УДК. 621. 165. 522

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ПОТОКУ РОБОЧОЇ РІДИНИ У КІЛЬЦЕВІЙ ЩІЛИНІ, ВНУТРІШНЯ ПОВЕРХНЯ ЯКОЇ ОБЕРТАЄТЬСЯ

О. В. Дмитрієнко, *канд. техн. наук, доцент,*
Національний технічний університет "Харківський політехнічний інститут", м. Харків

Наведені результати математичного моделювання течії робочої рідини у кільцевій щілині, внутрішня поверхня якої обертається. Отримано розподіл тиску і лінії струму, що дозволяють визначити характер течії. Показано, що гідравлічний опір у щілині можна розраховувати за залежностями для стаціонарної течії рідини.

Ключові слова*: кільцева щілина, математичне моделювання, розподіл тисків, лінії струму.*

Приведены результаты математического моделирования течения рабочей жидкости в кольцевой щели, внутренняя поверхность которой вращается. Получено распределение давления и линии тока, что позволяет определить характер течения. Показано, что гидравлическое сопротивление в щели можно рассчитывать по зависимостям для стационарного течения жидкости.

Ключевые слова*: кольцевая щель, математическое моделирование, распределение давлений, линии тока.*

ВСТУП

Дослідження динаміки об'ємних гідроагрегатів базується на математичних моделях їх робочих процесів, при цьому визначають параметри та форму проточної частини, які забезпечують задані чи оптимальні характеристики таких гідроагрегатів. При складанні математичних моделей гідроагрегатів необхідно враховувати нестаціонарні гідродинамічні процеси, що відбуваються в них. Це зумовлено взаємодією робочої рідини (РР) з рухомими елементами, течією в каналах з місцевими опорами та щілинах, наявністю витоків та перетікань. Крім того, в гідроагрегатах, внаслідок стисливості РР, мають місце коливання тиску, втрати тиску на окремих елементах, що зумовлені утворенням вихрів, зміною профілю швидкості та тиску. В процесі прийняття припущень при математичному описі робочих процесів у гідравлічних елементах та пристроях виникає необхідність визначення характеру течії РР в них, зокрема у кільцевій щілині, що утворена циліндричною поверхнею, всередині якої розміщено іншу поверхню, яка обертається з кутовою швидкістю ω. Обидві поверхні мають спільну вісь.

АНАЛІЗ ЛІТЕРАТУРНИХ ДЖЕРЕЛ

Визначення параметрів РР у кільцевій щілині, що утворена циліндричною трубою, всередині якої розміщено циліндричну деталь, що обертається, лежить у площині розв'язання рівнянь, що описують рух в'язкої нестисливої рідини між близько розміщеними поверхнями, одна з яких рухається [1, 2]. При розгляді таких задач беруть, що рух РР - ламінарний [3], а її об'ємні властивості сталі. РР однорідна та ізотропна [4]. Оскільки, як правило, в гідравлічних пристроях висота щілини значно менша від її довжини, нехтують початковою ділянкою. Беруть, що товщина стінок труби, яка визначена з умови міцності, достатньо велика, і її діаметр не залежить від внутрішнього тиску, а пружні властивості враховуються зведеним об'ємним модулем пружності РР.

Кавітація відсутня, немає розриву РР. Також вважають, що в гідроагрегаті відсутній гідравлічний удар і швидкість звуку в РР $-c$, з урахуванням пружних властивостей трубопроводу, є величиною сталою та значно більшою від швидкості руху РР. Вважають РР ньютонівською, а її течію – ізотермічною.

При таких припущеннях у статті [5] отримано рівняння для визначення витрати РР у кільцевій щілині. Зауважимо, що витрата у такій кільцевій щілині залежать від багатьох факторів, а саме від геометричних розмірів щілини (радіального зазору, довжини), перепаду тиску, коефіцієнта кінематичної в'язкості РР, співвісного розміщення вала в трубі та інших. Відзначимо, що несиметричне розміщення вала в трубі може бути враховано коефіцієнтом, значення якого згідно із роботи [6] знаходиться в межах від 1 до 2,5.

