

## СИНЕРГЕТИЧЕСКАЯ КАРТИНА НЕПРЕРЫВНОГО ПЕРЕХОДА МЕЖДУ РЕЖИМАМИ КОЛЛЕКТИВНОГО ДВИЖЕНИЯ АКТИВНЫХ ЧАСТИЦ

**О.В. Ющенко**

*Сумский государственный университет, ул. Р.-Корсакова, 2, Сумы, 40007*

*Построена синергетическая модель, позволяющая представить режимы движения группы живых организмов. Показано, что поступательное движение реализуется, если параметр внутреннего состояния превосходит критическое значение. На основе фазовых портретов исследуются процессы непрерывного перехода между вращательным и поступательным режимами движения совокупности биологических объектов, обладающей различными соотношениями времен изменения средней скорости, дальностью действующей силы и параметра внутреннего состояния.*

### ВВЕДЕНИЕ

При описании объектов неживой природы коллективное поведение (например, атомов конденсированной среды) сводится к теории фазовых переходов — феноменологической, когда это описание основывается на термодинамическом подходе (теория Ландау), или микроскопической, если ставится задача представления коллективных эффектов исходя из поведения отдельных объектов (далее будем называть их частицами). Принципиально важной особенностью теории фазовых переходов является то обстоятельство, что коллективное поведение системы представляется единственной степенью свободы — гидродинамической модой, амплитуда которой сводится к параметру порядка. Это означает, что в большой системе (термостате) выделяется настолько малая подсистема (ее состояние определяется параметром порядка), что она не влияет на состояние термостата, которое задается термическим параметром (температурой) и механистическим (внешним полем). Таким образом, термодинамическая теория фазовых переходов основывается на иерархии указанных величин: температура и поле определяют величину параметра порядка, однако его изменение (например, в процессе релаксации) не влияет на состояние термостата [1].

Совершенно иная ситуация складывается в самоорганизующихся системах: так, переход лазера в режим спонтанного излучения не может быть представлен единственным параметром порядка (напряженностью индуцируемого поля), и для полного понимания картины излучения следует равноправным образом учитывать электрическую поляризацию среды и разность заселенностей электронных уровней [2]. Из того факта, что первая из указанных величин играет роль спонтанного поля, а вторая — температуры, следует важный вывод о равноправной роли характеристик подсистемы и окружающей среды в процессе самоорганизации (по этой причине такие системы относят к открытым). Более того, теорема Рюэля-Таккенса утверждает, что минимальное число параметров, позволяющее нетривиальным образом представить картину самоорганизации (например, переход в режим странного аттрактора) равно трем [2]. Если эти параметры приобретают флуктуирующий характер, то синергетическая схема позволяет объяснить [3] столь сложное явление как самоорганизующая критичность, проявлением которой являются землетрясения, самопроизвольные лесные пожары, естественный отбор Дарвина, экономические крахи и т.п. [4].

В связи с изложенным возникает естественный вопрос: ограничена ли картина самоорганизации объектами неживой природы или при описании коллективных эффектов, когда индивидуальные черты практически

нивелируются, синергетический подход может быть использован и для описания живых организмов?

Укажем в этой связи, что проблема описания биологических систем на основе методов теоретической физики была поставлена еще Гельмгольцем (1845 год) в рамках концепции *физики жизни* [5]. Эта проблема обусловлена сложностью биологических систем, которые состоят из множества компонент, взаимодействующих нелинейным образом, в связи с чем поведение всей системы не следует за поведением компонент. С другой стороны, наблюдаемые в природе сложные системы имеют диссипативный характер, и самоорганизация требует притока внешней энергии. Использование моделей, основанных на методах нелинейной динамики и теории самоорганизации, позволило объяснить такие процессы как формирование биологического рельефа (шерсть животных, раковины моллюсков), регенерация (заживление ран, видоизменение органов), биологические ритмы и синхронизация (деятельность мозга, кардиологические циклы), сокращение мышц, ассоциативная память и т.д. [6, 7]. Вместе с тем остается множество биологических процессов, не получивших должного понимания. Они сводятся к выявлению механизмов структурообразования, исследование которых занимает одно из центральных мест в естественных и технических науках при рассмотрении систем, обладающих множеством устойчивых состояний. Так, исследование динамики системы хищник-жертва обнаруживает наличие пространственно-временных структур в виде распространяющихся фронтов, регулярных и стохастических колебаний, концентрических и спиральных волн [7]. Хотя не все из указанных структур найдены в реальных системах, на правомерность использованных моделей указывает наблюдение спиральных волн в океане при вращательном движении пятен планктона в километровом диапазоне. Стационарные структуры и движущиеся волны, подобные концентрическим окружностям или спиралям, могут возникать также в колониях различных бактерий [8,9].

