

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ФОРМИРОВАНИЯ ЛЕНТОЧНОГО ЭЛЕКТРОННОГО ПУЧКА В НЕОДНОРОДНОМ ПОЛЕ ДИОДНОЙ ПУШКИ

А.А. Дрозденко

Сумский государственный университет, ул. Р.-Корсакова 2, г. Сумы, 40007

В работе представлен алгоритм для численного анализа процессов формирования ленточного электронного пучка в неоднородном электрическом поле, созданном электродами трехмерной конфигурации. Приведены результаты апробирования алгоритма на модели конкретной диодной электронной пушки.

ВВЕДЕНИЕ

Ленточный электронный пучок (ЭП) нашел широкое применение в электронных приборах СВЧ типа ЛОВ, ГДИ [1-3]. Известно, что основные характеристики таких приборов обуславливаются качеством формирования и фокусировки ЭП, как главного инструмента переноса и преобразования энергии. При этом необходимы сведения о точной пространственной конфигурации и микроструктуре пучка, распределениях плотности тока, продольной и поперечной компонент скоростей электронов в произвольном поперечном сечении. Благодаря этой информации становится возможной оптимизация как рабочих параметров приборов, так и их элементной базы. Для получения информации о параметрах ЭП существуют различные способы, которые могут быть разделены на экспериментальные и теоретические [4]. Опыт экспериментальных исследований [5] показывает, что эффективность использования различных методов измерений параметров пучков во многом зависит от их специфических особенностей, что определяет отсутствие универсальности и достаточно высокие затраты времени и средств. Эти факторы определяют активное развитие теоретических методов исследования параметров ЭП, позволяющих с определенной точностью, при учете начальных условий и различных физических факторов, получать требуемую информацию [4]. Безусловно, численные методы не позволяют полностью учесть все процессы, происходящие при формировании ЭП, однако на стадии начального проектирования электронной пушки с заданными параметрами, они являются достаточно эффективными.

Цель данной работы заключается в построении алгоритма для численного анализа процессов формирования электронного пучка в неоднородном электрическом поле с трехмерной конфигурацией электродов и апробации его на конкретной геометрии электроно-оптической системы.

1 ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ

Объектом исследования в данной работе является ленточный ЭП, который формируется двухэлектродной диодной пушкой [6], модифицированной для применения в электровакуумных приборах миллиметрового диапазона волн [1,2]. Пушки такого типа позволяют формировать ленточные электронные пучки шириной 3-10 мм и толщиной 0,1-0,25 мм, током пучка $I=10-200$ мА при ускоряющих напряжениях 1000-5000 В.

В общем случае, при численном моделировании известными считаются геометрия электродов, величины их потенциалов, значения тока пучка, распределения плотности эмиссии, максимальный разброс электронов по

энергиям, средняя энергия вылета электронов и их предельные угловые характеристики.

На первом этапе моделирования проводится создание трехмерной модели электронно-оптической системы. Такую модель наиболее удобно представлять в виде набора элементарных заряженных областей – треугольников, охватывающих контур электродов. Следует отметить, что плотность треугольников необходимо увеличивать в области пролетного канала анода и эмиссионной части катода. Такое нанесение сетки увеличит точность определения электростатического поля в этих областях. Всю поверхность электродов не стоит разбивать плотной сеткой мелких треугольников, т.к. увеличение их количества приводит к существенному замедлению расчета структуры электрического поля. Треугольная ячейка обладает явным преимуществом, перед зачастую используемой прямоугольной ячейкой, т.к. из треугольников можно создать поверхность любой конфигурации с требуемым приближением и, следовательно, написать универсальный алгоритм для поверхностей электродов произвольных форм.

Для создания модели электронной пушки предлагается использовать компьютерную программу типа 3D Studio Max [7], которая обладает наибольшим набором инструментов для решения поставленной задачи. 3D Studio Max позволяет максимально точно моделировать трехмерные объекты любой сложности при удобном визуальном контроле и проводить их дальнейшую обработку. Пример модели представлен на рис.1.

