УДК 621.391.1

АЛГОРИТМЫ ФОРМИРОВАНИЯ КОМБИНАТОРНЫХ КОДОВ НА ОСНОВЕ МНОГОЗНАЧНЫХ БИНОМИАЛЬНЫХ ЧИСЕЛ

Онанченко Е. Л., ст.преп., Протасова Т. А., асп.

В настоящее время развивается новое направление в области кодирования, которое в качестве своей основы использует специальные системы счисления с неоднородной структурой [1]. Это направление особенно эффективно в случае формирования комбинаторных кодов, например, перестановок, сочетаний, композиций, сочетаний с повторениями, равновесных кодов и т. д.

Суть этого направления состоит в том, что решение задачи разбивается на два этапа : сначала осуществляется преобразование исходного числа в позиционной системе счисления в биномиальную систему счисления, а затем из биномиальной системы счисления в требуемый код.

В данной работе используется класс биномиальных неоднородных систем счисления с многозначным алфавитом.

Многозначная q-ичная биномиальная система счисления [2] характеризуется тем, что :

а) ее диапазон и весовые значения разрядов задаются биномиальными коэффициентами ;

б) максимальное число разрядов в биномиальных числах равно k ;

в) количество r информационных разрядов для различных биномиальных чисел является переменным ;

г) алфавит используемых цифр с учетом нуля содержит (n-k) цифр, где n - параметр системы счисления, влияющий на ее диапазон ;

д) вес разряда зависит от его местоположения в числе, стоящей в нем цифры и предшествующих цифр;

е) содержит контрольное число q=n-k , превышение которого в биномиальном числе приводит к появлению в нем ошибки.

Числовая функция, представляющая многозначную биномиальную систему счисления, имеет следующий вид:

$$A=\sum_{i=0}^{x_{k-1}-1} C_{n-i-1}^{k-1}+\sum_{i=0}^{x_{k-2}-1} C_{n-i-2-x_{k-1}}^{k-2}+\ldots+\sum_{i=0}^{x_{k-j}-1} C_{n-i-j-g_j}^{k-j}+\ldots+\sum_{i=0}^{x_0-1} C_{n-i-k-g_2}^{k-k}. \qquad (1)$$

В данной работе предлагается применить биномиальную систему счисления в качестве промежуточной для решения задачи генерирования комбинаторных кодов. Исходное десятичное число (номер кодовой комбинации) с помощью соответствующего алгоритма преобразуется в число биномиальной системы счисления, так как ее структура соответствует структуре требуемого комбинаторного кода, затем это число преобразуется в соответствующую ей комбинаторную конфигурацию (например, сочетание) и далее организовывается переход к двоичному коду с постоянным весом. Таким образом, преобразование происходит по следующей схеме : номер - биномиальное число - комбинаторная конфигурация.

Алгоритм перехода от номера к числу в биномиальной системе счисления содержит следующие шаги [3] :

1. Проверяется условие, что переводимое число не превышает диапазон чисел системы счисления, в которую оно переводится.

2. Определяется, не является ли нулем переводимое число. Если да, то оно представляется единственным образом - 00...0. Если нет, то необходимо произвести операцию поиска значений цифр каждого разряда биномиального числа.

3. Поиск значений цифр биномиального числа начинаем со старшего разряда, то есть j=1.

4. Присваиваем X_{k-j} =1 и вычисляем его количественный эквивалент A_{k-j}.

5. Если величина переводимого числа равна полученному количественному эквиваленту, то получена цифра данного разряда, а все младшие разряды равны нулю.

6. Если величина переводимого числа меньше количественного эквивалента данного разряда, то цифра в данном разряде на единицу меньше проверяемой величины и равна $X_{k-j}-1$. Переход к пункту 9.

7. Если величина переводимого числа больше количественного эквивалента данной цифры, то проверяемое значение цифры увеличивается на единицу и вычисляется ее количественный эквивалент.

8. Повторяется процедура, описанная в пунктах 5, 6, 7 до тех пор, пока величина количественного эквивалента не будет превышать переводимое число. В результате получена максимальная цифра разряда, равная $X_{k-j}-1$.

9. Определяем цифру следующего разряда. Из исходной величины переводимого числа вычитаем количественный эквивалент полученного ранее нового числа. Над полученной разностью производим операции, описанные в пунктах 4 - 8. В результате получена цифра следующего разряда.

10. Рассмотренные операции проводятся до тех пор, пока не будет получена цифра младшего разряда биномиального числа.

11. Процесс поиска окончен.

