

стохастических объектов между собой и с другими случайными процессами. Как следствие, упрощается поиск случайных процессов, вызывающих нестабильность характеристик стохастических объектов.

## SUMMARY

*The integral evaluation which allows to pass from two-dimensional random function to one-dimensional one is given. This simplifies the revealing of statistical connections of random static and dynamic characteristics of quasi-stationary objects with other random processes. The evaluation can be used in technical diagnostics for searching random actions causing unstabilities of objects' characteristics.*

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Красовский А.А., Пospelов Г.С. Основы автоматки и технической кибернетики.-М.: "Госэнергоиздат", 1962, с.272-276.
2. Авраменко В.В. Спектральный метод контроля технологических объектов в АСУТП // Автоматизированные системы управления и приборы автоматки, вып.58 -Респ.межвед.научн.-техн.сб., Харьков; Вища школа, 1981, с.40-44.
3. А.с.1177825А (SU) . Устройство для обнаружения стохастической связи между случайными процессами (его варианты). // В.В.Авраменко.-Опубл. в Б.И. N33, 1985.
4. Авраменко В.В. Использование интегральных оценок спектральных плотностей для обнаружения стохастических связей. ДЕП в УкрНИИНТИ 25.05.88, N 1280-Ук88.
5. Мирский Г.Я. Характеристики стохастической взаимосвязи и их измерения.-М.: "Энергоиздат", 1987, 319с.

*Поступила в редакцию 9 ноября 1994г.*

УДК 621.391.1

## ОЦЕНКА ПОМЕХОУСТОЙЧИВОСТИ НЕРАЗДЕЛИМЫХ КОДОВ

*Борисенко А.А., Онанченко Е.Л.*

Неразделимые коды, например сменно-качественные, сменно-посылочные, равновесные, известны давно [1, 2].

Однако на практике их помехоустойчивость с трудом поддается оценке. Соответственно эффективность их использования в той или иной системе связи часто бывает под вопросом.

Задачей систем связи обычно является передача наибольшего объема информации за определенный период времени с вероятностью ошибок  $P_{ош} < P_{доп}$ . Решение этой задачи при использовании неразделимых кодов требует разработки метода оценки помехоустойчивости кодов, так как методы оценки, применяющие, например, минимальное кодовое расстояние, для неразделимых кодов неприемлемы. В качестве основы такого метода может быть использован универсальный подход оценки кодов [3, 4]. В соответствии с этим подходом определяется доля обнаруживаемых ошибочных комбинаций

$$D = 1 - \frac{M}{N} \quad (1)$$

где  $M$  - число разрешенных кодовых комбинаций;

$N$  - общее число кодовых комбинаций.

Выражение (1) определяет потенциальную помехоустойчивость кода. Она предполагает, что источник информации генерирует кодовые комбинации с равной вероятностью и что вероятности их перехода во все кодовые слова как разрешенные, так и запрещенные также равны. Такой подход, однако, ограничен, так как не учитывает реальных свойств канала связи и источника информации, в котором обычно генерирование кодовых слов происходит с разной вероятностью, с различной вероятностью на практике также происходят и переходы разрешенных слов в другие и в самих себя?

В работе [5] учтен этот существенный фактор введением вероятности генерирования слов источником информации и вероятностей перехода разрешенного слова в запрещенное  $p_i^3$ , перехода разрешенного слова в разрешенное  $p_i^H$  и перехода разрешенного слова с самого себя  $p_i^i$ . Очевидно, что

$$\sum_{i=1}^M P_i = 1; \quad (2)$$

$$p_i^3 + p_i^H + p_i^i = 1; \quad (3)$$

Для обнаруживаемых ошибочных комбинаций

$$Z = \sum_{i=1}^M P_i p_i^3 = \sum_{i=1}^M \sum_{j=M+1}^N P_i p_{ij}^3, \quad (4)$$

где  $p_{ij}^3$  - вероятность перехода  $i$ -го слова в  $j$ -е запрещенное.

Доля необнаруживаемых ошибочных комбинаций

$$V = \sum_{i=1}^M P_i p_i^H = \sum_{i=1}^M \sum_{j=1, j \neq i}^M P_i p_{ij}^H, \quad (5)$$

где  $p_{ij}^H$  - вероятность перехода  $i$ -го слова в  $j$ -е разрешенное.