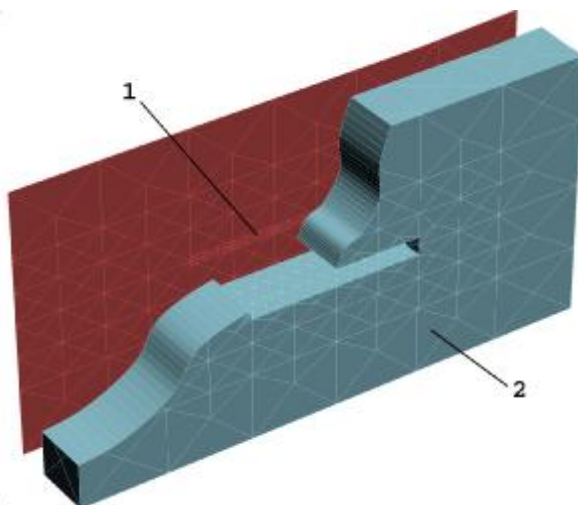


Рисунок 1 – Трехмерная модель исследуемой электронной пушки: 1- катод; 2 – анод (проведен криволинейный срез анода для удобства представления треугольной сетки катодной щели)

После завершения создания трехмерной модели с оптимальной сеткой на электродах 3D Studio Max позволяет экспортировать в файл вершины треугольников, используемые далее для определения структуры электрического поля.

2 МЕТОДИКА ОПРЕДЕЛЕНИЯ СТРУКТУРЫ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ

После задания набора вершин треугольников рассчитывается плотность зарядов на их поверхностях методом интегральных уравнений (зарядовых плотностей) [8,9], который предполагает отыскание решения задачи, удовлетворяющего граничным условиям не во всей области, а

лишь в конечном наборе точек (в вершинах треугольников). Суть метода заключается в том, что электроды с заданными на них потенциалами (краевые условия) аппроксимируются некоторым распределением поверхностных зарядов.

В данной реализации метода интегральных уравнений применяется кусочно-линейная аппроксимация распределения плотности поверхностного заряда на электродах (поверхностная плотность заряда в пределах треугольника – линейная функция), при этом на границах отдельных участков функция плотности зарядов непрерывна, но допускаются разрывы ее производных.

Введем прямоугольную систему координат, начало которой лежит на поверхности треугольника и ее ось Oz перпендикулярна этой поверхности. Тогда, в такой системе координат плотность зарядов на треугольнике, с учетом сделанного выше допущения о ее кусочно-линейном виде, описывается зависимостью:

$$\begin{aligned} \mu(x, y) &= \frac{\mu_1 \left[\begin{vmatrix} x & y_2 & 1 \\ y_3 & 1 & 1 \end{vmatrix} - y \begin{vmatrix} x_2 & 1 \\ x_3 & 1 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} x_2 & y_2 \\ x_3 & y_3 \end{vmatrix} \right]}{\begin{vmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{vmatrix}} + \\ &+ \frac{\mu_2 \left[\begin{vmatrix} -x & y_1 & 1 \\ y_3 & 1 & 1 \end{vmatrix} + y \begin{vmatrix} x_1 & 1 \\ x_3 & 1 \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} x_1 & y_1 \\ x_3 & y_3 \end{vmatrix} \right] + \mu_3 \left[\begin{vmatrix} x & y_1 & 1 \\ y_2 & 1 & 1 \end{vmatrix} - y \begin{vmatrix} x_1 & 1 \\ x_2 & 1 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \end{vmatrix} \right]}{\begin{vmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{vmatrix}} = \quad (1) \\ &= \frac{\mu_1 [xk_{11} + yk_{12} + k_{13}] + \mu_2 [xk_{21} + yk_{22} + k_{23}] + \mu_3 [xk_{31} + yk_{32} + k_{33}]}{d} \end{aligned}$$

где $\mu(x, y)$ – плотность зарядов на поверхности треугольника; $x_i, y_i, i = 1..3$ – координаты соответствующих вершин треугольника в системе координат с осью Oz нормальной поверхности треугольника; $\mu_i, i = 1..3$ – поверхностные плотности зарядов в соответствующих вершинах треугольника, $k_{11}, k_{12} \dots$ и d – соответствующие определители матриц.

