

PACS numbers: 05.70.Ln; 47.15.gm; 62.20.Qp; 64.60.-i; 68.35.Af; 68.60.-p

## НЕРАВНОВЕСНЫЕ СТАЦИОНАРНЫЕ РЕЖИМЫ ГРАНИЧНОГО ТРЕНИЯ

*Я.А. Ляшенко<sup>1</sup>, Л.С. Метлов<sup>2</sup>, А.В. Хоменко<sup>1</sup>, С.Н. Чепульский<sup>1</sup>*

<sup>1</sup> Сумский государственный университет,  
2, ул. Р. Корсакова, 40007, г. Сумы, Украина  
E-mail: [nabla04@ukr.net](mailto:nabla04@ukr.net), [khom@mss.sumdu.edu.ua](mailto:khom@mss.sumdu.edu.ua), [apichsn@gmail.com](mailto:apichsn@gmail.com)

<sup>2</sup> Донецкий физико-технический институт им. А.А. Галкина НАНУ,  
72, ул. Р. Люксембург, 83114, г. Донецк, Украина  
E-mail: [lsmet@fti.dn.ua](mailto:lsmet@fti.dn.ua)

*Предложена неравновесная термодинамическая модель, описывающая поведение ультратонкой пленки смазочного материала, зажато между двумя атомарно-гладкими твердыми поверхностями. В качестве параметра порядка выбран избыточный объем, значение которого увеличивается с плавлением и последующим разжижением смазки. Показано, что на поведение смазки критическое влияние оказывает нормальная компонента внешнего давления, действующего на трущиеся поверхности. Записана полная система кинетических уравнений, в которой управляющими параметрами являются относительная скорость сдвига трущихся поверхностей, их температура, а также внешнее нормальное давление. Построена фазовая диаграмма с областями различных режимов трения.*

**Ключевые слова:** ГРАНИЧНОЕ ТРЕНИЕ, НЕРАВНОВЕСНЫЕ ПРОЦЕССЫ, ВНУТРЕННЯЯ ЭНЕРГИЯ, ПРЕРЫВИСТЫЙ РЕЖИМ, ИНВАРИАНТЫ ТЕНЗОРА ДЕФОРМАЦИИ, ПЛАВЛЕНИЕ СДВИГОМ.

*(Получено 13.03.2011, в отредактированной форме – 27.05.2011, опубликовано online – 05.11.2011)*

### 1. ВВЕДЕНИЕ

В последние годы со стремительным развитием методов экспериментального исследования микро- и наносистем активно изучается режим граничного трения, возникающий при толщине смазочного материала менее 10 атомарных слоев [1]. В экспериментах часто в качестве поверхностей трения используются атомарно-гладкие поверхности слюды, а в роли смазки сферические молекулы октаметилциклотетрасилоксана (ОМЦТС) и линейные цепные молекулы тетрадекана либо гексадекана [2, 3]. Такой тонкий слой проявляет аномальные свойства по отношению к объемным смазкам [2]. Одной из отличительных особенностей является присущий сухому трению [4] прерывистый режим движения (stick-slip) [2-5]. Указанный режим устанавливается за счет периодического затвердевания смазки при ее сжатии трущимися поверхностями и последующего скачкообразного плавления с превышением сдвиговыми напряжениями предела текучести. Такой механизм получил название

сдвигового плавления, и в подобных системах проявляется одновременно с обычным термодинамическим.

При плавлении ультратонкого слоя смазочного материала стационарные состояния, в которых он находится, не являются равновесными термодинамическими фазами, а представляют кинетические режимы трения. Причина кроется в том, что на симметрию состояния смазки сильное влияние оказывает атомный рельеф трущихся поверхностей, которые разделены этой смазкой [6]. Нетривиальное влияние на установление режима трения оказывает давление, приложенное к поверхностям [2]. В процессе трения состояния смазочного материала сильно отличаются от твердого и жидкого состояний, в которых может находиться этот же смазочный материал большей толщины. Поэтому вводят понятия твердоподобной и жидкоподобной фаз. О плавлении ультратонких слоев смазок судят по увеличению их объема [7], а также коэффициента диффузии [7-9]. Экспериментально наблюдаемой величиной из этих двух является объем, поэтому для описания состояния системы в работе [10] вводится параметр  $f$ , квадрат которого имеет физический смысл избыточного объема, возникающего за счет хаотизации структуры твердого тела в процессе плавления. С увеличением  $f$  растет плотность дефектов в смазке, и за счет этого она переходит в жидкоподобную фазу, соответствующую при трении кинетическому режиму пластического течения, или скольжению трущихся поверхностей с низкой силой трения между ними.

Данная работа является продолжением работ [10-13] и посвящена исследованию граничного режима трения с учетом неравновесных процессов, возникающих за счет обмена энергией между смазочным материалом и окружающей средой, которую представляют поверхности трения, играющие роль термостата. Также в предлагаемой работе показано нетривиальное влияние давления на установление режима трения, которое ранее установлено экспериментально [2].

