УДК 621. 391. 1

ОЦЕНКА ПОМЕХОУСТОЙЧИВОСТИ СИСТЕМЫ ПЕРЕДАЧИ ДАННЫХ НА ОСНОВЕ РАВНОВЕСНЫХ КОДОВ

А.А.Борисенко, проф.; О.В.Бережная, ассист.; И.А.Кулик, ассист.

В работе [1] была предложена методика оценки помехоустойчивости систем передачи данных (СПД) на основе неразделимых кодов. В ее основу положено условие, что любая из M разрешенных кодовых комбинаций из их общего числа $N \geq M$ может в процессе передачи перейти в правильную или неправильную комбинацию. Последняя содержит ошибку, которая в принципе может быть обнаружена или не обнаружена. Обнаруживается ошибка лишь в том случае, если неправильная комбинация входит в класс $N\text{-}M$ запрещенных комбинаций и не обнаруживается, если она входит в класс, состоящий из M-1 разрешенных ошибочных комбинаций.

Исходя из вышесказанного, приходим к выводу, что каждая передаваемая комбинация может перейти в следующие классы кодовых комбинаций:

а) класс правильных комбинаций;

б) класс из $N\text{-}M$ запрещенных комбинаций с обнаруживаемыми ошибками;

в) класс из M-1 разрешенных комбинаций с необнаруживаемыми ошибками.

Вероятности перехода в каждый из этих классов определяются по следующим формулам [1]:

вероятность правильного перехода

$$П = \sum_{i=1}^{M} P_i p_i^i , \qquad (1)$$

где P_i - вероятность генерирования источником информации i-й кодовой комбинации;

p_i^i - вероятность правильного перехода i-й кодовой комбинации в i-ю,

вероятность необнаруживаемых ошибочных переходов

$$V = \sum_{i=1}^{M} P_i p_i^H , \qquad (2)$$

где $p_i^н$ - вероятность ошибочного перехода передаваемой комбинации i в класс, состоящий из M-1 необнаруживаемых ошибочных комбинаций,

значение

$$p_i^H = \sum_{j=1, j \neq i}^{M} p_{ij}^H , \qquad (3)$$

где $p_{ij}^н$ - вероятность необнаруживаемого ошибочного перехода i-й комбинации в j-ю разрешенную,

вероятность обнаруживаемых ошибочных переходов

$$Z = \sum_{i=1}^{M} P_i p_i^0 , \qquad (4)$$

где $p_i^о$ - вероятность ошибочного перехода передаваемой комбинации i в класс, состоящий из N-M обнаруживаемых ошибочных комбинаций, величина

$$p_i^0 = \sum_{j=M+1}^{N} p_{ij}^0, \tag{5}$$

где p_{ij}^o - вероятность обнаруживаемого ошибочного перехода i-й комбинации в j-ю запрещенную.

В [1] показано, что

$$П+V+Z=1. \tag{6}$$

Произведем анализ приведенных выше оценок помехоустойчивости применительно к СПД, в которых для передачи информации используются равновесные коды. Такие СПД издавна использовались на практике и находят широкое применение также и в настоящее время [2]. Несомненным их достоинством является простота алгоритмов помехоустойчивого кодирования и соответственно кодирующих и декодирующих устройств.

Однако оценка помехоустойчивости этих кодов неоднозначна. В различных источниках они оцениваются по-разному [2,3]. Поэтому представляет интерес обобщенная оценка помехоустойчивости равновесных кодов применительно к СПД, которую мы рассмотрим ниже.

Равновесные коды являются равномерными и характеризуются длиной кодовых комбинаций n и постоянным числом единиц в кодовых комбинациях k. Так, равновесный код с n=3 и k=2 представляют следующие кодовые комбинации: 011, 101, 110. Число таких кодовых комбинаций в общем случае $M = C_n^k$. В примере $C_3^1 = 3$.

Произведем оценку помехоустойчивости этих кодов с помощью выражений (1-5).

Для этого докажем следующие теоремы.

Теорема 1 Равновесная кодовая комбинация длины n с k единицами переходит в $C_k^r C_{n-k}^r$ комбинаций с r необнаруживаемыми ошибками.

Доказательство. Кодовая комбинация с необнаруживаемыми ошибками, очевидно, является равновесной. Для необнаруживаемого ошибочного перехода от одной равновесной комбинации к другой необходимо, чтобы переход r единиц в нули сопровождался переходом такого же количества r нулей в единицы. В противном случае ошибка будет обнаружена простым подсчетом единиц в кодовой комбинации.

Возьмем произвольную равновесную кодовую комбинацию. Допустим, что ее r нулей из их общего числа n-k переходят в r единиц. Тогда число вариантов перехода нулей в единицы будет C_{n-k}^r. Так как эти переходы сопровождаются по указанному выше условию переходом единиц в нули, то полученные комбинации будут равновесными.

Эти равновесные кодовые комбинации получаются при различных вариантах перехода в единицы r нулей из их общего числа n-k и при одном определенном расположении k единичных разрядов в исходной равновесной кодовой комбинации. При этом r единичных разрядов из k должны переходить в r нулей.

Так как возможное число расположений r единиц среди k единичных разрядов равно C_k^r, то соответственно общее число возможных комбинаций с r ошибками будет равно произведению $C_k^r C_{n-k}^r$. **Теорема доказана** .

Теорема 2 Число возможных ошибочных необнаруживаемых переходов при $k \le n/2$ равно

$$Y = \sum_{r=1}^{k} C_k^r C_{n-k}^r = C_n^k - 1. \qquad (7)$$

Доказательство. Любая равновесная кодовая комбинация с заданными k и n может перейти в любую другую с такими же k и n. Число таких комбинаций, очевидно, будет равно C_n^k. Но так как одна из них является исходной, то общее возможное число ошибочных переходов будет равно $C_n^k - 1$.

