

МОДЕЛИРОВАНИЕ КОЛЕБАНИЙ НЕЖЁСТКИХ ДЕТАЛЕЙ ПРИ КОНЦЕВОМ ФРЕЗЕРОВАНИИ

В. А. Логоминов;

О. Л. Лукьяненко, канд. техн. наук,

Запорожский национальный технический университет, г. Запорожье

E-mail; logominov@rambler.ru

В статье представлена математическая модель концевое фрезерования нежесткой детали. Нежесткая деталь заменяется одномерной колебательной системой. Модель фрезерования нежесткой детали состоит из геометрической модели, описывающей движение фрезы, поверхность обрабатываемой детали, движение детали и позволяет определять толщину срезаемого слоя в каждый момент времени. В состав модели фрезерования нежесткой детали входят также аналитическая модель расчета сил резания и динамическая модель детали. Моделирование производится во временной области. Результатом моделирования являются перемещение детали, толщина срезаемого слоя, силы резания в каждый момент времени и геометрия обработанной поверхности.

Ключевые слова: *концевое фрезерование, нежесткая деталь, математическая модель.*

У статті подана математична модель кінцевого фрезерування нежорсткої деталі. Нежорстка деталь замінюється одновимірною коливальною системою. Модель фрезерування нежорсткої деталі складається з геометричної моделі, що описує рух фрези, поверхню деталі, рух деталі й дозволяє визначити товщину зрізаного шару в кожен момент часу. До складу моделі фрезерування нежорсткої деталі входять також аналітична модель розрахунку сил різання та динамічна модель деталі. Моделювання відбувається в часовій області. Результатом моделювання є переміщення деталі, товщина зрізаного шару, сили різання в кожен момент часу та геометрія поверхні деталі.

Ключові слова: *кінцеве фрезерування, нежорстка деталь, математична модель.*

Одним из факторов, сдерживающим рост производительности и повышение качества поверхности при механической обработке резанием нежестких деталей, является колебание. В большинстве исследований [1, 2, 3, 4], посвященных вибрациям при механической обработке, изучается устойчивость обработки, однако не проводится количественной оценки амплитуды возникающих колебаний, точности геометрии и шероховатости обработанной поверхности.

В данной статье предложена методика определения амплитуды колебаний и шероховатости обработанной поверхности нежесткой детали. Методика основывается на моделировании процесса фрезерования во времени [5, 6] и способе описания геометрии поверхности детали, предложенного в работе [7]. Роль пластического деформирования обрабатываемого материала и геометрических неровностей инструмента в увеличении шероховатости обработанной поверхности не учитывалась [8].

РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЯ

Рассматривалось цилиндрическое контурное фрезерование пластины из обрабатываемого материала, закрепленного на пластине, которая являлась упругим элементом колебательной системы (рис. 1). Упругий элемент защемляется в специальном приспособлении, что позволяет изменять его вылет и моделировать различные характеристики жесткости всей системы.

Доминирующая колебательная система нежёсткой детали перемещается преимущественно по оси ou (рис. 2). Поэтому можно заменить колебательную систему с распределенными параметрами (рис. 2 а) колебательной системой с сосредоточенными параметрами (рис. 2 б).

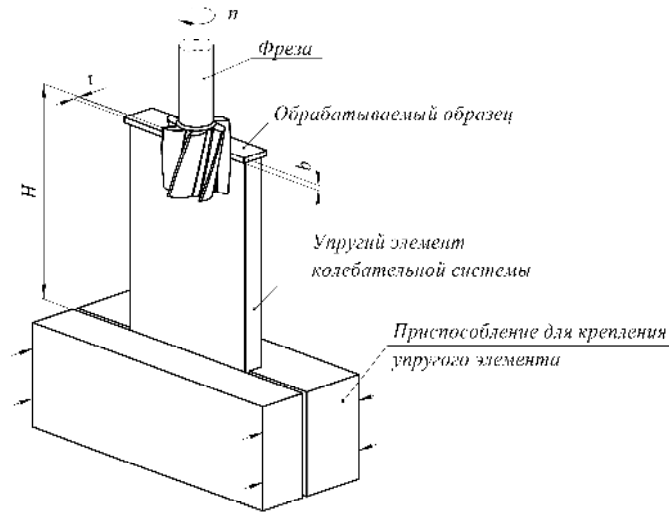


Рисунок 1 – Схема фрезерования нежёсткой детали

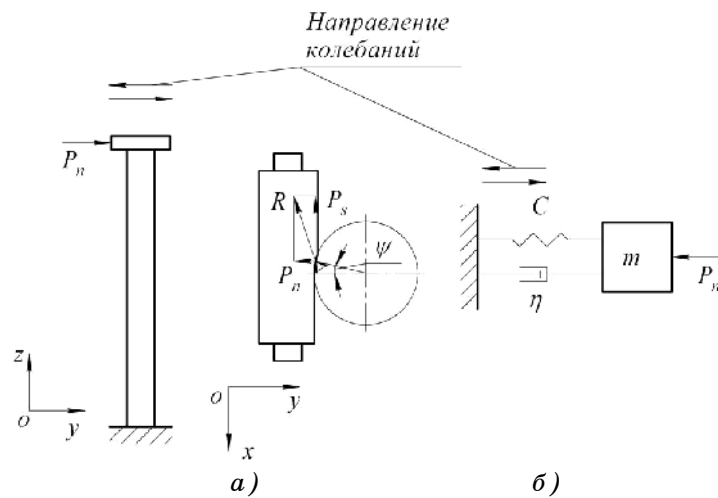


Рисунок 2 – Замена доминирующей колебательной системы с распределенными параметрами системой с сосредоточенными параметрами

Уравнение движения одномассовой одномерной системы записывается в следующем виде:

$$m\ddot{y}(t) + \eta\dot{y}(t) + Cy(t) = P_n(t), \quad (1)$$

где m – приведенная масса колебательной системы; η – обобщенный коэффициент демпфирования; C – обобщенный коэффициент жесткости колебательной системы.