## 2. ВНУТРЕННЯЯ ЭНЕРГИЯ И СТАЦИОНАРНЫЕ СОСТОЯНИЯ

Запишем разложение для объемной плотности внутренней энергии  $u$  по параметру  $f$  с учетом вкладов от упругих компонент сдвиговых деформаций  $\varepsilon_{ij}^e$ , равновесной  $s$  и неравновесной  $\tilde{s}$  составляющих энтропии в виде

$$u = u_0 + t_0 \tilde{s} - \frac{1}{2} t_1 \tilde{s}^2 + \phi_0 f^2 - \frac{1}{4} \phi_1 f^4 + \frac{1}{6} \phi_2 f^6, \quad (1)$$

где величина  $f^2$  представляет избыточный объем, нулевое значение которого отвечает твердоподобной структуре смазки, а ненулевое – жидкоподобной [10]. Причем в свою очередь

$$u_0 = u_0^* + \frac{1}{2} \lambda (\varepsilon_{ii}^e)^2 + \mu \varepsilon_{ij}^e \varepsilon_{ji}^e + \alpha s^2, \quad (2)$$

$$\phi_0 = \phi_0^* - \frac{1}{2} \bar{\lambda} (\varepsilon_{ii}^e)^2 - \bar{\mu} \varepsilon_{ij}^e \varepsilon_{ji}^e - \alpha_\phi s^2, \quad (3)$$

$$t_0 = t_0^* + \frac{1}{2} \tilde{\lambda} (\varepsilon_{ii}^e)^2 + \tilde{\mu} \varepsilon_{ij}^e \varepsilon_{ji}^e, \quad (4)$$

где  $\varepsilon_{ii}^e, \varepsilon_{ij}^e \varepsilon_{ji}^e$  – первые два инварианта тензора деформации.

Упругие напряжения выражаются через внутреннюю энергию (1):

$$\frac{\partial u}{\partial \varepsilon_{ij}^e} \equiv \sigma_{ij}^e = \lambda \varepsilon_{ii}^e \delta_{ij} + 2\mu \varepsilon_{ij}^e - (\bar{\lambda} \varepsilon_{ii}^e \delta_{ij} + 2\bar{\mu} \varepsilon_{ij}^e) f^2 + (\tilde{\lambda} \varepsilon_{ii}^e \delta_{ij} + 2\tilde{\mu} \varepsilon_{ij}^e) \tilde{s}, \quad (5)$$

где  $\varepsilon_{ij}^e$  – сдвиговая компонента упругой деформации. Последнее выражение можно представить в виде эффективного закона Гука [14]

$$\sigma_{ij}^e = 2\mu_{eff} \varepsilon_{ij}^e + \lambda_{eff} \varepsilon_{ii}^e \delta_{ij} \quad (6)$$

с эффективными упругими параметрами

$$\mu_{eff} = \mu - \bar{\mu} f^2 + \tilde{\mu} \tilde{s}, \quad (7)$$

$$\lambda_{eff} = \lambda - \bar{\lambda} f^2 + \tilde{\lambda} \tilde{s}, \quad (8)$$

уменьшающимися с ростом избыточного объема, растущего при плавлении смазки.

Для плоско-деформированного состояния смазки, в котором  $\varepsilon_{22}^e = 0$ , инварианты тензора деформации определяются следующим образом [11, 12, 15]:

$$\varepsilon_{ii}^e = \frac{n}{\lambda_{eff} + \mu_{eff}}, \quad (9)$$

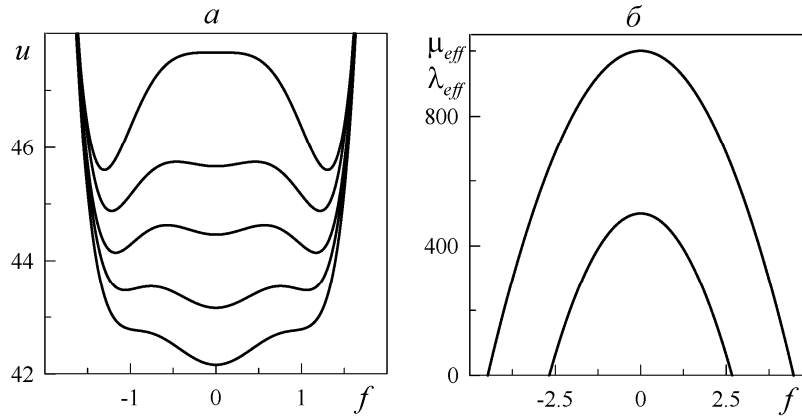
$$\varepsilon_{ij}^e \varepsilon_{ji}^e = \frac{1}{2} \left[ \left( \frac{\tau}{\mu_{eff}} \right)^2 + (\varepsilon_{ii}^e)^2 \right], \quad (10)$$

где  $n, \tau$  – нормальная и касательная компоненты напряжений, действующих на смазку со стороны трущихся поверхностей. Сдвиговое напряжение  $\tau$  определяется из выражения (6), которое при  $i \neq j$  ( $\delta_{ij} = 0$ ) приводит к зависимости

$$\tau = 2\mu_{eff} \varepsilon_{ij}^e. \quad (11)$$

Сперва рассмотрим упрощенную ситуацию, когда в выражении для внутренней энергии (1) равны нулю обе составляющие энтропии. На рис. 1а приведены соответствующие профили внутренней энергии  $u(f)$ .

