где

$$\sigma^2(t) = 2\int\limits_0^t d\tau \Big/ \lambda^2(\tau) \qquad (4)$$

Если при $t \to \infty$ интеграл (4) сходится, то дисперсия (3) имеет конечное значение, стационарная плотность вероятности существует. Если расходится – стационарной плотности вероятности нет. Выберем параметр затухания в виде $\lambda(t) = \sqrt{t+1}$. Тогда, согласно (3), (4), закон диффузии при больших t будет иметь вид $\sigma_x^2(t) \propto t^{4\Delta_1}$.

Таким образом, система (1), (2) при определенной зависимости пара-метра затухания от времени может демонстрировать аномальную диффузию, причем ее режим будет определяться интенсивностью мультипликативного шума: при $\Delta_1 > 1/4$ – супердиффузия, при $\Delta_1 < 1/4$ – субдиффузия.

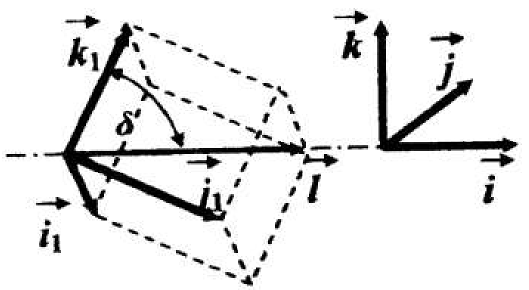
ПРИМЕНЕНИЕ ВЕКТОРОВ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ЭЛЕКТРОДИНАМИКИ В КУРСЕ ОБЩЕЙ ФИЗИКИ

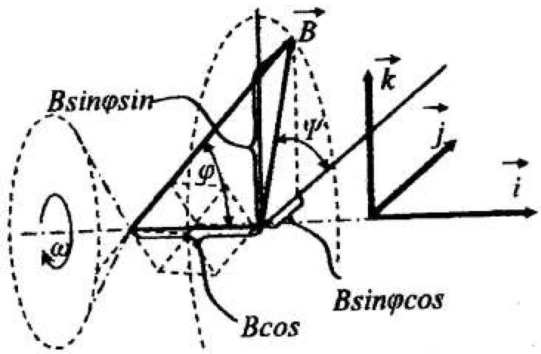
Брацыхин В.М., Брацыхина Л.И.

При решении задач в разделе электродинамики общего курса физики векторное представление физических величин используется сравнительно редко. Однако лаконичное и абсолютно полное по информации векторное представление физических величин дает возможность решения достаточно сложных задач наглядно и красиво. Приведем решение одной такой задачи

Задача. Проволочный кубик равномерно вращается с угловой скоростью ω вокруг пространственной диагонали. Длина ребра кубика a, электрическое сопротивление каждого ребра R. Определить минимальную и максимальную возможные тепловые мощности, возникающие к кубике в однородном магнитном поле с индукцией B.

Направим индукцию магнитного поля под произвольным углом φ к оси вращения кубика. Наиболее просто можно задать изменение взаимной ориентации кубика и магнитного поля в системе отсчета, имеющей один орт $\vec{i}$, направленный вдоль пространственной оси кубика, а второй орт – лежащий в одной плоскости с каким-либо ребром кубика, например $\vec{k}$. В этой системе третий орт $\vec{j} = \vec{k} \times \vec{i}$. Однако для определения потоков магнитной индукции через грани кубика удобнее система отсчета, имею-щей орты, направленные вдоль ребер кубика $\vec{i}_1$, $\vec{j}_1$ и $\vec{k}_1$.





