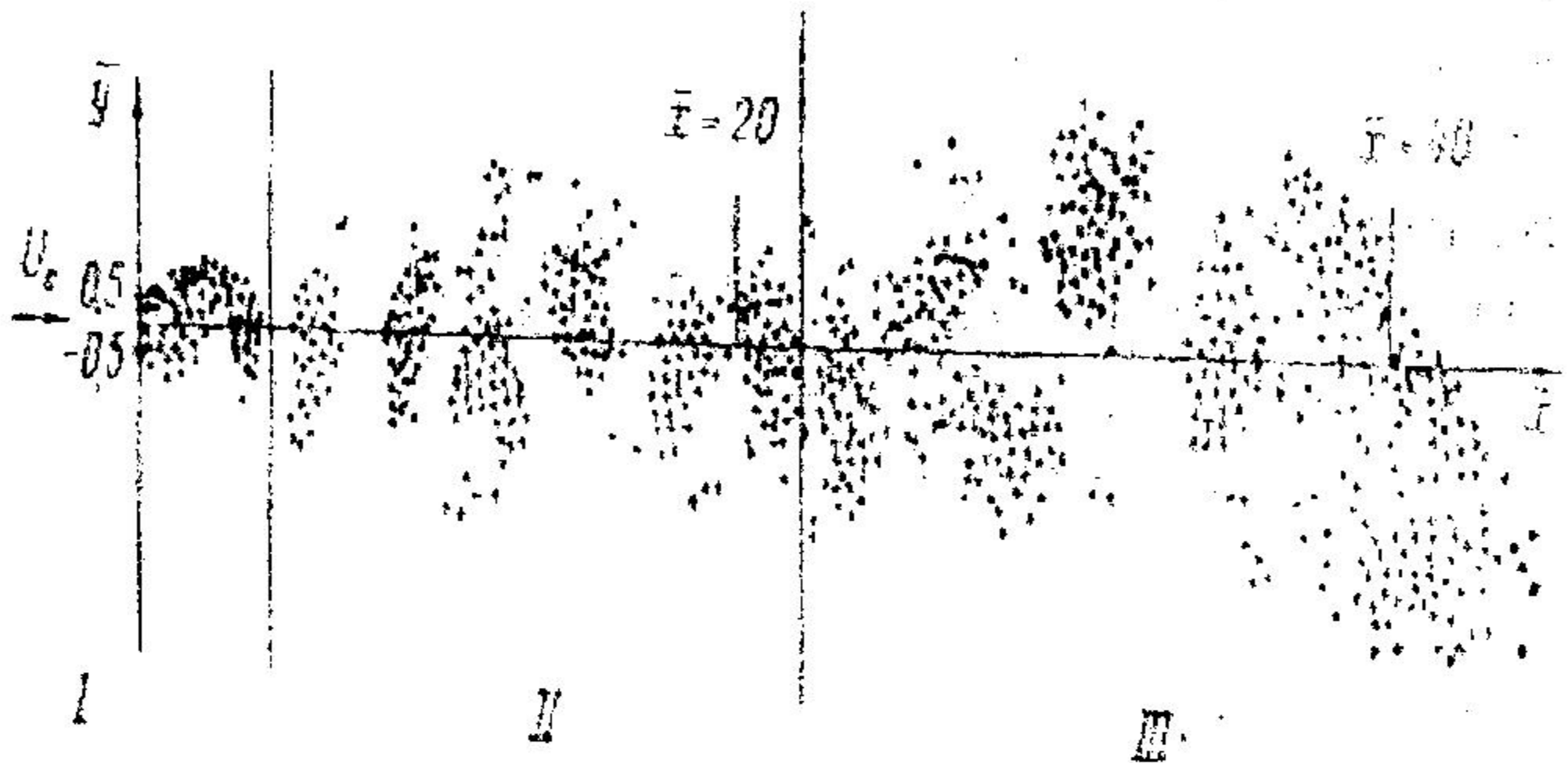


Рисунок 2

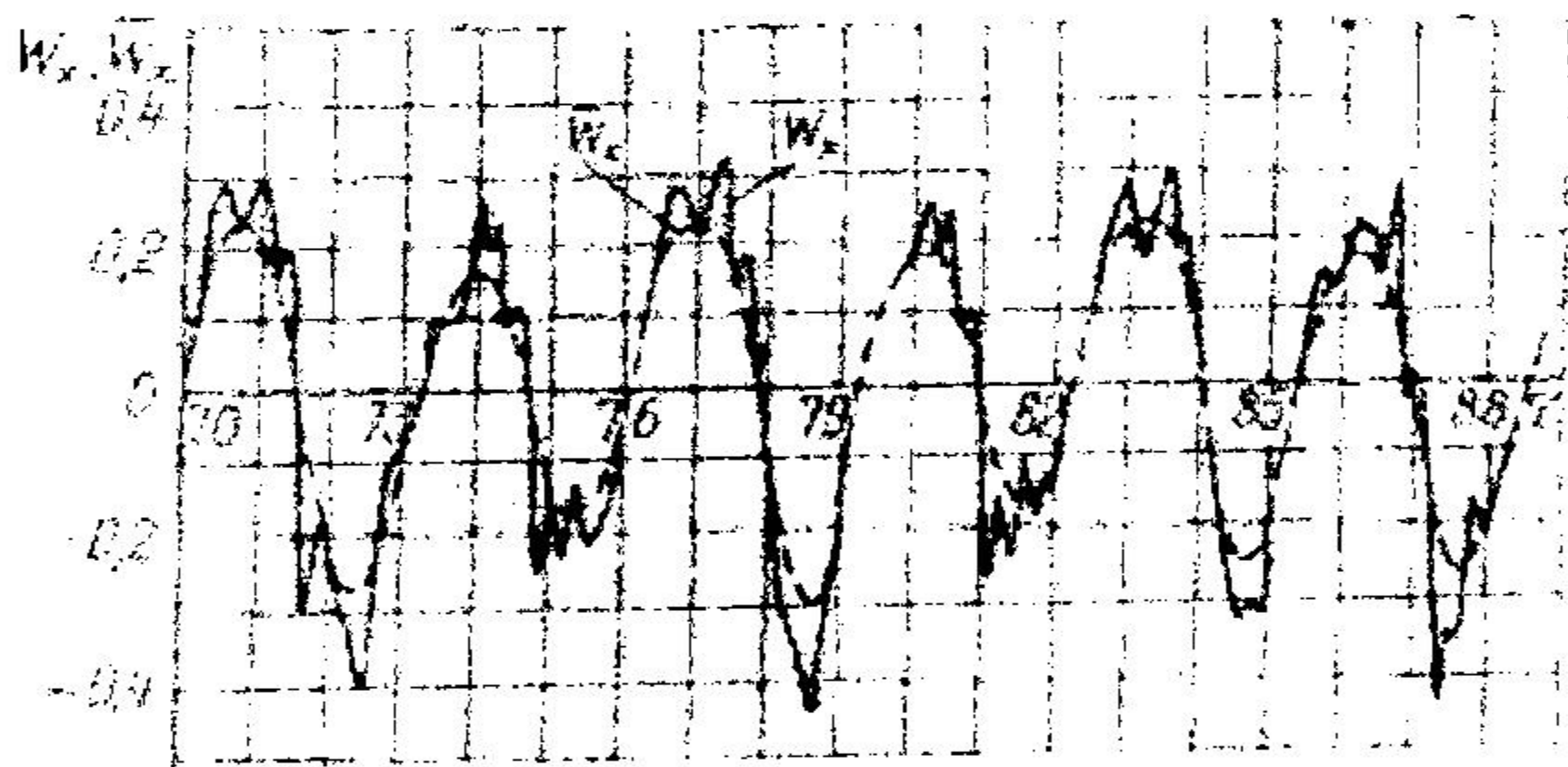


Рисунок 3

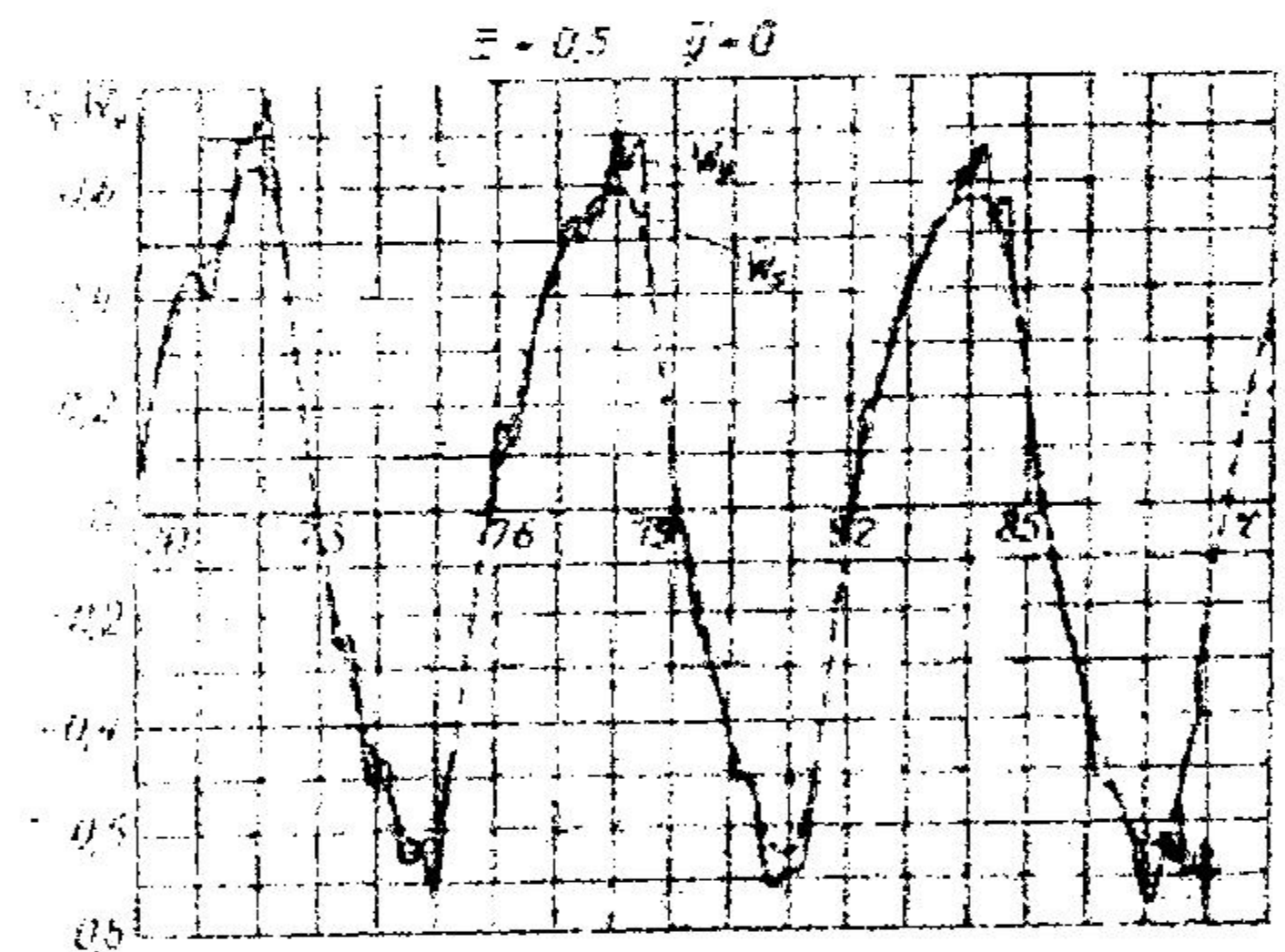


Рисунок 4

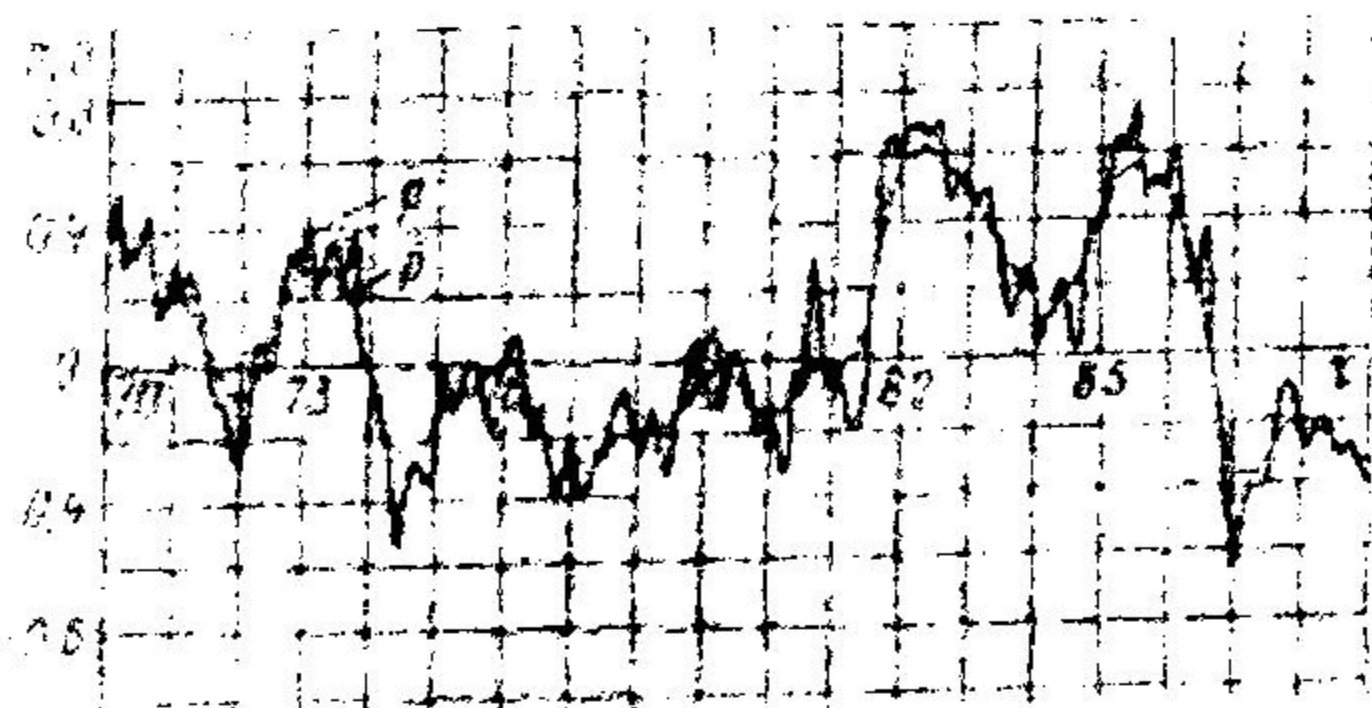


Рисунок 5

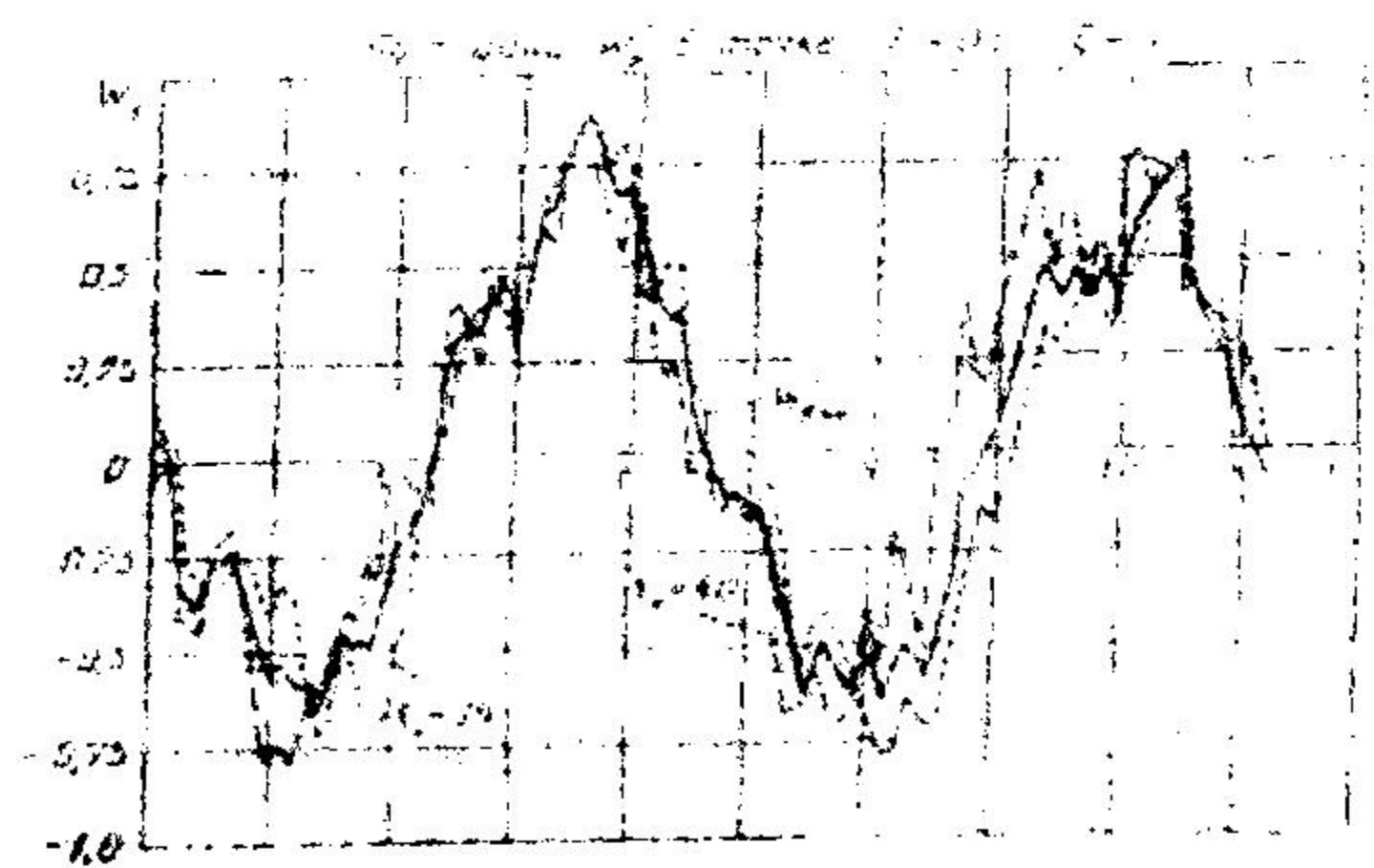


