

УДК 612.515.5

**ИССЛЕДОВАНИЕ УСТОЙЧИВОСТИ РОТОРА  
НА СЕГМЕНТНЫХ ПОДШИПНИКАХ**

*Л. Ю. Равлюк,*

*В. И. Симоновский,*

*Д. В. Лейких\*,*

*Сумский государственный университет, г. Сумы;*

*\*ОАО «Сумское НПО им. М.В.Фрунзе», г. Сумы*

*Рассмотрен метод и разработан алгоритм расчёта устойчивости многомассовых моделей динамических систем. С помощью разработанного метода проведено исследование устойчивости ротора на сегментных подшипниках.*

*Ключевые слова:* ротор, сегментный подшипник, устойчивость, многомассовая модель.

*Розглянуто метод і розроблено алгоритм розрахунку стійкості багатомасових моделей динамічних систем. За допомогою розробленого методу проведено дослідження стійкості ротора на сегментних підшипниках.*

*Ключові слова:* ротор, сегментний підшипник, стійкість, багатомасова модель.

**ВВЕДЕНИЕ**

Устойчивость динамических систем является одним из важнейших показателей их работоспособности. В случае рассмотрения сложных линейных математических моделей с  $n$  степенями свободы, представленной в виде совокупности  $n$  уравнений второго порядка, проблема расчёта и анализа их устойчивости усложняется ввиду того, что уже само определение коэффициентов характеристического уравнения подобных систем сопряжено с очевидными аналитическими трудностями. Был разработан алгоритм расчёта устойчивости, основанный на вычислении этих коэффициентов путём использования интерполяционной формулы Ньютона [1] с последующей проверкой на устойчивость по Гурвицу. Программа, реализующая алгоритм, была использована для исследования устойчивости ротора, представленного четырехмассовой моделью.

**ОПИСАНИЕ АЛГОРИТМА И ПРОГРАММЫ**

Структуру математической многомассовой модели ротора представим на примере четырехмассовой, имеющей вид [2]:

$$\left\{ \begin{array}{l} m_1 \cdot \ddot{x}_1 + c_1 \cdot \dot{x}_1 + \frac{b+c}{l} m_2 \cdot \ddot{x}_2 + \frac{c}{l} m_3 \cdot \ddot{x}_3 + d_{II} \cdot \dot{x}_1 + q \cdot y_2 = 0 \\ m_1 \cdot \ddot{y}_1 + c_1 \cdot \dot{y}_1 + \frac{b+c}{l} m_2 \cdot \ddot{y}_2 + \frac{c}{l} m_3 \cdot \ddot{y}_3 + d_{II} \cdot \dot{y}_1 - q \cdot x_2 = 0 \\ m_2 \cdot \ddot{x}_2 + \frac{1}{\delta_{22}} x_2 + \frac{\delta_{23} m_3}{\delta_{22}} \cdot \ddot{x}_3 - \frac{a}{l \cdot \delta_{22}} x_4 - \frac{x_1}{\delta_{22}} \cdot \frac{b+c}{l} = 0 \\ m_2 \cdot \ddot{y}_2 + \frac{1}{\delta_{22}} y_2 + \frac{\delta_{23} m_3}{\delta_{22}} \cdot \ddot{y}_3 - \frac{a}{l \cdot \delta_{22}} y_4 - \frac{y_1}{\delta_{22}} \cdot \frac{b+c}{l} = 0 \\ m_3 \cdot \ddot{x}_3 + \frac{1}{\delta_{33}} x_3 + \frac{\delta_{32} m_2}{\delta_{22}} \cdot \ddot{x}_2 - \frac{c}{l \cdot \delta_{33}} x_1 - \frac{x_4}{\delta_{33}} \cdot \frac{a+b}{l} = 0 \\ m_3 \cdot \ddot{y}_3 + \frac{1}{\delta_{33}} y_3 + \frac{\delta_{32} m_2}{\delta_{22}} \cdot \ddot{y}_2 - \frac{c}{l \cdot \delta_{33}} y_1 - \frac{y_4}{\delta_{33}} \cdot \frac{a+b}{l} = 0 \\ m_4 \cdot \ddot{x}_4 + c_2 \cdot \dot{x}_4 + \frac{a}{l} m_2 \cdot \ddot{x}_2 + \frac{a+b}{l} m_3 \cdot \ddot{x}_3 + d_{II} \cdot \dot{x}_4 + q \cdot y_4 = 0 \\ m_4 \cdot \ddot{y}_4 + c_2 \cdot \dot{y}_4 + \frac{a}{l} m_2 \cdot \ddot{y}_2 + \frac{a+b}{l} m_3 \cdot \ddot{y}_3 + d_{II} \cdot \dot{y}_4 - q \cdot x_4 = 0 \end{array} \right. , \quad (1)$$