Рассмотрим кубик, составленный из ортов $\vec{i}_1$, $\vec{j}_1$ и $\vec{k}_1$. В этой системе длйна пространственной диагонали l и единичный орт $\vec{i}$ вдоль нее: $\vec{l} = \vec{i}_1+\vec{j}_1+\vec{k}_1$, $|\vec{l}| = \sqrt{3}$ и $\vec{i} = \frac{\vec{l}}{l} = \frac{\vec{i}_1+\vec{j}_1+\vec{k}_1}{\sqrt{3}}$. Разложим $\vec{k}_1$ на составляющие вдоль $\vec{i}$ и $\vec{k}$: $\vec{k}_1 = \left(|\vec{k}_1|\cos\delta\right)\vec{i} + \left(|\vec{k}_1|\sin\delta\right)\vec{k}$. С учетом $|\vec{k}_1| = 1$ имеем $\vec{k}_1 = \frac{\vec{i}}{\sqrt{3}} + \sqrt{\frac{2}{3}}\vec{k}$, откуда $\vec{k} = \sqrt{\frac{3}{2}}\vec{k}_1 + \frac{\sqrt{2}}{2}\vec{i} = \sqrt{\frac{2}{3}}\vec{k}_1 - \frac{\vec{i}_1}{\sqrt{6}} - \frac{\vec{j}_1}{\sqrt{6}}$.

Тогда $\vec{j} = \left[\sqrt{\frac{2}{3}}\vec{k}_1 - \frac{\vec{i}_1}{\sqrt{6}} - \frac{\vec{j}_1}{\sqrt{6}}\right] \times \left[\frac{\vec{i}_1+\vec{j}_1+\vec{k}_1}{\sqrt{3}}\right] = \frac{\vec{j}_1-\vec{i}_1}{2}$.

Определим вид вектора индукции магнитного поля через орты выбранных систем координат. Из рисунка видно, что в произвольный момент времени t: $\vec{B} = |\vec{B}|\cos\varphi\cdot\vec{i} + |\vec{B}|\sin\varphi\cos\psi\cdot\vec{j} + |\vec{B}|\sin\varphi\sin\psi\cdot\vec{k}$, где $|\vec{B}|$ – численное значение индукции магнитного поля, $\psi = \psi_0 + \omega t$, ψ_0 – угол наклона вектора $\vec{B}$ в начальный момент времени к плоскости, в которой лежат орты $\vec{i}$ и $\vec{k}$.

Скорость изменения вектора магнитной индукции :

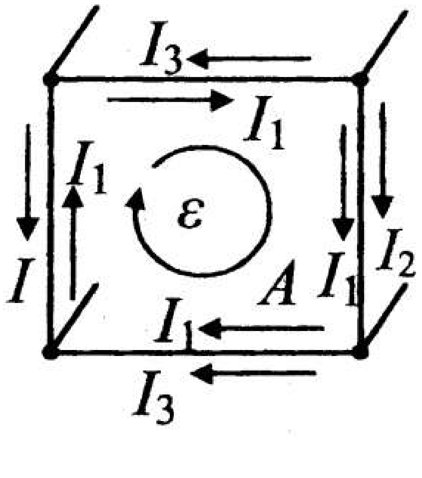
$$\begin{aligned}\frac{d\vec{B}}{dt} &= |\vec{B}|\omega\sin\varphi = \\ &= |\vec{B}|\omega\sin\varphi\left\{\left(\frac{2\vec{k}_1-\vec{i}_1-\vec{j}_1}{\sqrt{6}}\right)\cos\psi - \left(\frac{\vec{i}_1-\vec{j}_1}{\sqrt{2}}\right)\sin\psi\right\}.\end{aligned}$$

Найдем ЭДС индукции, возбуждаемые в контурах граней кубика. С учетом правил скалярного умножения векторов получим:

$$\begin{aligned}
\varepsilon_A &= -\frac{d\Phi_A}{dt} = -a^2\left(\frac{d\vec{B}}{dt}\cdot\vec{i}_1\right) = \frac{a^2|\vec{B}|\omega\sin\varphi}{\sqrt{6}}\left(\cos\psi - \sqrt{3}\sin\psi\right),\\
\varepsilon_B &= -\frac{d\Phi_B}{dt} = -a^2\left(\frac{d\vec{B}}{dt}\cdot\vec{j}_1\right) = \frac{a^2|\vec{B}|\omega\sin\varphi}{\sqrt{6}}\left(\cos\psi + \sqrt{3}\sin\psi\right),\\
\varepsilon_C &= -\frac{d\Phi_C}{dt} = -a^2\left(\frac{d\vec{B}}{dt}\cdot\vec{k}_1\right) = \frac{a^2|\vec{B}|\omega\sin\varphi}{\sqrt{6}}\cdot\cos\psi.
\end{aligned}$$

Здесь $\varepsilon_A, \varepsilon_B$ и ε_C — ЭДС для граней, перпендикулярных соответственно ортам $\vec{i}_1$, $\vec{j}_1$ и $\vec{k}_1$.