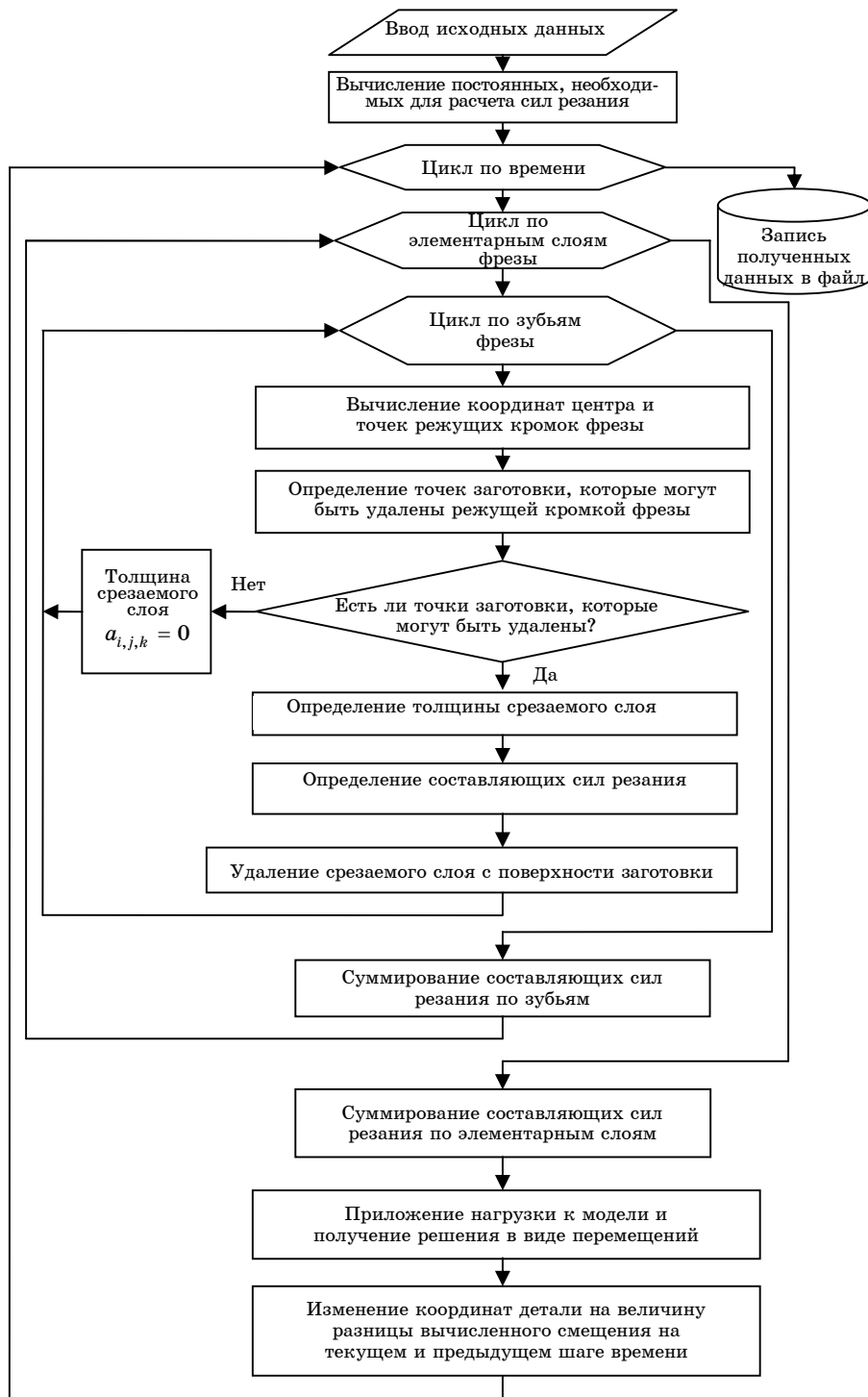


Рисунок 3 – Обобщенная блок-схема алгоритма моделирования фрезерования нежесткой детали

Приведенная масса колебательной системы с сосредоточенными параметрами определяется по формуле

$$m = \frac{C}{(2\pi f)^2}, \quad (2)$$

где f – частота собственных колебаний системы.

Фрезерование – один из видов обработки, который характеризуется переменной во времени толщиной срезаемого слоя. Она зависит от углового положения фрезы, отклонения детали и фрезы от действия силы резания, а также от геометрии поверхности, образованной при предыдущем проходе зуба. Для определения мгновенного значения толщины срезаемого слоя используется алгоритм, предложенный в работе [7]. В общем виде алгоритм моделирования фрезерования нежёсткой детали показан на рис. 3.

Фреза разбивается на элементарные слои (рис. 4). Ширина срезаемого слоя для каждого элементарного слоя равна толщине элементарного слоя:

$$\Delta B = \frac{B}{N_z}, \quad (3)$$

где N_z – число элементарных слоев; B – ширина фрезерования, мм.

Модель фрезы задается множеством точек режущих кромок зубьев $T = \{A_1, \dots, A_n\}$, где $n = 1, 2, \dots, N$; N – количество зубьев (рис. 4). При таком способе описания геометрии инструмента можно учитывать радиальное биение зубьев, а также проводить исследование для фрез с неравномерным шагом зуба.

