УДК 519.248

ИНТЕГРАЛЬНАЯ ОЦЕНКА ДВУМЕРНОЙ ФУНКЦИИ И ЕЕ ПРИМЕНЕНИЕ ДЛЯ ТЕХНИЧЕСКОЙ ДИАГНОСТИКИ

Авраменко В.В.

Важной задачей технической диагностики квазистационарных стохастических объектов является обнаружение причин нестабильности их статических и динамических характеристик. Так, случайные изменения питающих напряжений могут вызвать отклонения от заданных статических характеристик нелинейных элементов электроники. Колебания давления сжатого воздуха, поступающего на пневматические исполнительные механизмы, приводят к случайным изменениям динамических характеристик системы автоматического регулирования.

Для решения указанной задачи нужно по реализациям входных и выходных процессов определять в реальном времени оценки статических и динамических характеристик квазистационарных объектов и исследовать их статистические связи с другими случайными процессами.

Для объектов , у которых входные процессы не контролируются (например, системы телеметрии), можно в реальном времени определять статистические характеристики выходных процессов (спектральные плотности, автокорреляционные функции и др.). Нестабильность характеристик объектов приводит к соответствующим случайным изменениям статистических характеристик их выходных процессов и, следовательно, делает пригодными эти характеристики для обнаружения источника нестабильности.

Следует подчеркнуть, что для решения задачи нельзя воспользоваться взаимной корреляционной функцией (ВКФ), найденной для выходных процессов двух объектов. В общем случае оба объекты могут быть линейными. И тогда в случае независимых входных процессов выходные процессы не будут коррелированы, несмотря на наличие связи между случайными характеристиками этих объектов.

Так как статические характеристики стохастических объектов, их амплитудно- и фазочастотные характеристики, а также спектральные плотности, авто- и взаимнокорреляционные функции выходных и входных процессов случайно изменяются во времени - все они являются двумерными случайными функциями. Определение статистических связей двумерных случайных функций с одномерными или другими двумерными является сложным и трудоемким.

Действительно, предположим нужно установить, является ли случайный процесс $\xi(t)$ причиной случайного изменения во времени спектральной плотности $S(\omega,t)$ (t - время, ω - круговая частота) квазистационарного процесса $y(t)$. Для этого следует проверить, существует ли статистическая связь между $S(\omega,t)$ и $\xi(t)$. Чтобы получить $S(\omega,t)$, $y(t)$ подается на анализатор спектра в реальном времени, например, типа 3348 фирмы Брюль и Къер. Анализатор непрерывно в реальном времени выдает на экран дисплея дискретный график для 400 значений частоты. Все 400 ординат случайно изменяются во времени. В общем случае связь между $S(\omega,t)$ и $\xi(t)$ может существовать в ограниченном диапазоне частот. Если он априорно неизвестен, может понадобиться исследовать связи $\xi(t)$ с каждой из 400 случайных ординат спектральной плотности.

Задача еще более усложняется, если нужно установить существует ли статистическая связь между, например, двумя спектральными характеристиками. Чтобы упростить эту задачу, в данной работе предлагается зафиксированному в текущий момент времени t графику функции, например, $S(\omega,t)$, поставить в соответствие значение количественной оценки $A(t)$, т.е. от двумерной функции $S(\omega,t)$ перейти к одномерной - $A(t)$. Естественно, может быть бесконечно много графиков, которым будет соответствовать одно и то же значение A. Однако, переход от одного такого графика к другому будет проходить через промежуточные графики и, как правило, сопровождаться изменениями значений количественной оценки. Требования к этой оценке определяются возлагаемыми на нее функциями.

1. Оценка A должна быть интегральной. Например, для $f(x,t)$, где t - время, она должна быть определена на всем исследуемом интервале изменения x. Это необходимо, чтобы обнаруживать статистическую связь между случайными функциями $f(x,t)$ и $\psi(g,t)$ по их интегральным оценкам $A(f,t)$ и $A(\psi,t)$ независимо от того, в каких априорно неизвестных интервалах изменения x и g эта связь может появиться.