Обозначим токи контуров этих граней соответственно I_1, I_2 и I_3. Определим эти токи с помощью правил Кирхгофа.



Для грани А: $\varepsilon_A = r(I_1 + I_2) + r(I_1 - I_2) + r(I_1 + I_3) + r(I_1 + I_3) = 4rI_1$, $I_1 = \frac{\varepsilon_A}{4r}$; для грани В — $I_2 = \frac{\varepsilon_B}{4r}$ и для грани С — $I_3 = \frac{\varepsilon_C}{4r}$. Тогда общая мощность

$$\begin{aligned}
P &= 2(I_1 + I_2)^2 r + 2(I_1 - I_2)^2 r + 2(I_1 + I_3)^2 r + 2(I_1 - I_3)^2 r +\\
&+2(I_2 + I_3)^2 r + 2(I_2 - I_3)^2 r = 8r\left(I_1^2 + I_2^2 + I_3^2\right) = \frac{\varepsilon_1^2 + \varepsilon_2^2 + \varepsilon_3^2}{2r} =\\
&= \frac{a^4|\vec{B}|^2\omega^2\sin^2\varphi}{2r}\left(\frac{1}{3}\cos^2\psi + \sin^2\psi + \frac{2}{3}\cos^2\psi\right) = \frac{a^4|\vec{B}|^2\omega^2\sin^2\varphi}{2r}.
\end{aligned}$$

Максимальная тепловая мощность $P_{\max} = \frac{a^4|\vec{B}|^2\omega^2}{2r}$, $P_{\min} = 0$, что реализуется в магнитном поле, соответственно перпендикулярном оси вращения ($\varphi = \pi/2$) и в параллельном оси вращения ($\varphi = 0$).

ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ВЕКТОРОВ КАК МЕТОД РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ПО МЕХАНИКЕ В КУРСЕ ОБЩЕЙ ФИЗИКИ

Брацыхин В.М., Брацыхина Л.И.

Почти все используемые в механике физические величины имеют векторный характер и при решении задач, как правило, неизбежны операции над векторами. Однако при этом используются простейшие операции – разложение векторов на составляющие, векторное суммирование, скалярное или векторное произведения - к тому же чаще всего одноразово. И ученики, и студенты, к сожалению, не используют в полном объеме развитый в школьном курсе математики аппарат описания пространственных фигур и геометрических преобразований с помощью векторов. Более того, и имеющиеся методические разработки по решению задач по физике и учебники по методике физики также не уделяют должного внимания этой проблеме. Тем не менее, использование преобразования векторов в качестве одного из инструментов решения задач часто дает более наглядное и красивое решение. В качестве иллюстрации приводим решение следующей задачи.

Задача. Две массивные пластины, наклоненные к горизонту под равными углами $\alpha = 45°$, *движутся горизонтально навстречу друг другу с равными скоростями относительно поверхности Земли вдоль одной прямой. На одну из них вертикально со скоростью* $V_0 = 5$ *м/с падает шарик и после соударений с обеими пластинами летит вертикально вверх со скоростью* $V = 15$ *м/с. Определить скорости пластин. Влиянием силы тяжести шарика между ударами пренебречь, считать оба удара абсолютно упругими.*

Введем три системы отсчета – лабораторную систему отсчета xOy с ортами $\vec{i}$ и $\vec{j}$, систему, связанную с левой пластиной и систему, связанную с правой пластиной. Пусть скорости шарика в лабораторной систе-