Потенциал в произвольной точке P с координатами (x_p, y_p, z_p) , создаваемый треугольником с распределением плотности поверхностных зарядов $\mu(x, y)$ имеет вид:

$$U(x_p, y_p, z_p) = \frac{1}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \iint_S \frac{\mu(x, y)}{\sqrt{(x_p - x)^2 + (y_p - y)^2 + z_p^2}} dS, \quad (2)$$

где S – поверхность треугольника.

Выражение (2) с учетом (1) можно переписать в виде:

$$U(x_p, y_p, z_p) = \frac{\mu_1 I(k_{11}, k_{12}, k_{13}) + \mu_2 I(k_{21}, k_{22}, k_{23}) + \mu_3 I(k_{31}, k_{32}, k_{33})}{d}, \quad (3)$$

где интегралы $I(k_{11}, k_{12}, k_{13}) \dots$ определяются как:

$$I(k_1, k_2, k_3) = \iint_S \frac{k_1 x + k_2 y + k_3}{\sqrt{(x_p - x)^2 + (y_p - y)^2 + z_p^2}} dS. \quad (4)$$

Следует отметить, что μ_i входит в (3) линейным образом, а интегралы (4) зависят лишь от геометрии задачи. В случае группы треугольников, потенциал в любой точке будет определяться суперпозицией потенциалов, создаваемых каждым треугольником в отдельности.

Пусть имеется N вершин, для каждой из которых задан потенциал U_i (из краевых условий). Тогда для i -ой вершины воспользовавшись принципом суперпозиции и (3) можно записать:

$$U_i = \sum_{j=1}^N \mu_j a_{ij}, i = 1 \dots N. \quad (5)$$

Таким образом имеем систему из N уравнений с N неизвестными:

$$\mathbf{A}\boldsymbol{\mu} = \mathbf{U}, \quad (6)$$

где \mathbf{A} – квадратная матрица $[N \times N]$; $\boldsymbol{\mu}$ – вектор-столбец из N строк, содержащий неизвестные значения поверхностной плотности зарядов в точках-вершинах треугольников. Отметим, что значение матрицы \mathbf{A} зависит лишь от геометрии, а \mathbf{U} – от краевых условий. Решив эту систему и найдя значения плотности поверхностных зарядов в каждой вершине треугольника, можно вычислить значения потенциалов и их производных в любой точке пространства воспользовавшись (3) и принципом суперпозиции. Производные потенциала находятся дифференцированием подынтегральной части уравнения (4).

Одной из особенностей предложенного метода является нахождение квадратной матрицы \mathbf{A} системы линейных уравнений, решением которой является вектор-столбец, описывающий плотность зарядов на поверхности электродов. Для решения системы линейных уравнений используется LU-преобразование, что позволяет при изменении потенциалов на электродах (для заданной их конфигурации) не производить это преобразование повторно, что в значительной степени экономит время вычислений.

Для определения потенциала электрического поля в точке пространства, приближенной к некоторой оси Oz системы, применяется его разложение в ряд Фурье:

$$\begin{aligned} \tilde{U}(x, y, z) = & U_0(z) + U_1(z)x + [U_2(z) - U_0''(z)/4]x^2 - [U_2(z) + U_0''(z)/4]y^2 + \\ & + [U_3(z) - U_1''(z)/8]x^3 - [3U_3(z) + U_1''(z)/8]xy^2 + \\ & + [U_4(z) - U_2''(z)/12 + U_0^{IV}(z)/64]x^4 + [U_0^{IV}(z)/32 - 6U_4(z)]x^2y^2 + \\ & + [U_0^{IV}(z)/64 + U_2''/12 + U_4]y^4 + \dots, \end{aligned} \quad (7)$$

где $U_0(z)$ – потенциал электрического поля на оси системы, $U_1(z)$, $U_2(z)$, $U_3(z)$, $U_4(z)$ – мультипольные компоненты электрического поля, U_0' и U_0^{IV} – производные от потенциала электрического поля на оси системы.