где  $q = \delta \cdot d_{II} \cdot \omega$  - циркуляционная сила;  $d_{II}$  - коэффициент демпфирования подшипника;  $m_1, m_2, m_3, m_4$  - дискретные массы ротора;  $x_i, y_i (i = \overline{1,4})$  - соответствующие координаты этих масс в горизонтальной и вертикальной плоскостях;  $c_1, c_2$  - жесткости подшипников;  $l = a + b + c$  - длина ротора между опорами;  $\delta_{22}, \delta_{33}, \delta_{23}$  - коэффициенты податливости ротора в соответствующих точках, вычисленные на МКЭ-модели;  $\omega$  - частота вращения ротора.

Соответствующее характеристическое уравнение можно получить, как известно, приравняв нулю определитель системы алгебраических уравнений для амплитуд свободных колебаний системы (1).

В общем случае (для системы с  $n$  дискретными массами) эта система может быть представлена в операторном виде:

$$\left\{ \begin{array}{l} \left[ a_{11} p^2 + b_{11} p + c_{11} \right] X_1 + \left[ a_{12} p^2 + b_{12} p + c_{12} \right] X_2 + \dots + \left[ a_{1, n/2} p^2 + b_{1, n/2} p + c_{1, n/2} \right] X_1 + \\ + \left[ a_{1, n/2+1} p^2 + b_{1, n/2+1} p + c_{1, n/2+1} \right] Y_2 + \dots = 0 \\ \left[ a_{1, n/2} p^2 + b_{1, n/2} p + c_{1, n/2} \right] X_1 + \left[ a_{1, n/2+1} p^2 + b_{1, n/2+1} p + c_{1, n/2+1} \right] X_2 + \dots \\ + \left[ a_{11} p^2 + b_{11} p + c_{11} \right] Y_1 + \left[ a_{12} p^2 + b_{12} p + c_{12} \right] Y_2 + \dots = 0 \\ \left[ a_{n1} p^2 + b_{n1} p + c_{n1} \right] X_1 + \left[ a_{n2} p^2 + b_{n2} p + c_{n2} \right] X_2 + \dots + \left[ a_{n, n/2} p^2 + b_{n, n/2} p + c_{n, n/2} \right] Y_1 + \\ + \left[ a_{n, n/2+1} p^2 + b_{n, n/2+1} p + c_{n, n/2+1} \right] Y_2 + \dots = 0 \\ \left[ a_{n, n/2} p^2 + b_{n, n/2} p + c_{n, n/2} \right] X_1 + \left[ a_{n, n/2+1} p^2 + b_{n, n/2+1} p + c_{n, n/2+1} \right] X_2 + \dots \\ + \left[ a_{n1} p^2 + b_{n1} p + c_{n1} \right] Y_1 + \left[ a_{n2} p^2 + b_{n2} p + c_{n2} \right] Y_2 + \dots = 0. \end{array} \right. \quad (2)$$

Алгоритм построения области устойчивости в плоскости некоторых варьируемых параметров системы  $\alpha, \beta$  состоит из следующих блоков.

1. Ввод массивов исходных значений коэффициентов  $a_{i,j}, b_{ij}, c_{i,j}$  и шага, с которым будет проводиться расчет коэффициентов характеристического уравнения. Программа расчёта тех коэффициентов  $a_{i,j}, b_{ij}, c_{ij}$ , величины которых зависят от параметров расчёта области устойчивости  $\alpha, \beta$ .

2. Вычисление коэффициентов характеристического полинома с использованием интерполяционных формул Ньютона.

3. Проверка устойчивости по Гурвицу. Наращивание шага параметра расчёта устойчивости  $\alpha$  до нахождения границы значения этого параметра, когда система переходит в область неустойчивости, фиксация этого значения, переход к новому значению варьируемого параметра  $\beta$  области устойчивости.