2. Использование интегральной оценки $A(f,t)$ случайной функции $f(x,t)$ для исследования ее связей с другими случайными функциями выдвигает требование, чтобы размерность этой оценки в физических единицах измерения совпадала с размерностью функции $f(x,t)$.

3. Воздействия на объект могут вызывать такие изменения его параметров, при которых график исследуемой характеристики просто перемещается вдоль оси абсцисс. Необходимо, чтобы значение оценки изменялось и в этом случае.

Таким образом, задача определения количественной оценки графика функции сводится к следующему. Дано множество X действительных чисел и множество T действительных положительных чисел. Для $x \in [a,b]$ и $t \in T$ определено множество Y числовых функций $y = f(x,t)$. Определено также множество Z числовых функций $z = \psi(x,t)$, где $x \in [c,d]$, $t \in T$.

Пусть $a \neq c$, $b-a = d-c = l$ (1)

Будем считать, что $y \in Y$ равен элементу $z \in Z$, если при фиксированном $t = t_\phi \in T$ $y = f(a+\xi, t_\phi)$ равно $z = \psi(c+\xi, t_\phi)$, где $\xi \in [0,l]$.

Например, $y = x+5$, $x \in [1,5]$ равен $z = x-4$, $x \in [10,14]$. На объединении множеств X и Z нужно определить функционал A, отвечающий перечисленным выше требованиям. В частности, для $y \in Y$ и равному ему $z \in Z$ должно выполняться требование $A(y) \neq A(z)$.

Известны [1] линейные и квадратичные интегральные оценки, служащие мерой длительности переходной составляющей ошибки регулирования. Однако, ни одна из этих оценок не отвечает всем указанным выше требованиям.

Представляет интерес информационная интегральная оценка U_ε, разработанная для спектральной плотности случайного процесса [2]. Она основана на понятии об ε - энтропии. Для изменяющейся во времени t спектральной плотности $S_x(\omega,t)$ случайного процесса $x(t)$оценка имеет вид:

$$U_\varepsilon(x,t) = \int\limits_{S_x(\omega,t)>\lambda_x^2} \frac{1}{|\omega|} \ln \frac{S_x(\omega,t)}{\lambda_x^2} d\omega \qquad (2)$$

Здесь: ω - круговая частота;

λ_x^2 - ненаблюдаемая часть бесконечного спектра $S_x(\omega,t)$, определяемая допустимой погрешностью контроля процесса $x(t)$. Интегральная оценка (2) чувствительна как к изменению графика спектральной плотности,так и к перемещению этого графика вдоль оси частот. Кроме того, для линейного квазистационарного объекта при стационарном входном процессе разность интегральных оценок U_ε, вычисленных для входного и выходного процессов, является интегральной оценкой амплитудно-частотной характеристики этого объекта. Эти свойства оценки U_ε позволили решить ряд задач технической диагностики и распознавания состояний стохастических объектов [3,4]. Однако, если интегральную оценку U_ε вычислять для иных, кроме спектральных, характеристик, то применяемая при этом операция логарифмирования не всегда может быть выполнена, а главное, не всегда будет необходимость в этой операции. Поэтому требуется разработка отличной от упомянутых выше интегральной оценки,которая удовлетворяла бы перечисленным выше трем требованиям. Последнее из них может быть выполнено, если при вычислении функционала A для $f(x,t)$ под интеграл ввести x. Чтобы при этом выполнилось и второе требование, x должен быть в знаменателе. Таким образом, под интегралом должно быть отношение $f(x,t)/x$.

Во избежание деления на ноль предлагается ограничить область, на которой определяется функционал A. Эта область

$$\Omega_1 = \Omega \setminus \Omega_\lambda \qquad (2а)$$

Здесь Ω -область задания функции $f(x,t)$ или только та ее часть, которая интересует исследователя, например,где происходят изменения во времени $f(x,t)$. Для некоторых симметричных графиков интеграл от $f(x,t)$ по всей области ее определения всегда равен нулю. В этом случае в качестве Ω также следует брать лишь часть области задания функции (например, функционал вычислять отдельно в каждом квадранте);

Ω_λ - область, в которой $|x| < |\lambda_x|$;