Особое место в ряду указанных проблем занимает описание возможных режимов коллективного движения живых организмов — птичьей стаи, роя насекомых, формирующих след движения, колонии бактерий, взаимодействующих через химическое поле, и т.д. Исследования показывают [7-9], что такое движение не зависит от уровня биологических скоплений, начиная от клеток и простейших микроорганизмов и заканчивая высокоорганизованными рыбами и птицами. Это позволяет представить такие скопления как ансамбли активных броуновских частиц, каждая из которых, обладая запасом внутренней энергии, может изменять внутреннее состояние, задаваемое параметром  $\theta$ . Включая взаимодействие между частицами, можно представить динамику скопления, обусловленную действием какого-либо реагента (например, феромонов, при помощи которых муравьи общаются друг с другом). Выделение такого реагента приводит к пространственно-временному распределению  $h(\mathbf{r}, t)$  концентрации химических продуктов, что эквивалентно появлению поля  $\mathbf{f} = \nabla h(\mathbf{r}, t)$ , представляющего градиент концентрации этих продуктов. Характерно, что реакция частицы на химический сигнал сводится не только к ее смещению в пространстве, но и к образованию химических продуктов, состав которых определяется параметром внутреннего состояния  $\theta$ . В результате оказывается, что группа живых организмов может совершать следующие типы движения:

– вращательное движение вокруг относительно пустого центра масс, в результате чего скопление образует тороидальную форму (при этом центр масс покоится);

- поступательное движение, при котором скопление движется как целое, образуя плотную группу;
- прерывистое (амебоподобное) движение — последовательное чередование указанных режимов.

В работе [6] была предпринята попытка представления указанных типов движения, однако развитая там схема не является самосогласованной. Это связано с тем, что один из параметров, определяющих поведение системы, задается искусственным образом (например, внутреннему параметру приписываются значения  $\theta = \pm 1$ ).

В предлагаемой работе исследуется феноменологическая схема, в рамках которой самоорганизация ансамбля активных частиц может быть представлена самосогласованным образом, и рассмотрены возможные варианты непрерывного перехода от вращательного режима движения к поступательному. Наш подход основывается на трехпараметрической системе Лоренца, отвечающей простейшему полювому представлению самоорганизующейся среды.

## 1 СИНЕРГЕТИЧЕСКОЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЕ КОЛЛЕКТИВНОГО ПОВЕДЕНИЯ АКТИВНЫХ ЧАСТИЦ

Как показывает пример конденсированной среды [10], представление самоорганизующейся системы сводится к самосогласованному описанию временных зависимостей параметра порядка, сопряженного ему поля и управляющего параметра. Под группой активных частиц будем подразумевать для определенности стаю птиц, центр которой может либо покоиться, либо совершать поступательное движение. Тогда параметр порядка, различающий эти состояния, сводится к средней скорости  $v$  движения стаи. Соответственно, сопряженное поле представляет дальнедействующую силу  $\mathbf{f} \equiv \nabla h(\mathbf{r}, t)$  химического типа, а управляющий параметр  $\theta$  характеризует внутреннее состояние, определяющее реакцию частиц на эту силу. В результате задача сводится к выражению скоростей изменения  $\dot{v}, \dot{f}, \dot{\theta}$  указанных величин через их значения  $v, f, \theta$  (далее для простоты рассматривается одномерный случай).

Учитывая, что параметр порядка  $v(t)$  подчиняет поведение силы  $f(t)$  и внутреннего параметра  $\theta(t)$ , примем выражение для среднего ускорения в линейной форме

$$\tau_v \dot{v} = -v + A_v f. \quad (1)$$

Здесь первое слагаемое в правой части учитывает релаксацию скорости до нулевого значения за время  $\tau_v$ , второй член описывает линейную реакцию ускорения  $\dot{v}$  на возрастание поля  $f$  ( $A_v > 0$  — константа связи).

Уравнение для сопряженного поля принимается в виде

$$\tau_f \dot{f} = -f + A_f v \theta, \quad (2)$$

где первое слагаемое опять имеет релаксационную природу с характерным временем  $\tau_f$ , второе представляет положительную обратную связь средней скорости движения и параметра внутреннего состояния со скоростью изменения сопряженного поля ( $A_f > 0$  — константа связи). Именно эта связь обуславливает нарастание сопряженного поля, являющегося причиной самоорганизации.