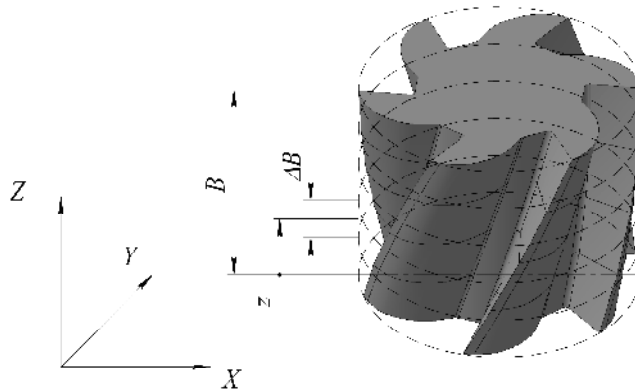


Рисунок 4 – Разбиение рабочей части фрезы на элементарные слои

Модель поверхности детали представляет собой множество точек $S = \{S_1, \dots, S_i, \dots, S_m\}$, равномерно расположенных вдоль направления движения подачи фрезы (рис. 5). На точность определения шероховатости влияет расстояние между точками S_i , образующими поверхность детали, назовем ее пространственным шагом и обозначим Δs . Уменьшение величины Δs ведет к росту времени моделирования. Увеличение Δs снижает точность определения шероховатости Rz . Таким образом, необходимо выбирать пространственный шаг Δs , исходя из требуемой точности определения Rz .

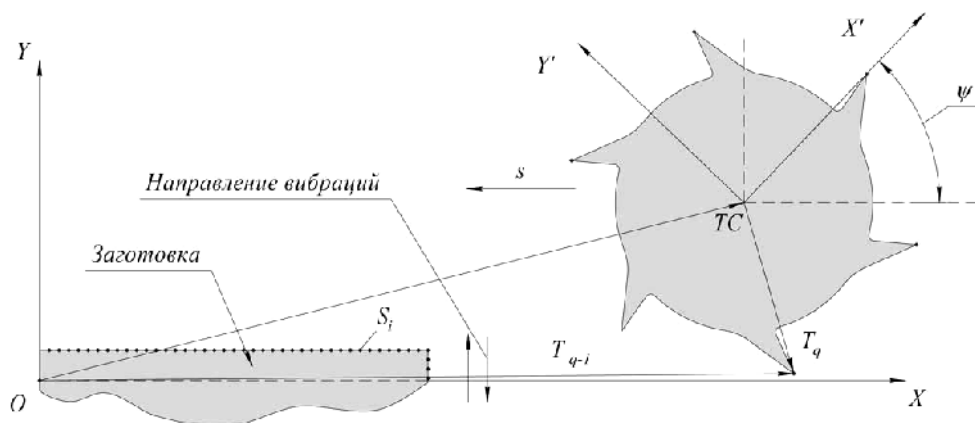


Рисунок 5 – Геометрические модели фрезы и детали

Для определения влияния Δs на погрешность определения Rz воспользуемся формулой теоретической шероховатости фрезерованной поверхности [8]:

$$Rz \approx \frac{s_z^2}{4D_{\text{фр}}}, \quad (2)$$

где s_z – подача на зуб; $D_{\text{фр}}$ – диаметр фрезы.

Выполним следующие построения (рис. 6). Наибольшая погрешность получается в случае расположения вершины гребешка шероховатости посередине между двумя точками поверхности S_i и S_{i+1} .

Шероховатость, вычисленная в случае, показанном на рис. 6:

$$Rz' \approx \frac{(s_z - \Delta s)^2}{4D_{\text{фр}}}. \text{ Погрешность определения } Rz \quad \varepsilon_{Rz} = Rz - Rz' \approx \frac{2s_z \Delta s}{4D_{\text{фр}}}.$$

Если погрешность ε_{Rz} задать в процентах от Rz получим $\% \varepsilon_{Rz} \approx \frac{2\Delta s}{s_z}$.

Отсюда $\Delta s = \frac{\% \varepsilon_{Rz} \cdot s_z}{2}$. Зададим $\% \varepsilon_{Rz} = 5\%$. Тогда $\Delta s = 0,025 \cdot s_z$

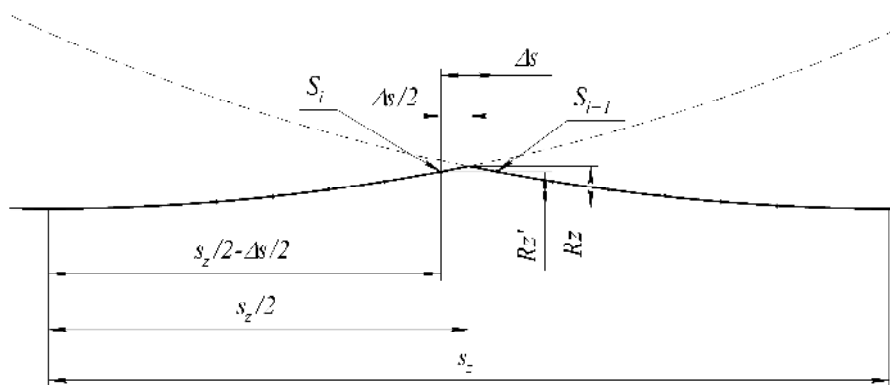


Рисунок 6 – К определению пространственного шага точек поверхности детали

Определение координат центра и точек режущих кромок фрезы

Деталь задается в системе координат XOY (рис. 5), фреза в системе координат $X'OY'$, которая вращается со скоростью $\omega = \frac{2\pi \cdot n_{\text{фр}}}{60}$ (где n – число оборотов фрезы в минуту) и перемещается со скоростью $s_z N \omega$ (где s_z – подача на зуб, N – число зубьев).