$|\lambda_x|$-порог чувствительности системы контроля параметра x или же нижний предел для $|x|$, назначаемый исследователем с учетом условий решения задачи. Таким образом, предлагаемый функционал имеет вид:

$$A(f,t) = \int\limits_{\Omega_1} \frac{f(x,t)}{x} dx \qquad (3)$$

Очевидно, что он удовлетворяет первым двум требованиям. Убедимся, что выполняется и последнее из них. Из описанных выше множеств Y и Z возьмем элемент $y = f(x, t_\phi)$ и равный ему элемент $z = \psi(x, t_\phi)$ при фиксированном $t = t_\phi \in T$. Пусть $c = a + \delta$, $\delta \neq 0$. С учетом (1) $d = b + \delta$. Для определенности $b > a > |\lambda_x|$.

Имеющие по условию одинаковую длину l отрезки $[a,b]$ и $[a+\delta, b+\delta]$, на которых заданы соответственно множества функций Y и Z, каждый разобъем на m одинаковых отрезков $h = l/m$. Вычислим приближенно функционал (3) для $f(x,t_\phi)$ и $\psi(x,t_\phi)$.

$$A_1 = h \sum_{i=1}^{m} \frac{f(a+ih, t_\phi)}{a+ih}; \qquad (4)$$

$$A_2 = h \sum_{i=1}^{m} \frac{\psi(a+ih+\delta, t_\phi)}{a+ih+\delta}. \qquad (5)$$

По условию $f(a+ih, t_\phi) = \psi(a+ih+\delta, t_\phi)$ $\quad (i = \overline{1,m})$.

Поскольку $\delta \neq 0$, то $a+ih \neq a+ih+\delta$. Следовательно, всегда

$$\frac{f(a+ih,t_\phi)}{a+ih} \neq \frac{\psi(a+ih+\delta,t_\phi)}{a+ih+\delta} \quad \text{для } i = \overline{1,m}.$$

Отсюда $A_1 \neq A_2$,что и требовалось доказать. Сдвиг графика вдоль оси абсцисс приводит к изменению значения функционала (3).

Теорема.

Даны случайные функции $f(x,t)$ и $\psi(g,t)$, где t -время.

$f(x,t)$ изменяется во времени под влиянием случайного воздействия $\xi(t)$. На $\psi(g,t)$ влияет случайное воздействие $\eta(t)$.

Возможно появление случайного воздействия $\theta(t)$, влияющего одновременно на $f(x,t)$ и $\psi(g,t)$.

$\xi(t), \eta(t), \theta(t)$ - независимые, стационарные, эргодические.

Докажем, что появление общего воздействия $\theta(t)$ приводит к возникновению статистической связи между интегральными оценками (3), вычисляемыми в реальном времени для $f(x,t)$ и $\psi(g,t)$.

Доказательство.

Функционал (3) для $f(x,t)$ и $\psi(g,t)$ имеет вид:

$$A(f,t)=\int_{\Omega_1}\frac{f(x,t)}{x}dx; \tag{6}$$

$$A(\psi,t)=\int_{\Omega_2}\frac{\psi(g,t)}{g}dg. \tag{7}$$

Здесь: Ω_1, Ω_2 - области интегрирования, определенные в соответствии с (2а).

Учитывая, что на $f(x,t)$ влияет $\xi(t)$, на $\psi(g,t)$ - $\eta(t)$ и на обе функции может влиять $\theta(t)$, оценки (6) и (7) запишем в следующем виде:

$$A(f,t)=\varphi_1(\xi,\theta,t); \tag{8}$$

$$A(\psi,t)=\varphi_2(\eta,\theta,t). \tag{9}$$

Для (8) и (9) осуществим статистическую линеаризацию:

$$\varphi_1(\xi,\theta,t)\cong\varphi_1(m_\xi,m_\theta)+\varphi'_{1\theta}\left(m_\xi,m_\theta\right)\overset{\circ}{\theta}(t)+$$
$$+\varphi'_{1\xi}\left(m_\xi,m_\theta\right)\overset{\circ}{\xi}(t); \tag{10}$$

$$\varphi_2(\eta,\theta,t)\cong\varphi_2(m_\eta,m_\theta)+\varphi'_{2\theta}(m_\eta,m_\theta)\overset{\circ}{\theta}(t)+$$
$$+\varphi'_{2\eta}(m_\eta,m_\theta)\overset{\circ}{\eta}(t). \tag{11}$$