Последнее уравнение эволюции системы описывает релаксацию параметра внутреннего состояния  $\theta$ , играющего роль управляющего параметра:

$$\tau_{\theta} \dot{\theta} = (\theta_e - \theta) - A_{\theta} v f. \quad (3)$$

В отличие от (1), (2) первое слагаемое в (3) описывает релаксацию параметра  $\theta$  не до нуля, а до конечного значения  $\theta_e$ , которое задается внешним воздействием ( $\tau_{\theta}$  — соответствующее время релаксации,  $A_{\theta} > 0$  — константа связи). Согласно (3) отрицательная обратная связь сопряженного поля и скорости движения со скоростью изменения параметра внутреннего состояния приводит, в соответствии с принципом Ле-Шателье, к уменьшению этого параметра.

Согласно [11] система синергетических уравнений (1)-(3) представляет простейшую полевою схему, представляющую эффект самоорганизации. Для анализа этой системы удобно воспользоваться безразмерными переменными, относя время  $t$ , скорость движения  $v$ , сопряженное поле  $f$  и параметр внутреннего состояния  $\theta$  к масштабам

$$t_v, \quad v_c \equiv (A_f A_{\theta})^{-1/2}, \quad f_c \equiv (A_v^2 A_f A_{\theta})^{-1/2}, \quad \theta_c \equiv (A_v A_f)^{-1}. \quad (4)$$

Тогда поведение группы активных частиц представляется безразмерной системой уравнений

$$\dot{v} = -v + f, \quad (5)$$

$$\dot{f} = -f + v\theta, \quad (6)$$

$$\delta \dot{\theta} = (\theta_e - \theta) - v f, \quad (7)$$

где введены отношения характерных времен  $\sigma \equiv \tau_f / \tau_v$ ,  $\delta \equiv \tau_{\theta} / \tau_v$ .

В рамках простейшей картины эволюция самоорганизующейся системы представляется адиабатическим приближением  $\tau_f, \tau_{\theta} \ll \tau_v$ , согласно которому дальнедействующая сила  $f(t)$  и параметр внутреннего состояния  $\theta(t)$  изменяются настолько быстро, что успевают подстраиваться под медленное изменение средней скорости  $v(t)$ . При этом эволюция системы имеет монотонный характер, описываемый уравнением Ландау-Халатникова. Согласно [12], для отражения немонотонной эволюции системы следует ослабить стандартный принцип соподчинения [2], принимая, что наибольшим временем релаксации обладает не одна, а две переменные. В результате переход представляется системой двух дифференциальных уравнений, и задача сводится к исследованию возможных сценариев непрерывного перехода.

## 2 НЕПРЕРЫВНЫЙ ПЕРЕХОД

Простейшая картина непрерывного перехода, который принято относить ко второму роду, реализуется при условии, что время релаксации параметра порядка  $\tau_v$  не зависит от его значения  $v$ . В адиабатическом приближении характерное время изменения средней скорости намного превосходит соответствующие масштабы для дальнедействующей силы и параметра внутреннего состояния

$$\tau_f, \tau_\theta \ll \tau_v. \quad (8)$$

Поскольку безразмерные скорости  $\dot{v}, \dot{f}, \dot{\theta}$  имеют одинаковый порядок, то условия (8) позволяют пренебречь левыми частями уравнений (6), (7), которые приводят к соотношениям

$$f = \theta_e \frac{v}{1+v^2}, \quad \theta = \frac{\theta_e}{1+v^2}. \quad (9)$$

Подстановка первого из равенств (9) в (5) дает уравнение эволюции поведения биологической системы в форме Ландау-Халатникова:

$$\dot{v} = -\frac{\partial E}{\partial v}. \quad (10)$$

Его вид определяется кинетической энергией движения

$$E = \frac{v^2}{2} - \frac{\theta_e}{2} \ln(1+v^2), \quad (11)$$

измеренной в единицах  $v_c^2$ . При малых значениях характерного значения параметра внутреннего состояния  $\theta_e$  зависимость  $E(v)$  имеет монотонно возрастающий вид с минимумом  $v_0 = 0$ , отвечающим вращательному режиму движения стаи вокруг относительно пустого центра масс. С ростом  $\theta_e$  до значений, превышающих критический уровень  $\theta_c$ , появляется минимум

$$v_0 = \sqrt{\theta_e - 1}, \quad (12)$$

отвечающий поступательному режиму движения.