Преобразование координат центра и точек режущих кромок фрезы из системы координат инструмента $X'OY'$ в систему координат детали XOY производится по следующим формулам (рис. 5):

$$\begin{cases} T_x(t) = TC_{x0} + T_x \cdot \cos(\omega t + 2 \tan(\lambda) \cdot z / D_{\text{фр}}) - \\ \quad - T_y \cdot \sin(\omega t + 2 \tan(\lambda) \cdot z / D_{\text{фр}}) \pm s_z N \omega t \\ T_y(t) = TC_{y0} + T_x \cdot \sin(\omega t + 2 \tan(\lambda) \cdot z / D_{\text{фр}}) - \\ \quad - T_y \cdot \cos(\omega t + 2 \tan(\lambda) \cdot z / D_{\text{фр}}) \end{cases}; \quad (4)$$

$$\begin{cases} TC_x(t) = TC_{x0} \pm s_z N \omega t \\ TC_y(t) = TC_{y0} \end{cases}, \quad (5)$$

где TC_{x0} , TC_{y0} – координаты центра фрезы в начальный момент времени; $TC_x(t)$, $TC_y(t)$ – текущие координаты центра фрезы; T_x , T_y – координаты точек режущей кромки фрезы в статической системе координат инструмента $X'OY'$; $T_x(t)$, $T_y(t)$ – текущие координаты точек режущей кромки; λ – угол подъема винтовой линии фрезы; z – координата центра элементарного слоя по оси OZ ; $D_{\text{фр}}$ – диаметр фрезы.

Модель удаления материала

Для получения описания геометрии обработанной поверхности необходимо реализовать модель удаления материала. Модель удаления материала состоит из следующих последовательных этапов:

1. Определение точек детали, которые могут быть удалены режущей кромкой фрезы (рис. 7 а)

Множество точек PRS , которые могут быть удалены режущей кромкой фрезы на данном шаге времени, определяется из следующего условия нахождения точек поверхности детали S_i между двумя прямыми, проходящими через точки $T(t_{k-1})TC(t_{k-1})$ и $T(t_k)TC(t_k)$:

$$PRS = \left\{ S_i : \left(\overline{TC(t_{k-1})T(t_{k-1})} \wedge \overline{TC(t_{k-1})S_i} \right) \cdot \left(\overline{TC(t_k)T(t_k)} \wedge \overline{TC(t_k)S_i} \right) < 0 \right\}, \quad (6)$$

где \wedge – псевдоскалярное произведение векторов [9]; $i = 1, \dots, M$; M – количество точек в описании детали; $k = 1, \dots, N_{time}$;

N_{time} – число шагов по времени. Индекс q на рис. 7 а определяет номер зуба фрезы.

Множество PRS состоит из индексов точек, входящих в множество S , определяющее геометрию детали.

2. Определение толщины срезаемого слоя (рис. 7 б).

Толщина срезаемого слоя a определяется как отрезок TE , где E – точка пересечения отрезков $TC(t_k)T_q(t_k)$ и $S_{m+p}S_{m+p+1}$; p – индекс последней точки, входящей в множество PRS . Алгоритм определения координат точки пересечения дан в работе [9].

3. Определение точек детали, которые удаляются режущей кромкой фрезы (рис. 7 в)

Предполагается, что поверхность детали и траектория режущего инструмента имеют только одну точку пересечения. На этом этапе необходимо знать положение режущей кромки между двумя временными шагами, т.е. интерполировать траекторию движения инструмента. В данной работе применяется квадратичная интерполяция траектории движения инструмента [7]. Для квадратичной интерполяции необходимо знать положение режущей кромки в текущий момент времени t_k , и в два предыдущих момента времени t_{k-1} , t_{k-2} .

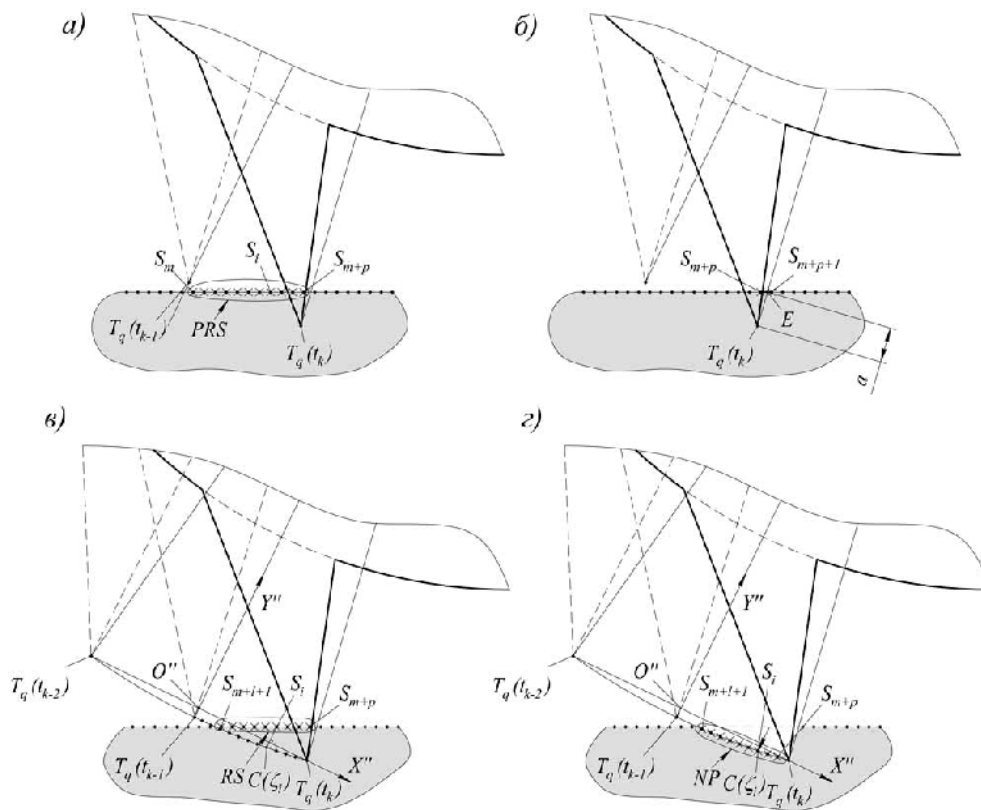


Рисунок 7 – Последовательные этапы в геометрической модели удаления материала детали [7]

Точки поверхности детали, которые будут удалены, образуют множество RS , которое формируется из множества PRS по следующим правилам:

Случай 1: Если $a(t_{k-1}) > 0$ и $a(t_k) > 0$, тогда $RS = PRS$.