Таким образом, программа строит область устойчивости в плоскости двух параметров  $\alpha, \beta$ .

### АНАЛИЗ УСТОЙЧИВОСТИ РОТОРА

Программа, реализующая вышеописанный алгоритм, была использована для исследования устойчивости модельного ротора, на котором были получены соответствующие экспериментальные данные при испытании его на разгонно-балансировочном стенде с вакуумной камерой (рис. 1) [3].

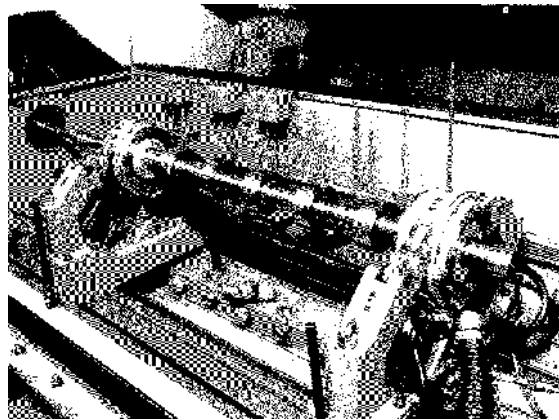


Рисунок 1 – Модельный ротор на разгонно-балансировочном стенде

Испытания проводились для ротора, вращающегося на 5-колодочных подшипниках с самоустанавливающимися колодками (рис. 2), которые повсеместно применяются в настоящее время в турбокомпрессоростроении как обеспечивающие лучшим образом запас по устойчивости.

Используя данные, полученные в ходе испытаний, были построены области устойчивости для четырехмассовой модели исследуемого ротора, уравнения которой приведены выше. Варьируя значение коэффициента циркуляционной силы  $\delta$  и коэффициента демпфирования подшипника  $d$ , определялась граничная по устойчивости частота вращения ротора. Результаты представлены в виде графиков зависимостей (рис. 3). Квадратиком обозначена точка, соответствующая полученным экспериментальным данным. Значение коэффициента циркуляционной силы  $\delta = 0,31$  было получено в [3] на основании оценивания этого

параметра по полученной экспериментально граничной по устойчивости частоте вращения.

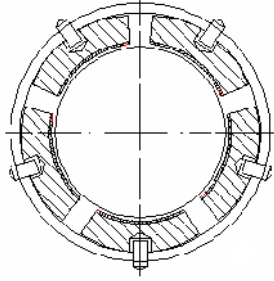


Рисунок 2 – 5-коловочный подшипник с самоустанавливающимися вкладышами

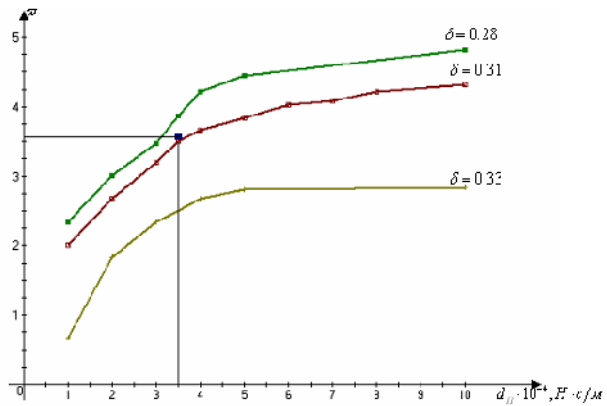


Рисунок 3 – График зависимости относительной граничной частоты  $\omega$  от коэффициента демпфирования подшипника  $d_{\Pi}$  при различных значениях коэффициента циркуляционной силы  $\delta$

На рисунке 4 показаны спектры вибраций и орбиты движения при частотах до ( $\omega = 0,8\omega_{cp}$ ) а) и за границей устойчивости ( $\omega = 1,2\omega_{cp}$ ) б) при  $\delta = 0,31$ ,  $d_{\Pi} = 3,5 \cdot 10^4 \text{H} \cdot \text{с/м}$ . Признаком потери устойчивости является появление автоколебательной субгармонической составляющей.

