УДК 621.391.1

О СТРУКТУРНОЙ МЕРЕ ИНФОРМАЦИИ

А.А.Борисенко, проф.

Понятие информации, несмотря на обилие различных публикаций на эту тему, до настоящего времени не приобрело законченного вида. Этому препятствует ее многоаспектность и “неуловимость”. До сих пор идут споры о том, что такое информация, хотя нет сомнений, что ее передача и хранение возможно только с помощью материальных носителей. Очевидно пока одно, что понятие информации является фундаментальным и требует дальнейшего глубокого исследования.

Различают три теории информации: синтаксическую, семантическую и прагматическую. Наиболее исследованной, благодаря работам Шеннона, является синтаксическая теория информации, которой посвящено наибольшее количество работ по теории информации. Использует она в основном вероятностные представления о количестве информации, содержащейся в передаваемой букве, и измеряется в битах. Так как в этой теории определение вероятностей происходит на основе статистических испытаний, то она носит название статистической. Ее принципиальным недостатком считается то, что она игнорирует содержательный и ценностный смысл информации. Поэтому независимо от нее развиваются еще две ветви теории информации - семантическая и прагматическая, имеющие свои меры, первая из которых раскрывает смысл (содержание) информации, а вторая дает оценку ее полезности.

Кроме этих теорий, на практике особое значение приобрела структурная теория информации. В ней сознательно отказываются от учета вероятностей тех или иных информационных элементов и занимаются только подсчетом их числа, например, страниц в книге.

Обилие различных теорий информации приводит к мысли о необходимости разработки единой теории информации, которая бы охватила все существующие теории информации в их взаимосвязи и давала бы новые результаты. В качестве исходного пункта такой теории в данной работе выбирается дискретная задача, рассматриваемая как задача поиска какого-либо объекта среди их общего числа N.

Дискретные задачи - это обширный класс задач, имеющих дело с элементами конечных множеств (дискретными объектами), задаваемыми с помощью некоторого алфавита букв $A=\{a_1,a_2,...,a_m\}$ на декартовом множестве A^n в виде n - арных отношений. Каждый дискретный объект из их общего числа $N = m^n$ является возможным решением дискретной задачи. Часть этих объектов $M \le N$, составляющих множество $R \subseteq A^n$, задаваемое ограничениями задачи - предикатом P, являются допустимыми решениями задачи. Оставшиеся $N - M$ возможных решений задачи относятся к запрещенным.

Цель дискретной задачи - найти единственное решение среди допустимых. Если в процессе решения задачи будет получено несколько возможных решений, то решение задачи будет частичным или неполным.

Часто приводимым примером решения дискретной задачи является задача поиска более тяжелой (фальшивой) монеты среди N возможных [1]. Она решается путем взвешивания на рычажных весах равных количеств монет и затем последовательной отбраковкой групп монет, не принадлежащих к фальшивым.

Источником информации при решении этой дискретной зада выступают весы, так как по их показаниям определяет отбраковываемая группа монет.

Таким образом, решение дискретной задачи сводится к тому, что исходное множество допустимых решений $R \subset A^n$ разбивается буква $a_i \in A$, $i=1,2,...,m$ на m подмножеств (классов эквивалентности), и зате с помощью теста определяется подмножество, в котором находит искомое решение. Затем это подмножество с помощью тех же букв сно разбивается на m новых подмножеств и так до тех пор, пока не буд найдено искомое решение.

Основой любой теории информации является его мера. Сегодня о мер количества информации известно много. Рассматриваются структурна геометрическая, комбинаторная, аддитивная, логическ прагматическая, содержательная меры информации [2]. Уже само по себ такое количество мер говорит о сложности понятия меры информаци Необходимо на основе единого подхода сблизить насколько это возмож разные меры информации и тем самым несколько упорядочить различны взгляды на информацию. При этом за основу берется структурная мер информации, при которой генерируемые источником информации (ИИ кодовые последовательности являются равномерными.

Мера информации тесно связана с задачами поиска и, в частности, рассмотренной выше задачей о поиске фальшивой монеты. Допустим что N= 32. Процедура поиска в этом случае происходит следующи образом. Разбиваем 32 монеты на две одинаковые группы и взвешивае их. Очевидно, что группа, в которой находится ложная монета, буде тяжелее оставшейся группы из настоящих 16 монет. Эту групп отбрасываем и разбиваем группу с фальшивой монетой на две равны части, и опять взвешиваем их. Группу из 8 истинных монет снов отбрасываем и указанную процедуру повторяем до тех пор, пока не придем к одной фальшивой монете. Очевидно, что процедура поиск займет в этом случае пять шагов.

