

**МОДЕЛЮВАННЯ ДИНАМІЧНОЇ РИНКОВОЇ РІВНОВАГИ
ВИРОБНИКА З НАДЛИШКОВОЮ КВОТОЮ ЕМІСІЙ
ПАРНИКОВИХ ГАЗІВ**

*А.М.Онищенко, канд. екон. наук, доцент;
Київський національний університет ім. Тараса Шевченка, м. Київ*

На основі теорії оптимального керування в статті запропоновано еколого-економічну модель поведінки виробника в умовах установлених обмежень на емісії парникових газів. При цьому розглядається випадок недовикористаної емісійної квоти. На основі достатніх умов оптимальності розглянуто існування оптимальних траєкторій моделі, зокрема виділено серед них магістральні.

Ключові слова: еколого-економічне моделювання, Киотський протокол, теорія оптимального керування, магістраль.

В статье, на основании теории оптимального управления, предложена эколого-экономическая модель поведения производителя в условиях ограничений на выбросы парниковых газов. При этом рассматривается случай профицита эмиссионной квоты для выполнения соответствующих положений Киотского протокола. На основании достаточных условий оптимальности рассмотрены условия существования оптимальных траекторий модели, в частности, выделены магистральные.

Ключевые слова: эколого-экономическое моделирование, Киотский протокол, теория оптимального управления, магистраль.

ВСТУП

На сьогоднішній день переважна більшість вчених визнає, що активна господарська діяльність людства призводить до різкої глобальної зміни довкілля. Науково-технічний прогрес, значне зростання енергетичної потужності цивілізації стали наслідком потепління приземної атмосфери планети. Викиди парникових газів в атмосферу внаслідок використання органічних видів палива, вирубка лісів, ерозія ґрунтів та ін. деформують ustalений хід природних процесів і, як наслідок, змінюють умови життєдіяльності суспільства.

Проблема оцінки антропогенного впливу до певного часу мала локальний характер і могла бути оцінена традиційними експериментальними методами. Однак за останні десятиліття стало очевидним, що проблема взаємодії цивілізації та навколишнього середовища набула загальнопланетарного, глобального характеру. Дослідження локального характеру, наскільки б важливими вони не були, на сучасному етапі є недостатніми. Подальший розвиток людства нерозривно пов'язаний з розвитком біосфери як єдиного цілого. Проблема гармонічного існування суспільства та довкілля, а більш точно, сумісної еволюції та гармонічної взаємодії, перетворилася в одне з важливих завдань сучасності. Ця проблема є багатоплановою. Вона пов'язує природні динамічні процеси з процесами, що відбуваються у суспільстві. Таким чином, необхідним є узгодження не лише суто екологічних аспектів, а також урахування економічної та соціальної складових.

Однією з перших міжнародних угод, покликаних розв'язати вказані проблеми, став Киотський протокол [1], який юридично зобов'язує сторони-учасниці кількісно обмежити або скоротити їх національні емісії парникових газів. Особливістю даної угоди є використання ринкових механізмів з метою вирішення глобальних екологічних проблем [2]. Таким чином, у рамках діючої угоди постає необхідність вибору між можливими економічними інструментами виконання взятих країною

зобов'язань, їх оптимізації і, зрештою, оптимального узгодження інтересів економіки та екології.

Важливу роль при цьому відіграє створення та аналіз відповідних математичних моделей. Це дозволяє передусім поєднати інформацію різного характеру, що є характерним для комплексних міждисциплінарних досліджень. Множина еколого-економічних факторів таких досліджень повинна бути структурованою та перетвореною в систему. Володіючи такою системою, можна отримати інструмент не лише аналізу, але й управління дослідженням. Окрім того, експериментувати з довкіллям неможливо і складність глобального експерименту мають не лише технічний характер. Таким чином, математичне моделювання є єдиним шляхом дослідження глобальних характеристик світового еколого-економічного процесу, єдина можливість отримати якісні та кількісні оцінки параметрів глобального біосферного процесу залежно від того чи іншого сценарію діяльності людства.

