

Розділ 3

Інноваційний менеджмент

УДК 338.43: 658.152: 6371 (477.41)

Олійник Віктор Михайлович,

*канд. фіз.-мат. наук, доцент, заст. директора Центру ЗДВФн
Сумського державного університету;*

Фролов Сергій Михайлович,

д-р екон. наук, професор, директор Центру ЗДВФн Сумського державного університету;

Лещенко Юрій Іванович,

магістрант факультету економіки та менеджменту Сумського державного університету

ДЕЯКІ АСПЕКТИ ОПТИМІЗАЦІЇ ПОРТФЕЛЯ ФІНАНСОВИХ ІНСТРУМЕНТІВ

У цій статті розглянуто науково-методичні підходи до формування оптимального портфеля цінних паперів. Розглянуто моделі Г. Марковіца та У. Шарпа, зроблено їх порівняльний аналіз, побудовано криві байдужості для розглянутих моделей. Аналіз вибору кращої моделі оптимізації інвестиційного портфеля здійснено на базі даних фондової біржі РТС.

Ключові слова: оптимальний портфель, оптимізація, портфель інвестицій, портфель Марковіца, портфель Шарпа.

Постановка проблеми в загальному вигляді. Для будь-якого фінансового інвестора одним із найважливіших завдань є визначення оптимальної структури портфеля цінних паперів та вибору методів її формування. Підтвердження важливості та актуальності цієї наукової проблеми можна знайти хоча б у тому, що розробники портфельної теорії (Г. Марковіц, У. Шарп) ставали лауреатами Нобелівської премії.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Підвалини теорії формування оптимального портфеля з відповідним математичним обґрунтуванням були закладені в 1952 р. Г. Марковіцом [1]. Подальшого розвитку теорія портфеля набула в працях У. Шарпа [2], Д. Тобіна [3], Р. Вінса [4], Ф.Фабозці [5] та ін. Серед українських вчених значну увагу проблемам формування інвестиційного портфеля приділяли О. Бабинюк [6], О. Белз [7], В. Дубровін [8], В. Муравський [9], Ю. Холодна [10] та ін.

Не вирішені раніше частини проблеми. Проте, незважаючи на велику кількість публікацій із цього питання, дослідниками не було здійснено порівняння ефективності застосування моделей оптимізації портфеля фінансових інструментів в умовах фондових ринків пострадянського простору.

Метою цього дослідження є порівняльний аналіз формування та відбору портфелів за моделями Г. Марковіца та У. Шарпа.

Викладення основного матеріалу дослідження. Будь-який раціонально мислячий інвестор, вкладаючи свої кошти в цінні папери, прагнучим отримати максимальний дохід при мінімально можливому ризику. Як вважає Г. Марковіц, при вкладенні коштів у цінні папери лише однієї компанії ризик інвестора буде більшим, ніж при вкладенні коштів у цінні папери двох компаній [1]. При цьому при зростанні кількості об'єктів інвестування ризик, за який використовується середньоквадратичне відхилення, може зменшуватися. На думку У. Шарпа [2], диверсифікація портфеля призведе до усереднення ринкового ризику, а також зменшить власний ризик портфеля.

Дохідність i -го цінного папера (r_i), що входить до складу портфеля, обчислюється за такою формулою:

$$r_i = \frac{W_i^1 - W_i^0}{W_i^0}, \quad (1)$$

де W_i^1 – середньозважена ціна купівлі i -го цінного папера в момент часу t_1 ; W_i^0 – середньозважена ринкова вартість i -го цінного папера в момент часу t_0 .

Очікувана дохідність i -го цінного папера, що входить до складу портфеля, у свою чергу, розраховується за формулою

$$\bar{r}_i = \frac{\sum_{i=1}^T r_i}{T}, \quad (2)$$

де T – історичний період спостереження.

Очікувана дохідність портфеля R_p обчислюється за формулою

$$R_p = \sum_{i=1}^N X_i \cdot \bar{r}_i, \quad (3)$$

де \bar{r}_i – очікувана дохідність i -го цінного папера, що входить до складу портфеля; X_i – частка i -го цінного папера в інвестиційному портфелі; N – кількість цінних паперів у портфелі.