Случай 2 (зуб врезается в деталь, рис. 6 в): Если $a(t_{k-1}) = 0$ и $a(t_k) > 0$, тогда $RS = \{S_i\}$, где $i = m \dots m + l$.

Случай 3 (зуб выходит из детали): Если $a(t_{k-1}) > 0$ и $a(t_k) = 0$, тогда $RS = \{S_i\}$, где $i = m + l + 1 \dots m + p$.

Точки S_{m+l} и S_{m+l+1} находятся исходя из следующего условия:

$$(O''C(\zeta_i) \wedge TCS_i) \cdot (O''C(\zeta_{i-1}) \wedge TCS_{i-1}) < 0, \quad (7)$$

где ζ_i – проекция точки S_i на ось $O''X''$. $C(\zeta)$ – интерполяционная кривая траектории движения режущей кромки.

Этому условию могут удовлетворять несколько пар точек. Поэтому для того чтобы получить однозначное решение, для случая 2 проверяются точки поверхности с уменьшением индекса, а для случая 3 – с повышением индекса.

4. Удаление срезаемого слоя с поверхности детали. Создается новая поверхность путем замены множества RS множеством NP новых точек, принадлежащих траектории движения зуба (рис. 6 г):

Случай 1: $NP = C(\zeta_i)$, где $i = m \dots m + p$.

Случай 2: $NP = C(\zeta_i)$, где $i = m + l + 1 \dots m + p$.

Случай 23: $NP = C(\zeta_i)$, где $i = m \dots m + l$.

Определение составляющих сил резания

Составляющие силы резания, действующие при фрезеровании, определялись по методике, описанной в работе [10]. Динамика сил резания не учитывается. Однако необходимо отметить, что изменение силы резания запаздывает от изменения толщины срезаемого слоя a на величину временного шага Δt .

Компоненты силы резания определяются в каждом временном шаге t_k , для каждого зуба фрезы и для каждого элементарного слоя. В каждом элементарном слое фреза представляется как прямозубая цилиндрическая фреза. Схема сил, действующая на инструмент и деталь, при фрезеровании показана на рис. 8.

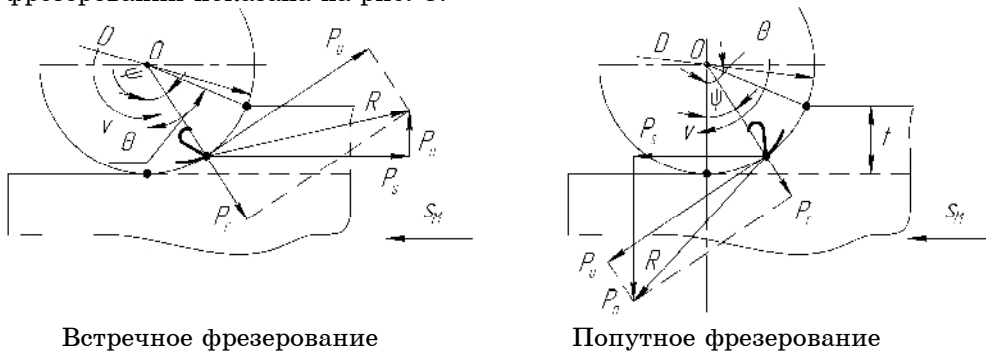


Рисунок 8 – Схема сил, действующих при работе цилиндрической фрезы [10]

В соответствии с рис. 8 сила подачи и сила отжима определяются по следующим формулам:

$$P_s = \pm P_o \cos \psi + P_r \sin \psi; \quad (8)$$

$$P_n = \pm P_o \sin \psi - P_r \cos \psi, \quad (9)$$

где P_o – окружная сила; P_r – радиальная сила. Верхние знаки относятся к встречному фрезерованию.

Методика теоретического определения составляющих равнодействующей силы резания P_o и P_r подробно рассмотрена в [11]. Окружная P_o и радиальная P_r силы определяются как

$$P_o = \Delta B(C_{III} S_z \sin \psi + C_\rho + C_h); \quad (10)$$

$$P_r = \Delta B(U_{III} S_z \sin \psi + U_\rho + U_h), \quad (11)$$

где C_{III}, U_{III} – удельные силы на передней поверхности; C_ρ, U_ρ – удельные силы, действующие на радиус округления режущей кромки со стороны передней поверхности инструмента; C_h, U_h – удельные силы, действующие на площадку износа по задней поверхности.

Вычисленные составляющие силы резания суммируются по всем зубьям и по всем элементарным слоям фрезы:

$$P_{s\ sum}(t) = \sum_{j=1..Nz} \sum_{q=1..N} P_s(t, j, q); \quad (12)$$

$$P_{n\ sum}(t) = \sum_{j=1..Nz} \sum_{q=1..N} P_n(t, j, q). \quad (13)$$

После суммирования сила P_n прикладывается к модели нежесткой детали. Решение уравнений движения проводится методом Ньюмарка [12]. Величина минимального временного шага интегрирования Δt определяется по формуле [12]:

$$\Delta t = \frac{1}{kf}, \quad (14)$$

где $k = 10, 20, 30\dots$; f – частота наивысшей формы колебаний, которая учитывается при анализе. В данном случае система имеет только одну форму колебаний. Частота колебаний определяется экспериментально [13].