Для решения уравнений движения заряженной частицы необходимы величины их напряженности, которые можно получить частным дифференцированием потенциалов (7):

$$E_x = -\frac{\partial U}{\partial x} = -U_1(z) - 2[U_2(z) - U_0''(z)/4]x - 3[U_3(z) - U_1''(z)/8]x^2 + \\ + [3U_3(z) + U_1''(z)/8]y^2 - 4[U_4(z) - U_2''(z)/12 + U_0^{IV}(z)/64]x^3 - \\ - 2[U_0^{IV}(z)/32 - 6U_4(z)]xy^2 + \dots \quad (8)$$

$$E_y = -\frac{\partial U}{\partial y} = +2[U_2(z) + U_0''(z)/4]y + 2[3U_3(z) + U_1''(z)/8]xy + \\ - 2[U_0^{IV}(z)/32 - 6U_4(z)]x^2y - 4[U_0^{IV}(z)/64 + U_2''(z)/12 + U_4(z)]y^3 + \dots; \quad (9)$$

$$E_z = \frac{\partial U}{\partial z} = U_0'(z) + U_1'(z)x + [U_2'(z) - U_0'''(z)/4]x^2 - [U_2'(z) + U_0'''(z)/4]y^2 + \\ + [U_3'(z) - U_1'''(z)/8]x^3 - [3U_3'(z) + U_1'''(z)/8]xy^2 + \dots \quad (10)$$

При взятии частой производной от потенциала (7) по координате z , не удовлетворяющие условию $i+j \leq 3$ составляющие $(x^i y^j)$ можно убрать в силу их порядка малости. Соответственно, для потенциала достаточно выполнение условия $i+j \leq 4$.

Определение мультипольных компонент $U_1(z)$, $U_2(z)$, $U_3(z)$, $U_4(z)$ и их производных проводится методом коллокаций, после определения поверхностной плотности зарядов. Вычисленные компоненты напряженности по формулам (8)-(10) далее используются для определения траекторных уравнений.

3 ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ ТРАЕКТОРНОГО АНАЛИЗА

Без учета магнитного поля для нерелятивистских частиц уравнения [8] принимают значительно упрощенный вид:

$$\begin{cases} x'' = (q/mv)(1 + x'^2 + y'^2)(E_x - x'E_z)/v \\ y'' = (q/mv)(1 + x'^2 + y'^2)(E_y - y'E_z)/v \end{cases}, \quad (11)$$

где q , m и v – заряд, масса и скорость частицы соответственно.

Делая замену $mv^2 = 2qU$, в уравнениях (11), что следует из закона сохранения энергии, получаем следующие уравнения движения:

$$\begin{cases} x'' = \frac{1}{2U}(1+x'^2+y'^2)(E_x - x'E_z) \\ y'' = \frac{1}{2U}(1+x'^2+y'^2)(E_y - y'E_z) \end{cases}, \quad (12)$$

где U – энергия в электрон-вольтах, состоящая из начальной тепловой энергии вылета U_T и энергии \tilde{U} , полученной электроном при прохождении разности потенциалов $U = U_T + \tilde{U}$.

При условии, что катод имеет нулевой потенциал, а потенциалы в системе электродов задаются относительно него, можно утверждать, что энергия \tilde{U} электрона, вылетевшего из катода и находящегося в рассматриваемой точке пространства, равна потенциалу электрического поля в этой точке. Тогда расчетные траекторные уравнения электрона примут окончательный вид:

$$\begin{cases} x'' = \frac{1}{2(U_T + \tilde{U})}(1+x'^2+y'^2)(E_x - x'E_z) \\ y'' = \frac{1}{2(U_T + \tilde{U})}(1+x'^2+y'^2)(E_y - y'E_z) \end{cases}. \quad (13)$$

Для вычисления уравнений (13) предлагается использовать пошаговый метод Эверхарта [10, 11].