У цьому дослідженні було сформовано портфель із 6 цінних паперів. Базою дослідження було вибрано біржу РТС. Для формування портфеля було обрано цінні папери таких компаній, як: «Уралкалій» (URKA), «Роснафта» (ROSN), «Газпром» (GAZP), ГМК «Норільський нікель» (GMKN), «Лукойл» (LKOH), «Сбербанк» (SBER) [11]. Було виконано обчислення дохідності цих 6 паперів за період з 01.09.2010 року по 01.09.2011 року, а також розраховано дисперсію, середньоквадратичне відхилення та коваріацію між даними цінними паперами з кроком один день.

Дисперсія портфеля розраховується за формулою

$$\sigma_p^2 = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N X_i \cdot X_j \cdot \sigma_{ij}^2, \quad (4)$$

де σ_{ij}^2 – коваріація дохідностей i -го та j -го цінних паперів у портфелі.

Запишемо (3) та (4) у матричній формі [12]:

$$\sigma_p^2 = X^T \cdot V \cdot X, \quad (5)$$

$$R_p = R^T \cdot X, \quad (6)$$

де V – коваріаційна матриця (розмірністю N); R – матриця очікуваних дохідностей цінних паперів (матриця-стовпчик); X – матриця часток цінних паперів у портфелі (матриця-стовпчик).

Враховуючи значення історичного періоду, знайдемо числові характеристики вибраного портфеля.

Матриця дохідностей портфеля подана в таблиці 1.

Таблиця 1 – Матриця-стовпчик дохідностей цінних паперів

Фінансовий інструмент	Дохідність, %
URKA	47,1755
ROSN	17,5588
GAZP	21,3941
GMKN	28,6155
LKOH	10,9937
SBER	24,4289

У результаті обчислень було отримано коваріаційну матрицю, яка наведена в таблиці 2.

Таблиця 2 – Коваріаційна матриця фінансових інструментів

Показник	URKA	ROSN	GAZP	GMKN	LKOH	SBER
URKA	808,768	158,128	246,328	390,486	61,549	88,309
ROSN	158,128	107,551	126,092	120,796	64,144	65,161
GAZP	246,328	126,092	192,550	185,662	76,061	89,465
GMKN	390,486	120,796	185,662	244,067	61,570	96,337
LKOH	61,549	64,144	76,061	61,570	47,618	42,206
SBER	88,309	65,161	89,465	96,337	42,206	101,794

Якщо припустити, що кожен із 6 цінних паперів займає в портфелі рівну частку (тобто $X_1 = X_2 = \dots = X_6 = 1/6$), то отримаємо:

- дохідність рівнорозподіленого портфеля: $R_p = 25,03$ %;
- середньоквадратичне відхилення: $\sigma_p = 12,07$ %.

У портфельному аналізі широко застосовується поняття оптимального портфеля, тобто портфеля, який забезпечить задану дохідність при мінімальному рівні ризику.

1. Розглянемо портфель Г. Марковіца.

Оптимальний портфель за Г. Марковіцем можна охарактеризувати такими

співвідношеннями:

$$\begin{cases} \sigma_p \rightarrow \min, \\ \sum_{i=1}^N X_i = 1, \\ X_i \geq 0, i = \overline{1, N}, \\ R_p = \text{const}. \end{cases} \quad (7)$$

Математичний вираз $R_p = \text{const}$ у даному випадку означає, що очікувана дохідність портфеля задається інвестором.

Оптимальний портфель (7) при $R_p = 25,03\%$ має вигляд, наведений у таблиці 3.

Таблиця 3 – Порівняльна характеристика рівнорозподіленого та оптимального портфель

Показник	Рівнорозподілений портфель	Оптимальний портфель за Марковіцем
URKA	0,16666	0,11708
ROSN	0,16666	0,00000
GAZP	0,16666	0,00000
GMKN	0,16666	0,00000
LKOH	0,16666	0,15349
SBER	0,16666	0,72942
Ризик портфеля, %	12,07	9,65

Ефективна множина портфельів має вигляд, наведений у таблиці 4. Її графічне зображення подане на рисунку 1.