На каждом шаге времени определяется отклонение модели от первоначального положения ($Y(t)$) и производится пересчет координат точек поверхности детали для учета ее отклонения от сил резания:

$$S_{y_i}(t) = S_{y_i}(t - \Delta t) + Y(t) - Y(t - \Delta t), \quad i = 1, \dots, M. \quad (15)$$

Задание демпфирования

Диссипативные свойства механической системы является ее важной характеристикой, и для построения адекватной математической модели необходимо знать параметров демпфирования. В данной математической модели демпфирование задается обобщенным коэффициентом демпфирования η (см. уравнение (1)), который можно определить по логарифмическому коэффициенту затухания:

$$\eta = \delta \cdot \frac{C}{2\pi^2 f}, \quad (16)$$

где δ – логарифмический декремент затухания; C – обобщенный коэффициент жесткости; f – частота собственных колебаний системы. Логарифмический декремент затухания δ определялся экспериментально по виброграмме затухающих колебаний [13].

Известно, что диссипативные свойства системы СПИЗ при снятии стружки, т.е. когда инструмент находится в контакте с обрабатываемой деталью, многократно возрастают. Так, по данным работы [14] логарифмический декремент в процессе резания составлял $\delta = 0,5 - 1$ (рис. 9 а), в то время как декремент свободных колебаний системы резец-суппорт составляет $\delta = 0,1 - 0,15$ (рис. 9 б).

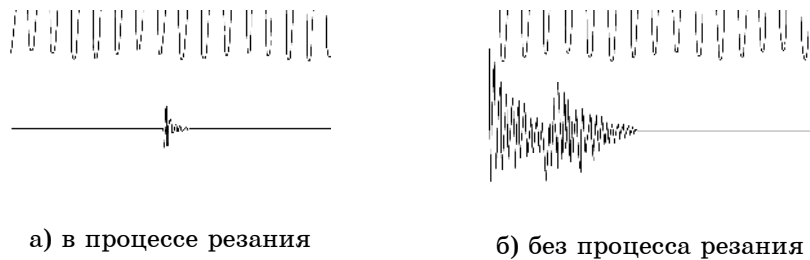


Рисунок 9 – Осциллограммы затухающих колебаний системы резец-суппорт под воздействием ударной нагрузки, приложенной к резцу [14]

В данной работе была сделана попытка учета изменения диссипативных свойств системы в процессе резания. В работах других авторов не указывается, учитывалось ли изменение коэффициента демпфирования в процессе резания. Так, например, по представленным в работе [14] осциллограммам колебаний, полученных расчетным путем, видно (рис. 10), что логарифмический декремент затухания в процессе резания не отличается от декремента без резания.

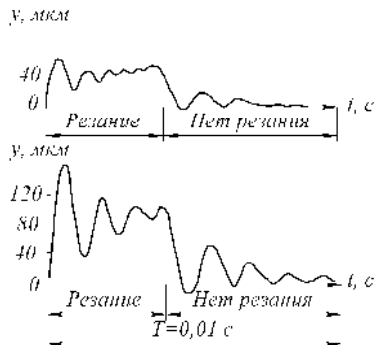


Рисунок 10 – Осциллограмма колебаний при работе концевой фрезой (решение, полученное на ЭВМ) [15]

Так как значение логарифмического декремента при резании неизвестно, в данной работе декремент принимал значения от $\delta = 1,5$ до $\delta = 10$ при резании, и $\delta = 0,06$ без резания. Затем расчетные осциллограммы сравнивались с осциллограммами, полученными экспериментально.

Рассматривалось встречное фрезерование, число оборотов $n_{фр} = 375$ об/мин, глубина резания $t = 0,5$ мм, ширина фрезерования $B = 3,4$ мм, подача на зуб $s_z = 0,2$ мм/зуб, диаметр фрезы $D_{фр} = 35$ мм, передний угол $\gamma = 0^\circ$. Наибольшее сходство расчетных осциллограмм с экспериментальными получилось при $\delta_{cut} = 6$. На рис. 11 показаны расчетные и экспериментальные осциллограммы колебаний в первые 10 секунд обработки.