Проведенное рассмотрение показывает, что использование системы (5-7) позволяет представить самосогласованную картину спонтанного перехода группы активных частиц в режим поступательного движения.

### 3 КИНЕТИКА ПЕРЕХОДА МЕЖДУ ВРАЩАТЕЛЬНЫМ И ПОСТУПАТЕЛЬНЫМ РЕЖИМАМИ ДВИЖЕНИЯ

#### 3.1 Случай $\tau_f \ll \tau_v, \tau_\theta$

Приступая к исследованию немонотонного поведения, начнем со случая, в котором наименьшее значение имеет время релаксации дальнедействующей силы, следующей за изменениями средней скорости и параметра внутреннего состояния. Тогда колебаниями дальнедействующей силы можно пренебречь, полагая в (6)  $\dot{f} = 0$ . Это дает связь

$$f = v\theta, \quad (13)$$

учет которой в оставшихся уравнениях (5) (7) приводит к системе

$$\dot{v} = -v(1-\theta), \quad (14)$$

$$\dot{\theta} = \delta^{-1} \left[ \theta_e - \theta(1+v^2) \right]. \quad (15)$$

Ее поведение задается характерным значением параметра внутреннего состояния  $\theta_e$ , которое определяет степень неравновесности системы, и соотношением характерных времен изменения параметра  $\theta$  и средней скорости:

$$\delta \equiv \frac{\tau_\theta}{\tau_v}. \quad (16)$$

В общем случае стандартный анализ [13] системы (14), (15) показывает, что ее фазовый портрет характеризуется наличием двух особых точек  $D(\theta_e, 0)$  и  $O(1, v_0)$  с координатами  $\theta = \theta_e$ ,  $v = 0$  и  $\theta = 1$ ,  $v = v_0$  соответственно, где  $v_0$  определено равенством (12). Таким образом, в точке  $D$  реализуется вращательный режим движения, отвечающий нулевой средней скорости, а в точке  $O$  – поступательный режим движения, где средняя скорость  $v_0 \neq 0$ . Показатели Ляпунова в этих точках определяются равенствами

$$\lambda_D = \frac{\delta(\theta_e - 1) - 1}{2\delta} \left\{ 1 \pm \sqrt{1 + \frac{4\delta(\theta_e - 1)}{[\delta(\theta_e - 1) - 1]^2}} \right\} \quad (17)$$

$$\lambda_O = -\frac{\theta_e}{2\delta} \left\{ 1 \pm \sqrt{1 - 8\delta \frac{\theta_e - 1}{\theta_e^2}} \right\}. \quad (18)$$

Отсюда видно, что в предкритической области ( $\theta_e < 1$ ), когда характерное значение параметра внутреннего состояния меньше критического значения  $\theta_c = 1$ , точка  $D$  представляет устойчивый узел, а точка  $O$  отсутствует. В результате биологическая система переходит в режим вращательного движения  $D$  согласно фазовому портрету, приведенному на рис.1а.

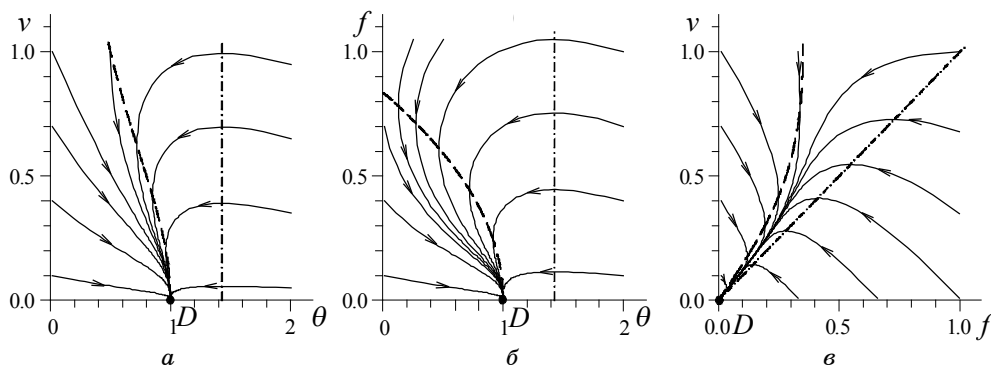


Рисунок 1 — Фазовые портреты вращательного режима движения ( $\theta_e = 0,7$   $\theta_c$ ):  $\tau_f \ll \tau_v = \tau_\theta$  (а);  $\tau_v \ll \tau_f = \tau_\theta$  (б);  $\tau_\theta \ll \tau_f = \tau_v$  (в). Здесь и далее штриховая линия указывает точки, в которых фазовые траектории имеют вертикальную касательную, штрих-пунктирная — горизонтальную