Для каждой кривой на рисунке для удобства выбраны различные значения константы  $u_0^*$ , которая влияет только на положение кривой относительно оси ординат, на вид зависимости  $u(f)$  значение  $u_0^*$  влияния не оказывает. При малых упругих деформациях (нижняя кривая) реализуется единственный нулевой минимум потенциала  $u(f)$ , соответствующий стационарному состоянию с нулевым значением избыточного объема  $f^2 = 0$ ,



**Рис. 1** – а: зависимость плотности внутренней энергии  $u$  (Дж/м<sup>3</sup>) (1) от параметра  $f$  (безразмерная величина) при  $\phi_0^* = 2$  Дж/м<sup>3</sup>,  $\phi_1 = 8,5$  Дж/м<sup>3</sup>,  $\phi_2 = 5$  Дж/м<sup>3</sup>,  $\lambda = 5 \cdot 10^{11}$  Па,  $\bar{\lambda} = 7 \cdot 10^{10}$  Па,  $\mu = 10^{12}$  Па,  $\bar{\mu} = 5 \cdot 10^{10}$  Па,  $n = -7 \cdot 10^5$  Па,  $\bar{s} = s = 0$ . Кривые, расположенные снизу вверх, соответствуют деформациям  $\varepsilon_{ij}^e = 10^{-6}$ ;  $2 \cdot 10^{-6}$ ;  $3 \cdot 10^{-6}$ ;  $3,5 \cdot 10^{-6}$ ;  $4,5 \cdot 10^{-6}$  и уровню отсчета энергии  $u_0^* = 40$ ; 35; 26,3; 21; 7 (Дж/м<sup>3</sup>); б: зависимость эффективных упругих параметров  $\mu_{eff}$  (ГПа) (7) (верхняя кривая) и  $\lambda_{eff}$  (ГПа) (8) (нижняя кривая) от параметра  $f$

смазка при этом твердоподобна. Согласно рис. 1б нулевому значению  $f$  соответствуют максимальные значения упругих параметров. При увеличении деформации (три средние кривые на рис. 1а) на зависимости помимо нулевого дополнительно реализуются два симметричных ненулевых минимума, соответствующие жидкоподобному состоянию смазки, отделенные от нулевого минимума максимумами потенциала. Поскольку ненулевые минимумы от нулевого отделены максимумами, при изначальном твердоподобном состоянии смазки в детерминистическом случае переход системы в состояние, соответствующее этим минимумах, невозможен. При дальнейшем увеличении деформации (верхняя кривая) разграничивающие максимумы исчезают, и система резко по механизму фазового превращения первого рода переходит в состояние, соответствующее минимуму энергии при  $f \neq 0$  (смазка плавится). Если теперь уменьшать деформацию, то при появлении разграничивающих максимумов затвердевание смазки невозможно, вплоть до их исчезновения.

Стационарные состояния смазки определяются условием  $\partial u / \partial f = 0$ , приводящим к уравнению

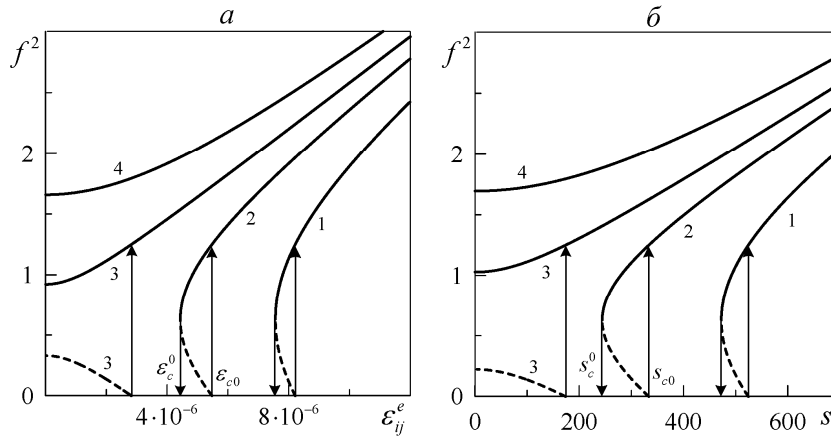
$$\bar{\mu} \varepsilon_{ij}^e \varepsilon_{ji}^e + \alpha_\phi s^2 = \phi_0^* - \frac{1}{2} \bar{\lambda} (\varepsilon_{ii}^e)^2 - \frac{1}{2} \phi_1 f^2 + \frac{1}{2} \phi_2 f^4 + \frac{n^2 (\bar{\lambda} + \bar{\mu})}{(\lambda_{eff} + \mu_{eff})^2}, \quad (12)$$