ПОСТАНОВКА ЗАВДАННЯ

У роботі [3] запропоновано еколого-економічну модель, що формалізує сценарій оптимального розвитку з умовах обмежень на емісії парникових газів. Модель відображає завдання визначення такого варіанта валового випуску продукції, а також кінцевого споживання та витрат на екологічну складову, які забезпечать найбільше інтегральне споживання.

При цьому кожен виробник ідентифікується рівнянням відтворення основних виробничих потужностей у припущенні, що інвестиції повністю витрачаються без урахування запізнення на приріст основних виробничих потужностей та на амортизаційні відрахування при відомому рівні виробничих потужностей у базовому році. Виробничі можливості задаються виробничою функцією, а весь валовий випуск продукції розподіляється на проміжне та кінцеве споживання (економічне та екологічне). Екологічне обмеження на емісії парникових газів будемо розглядати як різницю двох складових: обсягу викидів, який вважаємо пропорційним обсягу випущеного продукту, та обсягу знищених забруднень, пропорційного величині екологічних витрат.

Розглянута модель характеризує поведінку виробника в умовах необхідності скорочення обсягів емісій парникових газів або залучення додаткової квоти. Згідно з переліком країн, що ратифікували Кіотський протокол, до таких належать переважна більшість промислово розвинених країн. У той же час іншим контрагентом у механізмах гнучкості, закладених в основу Кіотського протоколу, є виробники, які мають надлишкову емісійну квоту, що дає їм можливість вільно нею розпоряджатись. Особливістю даної категорії є факт приналежності до неї економічних агентів, потенційно здатних нарощувати економічний потенціал, що, у свою чергу, призводить до зменшення вільної квоти або взагалі її втрати. Відповідно постає необхідність побудови оптимальної стратегії поведінки такого виробника, дослідження траєкторій розвитку, витрат на екологічну складову.

РЕЗУЛЬТАТИ ДОСЛІДЖЕННЯ

Розглянемо ситуацію взаємодії виробників в умовах аналогічних вищеприписаним за відмінності наявності надлишкової квоти на емісії парникових газів. Виробник має можливість її продати та отримати додаткові фінансові ресурси. При цьому центральну роль відіграють економічний та екологічний баланси економічного агента. Вважаємо, що весь випущений продукт розподіляється на виробниче та кінцеве споживання:

$$Y = bI + C,$$

де Y – обсяг валового випуску продукту;
 b – коефіцієнт прирідної фондоемності;
 I – обсяг залучених у виробництво інвестицій;
 C – величина споживчого продукту.

Припускаючи, що обсяг викидів парникових газів пропорційний обсягу випущеного продукту, екологічний баланс подамо у вигляді

$$kY \leq Q^s, \quad (1)$$

де k – коефіцієнт пропорційності;

Q^s – обсяг встановленої для виробника емісійної квоти.

За умови передачі вільної частини квоти на емісії парникових газів виробник збільшує на величину Ω її еквівалентний економічний баланс:

$$Y + \Omega = bI + C,$$

де Ω – частина валового випуску, яку отримує виробник за передану вільну квоту.

При цьому нерівність (1) перетворюється на рівність. Якщо вважати, що кожна одиниця скорочення викидів парникових газів пропорційна обсягу залученого додаткового економічного ресурсу, то екологічний баланс набирає вигляду

$$kY + n\Omega = Q^s,$$

де n – коефіцієнт пропорційності, причому для рентабельної економіки повинна виконуватись умова: $n > k$.

Валові інвестиції використовуються на приріст капіталу та відновлення виробничих потужностей за рахунок амортизаційних відрахувань:

$$I = \frac{dM}{dt} + \mu M,$$

де M – сумарна виробнича потужність;

μ – коефіцієнт амортизації.

