

ны (во время работы алгоритма вершина может “подниматься вверх”). Высота вершины определяет, куда мы хотим направить избыток.

Алгоритм “проталкивание предпотока” использует две основные операции: проталкивание потока из  $u$  в  $v$ , и подъем вершины.

Пусть  $G = (V, E)$  сеть с истоком  $s$  и стоком  $t$ ,  $f$  – предпоток в  $G$ , где  $V$  – множество вершин,  $E$  – множество ребер. Функция  $h$  называется *высотной функцией* для предпотока  $f$ , если

$$h(s) = |V|, h(t) = 0 \text{ и } h(u) \leq h(v) + 1.$$

1. Проталкивание из вершины  $u$  в  $v$  возможно, если

- 1) вершина  $u$  переполнена (т.е.  $e(u) > 0$ );
- 2) ребро  $(u, v)$  не насыщено (т.е.  $c_f(u, v) > 0$ );
- 3)  $h(u) = h(v) + 1$ .

Увеличение потока из  $u$  в  $v$  ограничено избытком вещества в  $u$  пропускной способностью ребра  $(u, v)$ .

2. Для подъема вершины  $u$  на максимальную высоту, допустимую по определению высотной функции, необходимо:

- 1) вершина  $u$  переполнена;
- 2) для любого ребра  $(u, v) \in E_f$  выполнено неравенство  $h[u] \leq h[v]$ .

Если есть соседняя вершина  $v$ , высота которой на единицу ниже, то можно полнить проталкивание (но нельзя выполнить подъем) и, наоборот.

В результате анализа данного алгоритма можно сделать вывод о том, что его достоинствами являются сокращение времени решения задачи за счет нахождения максимума на основе локальных оптимумов и начальный поток берется равным пропускной способности первого разреза.

## КЛАССИЧЕСКИЙ АЛГОРИТМ ФОРДА – ФАЛКЕРСОНА

Головко В.В., Маслова З.И.

Известно несколько алгоритмов реализации метода Форда – Фалкерсона отыскания максимального потока, отличающихся временем их работы. Наиболее быстрым алгоритмом является алгоритм “проталкивания предпотока”, но он одновременно является и наиболее сложным

в реализации. Более прост в этом отношении классический алгоритм Форда – Фалкерсона. Скорость его работы уступает скорости работы предыдущего алгоритма, но для графов с количеством вершин до нескольких сотен это обстоятельство можно не учитывать, так что простота его реализации является весьма существенным критерием выбора этого алгоритма для решения поставленной задачи. По классическому алгоритму Форда – Фалкерсона на каждом шаге его работы ищется произвольный дополняющий путь  $p$  и поток  $f$  увеличивается на величину  $c_f(p)$  остаточной пропускной способности по пути  $p$ . Шаги выполняются до тех пор, пока существуют дополняющие пути.

Этот алгоритм и был положен в основу программы (реализация на Visual C++ 6.0), которая находит максимальный поток для произвольно заданной сети. Вся работа с графом (сетью) реализована в классе *EGraph*, функции-члены которого сгруппированы по выполняемым действиям: задание графа; нахождение максимального потока; вывод графа на экран; служебные функции. Представление графа хранится в виде двух массивов – массива вершин и массива рёбер. Вершины описывает структура *\_VERTEX*, а ребра – структура *\_EDGE*.

Алгоритм Форда – Фалкерсона реализован функцией *FordFalkerson*, которая в свою очередь вызывает функцию *FindAugmentingPath*, отыскивающую дополняющие пути. Пути находятся с помощью так называемого поиска с возвратом. Для запоминания пройденных вершин и рёбер используются стеки. Выбор рёбер, соответствующей текущей вершине, а также их отсеивание производится совместной работой функции-члена *EnumEdges* и функции обратного вызова *SelectEdgeProc*. Последняя, кроме того, ведёт подсчёт остаточной пропускной способности пути; определяет текущее направление рассматриваемого ребра; производит сокращение встречных потоков, а также занимается установкой специальных статусов вершин и рёбер.