

**ЛИНЕЙНАЯ ТЕОРИЯ ЭЛЕКТРОННО-ВОЛНОВЫХ ПРОЦЕССОВ В  
УСИЛИТЕЛЕ НА ЭФФЕКТЕ СМИТА-ПАРСЕЛЛА****Г.С. Воробьев, А.С. Кривец, В.О. Журба, А.А. Рыбалко***Сумский государственный университет, ул. Р.-Корсакова, 2, г. Сумы, 40007*

*В работе построена линейная двумерная теория электронно-волновых процессов в усилителе на эффекте Смита-Парселла. Получено общее трансцендентное и аналитическое приближенные уравнения. Проанализировано влияние основных электродинамических параметров открытого волновода на электронно-волновые процессы. Определены области изменения параметров при реализации режимов поперечного резонанса, бегущей объемной волны и поверхностных волн. Проведен качественный анализ поведения коэффициента усиления системы с изменением электродинамических параметров.*

**ВВЕДЕНИЕ**

Расширение областей применения источников электромагнитных колебаний СВЧ диапазона волн предопределило дальнейшее развитие вакуумных усилительных и генераторных устройств. Ухудшение выходных характеристик классических приборов типа ЛБВ, ЛОВ, магнетрон и клистрон [1 – 4], при продвижении их в миллиметровый и субмиллиметровый диапазоны, стало причиной появления нового класса электровакуумных приборов, использующих открытые электродинамические системы и объемные волны, возбуждаемые протяженными источниками излучения [5 – 7].

В последнее время активно обсуждаются вопросы усиления электромагнитных колебаний на пространственных гармониках дифракционного излучения (когерентного излучения Смита-Парселла), возбуждаемого при движении нерелятивистского электронного потока (ЭП) вдоль дифракционной решетки (ДР). На данный момент, уже показана возможность взаимодействия ЭП с дифрагированным на периодической структуре полем [5], построена линейная самосогласованная теория при возбуждении плоско-параллельного открытого волновода (ОВ) одномерным электронным потоком [8 – 10] и проведен цикл исследований для случая моделирования волны тока пространственного заряда ЭП поверхностной волной диэлектрического планарного волновода [11, 12]. Однако в реальных устройствах дифракционной электроники используются высокоинтенсивные ЭП, сопровождаемые продольным магнитным полем конечной величины, что не учитывается в одномерной теории. Поэтому вопросы дальнейшего развития линейной теории усилителя на эффекте Смита-Парселла, учитывающей влияние магнитного поля и других факторов на электронно-волновые процессы, являются актуальными.

В данной работе проведена классификация электронных волн, кратко проанализированы результаты решения задач в приближениях заданного тока и поля, а также поставлена и решена двумерная самосогласованная линейная задача.

**1 КЛАССИФИКАЦИЯ ЭЛЕКТРОННЫХ ВОЛН**

В общем случае при взаимодействии электронного потока с электромагнитным полем образуется пространственно-временной спектр продольных и поперечных электронных волн [5, 13, 14].

К продольным волнам относятся медленные волны пространственного заряда (МВПЗ) и быстрые волны пространственного заряда (БВПЗ), распространяющиеся с разными фазовыми скоростями:

$$v_{\varphi n} = \frac{v_0}{1 \pm \omega_R / \omega}, \quad (1)$$

где  $v_0$  - постоянная составляющая скорости невозмущенных электронов,  $\omega$  - частота модуляции ЭП;  $\omega_R = R\omega_p$  - эффективная (редуцированная) плазменная частота;  $R$  - коэффициент редукции;  $\omega_p$  - плазменная частота; знаки «+» и «-» относятся к скоростям БВПЗ и МВПЗ, соответственно.

К поперечным относятся медленные циклотронные волны (МЦВ) и быстрые циклотронные (БЦВ), которые возбуждаются в ЭП при фокусировке его магнитным полем. Фазовые скорости этих волн определяются соотношением:

$$v_{\varphi c} = \frac{v_0}{1 \pm s \frac{\omega_c}{\omega}}, \quad (2)$$

где  $s=0,1,2,\dots$  - номер циклотронной волны;  $\omega_c = \eta B_0$  - циклотронная частота;  $B_0$  - индукция фокусирующего магнитного поля;  $\eta = \frac{e}{m_e}$ ,  $e$ ,  $m_e$  - заряд и масса электрона; знаки «+», «-» относятся к скоростям МЦВ и БЦВ, соответственно.

В отличие от продольных волн поперечные обладают поляризационными свойствами: БЦВ являются правополяризованными, а МЦВ - левополяризованными. В классических приборах с длительным взаимодействием эффективность энергообмена определяется условием квазисинхронизма одной или нескольких электронных волн с полем поверхностной волны замедляющей системы [14].

В приборах дифракционной электроники, кроме условия квазисинхронизма электронов с полем дифракционного излучения, должно выполняться условие когерентного излучения [5]..

## 2 ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ И МЕТОДЫ ИССЛЕДОВАНИЙ

Теоретическая модель усилителя на эффекте Смита-Парселла схематично представлена на рис.1.

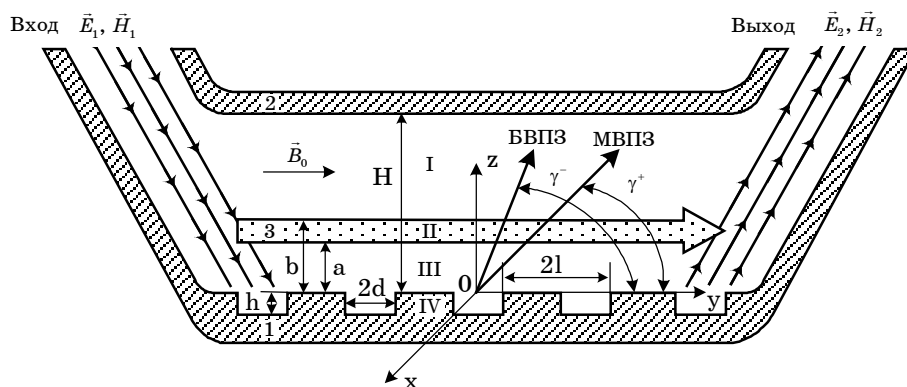


Рисунок 1 – Теоретическая модель самосогласованной задачи возбуждения усилителя на эффекте Смита-Парселла

Открытый волновод образован параллельно расположенными, на расстоянии  $H$ , металлическим зеркалом 1 и дифракционной решеткой 2 типа «гребенка» с периодом  $2l$ , шириной и глубиной щелей, соответственно,  $2d$  и  $h$ . Над решеткой движется фокусируемый магнитным полем  $\vec{B}_0$ , плоский электронный поток 3. Вся система открытого волновода может быть условно разбита на четыре области, поля в которых описываются различными уравнениями: I – область между электронным потоком и металлическим зеркалом; II – область движения электронного потока; III – область между электронным потоком и дифракционной решеткой; IV – область поля, формируемого периодической структурой.

Принцип действия усилителя, как и других устройств дифракционной электроники, основан на эффекте излучения когерентных сгустков плотностей заряда электронов, которые образуют продольную (поперечную или суперпозицию продольной и поперечной) электронную волну конвекционного тока, распространяющуюся вдоль системы решетка - ЭП, с постоянной фазовой скоростью, удовлетворяющей условию возбуждения дифракционного излучения. Такие волны возбуждаются в потоке электронов, при взаимодействии их с полем медленной пространственной дифракционной гармоникой, которая образуется при дифракции электромагнитной волны на периодической структуре. Оптимальную плотность энергии дифракционного излучения ЭП возбуждает при синхронизме МВПЗ с полем медленной дифракционной гармоникой. В этом случае при взаимодействии с дифрагированным на решетке падающим полем можно реализовать режим усиления электромагнитных волн.

При анализе электронно-волновых процессов в приборах дифракционной электроники обычно используются три метода решения задач: приближение заданного тока, модулированного по плотности заряда ЭП; приближение заданного поля, дифрагированного на решетке; самосогласованное решение задачи дифракционной электроники, практически объединяющее два первых метода.

**Метод заданного тока.** Этот метод достаточно хорошо развит в работах [5, 6, 15] и основывается на решении уравнений Максвелла в приближении заданного источника (плотности заряда или конвекционного тока). В этом случае, при движении модулированного ЭП вблизи решетки, полное электромагнитное поле состоит из суммы собственного поля ЭП в свободном пространстве и рассеянного дифракционной решеткой поля. Находя поля ЭП и решая дифракционную задачу рассеяния собственных полей пучка решеткой, определяют основные характеристики дифракционного излучения: условия излучения, электромагнитное поле, плотность излучения.