Проведений нами аналіз літературних джерел дозволив встановити, що моделювання течії РР в кільцевій щілині, що утворена циліндричною поверхнею, всередині якої розміщено циліндричне тіло, що обертається з кутовою швидкістю ω, з метою визначення ліній течії, розподілу швидкостей та тиску не розглядалося.

МЕТА ДОСЛІДЖЕННЯ

У зв'язку з цим ми сформулювали завдання: отримати лінії течії РР та розподіл швидкості та тиску в кільцевій щілині, що утворена циліндричною трубою, всередині якої розміщено вал, що обертається з кутовою швидкістю ω, визначити характер течії.

МОДЕЛЬ ПОТОКУ РОБОЧОЇ РІДИНИ В КІЛЬЦЕВІЙ ЩІЛИНІ

При її визначенні брали, що одна вісь збігається з віссю симетрії каналу, а інші - перпендикулярні до неї. Розглядається просторова задача розрахунку течії в'язкої нестисливої РР ($\rho = \text{const}$), для якої рівняння руху та нерозривності можуть бути записані у вигляді [2]:

$$\frac{\partial u_{\text{x}}}{\partial t} + u_{\text{x}} \frac{\partial u_{\text{x}}}{\partial x} + u_{\text{y}} \frac{\partial u_{\text{x}}}{\partial y} + u_{\text{z}} \frac{\partial u_{\text{x}}}{\partial z} = F_{\text{x}} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu_{\text{t}} \left(\frac{\partial^2 u_{\text{x}}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_{\text{x}}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u_{\text{x}}}{\partial z^2} \right), \quad (1)$$

$$\frac{\partial u_{\text{y}}}{\partial t} + u_{\text{x}} \frac{\partial u_{\text{y}}}{\partial x} + u_{\text{y}} \frac{\partial u_{\text{y}}}{\partial y} + u_{\text{z}} \frac{\partial u_{\text{y}}}{\partial z} = F_{\text{y}} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \nu_{\text{t}} \left(\frac{\partial^2 u_{\text{y}}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_{\text{y}}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u_{\text{y}}}{\partial z^2} \right), \quad (2)$$

$$\frac{\partial u_{\text{z}}}{\partial t} + u_{\text{x}} \frac{\partial u_{\text{z}}}{\partial x} + u_{\text{y}} \frac{\partial u_{\text{z}}}{\partial y} + u_{\text{z}} \frac{\partial u_{\text{z}}}{\partial z} = F_{\text{z}} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + \nu_{\text{t}} \left(\frac{\partial^2 u_{\text{z}}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_{\text{z}}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u_{\text{z}}}{\partial z^2} \right), \quad (3)$$

$$\frac{\partial u_{\text{x}}}{\partial x} + \frac{\partial u_{\text{y}}}{\partial y} + \frac{\partial u_{\text{z}}}{\partial z} = 0, \quad (4)$$

де x, y, z – осі координат; u_{x}, u_{y} і u_{z} – відповідно проекції швидкості на осі координат; t – час; F_{x}, F_{y} і F_{z} – відповідно проекції масових сил на осі координат; ρ – густина РР; p – тиск РР; ν_{t} – коефіцієнт кінематичної в'язкості РР.

Проведена оцінка порядку масової сили при розгляді течії РР в кільцевій щілині, що розглядається, показала, що її можна не враховувати. При цьому похибка від нехтування масовою силою не

перевищить 0,3%. Аналогічне припущення беруть до уваги і більшість дослідників, наприклад у роботі [2]. Таким чином, масовою силою в рівняннях (1), (2) і (3) можна нехтувати. Температуру РР (масла ІГП: $\rho = 850$ кг/м^3; $\nu_t = 2{,}8 \cdot 10^{-5}$ м^2/с) беруть постійною, такою, що дорівнює її середньому значенню – 120^{0}С, а вміст нерозчиненого повітря – 0,8%.

РЕЗУЛЬТАТИ ОБЧИСЛЮВАЛЬНОГО ЕКСПЕРИМЕНТУ

Для обчислювального експерименту взято, що радіус труби і вала відповідно дорівнюють: a = 12 ... 13,5 мм і b = 11 мм; кутова швидкість вала ω = 50 об/с; довжина щілини в напрямку руху потоку робочої рідини L = 300 мм; перепад тиску на щілині Δp = 0,2 МПа. При розрахунку використані початкові і граничні умови: $\Delta p(0) = \Delta p(0)$; $\omega(0) = \omega(t)$. Швидкість РР на нерухомих поверхнях щілини дорівнює нулю.

