БІФУРКАЦІЙНИЙ АНАЛІЗ КЛАСИЧНИХ МОДЕЛЕЙ ДИНАМІКИ ТВЕРДОТІЛЬНИХ ОДНОМОДОВИХ ЛАЗЕРІВ

Шуда І. О.

Розглядаються швидкісні рівняння динаміки твердотільних одномодових лазерів [1]:

$$\frac{dx}{d\tau} = Gx\left(y - 1 - \psi(x,a,b) - \varphi(r,x)\right), \qquad \tau = \frac{t}{T_1} \qquad (1)$$
$$\frac{dy}{d\tau} = A - y(x+1),$$

де x – інтенсивність поля фотонів, y – різниця заселеності рівнів атомів (інверсія), A – параметр накачки, $G = \frac{T_1}{T}$ – відношення часу релаксації інверсії до часу життя фотона в резонаторі, $\psi(x,a,b)$ – модулятор добротності резонатора, a,b – параметри керування добротністю, $\varphi(r,x)$ – корисне навантаження. Всі змінні і параметри беруться в безрозмірній формі. В результаті дослідження системи (1) методом біфуркації народження циклу [2] одержані наступні результати.

1.Якщо ψ – дробово - раціональна функція $\frac{a}{bx+1}$, а навантаження відсутнє, то при певному значенні параметра b в системі виникає граничний цикл, однак він не стійкий, бо не виконується критерій стійкості.

2.Введення в резонатор квадратичного навантаження $\varphi = rx$ при попередньому модулятору добротності і варіюванні параметрами a,b,r (кожним окремо) приводить до виникнення граничних циклів навколо стаціонарних розв'язків x_c, які знаходяться з рівняння

$$rbx_c^3 + (r+b+rb)x_c^2 + (r+b+a+1-Ab)x_c + a + 1 = A$$

що має три дійсних корені. Один з них не має фізичного змісту, навколо середнього виникає граничний цикл, стійкість якого доведена шляхом перевірки критерію стійкості

$$2A_1^2(x_c+1)^2 + A_1A - 3Ax_cD_1 < 0,$$

$$A_1 = \frac{ab(r,A)}{K^3}, \quad D_1 = \frac{b^2(r,A)a}{K^4}, \quad K = x_cb+1.$$

Навколо третього кореня виникає нестійкий граничний цикл. Знайдено наближений аналітичний розв'язок у вигляді суми періодичних функцій.

3.Розглянуто інші моделі модулятора добротності: параболічного, кубічного і біквадратичного типу. Показано, що у випадку параболічної моделі може виникнути сингулярний випадок біфуркації народження циклу: граничний цикл стягується в точку, що співпадає з x_c. Знайдена умова запобігання цьому явищу: результат многочлена, корені якого дають стаціонарні розв'язки, та його похідної відмінний від нуля. Кожна з перечислених моделей співставлена з відповідною універсальною деформацією, а саме складкою, збіркою і "ластівчиним хвостом". Виявилось, що таке порівняння не завжди іде на користь останніх. Так, наприклад, модель типу складки поступається параболічній моделі щодо множини допустимих значень x_c і інтервалу стійкості для параметра накачки. Розгляд універсальних деформацій проведено в пошуках конкретної і, в той же час, достатньо загальної, в розумінні структурно стійкої, функціональної залежності модулятора добротності від інтенсивності потоку фотонів. У випадку універсальної деформації збірки побудовано інтервал стійкості для параметра накачки, межі якого визначаються стаціонарним розв'язком. При цьому для близьких x_c межі інтервалу стійкості перекриваються. Для універсальної деформації "ластівчин хвіст", яка має три параметри, інтервали стійкості побудовані для трьох випадків, коли зв'язаними параметрами вважались два з трьох, третій параметр входить в інтервал стійкості, що розширює можливості вибору прийнятних комбінацій параметра накачки і стаціонарного розв'язку.

4.Запропонована і реалізована ідея віднесення стаціонарного розв'язку до числа незалежних параметрів, а з рівняння стаціонарних розв'язків знаходиться один з незалежних параметрів, який, в такому разі, стає функцією всіх інших параметрів. Досить часто такий параметр знаходиться в аналітичному вигляді, що значно підсилює інформативність такого підходу. Крім того, помічено, що в цьому разі критерій стійкості спрощується: виникає можливість переписати його або у вигляді інтервалу стійкості, або він розбивається на кілька простіших і взаємно незалежних критеріїв.

5.Вивчені наслідки заміни одного біфуркаційного параметра іншим. До них належать:

- зміна кількості біфуркаційних значень параметра;
- зміна області стійкості граничного циклу;
- порушення умов трансверсальності;
- зростання чи зменшення обчислювальної складності.

Наприклад, при використанні одного з параметрів як біфуркаційного стаціонарний розв'язок знаходиться з кубічного рівняння. А при використанні іншого параметра – з квадратного рівняння. У зв'язку з цим виникла додаткова тема дослідження: для даного набору параметрів динамічної системи знайти такий, який приводить рівняння стаціонарного розв'язку до найпростішого вигляду. Одержані результати відкривають один з напрямків розвитку обернених задач динаміки лазерів.

6.Одержані компактні формули для основних характеристик гігантського імпульсу при наявності квадратично – нелінійного елементу, а саме: максимальне значення інтенсивності і значення інверсії, при якому вона досягається, час тривалості імпульсу, фінальне значення інверсії, при якому припиняється генерація імпульсу. Аналогічні результати отримано при врахуванні спонтанного випромінювання. Окремо розглянуто вплив ненульових початкових умов, а також випадок, коли коефіцієнт нелінійної взаємодії дорівнює одиниці.

1. Дмитриев В.Г., Тарасов Л.В. Прикладная нелинейная оптика. - М.: Радио и связь , 1982,- 352 с.
2. Хэссард Б., Казаринов Н., Вэн. И. Теория и приложения бифуркации рождения цикла.- М.: Мир, 1985, - 278с.