Доля ошибочных переходов

$$W = Z + V. \quad (6)$$

Доля правильных переходов

$$\Pi = \sum_{i=1}^M P_i p_i^i. \quad (7)$$

Так как согласно выражениям (4), (5), (7)

$$\begin{aligned} Z + V + \Pi &= \sum_{i=1}^M P_i \left( \sum_{j=M+1}^N p_{ij}^3 \right) + \sum_{i=1}^M P_i \left( \sum_{j=1, j \neq i}^M p_{ij}^H \right) + \sum_{i=1}^M P_i p_i^i = \\ &= \sum_{i=1}^M P_i \left( \sum_{j=M+1}^N p_{ij}^3 + \sum_{j=1, j \neq i}^M p_{ij}^H + p_i^i \right); \end{aligned} \quad \sum_{i=1}^M P_i = 1;$$

а согласно (2), (3)  $\sum_{j=M+1}^N p_{ij}^3 + \sum_{j=1, j \neq i}^M p_{ij}^H + p_i^i = 1$ , то, очевидно, что

$$Z + V + \Pi = 1, \quad (8)$$

а  $Z$ ,  $V$  и  $\Pi$  представляют собой вероятности переходов кодовых слов в слова запрещенные, разрешенные, ошибочные и в самих себя.

В частном случае при равновероятностном переходе разрешенной кодовой комбинации в любую ( $p_{ij}^3 = p_{ij}^H = p_i^i = 1/N$ ) получаем, что

$$p_i^3 = \sum_{j=M+1}^N p_{ij}^3 = \frac{1}{N}(N-M) = \frac{N-M}{N}; \quad (9)$$

$$Z = \frac{N-M}{N} \sum_{i=1}^M P_i = 1 - \frac{M}{N}; \quad (10)$$

$$p_i^H = \sum_{j=1, j \neq i}^M p_{ij}^H = \sum_{j=1, j \neq i}^M \frac{1}{N} = \frac{M-1}{N}; \quad (11)$$

$$V = \frac{M-1}{N} \sum_{i=1}^M P_i = \frac{M-1}{N} \cdot 1 = \frac{M-1}{N}; \quad (12)$$

$$\Pi = \sum_{i=1}^M P_i \frac{1}{N} = \frac{1}{N}. \quad (13)$$

Соответственно

$$Z + V + \Pi = \frac{N-M}{N} + \frac{M-1}{N} + \frac{1}{N} = 1. \quad (14)$$

Следовательно, при равновероятных переходах вероятностные характеристики источника информации не влияют на величины  $Z$ ,  $V$  и  $\Pi$ .

В случае равномерного генерирования источником информационных слов, то есть при  $P_i = 1/M$  получаем:

$$Z = \sum_{i=1}^M \frac{1}{M} p_i^3 = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M p_i^3; \quad (15)$$

$$V = \sum_{i=1}^M \frac{1}{M} p_i^H = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M p_i^H; \quad (16)$$

$$\Pi = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M p_i^i. \quad (17)$$

Соответственно

$$\begin{aligned} Z + V + \Pi &= \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M p_i^3 + \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M p_i^H + \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M p_i^i = \\ &= \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M (p_i^3 + p_i^H + p_i^i) = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M 1_n = \frac{1}{M} \times M = 1. \end{aligned}$$

Это значит, что значения  $Z$ ,  $V$  и  $\Pi$  при равной вероятности генерирования слов зависят только от вероятностей переходов  $p_{ij}^3, p_{ij}^H, p_i^i$ .

Основной характеристикой кода является величина вероятности перехода разрешенной кодовой комбинации в другую разрешенную (вероятность необнаружения ошибки)

$$P_{\text{ош}} = V = 1 - Z - \Pi, \quad (18)$$

которая тем меньше, чем больше  $Z$  при постоянном  $\Pi$ . Постоянство  $\Pi$ , как следует из выражения (7), возможно только в симметричном канале связи. В этом случае для уменьшения  $P_{\text{ош}}$  необходимо увеличивать  $Z$  или уменьшать  $V$ . При этом возникает задача поиска максимума  $Z$  или минимума  $V$ , которую можно решить путем рационального кодирования генерируемых источником символов на основе выражений (4) или (5).

Для получения  $Z_{\text{max}}$  и  $V_{\text{min}}$  необходимо найти условия максимизации выражения (4). Эти условия вытекают из следующего утверждения.