В общем виде алгоритм решения этой задачи для $N = m^n$ состоит из следующих шагов:

1 Разбивается множество из $N = m^n$ возможных решений (объектов, элементов), содержащих искомое на m подмножеств, содержащих равны числа решений - классов эквивалентности.

2 Определяется класс, содержащий искомое решение.

3 Подсчитывается число решений в этом классе.

4 Если число решений равно одному, то конец.

5 Если больше одного, то переход к пункту 1.

Решение рассмотренной задачи поиска является универсальным и применяется для многих других аналогичных задач. Поэтому за мер структурной информации берется число n шагов решения задачи поиск до получения искомого решения, т.е. до определения фальшивой монеты.

В примере число букв в алфавите m=2, а буквы могут быть выбраны 0 и 1, т.е. A={0,1}. Тогда при n = 5 величина $N = 2^5 = 32$.

В общем случае число $N = m^n$, а n представляет собой число шаго задачи поиска для данного числа N до получения искомого решения и, следовательно, может являться мерой информации.

Особенностью этой меры будет то, что в данном случае m и n являютс целыми числами и $N = m^n$ разбивается на каждом шаге на целое числ m классов эквивалентности, а в реальных задачах это далеко не всегд рых. Разбиение N может происходить на классы эквивалентности, число которых будет нецелым и даже иррациональным и соответственно число шагов n также может быть отличным от целого.

Так, например, если возьмем число 128 и будем его разбивать по шагам на $m = 2$ части, то $n = 7$ и соответственно величина информации будет равна 7 бит. Если же возьмем число 3, то при первом разбиении в каждом классе эквивалентности будет содержаться по 1,5 объекта, а при втором - 0,75. Так как $0{,}75 < 1$, то и число шагов разбиения не равно двум, а находится между единицей и двойкой. Чтобы определить это число, нужно решить показательное уравнение

$$2^n = 3.$$

Логарифмируя его, получим, что

$$n = \log_2 3\ .$$

В результате приходим к логарифмической мере информации Хартли, где информация $I^* = \log_2 N$. Однако ее интерпретация здесь будет несколько иная. Количество информации представляется числом n шагов разбиения некоторого количества N элементов на m классов эквивалентности на каждом шаге.

Задавшись m, равным 10, 2 или e, приходим к некоторой универсальной мере, которую можно использовать для оценки величины информации при любых разбиениях, получаемых в решениях дискретных задач. На практике наиболее часто используют $m = 2$, а в теории - $m = e$. При этом предполагается, что разбиение происходит всегда на равное число элементов и, значит, число шагов до получения искомого объекта будет минимальным (хотя это утверждение требует специального доказательства).

Каждому классу в процессе разбиения присваивается одна из букв алфавита A. Это значит, что искомый объект будет обозначен последовательностью букв, кодирующих классы эквивалентности, в которых он находился в процессе разбиения. Последний класс, очевидно, должен состоять из одного искомого объекта.

Произведем кодирование указанным способом всех объектов из N и расположим полученные кодовые последовательности (слова) в возрастающем или убывающем порядке. В результате получим код, в котором каждой кодовой последовательности соответствует определенный вариант решения задачи - в примере это та или иная монета. Этот код, давая каждому кодируемому объекту свою кодовую последовательность, однозначным образом упорядочивает кодируемые объекты, т.е. каждый из них получает свое имя и место среди остальных.

Производя последовательно, с равной вероятностью выборку кодовых слов, получим модель простейшего источника информации, для которого характерным свойством является конечность и равномерность длины генерируемых последовательностей.

Приемник информации (ПИ) располагает всеми N кодовыми словами в своей памяти, но в отличие от ИИ его задача состоит не в генерировании слов, а в их восприятии от ИИ и распознавании с тем, чтобы затем выработать соответствующую выходную реакцию на входные слова. Для этого ПИ должен дешифрировать принятое слово, сравнив его со всеми хранящимися в его памяти N словами, и выбрать среди них идентичное ему. Это слово затем определяет выходную реакцию приемника на входное слово. Очевидно, что дешифратор должен обладать в этом случае информационной емкостью:

$$I^* = N \log_2 N\ .$$

В реальных условиях заранее может быть известно, что некоторые N объектов не могут быть решениями, т.е. задача содержит ограничен[ия]. Например, в задаче поиска часть настоящих монет известна заранее поэтому не участвует во взвешивании, а оставшиеся $M< N$ монет требу[ют] обычной процедуры разбиения. Тогда M- N решений бу[дут] запрещенными, N - возможными, а M - допустимыми (разрешенными). Количество информации, необходимое в этом случае для решения зада[чи] по поиску объекта, а значит, и число шагов разбиения уменьшаются $I^{*}= \log_2 N$ до $I= \log_2 M$.