Рішення гідродинамічної задачі проводили у пакеті прикладних програм Flow Vision. Результати математичного моделювання наведені на рис. 1 – 3.

Отриманий розподіл тиску по довжині кільцевої щілині (рис. 1) показує, що втрати тиску відбуваються рівномірно по всій довжині щілини. Це дозволяє обґрунтовано вибирати співвідношення між її конструктивними параметрами для забезпечення на ній бажаного перепаду тиску.

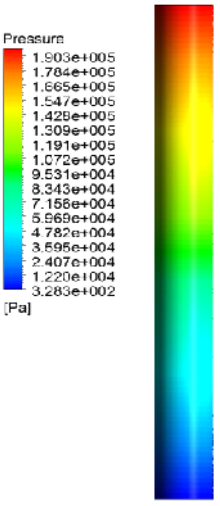

Рисунок 1 – Поле надлишкового тиску РР вздовж щілини

Течія РР у щілині відбувається по гвинтовій лінії (рис. 2), з тангенціальною швидкістю, профіль якої суттєво залежить від висоти (a - b) (рис. 3). Причому при збільшенні висоти щілини профіль в перерізі щілини суттєво скривляється, зменшується градієнт тангенціальної швидкості, що обумовлено зменшенням дії сил, обумовлених в'язкістю РР. За результатами математичного моделювання течії РР в кільцевій щілині, встановлено, що режим течії РР в ній – турбулентний.

Для оцінки квазістаціонарності процесу течії РР у кільцевій щілині, що утворена циліндричною трубою, всередині якої розміщено вал, що обертається, скористаємося методикою, наведеною у роботі [3]. Будемо вважати, що коливання РР відбуваються з частотою, яка дорівнює кутовій швидкості обертання вала ω.

При коливанні РР у трубі врахування нестаціонарних процесів здійснюється за допомогою коректівів активного опору труби [3]

$$\chi_a = \frac{\bar{\omega}\left(4\,\bar{\omega} - \sqrt{\bar{\omega}}\right)}{\left(2\sqrt{\bar{\omega}} - 1\right)\left(4\,\bar{\omega} - 2\sqrt{\bar{\omega}} + 1\right)} \qquad (5)$$

і реактивного опору труби

$$\chi_{\text{р}}\ \beta = \frac{4\ \bar{\omega}}{4\ \bar{\omega} - 2\sqrt{\bar{\omega}} + 1}, \qquad (6)$$

де $\bar{\omega}$ – безрозмірна частота коливань, яка визначається за формулою

$$\bar{\omega} > \omega\ R^2 \Big/ \left(8\ \delta^2\right), \tag{7}$$

де R – гідравлічний радіус щілини; δ – висота щілини ($\delta = a - b$).

Формулу (5) застосовують при $\bar{\omega} \geq 1$, при $0 < \bar{\omega} < 1$ беруть $\chi_a = 1$, $\chi_p\ \beta = 1{,}33$. Коректив реактивного опору характеризує інерційність РР і змінюється в межах від 1,33 до 1.

Рисунок 2 – Лінії струму РР у щілині

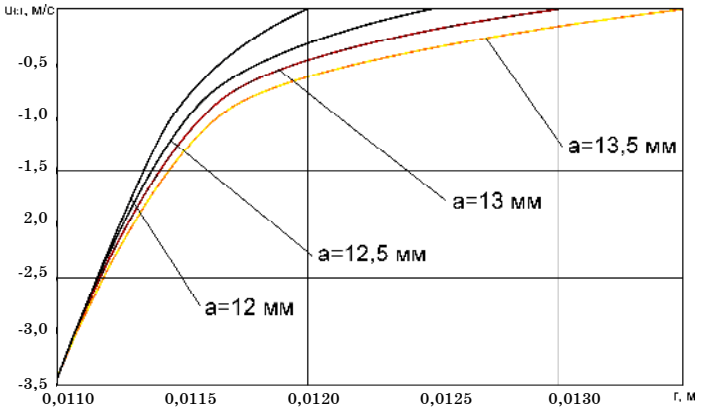

Рисунок 3 – Розподіл тангенціальної швидкості в перерізі щілини

Коректив активного опору χ_α збільшується зі збільшенням безрозмірної частоти $\bar{\omega}$. Його використовують для визначення коефіцієнта гідравлічного опору тертя $\lambda_н$ нестаціонарного ламінарного руху РР [7]:

$$\lambda_{\text{н}} = \chi_\alpha \frac{64}{Re_{\text{м}}}, \tag{8}$$

де $Re_{\text{м}} = u_{\text{x}} 4\ R/\nu_{\text{t}}$ – число Рейнольдса, що обчислюється за миттєвим значенням швидкості u_{x}.

За проведеними розрахунками для щілини, що розглядається, максимальне значення $\bar{\omega} = 0{,}3272$, а отже, $\chi_{\text{a}} = 1$, $\chi_{\text{p}}\ \beta = 1{,}33$. Таким чином, визначення гідравлічного опору тертя можна здійснювати за залежностями як і для стаціонарного потоку РР в щілині, а відмінність реактивного опору щілини враховувати коефіцієнтом $\chi_{\text{p}}\ \beta = 1{,}33$.

ВИСНОВКИ

Отримані розподіл тиску, лінії течії РР по довжині кільцевої щілини, яка утворена циліндричною трубою, всередині якої розміщено вал, що обертається та розподіл тангенціальної швидкості в її перерізі дозволили визначити характер течії РР у ній. Це дозволяє обґрунтовано вибирати співвідношення між конструктивними параметрами щілини для забезпечення на ній бажаного перепаду тиску.

За результатами розрахунків встановлено, що визначення гідравлічного опору тертя в щілині можна здійснювати за залежностями, як і для стаціонарного потоку РР у ній, а відмінність реактивного опору враховувати коефіцієнтом $\chi_{\text{р}}$ $\beta = 1,33$. Це дозволить підвищити точність розрахунку.

SUMMARY

MATHEMATICAL MODELING OF FLUID FLOW IN THE RING CRACK, INNER SURFACE OF WHICH IS OF A ROTATING KIND

Dmytrienko O.V.,

National Technical University "Kharkiv Polytechnic Institute", Kharkiv

Results of mathematical modelling of a current of a working liquid in a ring crack, in the middle of which there is a rotating shaft, are given. Distribution of pressure and a current line allowing definition of character of a current are received. It is demonstrated that hydraulic resistance in a crack can be calculated based on the dependences for a stationary current of a liquid in it.

Key words: *ring crack, mathematical modeling, pressure distribution, current-flow line.*

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Бодяков Г. И. Нестационарное течение вязкой несжимаемой жидкости между двумя цилиндрами / Г. И. Бодяков // Инж.- физ. журнал. - 1965. – Т. 8. – №1. – С. 41-47.
2. Емцев Б. Т. Техническая гидромеханика: учебник / Б. Т. Емцев. – М.: Машиностроение, 1987. – 440 с.
3. Попов Д. Н. Динамика и регулирование гидро - и пневмосистем / Д. Н. Попов. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Машиностроение, 1987. – 464 с.
4. Лурье З. Я. Скорость течения вязкой жидкости в постоянном зазоре узла поршень-цилиндр объемной гидромашины / З. Я. Лурье, И. Г. Лищенко // Вестник ХГПУ. – Харьков: ХГПУ, 1999. – Вып. 85. – С. 66-73.
5. Андренко П. М. Дослідження впливу частоти обертання вала на витрату рідини в кільцевій щілині / П. М. Андренко, В. В. Клітной, В. М. Макухін //Вісник НТУ "ХПІ". – Харків: НТУ "ХПІ", 2008. – № 23. – С. 92-97.
6. Никитин Г. А. Утечки через уплотнения малой длины / Г. А. Никитин, А. М. Ипатов // Гидропривод и гидропневмоавтоматика. – К.: Техника, 1970. – Вып. 6. – С. 81-86.
7. Попов Д. Н. Нестационарные гидромеханические процессы / Д. Н. Попов. – М.: Машиностроение, 1982. – 240 с.

Надійшла до редакції 10 листопада 2011 р.