С помощью данного метода, без учета влияния дифрагированного на решетке падающего поля  $\vec{E}_1, \vec{H}_1$ , можно проанализировать электронно-волновые процессы, протекающие в областях II – IV усилителя (рис.1).

Предположим, что в модулированном электронном потоке, движущимся вблизи дифракционной решетки, образуются преимущественно продольные волны пространственного заряда. Тогда плотность конвекционного тока всего пучка можно представить в виде суммы парциальных монохроматических потоков.

Из анализа условий излучения следует, что МВПЗ и БВПЗ возбуждают дифракционное излучение при скоростях электронов [5]

$$\left(1 \pm \frac{\omega_R}{\omega}\right) \frac{kc}{|n| + k} \leq v_0 \leq \left(1 \pm \frac{\omega_R}{\omega}\right) \frac{kc}{|n| - k}, \quad (3)$$

а потоки энергии этого излучения направлены под углами

$$\gamma_n^\pm = \arccos\left(\frac{1}{\beta_e} - \frac{|n|}{\kappa} \pm \frac{\omega_R}{\omega}\right), \quad (4)$$

где углы  $\gamma_n^\pm$  отсчитываются против часовой стрелки, относительно положительного направления движения электронов;  $\kappa = \frac{2l}{\lambda}$ ;  $n = 0, -1, -2, \dots$  - номер пространственной гармоники дифракционного излучения;  $\beta_e = \frac{v_0}{c}$ ,  $c$  - скорость света.

Из соотношения (4) видно, что образовавшиеся в потоке электронные волны возбуждают дифракционное излучение под различными углами. При этом, изменив период решетки, скорость электронов и частоту модуляции, можно обеспечить условия излучения одной или одновременно несколькими электронными волнами. Разница между углами излучения значительно зависит от плотности тока пучка.

Поперечные электронные волны в потоке возникают под воздействием различных факторов, связанных с динамическими и статическими смещениями траекторий электронов пучка.

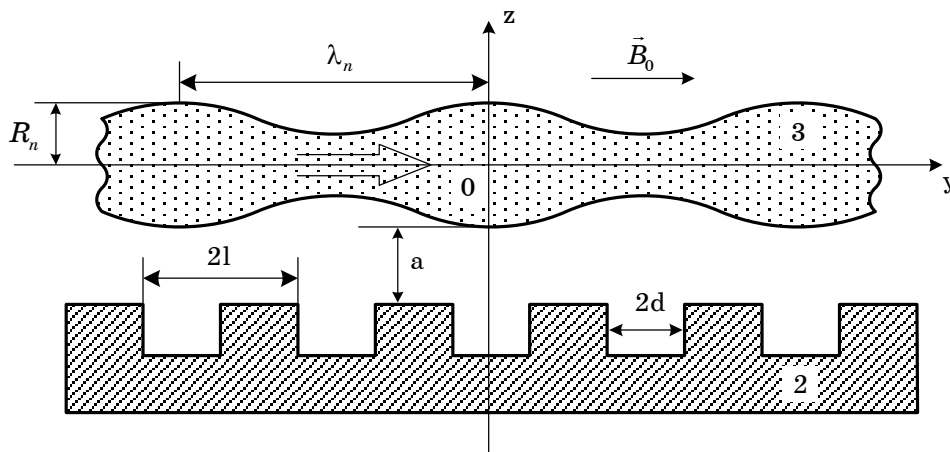


Рисунок 2 – Теоретическая модель задачи возбуждения дифракционного излучения поперечными электронными волнами пульсирующего электронного потока:  $\lambda_n$  - длина волны пульсаций,  $R_n$  - радиус пульсаций

Подобные электронные потоки в большинстве случаев присутствуют в пространстве взаимодействия приборов типа «О», где расчет статической формы пучка для заданных электрических и геометрических параметров электронной пушки и электродинамической структуры сводится к преобразованию и интегрированию уравнений движения электронов в статических магнитных или электрических полях. В этом случае, из условия излучения вытекает, что дифракционное излучение возбуждается циклотронными волнами при скоростях электронов [5]

$$\left(1 \pm s \frac{\omega_c}{\omega}\right) \frac{\kappa c}{|n| + \kappa} \leq v_0 \leq \left(1 \pm s \frac{\omega_c}{\omega}\right) \frac{\kappa c}{|n| - \kappa}, \quad (5)$$

а направления излучения этих волн определяются углами

$$\gamma_{s,n} = \arccos \frac{\left(1 \pm s \frac{\omega_c}{\omega}\right) \eta + n}{\kappa}, \quad (6)$$

где  $\eta = \frac{\kappa}{\beta_e}$ , знаки « $\pm$ » относятся к дифракционному излучению МЦВ и БЦВ, соответственно; если  $s = 0$ , то дифракционное излучение возбуждается собственными электронными волнами (СЭВ).

Согласно (6) БЦВ и МЦВ возбуждают дифракционное излучение только при определенном значении фокусирующего магнитного поля на постоянной частоте, но под различными углами относительно направления движения потока.

Выделим параметры электронного потока и периодической структуры, при которых дифракционное излучение возбуждается продольными и поперечными электронными волнами. Области изменения этих параметров продемонстрированы на диаграмме Бриллюэна рис. 3 [5].

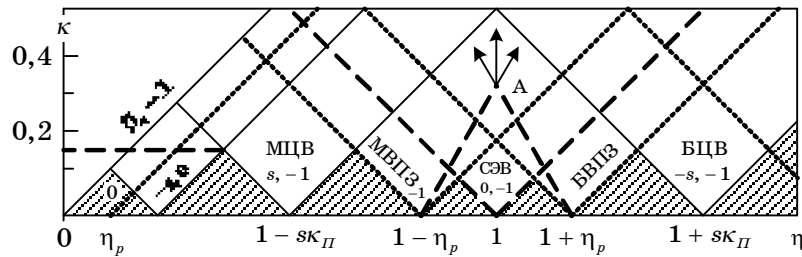


Рисунок 3 – Диаграмма Бриллюэна областей возбуждения дифракционного излучения продольными и поперечными электронными волнами

Условиям излучения МВПЗ и БВПЗ соответствуют параметры, попавшие в незаштрихованные области, которые ограничены прямыми  $\beta_e = 1$  и лучами углов секторов с вершинами  $\eta = \eta_p$ ;  $1 \pm \eta_p$  (точечные линии); МЦВ и БЦВ наблюдаются в областях секторов с вершинами  $\eta = s\kappa_\Pi$ ,  $\eta = 1 \pm s\kappa_\Pi$ . По диаграмме легко определить условия для дифракционного излучения возбуждаемого одной ( $\kappa < \kappa_1$ ) или одновременно несколькими продольными и поперечными электронными волнами. В частности точка А соответствует одновременному возбуждению дифракционного излучения МВПЗ, БВПЗ и СЭВ. В данном случае МВПЗ возбуждает излучение под острым углом, БВПЗ – под углом больше  $90^\circ$ , а СЭВ – по нормали к поверхности решетки.

**Приближение заданного поля** применяется для исследования линейных процессов энергообмена потока электронов с дифрагированным на решетке электромагнитным полем, а также для изучения начальной стадии возбуждения колебаний и определения стартовых характеристик приборов СВЧ.

Данный метод заключается в последовательном решении трех взаимосвязанных частных задач: дифракции электромагнитной волны на решетке; взаимодействия электронного потока с дифрагированным полем; возбуждения дифракционного излучения конвекционным током,

образовавшимся при взаимодействии с полем дифракционной решетки [5, 15].

На рис. 4 представлена теоретическая модель исследуемой системы, которая описывает электронно-волновые процессы при падении электромагнитной волны  $\vec{E}, \vec{H}$ , на дифракционную решетку, что соответствует описанию полей в пространстве взаимодействия усилителя I – IV (рис.1), без учета обратной связи ЭП с отраженной от верхнего зеркала волной.