У процесі виробництва використовується однорідна робоча сила R , а обсяг випуску валового продукту розподілений за виробничими потужностями в обсязі M . Пов'язує введені величини виробнича функція

$$Y = F(M, R).$$

Уведена в розгляд функція є лінійно однорідною, неперервною та двічі диференційованою [4]. Економічно доцільно також, щоб за умов збільшення обсягів використовуваного ресурсу зростав валовий випуск продукції, тобто виконувались співвідношення:

$$F'(M, R) > 0.$$

В умовах екстенсивного зростання збільшення витрат лише одного з виробничих факторів призводить до зниження ефективності його використання, тобто

$$F''(M, R) < 0.$$

Ураховуючи лінійну однорідність введеної виробничої функції, подамо її в такому вигляді:

$$Y = Mf(x), \quad x = \frac{R}{M}, \quad f(x) = F(1, x),$$

$$f(0) = 0, \quad f'(x) > 0, \quad f''(x) < 0.$$

Задача керування описаною системою полягає в тому, щоб знайти такий процес, який би забезпечував найбільше середньодушкове споживання на досліджуваному інтервалі часу $[0; T]$:

$$\int_0^T \frac{C}{R} dt \rightarrow \max.$$

Об'єднуючи введені співвідношення, отримуємо еколого-економічну модель оптимальної поведінки виробника:

$$\int_0^T \frac{C}{R} dt \rightarrow \max, \quad (2)$$

$$\frac{dM}{dt} = I - \mu M, \quad (3)$$

$$Y + \Omega = bI + C, \quad (4)$$

$$kY + n\Omega = Q^s, \quad (5)$$

$$R \leq R_0 e^{\lambda t}, \quad (6)$$

$$I \geq 0, \quad C \geq 0, \quad \Omega \geq 0, \quad 0 \leq t \leq T. \quad (7)$$

Таким чином, отримано модель еколого-економічної системи, яка в кожен момент часу характеризується низкою змінних: інтенсивністю випуску валового продукту, величиною невиробничого споживання, обсягами задіяних у виробництві потужностей, трудових ресурсів, інвестиціями та встановленою для виробника квотою на емісії парникових газів. Допустима множина розв'язків досліджуваної задачі обмежена умовами (3)-(7). Допустимий процес поданий сукупністю функцій $\nu = (M(t), Y(t), u(t))$, які задовольняють дані умови. Тут $Y(t)$ – стан еколого-економічної системи, $u(t)$ – керування. Очевидно, що такий процес не єдиний. Задача керування даною системою [5] полягає в тому, щоб визначити такий процес, який би забезпечував максимум середньодушового споживання (2).

З метою спрощення моделі (2)-(7) перейдемо до нових змінних:

$$\rho = \frac{M}{R^s}, \quad \sigma = \frac{I}{R^s}, \quad u = \frac{bI}{Y}, \quad v = \frac{R}{R^s}, \quad \omega^s = \frac{Q^s}{R^s}.$$

Введені відносні змінні дозволяють зіставити однорідні показники різних за масштабом еколого-економічних систем.

Використовуючи економічний (4) та екологічний (5) баланси, запишемо підінтегральну функцію функціоналу (2) у нових змінних:

$$\frac{C}{R^s} = \left(1 - u - \frac{k}{n}\right) \frac{Y}{R^s} + \frac{1}{n} \frac{Q^s}{R^s} = \left(1 - u - \frac{k}{n}\right) \frac{M}{R^s} f\left(\frac{R}{M}\right) + \frac{1}{n} \frac{Q^s}{R^s} = \left(1 - u - \frac{k}{n}\right) f\left(\frac{\nu}{\rho}\right) \rho + \frac{1}{n} \omega^s.$$

Динаміка зміни виробничих потужностей за часом буде визначатися такою умовою:

$$\frac{d\rho}{dt} = \frac{\frac{dM}{dt} R^s - M \lambda R^s}{(R^s)^2} = \frac{1}{R^s} \frac{dM}{dt} - \lambda \frac{M}{R^s} = \frac{I}{R^s} - (\lambda + \mu) \frac{M}{R^s} = \frac{u}{b} f\left(\frac{\nu}{\rho}\right) \rho - (\lambda + \mu) \rho.$$