Здесь m_θ, m_ξ, m_η -математические ожидания для $\theta(t), \xi(t)$, $\eta(t)$; $\varphi'_{1\theta}\left(m_\theta,m_\xi\right), \varphi'_{1\xi}\left(m_\theta,m_\xi\right), \varphi'_{2\theta}(m_\theta,m_\eta), \varphi'_{2\eta}(m_\theta,m_\eta)$ - производные функций $\varphi_1(\xi,\theta,t)$ и $\varphi_2(\eta,\theta,t)$ по θ,ξ,η в точках $\left(m_\theta,m_\xi\right),(m_\theta,m_\eta)$; $\overset{\circ}{\theta}(t), \overset{\circ}{\xi}(t), \overset{\circ}{\eta}(t)$ - центрированные случайные процессы.

С учетом, что по условию $\theta(t), \xi(t)$ и $\eta(t)$ - независимые,найдем взаимную корреляционную функцию (ВКФ) для $\varphi_1(\xi,\theta,t_1)$ и $\varphi_2(\eta,\theta,t_2)$:

$$M[\overset{\circ}{\varphi}_1(\theta,\xi,t_1)\,\overset{\circ}{\varphi}_2(\theta,\eta,t_2)]=$$
$$=\varphi'_{1\theta}\left(m_\theta,m_\xi\right)\varphi'_{2\theta}(m_\theta,m_\eta)R_{\theta\theta}(t_1,t_2), \tag{12}$$

где $R_{\theta\theta}(t_1,t_2)$ - автокорреляционная функция (АКФ) для $\theta(t)$; $\overset{\circ}{\varphi}_1(\theta,\xi,t_1), \overset{\circ}{\varphi}_2(\theta,\eta,t_2)$ - центрированные случайные процессы.

Пусть частные производные $\varphi'_{1\theta}\left(m_\theta,m_\xi\right), \varphi'_{2\theta}(m_\theta,m_\eta)$ не равны нулю. Тогда не равна нулю и ВКФ (12). Следовательно появление $\theta(t)$приводит к возникновению статистической связи между интегральными оценками $A(f,t)$ (6) и $A(\psi,t)$ (7),что и требовалось доказать. Благодаря применению интегральной оценки (3), связь между $f(x,t)$ и $\psi(g,t)$ обнаруживается независимо от того, в каких интервалах изменения x и g она возникает.

Таким образом, для обнаружения статистической связи между двумя двумерными случайными функциями необходимо в реальном времени выполнять следующие операции:

1. По реализациям выходных или совместно входных и выходных случайных эргодических процессов находить текущие оценки исследуемых двумерных случайных функций $f(x,t)$ и $\psi(g,t)$ (статических или динамических характеристик объектов, спектральных плотностей, АКФ и других характеристик случайных процессов).

2. Вычислять интегральные оценки $A(f,t)$ (6) и $A(g,t)$ (7), получая таким образом вместо двумерных одномерные случайные процессы.

3. Определять наличие статистической связи между $A(f,t)$ (6) и $A(\psi,t)$ (7), например, вычислять для них ВКФ.

Указанные операции можно выполнять как с помощью специальной аппаратуры [5], так и с помощью сопряженной с объектом ЭВМ.

Пример.

Дана конструкция, подверженная вибрации от двух независимых источников $И_1$ и $И_2$. На ней установлены два вибродатчика $Д_1$ и $Д_2$, сигналы $y(t)$ и $z(t)$ от которых поступают на анализаторы спектральной плотности в реальном времени. С их помощью определяются текущие оценки спектральных плотностей $s_1(\omega,t)$и $s_2(\omega,t)$ соответственно для $y(t)$

и $z(t)$. График спектральной плотности, выдаваемый на экран дисплея, разбит на n (например, n=400) равных отрезков шириной $\omega_{\min}$ (минимальная частота при Фурье-анализе). Значения ординат на каждом отрезке одинаковые по величине и равны для сигнала от $Д_1$ - $c_i(t)$ при $i\omega_{\min} \le \omega \le (i+1)\omega_{\min}$, а для сигнала от $Д_2$ - $q_j(t)$ при $j\omega_{\min} \le \omega \le (j+1)\omega_{\min}$, $(i,j=\overline{1,n})$.