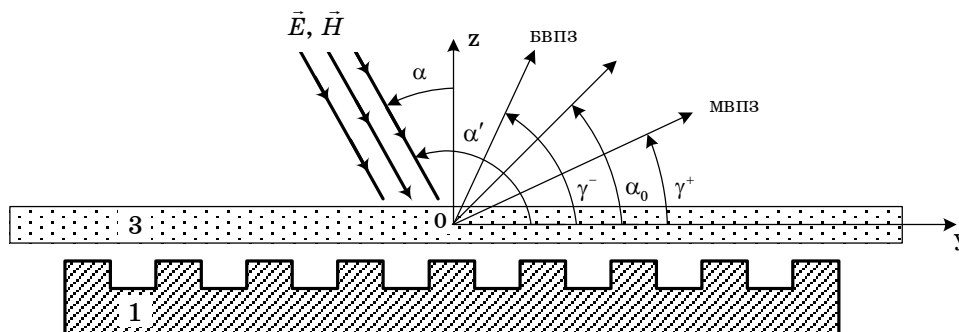


Рисунок 4 – Теоретическая модель формирования дифракционного излучения при заданном дифрагированном на решетке электромагнитном поле

Если решетка с электронным потоком облучается полем под произвольным углом  $\alpha' = 90^\circ + \alpha$  (например,  $H$  - поляризованной волной, то задача решается аналогично приведенной в [16]). В этом случае при периоде решетки  $2l < \frac{\lambda}{1 + \sin \alpha}$  отражаться под углом  $\alpha_0 = 90^\circ - \alpha$  будет только нулевая ( $m = 0$ ) пространственная гармоника; остальное поле является суперпозицией поверхностных дифракционных гармоник, распространяющихся в направлении оси  $Oy$  с фазовыми скоростями

$$v_\phi = \frac{\kappa c}{m + \kappa \sin \alpha}. \quad (7)$$

где  $m = 0, \pm 1, \pm 2 \dots$

В общем случае, из совместного анализа условий излучения и плотности энергии следует ряд свойств и эффектов, представляющих научный и практический интерес [17, 18]:

1. В электронном потоке, взаимодействующем с дифрагированным на периодической структуре полем, при  $v_0 = v_\phi$  возбуждается спектр электронных волн, распространяющихся с различными фазовыми скоростями. Это приводит к возбуждению дифракционного излучения в различных направлениях (рис. 4) симметрично направлению распространения отраженного от решетки поля (угол  $\alpha_0$ ).

2. В процессе взаимодействия электронного потока с дифрагированным полем МВПЗ отдает, а БВПЗ поглощает энергию поля поверхностной гармоники, что приводит к эффектам усиления и поглощения дифрагированного поля электронным потоком. При заданных углах  $\alpha$  падения поля на решетку максимальное усиление и поглощение его

обеспечиваются путем увеличения и уменьшения скорости электронов до значений

$$v_0^{\pm} = v_{\phi} \left( 1 \pm \frac{\omega_R}{\omega} \right). \quad (8)$$

3. Путем изменения угла  $\alpha$  и фазы падающего на решетку электромагнитного поля обеспечивается управление процессом взаимодействия электронного потока с дифрагированным полем, при котором можно максимально усилить или ослабить дифракционное излучение ЭП. Этот эффект указывает на возможность реализации фазовой фокусировки ЭП в устройствах дифракционной электроники, если соответствующим образом изменить конфигурацию отражающего зеркала открытой электродинамической системы усилителя (рис. 1). В частности верхнее зеркало 2 может быть выполнено в виде цилиндрической дифракционной решетки, вдоль образующей которой расположен планарный диэлектрический волновод [18].

Описанные выше свойства дифракционного излучения волн пространственного заряда подтверждаются теоретическими зависимостями мощности взаимодействия МВПЗ и БВПЗ, а также экспериментальными данными [17, 18].

**Решение задач в самосогласованной постановке** основывается на применении классических уравнений возбуждения резонансных автогенераторов с длительным взаимодействием [14]. При совместном решении уравнений движения и поля получается система нелинейных нестационарных уравнений, анализ которых возможен лишь в некоторых случаях. Если же решать самосогласованную задачу в малосигнальном приближении [8, 14], исходную систему нелинейных дифференциальных уравнений электроники в частных производных удастся линеаризовать и получить линейную систему уравнений. Решая краевую задачу, можно найти условия возбуждения колебаний.

### 3 САМОСОГЛАСОВАННОЕ РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ

В рамках вышеизложенного подхода рассмотрены электронно-волновые процессы в открытом волноводе (рис. 1) с учетом конечной величины фокусирующего магнитного поля. Решение электродинамической задачи проводится методом частичных областей [8, 9]. Поле в каждой области определялось исходя из уравнений Максвелла и необходимых граничных условий. Учитывая требования непрерывности компонент поля на границах областей, получаем самосогласованную систему уравнений, позволяющую определить дисперсионное уравнение.

Согласно теоретической модели, вдоль дифракционной решетки 1 движется ленточный электронный пучок 2 конечной толщины, фокусируемый продольным магнитным полем  $\vec{B}_0$  (рис. 1). В потоке электронов, в общем случае, будут наблюдаться пульсации границ (рис. 2). В нашем приближении считаем начальные скорости электронов вдоль осей  $Oz$  и  $Ox$  равными нулю, что позволит не учитывать амплитуду пульсаций потока. По оси  $Ox$  пучок бесконечен, то есть  $\frac{\partial}{\partial x} = 0$ . Предположим, что электроны ускорены электрическим полем до вхождения в пространство взаимодействия и имеют постоянную составляющую скорости вдоль оси  $Oy$ , которая считается намного меньше скорости света. Все параметры, характеризующие область

движения ЭП представим в виде суммы постоянных и малых переменных величин, гармонически зависящих от времени (фактор  $e^{-i\omega t}$ ):  $\vec{v} = \vec{v}_0 + \tilde{v}$ ,  $\rho = \rho_0 + \tilde{\rho}$ ,  $j = j_0 + \tilde{j}$ ,  $E_y = E_0 + \tilde{E} + \tilde{E}_{nz}$ , где  $\vec{v}_0$ ,  $\tilde{v}$ ,  $\rho$ ,  $\tilde{\rho}$ ,  $j$ ,  $\tilde{j}$ , – постоянная и переменная составляющие скорости электронов, плотности заряда и плотности тока, соответственно;  $E_0$ ,  $\tilde{E}$ ,  $\tilde{E}_{nz}$  – кулоновская, продольная и потенциальная части электрического поля, причем,  $\tilde{v} \ll v_0$ ;  $\tilde{\rho} \ll \rho_0$ ;  $\tilde{j} \ll j_0$ ;  $E_0 = 0$ ;  $\omega_p = \sqrt{e\rho_0/m_e\varepsilon_0}$  – плазменная частота, тогда параметр пространственного заряда  $q = \omega_p/\omega$ , для нашего случая  $q \approx 0,01$ .

Учет влияния фокусирующего магнитного поля на электронно-волновые процессы в усилителе, проведем путем включения в уравнение движения электронов дополнительных слагаемых вида  $(\omega_c \frac{d\tilde{x}}{dt})$  и  $(-\omega_c \frac{d\tilde{z}}{dt})$ . Следует отметить, что исходная система уравнений движения описывает также и высокочастотные смещения электронов  $\tilde{y}$  и  $\tilde{z}$ . Особенностью нахождения поля электромагнитной волны в области электронного потока является переход от системы уравнения движения в проекциях на оси координат к двум дифференциальным уравнениям для ВЧ-смещений электронов. Используя теорему Флоке и представляя ВЧ-смещения в виде разложения по собственным функциям периодической структуры получим связь между компонентами ВЧ-смещений и компонентами электрического поля волны. Далее из уравнений Максвелла и с учетом соотношения компонент поля получим волновое уравнение, путем решения которого можно найти все составляющие ТМ-волны в области электронного потока. Совместно решая уравнения, описывающие электромагнитные поля в каждой из областей (рис. 1), с учетом граничных условий, применяя метод переразложения системы функций полной на одном интервале по системе функций полной на другом интервале получаем дисперсионное уравнение общего вида.

#### Уравнение движения в области II.

Рассматривая ТМ-волну ( $E_x = H_y = H_z = 0$ ) и полагая  $\partial/\partial x = 0$ , в рамках линейной теории, запишем векторное уравнение движения электронов:

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{e}{m_e} \vec{E}. \quad (9)$$

Тогда из (9), учитывая то, что  $\frac{\partial}{\partial t} = -i\omega$ , приходим к выражению:

$$\frac{\partial^2 \tilde{y}}{\partial y^2} - 2i\beta \frac{\partial \tilde{y}}{\partial y} - \beta \tilde{y} = \frac{E_y}{2U_0}, \quad (10a)$$

где  $\beta = \frac{\omega}{v_0}$ ;  $U_0 = \frac{v_0^2}{2\eta}$  – ускоряющее напряжение.

Учитывая, что  $\frac{d\tilde{x}}{dt} = -\omega_c \tilde{z}$  окончательно получаем:



$$\frac{\partial^2 \tilde{z}}{\partial y^2} - 2i\beta \frac{\partial \tilde{z}}{\partial y} - (\beta^2 - \beta_c^2) \tilde{z} = \frac{E_z}{2U_0}, \quad (106)$$

где  $\beta_c = \frac{\omega_c}{v_0}$ .

