

**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ УКРАИНЫ
СУМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ**

КОНСПЕКТ ЛЕКЦИЙ

по курсу “ТЕОРИЯ МЕХАНИЗМОВ И МАШИН”
для студентов инженерно-технических специальностей заочной
формы обучения

ЧАСТЬ I

**“СТРУКТУРА, КИНЕМАТИКА И ДИНАМИКА РЫЧАЖНЫХ
МЕХАНИЗМОВ”**

Сумський державний
університет
БІБЛІОТЕКА

Сумы Изд-во СумГУ 2002

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ.....	7
РАЗДЕЛ 1 ОСНОВНЫЕ СВЕДЕНИЯ О ТММ.....	8
1.1 Общие понятия.....	8
1.2 Предмет, содержание, цель, задачи и методы курса ТММ.....	9
1.3 Основные допущения.....	10
1.4 Связь ТММ с другими дисциплинами.....	11
1.5 Модульный принцип анализа и синтеза механизмов и машин.....	11
РАЗДЕЛ 2 СТРУКТУРА МЕХАНИЗМОВ И МАШИН.....	11
1 Основные понятия и определения	11
1.1 Звенья механизмов.....	11
1.2 Кинематические пары.....	12
1.3 Кинематические цепи.....	13
1.4 Механизмы.....	13
2 Основные сведения о строении механизмов и машин.....	14
2.1 Структурные составляющие механизмов.....	14
2.2 Кинематические пары и их классификация.....	14
2.3 Кинематические цепи и их классификация.....	18
2.4 Переход от кинематической цепи к механизму.....	19
2.5 Машины и машинный агрегат.....	20
2.6 Общая классификация механизмов.....	21
2.7 Примеры структурных схем механизмов.....	21
2.8 Структурная формула кинематических цепей и механизмов.....	22
2.9 Принципы структурной классификации плоских рычажных механизмов.....	26
2.10 Понятие о лишних степенях свободы.....	29
2.11 Понятие о пассивных звеньях.....	30
2.12 Понятие об избыточных связях.....	30
2.13 Понятие о замене высших кинематических пар низшими.....	33
3 Структурный анализ механизмов	34
3.1 Цель, задача и основной принцип структурного анализа.....	34
3.2 Алгоритм структурного анализа.....	35
4 Структурный синтез механизмов.....	36
4.1 Цель, задача и основной принцип структурного синтеза.....	36

4.2 Алгоритм структурного синтеза.....	36
РАЗДЕЛ 3 КИНЕМАТИКА МЕХАНИЗМОВ.....	38
1 Основные понятия и определения	38
1.1 Общие понятия.....	38
1.2 Кинематические характеристики.....	38
1.3 Планы механизмов.....	40
1.4 Исследование кинематики.....	40
2 Принципы кинематического исследования механизмов...41	41
2.1 Основные кинематические характеристики.....	41
2.2 Цель, задача и методы кинематического исследования...41	41
2.3 Алгоритм кинематического исследования.....	41
3 Аналитический метод кинематического исследования...42	42
4 Графоаналитический метод кинематического исследования.....	45
4.1 Назначение и сущность графоаналитического метода....45	45
4.2 Построение планов положений механизма.....	45
4.3 Построение плана скоростей.....	50
4.4 Основные свойства плана скоростей.....	52
4.5 Построение плана ускорений.....	53
4.6 Основные свойства плана ускорений.....	56
5 Графический метод кинематического исследования.....56	56
5.1 Графическое дифференцирование.....	56
5.2 Графическое интегрирование.....	59
РАЗДЕЛ 4 ДИНАМИКА МЕХАНИЗМОВ.....	61
1 Основные понятия и определения.....	61
1.1 Общие понятия.....	61
1.2 Силы в механизме.....	62
1.3 Кинетостатика.....	62
1.4 Трение.....	62
2 Динамика механизмов.....	63
2.1 Основные задачи динамики.....	63
2.2 Принципы решения задач динамики.....	64
3 Силы и моменты сил, действующие на звенья механизмов.65	65
3.1 Классификация сил.....	65
3.2 Углы давления и передачи движения.....	66
3.3 Силы инерции и моменты сил инерции звеньев плоских механизмов.....	67
3.4 Реакции в кинематических парах.....	71
4 Принципы силового исследования механизмов.....	73

4.1	Исходные данные, цель, задачи и методы силового расчета.....	73
4.2	Условие статической определимости плоских кинематических цепей.....	75
4.3	Алгоритм силового исследования рычажных механизмов.....	75
5	Кинетостатический расчет плоских рычажных механизмов.....	77
5.1	Силовой расчет групп Ассура.....	77
5.2	Силовой расчет механизма I класса (входного звена).....	79
5.3	Уравновешивающая сила. Теорема Н.Е. Жуковского.....	80
6	Трение в кинематических парах.....	82
6.1	Виды трения.....	82
6.2	Основные сведения и закономерности трения скольжения.....	82
6.3	Трение в поступательной кинематической паре.....	85
6.4	Клинчатый ползун.....	89
6.5	Трение в винтовой кинематической паре.....	90
6.6	Трение в высшей кинематической паре.....	92
6.7	Трение во вращательной кинематической паре.....	93
6.8	Трение верчения.....	94
7	КПД механизмов.....	95
8	Уравновешивание вращающихся масс.....	96
8.1	Задачи уравновешивания масс.....	96
8.2	Статическое уравновешивание вращающихся масс.....	96
8.3	Динамическое уравновешивание вращающихся масс.....	97
РАЗДЕЛ 5 ДИНАМИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ МЕХАНИЗМОВ		
МАШИННОГО АГРЕГАТА.....		
1	Основные понятия и определения.....	98
1.1	Общие понятия.....	98
1.2	Динамическая модель.....	99
1.3	Динамический анализ.....	99
1.4	Синтез маховика.....	100
1.5	Регулирование движения машины.....	100
2	Общие сведения о машинном агрегате и его движении.....	101
2.1	Параметры машинного агрегата.....	101
2.2	Динамические характеристики.....	102
2.3	Режимы движения машинного агрегата.....	103
3	Принципы динамического анализа.....	104

3.1 Исходные данные, цель, задачи и методы динамического анализа.....	104
3.2 Алгоритм динамического анализа.....	105
4 Исследование движения машинного агрегата	106
4.1 Общие положения динамической модели механизма.....	106
4.2 Уравнения движения механизмов.....	109
4.3 Применение уравнений движения механизмов.....	110
4.4 Установление закона движения механизмов.....	111
5 Обеспечение заданного режима движения	113
5.1 Основная задача и способы обеспечения заданного режима движения.....	113
5.2 Средняя скорость механизма и коэффициент неравномерности движения.....	114
5.3 Связь между приведенным моментом инерции, кинетической энергией и коэффициентом неравномерности движения.....	115
5.4 Синтез маховика.....	115
5.5 Исходные данные для синтеза маховика.....	115
5.6 Алгоритм синтеза маховика.....	116
6 Понятие о регулировании движения машинного агрегата... ..	119
6.1 Общая постановка задачи регулирования движения.....	119
6.2 Принципиальная схема системы регулирования.....	120
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ	122

ВВЕДЕНИЕ

Непрерывное развитие техники является основной задачей современного машиностроения. Достижения науки в этой области необходимо претворять в высокоэффективные надежные машины и приборы. Создание новых, более совершенных машин и механизмов требует развития существующих и разработки новых методов анализа и синтеза. Важнейшая роль в решении этих задач принадлежит такому направлению в науке как теория машин и механизмов. Наука о механизмах решает две основные задачи: первая задача включает вопросы об общих методах исследования (анализа) свойств механизмов и машин, вторая задача включает вопросы проектирования схем. Каждая задача решает вопросы структуры и классификации механизмов, кинематики, кинетостатики и динамики машин, и они неразрывно связаны между собой. При изучении структуры механизмов рассматриваются вопросы подвижности механизма, способы соединения, форма и характер связи налагаемых на относительное движение звеньев. При изучении кинематических свойств необходимо располагать схемой механизма, которая должна содержать сведения для определения перемещений, скоростей и ускорений. Для одного и того же механизма могут быть использованы различные схемы, которые не влияют на кинематические характеристики. Целью создания машин является увеличение производительности и облегчение физического труда человека путем замены человека машиной. Все машины можно разделить на несколько групп: а – машины энергетические; б – рабочие; в – информационные; г – кибернетические.

Энергетическая машина предназначается для преобразования любого вида энергии в механическую (и наоборот). В первом случае эта машина – двигатель, во втором случае эта машина-генератор.

Рабочая машина предназначена для преобразования материала. Эти машины бывают транспортными и технологическими. Транспортная машина служит для изменения положения перемещаемого объекта. Технологическая машина предназначена для изменения формы, свойств и состояния обрабатываемого объекта. Информационная машина служит для получения и преобразования информации.

Кибернетической машиной называется машина, заменяющая или имитирующая различные механические, физиологические или биологические процессы, присущие человеку или живой природе, и обладающая элементами искусственного интеллекта.

РАЗДЕЛ 1 ОСНОВНЫЕ СВЕДЕНИЯ О ТММ

1.1 Общие понятия и определения

Теория механизмов и машин (ТММ) - одна из научных дисциплин машиноведения, в которой изучаются вопросы структуры (строения), кинематики и динамики механизмов и машин.

Механизм - устройство, состоящее из физических тел и предназначенное для преобразования движения одного или нескольких тел в требуемое движение других тел.

Машина (М) - искусственное механическое устройство с согласованно работающими частями, осуществляющими определенные целесообразные движения для преобразования энергии, материала или информации.

Машинный агрегат (МА) - это совокупность машины - двигателя, рабочей машины (исполнительного механизма), передаточных механизмов (передач) и системы контроля, регулирования и управления (рисунк 1.1).

