

PACS numbers: 07.85. – m, 07.05.Kf

РОБАСТНОСТЬ МЕТОДОВ ПРАВДОПОДОБИЯ ДЛЯ ВЫЧИСЛЕНИЯ КООРДИНАТ СЦИНТИЛЛЯЦИЙ

В.Ю. Плахотник

Научно-исследовательский и проектно-конструкторский институт «Искра»
ул. Звейнека, 145, 91033, Луганск, Украина
E-mail: official@iskra.lugansk.ua

В статье рассматривается применение методов правдоподобия для вычисления координат сцинтилляций в детекторе гамма-камеры. С целью повышения робастности методов предложено применение комбинированных критериев согласия. Методами имитационного моделирования исследовано влияние применяемых критериев согласия на собственные характеристики гамма-камеры.

Ключевые слова: ГАММА-КАМЕРА, КООРДИНАТЫ СЦИНТИЛЛЯЦИИ, МЕТОД ПРАВДОПОДОБИЯ, РОБАСТНОСТЬ.

(Получено 02.06.2011, опубликовано online 30.12.2011)

Гамма-камеры различных конструкций являются основным инструментом для визуализации распределений радионуклидных препаратов в теле пациента при радионуклидной диагностике различных заболеваний внутренних органов. Классическая гамма-камера представляет собой двухкоординатный позиционно-чувствительный детектор (ПЧД) гамма-квантов. Ее основой служит сцинтилляционный кристалл NaI (Tl) в виде диска, упакованный в герметичный контейнер. На выходном окне детектора установлены фотоприемники – ФЭУ. Благодаря оптическим контактам между сцинтиллятором, световодом и ФЭУ, световые фотоны от сцинтилляции в кристалле достигают фотокатодов одновременно всех ФЭУ. Однако амплитуда сигнала отдельного ФЭУ зависит от взаимного расположения его фотокатода и точки сцинтилляции. Нормированная зависимость амплитуды сигнала ФЭУ от расстояния до сцинтилляции в плоскости выходного окна кристалла-сцинтиллятора называется амплитудно-пространственной характеристикой (АПХ) детектора. Сигналы отдельных ФЭУ при регистрации сцинтилляционного события являются независимыми и случайными. Каждый из сигналов ФЭУ есть случайная реализация величины, распределенной по пуассоновскому закону. Соотношение амплитуд сигналов различных ФЭУ при регистрации одной сцинтилляции является информацией для вычисления ее координат.

Среди алгоритмов вычисления координат выделяются две существенно различающиеся группы: метод Энжера и его модификации [1-3], метод максимального правдоподобия и его модификации [4-6]. Различие методов состоит в том, что первая группа основана на алгоритмах взвешивания (линейного, нелинейного, с ограничениями), а вторая группа представляет собой проверку гипотезы о совпадении распределения случайных величин с известным распределением. Обе группы методов вычисления координат сцинтилляции имеют один общий недостаток – чувствительность результата вычислений к отдельным выбросам.

Присутствие единственного аномального наблюдения может приводить к результату, который совершенно не согласуется с выборочными данными.

Целью нашей работы была разработка алгоритма вычисления координат сцинтилляции в детекторе гамма-камеры методом правдоподобия, устойчивого к наличию аномальных сигналов ФЭУ.

Метод максимального правдоподобия для определения координат сцинтилляций в цифровом варианте измерений является проверкой гипотезы о совпадении экспериментального распределения (выборки сигналов ФЭУ A_i) с известным распределением $\gamma_i(x, y)$, представляющим собой выборку из АПХ всех ФЭУ для координаты (x, y) . Заметим, что АПХ не имеет аналитического выражения, но может быть измерена в процессе калибровки ПЧД и хранится в памяти системы обработки сигналов.

Амплитуды сигналов ФЭУ являются величинами случайными и содержат в себе шумовую составляющую, обусловленную статистическим характером формирования сигнала. Координаты сцинтилляции методом правдоподобия находят путем минимизации целевой функции, собой критерии проверки гипотезы о совпадении выборки случайных сигналов ФЭУ с выборкой детерминированных сигналов из АПХ для точки с координатами (x, y) в плоскости ПЧД. В общем случае минимизируется функция вида:

$$F(x, y) = \sum_{i=0}^{N-1} f(A_i - \gamma_i(x, y)) \quad (1)$$

В результате решения получается оценка наиболее вероятных значений координат сцинтилляции. Однако результат вычислений может быть искажен в случае наличия аномальных компонент в выборке амплитуд сигналов. В борьбе с грубыми погрешностями измерений, если они не были обнаружены в процессе измерений, используют два подхода: исключение резко выделяющихся аномальных измерений из дальнейшей обработки;

использование робастных методов обработки.