Пример. Перевести десятичное число (номер) S=116 в многозначное биномиальное число с k=4 и q=5, при этом n=k+q=9. Для заданных значений k и q диапазон биномиальных чисел $N=C_n^k=C_9^4=126>116$, и поэтому перевод данного числа в многозначную биномиальную систему счисления возможен и N>S. В связи с этим необходимо провести операции поиска значений цифр каждого разряда биномиального числа.

В соответствии с (1) биномиальное число с k=4, q=5 будет иметь вид:

$$A_i=\sum_{i=0}^{x_3-1} C_{n-1-i}^{k-1}+\sum_{i=0}^{x_2-1} C_{n-2-i-x_3}^{k-2}+\ldots+\sum_{i=0}^{x_1-1} C_{n-3-i-x_3-x_2}^{k-3}+\ldots+\sum_{i=0}^{x_0-1} C_{n-4-i-x_3-x_2-x_1}^{k-4}=\sum_{i=0}^{k_0-1} A_i .$$

Производим поиск значений цифр разрядов, начиная со старшего разряда:

$x_3=1$ $A_3=C_{n-1}^{k-1}=C_8^3=56< S$;

$x_3=2$ $A_3=C_8^3+C_7^3=56+35=91 < S$;

$x_3=3$ $A_3=C_8^3+C_7^3+C_6^3=56+35+20=111<S$;

$x_3=4$ $A_3=C_8^3+C_7^3+C_6^3+C_5^3=56+35+20+10=121>S$;

поэтому $x_3=3$, $A_3=111<S$, $S_2=S-A_3=116-111=5$.

Найдем цифру второго разряда биномиального числа:

$$x_2=1 \quad A_2=C^{k-2}_{n-2-x_3}=C^{4-2}_{9-2-3}=C^{2}_{4}=6,$$

поэтому

$$x_2=0 \quad S_1=S_2=5.$$

$$x_1=1 \quad A_1=C^{k-3}_{n-3-x_3-x_2}=C^{4-3}_{9-3-3-0}=C^{1}_{3}=3<S_1.$$

$$x_1=2 \quad A_1=C^{1}_{3}+C^{1}_{2}=3+2=5=S_1.$$

Так как $S_1=A_1$, то согласно пункту 5 $x_1=2$, а все младшие разряды равны нулю, т. е. $x_0=0$.Получили многозначное биномиальное число 3020.

Переход от многозначного биномиального числа к сочетанию организуем с помощью алгоритма, построенного на основе утверждения 1:

Утверждение 1. Если $\alpha_1\alpha_2...\alpha_i...\alpha_k$- есть многозначное число, то если к каждой α_i -й цифре этого числа прибавить индекс цифры, уменьшенный на единицу (i-1) , и сумму $\sum_{j=1}^{i-1}\alpha_j$ цифр числа, предшествующих ей при счете слева направо, то полученная цифра $\beta_i=\alpha_i+(i-1)+\sum_{j=1}^{i-1}\alpha_j$ является элементом последовательности, которая образует сочетание $B=\beta_1\beta_2...\beta_i...\beta_k$.

Алгоритм перехода от многозначного биномиального числа к соответствующему сочетанию будет иметь следующий вид :

1. Первая цифра сочетания равна старшей цифре многозначного биномиального числа.

2. Для следующей цифры биномиального числа вычисляется сумма S_{i-1} предыдущих цифр при счете слева направо.

3. Вычисляется соответствующая цифра сочетания:

$$\beta_i=\alpha_i+(i-1)+\sum_{j=1}^{i-1}\alpha_j.$$

4. Пункты 2, 3 повторяются до тех пор, пока не будет получена последняя k-я цифра сочетания.

Пример. Биномиальное число 3020 преобразовать в сочетание:

$$\beta_1=\alpha_1=3;$$

$$\beta_2=\alpha_2+(2-1)+\sum_{j=1}^{2-1}\alpha_j=0+1+3=4;$$

$$\beta_3=\alpha_3+(3-1)+\sum_{j=1}^{3-1}\alpha_j=2+2+3=7;$$

$$\beta_4=\alpha_4+(4-1)+\sum_{j=1}^{4-1}\alpha_j .$$

В результате получено сочетание - 3478.

Сочетания представляют собой сжатую форму записи равновесного кодового слова, так как :

1. Количество цифр в сочетании определяет количество единиц в равновесной кодовой комбинации (k=4).

2. Разрядность равновесного кода определяется соотношением
n=k+q=4+5=9, т. е. всего n-разрядов от нулевого до (n-1)-го.

3. Значения цифр сочетания являются адресами единиц в равновесных кодовых комбинациях.

