УДК 621.391

СРЕДНЯЯ ДЛИНА ДВОИЧНЫХ БИНОМИАЛЬНЫХ ЧИСЕЛ ПРОИЗВОЛЬНОГО ДИАПАЗОНА

Кулик И.А., к.т.н. доц.
Сумский государственный университет
E-mail: kulik@pe.sumdu.edu.ua

Существуют методы биномиального кодирования, основанные на неравномерных биномиальных числах, не уступающие, а в некоторых случаях превосходящие по эффективности широко известные помехоустойчивые или экономичные коды. Распространению биномиальных кодов препятствует, в частности, неизученность вопроса о средней длине неравномерных биномиальных чисел. И если задача вычисления средней длины указанных чисел для полного диапазона биномиальной системы счисления с параметрами n и k автором была решена, то вопрос о средней длине биномиальных чисел для произвольного диапазона оставался нераскрытым.

В настоящем докладе предлагается анализ структуры двоичного неравномерного биномиального кода, на основании которого производится точная оценка его средней длины для произвольного диапазона чисел $X_z = (x_1 x_2 \dots x_i \dots x_r)$, где x_i – биномиальные разряды числа, $\max(k, n-k) \le r \le n-1$. В лексикографическом порядке неравномерных биномиальных чисел с параметрами n и k при каждом последующем исключении старшего по весу i-го биномиального разряда обнаруживается лексикографический порядок биномиальных чисел с параметрами $n-i$ и $k-q_i$, где $q_i = x_1 + x_2 + \dots + x_{i-1}$. Это обстоятельство позволяет воспользоваться уже известной формулой средней длины для полного диапазона, но уже при параметрах $n-i$ и $k-q_i$:

$$L(n-i,k-q_i)=\frac{(k-q_i)((n-i)-(k-q_i))((n-i)+2)}{((k-q_i)+1)((n-i)-(k-q_i)+1)}.$$

Обозначив через X_1 и X_2 соответственно начальное и конечное числа произвольного диапазона, среднюю длину принадлежащих ему неравномерных биномиальных чисел можно вычислить как:

1) для случая $X_1=0$, $X_2 \le C_n^k$

$$L_{cp}[0,X_2]=\frac{\sum\limits_{i=1}^{r} x_i\left[L(n-i,k-q_i)+1\right]\cdot N(n-i,k-q_i)}{X_2+1},$$

где $N(n-i,k-q_i)=C_{n-i}^{k-q_i}$ – количество двоичных неравномерных биномиальных чисел с параметрами $n-i$ и $k-q_i$; $x_1 x_2 \ldots x_i \ldots x_r$ – биномиальные разряды числа X_2+1;

2) для случая $X_1 \le X_2$, $X_1 \ne 0$, $X_2 \le C_n^k$

$$L_{cp}[X_1,X_2]=\frac{(X_2+1)L_{cp}[0,X_2]-(X_1+1)L_{cp}[0,X_1]}{X_2-X_1}.$$

На основе полученных соотношений возможна разработка математически более строгих способов оценки сложностных характеристик алгоритмов биномиального кодирования и декодирования, которые оперируют неравномерными биномиальными числами произвольного диапазона, а также получение эффективных способов решения задач информационного характера таких, как определение степени биномиального сжатия, нахождение информационной избыточности биномиальных чисел, информационной нагрузки биномиальных разрядов и т.д.