Если заданы две последовательности положительных чисел  $(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n), (\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_n), i = 1, 2, \dots, n$ , то сумма их произведений

$$S = \sum_{i=1}^n \alpha_i \beta_i = S_{\text{max}} \quad (19)$$

при условии, что  $\alpha_1 \geq \alpha_2 \geq \dots \geq \alpha_n; \beta_1 \geq \beta_2 \geq \dots \geq \beta_n$  и

$$S = \sum_{i=1}^n \alpha_i \beta_i = S_{\text{min}} \quad (20)$$

в случае, если  $\alpha_1 \geq \alpha_2 \geq \dots \geq \alpha_n; \beta_1 \leq \beta_2 \leq \dots \leq \beta_n$ .

**Доказательство.**

Для  $S_{\text{max}}$  возьмем два произведения  $\alpha_i \beta_i$  и  $\alpha_{i+1} \beta_{i+1}$ . Так как величина  $\beta_i \geq \beta_{i+1}$ , то она представима в виде равенства  $\beta_i = \beta_{i+1} + \gamma$ , где  $\gamma \geq 0$ , и, соответственно, сумма приведенных произведений будет иметь следующий вид:

$$\alpha_i(\beta_{i+1} + \gamma) + \alpha_{i+1} \beta_{i+1} = \alpha_i \beta_{i+1} + \alpha_i \gamma + \alpha_{i+1} \beta_{i+1}. \quad (21)$$

Меняем местами в рассматриваемых произведениях  $\beta_i$  и  $\beta_{i+1}$ , то есть запишем следующую сумму:

$$\alpha_i \beta_{i+1} + \alpha_{i+1} \beta_i = \alpha_i \beta_{i+1} + \alpha_{i+1} \beta_{i+1} + \alpha_{i+1} \gamma. \quad (22)$$

Из сравнения выражений (21) и (22)

$$\alpha_i \beta_{i+1} + \alpha_{i+1} \beta_{i+1} + \alpha_i \gamma \geq \alpha_i \beta_{i+1} + \alpha_{i+1} \beta_{i+1} + \alpha_{i+1} \gamma \quad (23)$$

следует, что выражение (21) всегда будет не меньше выражения (22) на величину  $\alpha_i \gamma - \alpha_{i+1} \gamma \geq 0$ , так как  $\alpha_i \geq \alpha_{i+1}$ .

Если рассмотреть сумму произведений  $S = \sum_{i=1}^n \alpha_i \beta_i$ , то, пользуясь методом математической индукции, можно показать, что для первого из них  $\beta_i$ , как следует из полученного выше результата, должен

выбираться наибольшее, для второго  $\beta_2$  - наибольшее из оставшихся и так далее до  $n$ -го, что и доказывает утверждение для  $S_{\max}$ .

Для доказательства второй части утверждения приведенные рассуждения необходимо произвести в обратном порядке.

Из доказанного утверждения вытекает алгоритм поиска минимума  $P_{\text{ош}}$ . Как уже отмечалось, имеется два его варианта. По первому находится  $Z_{\max}$ . В этом случае упорядочиваются по возрастанию или убыванию вероятности  $P_i$  и  $P_i^3$  и находится сумма их произведений. Эта сумма равна  $Z_{\max}$  и согласно (18) по ней определяется  $P_{\text{ош}} = V_{\min}$ .

Второй вариант алгоритма предполагает нахождение  $V_{\min}$ . Для этого производится упорядочивание по возрастанию  $P_i$  и по убыванию  $P_i^H$ , а затем находится сумма их произведений в соответствии с выражением (5).

Для вычисления  $Z_{\max}$  или  $V_{\min}$  необходимо предварительно вычислить  $P_i^H, P_i^3, P_i$ .

#### Пример.

Необходимо передать три символа А, В, С соответственно с вероятностями их появления  $P_1=0,6$ ;  $P_2=0,3$ ;  $P_3=0,1$  и кодируемыми двоичными словами. На линию связи воздействуют помехи таким образом, что вероятность перехода  $0 \rightarrow 0$   $P_{00}=0,9$ , вероятность перехода  $1 \rightarrow 1$   $P_{11}=0,8$ . Требуется разработать систему кодирования системы связи.

Из условия задачи следует, что  $M = 3$ ,  $N = 8$ . Выберем в качестве двоичных комбинаций, кодирующих символы А, В, С, соответственно наборы 000, 001, 011. Запрещенными комбинациями будут 010, 100, 101, 110, 111.

Вероятности переходов разрешенных комбинаций в самих себя соответственно равны: для А -- 0,729; для В -- 0,648; для С -- 0,576.