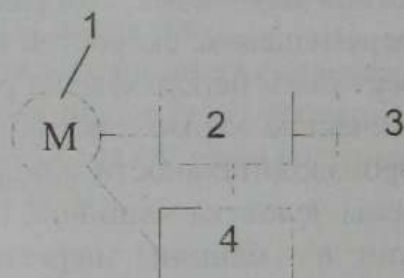


Рисунок 1.1 - Схема машинного агрегата:

1 – машина-двигатель; 2 – передаточный механизм; 3 – рабочая машина (рабочий или исполнительный орган машины); 4 – система контроля, регулирования и управления

Передаточный механизм (ПМ) - механизм, служащий для передачи движения, как правило, с преобразованием его параметров.

Наглядный пример - цепная передача велосипеда (рисунок 1.2).

Модуль - это функционально и конструктивно (или только конструктивно) законченные сборочные единицы (устройства или агрегаты) как структурные составляющие механизмов или машин. Модульный принцип - структурное разделение проектируемого механизма (или машины) на функционально и конструктивно (или только конструктивно) законченные сборочные единицы (модули): типовые, унифицированные и

стандартные изделия, например, электродвигатели, редукторы, муфты, опоры и т.п.

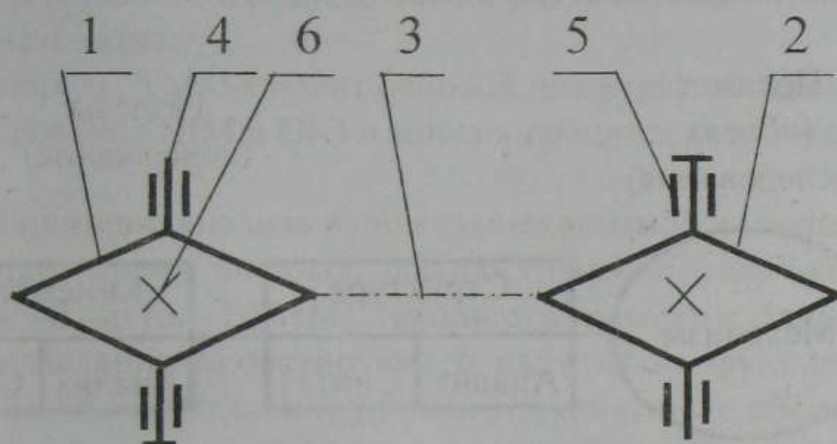


Рисунок 1.2 – Схема передаточного механизма – цепной передачи:

1, 2 – цепные колеса (звездочки); 3 – приводная цепь; 4 – вал;
5 – опоры вала; 6 – глухое (неподвижное) соединение цепного колеса с валом (шпоночное, шлицевое и т.п.)

Анализ механизмов - исследование структурных, кинематических и динамических свойств существующих механизмов.

Синтез механизмов - проектирование новых механизмов со структурными, кинематическими, динамическими свойствами, обеспечивающими требуемое движение.

Масштабный коэффициент (в ТММ) - это отношение истинной величины, измеренной в соответствующих единицах, к длине отрезка линии, изображающего эту величину на чертеже, измеренного в миллиметрах.

1.2 Предмет, содержание, цель, задачи и методы курса ТММ

Пояснение понятий предмет и содержание показано на рисунке 1.3.

Цель курса ТММ - изучение и практическое использование методов анализа и синтеза механизмов.

Задачи ТММ:

- первая задача – задача анализа;
- вторая задача – задача синтеза.

Методы ТММ

При исследовании механизмов и машин используют следующие методы:

- аналитический (расчетный);



Рисунок 1.3

- графоаналитический (сущность этого метода: составляются аналитические выражения, например, векторные уравнения, которые решаются графически);
- графический;
- экспериментальный.

Выбор того или иного метода исследования механизма обусловлен строением механизма, требуемой степенью точности, наличием средств для его осуществления и квалификацией исследователя.

1.3 Основные допущения

В процессе исследования принимается, что:

- тела абсолютно жесткие, кроме особых случаев;
- связи (соединения тел) - идеальные (отсутствие зазора - люфта и сил трения);
- параметры (массы, моменты инерции, силы, моменты сил) - сосредоточенные.

1.4 Связь ТММ с другими дисциплинами

Основной базой для ТММ являются разделы “Кинематика” и “Динамика” теоретической механики, а также разделы технического черчения и высшей математики.

В свою очередь, ТММ служит основой для курса деталей машин и основ конструирования (ДМ и ОК) и многих специальных дисциплин.

1.5 Модульный принцип анализа и синтеза механизмов и машин

В настоящее время широкое распространение получил функционально-модульный метод (ФММ), сущность которого заключается в структурном разделении проектируемого изделия на функционально и конструктивно (или только конструктивно) законченные сборочные единицы (модули): типовые, унифицированные и стандартные изделия, например, электродвигатели, редукторы, муфты, опоры и т.п.

ФММ заключается в логико-математическом поиске оптимального варианта совокупности указанных сборочных единиц, образующих изделие, отвечающего требованиям технического задания. Этот метод позволяет:

- 1) повысить качество изделия;
- 2) сократить сроки и стоимость проектирования, изготовления и модернизации изделия.

РАЗДЕЛ 2 СТРУКТУРА МЕХАНИЗМОВ И МАШИН

1 Основные понятия и определения

1.1 Звенья механизмов

Деталь - изделие, изготовленное из однородного по наименованию и марке материала без применения сборочных операций (рисунок 2.1).

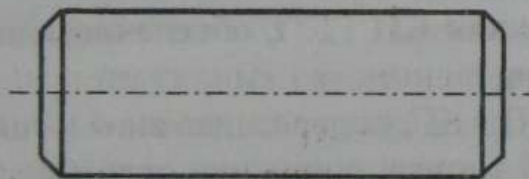


Рисунок 2.1 – Штифт

Звено (физическое тело) - составная часть механизма в виде отдельной детали или совокупности деталей, соединенных между собой неподвижно.

Входное звено - звено, которому сообщается движение, преобразуемое в требуемое движение других звеньев.

Ведущее звено - звено, для которого сумма элементарных работ всех внешних сил, приложенных к нему, положительна.

Выходное звено - звено, совершающее требуемое движение, для которого предназначен его механизм.

Ведомое или рабочее звено - звено, для которого сумма элементарных работ всех внешних сил, приложенных к нему, отрицательна.

Промежуточное звено (звенья) - звено или звенья, находящиеся между входным и выходным звеньями.

Стойка - неподвижное звено механизма.

Детали шарнирно-рычажных механизмов:

Кривошип - звено, совершающее вращательное движение.

Ползун - звено, совершающее поступательное движение.

Шатун - звено, совершающее плоскопараллельное движение.

Коромысло (балансир) - звено, совершающее качательное (возвратно-вращательное) движение.

Направляющие - звенья, образующие поступательную пару с ползунами.

Кулиса - подвижная направляющая (для кулисного камня).

Кулисный камень - ползун, скользящий по кулисе.

1.2 Кинематические пары

Кинематическая пара (КП) - подвижное соединение звеньев, непосредственно соприкасающихся друг с другом.

Вращательная КП (шарнир) - КП, обеспечивающая вращательное относительное движение звеньев.

Поступательная КП - КП, обеспечивающая поступательное относительное движение звеньев.

Винтовая КП - КП, содержащая винт и гайку.

Элемент КП - точка, линия или поверхность, по которым происходит соприкосновение двух звеньев.

Высшая КП - КП, у которой элемент-точка или линия.

Низшая КП - КП, у которой элемент-плоскость или поверхность.

Открытые КП - геометрически незамкнутые КП.

Закрытые КП - геометрически замкнутые КП.

Обратимые КП - КП, форма траектории точек элементов которых не изменяется при обращении движения.

Необратимые КП - КП, форма траектории точек элементов которых изменяется при обращении движения.

Класс КП - число условий связи, накладываемых КП на относительное движение звеньев.

1.3 Кинематические цепи

Кинематическая цепь (КЦ) - совокупность звеньев, образующих между собой кинематические пары.

Простая КЦ - КЦ, у которой каждое звено входит не более чем в две КП.

Сложная КЦ - КЦ, у которой имеются звенья, входящие более чем в две КП.

Замкнутая КЦ - КЦ, каждое звено которой входит не менее чем в две КП.

Незамкнутая КЦ - КЦ, у которой имеются звенья, входящие только в одну из КП.

Пространственная КЦ - КЦ, у которой траектории движения точек звеньев находятся в непараллельных плоскостях.

Плоская КЦ - КЦ, у которой траектории движения точек всех звеньев находятся в параллельных плоскостях.

1.4 Механизмы

Механизм - это КЦ с хотя бы одним неподвижным звеном.

Исходный механизм - заданный механизм.

Идеальный механизм - механизм, соответствующий основным допущениям.

Эквивалентный механизм - механизм, заменяющий исходный механизм, включающий в себя только КП пятого класса, не имеющий лишних степеней свободы и пассивных связей и обеспечивающий одинаковый с заданным механизмом закон движения выходного звена.

Структурная схема механизма - принципиальная схема механизма, выполняемая без соблюдения масштаба при произвольном положении входного звена.

Кинематическая схема механизма - схема, вычерченная строго в масштабе с учетом формы, размеров и взаимного расположения звеньев

и кинематических пар при заданном положении и законе движения входного звена (или входных звеньев).

2 Основные сведения о строении механизмов и машин

2.1 Структурные составляющие механизмов

Любой механизм состоит из звеньев, подвижно соединенных между собой кинематическими парами и образующих при этом КЦ. Звено - одна или несколько деталей, соединенных между собой неподвижно (глухо). Например, цепное или зубчатое колесо и вал, глухо соединенные между собой, образуют звено передачи или передаточного механизма. Одно из звеньев механизма неподвижно - это стойка (корпус).