которое удобно представить как функцию  $\varepsilon_{ij}^e \varepsilon_{ji}^e(f, n, s, \bar{s})$ , либо  $s(f, n, \varepsilon_{ij}^e \varepsilon_{ji}^e, \bar{s})$ . При анализе уравнения (12) упругую сдвиговую

деформацию  $\varepsilon_{ij}^e$  будем определять согласно (9), (10), (11) через инварианты:

$$\varepsilon_{ij}^e = \frac{1}{2} \sqrt{2\varepsilon_{ij}^e \varepsilon_{ji}^e - (\varepsilon_{ii}^e)^2}. \quad (13)$$

Зависимости стационарного значения избыточного объема  $f_0^2(\varepsilon_{ij}^e)$  при фиксированных величинах энтропии  $s$  и  $f_0^2(s)$  при фиксированных деформациях  $\varepsilon_{ij}^e$ , рассчитанные согласно уравнениям (12), (13) и значении  $\tilde{s} = 0$  показаны на рис. 2.



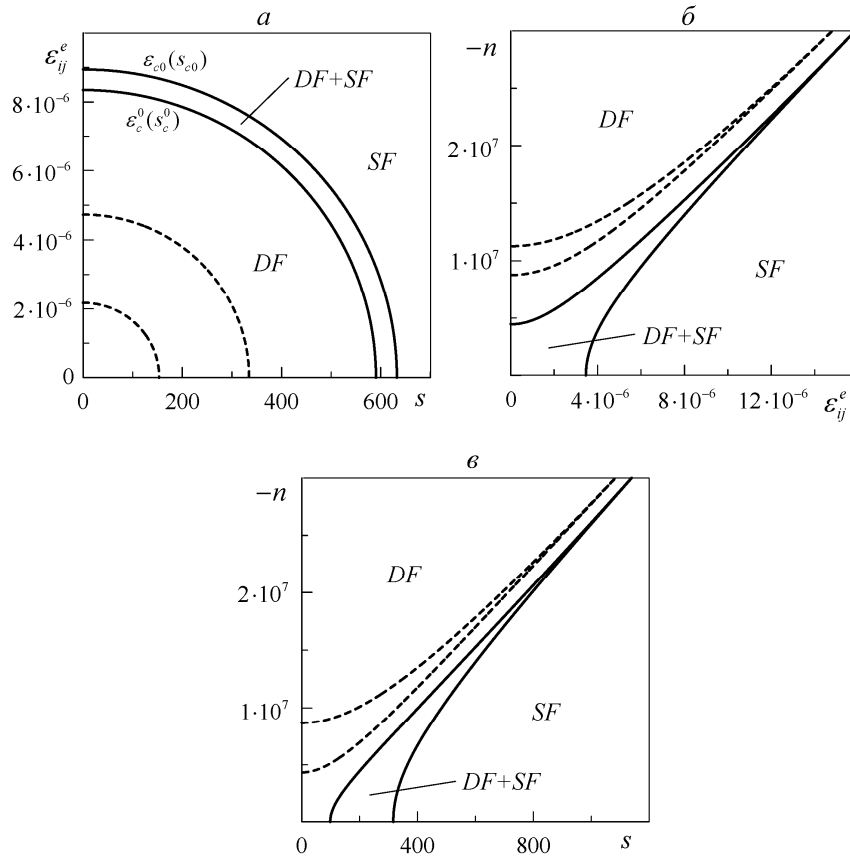
**Рис. 2** – Зависимость стационарного значения избыточного объема  $f^2$  (безразмерная величина) от упругой деформации  $\varepsilon_{ij}^e$  (безразмерная величина) и энтропии  $s$  ( $\text{Дж} \cdot \text{К}^{-1} \cdot \text{м}^{-3}$ ) при параметрах рис. 1,  $\alpha = 0,95 \text{ К}^2 \cdot \text{м}^3 / \text{Дж}$ ,  $\alpha_\phi = 2 \cdot 10^{-5} \text{ К}^2 \cdot \text{м}^3 / \text{Дж}$ , нормальных напряжениях  $p = -1,5 \cdot 10^7 \text{ Па}$  и неравновесной энтропии  $\tilde{s} = 0$ : а – кривые 1–4 соответствуют фиксированным значениям энтропии  $s = 250; 500; 600; 700$  ( $\text{Дж} \cdot \text{К}^{-1} \cdot \text{м}^{-3}$ ); б – кривые 1–4 построены при фиксированных деформациях  $\varepsilon = 5 \cdot 10^{-6}; 7,6 \cdot 10^{-6}; 8,6 \cdot 10^{-6}; 10^{-5}$