Далее используя теорему Флоке [19], высокочастотные компоненты представим в виде разложения по собственным функциям. Таким образом, преобразуя (10а, б) приходим к выражению  $n$ -х компонент высокочастотных смещений:

$$\begin{aligned} y_n(z) &= -\frac{e E_{yn}(z)}{m_e (\omega - v_0 \alpha_n)^2}, \\ z_n(z) &= -\frac{e E_{zn}(z)}{m_e ((\omega - v_0 \alpha_n)^2 - \omega_c^2)}, \end{aligned} \quad (11)$$

где  $\alpha_n = \alpha_0 - \frac{\pi n}{l}$  – коэффициент распространения пространственных гармоник.

Воспользовавшись системой уравнений Максвелла – Лоренца и продифференцировав каждое из них получим выражения для ВЧ-составляющих компонент вектора конвекционного тока:

$$\begin{aligned} \tilde{j}_y &= \rho_0 \frac{d\tilde{y}}{dt} + v_0 \tilde{\rho} = \rho_0 \frac{d\tilde{y}}{dt} + v_0 \rho_0 \frac{d\tilde{y}}{dy} + v_0 \tilde{\rho}, \\ \tilde{j}_z &= \rho_0 \frac{d\tilde{z}}{dt} = \rho_0 \frac{d\tilde{z}}{dt} + v_0 \rho_0 \frac{d\tilde{z}}{dy}. \end{aligned} \quad (12)$$

Подставив (12) в уравнения, решенные относительно компонент электрического поля, а также учитывая уравнение (11) и зависимость  $e^{-i\omega t}$  получим связь между  $n$ -ми,  $z$ -ми,  $y$ -ми компонентами электрического поля. Продифференцировав по  $z$  приходим к окончательному выражению для  $E$  компонент ВЧ поля:

$$E_{zn}(z) = \frac{i\alpha_n \frac{\partial^2 E_{ny}(z)}{\partial z^2}}{k^2 - \alpha_n^2 + k^2 \Gamma_n^z \left[ 1 - \frac{v_0 \alpha_n}{\omega} \right]}, \quad (13)$$

где  $\Gamma_n^z = -\frac{\omega_p^2}{(\omega - v_0 \alpha_n)^2 - \omega_c^2}$ .

Из выражения (13) получим соотношение, которое позволяет разделить компоненты поля, связанные смешанными производными и получить волновое уравнение относительно  $E_{yn}$ :

$$\frac{\partial^2 E_{yn}(z)}{\partial z^2} + \xi_{en}^2 \Gamma_{en}^2 E_{yn}(z) = 0, \quad (14)$$

$$\text{где } \xi_{cn} = \left[ k^2 - \alpha_n^2 - k^2 \left( 1 - \frac{v_0 \alpha_n}{\omega} \right) \frac{\omega_p^2}{(\omega - v_0 \alpha_n)^2 - \omega_c^2} \right]^{\frac{1}{2}}, \Gamma_{cn} = \left[ \frac{1 - \frac{\omega_p^2}{(\omega - v_0 \alpha_n)^2}}{1 - \frac{\omega_p^2}{(\omega - v_0 \alpha_n)^2 - \omega_c^2}} \right]^{\frac{1}{2}}.$$

Произведение  $\xi_{cn}^2 \Gamma_{cn}^2$ , как видно из (14), является эффективной диэлектрической проницаемостью электронного пучка в продольном магнитном поле конечной величины. При стремлении величины магнитного поля  $B_0$  к бесконечности ( $\omega_c \rightarrow \infty$ ), уравнение (14) переходит в волновое уравнение поля, для пучка с одномерным характером движения электронов [8, 9]. Из (13) и (14) полные выражения для компонент электрического и магнитного полей в области II будут иметь следующий вид:

$$E_y^{II} = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} e^{i\alpha_n y} (C_n e^{i\xi_{cn} \Gamma_{cn} (z-c)} + D_n e^{-i\xi_{cn} \Gamma_{cn} (z-c)}), \quad (15)$$

$$E_z^{II} = - \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \frac{\alpha_n \Gamma_{cn}}{\xi_{cn}} e^{i\alpha_n y} (C_n e^{i\xi_{cn} \Gamma_{cn} (z-c)} - D_n e^{-i\xi_{cn} \Gamma_{cn} (z-c)}), \quad (16)$$

$$H_{xn}^{II} = - \left( \frac{(\alpha_n^2 + \xi_{cn}^2) \Gamma_{cn}}{(\xi_n^2 + \alpha_n^2) \xi_{cn}} \right) \varepsilon_0 \omega (C_n e^{i\xi_{cn} \Gamma_{cn} (z-c)} - D_n e^{-i\xi_{cn} \Gamma_{cn} (z-c)}), \quad (17)$$

где  $\xi_n = \sqrt{k^2 - \alpha_n^2}$ , а  $C_n$  и  $D_n$  - постоянные интегрирования.

**Нахождение полей в областях I, III, IV.** Аналогично решению поля для области II, находим напряженности электрического ( $\vec{E}$ ) и магнитного ( $\vec{H}$ ) полей в III, IV и I областях. Из уравнений Максвелла, представляя решения электрического поля через вектор Герца  $\vec{\Pi}$ , имеем:

$$\frac{\partial^2 \Pi_n(z)}{\partial z^2} + (k^2 - \alpha_n^2) \Pi_n(z) = 0. \quad (18)$$

Решением задачи в областях III и IV является собственное поле открытой замедляющей системы без активной среды. Решение уравнения (18) ищем в виде:

$$\Pi_n(z) = (A_n e^{i\xi_n(z-b)} + B_n e^{-i\xi_n(z-b)}).$$

Таким образом, для компонент поля в области IV с учетом граничных условий  $E_y = 0$  при  $z = -h$  получаем следующие уравнения:

$$\frac{\partial^2 H_m^{IV}(z)}{\partial z^2} + (k^2 - p_m^2) H_m^{IV}(z) = 0, \quad (19)$$

$$E_y^{IV} = - \frac{i}{\omega \varepsilon_0} e^{i\pi \alpha_0 N l} \sum_{m=0}^{\infty} D_m \eta_m \sin \eta_m (z+h) \cos \frac{\pi m}{2d} (y - 2Nl + d), \quad (20)$$

где  $p_m^2 = \left(\frac{\pi m}{2d}\right)^2$ ,  $\eta_m = \sqrt{k^2 - p_m^2}$ .

Для нахождения полей в I области воспользуемся выражениями для компонент поля следующего вида:

$$\begin{cases} E_y^I = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \xi_n^2 e^{i\alpha_n y} E_n (e^{i\xi_n(z-t)} + e^{-i\xi_n(z-t)}), \\ H_x^I = -\omega\varepsilon_0 \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \xi_n e^{i\alpha_n y} E_n (e^{i\xi_n(z-b)} + e^{-i\xi_n(z-b)}). \end{cases} \quad (21)$$

Совместное решение для III и IV областей, с учетом граничных условий относительно коэффициента  $B_n/A_n$  ( $B_n$  и  $A_n$  - коэффициенты Фурье-амплитуды дифрагированного поля), проводилось методом переразложения функции полной на одном интервале, по системе функций полной на другом интервале.

Исходя из условия непрерывности тангенциальных компонент поля на границе областей, можно записать:

$$E_y^{III} = \begin{cases} E_y^{IV}, 2Nl - d \leq y \leq 2Nl + d - \text{щель}, \\ 0 \text{ вне указанной области - металл}, \\ H_x^{III} = H_x^{IV} \text{ в обеих областях.} \end{cases} \quad (22)$$

Умножив (22) на ортогональные функции  $e^{-i\alpha_n y}$  и  $\cos \frac{\pi m}{2d}(y+d)$ , затем проинтегрировав от  $-1$  до  $1$  и от  $-d$  до  $d$  с множителями  $\frac{1}{2l}$  и  $\frac{1}{2d}$ , соответственно, а также учитывая (20) и полагая  $z=0, n=0$ , получим искомое дисперсионное уравнение:

$$1 + \frac{1}{ld} ktg(kh) \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \frac{\sin^2 \alpha_n d}{\alpha_n^2} \frac{\Phi_n(0)}{\Phi_n'(0)} = 0, \quad (23)$$

где

$$\frac{\Phi_n(0)}{\Phi_n'(0)} = \frac{-\omega\varepsilon_0 \xi_n (e^{-i\xi_n b} - \frac{B_n}{A_n} e^{i\xi_n b})}{-i\omega\varepsilon_0 \xi_n^2 (e^{-i\xi_n b} + \frac{B_n}{A_n} e^{i\xi_n b})} = -\frac{i}{\xi_n} \frac{(e^{-i\xi_n b} - \frac{B_n}{A_n} e^{i\xi_n b})}{(e^{-i\xi_n b} + \frac{B_n}{A_n} e^{i\xi_n b})}. \quad (24)$$