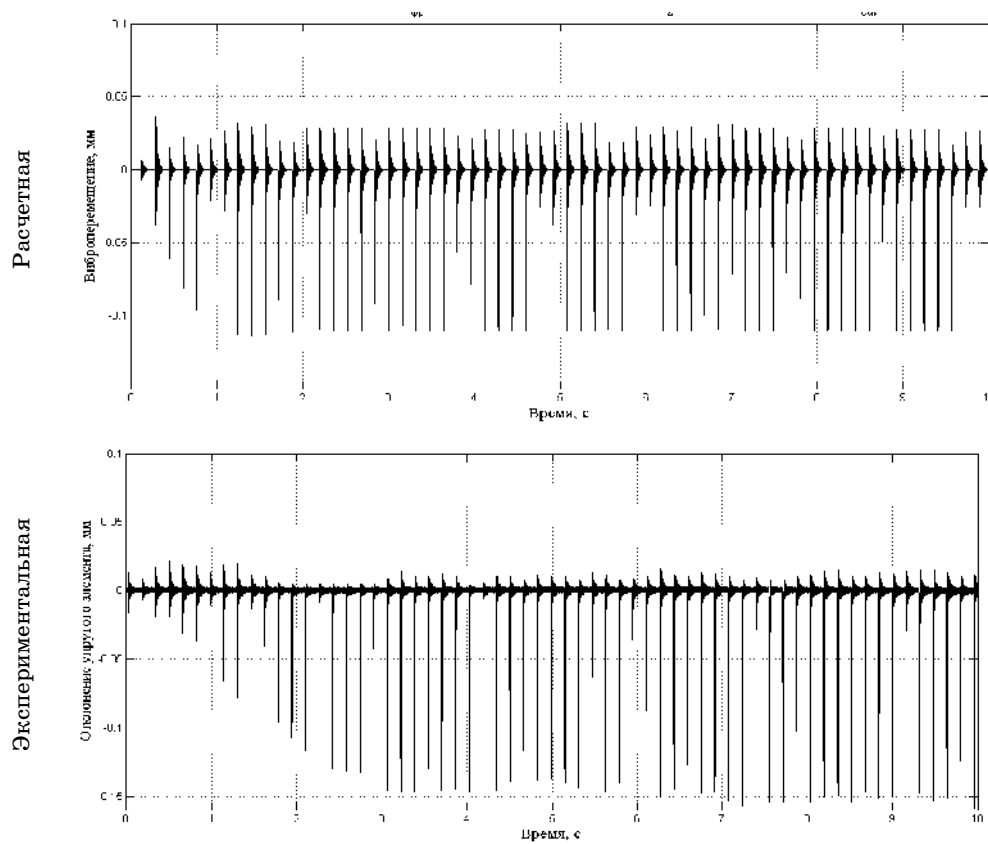


Рисунок 11 – Осциллограммы колебаний нежесткой детали

На рис. 12 приведен фрагмент осциллограммы работы одного зуба, расчетный и экспериментальный соответственно. На рис. 13 а показан профиль обработанной поверхности, полученной в результате расчета, а на рис. 13 б - фотография обработанной поверхности, полученная экспериментально.

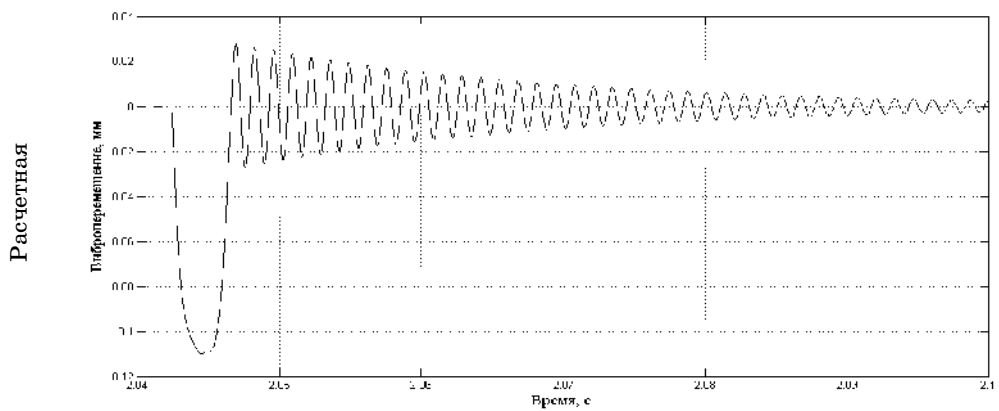


Рисунок 12 – Осциллограммы колебаний при резании одним зубом фрезы

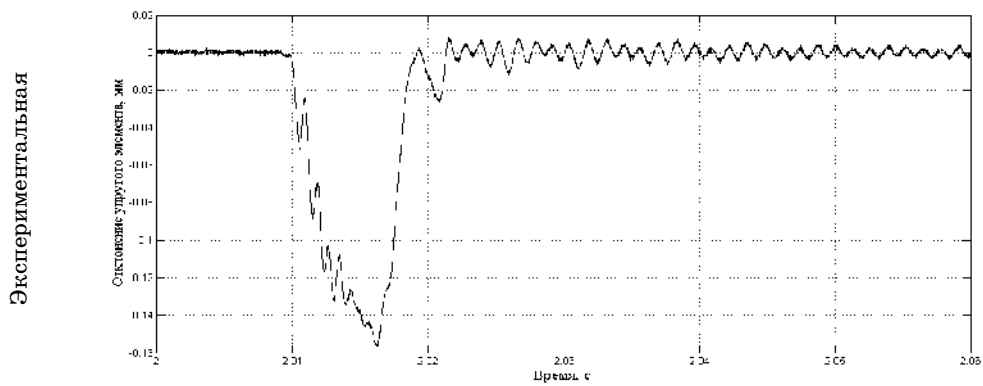


Рисунок 12 . Лист 2

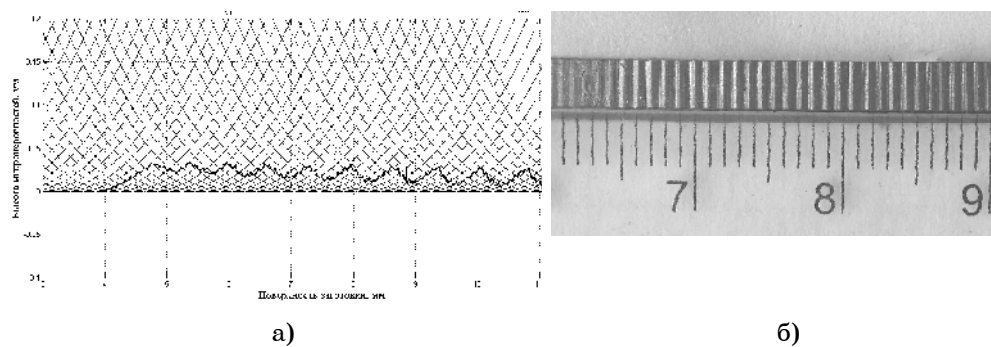


Рисунок 13 – Расчетный профиль поверхности и фотография обработанной поверхности, полученная экспериментально

ВЫВОДЫ

Разработанная математическая модель фрезерования нежесткой детали имеет следующие особенности:

1. Используемые геометрические подходы позволяют при определении толщины срезаемого слоя учесть след от обработки предыдущим зубом фрезы.
2. Возможен учет времени запаздывания изменения силы резания от изменения толщины срезаемого слоя или фазовой характеристики процесса резания [15] (в данной работе этот фактор не учитывался).
3. За счет применения прогнозирующей аналитической модели процесса фрезерования [10] для расчета коэффициентов сил резания стало возможным изучить влияние различных факторов (геометрии инструмента, свойств обрабатываемого материала, режимов резания) на характеристики колебаний нежесткой детали без предварительных экспериментальных исследований сил резания при фрезеровании.
4. Учитывается повышение демпфирующих свойств системы в процессе срезания припуска путем увеличения логарифмического декремента затухания в момент контакта фрезы и детали.