Таблиця 4 – Структура оптимального портфеля за Марковіцем при різних рівнях дохідності

Дохідність, %	Ризик, %	URKA	ROSN	GAZP	GMKN	LKOH	SBER
11	6,9	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,99953	0,00047
13,5	6,92	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,81345	0,18655
15	7,07	0,01367	0,00000	0,00000	0,00000	0,72495	0,26138
17,5	7,48	0,03945	0,00000	0,00000	0,00000	0,58251	0,37804
20	8,07	0,06522	0,00000	0,00000	0,00000	0,44008	0,49470
22,5	8,8	0,09100	0,00000	0,00000	0,00000	0,29764	0,61136
25	9,64	0,11677	0,00000	0,00000	0,00000	0,15520	0,72802
30	11,8	0,24492	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,75508
35	15,74	0,46473	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,53527
40	20,67	0,68454	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,53527
45	26,03	0,90436	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,09564
47	28,24	0,99228	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00772

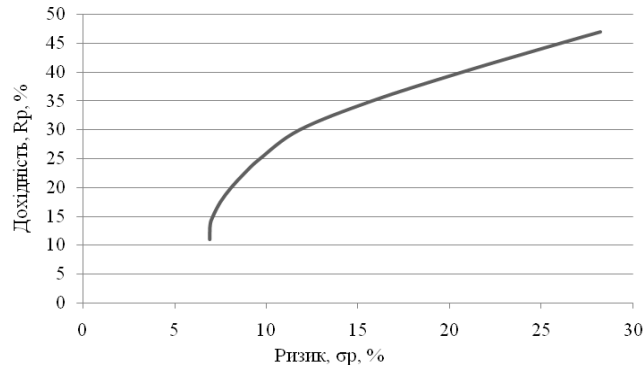


Рисунок 1 – Крива байдужості оптимального портфеля за Марковіцем

2. Розглянемо портфель У. Шарпа.

У. Шарп вважає, що дисперсія будь-яких цінних паперів складається з 2 частин: систематичного (або ринкового) ризику та несистематичного (або власного) ризику портфеля [2]. Аналітично це задається такою формулою:

$$\sigma_i^2 = \beta_i^2 \cdot \sigma_I^2 + \sigma_{ei}^2, \quad (8)$$

де β_i – бета-коефіцієнт Шарпа; σ_I^2 – дисперсія дохідності на ринковий індекс фондової біржі; σ_{ei}^2 – власний ризик i -го цінного папера.

Звідси.

$$\sigma_{ei}^2 = \sigma_i^2 - \beta_i^2 \cdot \sigma_I^2, \quad (9)$$

У свою чергу,

$$\beta_i = \sigma_{iI} / \sigma_I^2, \quad (10)$$

де σ_{iI} – коваріація між дохідністю i -ї акції та дохідністю на ринковий індекс; σ_I^2 – дисперсія дохідності на ринковий індекс фондової біржі.

Загальний ризик портфеля, що вимірюється дисперсією його дохідності, становитиме

$$\sigma_p^2 = \beta_p^2 \cdot \sigma_I^2 + \sigma_{ep}^2, \quad (11)$$

де β_p – ринковий ризик портфеля; σ_I^2 – дисперсія дохідності на ринковий індекс фондової біржі; σ_{ep}^2 – власний ризик портфеля, що містить N цінних паперів.

Ринковий ризик портфеля обчислюється за формулою:

$$\beta_p = \sum_{i=1}^N X_i \cdot \beta_i, \quad (12)$$

де X_i – частка i -го цінного папера в інвестиційному портфелі; β_i – бета-коефіцієнт

Шарпа для i -го цінного папера в портфелі.

Власний ризик портфеля можна обчислити:

$$\sigma_{ep}^2 = \sum_{i=1}^N X_i^2 \cdot \sigma_{ei}^2, \quad (13)$$

де σ_{ei}^2 – власний ризик i -го цінного папера.

Бета-коефіцієнти та власний ризик i -го цінного папера наведені в таблиці 5. Як ринковий індекс фондової біржі використовувався індекс РТС (RTSI) [13].

Таблиця 5 – Бета-коефіцієнти та власний ризик цінних паперів

Показник	URKA	ROSN	GAZP	GMKN	LKOH	SBER
Бета-коефіцієнт	1,5915	0,7126	1,0133	1,0978	0,4075	0,5170
Власний ризик	383,27	22,684	20,848	42,587	19,914	57,311

Оптимальний портфель за У. Шарпом можна охарактеризувати системою обмежень (7) при мінімізації ризику $\sigma_{ep}^2 \rightarrow \min$.

При $R_p = 25,03$ % оптимальний портфель має вигляд, наведений у таблиці 6.