Уравнение (24) является дисперсионным уравнением открытой замедляющей системы без активной среды. Через неопределенные коэффициенты  $B_n/A_n$ , входящие в  $\Phi_n(z)$  и  $\Phi_n'(z)$ , используя условия непрерывности  $E_x$  и  $H_x$  компонент, получаем конечное трансцендентное дисперсионное уравнение следующего вида:

$$1 + \frac{1}{ld} ktg(kh) \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \frac{\sin^2 \alpha_n d}{\alpha_n^2 \xi_n} \left[ \frac{\left( \frac{(\alpha_n^2 + \xi_n^2) S_n}{(\alpha_n^2 + \xi_n^2)} \left[ 1 - \frac{(\alpha_n^2 + \xi_n^2) S_n}{(\alpha_n^2 + \xi_n^2)} tg \xi_n (t-c) tg \xi_{cn} \Gamma_{cn} (c-b) \right] \right)}{\left( \frac{(\alpha_n^2 + \xi_n^2) S_n}{(\alpha_n^2 + \xi_n^2)} \left[ 1 - \frac{(\alpha_n^2 + \xi_n^2) S_n}{(\alpha_n^2 + \xi_n^2)} tg \xi_n (t-c) tg \xi_{cn} \Gamma_{cn} (c-b) \right] \right)} \right] \times$$

$$\times \frac{\cos \xi_n b - \left[ \frac{(\alpha_n^2 + \xi_n^2) S_n}{(\alpha_n^2 + \xi_n^2)} tg \xi_n (t-c) + tg \xi_{cn} \Gamma_{cn} (c-b) \right] \sin \xi_n b}{\cos \xi_n b + \left[ \frac{(\alpha_n^2 + \xi_n^2) S_n}{(\alpha_n^2 + \xi_n^2)} tg \xi_n (t-c) + tg \xi_{cn} \Gamma_{cn} (c-b) \right] \cos \xi_n b} = 0. \quad (25)$$

**Приближенные дисперсионные уравнения.** Введем ряд предположений, которые позволяют упростить уравнение (25): связь поля решетки и ЭП – максимальна ( $b = 0$ ), электронный поток взаимодействует с первой пространственной гармоникой, а излучение объемных волн происходит на нулевой гармонике. Учитывая малый порядок величин пространственного заряда  $q$  и циклотронного параметра  $\Omega_e = \omega_c / \omega$ , обезразмеривая волновые числа и геометрические параметры, получаем упрощенное дисперсионное уравнение:

$${}^2\Omega(\kappa, \mu) = \Delta_0(\kappa, \mu), \quad (26)$$

где:

$${}^2\Omega(\kappa, \mu) = \left( \frac{\frac{\Gamma_{c1}}{\xi_{c1}} \left( 1 + \frac{\Gamma_{c1}}{\xi_{c1}} th(\pi \varepsilon \Gamma_{c1} \xi_{c1}) \right)}{\frac{\Gamma_{c1}}{\xi_{c1}} + th(\pi \varepsilon \Gamma_{c1} \xi_{c1})} - 1 \right),$$

$$\xi_{c1} = \left[ \left( 1 + (q^2 (\kappa - \beta_e (\mu + 1)) \kappa^3) / \left( 1 - \Omega_e^2 \left( \kappa - \frac{\beta_e (\mu + 1)}{(1 - \Omega_e)} \right) \left( \kappa - \frac{\beta_e (\mu + 1)}{(1 + \Omega_e)} \right) \right) \right)^{1/2} \right],$$

$$\Gamma_{c1} = \left( 1 - \frac{q^2 \kappa^2}{(\kappa - \beta_e (\mu + 1))^2} \right)^{1/2} / \left( 1 - \frac{q^2 \kappa^2}{(1 - \Omega_e^2) \left( \kappa - \frac{\beta_e (\mu + 1)}{(1 - \Omega_e)} \right) \left( \kappa - \frac{\beta_e (\mu + 1)}{(1 + \Omega_e)} \right)} \right)^{1/2}.$$

В правой части (26) присутствует уравнение холодной структуры, которое получается при  $q = 0$ :

$$\Delta_0(\kappa, \mu) = \frac{ctg(\pi \kappa \delta)}{\theta \kappa} + \left\{ 2 \ln \sin \frac{\pi \theta}{2} + \frac{ctg \pi \chi \sqrt{\kappa^2 - \mu^2}}{\sqrt{\kappa^2 - \mu^2}} \right\}, \quad (27)$$

где  $\theta = \frac{d}{l}$ ,  $\chi = \frac{H}{l}$ ,  $\delta = \frac{h}{l}$  – безразмерные геометрические параметры системы,  $\mu = \mu_0 + \delta \mu$  – по абсолютному значению не превышает 0,5, причем  $\mu_0 \gg \delta \mu$ .

Разложив  $\Delta_0(k, \mu)$  в ряд Тейлора по степеням относительно  $\delta\mu$  и отбросив все члены степени выше первой, имеем:

$${}^2\Omega(\kappa_0, \mu_0 + \delta\mu) = \Delta'_{0\mu}(\mu_0) \cdot \delta\mu,$$

$$\text{где } \Delta'_{0\mu}(\mu_0) = \frac{\mu_0 \pi \chi \cdot \cos ec^2 \pi \chi \sqrt{\kappa^2 - \mu_0^2} + \frac{\mu_0}{\sqrt{\kappa^2 - \mu_0^2}} ctg \pi \chi \sqrt{\kappa^2 - \mu_0^2}}{(\kappa^2 - \mu_0^2)}.$$

Для получения аналитического вида функции  ${}^2\Omega$  можно воспользоваться методом графической аппроксимации. Произведя замену  ${}^2\Omega$  на  $\frac{\Gamma_{c1}^2(\kappa_0, \mu_0 + \delta\mu)}{\xi_{c1}^2(\kappa_0, \mu_0 + \delta\mu)} - 1$  мы преобразуем трансцендентное уравнение в степенное уравнение седьмого порядка, относительно добавки к волновому числу  $\delta\mu$ .

$$\frac{\Gamma_{c1}^2(\kappa_0, \mu_0 + \delta\mu)}{\xi_{c1}^2(\kappa_0, \mu_0 + \delta\mu)} - 1 = \frac{\mu_0 \pi \chi \cdot \cos ec^2 \pi \chi \sqrt{\kappa^2 - \mu_0^2} + \frac{\mu_0}{\sqrt{\kappa^2 - \mu_0^2}} ctg \pi \chi \sqrt{\kappa^2 - \mu_0^2}}{(\kappa^2 - \mu_0^2)} \delta\mu. \quad (28)$$

Без учета влияния магнитного поля на волновые процессы ( $B_0 \rightarrow \infty$ ) (28) преобразуется в уравнение третьей степени, относительно  $\delta\mu$  [8]:

$$-\beta_e^2 \delta\mu^3 + 2\beta_e (\kappa - \beta_e (\mu_0 + 1)) \delta\mu^2 - \left( \kappa - \frac{\beta_e (\mu_0 + 1)}{1 + q} \right) \left( \kappa - \frac{\beta_e (\mu_0 + 1)}{1 - q} \right) \delta\mu - \frac{q^2 \kappa^2}{\Delta'_{0\mu}} = 0. \quad (29)$$

При введении в электродинамическую систему усилителя дополнительной области в виде диэлектрического слоя (на рис. 1 не показано), по методике изложенной выше получаем дисперсионное уравнение, описывающее влияние диэлектрика на волны пространственного заряда в усилителе [10]:

$$-\beta_e^2 \delta\mu^3 + 2\beta_e (\kappa - \beta_e (\mu_0 + 1)) \delta\mu^2 - \left( \kappa - \frac{\beta_e (\mu_0 + 1)}{1 + q} \right) \left( \kappa - \frac{\beta_e (\mu_0 + 1)}{1 - q} \right) \delta\mu - \frac{q^2 \kappa^2 \Lambda}{\Delta'_{0\mu}} = 0, \quad (30)$$

$$\text{где } \Lambda = \begin{cases} 1, \operatorname{Re}(\tilde{A}_1) \gg \operatorname{Im}(\tilde{A}_1), \\ 1, \tilde{A}_1 = 0, \\ 1, \zeta \tilde{A}_1 \leq 1/2, \\ \sin(\zeta \tilde{A}_1), \zeta \tilde{A}_1 > 1/2. \end{cases} \quad \text{- аппроксимационная функция учета дисперсионных характеристик ЭП.}$$

Степенные уравнения (28), (29), (30) позволяют достаточно подробно проанализировать физику волновых процессов для различных моделей усилителя на эффекте Смита-Парселла.