Суть метода Эверхарта состоит в разложении правой части траекторного уравнения типа $\frac{d^2y}{dz^2} = f(z, y, y')$ в ряд по степеням независимой переменной z в окрестности $z_1 = 0$, и интегрирования его по z :

$$y'' = f(z, y, y') = f_0 + A_1 z + A_2 z^2 + \dots + A_M z^M. \quad (14)$$

Степень M определяет порядок метода, а сам полином (14) не является рядом Тейлора, поэтому коэффициенты A_i определяются из условий наилучшего приближения при $z = z_0 + h$ конечными разложениями результатов интегрирования (14). Методика определения коэффициентов A_i подробно описана в [10].

Дальнейшее нахождение решения траекторного уравнения сводится к нахождению узлов разбиения z_i с шагом h . Значения $y(z)$ определяются соотношением начального приближения:

$$y_i = y_0 + f_0 z_i + \left[\frac{A_1 z_i^2}{2} + \frac{A_2 z_i^3}{3} + \frac{A_3 z_i^4}{4} + \dots + \frac{A_M z_i^{M+1}}{M+1} \right], \quad (15)$$

а корректирующее уравнение:

$$y(z) = y_0 + f_0 z + \frac{A_1 z^2}{2} + \frac{A_2 z^3}{3} + \frac{A_3 z^4}{4} + \dots + \frac{A_M z^{M+1}}{M+1} \quad (16)$$

дает значение решения в конце шага h .

В алгоритме Эверхарта контроль шага интегрирования осуществляется по величине последнего члена в разложении решения (16) и регулируется контрольным параметром L , которым определяется требуемая точность вычислений 10^{-L} .

Новый шаг интегрирования h^* определяется формулой:

$$h^* = \left(\frac{10^{-L}}{H} \right)^{\frac{1}{M+1}}, \quad (17)$$

где

$$H = \frac{1}{M+1} \left| \frac{A_M}{z^{M+1}} \right|.$$

Эффективность процесса численного интегрирования во многом зависит от выбора начального шага. Для уравнений в нормализованном виде в качестве такого шага предложена величина, полученная путем численного эксперимента. Для метода интегрирования порядка M она задается формулой:

$$h_0 = 0,5^{0,4L} \left(\frac{M}{11} \right).$$

Оптимальное значение параметра L определяется опытным путем в зависимости от типа интегрируемых дифференциальных уравнений. Если же L слишком мало, шаг может оказаться слишком большим и это ухудшит сходимость, а также точность метода. При слишком больших значениях L интегрирование будет выполняться точно, но метод будет неэффективен по затратам машинного времени.

4. РЕЗУЛЬТАТЫ ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

В качестве примера апробации выше описанной методики численного анализа на серии рис.3а,б,в представлены распределения плотности ЭП в поперечном сечении во внутреннем пространстве электронной пушки (катод-анод) при $U_A = 4000$ В.

Из рис.3а следует, что распределение плотности тока в поперечном сечении на расстоянии 0.2 мм от катода практически равномерное с небольшим градиентом по вертикали, что обусловлено в большей степени начальными условиями: плотность эмиссии равномерна по всей поверхности катода, максимальное угловое отклонение эмитированных электронов от оси системы – не более 15° . Дальнейшее формирование структуры ЭП в пространстве пушки, вплоть до входа в анодную щель на расстоянии 1,0 мм от катода (рис.3б), происходит без существенных изменений. Однако, при вхождении в анодную щель заметно значительное воздействие на ЭП фокусирующей линзы анода, которое проявляется в сильном сжатии по вертикали и растяжении по горизонтали ЭП (рис.3в), т.е. окончательном формировании ленточного ЭП перед вхождением в фокусирующее магнитное поле.