Таблиця 6 – Порівняльна характеристика рівнорозподіленого та оптимального портфельів (за Шарпом)

Показник	Рівнорозподілений портфель	Оптимальний портфель за Шарпом
URKA	0,16666	0,06991
ROSN	0,16666	0,00000
GAZP	0,16666	0,00000
GMKN	0,16666	0,05317
LKOH	0,16666	0,09020
SBER	0,16666	0,78672
Ризик, %	12,17	10,04

Ефективна множина портфельів має вигляд, наведений у таблиці 7. Графічне зображення ефективної множини показане на рисунку 2.

Таблиця 7 – Структура оптимального портфеля за Шарпом при різних рівнях дохідності, що вимагається інвестором

Дохідність, %	Ризик, %	URKA	ROSN	GAZP	GMKN	LKOH	SBER
11	6,91	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,99953	0,00047
13,5	6,78	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,81345	0,18655
15	6,89	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,70181	0,29819
17,5	7,37	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,51573	0,48427
20	8,14	0,02074	0,00000	0,00000	0,00000	0,36477	0,61448
22,5	9,05	0,04793	0,00000	0,00000	0,01720	0,23008	0,70479
25	10,03	0,06965	0,00000	0,00000	0,05274	0,09186	0,78575
30	12,56	0,24122	0,00000	0,00000	0,02010	0,00000	0,73868
35	16,51	0,46473	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,53527
40	21,19	0,68454	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,31546
45	26,20	0,90436	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,09564
47	28,26	0,99228	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00772

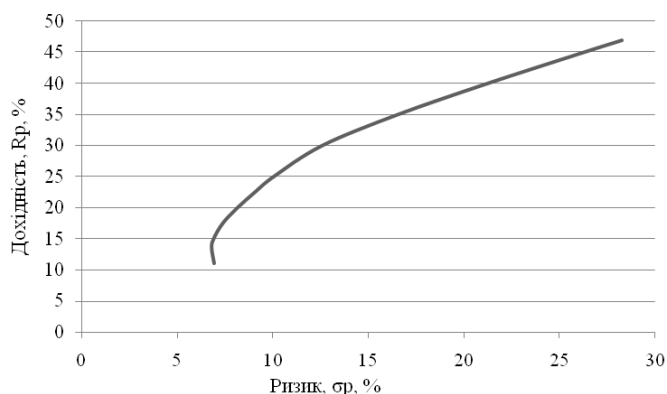


Рисунок 2 – Крива байдужості оптимального портфеля за Шарпом

Порівняльна характеристика побудованих портфельів подана в таблиці 8.

Таблиця 8 – Порівняльна характеристика структури оптимальних портфельів за Марковіцем та Шарпом

Доходність, %	Ризик за Марковіцем	Ризик за Шарпом	Структура портфеля за Марковіцем			Структура портфеля за Шарпом			
			URKA	LKOH	SBER	URKA	GMKN	LKOH	SBER
11	6,9	6,91	0,00000	0,99953	0,00047	0,00000	0,00000	0,99953	0,00047
13,5	6,92	6,78	0,00000	0,81345	0,18655	0,00000	0,00000	0,81345	0,18655
15	7,07	6,89	0,01367	0,72495	0,26138	0,00000	0,00000	0,70181	0,29819
17,5	7,48	7,37	0,03945	0,58251	0,37804	0,00000	0,00000	0,51573	0,48427
20	8,07	8,14	0,06522	0,44008	0,49470	0,02074	0,00000	0,36477	0,61448
22,5	8,8	9,05	0,09100	0,29764	0,61136	0,04793	0,01720	0,23008	0,70479
25	9,64	10,03	0,11677	0,15520	0,72802	0,06965	0,05274	0,09186	0,78575
30	11,8	12,56	0,24492	0,00000	0,75508	0,24122	0,02010	0,00000	0,73868
35	15,74	16,51	0,46473	0,00000	0,53527	0,46473	0,00000	0,00000	0,53527
40	20,67	21,19	0,68454	0,00000	0,53527	0,68454	0,00000	0,00000	0,31546
45	26,03	26,20	0,90436	0,00000	0,09564	0,90436	0,00000	0,00000	0,09564
47	28,24	28,26	0,99228	0,00000	0,00772	0,99228	0,00000	0,00000	0,00772

Як бачимо, побудова оптимального портфеля за моделями Марковіца й Шарпа дає подібні результати. Обидві моделі вказують на необхідність виведення з портфеля акцій підприємств «Роснафта» (ROSN), «Газпром» (GAZP), а модель Марковіца – ще й ГМК «Норільський нікель» (GMKN).

