АНОМАЛЬНАЯ ДИФФУЗИЯ, КОНТРОЛИРУЕМАЯ ИНТЕНСИВНОСТЬЮ МУЛЬТИПЛИКАТИВНОГО БЕЛОГО ШУМА

Витренко А.Н.

Как известно, свободная частица, подверженная воздействию флуктуирующей среды, может демонстрировать диффузионное поведение. При этом среднее значение координаты частицы остается постоянным, а ее дисперсия $\sigma_x^2(t)$ линейно возрастает со временем. Особый интерес пред-ставляет случай аномальной диффузии, когда $\sigma_x^2(t)$ t^v $(\nu \neq 1)$. В зависимости от показателя ν выделяют два режима — супердиффузию $(\nu > 1)$ и субдиффузию $(\nu < 1)$.

Аномальная диффузия может описываться различными типами уравнения Ланжевена. Цель данной работы — показать, что стохастическая система с белыми шумами и зависимым от времени параметром затухания может проявлять аномальную диффузию, причем ее режим будет определяться интенсивностью мультипликативного шума.

Уравнение движения имеет вид

$$\lambda(t)\,\dot{x}(t) = x(t)\,\xi_1(t) + \xi_2(t)\,, \quad (x(0) = x_0) \tag{1}$$

где $\lambda(t)$ — некоторая детерминированная функция (параметр затухания), $\xi_1(t)$ и $\xi_2(t)$ — белые гауссовские мультипликативный и аддитивный шумы с нулевыми средними и корреляционными функциями

$$\begin{aligned} \langle \xi_1(t)\,\xi_1(t')\rangle = 2\Delta_1\delta(t-t')\,, \qquad & \langle \xi_2(t)\,\xi_2(t')\rangle = 2\Delta_2\delta(t-t')\,, \\ \langle \xi_1(t)\,\xi_2(t')\rangle \;\; = \;\; & 2r\sqrt{\Delta_1\Delta_2}\,\delta(t-t')\,. \end{aligned} \tag{2}$$

Здесь Δ_1 и Δ_2 — интенсивности шумов, r — параметр корреляции ($|r| \leq 1$), $\delta(x)$ — дельта-функция Дирака. Угловые скобочки означают усреднение по реализациям.

Решая уравнение (1) с учетом (2), получено выражение для дисперсии координаты $x(t)$:

$$\begin{aligned} \sigma_x^2(t) &= \left(x_0 + r\sqrt{\Delta_2/\Delta_1}\right)^2 \left\{\exp\left[2\Delta_1\sigma^2(t)\right] - \exp\left[\Delta_1\sigma^2(t)\right]\right\} + \\ &+ \Delta_2/2\Delta_1\left(1-r^2\right)\left\{\exp\left[2\Delta_1\sigma^2(t)\right] - 1\right\}, \end{aligned} \tag{3}$$

где

$$\sigma^2(t) = 2\int_0^t d\tau \Big/ \lambda^2(\tau) \qquad (4)$$

Если при $t \to \infty$ интеграл (4) сходится, то дисперсия (3) имеет конечное значение, стационарная плотность вероятности существует. Если расходится – стационарной плотности вероятности нет. Выберем параметр затухания в виде $\lambda(t) = \sqrt{t+1}$. Тогда, согласно (3), (4), закон диффузии при больших t будет иметь вид $\sigma_x^2(t) \propto t^{4\Delta_1}$.

Таким образом, система (1), (2) при определенной зависимости пара-метра затухания от времени может демонстрировать аномальную диффузию, причем ее режим будет определяться интенсивностью мультипликативного шума: при $\Delta_1 > 1/4$ – супердиффузия, при $\Delta_1 < 1/4$ – субдиффузия.

ПРИМЕНЕНИЕ ВЕКТОРОВ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ЭЛЕКТРОДИНАМИКИ В КУРСЕ ОБЩЕЙ ФИЗИКИ

Брацыхин В.М., Брацыхина Л.И.

При решении задач в разделе электродинамики общего курса физики векторное представление физических величин используется сравнительно редко. Однако лаконичное и абсолютно полное по информации векторное представление физических величин дает возможность решения достаточно сложных задач наглядно и красиво. Приведем решение одной такой задачи

Задача. Проволочный кубик равномерно вращается с угловой скоростью ω вокруг пространственной диагонали. Длина ребра кубика a, электрическое сопротивление каждого ребра R. Определить минимальную и максимальную возможные тепловые мощности, возникающие к кубике в однородном магнитном поле с индукцией B.

Направим индукцию магнитного поля под произвольным углом φ к оси вращения кубика. Наиболее просто можно задать изменение взаимной ориентации кубика и магнитного поля в системе отсчета, имеющей