Первый подход может быть реализован в виде ограничений на амплитуды сигналов аппаратными средствами (использование специализированных предварительных усилителей) или программными средствами обработки сигналов.

Второй подход для метода правдоподобия необходимо реализовать путем использования наиболее мощных критериев согласия. В общем случае критерии согласия являются недостаточно мощными, чтобы распознать близкие альтернативы (близкие законы распределения). Достаточно часто используемые критерии не позволяют отклонить гипотезу о согласии экспериментального распределения с различными близкими по свойствам распределениями.

Известно [7], что мощность критерия согласия можно существенно повысить за счет комбинации независимых критериев. В нашей работе мы исследовали влияние различных комбинаций критериев согласия на результаты вычисления координат сцинтилляций.

Для исследований по результатам предыдущих наших работ [5, 6] были выбраны следующие статистические критерии согласия:

1. Критерий χ^2 Пирсона в виде

$$\chi_P^2(x, y) = \sum_{i=0}^{N-1} \frac{(A_i - \gamma_i(x, y))^2}{\gamma_i(x, y)} \quad (2)$$

2. Отношение правдоподобия (ОП) для случайной величины, распределенной по Пуассоновскому закону

$$\chi_{\lambda, P}^2(x, y) = 2 \cdot \left[\sum_{i=0}^{N-1} (\gamma_i(x, y) - A_i) - \sum_{i=0(A_i \neq 0)}^{N-1} A_i \cdot \ln \left(\frac{\gamma_i(x, y)}{A_i} \right) \right] \quad (3)$$

3. Шенноновская норма разности распределений, которая вычисляется по формуле [6]:

$$M_{Sh}(x, y) = \sum_{i=0}^{N-1} [A_i - \gamma_i(x, y)] \cdot \ln \left(\frac{A_i}{\gamma_i(x, y)} \right) \quad (4)$$

В формулах (2 – 4): A_i – амплитуда сигнала i -го ФЭУ, $\gamma_i(x, y)$ – значение относительного сигнала i -го ФЭУ для точки с координатами (x, y) из АПХ.

Исследования влияния критериев согласия на характеристики пространственных распределений вычисленных координат сцинтилляций были выполнены с помощью программно-математической модели гамма-камеры, которая была разработана для выполнения математического проектирования и оптимизации физико-геометрических параметров составных частей прибора. Имитационные эксперименты проводились методами статистического моделирования процессов взаимодействия гамма-излучения с детектором и процесса сбора световых фотонов сцинтилляции на фотокатод ФЭУ. При проведении экспериментов моделировалось взаимодействие бесконечно тонкого пучка γ -излучения ^{99m}Tc с энергией 140 кэВ со сцинтиллятором гамма-камеры в различных точках. В каждом эксперименте моделировалось 200000 событий входа γ -квантов в детектор. Пространственное разрешение пика вычисленных координат сцинтилляций оценивалось по результатам 5 экспериментов.

На рисунке 1а приведена схема ПЧД гамма-камеры. На этом рисунке также указаны положения тестовых точек, для которых проводились исследования.

Тестовая точка 1 имеет координаты (0, 0) и расположена в центре фотокатода ФЭУ. Тестовая точка 2 с координатами (26, 75) расположена на равном удалении от центров трех ближайших соседних ФЭУ. Различие свойств этих точек ясно из рисунка 1б, на котором показано распределение обобщенной информации по Фишеру [7] о координатах сцинтилляции, содержащейся в выборке сигналов ФЭУ, по полю ПЧД. Точка 1 соответствует положению локального минимума информации, а точка 2 – локальному максимуму информации.