Висновки. У цій статті зроблена спроба порівняльного аналізу моделей оптимізації портфеля фінансових інструментів, а саме моделей Г. Марковіца та У. Шарпа. Результати дослідження показали, що при практичному застосуванні за аналізований період на прикладі біржі РТС кращі результати дає модель Марковіца.

1. Markowitz H.M. Portfolio Selection / Harry M. Markowitz. // Journal of Finance. – 1952. – №7. – P. 77-91.

2. Шарп У. Инвестиции / У. Шарп, Г. Александер, Дж. Бэйли. – М. : ИНФРА-М, 2001. – 1028 с.
3. Tobin J. Liquidity Preference as Behavior Towards Risk / J.Tobin // The Review of Economics Studies . – 1958. – Vol.25, №.2. – P. 65-86.
4. Винс Р. Математика управления капиталом / Р. Винс. – М. : Альпина Бизнес Букс, 2004. – 250 с.
5. Фабоцци Ф. Управление инвестициями / Ф. Фабоцци. – М. : ИНФРА-М, 2000. – 932 с.
6. Бабинюк О.І. Моделювання оптимізації інвестиційного портфеля з урахуванням ризиків в умовах фінансової кризи [Електронний ресурс] / О.І. Бабинюк. – Режим доступу: http://www.nbuu.gov.ua/portal/Soc_Gum/Mise/2010_81/Babenuk.pdf.
7. Белз О.В. Математична модель оптимізації інвестиційного портфеля фірми [Електронний ресурс] / О.В. Белз. – Режим доступу: http://www.nbuu.gov.ua/portal/Soc_Gum/Vtneu/2007_3/pdf/Belz%20O..pdf.
8. Дубровин В.И. Модели и методы оптимизации выбора инвестиционного портфеля [Електронний ресурс] / В.И. Дубровин, О.И. Юськів // Радиоелектроніка. Інформатика. Управління. – 2008. – № 1. – Режим доступу : http://www.nbuu.gov.ua/portal/natural/riu/2008_1/049-060.pdf.
9. Муравський В.В. Моделювання вибору оптимального портфеля цінних паперів [Електронний ресурс] / В.В. Муравський // Управління розвитком. – 2011. – № 5. – Режим доступу: http://www.nbuu.gov.ua/portal/soc_gum/Uproz/2011_5/u1105mu2.pdf.
10. Холодна Ю.Є. Формування оптимальної структури портфеля цінних паперів [Електронний ресурс] / Ю.Є. Холодна, І.В. Нагай // Вісник Донецького університету економіки та права. – 2010. – № 1. – Режим доступу: http://www.nbuu.gov.ua/portal/Soc_Gum/Vdie/2010_1/files/25.pdf.
11. Архив итогов торгов по инструменту на ОАО «РТС» начиная с 2007 года [Електронний ресурс]. – Режим доступу: <http://www.rts.ru/ru/archive/agrsecurityresults.html>.
12. Первозванский А.А. Финансовый рынок: расчет и риск / А.А. Первозванский, Т.Н. Первозванская. – М. : Инфра-М, 1994. – 192 с.
13. История значений индекса по дням. Индекс РТС (RTSI) [Електронний ресурс]. – Режим доступу: <http://www.rts.ru/ru/index/stat/dailyhistory.html?code=RTSI>.

В.М. Олійник, С.М. Фролов, Ю.И. Лещенко

Некоторые аспекты оптимизации портфеля финансовых инструментов

В данной статье рассмотрены научно-методические подходы к формированию оптимального портфеля ценных бумаг. Рассмотрены модели Г.Марковица и У.Шарпа, сделан их сравнительный анализ, построены кривые безразличия для рассмотренных моделей. Анализ выбора лучшей модели оптимизации инвестиционного портфеля осуществлен на базе данных фондовой биржи РТС.

Ключевые слова: оптимальный портфель, оптимизация, портфель инвестиций, портфель Марковица, портфель Шарпа.

V.M. Oliynyk, S.M. Frolov, Yu.I. Leshchenko

Some aspects of financial instruments portfolio optimization

This article considers scientifically methodological approaches to the formation of the optimal portfolio. H.Markowitz and W.Sharpe models are considered, their comparative analysis is provided, indifference curves for these models are drawn. Analysis of the investment portfolio optimization models is performed on the basis of security exchange RTS data.

Keywords: optimal portfolio, optimization, investment portfolio, Markowitz portfolio, Sharpe portfolio.

Отримано 10.01.2012 р.