Согласно кривым 1 и 2 при повышении деформации (энтропии) от нулевых значений избыточный объем сначала равен нулю (смазка твердоподобна), затем его значение при деформации  $\varepsilon_{ij}^e = \varepsilon_{c0}$  (энтропии  $s = s_{c0}$ ) скачкообразно увеличивается, а смазка при этом плавится. С дальнейшим уменьшением деформации (энтропии) смазка затвердевает при меньших значениях  $\varepsilon_{ij}^e = \varepsilon_c^0$  ( $s = s_c^0$ ). Таким образом, зависимость имеет гистерезисный характер, что соответствует фазовым переходам первого рода. Согласно рис. 2а с увеличением энтропии плавление происходит при меньшем значении деформации, а рис. 2б показывает уменьшение значения  $s_{c0}$  с ростом  $\varepsilon_{ij}^e$ . Кривая 3 на рассматриваемых рисунках соответствует ситуации, когда в случае плавления смазка уже не может затвердеть при уменьшении соответствующего управляющего параметра (деформации на рис. 2а, либо энтропии на рис. 2б), поскольку

с его уменьшением вплоть до нулевого значения на зависимости  $u(f)$  не исчезает потенциальный барьер (штриховая часть зависимости), мешающий смазке вновь затвердеть. Также существуют критические значения энтропии системы и упругих деформаций, с превышением которых при выбранном значении давления смазка всегда жидкоподобна (кривая 4 на обоих рисунках), что говорит о реализации двух симметричных ненулевых минимумов на зависимости  $u(f)$ , разграниченных единственным нулевым максимумом.

На рис. 3 показаны фазовые диаграммы состояний смазки в координатах управляющих параметров при  $\tilde{s} = 0$ , полученные в результате численного анализа уравнений (12), (13). Рис. 3а представляет собой зависимости критических деформаций  $\varepsilon_{c0}$ ,  $\varepsilon_c^0$  от энтропии системы  $s$ . Кривые на этом рисунке можно также интерпретировать как зависимости  $s_{c0}$ ,  $s_c^0$  от уровня деформации  $\varepsilon_{ij}^e$ . Выше кривой  $\varepsilon_{c0}(s_{c0})$  смазка жидкоподобна и реализуется режим жидкостного трения ( $SF$ ). Потенциал в этой области имеет вид, показанный верхней кривой на рис. 1а. Ниже кривой  $\varepsilon_c^0(s_c^0)$  смазка твердоподобна, что соответствует виду внутренней энергии  $u(f)$ , показанной нижней кривой на рис. 1а. В области между кривыми на рис. 3 состояние смазки зависит от начальных условий. Потенциал в указанной области имеет вид, показанный тремя средними зависимостями на рис. 1а. Штриховыми линиями на рисунке показаны области фазовой диаграммы при уменьшенном значении нормальных напряжений. Можно сделать вывод, что с ростом нагрузки на трущиеся поверхности область сухого трения расширяется, а также сужается область гистерезиса, отделяющая указанную область от области жидкоподобного состояния. Внешняя нагрузка, описываемая в нашей модели нормальными напряжениями  $n$ , на трибологические системы наноразмеров часто оказывает критическое влияние. Например, в экспериментальной работе [2] показано, что рост нагрузки для одних типов смазок приводит к увеличению критической скорости плавления, а для других смазок эта скорость наоборот уменьшается. Также вариации давления приводят к изменению частоты фазовых переходов и т.д. Для выяснения влияния внешних напряжений на состояние смазки на рис. 3б, в приведены фазовые диаграммы в координатах давление-деформация и давление-энтропия соответственно.

Из этих диаграмм следует, что с ростом нагрузки на поверхности трения переход смазки из твердоподобного состояния (область  $DF$ ) в жидкоподобное (область  $SF$ ) происходит, минуя область гистерезиса ( $DF + SF$ ). Другими словами, при больших значениях внешнего давления фазовый переход первого рода не осуществляется, вместо него происходит непрерывное плавление смазки по механизму фазового превращения второго рода. Ранее в рамках подобной модели [12] было показано, что рост давления приводит к затвердеванию смазки и увеличению значения полной силы трения, причем в зависимости от значения  $n$  может осуществляться фазовый переход как первого, так и второго рода. При малых значениях внешнего давления модель [12] описывает только фазовый переход первого рода.