Подвижное соединение звеньев, находящихся в непосредственном соприкосновении, - это кинематическая пара (КП).

Система звеньев, соединенных КП, - это кинематическая цепь (КЦ). Заметим, что виды звеньев, классификация кинематических пар и кинематических цепей приведены выше.

2.2 Кинематические пары и их классификация

Из курса теоретической механики известно, что в общем случае всякое свободно движущееся в пространстве абсолютно твердое тело (АТТ) может совершать шесть независимых движений: три вращательных - вокруг осей X , Y , Z и три поступательных - вдоль этих же осей (рисунок 2.2), то есть оно обладает шестью степенями свободы $H=6$ (по числу независимых параметров, определяющих положение рассматриваемого тела в пространстве).

Очевидно, что любая кинематическая пара накладывает ограничения (условия связи) на относительное движение каждого звена (тела), причем число этих ограничений (число условий связи) зависит от способа соединения звеньев пары.

Ясно, что число условий связи S должно быть целым и находиться в пределах

$$1 \leq S \leq 5,$$

поскольку при $S=6$ КП переходит в глухое соединение, а при $S=0$ имеем два тела, независимо движущихся в пространстве.

Следовательно, число степеней свободы H звена КП в относительном движении (число возможных простейших относительных движений) составляет

$$H=6-S, \text{ причем } 1 \leq H \leq 5.$$

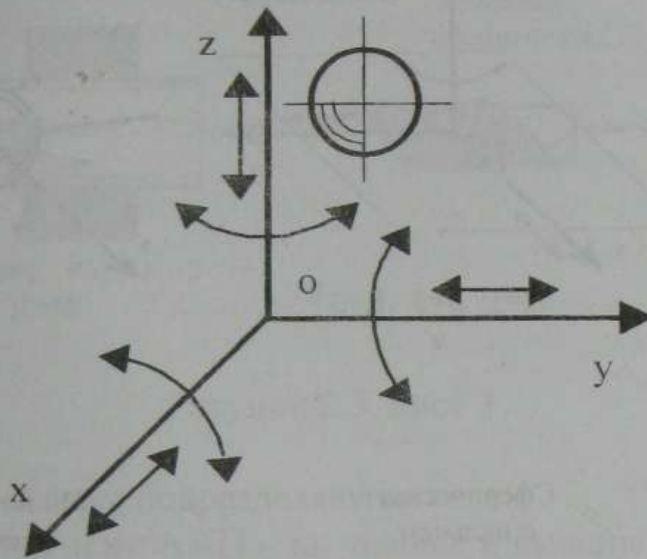


Рисунок 2.2

Все кинематические пары делятся:

- в зависимости от числа условий связи, налагаемых ими на относительное движение их звеньев, на пять классов I, II, III, IV и V (в соответствии с классификацией акад. И.И. Артоболевского, причем класс пары K равен

$$K=S=6-H,$$

или

$$1 \leq K \leq 5,$$

то есть число классов КП равно пяти. Примеры таких КП приведены на рисунке 2.3.

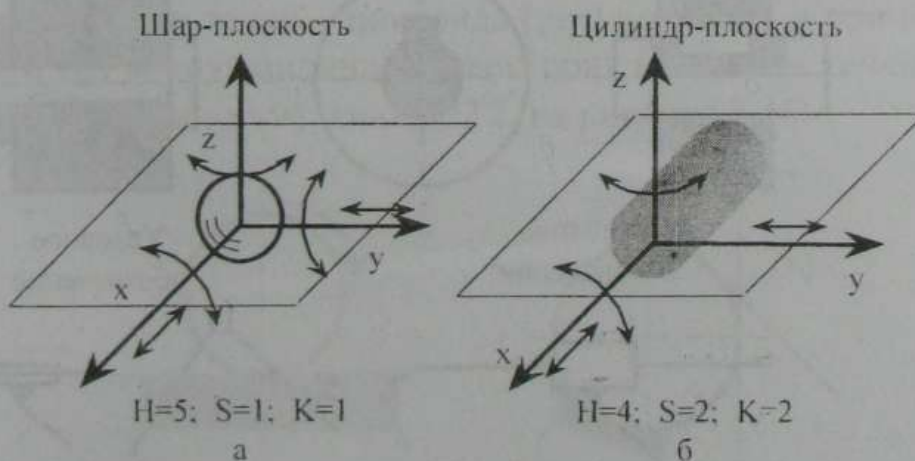


Рисунок 2.3

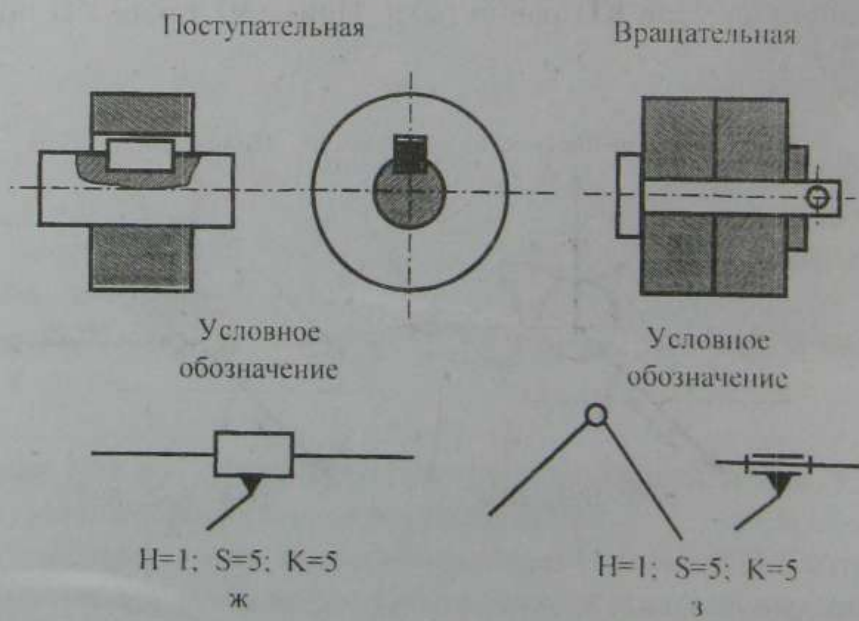
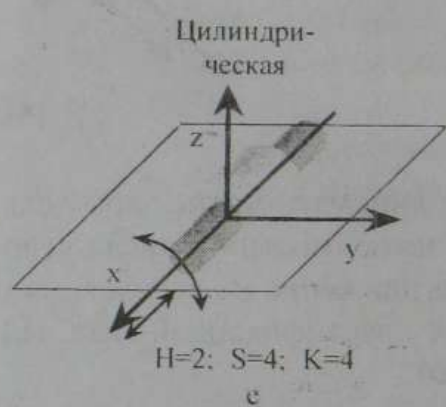
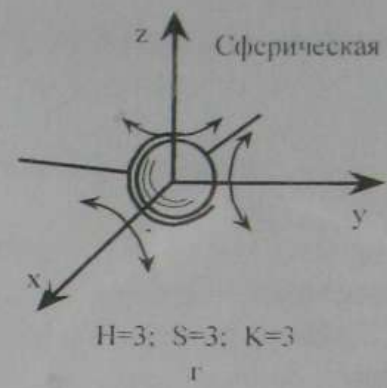
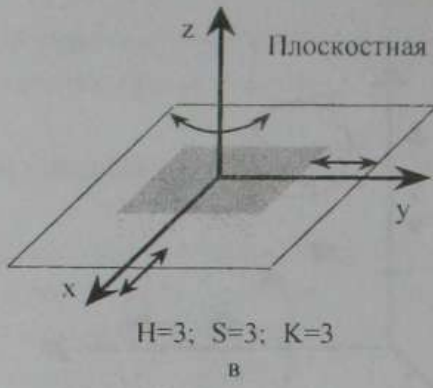


Рисунок 2.3, лист 2

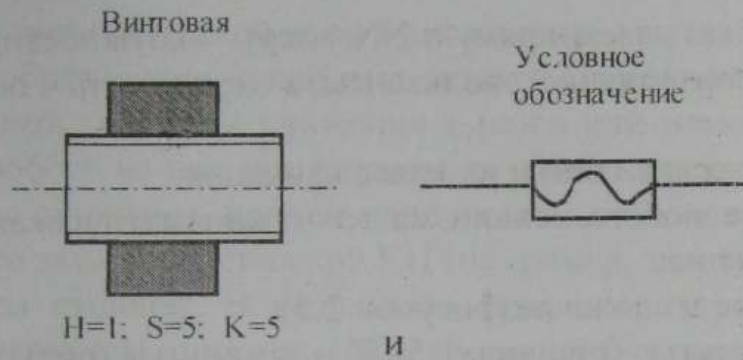


Рисунок 2.3, лист 3

Кинематические пары подразделяются:

- по характеру элементов КП – на низшие и высшие, на рисунке 2.3 КП шар – плоскость и цилиндр – плоскость – высшие, а остальные – низшие;

- по виду относительного движения – на вращательные и поступательные;

- по геометрическому замыканию – на замкнутые (закрытые) и разомкнутые (открытые), для обеспечения соприкосновения (контакта) звеньев, образующих такие КП, требуется силовое замыкание, например, силами упругости пружин или тяжести;

- по кинематическому признаку – на обратимые и необратимые.

Низшие КП являются обратимыми, то есть траектория точек звеньев сохраняется независимо от того, какое звено движется. Высшие КП - необратимы. Например, при перекачивании цилиндра по плоскости траектория каждой его точки – циклоида (рисунок 2.4а), а при обкатывании плоскости NN вокруг цилиндра траектория каждой ее точки – эвольвента (развертка окружности): линия 22'2'' на рисунке 2.4б.