Мощности источников медленно (по сравнению с частотами вибрации) изменяются под влиянием случайных воздействий:

$\xi(t)$ - для $И_1$ и $\eta(t)$ - для $И_2$.

$$c_i(t) = c_{i0} + a_i\xi(t); \tag{13}$$

$$q_j(t) = q_{j0} + \alpha_j\eta(t). \tag{14}$$

Здесь: $c_{i0} \ge 0, q_{j0} \ge 0, a_i, \alpha_j$ - постоянные коэффициенты.

Возможно появление неконтролируемого случайного воздействия $\theta(t)$, вызывающего деформации конструкции и, как следствие, изменение спектральных плотностей $s_1(\omega,t)$ и $s_2(\omega,t)$ в некоторых заведомо неизвестных диапазонах частот. Пусть конкретно $\theta(t)$ влияет на $c_k(t)$ и $q_p(t)$.

Тогда с учетом (13) и (14)

$$c_k(t) = c_{k0} + a_k\xi(t) + b\theta(t) \tag{15}$$

$$q_j(t) = q_{j0} + \alpha_p\eta(t) + \beta\theta(t) \tag{16}$$

Здесь: b, β - постоянные коэффициенты.

Пусть $\xi(t), \eta(t), \theta(t)$ - независимые, стационарные, эргодические.

Требуется по случайным функциям $s_1(\omega,t)$ и $s_2(\omega,t)$ установить факт появления $\theta(t)$.

1. По реализациям случайных процессов $y(t)$ и $z(t)$ определяются ординаты $c_i(t)$ и $q_j(t)$ $(i,j=1,n)$ спектральных плотностей $s_1(\omega,t)$ и $s_2(\omega,t)$.

2. С учетом (13),(14),(15),(16) находим значения интегральной оценки (3) для $s_1(\omega,t)$ и $s_2(\omega,t)$.

$$A_1(t) = \sum_{\substack{i=1\\ i\ne k}}^{n} \int_{i\omega_{\min}}^{(i+1)\omega_{\min}} \frac{c_i(t)}{\omega} d\omega + \int_{k\omega_{\min}}^{(k+1)\omega_{\min}} \frac{c_k(t)}{\omega} d\omega =$$

$$= \sum_{\substack{i=1\\ i\ne k}}^{n} \frac{c_{i0} + a_i\xi(t)}{i\omega_{\min}} \ln\left|\frac{i+1}{i}\right| + \frac{c_{k0} + a_k\xi(t) + b\theta(t)}{k\omega_{\min}} \ln\left|\frac{k+1}{k}\right|; \tag{17}$$

$$A_2(t) = \sum_{\substack{j=1\\ j\ne p}}^{n} \int_{j\omega_{\min}}^{(j+1)\omega_{\min}} \frac{q_j(t)}{\omega} d\omega + \int_{p\omega_{\min}}^{(p+1)\omega_{\min}} \frac{q_p(t)}{\omega} d\omega =$$

$$= \sum_{\substack{j=1\\ j\ne p}}^{n} \frac{q_{j0} + \alpha_j\eta(t)}{j\omega_{\min}} \ln\left|\frac{j+1}{j}\right| + \frac{q_{p0} + \alpha_p\eta(t) + \beta\theta(t)}{p\omega_{\min}} \ln\left|\frac{p+1}{p}\right|. \tag{18}$$

В соответствии с обозначениями (8), (9) найдем частные производные для $A_1(t)$ и $A_2(t)$ по θ.

$$\varphi'_{1\theta}\left(m_\theta, m_\xi\right) = \frac{b}{k\omega_{\min}} \ln\left|\frac{k+1}{k}\right|; \tag{19}$$

$$\varphi'_{2\theta}(m_\theta, m_\eta) = \frac{\beta}{p\omega_{\min}} \ln\left|\frac{p+1}{p}\right|. \tag{20}$$