**Рис. 3** – Фазовые диаграммы с областями жидкостного (SF) и сухого (DF) трения при параметрах рис. 1 и рис. 2. а: сплошные линии соответствуют напряжению  $n = -1.5 \cdot 10^7$  Па, для штриховых  $n = -3 \cdot 10^6$  Па; б: сплошные линии соответствуют значению энтропии  $s = 200$  Дж · К<sup>-1</sup> · м<sup>-3</sup>, для штриховых  $s = 450$  Дж · К<sup>-1</sup> · м<sup>-3</sup>; в: сплошные линии соответствуют деформации  $\varepsilon_{ij}^e = 0$ , для штриховых  $\varepsilon_{ij}^e = 5 \cdot 10^{-6}$

**3. КИНЕТИЧЕСКИЕ УРАВНЕНИЯ**

Обычно в экспериментах фиксируют не энтропию, а ее изменение, рассчитываемое с помощью косвенных измерений. Поэтому гораздо удобней фиксировать температуру смазки, которую можно измерять непосредственно. Температура определяется через внутреннюю энергию (1):

$$\frac{\partial u}{\partial s} \equiv T = 2s(\alpha - \alpha_\phi f^2), \tag{14}$$

откуда условие положительности температуры дает максимально возможное значение для параметра избыточного объема  $f_{\max} = \sqrt{\alpha/\alpha_\phi}$ . Аналогичным образом определим температуру неравновесной подсистемы:

$$\frac{\partial u}{\partial \tilde{s}} \equiv \tilde{T} = t_0 - t_1 \tilde{s}. \quad (15)$$

Запишем эволюционные уравнения для неравновесных параметров  $f$  и  $\tilde{s}$  в виде Ландау-Халатникова:

$$\tau_f \dot{f} = -\frac{\partial u}{\partial f}, \quad \tau_s \dot{\tilde{s}} = \frac{\partial u}{\partial \tilde{s}}, \quad (16)$$

где постоянные  $\tau_f$ ,  $\tau_s$  обратны кинетическим коэффициентам. Согласно уравнениям (16) внутренняя энергия по координате  $f$  стремится к своему минимальному значению, а по координате  $\tilde{s}$  – к максимуму, что соответствует неравновесным процессам [16, 17].

Эволюционные уравнения (16) в явном виде принимают вид

$$\tau_f \frac{\partial f}{\partial t} = -2\phi_0 f + \phi_1 f^3 - \phi_2 f^5 - \frac{2n^2 (\bar{\lambda} + \bar{\mu}) f}{(\lambda_{eff} + \mu_{eff})^2}, \quad (17)$$

$$\tau_s \frac{\partial \tilde{s}}{\partial t} = t_0 - t_1 \tilde{s}, \quad (18)$$

где наличие последнего слагаемого в (17) обусловлено зависимостью инвариантов (9), (10) от величины  $f$ . В уравнении (18) слагаемое со знаком "+" описывает прирост неравновесной энтропии за счет внешних источников энергии (работа), а со знаком «-» – ее уход в равновесную подсистему.

Поскольку мы рассматриваем неравновесную открытую систему, для описания процессов теплообмена смазки с окружающей средой необходимо ввести температуру поверхностей трения  $T_e$ . В случае неоднородного нагрева среды уравнение теплопроводности представляет обычное уравнение непрерывности [14]

$$T \frac{\partial s}{\partial t} = \kappa \nabla^2 T, \quad (19)$$

где коэффициент теплопроводности  $\kappa$  полагается постоянным. Для упрощения задачи будем считать смазку однородной по плоскости ( $\nabla_x^2 = \nabla_y^2 = 0$ ). Ввиду тонкости смазочного слоя для нормальной составляющей  $\nabla_z^2$  с достаточной точностью можно использовать приближение  $\nabla_z^2 T \approx (T_e - T) / h^2$ , где  $h$  – толщина смазки или расстояние между трущимися поверхностями. С учетом этого уравнение (19) запишется в более простом виде

$$\frac{\partial s}{\partial t} = \frac{\kappa}{h^2} \left( \frac{T_e}{T} - 1 \right), \quad (20)$$

где величина  $h^2/\kappa$  играет роль времени релаксации, в течение которого происходит выравнивание температур по толщине смазки за счет теплопроводности. Однако (20) еще не учитывает взаимодействие



равновесной и неравновесной подсистем. Убыль неравновесной энтропии учитывается отрицательными слагаемыми в эволюционном уравнении (18), значит эти же слагаемые должны учитывать прирост равновесной энтропии. С учетом этого обстоятельства получим окончательное уравнение для равновесной энтропии:

$$\tau_s \frac{\partial s}{\partial t} = t_1 \tilde{s} + \tau_s \frac{\kappa}{h^2} \left( \frac{T_e}{T} - 1 \right). \quad (21)$$

В этом случае температура смазки  $T$  (14) в стационарном состоянии  $\partial s / \partial t = 0$  определяется не только температурой поверхностей трения  $T_e$ , играющей роль термостата (окружающей среды), как в (20), но также и значением неравновесной энтропии  $\tilde{s}_0$ .

В работах [10-13] получено кинетическое уравнение для деформации  $\varepsilon_{ij}^e$  в виде

$$\tau_\varepsilon \dot{\varepsilon}_{ij}^e = -\varepsilon_{ij}^e + \frac{V_{ij} \tau_\varepsilon}{h}, \quad (22)$$

где  $\tau_\varepsilon$  – максвелловское время релаксации внутренних напряжений, а  $V_{ij}$  – относительная скорость сдвига трущихся поверхностей.