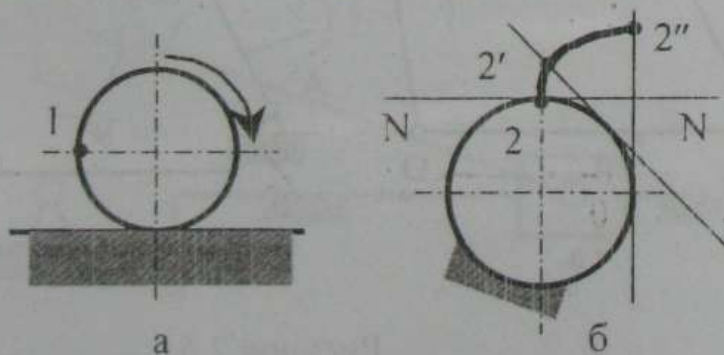


Рисунок 2.4

Если обкатываем прямую NN вокруг окружности, то такая прямая называется производящей эвольвенты, а окружность – основной.

2.3 Кинематические цепи и их классификация

В основе любого механизма лежит кинематическая цепь.

КЦ делят на:

- простые и сложные (рисунок 2.5);
- разомкнутые (рисунок 2.5а,б) и замкнутые (рисунок 2.6а,б);
- плоские и пространственные.

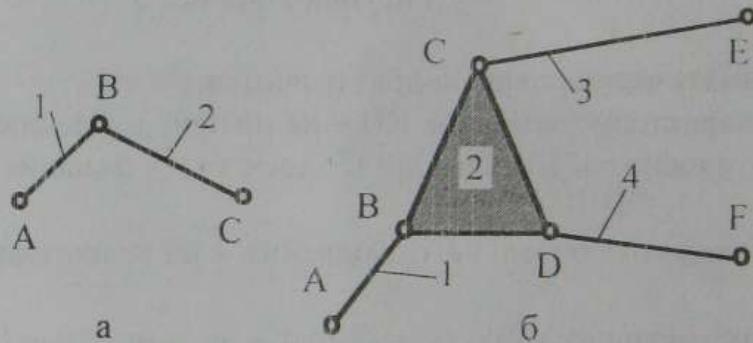


Рисунок 2.5

а – простая разомкнутая кинематическая цепь; б- сложная разомкнутая кинематическая цепь

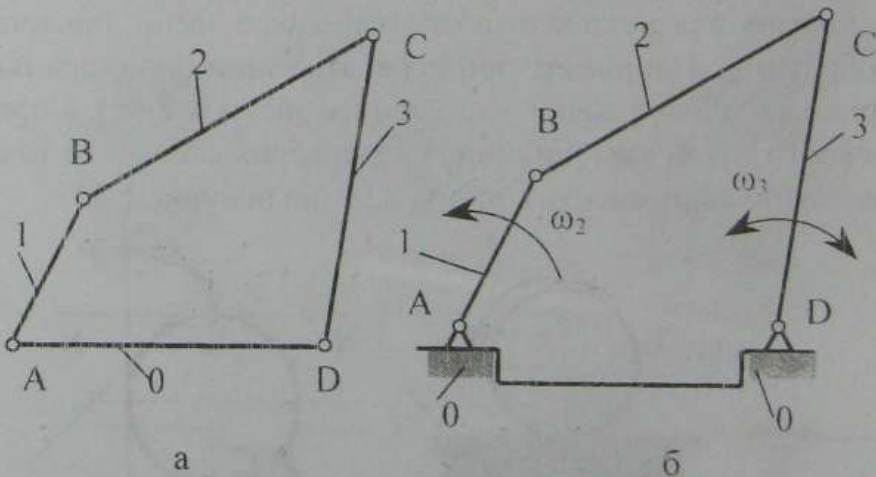


Рисунок 2.6

а и б – плоские кинематические цепи

2.4 Переход от кинематической цепи к механизму

В основе образования механизма лежит КЦ: механизмы - это такая КЦ, в которой при заданном движении одного или нескольких звеньев относительно любого из них все остальные звенья совершают однозначно определяемые движения, причем одно из звеньев неподвижно.

Одно звено замкнутой плоской КЦ (например, звено АД на рисунке 2.6а) свяжем со стойкой. В результате получим структурную схему плоского механизма (см. рисунок 2.6б), имеющего четыре вращательные кинематические пары А, В, С, D V класса (шарниры) и четыре звена (рычага): 1 - кривошип; 2 - шатун; 3 - коромысло (или балансир), совершающие соответственно вращательное, плоскопараллельное и возвратно - вращательное движение; 4 - стойка. Заметим, что в зависимости от соотношения длин звеньев звено 3 может совершать вращательное движение.

Этот механизм (шарнирный четырехзвенник) называют кривошипно-коромысловым (по названию входного и выходного звеньев).

Из приведенного частного примера можно сделать следующие выводы, общие для всех механизмов:

- звенья обозначаются арабскими цифрами;
- шарниры обозначаются прописными буквами латинского алфавита;
- механизм называют по наименованию входного и выходного звеньев;
- структурная схема механизма - это его принципиальная схема, выполненная без соблюдения масштаба при произвольном положении входного (ведущего) звена.

Рассмотрим структурные схемы других типовых рычажных механизмов, широко используемых в технике.

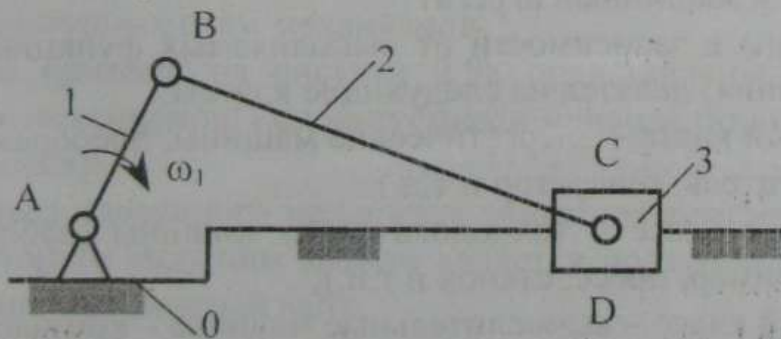


Рисунок 2.7

У механизма, схема которого изображена на рисунке 2.7, звено: 1 - кривошип; 2 - шатун; 3 - ползун (совершает возвратно - поступательное движение в неподвижной направляющей). Кинематические пары А, В, С – вращательные, а кинематическая пара D - поступательная.

Такой механизм называется кривошипно-ползунным. Этот механизм используют в двигателях внутреннего сгорания (ДВС), поршневых компрессорах, насосах.

У механизма, схема которого показана на рисунке 2.8, звено:

1 - кривошип; 2 - кулиса и 3 - кулисный камень (ползун), совершающий возвратно-поступательное движение относительно подвижной направляющей - кулисы. Такой механизм называется кривошипно-кулисным.

Кривошипно-кулисные механизмы применяются в строгальных и долбежных станках.

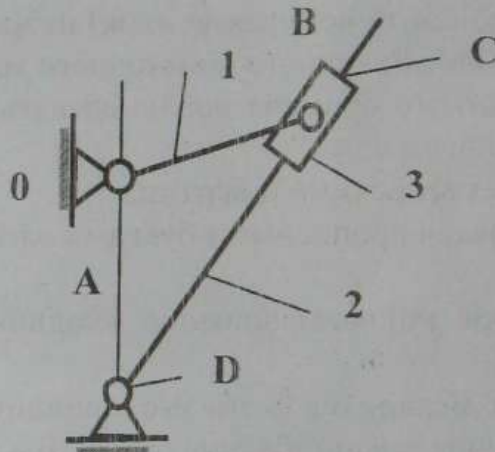


Рисунок 2.8

2.5 Машины и машинный агрегат

Машины в зависимости от выполняемых функций (функционального назначения) делятся на следующие классы:

- первый класс – энергетические машины, преобразующие энергию (электродвигатель, генератор и т.д.);
- второй класс – технологические машины (рабочие) машины – орудия (например, пресс, станок и т.п.);
- третий класс – вычислительные машины – компьютеры;
- четвертый класс – транспортные и транспортирующие машины (автомобили, конвейеры и т.п.).

Структурная схема машинного агрегата была представлена в подразделе 1.1.

2.6 Общая классификация и примеры механизмов

По функциональному назначению в соответствии со схемой машинного агрегата, представленного на рисунке 1.1, механизмы делятся на четыре класса:

- механизмы двигателей;
- передаточные механизмы;
- исполнительные механизмы;
- механизмы управления.

По виду движения звеньев – пространственные и плоские.

По конструктивным особенностям и кинематическим характеристикам механизмы разделяют на две группы:

- **первая группа** - это механизмы-преобразователи, преобразовывающие вид движения;
- **вторая группа** – механизмы вращательного движения, изменяющие параметры движения.

К механизмам **первой группы** относятся:

- **рычажные**;
- **кулачковые** и т.п.

Механизмы **второй группы** - это механизмы передачи вращательного движения, используемые в качестве передаточных механизмов (например, зубчатая передача).

Наряду с твердыми звеньями в механизме могут быть и другие звенья:

- гибкие - в передачах гибкой связью, например, ремень в ременной передаче;
- жидкие и газообразные - в гидравлических и пневматических механизмах.

2.7 Примеры структурных схем механизмов

В качестве примера на рисунке 2.9а представлены схемы всех функциональных механизмов, используемых в приводе поршневого компрессора (или насоса):

- кривошипно-ползунного механизма двигателя внутреннего сгорания (ДВС), у которого ведущим звеном является ползун-поршень, а ведомым - кривошип (коленчатый вал);
- кривошипно-ползунного механизма компрессора, у которого ведущим звеном является кривошип (коленчатый вал), а ведомым - ползун (поршень) (см. рисунок 2.9б);

- передаточного механизма - муфта привода (частный пример передачи вращения);
- кулачкового механизма - механизм управления газораспределителем у ДВС (и компрессора).