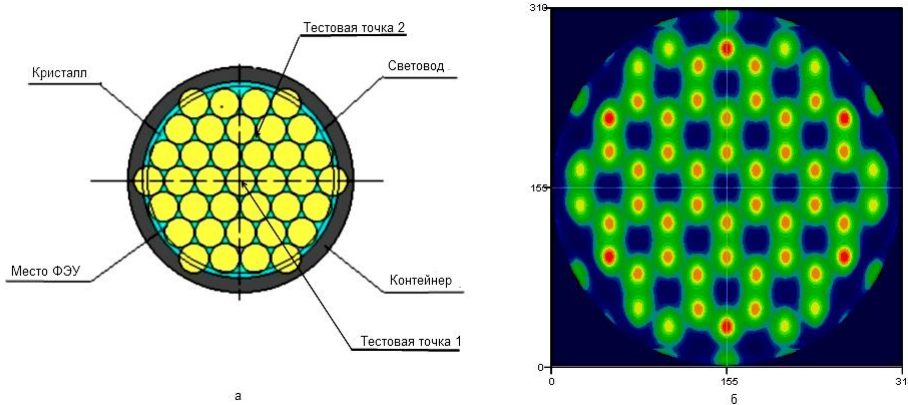


Рис. 1 – Схема ПЧД гамма-камеры (а) и распределение обобщенной информации по Фишеру по полю ПЧД (б)

Робастность метода вычисления координат оценивалась по пространственному разрешению пика вычисленных координат сцинтилляций.

Естественно предполагать, что более устойчивый к аномальным измерениям метод будет чаще приводить к правильным решениям и, как результат, к более узкому пику распределения вычисленных координат сцинтилляций.

В таблице 1 приведены результаты имитационных экспериментов по вычислению координат сцинтилляций с различными критериями согласия (строки 1 – 3) и их комбинациями. В строках 4 – 7 в квадратных скобках указаны номера формул индивидуальных критериев, из которых составлен комбинированный. При этом комбинированные критерии составлялись по принципу равномерного взвешивания:

$$K(x, y) = \sum_{i=1}^n \omega_i \cdot k_i(x, y) \quad (5)$$

$$\omega_i = 1/n$$

где $K(x, y)$ – комбинированный критерий, $k_i(x, y)$ – индивидуальный критерий из (2) – (4), ω_i – весовой коэффициент, $n = 1, 2, 3$. Такое представление обеспечивает возможность варьирования значимости индивидуальных критериев.

В предыдущей работе [5] уже отмечалось, что в точках ПЧД с малым количеством информации (тестовая точка 1) применение таких критериев, как χ^2 Пирсона и отношение правдоподобия приводят к сравнительно высоким значениям пространственного разрешения пика вычисленных координат. Очевидно, это связано с тем, что мощности критериев отношения правдоподобия и χ^2 Пирсона пропорциональны количеству информации Фишера о параметрах распределения. Кроме того, отношение правдоподобия асимптотически эквивалентно критерию χ^2 Пирсона. В тоже время Шенноновская норма разности (4) обеспечивает лучшее значение пространственного разрешения в тестовой точке 1. Комбинации критериев приводят к некоторому среднему результату.

Таблица 1 – Пространственное разрешение пика вычисленных координат сцинтилляций

	Критерий	Тестовая точка 1. Координаты точки (0, 0)		Тестовая точка 2. Координаты точки (26, 75)	
		RX, мм	RY, мм	RX, мм	RY, мм
1	Пирсона χ^2 (2)	5,98 ± 0,2	5,96 ± 0,2	7,43 ± 0,1	7,29 ± 0,1
2	Отношение правдоподобия(3)	4,71 ± 0,1	4,73 ± 0,1	8,48 ± 0,1	8,31 ± 0,1
3	Шенноновская норма (4)	4,42 ± 0,1	4,43 ± 0,1	9,10 ± 0,2	8,92 ± 0,2
4	Комбинированный [(2) – (3)]	5,33 ± 0,2	5,37 ± 0,2	7,84 ± 0,1	7,86 ± 0,1
5	Комбинированный [(2) – (4)]	5,30 ± 0,1	5,30 ± 0,2	7,93 ± 0,1	7,74 ± 0,1
6	Комбинированный [(3) – (4)]	4,59 ± 0,1	4,59 ± 0,1	8,88 ± 0,1	8,51 ± 0,1
7	Комбинированный [(2) – (3) – (4)]	5,20 ± 0,1	5,16 ± 0,1	7,92 ± 0,1	7,80 ± 0,1

В тестовой точке 2 с максимальным значением информации наилучший результат обеспечивает критерий χ^2 Пирсона, однако комбинация всех трех критериев незначительно ухудшает пространственное разрешение. Главным результатом в комбинировании критериев согласия является улучшение однородности пространственного разрешения по полю ПЧД. Этот фактор является определяющим для качества изображения, регистрируемого гамма-камерой.