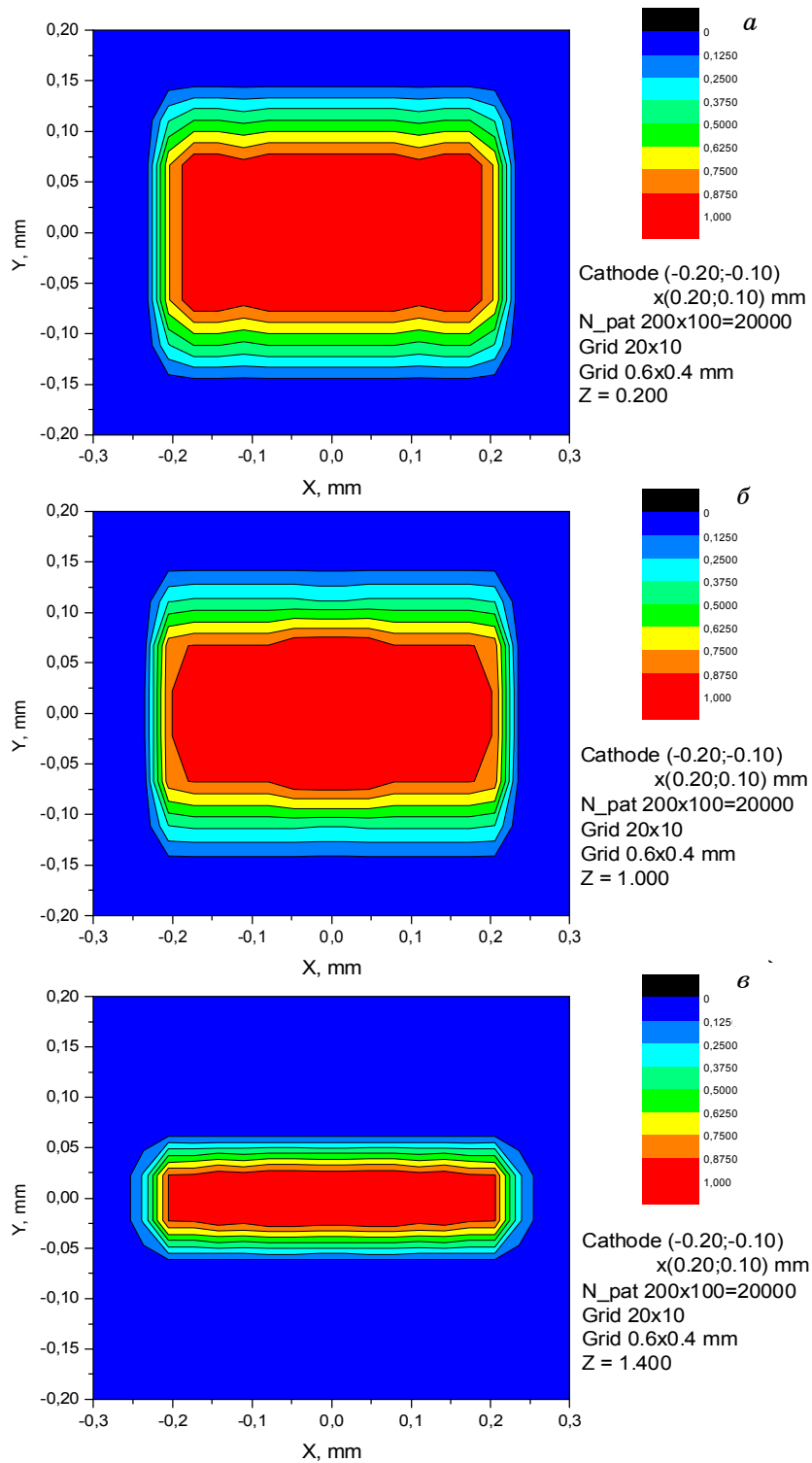


Рисунок 3 – Микроструктура электронного пучка в поперечных сечениях: 0,2 мм от катода – начало формирования пучка (а); 1,0 мм от катода – формирование пучка перед анодной щелью (б); 1,4 мм от катода – пучок после анодной щели (в)