Рисунок 6

ПЕРЕЧЕНЬ ССЫЛОК

1. Монин А.С., Яглом А.М. Статистическая гидромеханика. Том 1,2. М.: Наука, 1965.
2. Хинце И.О. Турбулентность М.:ГИФ-МЛ, 1963, 680с.
3. Ашурст В.Т. Численное моделирование турбулентных слоев смешения через динамику вихрей. Турбулентные сдвиговые течения. М.: Машиностроение, 1, 1972, 235с.
4. Кочин Н.Е., Кибель И.А., Розе Н.В. Теоретическая гидромеханика. Части I-II. М.: ГИФ-МЛ, 1963. 583с.
5. Белоцерковский О.М. Численные модели в гидродинамике. В сборнике «Н.Е. Кочин и развитие механики». М.: Наука, 1984.-112с.
6. Белоцерковский О.М., Белоцерковский С.М., Давыдов Ю.М., Ништ М.И. Моделирование отрывных течений на ЭВМ. М.: АНССИ "Кибернетика", 1984, 122с.
7. Белоцерковский С.М., Гиневский А.С. Моделирование турбулентных струй и следов на основе метода дискретных вихрей. М.: Физматлит, 1995.-368с.
8. Косторной С.Д., Давиденко А.К. Расчет пространственного потока в рабочем колесе поворотно-лопастных гидротурбин осевого типа//Вестник СумГУ, Сумы, 1996, №2(6) с.41-46, часть I. 1998, №2(10), с.23-28, часть II.