Если же при решении рассматриваемой задачи все же использую[тся] запрещенные решения, то это значит, что число шагов разбиения остае[тся] прежним - $\log_2 N$, а кодовая последовательность букв, соответствую[щая] решению, содержит избыточное число букв и соответственно избыточн[ую] информацию

$$I= \log_2 N - \log_2 M . \qquad (1)$$

Наличие ограничений в ИИ определяется некоторым предикатом, который определяет разрешенные и запрещенные к генерирован[ию] слова, что приводит к появлению в ИИ избыточной информации I. Э[ту] информацию можно устранить путем сжатия. В результате на вых[оде] источника с устройством сжатия будет генерироваться $I= \log_2 M$ б[ит] информации.

В этом случае можно уменьшить информационную емкос[ть] дешифратора приемника до $I= M \log_2 M$. Однако при этом [в] дешифрированный сигнал необходимо дополнительно будет ввести I б[ит] информации. Для этой цели приемник должен обладать внутренн[ей] памятью с информационной емкостью

$$Q = MI= M (\log_2 N - \log_2 M). \qquad (2)$$

Продифференцировав Q по M и приравняв результат нулю, найде[м] максимум функции

$$Q_{\max} = \frac{N}{e} \log_2 e \qquad (3)$$

при

$$M = \frac{N}{e} . \qquad (4)$$

В соответствии с вышеизложенным следует, что источник и приемн[ик] информации составляют взаимодействующие структурные элемент[ы] системы передачи информации и должны рассматриваться совместно. Причем существует оптимальное при $M= N/e$ в информационном плане взаимодействие между ними. Оптимальная точка этого взаимодействия соответствует Q_{max}.

Если исходить из того, что абсолютная сложность S^a приемника определяется количеством информации, хранимой в его памяти, то ест[ь] Q_{max}, то это значение Q_{max} соответствует также и максимально[й] абсолютной сложности приемника.

На практике это означает, что в информационной системе с целью получения ее максимальной эффективности следует стремиться [к] выполнению соотношения $M= N/e$. Соответственно при $M = N$ сложност[ь] S^a приемника будет равна нулю, а при $M = I$ $S^a = \log_2 N$.

Абсолютная сложность имеет тот недостаток, что она ненормирована и по ней трудно сравнивать сложность различных приемников между собой. Поэтому введем понятие относительной сложности:

$$S^o = \frac{S^a}{\log_2 N} = \frac{M(\log_2 N - \log_2 M)}{\log_2 N}. \qquad (5)$$

Очевидно, что S^o изменяется от 0 при $M = N$ до 1 при $M = 1$ и достигает максимума при $M = N/e$:

$$S^o_{\max} = \frac{S^a_{\max}}{\log_2 N} = \frac{N \log_2 e}{e \log_2 N} = \frac{N}{e \ln N}. \qquad (6)$$

Таким образом, структурная мера информации, определяемая числом шагов решения дискретной задачи по поиску объекта среди их конечного множества, позволяет дать характеристику не только источника информации, а и приемника, оценив сложность и оптимальность структуры последнего, что позволяет дать оценку эффективности системы источник - приемник информации в целом.

SUMMARY

The structured information measure and its applications for estimating efficiency of information source-destination work is considered in the paper.

The feature of the measure is possibility to estimate with its help not only source, but and information destination. Besides, the structured measure can be used to estimate complexity of discrete tasks.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Яглом А.М. и Яглом И.М. Вероятность и информация. - М.: Наука,1972.- 511 с.
2. Темников Ф.Е. и др. Теоретические основы информационной техники.- М.: Энергия, 1971. - 424 с.

Поступила в редколлегию 25 марта 1999 г.

УДК 517.17:681.518.54

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ ТЕХНИЧЕСКОЙ ДИАГНОСТИКИ И СРАВНЕНИЯ ОБРАЗОВ С ПОМОЩЬЮ ОЦЕНКИ ОТЛИЧИЯ ЗАВИСИМОСТИ МЕЖДУ ДВУМЯ ФУНКЦИЯМИ ОТ ПРОПОРЦИОНАЛЬНОЙ

В.В.Авраменко, доц.; А.П.Карпенко, асп.

Одной из задач технической диагностики является контроль за состоянием стационарных и квазистационарных объектов в процессе их эксплуатации. Для многих из них характерной является пропорциональная связь между входными $x(t)$ и выходными $y(t)$ процессами или сигналами:

$$y(t) = cx(t), \qquad (1)$$

где c – константа.

К этим объектам относятся, например, усилители, преобразователи, каналы телеметрии и многие датчики. Ухудшение технического состояния объекта приводит к нарушению пропорциональной зависимости