Для исследования кинетики системы необходимо совместно численно решать систему кинетических уравнений (17), (18), (21), (22), определяя инварианты согласно (9), (10), сдвиговые напряжения  $\tau$  из (11), упругие постоянные из (7), (8), а текущую температуру  $T$  смазки согласно (14).

Согласно уравнениям, приведенным в данном разделе, управляющими параметрами, которые могут задаваться произвольным образом, являются температура поверхностей трения  $T_e$ , нагрузка на верхнюю трущуюся поверхность  $n$ , а также скорость движения трущегося блока  $V_{ij}$ , значение которой определяет уровень деформаций  $\varepsilon_{ij}^e$ . Стационарные значения температуры смазки  $T$ , энтропии  $s$ , неравновесной энтропии  $\tilde{s}$ , а также избыточного объема  $f^2$  устанавливаются с течением времени в результате эволюции системы в согласии с выбранными управляющими параметрами [13]. В общем случае это усложняет рассмотрение, проведенное в предыдущем разделе статьи, где указанные параметры полагаются независимыми и выбираются произвольным образом. Причем учет неравновесной энтропии предполагает большее количество стационарных состояний, чем показано на рис. 3. Например, условие стационарности  $\partial \tilde{s} / \partial t$  в (18) приводит к уравнению для стационарных состояний

$$\left[ \mu + \lambda - f^2 (\bar{\mu} + \bar{\lambda}) + \tilde{s} (\tilde{\mu} + \tilde{\lambda}) \right]^2 (t_1 \tilde{s} - t_0^* - 2\tilde{\mu} (\varepsilon_{ij}^e)^2) - \frac{1}{2} (\tilde{\lambda} + \tilde{\mu}) n^2 = 0, \quad (23)$$

где  $\varepsilon_{ij}^e$  – упругая деформация. Уравнение (23) относительно  $\tilde{s}$  кубическое, причем имеет ненулевые коэффициенты при всех степенях  $\tilde{s}$ , а также содержит свободный член. В общем случае оно имеет три корня, представляющие стационарные значения  $\tilde{s}_0$ . При этом картина стационарных состояний, представленная на рис. 3, где полагается  $\tilde{s} = 0$ , существенно усложняется.

#### 4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В предлагаемой работе разработана общая теория, адекватно описывающая явления, происходящие в процессе граничного трения. Рассмотрено термодинамическое (с повышением энтропии системы) и сдвиговое (с повышением деформации) плавление. Показано, что с ростом избыточного объема уменьшаются упругие модули, что приводит к разжижению смазки в динамических системах. В работе рассматриваются стационарные состояния, однако также записана замкнутая система кинетических уравнений, которая может использоваться для исследования динамики процесса и описания имеющихся в литературе конкретных экспериментальных данных. При построении модели учтены процессы теплопроводности, что позволяет описывать затвердевание смазки за счет отдачи тепла поверхностям трения (окружающей среде). Выделено две подсистемы – неравновесная, получающая теплоту при совершении над системой работы (при сдвиге поверхностей), и равновесная, в которую частично переходит эта теплота в результате внутренних процессов. Таким образом, рассматривается открытая система с типом неравновесности, связанным с двусторонним обменом системы энергией с окружающими телами.

Работа выполнена при поддержке Государственного фонда фундаментальных исследований Украины (ДФФД) и Российского фонда фундаментальных исследований (РФФИ) (гранты Ф25/46-2010, Ф40.7/58).

#### NON-EQUILIBRIUM STATIONARY MODES OF BOUNDARY FRICTION

*I.A. Lyashenko*<sup>1</sup>, *L.S. Metlov*<sup>2</sup>, *A.V. Khomenko*<sup>1</sup>, *S.N. Chepulskyi*<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Sumy State University,  
2, Rimsky-Korsakov Str., 40007, Sumy, Ukraine  
E-mails: [nabla04@ukr.net](mailto:nabla04@ukr.net), [khom@mss.sumdu.edu.ua](mailto:khom@mss.sumdu.edu.ua), [apichsn@gmail.com](mailto:apichsn@gmail.com)

<sup>2</sup> Donetsk Institute for Physics and Engineering  
named after A.A. Galkin of the NASU,  
72, R.-Luxemburg Str., 83114, Donetsk, Ukraine  
E-mail: [lsmet@fti.dn.ua](mailto:lsmet@fti.dn.ua)

*A non-equilibrium thermodynamic model describing the behavior of an ultrathin lubricating material film confined between two atomically-smooth solid surfaces is proposed. As the order parameter the excess volume is chosen whose value increases with melting and subsequent fluidization of lubricant. It is shown that the external pressure, applied perpendicularly to the friction surfaces, influences crucially on lubricant behavior. The total system of kinetic equations is written down in which the relative shear velocity of rubbing surfaces, their temperature, and external normal pressure are the control parameters. Phase diagram with domains of different friction regimes is built.*

**Keywords:** BOUNDARY FRICTION, NON-EQUILIBRIUM PROCESSES, INTERNAL ENERGY, STICK-SLIP MODE, INVARIANTS OF STRAIN TENSOR, SHEAR MELTING.