Структурные схемы кривошипных прессов, используемых для обработки металлов давлением, показаны на рисунках 2.10а и 2.10б.

Причем более сложный механизм обеспечивает значительный выигрыш в силе (см. выводы примера о трех сходящихся силах, приведенного в разделе "Статика" теоретической механики).

Кроме того, на рисунке 2.11 показаны более сложные структурные схемы строгального станка, служащего для обработки заготовок резанием.

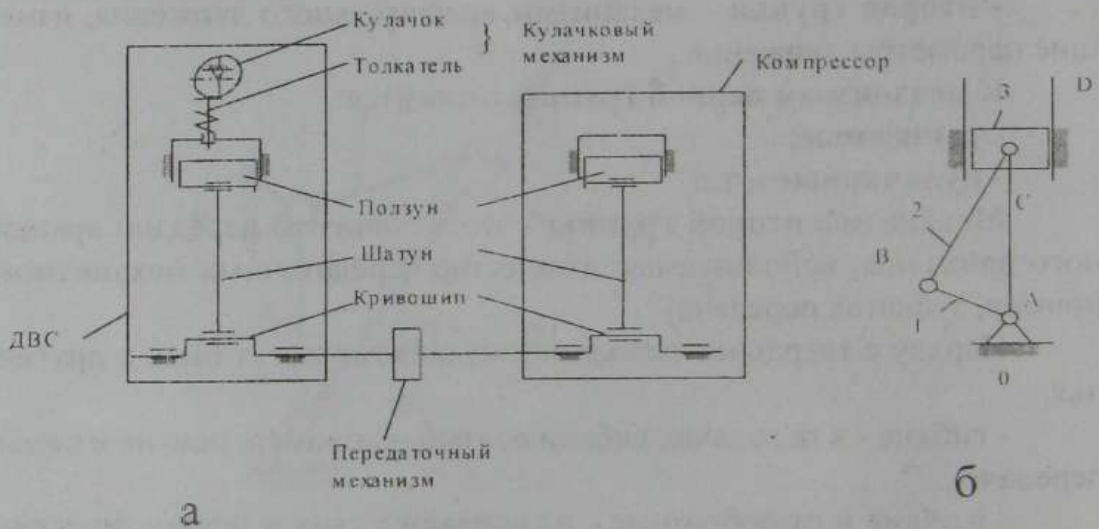


Рисунок 2.9

2.8 Структурная формула кинематических цепей и механизмов

Основной структурной характеристикой КЦ и механизмов является степень подвижности W - число степеней свободы КЦ или механизма относительно какого-либо звена. Для механизмов в качестве такого звена принимают стойку. Будем считать, что располагаем кинематической цепью в состав которой входят кинематические пары от первого до пятого классов. Кроме того известно, что кинематическая пара пятого класса имеет пять условий связи, КП четвертого класса имеет четыре условия связи, КП третьего класса имеет три ограничения, КП второго

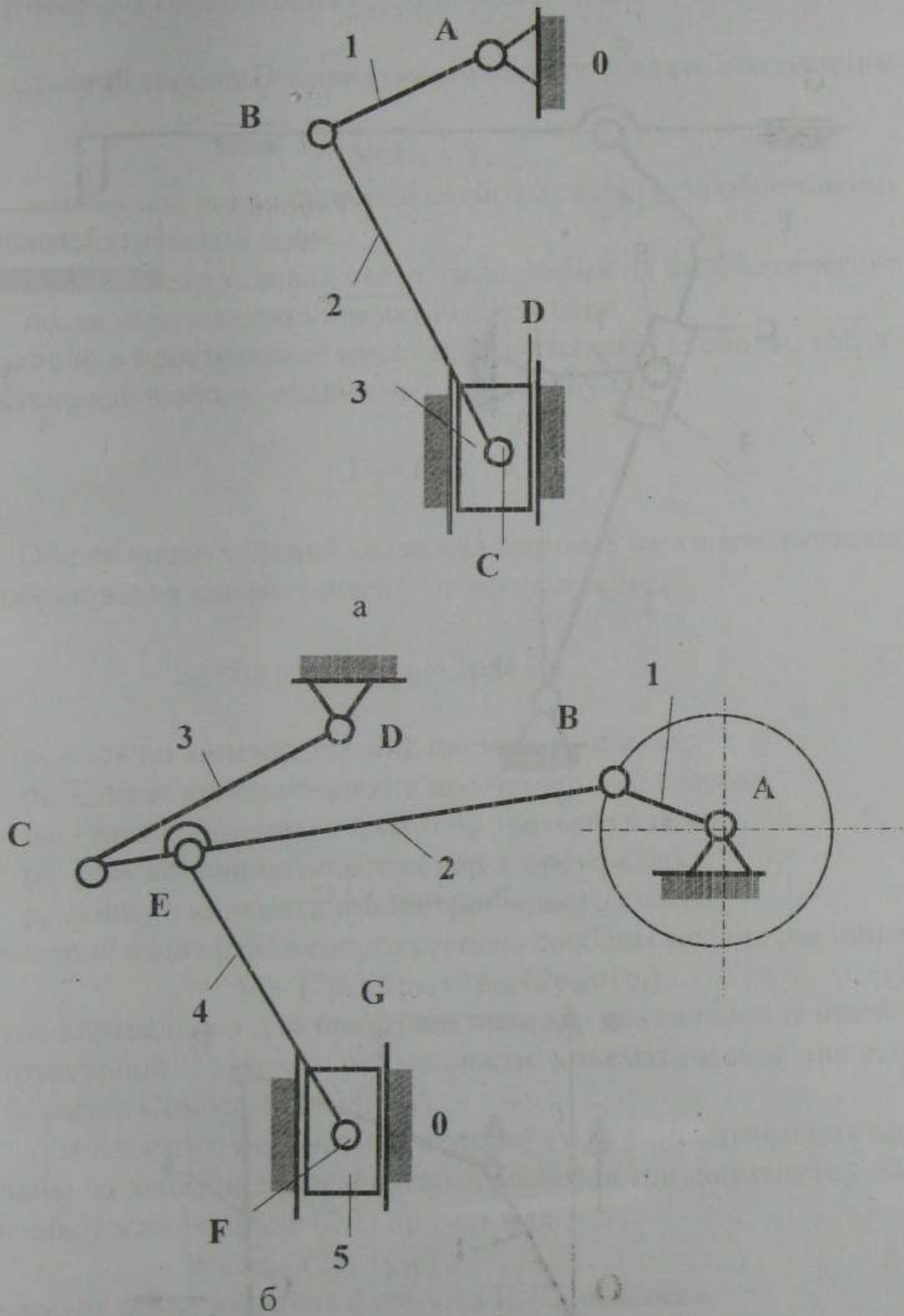


Рисунок 2.10

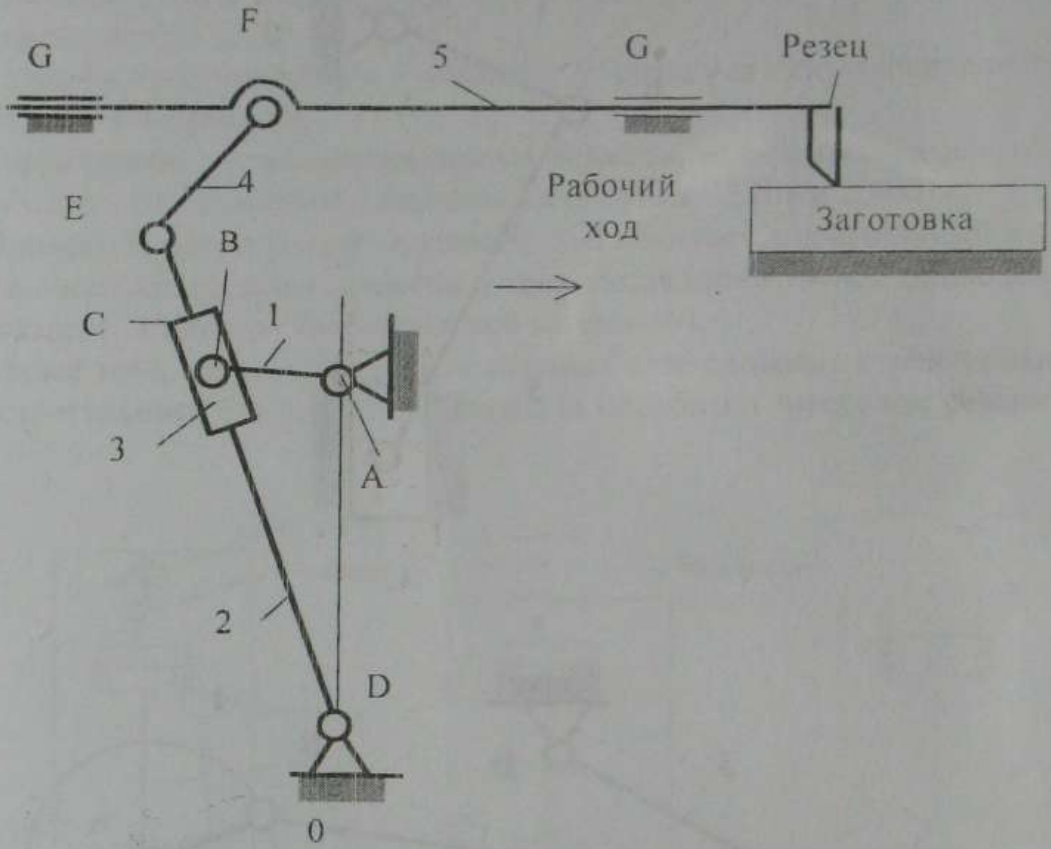


Рисунок 2.11

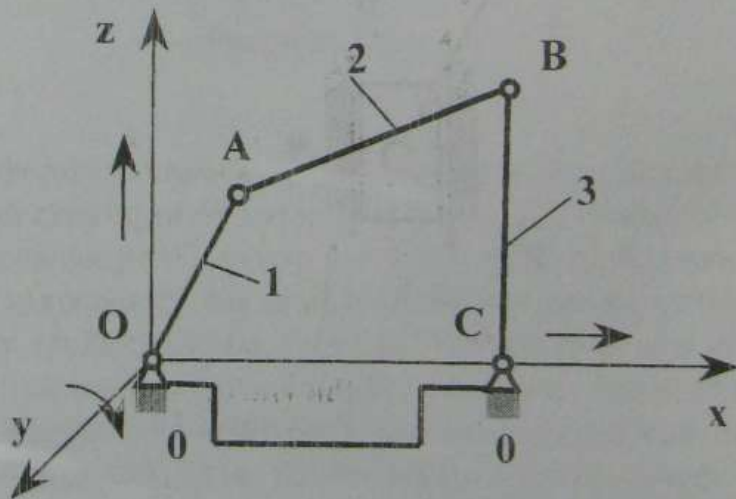


Рисунок 2.12

класса имеет два ограничения и КП первого класса имеет одно ограничение.