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной работе построен и апробирован алгоритм для численного анализа процессов формирования электронного пучка в неоднородном электрическом поле, созданном электродами трехмерной конфигурации. Данный алгоритм учитывает тепловой разброс скоростей, угловое отклонение, оседание электронов на электродах с последующим пересчетом тока пучка. На примере диодной пушки показана возможность реализации предложенной методики численного анализа, которая ранее была апробирована на системах формирования с аксиальной симметрией [12].

SUMMARY

NUMERICAL MODELING OF RIBBON ELECTRON BEAM FORMING IN THE INHOMOGENEOUS FIELD OF DIODE GUN

A.A. Drozdenko

Sumy State University, R.-Korsakova Str., 2, Sumy, 40007

The algorithm is presented for the numerical analysis of forming processes of ribbon electron beam in the inhomogeneous electric field, created the electrodes of three-dimensional configuration. The offered algorithm is taken into account by thermal variation of velocities, angular rejection, settling of electrons on electrodes with the subsequent count of beam current. The results of algorithm approbation are resulted of concrete diode electron gun 3-D model.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Электроника и радиофизика миллиметровых и субмиллиметровых радиоволн / А.Я. Усиков, Э.А. Канер, И.Д. Трутень и др. – К.: Наукова думка, 1986. – 368 с.
2. Генераторы дифракционного излучения / Под редакцией Шестопалова В.П. – Киев: Наук. думка, 1991. – 320 с.
3. Вакуумная СВЧ электроника: Сборник обзоров. – Нижний Новгород: Институт прикладной физики РАН, 2002.– 160 с.
4. Воробьев Г.С., Дрозденко А.А., Пушкарев К.А., Барсуку И.В. Методы диагностики и расчета статических характеристик интенсивных нерелятивистских электронных пучков (Обзор) // Сумы: Компрессорное и энергетическое машиностроение. – 2007. – №3(9). – С. 79 – 91.
5. Методы экспериментального исследования структуры электронных пучков приборов О- и М-типов / Александров Г.И., Заморозков Б.М., Калинин А.Ю. и др. // Обзоры по электронной технике. Сер. Электроника СВЧ.– 1973.– Вып. 8 (108).– 206с.
6. Алямовский И.В. Электронные пучки и электронные пушки. - М.: Советское радио, 1966. - 452 с.
7. Drozdenko A.A., Magilin D.V. 3-D modeling of electron beam sources // The Sixth International Kharkov Symposium on Physics and Engineering of Microwaves, Millimeter and Submillimeter Waves (MSMW'07). – Kharkov: IRE NASU. – 2007. – P.580-582.
8. Силадьи М. Электронная и ионная оптика.- М.: Мир, 1990.- 639с.
9. Молоковский С.И., Сушков А.Д. Интенсивные электронные и ионные пучки.- М.: Энергоатомиздат, 1991.- 304с.
10. Everhart E. Implicit single methods for integrating orbits // Celestial mechanics.– 1974.– V.10.– P. 35–55.
11. Дрозденко О.О. Застосування методу Еверхарта в задачах моделювання руху електронів // Міжнародна конференція студентів і молодих науковців з теоретичної та експериментальної фізики (ЕВРИКА-2006). – Львів: ЛНУ ім. Івана Франка. – 2006. – В. 6.
12. Воробьев Г.С., Дрозденко А.А., Пономарев А.Г. Численный анализ статических характеристик аксиально-симметричных электронных пучков в приборах СВЧ // Изв. вузов. Радиоэлектроника. – 2006. – №6(49). – С. 11 – 16.

Дрозденко А.А., научный сотрудник кафедры физической электроники

Поступила в редакцию 28 мая 2008 г.