Вероятность правильной передачи согласно (7)  $\Pi = 0,6894$ . Согласно (5)  $V = 0,1422$ , а согласно (4)  $Z = 0,1684$ .

Для получения  $V_{\min}$  необходимо перекодировать А, В и С следующим образом: А соответствует 000, В - 011, С - 001. При этом  $V' = V_{\min} = 0,1314$ ;  $Z' = 0,675$ ;  $\Pi' = 0,1936$ .

Для получения  $Z_{\max}$  А должно соответствовать 011, В - 000, С - 001. При этом  $Z'' = Z_{\max} = 0,2125$ ;  $V'' = 0,1584$ ;  $\Pi'' = 0,6291$ .

Как следует из примера, для несимметричного канала минимум  $P_{\text{ош}}$  может быть достигнут только при нахождении  $V_{\min}$ . Нахождение  $Z_{\max}$  еще не гарантирует минимального значения  $P_{\text{ош}}$ . Это однозначно может быть получено только для симметричного канала.

#### SUMMARY

*The criterion for estimation of noise-immunity for indivisible codes is under consideration. It takes into account the probability characteristics of communication channel and information source. The problem of calculation of the probability characteristics and the problem of optimization when coding the characters of source alphabet are solved by authors in aspect of noise-immunity's maximum. An example is given.*

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ.

1. Цымбал В.П. Теория информации и кодирования: Учебник. - К.: Вища школа, 1992. - 263с.
2. Митюшкин К.Г. Телеконтроль и телеуправление в энергосистемах. - М.: Энергоатомиздат, 1990. - 288с.
3. Березюк Н.Т., Андрущенко А.Г., Мощицкий С.С. и др. Кодирование информации. - Харьков: Вища школа, 1978, 252с.
4. Харкевич В.А. Борьба с помехами. - М.: Физматгиз, 1963. - 276с.

Поступила в редколлегия 18 ноября 1994 г.

УДК 681. 32

## АЛГОРИТМ БЫСТРОГО СЖАТИЯ ДВОИЧНЫХ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЕЙ

Соловей В. А., Кулик Н. А., Арбузов В. В.

Методы и средства сжатия стали неотъемлемой частью систем хранения и передачи информации. В настоящее время они имеют особое значение для передачи и хранения видеoinформации, например, в системах телевидения, машинного зрения и факсимильной связи.

Среди основных параметров конкретного сжимающего алгоритма таких, как коэффициент сжатия, помехоустойчивость, схемотехническая реализация, следует выделить время сжатия информации. Его уменьшение необходимо в случае передачи сжимаемой информации в реальном масштабе времени, например, в системах, где отображение данных происходит с частотой порядка 50 Гц. Существующие методы для решения этой задачи хотя и дают хороший коэффициент сжатия, однако они отличаются довольно сложной технической реализацией [1].

В данной работе рассматривается метод сжатия, пригодный, в частности, для телевизионных информационных систем и отличающийся простотой реализации и малым временем преобразования.

Предлагаемый метод основан на возможности представления кодируемой двоичной информации в следующих двух видах: векторном и координатном.

При векторном кодировании двоичная  $n$ -разрядная последовательность может содержать 1, 2, ...,  $n$  логических единиц, а общее число формируемых векторов при этом равно  $2^n$ . Очевидно, что число бит информации, требуемое для передачи и хранения одного вектора, в этом случае

$$I_b = \log_2 2^n = n. \quad (1)$$

При координатном кодировании двоичный вектор преобразуется в последовательность, состоящую из  $k$  координат нулей или единиц. Для этого каждому разряду вектора при счете слева направо присваивают двоичный номер, начиная с нулевого, и затем передают или хранят координаты единичных или нулевых разрядов. Например, двоичному вектору **10001010** соответствует последовательность координат единичных разрядов **000.100.110**. Число бит информации, требуемое для получения последовательности из  $k$  координат,

$$I_k = k \log_2 n. \quad (2)$$

При этом следует учесть, что для уменьшения избыточности координатного метода при числе единиц  $k > n/2$  необходимо кодирование единиц заменить кодированием  $(n - k)$  нулей и наоборот.

Так как число возможных векторов с  $k$  логическими единицами (нулями) равно сочетанию  $C_n^k$ , то реальное количество информации, содержащееся в двоичном векторе с известным числом  $k$ ,

$$I_p = \log_2 C_n^k. \quad (3)$$

Величина избыточности для векторного  $D_v$  и координатного  $D_k$  методов соответственно равна :