Ураховуючи отримані співвідношення, еколого-економічну модель, подану умовами (2)-(7), приведемо до спрощеного вигляду:

$$\int_0^T \left(1 - u - \frac{k}{n}\right) f\left(\frac{\nu}{\rho}\right) \rho dt + \frac{1}{n} \int_0^T \omega^s ds \rightarrow \max, \quad (8)$$

$$\frac{d\rho}{dt} = \frac{u}{b} f\left(\frac{\nu}{\rho}\right) \rho - (\lambda + \mu) \rho, \quad \rho(0) = \rho_0, \quad (9)$$

$$0 \leq u \leq 1, \quad 0 \leq \nu \leq 1. \quad (10)$$

В отриманій задачі необхідно визначити процес $\nu = (\rho(t), u(t), \nu(t))$ на множині (9)-(10), за якого функціонал (8) набуває максимального значення. Таким чином, у новій моделі керуючою змінною є обсяг задіяних виробничих потужностей на одиницю трудових ресурсів $\rho(t)$, керуванням – частка споживання $u(t)$ та рівень зайнятості $\nu(t)$.

З метою дослідження задачі оптимального керування застосуємо принцип максимуму Понтрягіна [6], що дозволяє звужити вихідну множину допустимих процесів та виділити єдину оптимальну траєкторію $\rho(t)$, яка є оптимальною, та відповідне їй керування $u(t)$, $\nu(t)$.

Побудуємо функцію Гамільтона для досліджуваної задачі у вигляді

$$\begin{aligned} H &= \left(1 - \frac{k}{n} - u\right) f\left(\frac{\nu}{\rho}\right) \rho + p \left(\frac{u}{b} f\left(\frac{\nu}{\rho}\right) \rho - (\lambda + \mu) \rho\right) = \\ &= \left(\left(\frac{p}{b} - 1\right) u + 1 - \frac{k}{n}\right) f\left(\frac{\nu}{\rho}\right) \rho - p(\mu + \lambda) \rho. \end{aligned}$$

Спряжена змінна задовольняє умову

$$\frac{dp}{dt} = -\frac{\partial H}{\partial \rho} = (\lambda + \mu) p - \left(\frac{p}{b} u + 1 - \frac{k}{n} - u\right) \cdot \left(f\left(\frac{\nu}{\rho}\right) - \left(\frac{\nu}{\rho}\right) f'\left(\frac{\nu}{\rho}\right)\right), \quad p(T) = 0.$$

Проведемо аналіз функції Гамільтона на предмет існування максимуму. Враховуючи лінійну залежність відносно керуючої змінної, можна зробити висновок, що оптимальним керуванням буде:

1. $u = 0$, якщо $p < b$;
2. $0 < u < 1$, якщо $p = b$;
3. $u = 1$, якщо $p > b$.

Отже, існує точка перемикання $p = b$.

Завдяки властивостям виробничої функції $f\left(\frac{v}{\rho}\right)$ функція Гамільтона зростає по v . Тому на оптимальній траєкторії $v = 1$, що відповідає умові повної зайнятості.

Розглянемо оптимальні програми у фазовому просторі. Вище лінії перемикання $p > b$ точка рухається по траєкторії розв'язків системи

$$\begin{cases} \frac{d\rho}{dt} = \frac{1}{b} f\left(\frac{1}{\rho}\right) \rho - (\lambda + \mu) \rho, \\ \frac{dp}{dt} = (\lambda + \mu) p - \left(\frac{p}{b} - \frac{k}{n}\right) \left(f\left(\frac{1}{\rho}\right) - \left(\frac{1}{\rho}\right) f'\left(\frac{1}{\rho}\right) \right). \end{cases}$$

Нижче лінії перемикання $p < b$

$$\begin{cases} \frac{d\rho}{dt} = -(\lambda + \mu) \rho, \\ \frac{dp}{dt} = (\lambda + \mu) p - \left(1 - \frac{k}{n}\right) \left(f\left(\frac{1}{\rho}\right) - \left(\frac{1}{\rho}\right) f'\left(\frac{1}{\rho}\right) \right). \end{cases}$$