#### 4 АНАЛИЗ ЭЛЕКТРОННО-ВОЛНОВЫХ ПРОЦЕССОВ.

Основная цель анализа трансцендентных дисперсионных уравнений типа (26) состоит в определении комплексного коэффициента распространения  $\mu$ , и установлении областей значений скорости электронного потока и других параметров электродинамической системы усилителя, при которых  $|\text{Im } \mu|$  будет иметь оптимальные значения. Мнимость  $\mu$  соответствует условию взаимодействия волн ОБ с волнами пространственного заряда ЭП. Учитывая то, что электрические и магнитные компоненты поля экспоненциально зависят от множителя  $e^{i\alpha_n y}$ , а  $\alpha_n = \frac{\mu + m}{\kappa}$ , то очевидно, что при  $\text{Im } \mu < 0$  мы будем иметь экспоненциально нарастающие волны, отбирающие энергию у электронного потока (режим усиления волн), а при  $\text{Im } \mu > 0$  электроны будут увеличивать свою скорость за счет энергии электромагнитной волны (режим поглощения волн). В общем случае возможно распространение волн нескольких типов. Первый тип – это поверхностные волны периодической структуры, присутствие которых определяется мнимыми значениями поперечных волновых чисел. Второй тип – объемные волны, соответствующие режимам дифракционного излучения [5, 15]. Третий тип волн – волны пространственного заряда ЭП.

В силу отсутствия стандартных подходов решения трансцендентных уравнений такого типа, как правило применяются итерационные методы, позволяющие эффективно оперировать комплексными числами и достигать хорошей сходимости решений.

Численный анализ дисперсионных уравнений (26) позволил выяснить, что в объеме волновода распространяются волны с собственными волновыми числами  $\mu$ , определяющими направление, величину фазовой скорости, а также угол дифракционного излучения. Фазовые скорости некоторых из волн совпадают по направлению со скоростью электронного потока, а некоторые противоположны. Данные волны относятся к гармоникам периодической структуры без ЭП. Также в системе присутствуют медленные и быстрые волны пространственного заряда. Четыре корня дисперсионного уравнения имеют отрицательные и положительные мнимые части коэффициента распространения  $\mu$  при различных значениях параметра  $\beta_e$ , что говорит о возможности усиления, как распространяющихся в ОБ волн, так и волн пространственного заряда ЭП в четырех областях. Кроме того в системе распространяются продольные и поперечные волны пространственного заряда электронного потока. При условии синхронизма их скорости со скоростью волн электродинамической структуры, происходит энергообмен приводящий или к усилению распространяющейся по волноводу волны или к ее ослаблению. Данное взаимодействие проявляется в наличии мнимых корней волнового числа  $\mu$ . В частности на рис. 5 представлено графическое решение уравнения (26) при  $V_0 \rightarrow \infty$ .

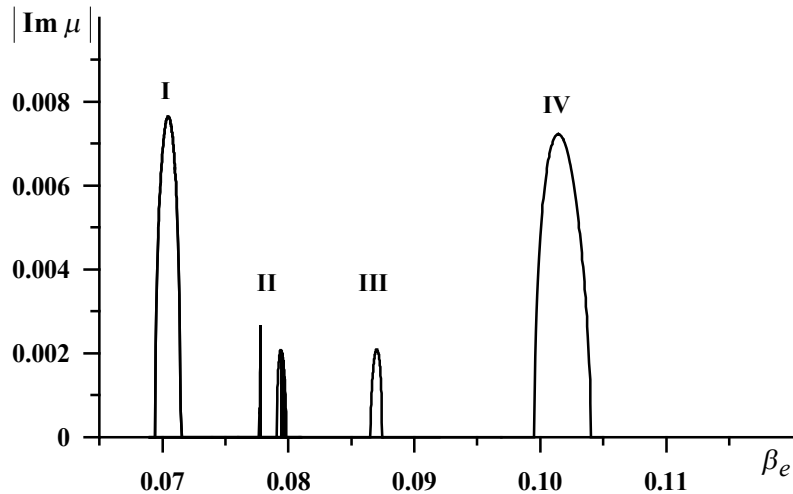


Рисунок 5 – Решение дисперсионного уравнения (26) при  $\kappa = 0,083$ ,  $\chi = 10$ ,  $B_0 \rightarrow \infty$

Области I и IV – соответствует режиму усиления поверхностных волн с максимальным значением  $|\text{Im } \mu|$  при их синхронизме с МВПЗ и БВПЗ, соответственно (аналог ЛБВ и ЛОВ). Области II и III соответствуют условию возбуждения объемных волн дифракционного излучения под углами меньшими и большими  $\pi/2$  относительно плоскости гребенки.

В некоторых случаях решение трансцендентного уравнения типа (26) весьма затруднительно даже при использовании итерационного метода. Кроме того, для физического анализа полученных аналитических результатов гораздо удобнее пользоваться дисперсионными уравнениями, преобразованными в степенные полиномы. В этом случае важную роль играет сопоставительный анализ решений трансцендентных и полиномиальных дисперсионных уравнений типа (28 – 30), позволяющий определить влияние упрощений на конечные результаты. Так, расхождения в ряде Тейлора вблизи волнового числа, соответствующего дифракционной гармонике, позволяют проанализировать электронно-волновые процессы только с этой волной. В частности на рис. 6 представлены результаты решения кубического дисперсионного уравнения (29).

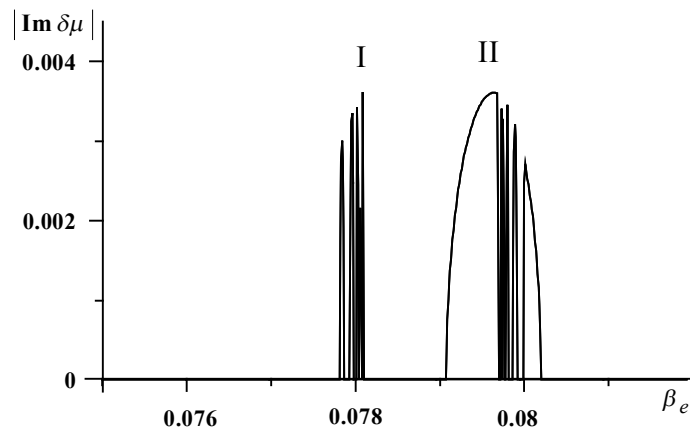


Рисунок 6 – Решение кубического дисперсионного уравнения (29) при  $\kappa = 0,083$ ,  $\chi = 10$ ,  $\zeta = 3$ ,  $\mu_0 = 0,0524$

Видно, что данное приближение позволяет описать три волны с волновыми числами близкими к волновым числам медленной волны пространственного заряда  $\mu_{\text{МВПЗ}}$ , быстрой волны пространственного заряда  $\mu_{\text{БВПЗ}}$  и волны периодической структуры  $\mu_0$ . Причем в областях I и II волна периодической структуры взаимодействует с волнами пространственного заряда ЭП (с БВПЗ – область I и с МВПЗ – область II), что выражается в сопряженных мнимых добавках, одни из которых со знаком “–” соответствуют экспоненциально нарастающей вдоль оси  $Oy$  объемной волне, другие – убывающей. При этом наблюдается “тонкая” структура ДИ, обусловленная влиянием дисперсионных свойств ЭП при конечной его толщине. Это качественно согласуется с результатами экспериментальных исследований взаимодействия ЭП с дифрагированным на периодической структуре полем [17].

В отличие от модели с  $V_0 \rightarrow \infty$ , численный анализ дисперсионного уравнения (28) позволяет выявить 5 волн (из семи корней – 2 комплексно сопряженные). Кроме волн с волновыми числами, соответствующими фазовым скоростям БВПЗ и МВПЗ (1), появляются медленная и быстрая циклотронные волны (2). Быстрая волна пространственного заряда электронного потока и поперечные циклотронные волны не участвуют в энергообмене с волной ОВ, однако они могут оказывать существенное влияние на амплитуду инкремента нарастания волны, возбуждаемой в системе. Так при уменьшении величины магнитного поля (параметра  $\Omega_c$ ) значения волновых чисел циклотронных волн стремятся к  $\mu_0$ , что приводит к существенному уменьшению амплитуды инкремента нарастания и области взаимодействия медленной волны пространственного заряда электронного потока с дифракционной гармоникой. В области значений  $\Omega_c \approx 0,1$  возбуждение ОВ электронным потоком практически прекращается.