Степень свободы механизма можно определить следующим образом :

$$W = H_{\Sigma} - S_{\Sigma} ,$$

где H_{Σ} - возможное число степеней свободы звеньев до образования кинематической цепи;

S_{Σ} - общее число условий связи, налагаемых на кинематические пары после образования кинематической цепи.

Твердое тело в пространстве имеет шесть степеней свободы, тогда общее число степеней свободы подвижных звеньев будет

$$H_{\Sigma} = 6n .$$

Общее число условий связи наложенных на кинематические пары после образования кинематической цепи составляет

$$S_{\Sigma} = 5p_V + 4p_{IV} + 3p_{III} + 2p_{II} + 1p_I , \quad (2.1)$$

где p_V - число кинематических пар пятого класса;
 p_{IV} - число кинематических пар четвертого класса;
 p_{III} - число кинематических пар третьего класса;
 p_{II} - число кинематических пар второго класса;
 p_I - число кинематических пар первого класса.

На основании выше-изложенного степень свободы механизма примет вид

$$W = 6n - (5p_V + 4p_{IV} + 3p_{III} + 2p_{II} + 1p_I) . \quad (2.2)$$

Формула справедлива для пространственных механизмов и носит название структурной формулы подвижности кинематической цепи общего вида (формула Сомова-Малышева).

Для плоского механизма, у которого оси кинематических пар параллельны, на движение звеньев накладываются три дополнительных ограничения, тогда формула (2.2) примет вид

$$W = 3n - (2p_V + p_{IV}) . \quad (2.3)$$

Эта формула носит название формулы П.Л.Чебышева.

Кинематические пары четвертого класса всегда можно заменить на КП пятого класса. Тогда уравнение (2.3) примет вид

$$W = 3n - 2p_V . \quad (2.4)$$

2.9 Принципы структурной классификации плоских рычажных механизмов

Такая классификация предложена Л.В. Ассуром и получила развитие в трудах И.И. Артоболевского. Ее принцип состоит в том, что любой плоский механизм рассматривается в виде сложной системы, состоящей из определенных модулей. Важно, что данная классификация увязана с методами кинематического, силового и динамического анализа и синтеза механизмов.

Входное (ведущее) звено, соединенное со стойкой посредством КП, образует механизм, называемый начальным или I класса (рисунок 2.13).

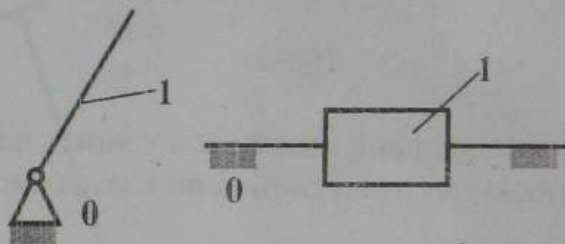


Рисунок 2.13

Любой другой механизм образуется путем присоединения к механизму (к механизмам) I класса структурных групп Ассура. Одно из звеньев первой структурной группы должно соединяться с входным звеном, а другое со стойкой.

Структурная группа Ассура – это кинематическая цепь, обладающая нулевой степенью подвижности относительно звеньев, с которыми входят в кинематические пары свободные элементы ее звеньев, и не распадающуюся на более простые цепи. Следовательно, присоединяя к механизмам I класса группу Ассура, не изменяем степени подвижности механизма в целом.

Так как степень подвижности кинематической цепи можно записать в виде формулы

$$W = 3n - (2p_V - 1p_{IV}), \quad (2.5)$$

то при наличии КП только V класса будем иметь

$$W = 3n - 2p_V. \quad (2.6)$$

$$W_{гр} = 0 \Rightarrow W_{гр} = 3n - 2p_V = 0$$

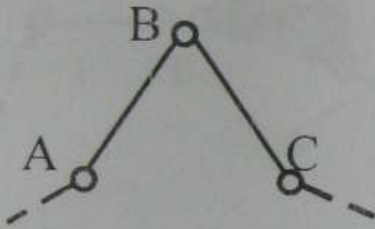
и

$$p_V = (3/2)n \text{ или } n = (2/3)p_V. \quad (2.7)$$

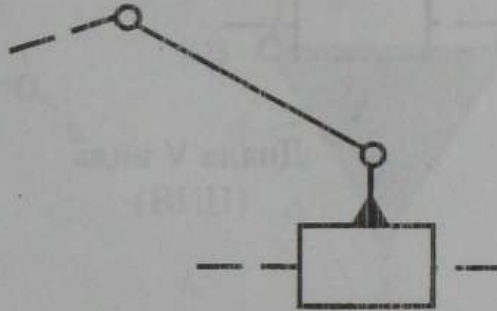
Откуда следует, что в группе Ассур число КП V класса должно быть кратно 3, а число звеньев - четным (кратно 2):

$$\begin{array}{l} n \quad 2 \quad 4 \text{ и т.д.,} \\ p_v \quad 3 \quad 6 \text{ и т.д.} \end{array}$$

Простейшая структурная группа Ассур показана на рисунке 2.14а.



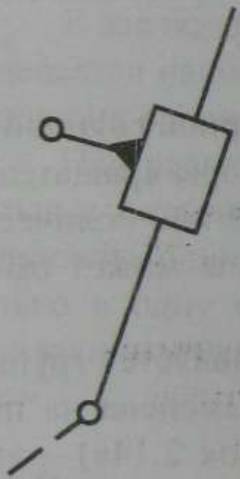
Диада I вида
(ВВВ)



Диада II вида
(ВВП)

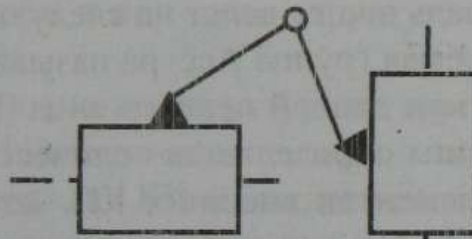
а

б



Диада III вида
(ВВП)

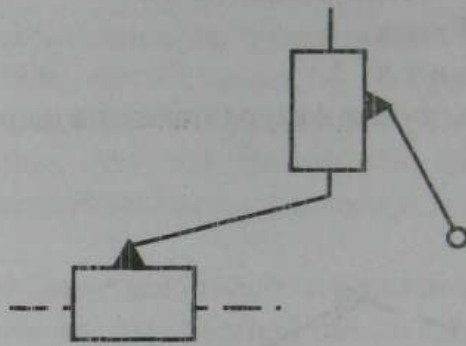
в



Диада IV вида
(ПВП)

г

Рисунок 2.14



Диада V вида
(ППВ)

д

Рисунок 2.14, лист 2

У нее $n=2$ и $p_v=3$, причем В – внутренняя КП, а А и С – внешние КП. Последние пары условные, они образуются после присоединения группы к другим группам или механизмам (либо к стойке).

В свою очередь диады делят на следующие виды.

Рассматриваемая группа Ассура называется структурной группой II класса II порядка или диадой первого вида (ВВВ) – все пары вращательные. Порядок группы определяется количеством поводков или количеством свободных элементов внешних КП, которыми группа может быть присоединена к основному механизму.

Структурной группой второго вида (рисунок 2.14) является группа, у которой крайняя вращательная кинематическая пара заменена на поступательную. Структурная группа третьего вида (рисунок 2.14в) – это группа, у которой средняя вращательная КП заменена на поступательную. Четвертый вид показан на рисунке 2.14г. Здесь две крайние вращательные КП заменены на поступательные. Пятый вид показан на рисунке 2.14д. Здесь на поступательные пары заменены крайняя и средняя.

На рисунке 2.15 показана структурная группа Ассура, имеющая $n=4$, $p_v=6$. Она называется группой III порядка, то есть триадой (имеет три поводка) или группой третьего класса.

Заметим, что при $n > 2$ класс группы определяется числом внутренних КП, образующих замкнутый контур.