Подставим (19) и (20) в (12) и получим ВКФ для $A_1(t)$ и $A_2(t)$.

$$M\left[\overset{\circ}{\varphi}_1(\theta,\xi,t_1)\,\overset{\circ}{\varphi}_2(\theta,\eta,t_2)\right] =$$

$$= \frac{b\beta}{kp\omega_{\min}^2} \ln\left|\frac{k+1}{k}\right| \ln\left|\frac{p+1}{p}\right| R_{\theta\theta}(t_1,t_2); \tag{21}$$

Ни один из сомножителей в (21) не равен нулю. Следовательно, появление случайного воздействия $\theta(t)$ обнаруживается по возникновению корреляции между интегральными оценками (3) для спектральных плотностей $s_1(\omega,t)$ и $s_2(\omega,t)$.

Предложенная интегральная оценка (3), позволяющая перейти от двумерной случайной функции к одномерной, значительно упрощает обнаружение статистических связей случайных характеристик стохастических объектов между собой и с другими случайными процессами. Как следствие, упрощается поиск случайных процессов, вызывающих нестабильность характеристик стохастических объектов.

SUMMARY

The integral evaluation which allows to pass from two-dimensional random function to one-dimensional one is given. This simplifies the revealing of statistical connections of random static and dynamic characteristics of quasi-stationary objects with other random processes. The evaluation can be used in technical diagnostics for searching random actions causing unstabilities of objects' characteristics.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Красовский А.А.,Поспелов Г.С. Основы автоматики и технической кибернетики.-М.:"Госэнергоиздат",1962,с.272-276.
2. Авраменко В.В. Спектральный метод контроля технологических объектов в АСУТП //Автоматизированные системы управления и приборы автоматики,вып.58 -Респ.межвед.научн.-техн.сб.,Харьков;Вища школа, 1981, с.40-44.
3. А.с.1177825А (*SU*). Устройство для обнаружения стохастической связи между случайными процессами (его варианты). // В.В.Авраменко.-Опубл. в Б.И. N33,1985.
4. Авраменко В.В. Использование интегральных оценок спектральных плотностей для обнаружения стохастических связей. ДЕП в УкрНИИНТИ 25.05.88, N 1280-Ук88.
5. Мирский Г.Я.Характеристики стохастической взаимосвязи и их измерения.-М.: "Энергоиздат",1987,319с.

Поступила в редколлегию 9 ноября 1994г.

УДК 621.391.1

ОЦЕНКА ПОМЕХОУСТОЙЧИВОСТИ НЕРАЗДЕЛИМЫХ КОДОВ

Борисенко А.А., Онанченко Е.Л.

Неразделимые коды, например сменно-качественные, сменно-посылочные, равновесные, известны давно [1, 2].

Однако на практике их помехоустойчивость с трудом поддается оценке. Соответственно эффективность их использования в той или иной системе связи часто бывает под вопросом.

Задачей систем связи обычно является передача найбольшего объема информации за определенный период времени с вероятностью ошибок $P_{ош} < P_{доп}$. Решение этой задачи при использовании неразделимых кодов требует разработки метода оценки помехоустойчивости кодов, так как методы оценки, применяющие, например, минимальное кодовое расстояние, для неразделимых кодов неприемлемы. В качестве основы такого метода может быть использован универсальный подход оценки кодов [3, 4]. В соответствии с этим подходом определяется доля обнаруживаемых ошибочных комбинаций

$$D = 1 - \frac{M}{N} \qquad (1)$$

где M - число разрешенных кодовых комбинаций;

N - общее число кодовых комбинаций.

Выражение (1) определяет потенциальную помехоустойчивость кода. Она предполагает, что источник информации генерирует кодовые комбинации с равной вероятностью и что вероятности их перехода во все кодовые слова как разрешенные, так и запрещенные также равны. Такой подход, однако, ограничен, так как не учитывает реальных свойств канала связи и источника информации, в котором обычно генерирование кодовых слов происходит с разной вероятностью, С различной вероятностью на практике также происходят и переходы разрешенных слов в другие и в самих себя?