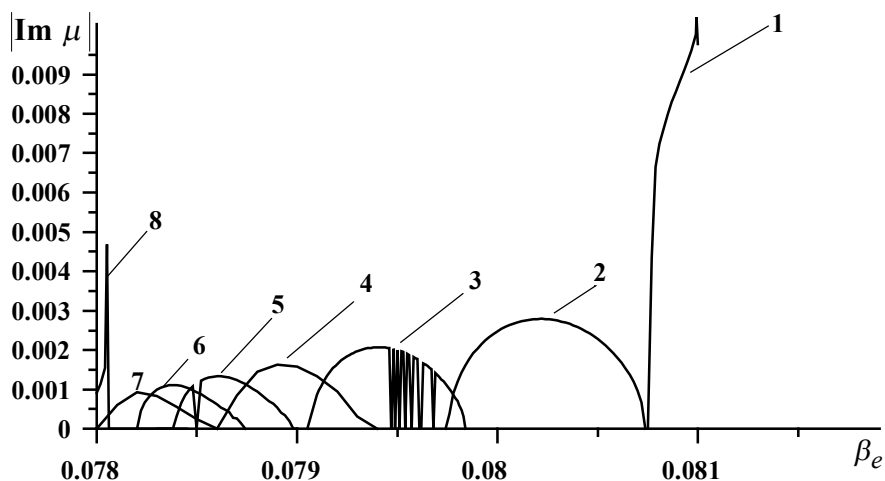


Рисунок 7 – Графические зависимости мнимой части коэффициента распространения  $\mu$  от параметра  $\beta_e$  при различных расстояниях между периодической структурой и металлическим экраном:  $\chi = 8$  (1),  $\chi = 9$  (2),  $\chi = 10$  (3),  $\chi = 11$  (4),  $\chi = 12$  (5),  $\chi = 13$  (6),  $\chi = 14$  (7),  $\chi = 25$  (8)



**Особенности влияния параметров электродинамической системы усилителя на электронно-волновые процессы.** Существенное влияние на условия распространения волн в волноводе оказывает параметр  $\chi$  (нормированное к периоду решетки расстояние между зеркалами ОВ). В частности, на рис. 7 представлено решение трансцендентного уравнения (26) для случая идеальной фокусировки ЭП.

Из графиков видно, что изменение расстояния между решеткой и металлическим зеркалом приводит к изменению углов излучения и фазовой скорости волны. Как следствие этого, нарушается условие синхронизма МВПЗ электронного потока с дифракционной гармоникой, проявляющееся, при увеличении значения  $\chi$ , в смещении областей возбуждения колебаний в сторону меньших  $\beta_e$  и уменьшении максимального значения инкремента нарастания. Физически это может объясняться уменьшением амплитуды отраженного от зеркала излучения, что влияет на эффективность группировки ЭП, в поле бегущей вдоль оси ОВ волны.

Путем выбора параметров периодической структуры, в частности ее периода, можно реализовать режимы, как объемных, так и поверхностных волн. Первый режим при углах излучения близких к  $\pi/2$  характеризуется значительным ростом инкремента нарастания амплитуды волны, связанным с максимальным преобразованием энергии ЭП в дифракционное излучение. При этом анализируемая система становится резонансной и не позволяет обеспечить широкополосное усиление сигнала, имея склонность к самовозбуждению. Второй режим характерен для приборов типа ЛОВ и ЛБВ.

Установлено, что толщина электронного потока, в заданном приближении, оказывает влияние лишь на величину амплитуды инкремента нарастания и на ширину области взаимодействия по параметру  $\beta_e$  волн ОВ с ЭП. Поэтому при расчете необходимо учитывать, что математическая модель усилителя предполагает равномерное распределение поля периодической структуры по толщине ЭП и позволяет увеличивать ее до размеров расстояния между зеркалами. Вместе с тем известна обратно пропорциональная зависимость глубины проникновения электромагнитного поля в ЭП от частоты. Реально с электромагнитным полем будет взаимодействовать только нижний слой электронного потока. Оптимальное значение толщины ЭП, согласно [5], определяется по формуле  $r = 0,19 \beta_e \lambda$ , что соответствует в миллиметровом диапазоне значениям  $r = 0,1 - 0,2$  мм.

**Влияние диэлектрического слоя на электронно-волновые процессы.** Для определения влияния диэлектрического слоя на условия распространения волн в волноводе и их взаимодействия с волнами пространственного заряда ЭП проводился численный анализ модифицированного трансцендентного уравнения (26), учитывающего влияние диэлектрического слоя расположенного между ЭП и верхним зеркалом [10], в случае идеальной фокусировки ЭП. Данное трансцендентное уравнение анализировалось для значений диэлектрической проницаемости в интервале  $\varepsilon = 3 - 210$ . Максимальное значение  $\varepsilon$  определялось из условия возбуждения черенковского излучения в диэлектрике при  $\beta_e > 0,07$ . Установлено, что введение диэлектрического слоя между ЭП и металлическим экраном с малыми  $\varepsilon$  приводит к появлению дополнительных волн с близкими к  $\varepsilon = 1$  значениями коэффициента распространения  $\mu$ . В частности на рис. 8а приведены графические зависимости решения такого дисперсионного

уравнения, для  $\varepsilon = 3$  (взаимодействие ЭП рассматривается только для прямых волн периодической структуры).

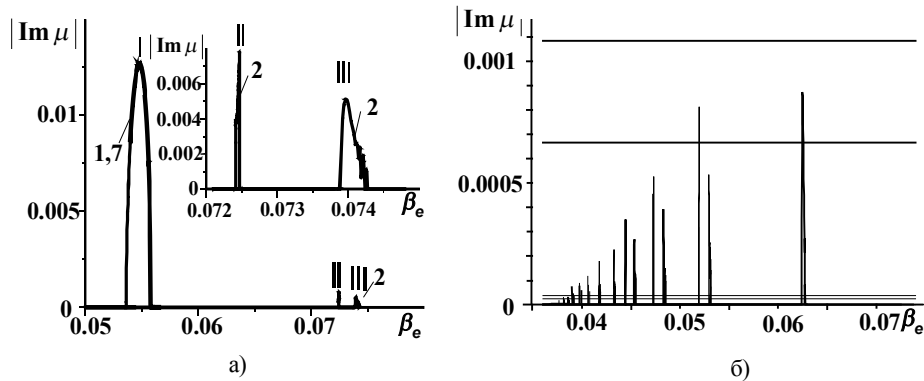


Рисунок 8 – Решения дисперсионного уравнения (26) при наличии диэлектрического слоя:  $\kappa = 0,083$ ,  $\chi = 10$  (рис. а:  $\varepsilon = 3$ , рис. б:  $\varepsilon = 210$ )

Волны I, II являются «медленными» волнами с фазовыми скоростями меньшими скорости света, как в свободном пространстве, так и в диэлектрической среде. Волна III соответствует дифракционным гармоникам периодической структуры, распространяющимся в диэлектрическом слое.

Дальнейший рост значений  $\varepsilon$  приводит к увеличению количества волн, распространяющихся в ОБ, изменению их фазовых скоростей и углов излучения. Так на рис. 8б представлено графическое решение дисперсионного уравнения при  $\varepsilon = 210$ . Все волны удовлетворяют условию распространения объемных волн в диэлектрическом слое. Увеличение количества волн в ОБ приводит к перераспределению энергии между ними, что выражается в значительном уменьшении значений амплитуд инкремента нарастания отдельных волн.

### 5 ПРИБЛИЖЕННЫЙ АНАЛИЗ КПД

Если в уравнении (30) пренебречь первым слагаемым, то с учетом  $|\delta\mu| \ll 1$ , для случая синхронизма электронов с медленной волной пространственного заряда при  $\kappa \approx \beta_e (\mu_0 + 1)/(1 + q)$ , получим:

$$\text{Im } \delta\mu'_{\max} = \pm \sqrt{\frac{q(\mu_0 + 1)}{2(1 + q)\Delta'_{0\mu}}}$$

Согласно [19] формула для максимальных значений коэффициента усиления будет иметь следующий вид:

$$K_y = \exp\left(\frac{\text{Im}(\delta\mu'_{\max})y}{l/\pi}\right). \quad (31)$$

Трехмерные решения (31) в виде зависимостей  $K_y(y, \varepsilon, \kappa, \chi, \mu_0)$  представлены на рис. 9.