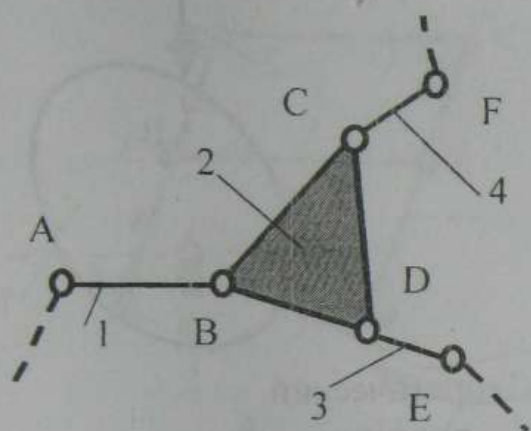


Рисунок 2.15

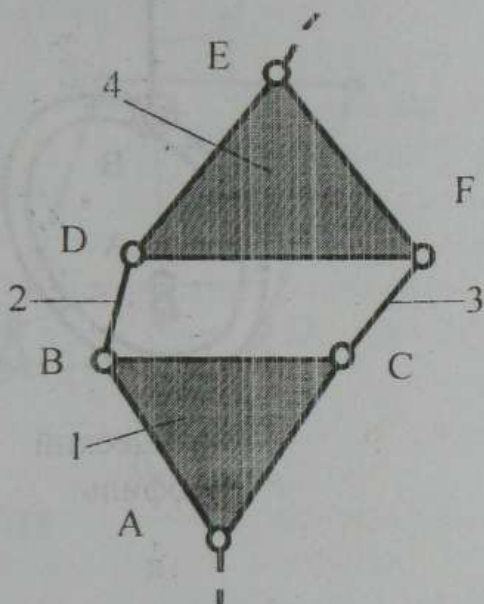


Рисунок 2.16

По аналогии на рисунке 2.16 изображена группа Ассур с $n=4$ и $p_v=6$. Эта группа является группой IV класса II порядка.

В заключение отметим, что класс и порядок механизма в целом определяется наибольшим классом и порядком структурных групп Ассур, входящих в данный механизм.

При расчленении механизма на структурные группы Ассур и начальные механизмы I класса кинематические пары и звенья следует использовать один раз, то есть каждая КП и каждое звено должны входить только в одну структурную группу, а оставшаяся часть должна быть двухзвенным механизмом (или механизмами) I класса.

2.10 Понятие о лишнях степенях свободы

На рисунке 2.17а изображен кулачковый механизм, у которого $n=3$, $p_v=3$ и $p_{IV}=1$, тогда $W=3 \cdot 3 - (2 \cdot 3 + 1 \cdot 1) = 2$, то есть формальный расчет показывает, что должно быть два входных (ведущих) звена. Фактически у этого механизма одно входное звено – кулачок 1. Ролик 2 не изменяет закона движения выходного звена – толкателя 3. Он необходим для повышения надежности (износостойкости) механизма путем замены трения скольжения между толкателем и кулачком трением качения.



Рисунок 2.17

На рисунке 2.17б изображен эквивалентный кулачковый механизм с теоретическим профилем кулачка, у которого $n=2$, $p_v=2$ и $p_{IV}=1$, тогда $W=3 \cdot 2 - (2 \cdot 2 + 1 \cdot 1) = 1$.

В рассматриваемом случае у механизма с роликом имеется лишняя степень свободы.

2.11 Понятие о пассивных звеньях

У механизма, изображенного на рисунке 2.18а, $n=4$, $p_v=6$, $p_{IV}=0$ и $W=3 \cdot 4 - 2 \cdot 6 = 0$, а у эквивалентного механизма (см. рисунок 2.18б) - $n=3$, $p_v=4$, $p_{IV}=0$ и $W=3 \cdot 3 - 2 \cdot 4 = 1$.

У первого механизма имеется пассивная связь – звено 5, повышающее жесткость механизма в целом, точность его движения.

2.12 Понятие об избыточных связях

Избыточные связи – механические ограничения, наложенные на положения в пространстве звеньев механизма, теоретически не оказывающие влияния на закон движения выходного звена. Избыточные связи оказывают влияние на рациональное конструирование инженерных объектов.

Рассмотрим несколько примеров конструкций, имеющих избыточные связи.

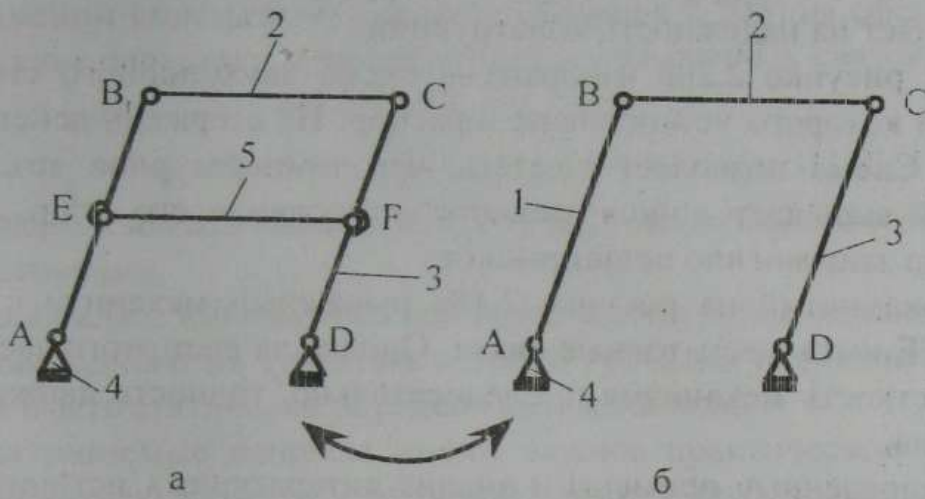


Рисунок 2.18

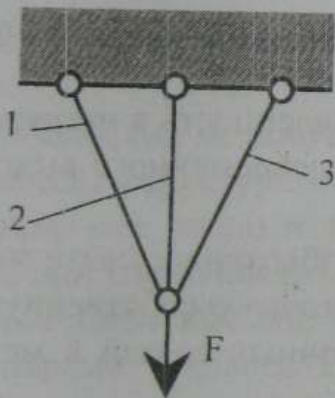


Рисунок 2.19

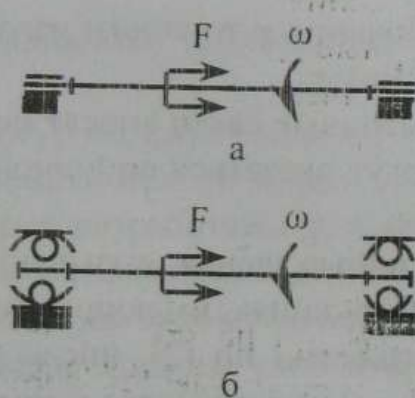


Рисунок 2.20

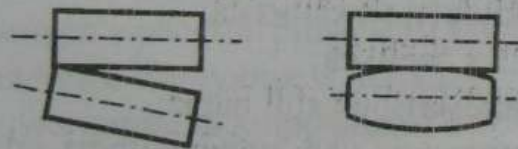


Рисунок 2.21

На рисунке 2.19 представлена схема трех стержней, нагруженных силой F . Из курса сопротивления материалов известно, что такая система является статически неопределимой. Для того чтобы все стержни участвовали в передаче силы, они должны быть выполнены с определенной жесткостью. В противном случае их в процессе сборки нужно деформиро-

вать, что вызовет дополнительную нагрузку на них и, как следствие этого, повлияет на надежность конструкции.

На рисунке 2.20а изображена схема двухопорного стержня, подшипники которого установлены в распор. На стержень действует осевая сила F . Схема позволяет увидеть, что температурное воздействие на стержень вызывает дополнительное нагружение его опор. Более того, возможно защемление подшипников.

Показанный на рисунке 2.18а рычажный механизм с пассивным звеном FE имеет избыточные связи. Однако за счет этого звена повышаются жесткость механизма и, следовательно, точность движения выходного звена.

Приведенные примеры и анализ литературных источников [4] позволяют сделать следующие важные выводы:

- системы с избыточными связями являются статически неопределимыми;
- требования к точности изготовления деталей и сборки таких систем повышенные;
- избыточные связи вносят неопределенность в нагружение деталей систем и могут оказаться причиной преждевременного выхода конструкции из строя;
- пассивные звенья, вызывающие избыточные связи могут быть полезны в конструкциях, имеющих недостаточную собственную жесткость.

Как известно по [2], число избыточных связей в механизме (и в любой системе) определяется формулой

$$q = W - 6n + \sum_{i=1}^5 (6-i)P_i, \quad (2.8)$$

где W — степень подвижности механизма;

n — число подвижных звеньев;

i — подвижность кинематической пары;

P_i — число кинематических пар, подвижность которых равна i .

Из формулы (2.8) следует, что избыточные связи в системе можно устранить, увеличив подвижность некоторых кинематических пар, т.е. снизив их класс.

Оценим число избыточных связей в конструкции, показанной на рисунке 2.20а. Учитывая неточность изготовления и считая систему пространственной, будем иметь $n = 1$, $w = 1$, $i = 2$, $P_i = 2$, при этом

$$q = 1 - 6 \cdot 1 + (6 - 2) \cdot 2 = 3.$$

Система, имеющая избыточные связи ($q=3$), является статически неопределимой. Заменяем кинематические пары (рисунок 2.20б) на сферическую и сферическую с пальцем и определим число избыточных связей, имеем

$$n = 1, w = 1, i = 3 \text{ и } 4$$

$$q = 1 - 6 \cdot 1 + [(6 - 3) \cdot 1 + (6 - 4) \cdot 1] = 0,$$

За счет снижения класса кинематических пар исключаются избыточные связи у конструкции.

Понижая класс кинематической пары за счет применения бочкообразных зубьев одного из зубчатых колес в зубчатой передаче (рисунок 2.21), будем иметь статически определимый механизм.

Рассматриваемые вопросы имеют важное практическое значение. Поэтому они изучаются на лабораторной работе и практическом занятии по ТММ. Эти вопросы должны найти отражение также при курсовом проектировании по ТММ, ДМ и ОК.