Рост параметра (16) приводит к закручиванию траекторий вокруг точки  $D$ , что указывает на тенденцию к колебательному режиму, которая

проявляется с увеличением инерционности изменения параметра внутреннего состояния в сравнении со средней скорости стаи.

Как видно из фазового портрета, приведенного на рис.2, эта тенденция реализуется в полной мере при переходе в область, где характерного значения параметра внутреннего состояния  $\theta_e$  превышает критическое значение.

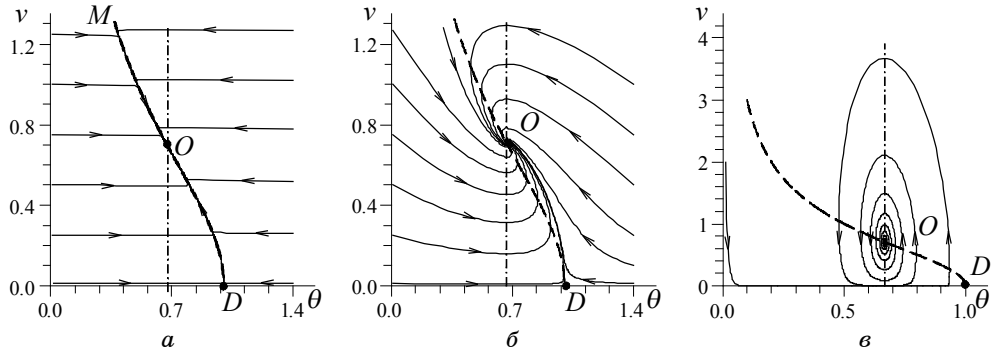


Рисунок 2 - Фазовые портреты поступательного режима движения ( $\theta_e = 1,5$   $\theta_c$ ):  $\tau_f \ll \tau_v = 100\tau_\theta$  (а);  $\tau_f \ll \tau_v = \tau_\theta$  (б);  $\tau_f \ll \tau_\theta = 100\tau_v$  (в)

Здесь точка  $D$  трансформируется в седло и появляется дополнительная точка  $O$ , отвечающая поступательному режиму движения. При значениях параметра  $\delta$ , ограниченных величиной

$$\delta_c = \frac{\theta_e^2}{8(\theta_e - 1)}, \quad (19)$$

эта точка представляет устойчивый узел, а с его ростом до значений  $\delta > \delta_c$  — устойчивый фокус. В первом случае поступательное движение совокупности биологических объектов достигается за счет монотонного изменения характерного параметра внутреннего состояния и средней скорости движения, во втором реализуется режим затухающих колебаний этих величин.

Проведенное рассмотрение показывает, что при  $\tau_v \ll \tau_\theta$  в закритической области  $1 < \theta_e \leq 2$  возникает колебательный режим перехода биологической системы к поступательному режиму движения: согласно рис.2в, уменьшение средней скорости приводит к увеличению параметра внутреннего состояния, рост которого вызывает затем нарастание средней скорости, уменьшающего впоследствии параметр внутреннего состояния.

Обратный предел  $\tau_\theta \ll \tau_v$  отвечает адиабатическому приближению, представляющему стандартную картину перехода. Согласно фазовым портретам, показанным на рис.2, уменьшение параметра  $\delta \rightarrow 0$  приводит к сбеганию всех траекторий к участку  $MOD$ , положение которого не зависит от микроскопических деталей системы. Из рис.2а видно, что до попадания на этот участок параметр внутреннего состояния быстро изменяется, а затем медленно эволюционирует по нему (при этом эффект замедления сказывается тем сильнее, чем меньше параметр неадиабатичности  $\delta$ ). С формальной точки зрения участок  $MOD$  отвечает притягивающему множеству, которое принято обозначать как русло большой реки.