НЕРІВНОВАЖНІ СТАЦІОНАРНІ РЕЖИМИ МЕЖОВОГО ТЕРТЯ

Я.О. Ляшенко<sup>1</sup>, Л.С. Метлов<sup>2</sup>, О.В. Хоменко<sup>1</sup>, С.Н. Чепульський<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Сумський державний університет,  
2, вул. Р. Корсакова, 40007, г. Суми, Україна  
E-mails: [nabla04@ukr.net](mailto:nabla04@ukr.net), [khom@mss.sumdu.edu.ua](mailto:khom@mss.sumdu.edu.ua), [apichsn@gmail.com](mailto:apichsn@gmail.com)

<sup>2</sup> Донецький фізико-технічний інститут ім. О.О. Галкіна НАНУ,  
72, вул. Р. Люксембург, 83114, г. Донецьк, Україна  
E-mail: [lsmet@fti.dn.ua](mailto:lsmet@fti.dn.ua)

Запропоновано нерівноважну термодинамічну модель, яка описує поведінку ультратонкої плівки змащувального матеріалу, що затиснутий між двома атомарно-гладкими твердими поверхнями. В якості параметра порядку вибраний надлишковий об'єм, значення якого збільшується з плавленням та наступним розрідженням мастила. Показано, що на поведінку мастила критичний вплив надає нормальна компонента зовнішнього тиску, що діє на поверхні тертя. Записано повну систему кінетичних рівнянь, в якій керуючими параметрами є відносна швидкість зсуву поверхонь, що труться, їх температура, а також зовнішній нормальний тиск. Побудовано фазову діаграму з областями із різними режимами тертя.

**Ключові слова:** МЕЖОВЕ ТЕРТЯ, НЕРІВНОВАЖНІ ПРОЦЕСИ, ВНУТРІШНЯ ЕНЕРГІЯ, ПЕРЕРИВЧАСТИЙ РЕЖИМ, ІНВАРІАНТИ ТЕНЗОРА ДЕФОРМАЦІЇ, ЗСУВНЕ ПЛАВЛЕННЯ.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРЫ

1. B.N.J. Persson, *Sliding friction. Physical principles and applications* (Berlin: Springer-Verlag: 1998).
2. H. Yoshizawa, Y.-L. Chen, J. Israelachvili, *J. Phys. Chem.* **97**, 4128 (1993); H. Yoshizawa, J. Israelachvili, *J. Phys. Chem.* **97**, 11300 (1993).
3. J. Israelachvili, *Surf. Sci. Rep.* **14**, 109 (1992).
4. Я.А. Ляшенко, *ЖТФ* **81** №5, 115 (2011) (I.A. Lyashenko, *Tech. Phys.* **56**, 701 (2011)).
5. E.D. Smith, M.O. Robbins, M. Cieplak, *Phys. Rev. B* **54**, 8252 (1996).
6. V.L. Popov, *Tech. Phys.* **46**, 605 (2001).
7. O.M. Braun, A.G. Naumovets, *Surf. Sci. Rep.* **60**, 79 (2006).
8. P.A. Thompson, G.S. Grest, M.O. Robbins, *Phys. Rev. Lett.* **68**, 3448 (1992).
9. M.L. Gee, P.M. McGuiggan, J.N. Israelachvili, *J. Chem. Phys.* **93**, 1895 (1990).
10. I.A. Lyashenko, A.V. Khomenko, L.S. Metlov, *Tribol. Int.* **44**, 476 (2011).
11. Л.С. Метлов, А.В. Хоменко, Я.А. Ляшенко, С.Н. Чепульський, *Ж. нано-електрон. фіз.* **2** №2, 35 (2010).
12. Я.А. Ляшенко, А.В. Хоменко, Л.С. Метлов, *Трение и износ* **32**, 30 (2011) (I.A. Lyashenko, A.V. Khomenko, L.S. Metlov, *J. Frict. Wear* **32**, 113 (2011)).
13. I.A. Lyashenko, A.V. Khomenko, L.S. Metlov, *Tech. Phys.* **55**, 1193 (2010).
14. L.D. Landau, E.M. Lifshitz, *Theory of Elasticity, 3rd ed.* (Oxford: Pergamon Press: 1981).
15. L.M. Kachanov, *Foundations of the Theory of Plasticity* (Amsterdam: North-Holland: 1971).
16. L.S. Metlov, *Phys. Rev. E* **81**, 051121 (2010).
17. A.I. Olemskoi, A.V. Khomenko, D.O. Kharchenko, *Physica A* **323**, 263 (2003).