С другой стороны, в соответствии с теоремой 1 число ошибочных переходов с r ошибками равно $C_k^r C_{n-k}^r$. Тогда число Y всех ошибочных переходов с r=1,2,...,k будет равно $\sum_{r=1}^{k} C_k^r C_{n-k}^r$. Следовательно, $Y = C_n^k - 1$.

Теорема доказана.

Если известны вероятности переходов нуля в нуль (p_{00}) и единицы в единицу (p_{11}), то вероятности переходов нуля в единицу и единицы в нуль можно определить следующим образом: p_{01}=1-p_{00}, p_{10}=1-p_{11}.

Теорема 3 Вероятность перехода равновесной кодовой комбинации длины n с $k \le n/2$ единицами в любую разрешенную с необнаруживаемыми ошибками равна

$$V_i = \sum_{r=1}^{k} C_k^r C_{n-k}^r p_{01}^r p_{10}^r p_{11}^{k-r} p_{00}^{n-k-r}. \qquad (8)$$

Доказательство. Вероятность появления кодовой комбинации с r необнаруживаемыми ошибками определяется по известной формуле

$$P_r = p_{01}^r p_{10}^r p_{11}^{k-r} p_{00}^{n-k-r}. \qquad (9)$$

Тогда в соответствии с теоремой 1 вероятность V_i определится суммой

$$V_i = \sum_{r=1}^{k} C_k^r C_{n-k}^r P_r = \sum_{r=1}^{k} C_k^r C_{n-k}^r p_{01}^r p_{10}^r p_{11}^{k-r} p_{00}^{n-k-r}. \qquad (10)$$

Теорема доказана .

Теорема 4 Вероятность необнаруживаемых ошибочных переходов

$$V = V_i. \qquad (11)$$

Доказательство. Значение V_i представляет вероятность $p_i^н$ в выражении (2) и поэтому в случае $k \le n/2$ вероятность необнаруживаемых ошибочных переходов

$$V = \sum_{i=1}^{M} P_i p_i^H = \sum_{i=1}^{C_n^k} P_i V_i = \sum_{i=1}^{C_n^k} \sum_{r=1}^{K} P_i C_k^r C_{n-k}^r p_{01}^r p_{10}^r p_{00}^{n-k-r} p_{11}^{k-r}. \qquad (12)$$

Так как во всех M равновесных кодовых комбинациях, генерируемых источником информации, число единиц и нулей одно и то же, то и вероятности V_i для этих кодовых комбинаций равны между собой. Это значит, что любое генерируемое слово i имеет одну и ту же вероятность V_i перехода в комбинацию с необнаруживаемыми ошибками и соответственно

$$V = \sum_{i=1}^{C_n^k} P_i V_i = V_i \sum_{i=1}^{C_n^k} P_i = V_i \,. \qquad (13)$$

Теорема доказана .

Аналогичные теоремы для случая $k > n/2$ доказываются подобным образом.

Вероятность правильного перехода для случая равновесных кодов

$$\Pi = \sum_{i=1}^{C_n^k} P_i p_i^i = \sum_{i=1}^{C_n^k} P_i p_{00}^{n-k} p_{11}^k = p_{00}^{n-k} p_{11}^k \sum_{i=1}^{C_n^k} P_i = p_{00}^{n-k} p_{11}^k \,. \qquad (14)$$

Вероятность обнаруживаемого ошибочного перехода определится из выражения (6)

$$Z=1-\Pi-V. \qquad (15)$$

Таким образом, вероятность V необнаруживаемых ошибочных переходов для рассматриваемой модели источника информации с равновесными кодами не зависит от вероятностей кодовых комбинаций на входе СПД . Полученные выражения позволяют производить оценку помехоустойчивости равновесных кодов, а также рассчитывать производительность и надежность СПД на их основе.

SUMMARY

The new criteria of efficiency estimation for communication systems with equivalent codes is proposed. It is shown that reliability of communication doesn't depend upon probability distribution of information sourse messages.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Борисенко А.А., Онанченко Е.Л. Оценка помехоустойчивости неразделимых кодов /Вісн. Сум. ун-ту, 1994. - №2. - С. 64-68.
2. Березюк Н.Т. и др. Кодирование информации (двоичные коды).- Харьков: Изд-во Высшая школа, 1978.- 252 с.
3. Цымбал В.П. Теория информации и кодирования: Учебник.- К.: Вища шк.,1992.

Поступила в редколлегию 23 сентября 1998 г.

УДК 621.391.1

ОЦЕНКА ЭФФЕКТИВНОСТИ СИСТЕМЫ ПЕРЕДАЧИ ДАННЫХ С МАЖОРИТАРНЫМ ПРИНЦИПОМ КОДИРОВАНИЯ

А.А.Борисенко, проф.; В.А.Колесников; В.И.Черныш, инж.

Сегодня проблема надежной передачи данных, несмотря на значительные достижения в этой области техники, остается актуальной, так как требования к качеству передачи информации в настоящее время резко возросли. Одним из эффективных и простых методов защиты информации от помех является метод кодирования, при котором сообщение трансформируется кодирующим устройством в пакет из трех идентичных сообщений, которые затем последовательно передаются по каналу связи. Под воздействием помех эти сообщения могут исказиться. Правильными сообщениями считаются те, число которых в пакете будет больше, то есть два или три.

Вероятность правильной передачи информации в этом случае в