### 3.2 Случай $\tau_v \ll \tau_f, \tau_\theta$

Рассмотрим теперь случай, когда средняя скорость движения стаи изменяется настолько быстро, что успевает следовать за изменениями дальнедействующей силы и параметра внутреннего состояния. Тогда можно положить в (5)  $\dot{v} = 0$ , что приводит к связи

$$v = f. \quad (20)$$

Ее подстановка в (6), (7) дает систему

$$\dot{f} = -f(1 - \theta), \quad (21)$$

$$\dot{\theta} = \tau^{-1} [\theta_e - (\theta + f^2)], \quad (22)$$

где время  $t$  измерено в единицах  $\tau_f$  и введено отношение характерных времен

$$\tau \equiv \tau_\theta / \tau_f. \quad (23)$$

Аналогично предыдущему случаю фазовый портрет определяется особыми точками  $D(\theta_e, 0)$  и  $O(1, f_0)$ , где величина

$$f_0 = \sqrt{\theta_e - 1}, \quad (24)$$

задает стационарное значение дальнедействующей силы. Показатели Ляпунова указанных точек имеют вид

$$\lambda_D = \frac{\tau(\theta_e - 1) - 1}{2\tau} \left\{ 1 \pm \sqrt{1 + \frac{4\tau(\theta_e - 1)}{[\tau(\theta_e - 1) - 1]^2}} \right\}, \quad (25)$$

$$\lambda_O = -\frac{1}{2\tau} \left[ 1 \pm \sqrt{1 - 8\tau(\theta_e - 1)} \right]. \quad (26)$$

Как и ранее, точка  $D$  отвечает вращательному режиму движения совокупности биологических объектов, представляя при  $\theta_e < 1$  устойчивый (притягивающий) узел, а при  $\theta_e > 1$  — седло (при этом несмотря на значение характерного значения параметра внутреннего состояния  $\theta_e \neq 0$  дальнедействующая сила химического типа отсутствует). Точка  $O$ , отвечающая поступательному движению стаи, когда дальнедействующая сила принимает конечное стационарное значение, реализуется в закритической области  $\theta_e > 1$ , где она является притягивающим узлом при малых значениях параметра  $\tau$ , и устойчивым фокусом, если величина (23) превышает критическое значение

$$\tau_c = \frac{1}{8(\theta_e - 1)}. \quad (27)$$



Проведенный анализ и вид фазовых портретов на рис.3 показывают, что при больших значениях  $\tau$ , когда параметр внутреннего состояния изменяется намного медленнее дальнедействующей силы, система попадает в режим затухающих колебаний (рис.3в). С уменьшением величины  $\tau$  до значений  $\tau \ll 1$  достигается плавный режим эволюции биологической системы (рис.3а). Подобно предыдущему случаю в адиабатическом пределе  $\tau \rightarrow 0$  эволюция системы принимает универсальный характер, выражающийся в наличии участка  $MOD$  на рис.3а, попададая на который система медленно движется к стационарной точке  $O$ , отвечающей поступательному режиму движения.

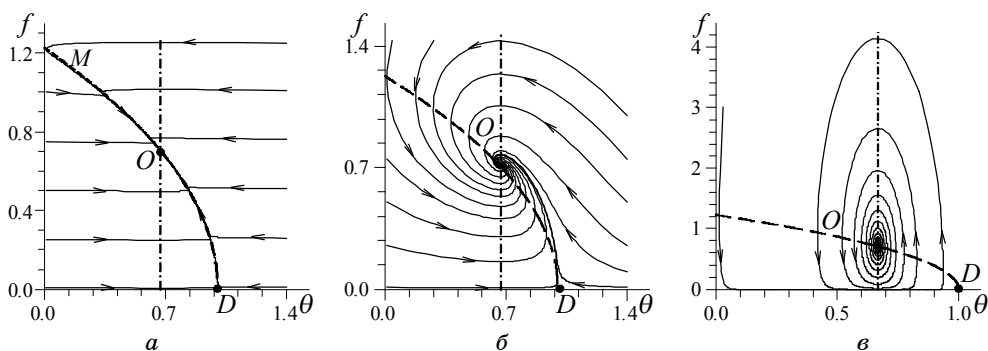


Рисунок 3 - Фазовые портреты поступательного режима движения ( $\theta_e = 1,5 \quad \theta_c$ ):  $\tau_v \ll \tau_f = 100\tau_\theta$  (а);  $\tau_v \ll \tau_f = \tau_\theta$  (б);  $\tau_v \ll \tau_\theta = 100\tau_f$  (в)