Следует также отметить, что комбинирование критериев не приводит к значительному увеличению времени расчетов, т.к. все критерии составлены из небольшого числа одинаковых переменных. Оптимизация алгоритма вычисления комбинированного критерия позволяет получать результаты вычислений за вполне приемлемое время ($\approx 0,3$ мсек/событие).

Таким образом, комбинирование нескольких критериев согласия для проверки гипотезы о согласии экспериментальной выборки сигналов ФЭУ с детерминированным распределением из АПХ позволяет повысить устойчивость расчетов к аномальным результатам измерений и существенно улучшить однородность изображения, регистрируемого гамма-камерой. По-видимому, дальнейшее улучшение характеристик системы обработки сигналов может быть достигнуто за счет применения неравномерного или координатно-зависимого комбинирования критериев. Однако, такая модификация потребует некоторого увеличения требуемых расчетных ресурсов и, возможно, применения систем параллельных вычислений.

ROBUSTNESS OF THE LIKELIHOOD METHODS FOR SCINTILLATION COORDINATE CALCULATION

V.Yu. Plakhotnik

Scientific Research and Project Designing Institute «Iskra»
145, Zveineka Str., 91033, Lugansk, Ukraine
E-mail: official@iskra.lugansk.ua

Using of the likelihood methods for scintillation coordinate calculation in the gamma-camera detector is considered in the paper. Using of the composite goodness-of-fit criteria is proposed for increasing of the methods robustness. The influence of the used goodness-of-fit criteria to intrinsic gamma-camera properties is studied by the simulation methods.

Keywords: GAMMA-CAMERA, SCINTILLATION COORDINATES, LIKELIHOOD METHOD, ROBUSTNESS.

РОБАСТНІСТЬ МЕТОДІВ ПРАВДОПОДІБНОСТІ ДЛЯ ОБЧИСЛЕННЯ КООРДИНАТ СЦИТИЛЯЦІЙ

В.Ю. Плахотнік

Науково – дослідний та проектно-конструкторський інститут «Іскра»,
вул. Звейнека, 145, 91033, Луганськ, Україна
E-mail: official@iskra.lugansk.ua

В статті розглядається застосування методів правдоподібності для обчислення координат сцинтиляцій в детекторі гамма-камери. З метою підвищення робастності методів запропоновано застосування комбінованих критеріїв згоди. Методами імітаційного моделювання досліджено вплив застосованих критеріїв згоди на власні характеристики гамма-камери.

Ключові слова: ГАММА-КАМЕРА, КООРДИНАТИ СЦИНТИЛЯЦІЇ, МЕТОД ПРАВДОПОДІБНОСТІ, РОБАСТНІСТЬ.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. С.Д. Калашников. *Физические основы проектирования сцинтилляционных гамма-камер*. (Москва: Энергоатомиздат: 1985).
2. М.А. Арлычев, В.Л. Новиков, А.В. Сидоров, А.М. Фиалковский, Е.Д. Котина, Д.А. Овсянников, В.А. Плоских, *ЖТФ* **79**, 138 (2009) (M.A. Arlychev, V.L. Novikov, A.V. Sidorov, A.M. Fialkovskii, E.D. Kotina, D.A. Ovsiyannikov, V.D. Ploskikh, *Tech. Phys.* **53**, 1539 (2009)).
3. В.А. Камышан, В.Ю. Педаш, *Восстановление точек взаимодействия в толстом ПЧ детекторе для гамма-телескопа* (http://ismart.kharkov.ua/presentations/19/kamyshan_ismart_2010.pdf).
4. A. Bronstein, M. Bronstein, M. Zibulevsky, Y.Y. Zeevi, *High-energy photon detection in PET using adaptive non-linear parametric estimation algorithms* (<http://visl.technion.ac.il/projects/2001s10/>).
5. В.Ю. Плахотник, *Наукові праці ДонНТУ. Серія: "Обчислювальна техніка та автоматизація"* **74**, 272 (2004).
6. В.Ю. Плахотник, Г.А. Поляков, В.Ю. Плахотник, Г.А. Поляков, *Ж. Нано-Електрон. Физ.* **2** №1, 94 (2010).
7. В. Идье, Д. Драйард, Ф. Джеймс, и др. *Статистические методы в экспериментальной физике* (Москва: Атомиздат: 1976).