На лінії перемикання $p = b$

$$\begin{cases} \frac{d\rho}{dt} = \frac{u}{b} f\left(\frac{1}{\rho}\right) \rho - (\lambda + \mu) \rho, \\ \frac{dp}{dt} = (\lambda + \mu) p - \left(1 - \frac{k}{n}\right) \left(f\left(\frac{1}{\rho}\right) - \left(\frac{1}{\rho}\right) f'\left(\frac{1}{\rho}\right) \right). \end{cases}$$

Стаціонарна точка моделі при $\frac{d\rho}{dt} = 0$, $\frac{dp}{dt} = 0$ визначається системою рівнянь

$$\begin{cases} u f\left(\frac{1}{\rho}\right) = b(\lambda + \mu), \\ f\left(\frac{1}{\rho}\right) - \frac{1}{\rho} f'\left(\frac{1}{\rho}\right) = \frac{1}{1 - \frac{k}{n}} b(\lambda + \mu). \end{cases}$$

Це дозволяє за відомим із другого рівняння ρ визначити оптимальне керування u з першого рівняння системи, а за відомим керуванням та фазовою змінною знайти максимум інтегрального кінцевого споживання (2) побудованої еколого-економічної моделі та обсяг валового випуску продукції в умовах обмежень на емісії парникових газів.

ВИСНОВКИ

Таким чином, у статті розглянуто поведінку множини виробників за умов дії положень Кіотського протоколу. Особливістю встановлених ним умов є надлишок емісійної квоти, що дозволяє залучити додатковий економічний ресурс. Дослідження даної задачі на рівні економіко-математичного моделювання дозволило побудувати відповідну еколого-економічну модель максимізації середньодушового споживання за

необхідності виконання економічного та екологічного балансів. Зважаючи на динамічний вигляд отриманої моделі, встановлено існування оптимальних – магістральних траєкторій обсягів валового випуску продукції.

Як подальшу модифікацію розглянутого класу моделей можна запропонувати моделювання проблеми взаємодії двох класів виробників, один з яких має профіцит, інший – дефіцит встановленої емісійної квоти. Розширена в такий спосіб модель матиме більш інформативний характер у контексті змісту Кіотського протоколу, проте може призвести до певних труднощів з боку математичної складової її аналізу.

SUMMARY

THE MODELING OF DYNAMIC MARKET EQUILIBRIUM BY SURPLUS-EMISSION OF HOTAIR GASES LIMIT

A.M. Onyshchenko,

Taras Shevchenko National University, Kyiv

On the ground of the optimizing control theory is suggested a ecology-economy model of the producer by emission of hotair gases limit. The authors discuss the necessity of the additional quota according to Kyoto Protocol. Economy-mathematical analyses allowed to construct the optimal trajectories and specifically turnpike trajectory.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Кіотський протокол [Електронний ресурс]. // http://www.climate.org.ua/int_agr/kyoto.
2. Використання механізмів гнучкості Кіотського протоколу [Електронний ресурс] // <http://www.sustainable-cities-net.org.ua/publicationshow.php?id=504>
3. Ляшенко І.М. Моделювання динамічної ринкової рівноваги в умовах обмежень на викиди парникових газів / І.М. Ляшенко, А.М. Онищенко // Науковий вісник Київського національного торговельно-економічного університету. Серія «Економіка». – 2010. – №3.
4. Багриновский К.А. Производственные функции: теория, методы, применение/ К.А. Багриновский, Г.Б.Клейнер // Экономика и математические методы. – 1988. – №24. – Вып. 6. – С. 1144-1146. – Рец. на кн.: Клейнер Г.Б. Производственные функции: теория, методы, применение. – М.: Финансы и статистика, 1986. – 239 с.
5. Основы теории оптимального управления: учеб. пособие для экон. вузов / В.Ф. Кротов, Б.А. Лагоша, С.М. Лобанов, Н.И. Данилина, С.И. Сергеев; под общ. ред. В.Ф. Кротова.– М.: Высш. шк., 1990. – 430 с.
6. Понтрягин Л.С. Принцип максимума в оптимальном управлении: учебное пособие. – М.: Едиториал УРСС, 2004. – 64 с.

Надійшла до редакції 14 травня 2010 р.