### 3.3 Случай $\tau_\theta \ll \tau_v, \tau_f$

Поскольку здесь быстрее всего изменяется параметр внутреннего состояния, то, полагая в (7)  $\dot{\theta} = 0$ , находим связь

$$\theta = \theta_e - v f, \quad (28)$$

и уравнения (5), (6) принимают вид

$$\dot{v} = -v + f, \quad (29)$$

$$\dot{f} = \sigma^{-1} [\theta_e v - f(1 + v^2)], \quad (30)$$

где введено отношение характерных времен

$$\sigma \equiv \tau_f / \tau_v. \quad (31)$$

Фазовый портрет имеет особые точки  $D(0,0)$  и  $O(\sqrt{\theta_e - 1}; \sqrt{\theta_e - 1})$  (см. рис.4), вторая из которых реализуется только для поступательного режима движения при значении характерного значения параметра внутреннего состояния  $\theta_e > 1$ .

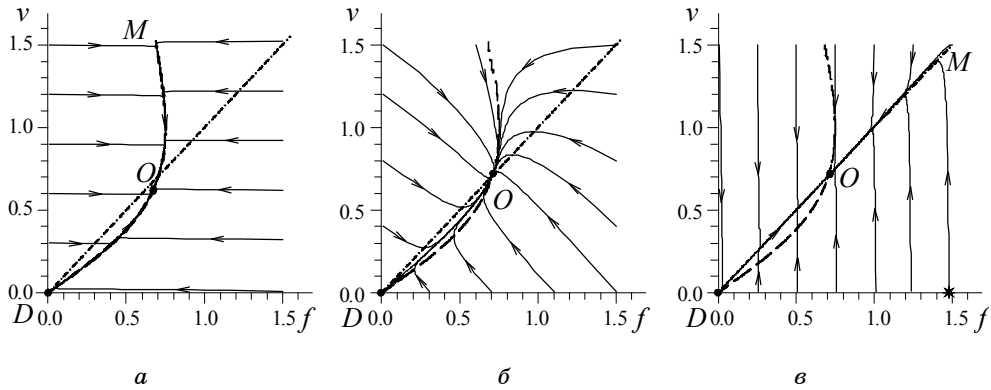


Рисунок 4 — Фазовые портреты для поступательного режима движения ( $\theta_e = 1,5 - \theta_c$ ):  $\tau_\theta \ll \tau_v = 100\tau_f$  (а);  $\tau_\theta \ll \tau_v = \tau_f$  (б);  $\tau_\theta \ll \tau_f = 100\tau_v$  (в)

Соответствующие показатели Ляпунова определяются равенствами

$$\lambda_D = -\frac{1+\sigma}{2\sigma} \left[ 1 \pm \sqrt{1 + 4\sigma \frac{\theta_e - 1}{(1+\sigma)^2}} \right], \quad (32)$$

$$\lambda_O = -\frac{\theta_e + \sigma}{2\sigma} \left[ 1 \pm \sqrt{1 - 8\sigma \frac{\theta_e - 1}{(\theta_e + \sigma)^2}} \right]. \quad (33)$$

При  $\theta_e < 1$  точка  $D$  представляет устойчивый узел, отвечающий вращательному режиму движения, а с переходом в закритическую область  $\theta_e > 1$  трансформируется в седло. При значениях параметра  $\sigma$ , принадлежащих интервалу  $(\sigma_-, \sigma_+)$ , где

$$\sigma_\pm = (3\theta_e - 4) \pm \sqrt{8(\theta_e - 1)(\theta_e - 2)}, \quad (34)$$

точка  $O$ , отвечающая поступательному режиму движения, представляет притягивающий фокус, а вне его — притягивающий узел. В отличие от рассмотренных выше случаев здесь колебательный режим практически не проявляется.

Согласно фазовым портретам, показанным на рис.4, универсальность кинетического поведения системы проявляется как при  $\tau_f \ll \tau_v$ , так и при  $\tau_f \gg \tau_v$ . В первом случае выход на универсальный участок происходит за счет быстрого изменения дальнедействующей силы  $f(t)$  при практически неизменной средней скорости  $v(t)$  (рис.4а), а во втором наблюдается обратная картина — средняя скорость изменяется очень быстро, а дальнедействующая сила почти не изменяется (рис.4в). В промежуточной области  $\tau_v \propto \tau_f$  универсальность проявляется только при малых начальных значениях дальнедействующей силы или средней скорости (рис.4б). В отличие от ранее рассмотренных случаев при этом универсальный участок имеет не спадающий, а нарастающий характер.