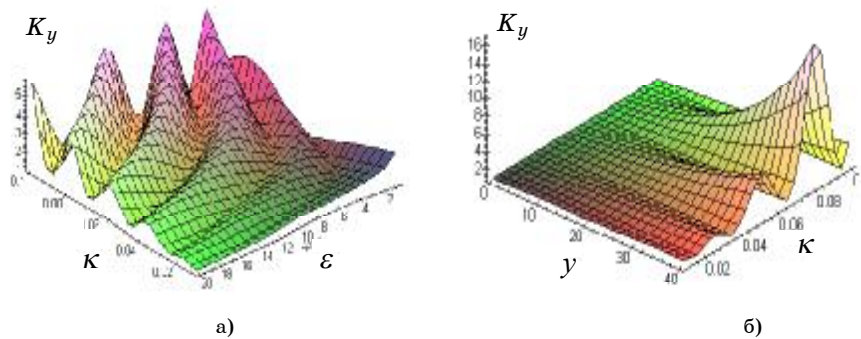


Рисунок 9 – Трехмерные графические решения (31) как функции основных параметров ОБ: а) –  $K_y(\varepsilon, \kappa)$  при  $\chi = 10$ ,  $\mu_0 = 0,052$ ,  $y = 20$ ; б) –  $K_y(y, \kappa)$  при  $\chi = 10$ ,  $\mu_0 = 0,052$ ,  $\varepsilon = 10$

Данное представление зависимостей дает возможность (в рамках рассматриваемой теоретической модели) качественно оценить интервалы значений параметров ОБ, в которых происходит усиление объемных электромагнитных волн. Общим является то, что увеличение длины системы (параметр  $y$ ) приводит к экспоненциальному возрастанию  $K_y$ .

Неограниченный рост коэффициента усиления с увеличением длины системы обусловлен приближенностью соотношения (31): не учтены нелинейные эффекты, характерные для реального усилителя; не проведен анализ влияния на поля ОБ неоднородности распределения плотности тока в поперечном сечении электронного пучка и т.д. [13]. Увеличение  $\varepsilon$  приводит к уменьшению фазовой скорости распространяющейся по диэлектрическому слою быстрой волны и к изменению угла ее излучения. Изменение  $\kappa$  влияет на фазовую скорость поверхностной волны, взаимодействующей с ЭП, и на условия излучения.

Оценки электронного КПД [19] для исследованных интервалов значений  $\beta_e$  показали, что его величина составляет несколько процентов и соответствует значениям КПД действующих ГДИ с периодической структурой типа "гребенка" [5].

## ВЫВОДЫ

1. На основании анализа электронно-волновых процессов, описываемых задачами дифракционной электроники в приближениях заданного тока и заданного поля, построена линейная двумерная самосогласованная теория усилителя на эффекте Смита-Парселла.

2. Получены и проанализированы общее трансцендентное дисперсионное уравнение, учитывающее влияние продольных и поперечных электронных волн на характеристики усилителя, и приближенные дисперсионные уравнения аналитического вида, позволяющие наглядно проанализировать физику волновых процессов. Установлено, что для анализируемой модели усилителя, быстрая волна пространственного заряда электронного потока и поперечные циклотронные волны непосредственно не участвуют в энергообмене с объемной волной открытого волновода.

3. Проанализировано влияние электродинамических параметров открытого волновода на электронно-волновые процессы: параметров периодической структуры, расстояния между зеркалами, проницаемости диэлектрического слоя и дисперсионных свойств электронного потока.

Установлено, что путем изменения электродинамических параметров открытого волновода возможна реализация различных режимов возбуждения колебаний: резонансного режима; режима объемной бегущей волны и режима поверхностных волн. Показана возможность вывода энергии из объема волновода через поверхностную волну диэлектрического слоя, расположенного на верхнем зеркале.

4. Проведен качественный анализ влияния основных электродинамических параметров открытого волновода на коэффициент усиления исследуемой системы. Показано, что значения электронного КПД усилителя близки к значениям КПД ранее созданных приборов на объемных волнах с периодической структурой типа «гребенка».

## SUMMARY

### LINEAR THEORY OF ELECTRON-WAVE PROCESSES IN SMITH-PARSELL AMPLIFIER

*G.S. Vorobjov, A.S. Krivets, V.O. Zhurba, A.A. Rybalko*  
Sumy State University

*In this work the linear two-dimensional theory of electronic-waves processes which take place in Smith-Parsell amplifier was build. The common transcendent and analytical simplified equations were obtained. Influence of basic electrodynamic of the opened waveguide parameters on the electronic-waves processes was analyzed. Parameters of the application changes for the transversal resonance, progressing by volume wave and superficial wave modes realization of were defined. The high-quality analysis of conduct of amplification of the system factor is conducted with the change of electrodynamic parameters.*

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Лампы обратной волны миллиметрового и субмиллиметрового диапазона /Е.М. Гершензон, М.Б. Голант, А.А. Негирев и др. – М.: Радио и связь, 1985.– 199 с.
2. Электроника и радиофизика миллиметровых и субмиллиметровых радиоволн /А.Я. Усиков, Э.А. Канер, И.Д. Трутень и др. –К: Наук. думка, 1986.– 368 с.
3. Лампы бегущей волны. Коллекторы, выводы энергии, поглощающие устройства, вопросы технологии, схемные вопросы, работы зарубежных фирм в области создания ЛВВ. Обзоры по электронной технике. Сер. 1, Электроника СВЧ / Л.Ф. Тесленко, А.В. Иванова и др.– М.: ЦНИИ "Электроника", 1990.– 92 с.
4. Шматько А.А. Электронные приборы сверхвысоких частот.– Харьков: ХПУ им. В.П. Каразина, 2006.– 328 с.
5. Генераторы дифракционного излучения / Под ред. Шестопалова В.П.– К.: Наук. думка, 1991.– 320 с.
6. Воробьев Г.С., Цвык А.И. Приборы дифракционной электроники с пространственно-развитыми структурами (обзор) // Вісник Сумського державного університету. – 2002. – №5(38) – 6(39). – С. 158 – 171.
7. G.S. Vorobyov, M.V. Petrovsky, V.O. Zhurba, at al. Perspectives of Application of New Modifications of Resonant Quasi-Optical Structures in EHF Equipment and Electronics //Telecommunications and Radio Engineering. – 2007. – № 66(20). - P. 1839-1862.
8. Воробьев Г.С., Рубан А.И., Шматько А.А. Линейная теория нерезонансного усилителя КВЧ с распределенным взаимодействием на эффекте Смита-Парселла // Изв.вузов. Радиоэлектроника.– 1999.– Т.42, №6.– С.67-70.
9. Г.С. Воробьев, А.И. Рубан, А.С. Кривец, А.А. Шматько. Теоретический анализ условий возбуждения колебаний в усилителе с распределенным взаимодействием на эффекте Смита-Парселла // Вісник Сумського державного університету.– 1999.– №1(12).– С. 28–33.
10. Воробьев Г.С., Кривец А.С., Шматько А.А. Влияние металло-диэлектрического слоя на волновые процессы в электродинамической системе усилителя на эффекте Смита-Парселла // Изв. вузов. Радиоэлектроника. – 2005. – №6. – С. 44 – 52.
11. G.S. Vorobjov, A.S. Krivets, A.A. Shmatko and others. The Smith-Pursell Effect Amplification of the Electromagnetic Waves in a Open Waveguide with a Matal-Dielectric Layer// Telecommunications and Radio Engineering.– 2003.– №59(10-12).– С.80–92.
12. Г.С. Воробьев, А.С. Кривец, М.В. Петровский, А.И. Рубан. Экспериментальное моделирование волновых процессов в усилителе на эффекте Смита-Парселла // Вісник Сумського державного університету.– 2002.– № 5(38)-6(39).– С.117–124.
13. Лопухин В.М., Рошаль А.С. Электронно-лучевые параметрические усилители.– М.: Сов. радио, 1968.– 240с.

14. Шевчик В.Н., Трубецков Д.И. Аналитические методы расчета в электронике СВЧ.– М.: Сов. радио, 1970.– 564 с.
15. Шестопапов В.П. Дифракционная электроника.– Харьков: ХГУ, 1976.– 232с.
16. Шестопапов В.П. Метод задачи Римана – Гильберта в теории дифракции и распространения электромагнитных волн. – Харьков: Издательство Харьковского университета, 1971. – 400 с.
17. Г.С. Воробьев, А.В. Нестеренко, А.И. Цвык и др. Исследование физических процессов взаимодействия электронного потока с дифрагированным полем // Изв. вузов. Радиофизика.– 1988.– Т.31, № 2.– С.805–812.
18. А.А. Вергий, Г.С. Воробьев, И.В. Иванченко и др. Экспериментальные исследования преобразования поверхностных волн в объемные в открытом волноводе // Изв.вузов. Радиофизика.– 1988.–Т.31, №6.– С.1242-1254.
19. Лопухин В.М. Возбуждение электромагнитных колебаний и волн электронными потоками.– М.: Сов. радио, 1953.– 325 с.

**Воробьев Г.С.**, доктор физ.-мат. наук,  
профессор кафедры физической  
электроники;

**Кривец А.С.**, кандидат физ.-мат.наук,  
доцент кафедры физической электроники,;

**Журба В.О.**, аспирант кафедры физической  
электроники СумГУ;

**Рыбалко А.А.**, аспирант кафедры  
физической электроники

*Поступила в редакцию 6 июня 2008 г.*