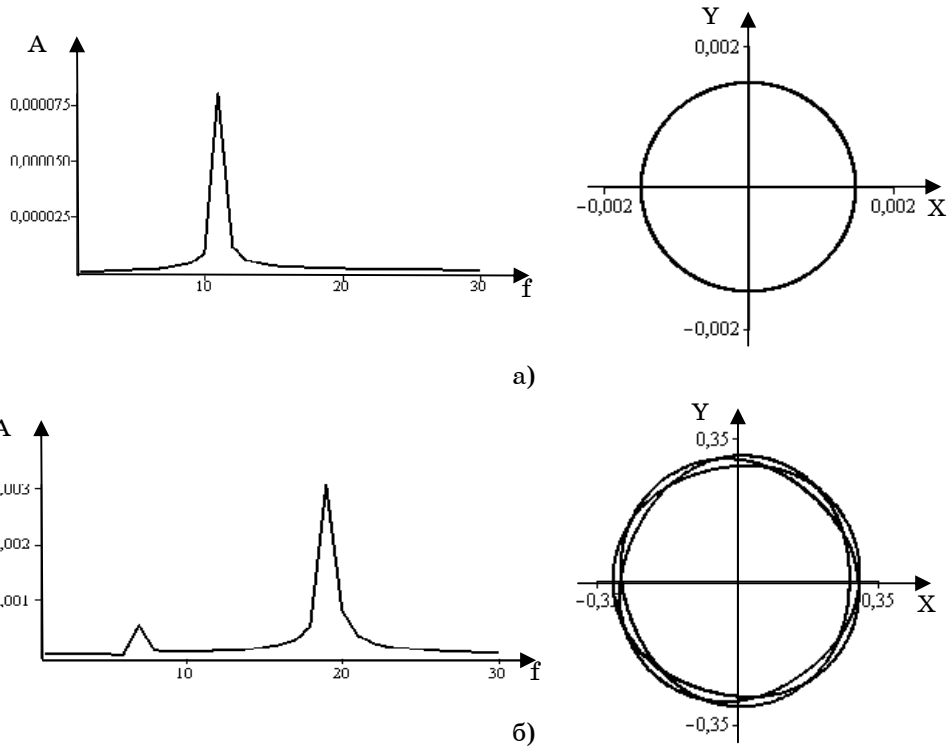


Рисунок 4 – Спектры колебаний ротора и орбиты в устойчивой и неустойчивой области частоты вращения ротора

Сопоставление результатов эксперимента и расчётов устойчивости показало удовлетворительное совпадение математической модели с реальной роторной системой.

Характер полученных на рис. 3 графиков указывает на следующие закономерности:

1) с увеличением коэффициента циркуляционной силы  $\delta$  границы устойчивости понижаются;

2) изменение коэффициента демпфирования подшипника  $d_{II}$  незначительно влияет на границы устойчивости.

### ВЫВОДЫ

Разработаны метод и программа расчёта устойчивости сложных динамических систем, который удобно использовать, в частности, для исследования устойчивости многомассовых моделей роторов. С помощью разработанного метода проведено исследование устойчивости ротора на сегментных подшипниках и выявлены закономерности влияния на устойчивость динамических коэффициентов подшипников.

### SUMMARY

#### STABILITY INVESTIGATION OF THE ROTOR ON THE PAD-TYPE BEARINGS

*The method was considered and the algorithm of calculation of stability of multimass models of dynamic systems was developed. Using the developed method research of stability of a rotor on pad-type bearings was done.*

**Key words:** *multimassmodel, rotor, pad-type bearings, multimass model, dynamic system.*

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Демидович Б. П. Основы вычислительной математики / Б. П. Демидович, И. А. Марон. – М.: Наука, 1966.
2. Гадяка В. Г. Математическая модель ротора турбокомпрессора для исследования несинхронных составляющих вибраций/ В. Г. Гадяка, Д. В. Лейких, В. И. Симоновский // Компрессорное и энергетическое машиностроение. - 2010. - №2(20).—С. 48-50.
3. Лейких Д. В. Экспериментальное исследование динамики ротора в неустойчивой области частот вращения/ В. Г. Гадяка, Д. В. Лейких, В. И. Симоновский // Проблемы машиностроения. – 2009. – Т12, № 5. – С. 81-85.

*Поступила в редакцию 1 декабря 2011 г.*