Полученному сочетанию 3478 соответствует следующая равновесная кодовая комбинация: 110011000.

Таким образом, осуществлен переход от номера 116 к равновесной кодовой комбинации: 110011000.

Обратный переход, то есть задача нумерации равновесных кодов решается следующим образом: организовывается переход от двоичного кодового слова с постоянным весом к сочетанию, а затем к биномиальному многозначному слову и, наконец, в соответствии с выражением (1) - к степенной системе счисления.

Рассмотрим обратный переход.

Для преобразования равновесного кодового слова необходимо последовательно в порядке возрастания записать адреса (номера разрядов) единиц в кодовых комбинациях. Полученная запись представляет собой сочетание. Например, равновесному кодовому слову 011001010 соответствует сочетание 1367.

Переход от сочетания к многозначному биномиальному числу организуем с помощью алгоритма, построенного на основе утверждения 2.

Утверждение 2. Если $\beta_1\beta_2...\beta_i...\beta_K$ есть сочетание, и если от каждой, кроме первой β_i цифры сочетания, отнять предыдущую при счете слева направо цифру сочетания и единицу, а первая цифра равна старшей цифре сочетания, то полученная цифра $\alpha_i= \beta_i - \beta_{i-1} -1$ является элементом последовательности, которая образует многозначное биномиальное число $\alpha_1\alpha_2...\alpha_i...\alpha_K$.

Алгоритм преобразования сочетания в многозначное биномиальное число имеет следующий вид :

1. Старшая цифра многозначного биномиального числа равна первой цифре сочетания.

2. Вычисляется следующая цифра многозначного биномиального числа $\alpha_i= \beta_i - \beta_{i-1} -1$.

3. Пункт 2 повторять, пока не будет получена младшая цифра многозначного биномиального числа.

Пример. Преобразовать сочетание 1367 в многозначное биномиальное число:

$\alpha_1= \beta_1 =1$
$\alpha_2= \beta_2 - \beta_1 -1 =3-1-1=1.$
$\alpha_3= \beta_3 - \beta_3 -1 =6-3-1=2.$
$\alpha_4= \beta_4 - \beta_3 -1 =7-6-1=0.$

Получено многозначное биномиальное число 1120.

Переход от многозначного биномиального числа к номеру может быть осуществлен путем подстановки в (1) вместо X_i их значений и вычисления количественного эквивалента биномиального числа в десятеричной системе счисления. Итого :

Так как $k=4$, $q=n-k=5$,

$x_3=1 \quad A_3=C_{n-1}^{k-1}=C_8^3=56;$

$x_2=1 \quad A_2=C_6^2=15;$

$x_1=2 \quad A_1=C_4^1=C_3^1=4+3=7;$

$x_0=0 \quad A_0=0.$

Десятичный эквивалент биномиального числа 1120 равен $A_3+A_2+A_1+ +A_0= 56+15+7+0 = 78$. Это число является номером равновесного кодового слова 011001010.

Таким образом, в настоящей статье разработаны алгоритмы, использующие многозначную биномиальную систему счисления для формирования комбинаторных кодов, а также решена обратная задача нумерации комбинаторных конфигураций.

SUMMARY

The article deals with algorithms of forming of combined codes on binary system of numeration with multiciphered alphabet. With the help of corresponding algorithms the initial decimal number is transformed into the number of binary system of numeration, because this structure corresponds to the structure of combined code. Consequently this number is transformed into combinatory configuration. The inverse problem is solved. The work of algorithms is illustrated by examples.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Борисенко А. А. Методы синтеза информационных систем на основе позиционных чисел с неоднородной структурой. Автореферат диссертации на соискание ученой степени доктора технических наук.-Харьков, 1991.
2. Борисенко А. А. Об одной системе счисления с биномиальным основанием. - Рук. деп. в ВИНИТИ, 1982. N874-82.
3. Онанченко Е. Л., Протасова Т. А. Преобразование позиционных кодов в биномиальные с многозначным алфавитом//Вест. Сумс. гос. ун-та. - 1995.-N3.-С.63-66.

Поступила в редколлегию 6 февраля 1996 г.

УДК 681.32

ВЫЧИСЛЕНИЕ БИНОМИАЛЬНЫХ КОЭФФИЦИЕНТОВ В ЗАДАЧАХ КОДИРОВАНИЯ ИНФОРМАЦИИ

Бережная О.В., асс.

Одним из эффективных способов сжатия информации и повышения помехоустойчивости её передачи в системах связи является представление передаваемых сообщений в виде биномиальных кодов [1]. Однако это требует выполнения процедур вычисления целочисленных значений биномиальных