## ВЫВОДЫ

Проведенное исследование показывает, что система Лоренца (5)-(7) позволяет представить самосогласованным образом основные особенности перехода от вращательного режима движения совокупности биологических объектов к поступательному. Феноменологическое описание достигается благодаря использованию зависимости кинетической энергии движения  $E(v)$  от средней скорости движения. В случае непрерывного перехода эта зависимость определяется характерным значением параметра внутреннего состояния  $\theta_e$ : при  $\theta_e < 1$  получаем монотонно возрастающую зависимость  $E(v)$  с минимумом в точке  $v_0 = 0$ , соответствующим вращательному движению скопления биологических объектов, а при  $\theta_e > 1$  появляется минимум  $v_0 \neq 0$ , отвечающий поступательному режиму движения. Кинетическая картина перехода была представлена фазовыми портретами, показанными на рис.1-4. На основе фазовых портретов были исследованы процессы непрерывного перехода между вращательным и поступательным режимами движения совокупности биологических объектов, обладающей различными соотношениями времен изменения средней скорости, дальнедействующей силы и параметра внутреннего состояния. Показано, что критическое возрастание двух первых времен приводит к колебательному режиму, если параметр внутреннего состояния изменяется намного медленнее других величин. В противоположном случае эволюция системы определяется универсальным участком фазовой траектории.

Автор выражает благодарность за помощь при работе над статьей заслуженному деятелю науки и техники Украины, заведующему лабораторией ИПФ НАН Украины, доктору физико-математических наук, профессору Олемскому Александру Ивановичу.

## SUMMARY

### THE SYNERGETIC PICTURE OF THE PHASE TRANSITION BETWEEN COLLECTIVE MOTION MODES OF THE ACTIVE PARTICLES

**O.V. Yushchenko**

*Sumy State University, R.-Korsakova Str., 2, Sumy, 40007*

*The synergetic theory, that allows to represent the collective motion modes of the active particles, has been evolved. It has been displayed, that forward motion is realised if the internal state parameter exceeds the critical value. Based on the phase portraits, the continuous transition between forward and rotational motion modes has been investigated for different relations between the characteristic times of the average velocity, the interacting force and the internal state parameter.*

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ландау Л.Д., Лившиц Е.М. Теоретическая физика. В 10 т. Статистическая физика Ч.1. Т.5. - М.: Физматлит, 2002. - 616 с.
2. Хакен Г. Синергетика. - М.: Мир, 1980. - 404 с.
3. Olemskoi A.I., Khomenko A.V., Kharchenko D.O. Self-organized criticality within fractional Lorenz scheme // Physica A. - 2003. - V.323. - P. 263-293.
4. P. Bak. How Nature Works: the Science of Self-Organized Criticality. - Oxford: Oxford University Press, 1997.
5. Markl H. Physik des Lebendigen // A.v. Humboldt-Magazin - 1995. - V.65. - P. 13 - 24.
6. Ebeling W., Schweitzer F. Self-organization, active brownian dynamics, and biological applications // Cond-mat/0211606. - V.1.
7. А.Б. Медвидинский, С.В. Петровский, И.А. Тихонова и др. Формирование пространственно-временных структур, фракталы и хаос в концептуальных

- экологических моделях на примере динамики взаимодействующих популяций планктона и рыбы // УФН. - 2002. - Т.172, №1. - С. 31-66.
8. W. Alt, G. Hoffmann in Lecture Notes in Biomathematics, Biological motion. - Berlin: Springer-Verlag, 1990. - Vol. 89.
  9. Иваницкий Г.Р., Медвидинский А.Б., Цыганов М.А. От динамики популяционных автоволн, формируемых живыми клетками, к нейроинформатике // УФН. - 1994. - Т.164, №10. - Р. 1041-1072.
  10. Олемской А.И., Кацнельсон А.А. Синергетика конденсированной среды. - М.: УРСС, 2003.
  11. Olemskoi A.I. Axiomatic theory of self-organizing system // Physica A. - 2002. - V.310. - P. 223-233.
  12. Олемской А.И., Хоменко А.В. Трехпараметрическая кинетика фазового перехода // ЖЭТФ. - 1996. - Т.110, №6(12).
  13. Андронов А.А., Витт А.А., Хайкин С.Э. Теория колебаний. - М.: Наука, 1981.

**Ющенко О.В.**, кандидат физ.-мат. наук,  
доцент кафедры физической электроники

*Поступила в редакцию 26 мая 2008 г.*