Следует отметить, что на сегодняшний день недостаточно изучен вопрос об учёте демпфирования колебаний обрабатываемой детали процессом резания. Это затрудняет выбор логарифмического коэффициента демпфирования при резании и, как следствие, построение адекватной математической модели.

В целом предложенная методика моделирования позволяет оценить влияние режимов обработки и динамических свойств обрабатываемой детали на характеристики механических колебаний при фрезеровании нежестких деталей.

SUMMARY

MODELING OF FLUCTUATIONS OF FLEXIBLE WORKPIECES AT END MILLING

*Logominov V. A., Lukyanenko O.,
Zaporizhzhya National Technical University, Zaporizhzhya*

This article introduces a mathematical model of the end milling of a flexible workpiece. A rectangular plate is used as the workpiece. The model consists of geometric description of end mill and workpiece surface, numerical model for cutting forces and the lumped parameters model of flexible workpiece. Flexible workpiece is modeled by one-dimensional spring-mass system. Its equations of motion are solved by Newmark's method. Cutting forces are computed analytically. Simulation is carried out in the time domain. The simulation result is the time history of workpiece displacement and the geometry of the machined surface.

Key words: end milling, flexible workpiece, mathematical model.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Budak E. Analytical Prediction of Chatter Stability in Milling. Part I: General Formulation / E. Budak, Y. Altintas // Transactions of the ASME. – 1998. – P. 22-30.
2. Budak E. Analytical Prediction of Chatter Stability in Milling. Part II: Application of the General Formulation to Common Milling Systems / E. Budak, Y. Altintas // Transactions of the ASME. – 1998. – P. 31-36.
3. Adetoro O. B. Stability Lobes Prediction in Thin Wall Machining / O. B. Adetoro, P. H. Wen, W. M. Sim, R. Vepa // Proceedings of the World Congress on Engineering. – 2009.
4. Явкин С. А. Устойчивость обработки нежестких заготовок на фрезерных станках [Электронный ресурс]: дис. ... канд. техн. наук : 01.02.06/ С. А. Явкин. – М.: РГБ, 2005.
5. Altintas Y. Chatter Stability in Metal Cutting and Grinding / Y. Altintas, M. Weck // Annals of the CIRP. – 2004. – №53/2. – P.619–642.
6. Coffignal G. Virtual machining: a general approach to deal with flexible workpieces / G. Coffignal, P. Lorong J. Planchat, S. Yaqub, A. Larute // International Workshop on Modeling in Machining Operations. – 2007.
7. Peigne, G. A model of milled surface generation for time domain simulation of high-speed cutting/ G. Peigne , H. Paris, D. Brissaud // Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part B: Journal of Engineering Manufacture, 2003. – Vol. 217, No. 7. – P. 919-930.
8. Мазур М. П. Основи теорії різання матеріалів: підручник [для вищ. навч. закладів] / М. П. Мазур, Ю. Н. Внуков, В. Л. Доброскок, В. О. Залога, Ю. К. Новосолов, Ф. Я. Якубов; за. заг. ред. М. П. Мазура. – Львів: Новий Світ-2000, 2010. – 412 с.
9. Канатиков А. Н. Аналитическая геометрия: учеб. [для студ. вузов.]. 2-е изд. / А. Н. Канатиков, А. П. Крищенко – М.: Изд-во МГТУ им. Баумана, 2000. – 388 с.
10. Внуков Ю. Н. Методика теоретического определения составляющих силы резания при фрезерной обработке / Ю. Н. Внуков, А. Г. Саржинская, В. А. Логоминов // Резание и инструмент в технологических системах: междунар. науч.-техн. сб. – Харьков: НТУ «ХПИ», 2009. – Вып. 77. – С. 31-46.
11. Внуков Ю. Н. Методика теоретического определения составляющих силы резания при токарной обработке / Ю. Н. Внуков, А. Г. Саржинская // Вестник национального технического университета Украины «Киевский политехнический институт». Машиностроение. – К.: НТУУ «КПИ», 2007. – № 52. – С.377-384.
12. Гайджуров П. П. Расчет стержневых систем на устойчивость и колебания: учебное пособие / П. П. Гайджуров. - Новочеркасск: ЮРГТУ, 2009. – 195 с.
13. Внуков Ю. Н. Определение динамических характеристик нежестких деталей типа защемленных пластин //Сучасн технолог в машинобудуванні : зб. наук. праць. – С.56. - Вип. 6 / редкол.: В. О. Федорович (голова) [та ін.]. – Харків: НТУ «ХПИ», 2011. – С.6-13.
14. Лазарев Г. С. Устойчивость процесса резания металлов / Г. С. Лазарев. – М.: Высшая школа, 1973. – 184 с.
15. Жарков И. Г. Вибрации при обработке лезвийным инструментом / И. Г. Жарков. – Л.: Машиностроение. Ленингр. отд-ние, 1986. – 184 с.

Поступила в редакцию 20 сентября 2011 г.