2.13 Понятие о замене в плоских механизмах высших кинематических пар низшими

В состав плоских механизмов могут входить высшие и низшие КП. Поскольку методы структурного, кинематического и динамического исследований наиболее полно и логически разработаны для механизмов с низшими КП, при изучении структуры кинематики и динамики плоских механизмов заменяют высшие КП низшими вращательными или поступательными парами V класса. При замене должны удовлетворяться следующие условия:

- механизм, полученный после замены, должен обладать прежней степенью подвижности;
- у эквивалентного механизма должны сохраняться относительные движения всех его звеньев в рассматриваемом положении.

Замена выполняется в следующем порядке:

- проводим общую нормаль к профилям в точке их касания;
- на нормалях находим положение центров кривизны профилей;
- в центрах кривизны размещаем вращательные КП V класса;
- полученные дополнительные КП соединяем условными жесткими звеньями.

На рисунках 2.22 и 2.23 показаны примеры замены у плоских механизмов высших КП IV класса КП V класса.

При этом получаем эквивалентные механизмы, обеспечивающие заданный закон движения выходного звена.

Из примеров, приведенных на рисунках 2.22 и 2.23, видно, что фрикционные, зубчатые и другие механизмы можно заменить эквивалентными рычажными.

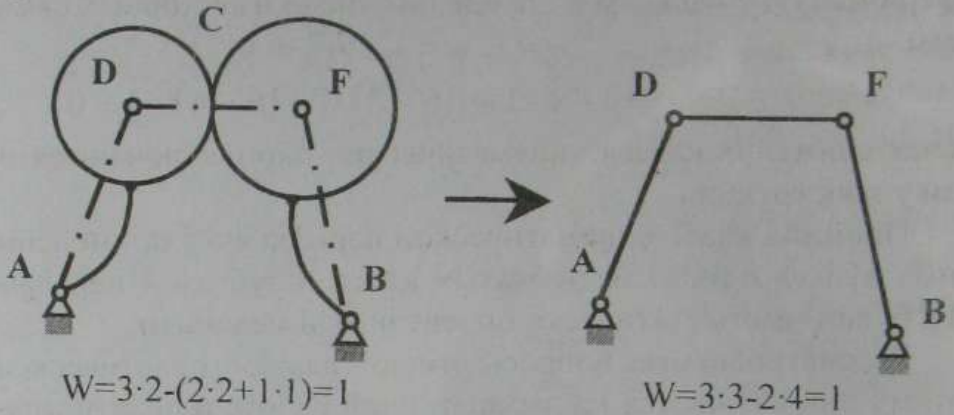


Рисунок 2.22

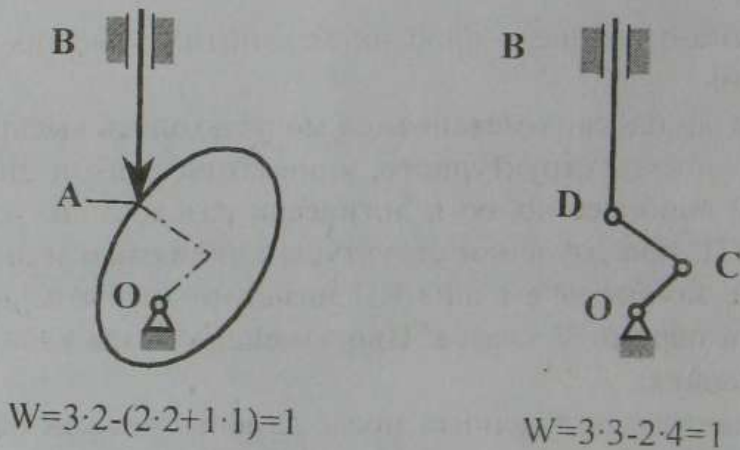


Рисунок 2.23

3 Структурный анализ механизмов

3.1 Цель, задача и основной принцип структурного анализа

Структурным анализом называется процесс определения степени подвижности механизма и разложения (расчленения) его схемы (кинематической цепи) на структурные группы и механизм (механизмы) I класса. Он проводится с целью проверки схемы и выполнения последующих кинематического и силового расчетов механизма.

Задача структурного анализа – изучение строения механизма для выявления следующего:

- сколько и какие звенья образуют механизм;

- сколько КП и какого класса входят в данный механизм;
- какие структурные группы входят в механизм, их класс и порядок, а следовательно, каков класс и порядок механизма в целом;
- сколько входных звеньев у механизма.

Основной принцип структурного анализа показан на рисунке 2.24.

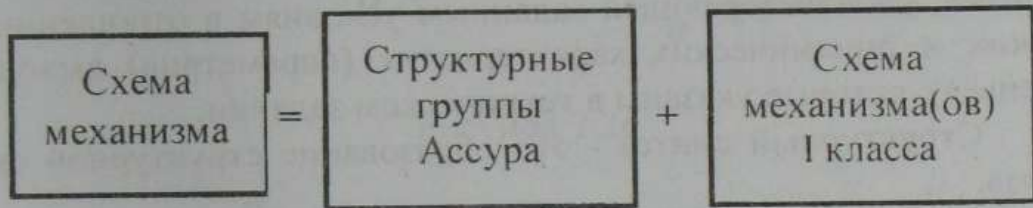


Рисунок 2.24

Как видно, структурный анализ проводится в последовательности обратной ходу синтеза (образования) схемы механизма, путем последовательного отсоединения от схемы структурных групп, начиная с последней.

3.2 Алгоритм структурного анализа

Следует иметь в виду, что правильный структурный анализ может быть осуществлен при выполнении двух условий:

во-первых, после исключения из схемы механизма пассивных связей и лишних степеней свободы;

во-вторых, после замены кинематических пар IV класса парами V класса. Данный материал здесь не приводится, как и не рассматривается классификация структурных групп Ассура. Важно, чтобы при структурном анализе механизма каждое звено и каждая кинематическая пара входили только в одну структурную группу, а оставшаяся часть была двухзвенным механизмом I класса.

В связи с этим алгоритм структурного анализа следующий:

- выявляются и исключаются лишние степени свободы и пассивные связи;
- заменяются высшие КП низшими;
- оценивается степень подвижности эквивалентного механизма;
- расчленяется механизм на структурные группы, начиная с последней, и начальный механизм (механизмы) I класса;
- после выделения очередной группы оценивается ее степень подвижности и оставшейся части механизма;
- производится анализ структурных групп.

4 Структурный синтез механизмов

4.1 Цель, задача и основной принцип структурного синтеза

Цель структурного синтеза – образование структурной схемы механизма.

Задачей данного исследования является проектирование схемы механизма, удовлетворяющей заданным условиям в отношении кинематических и динамических характеристик (параметров) выходного звена (звеньев), которые указаны в техническом задании.

Структурный синтез - это образование структурной схемы механизма.

Данное исследование является начальной стадией проектирования схемы механизма, удовлетворяющей заданным условиям.

Основной принцип образования любого механизма наглядно представлен на рисунке 2.25.

Механизм первого класса (или несколько механиз- мов):	Структурная группа Ассур (или несколько групп):	Механизм, обеспечивающий вы- полнение за данных функций:
$W=3n-2p_v=$ $=3 \cdot 1-2 \cdot 1=1$	$W=3 \cdot 2-2 \cdot 3=0$	$W=3 \cdot 3-2 \cdot 4=1$

Рисунок 2.25

Следовательно, любой механизм образуется путем присоединения к механизму (или механизмам) I класса структурных групп Ассур.

4.2 Алгоритм структурного синтеза

Согласно изложенному делаем вывод, что структурная схема любого механизма образуется путем последовательного присоединения к двухзвенному механизму (или механизмам) I класса структурных групп Ассур. Например, первая группа присоединяется к механизму I класса (ведущему звену и стойке), следующая - частично к звеньям первой группы и к стойке (рисунок 2.26). Если элементарный четырехзвенный механизм не решает задачу требуемого преобразования движения, схема механизма составляется путем последовательного присоединения структурных групп Ассур до тех пор, пока не будет обеспечено наиболее точное выполнение заданных функций.

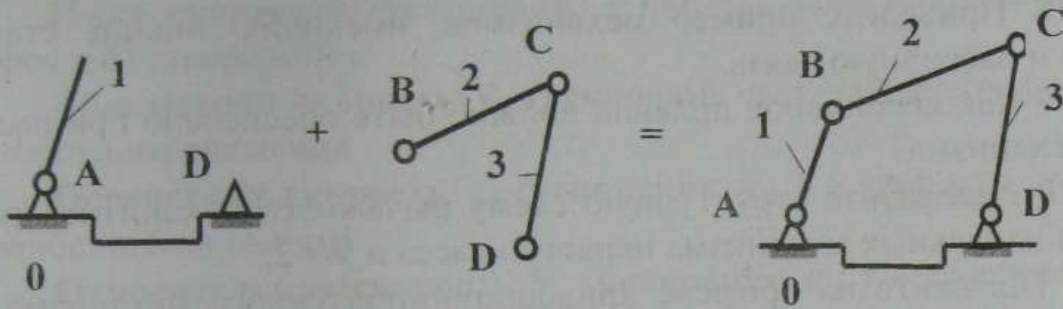


Рисунок 2.26

Вопросы для самоконтроля

1 Что такое машина, машинный агрегат, механизм, кинематическая и структурная схемы механизма, кинематическая цепь, кинематическая пара?

2 Что такое машинный агрегат? Изобразите его структурную схему.

3 Что называется звеном, стойкой, кривошипом, шатуном, ползуном, коромыслом, кулисой, кулисным камнем?

4 Дайте классификацию кинематических пар, приведите два-три примера.

5 Дайте классификацию механизмов, приведите два-три примера механизмов первой и второй групп.

6 Каковы предмет, цель, задачи и методы ТММ?

7 По наименованию каких звеньев дают название механизму?

8 Изобразите структурную схему кривошипно-коромыслового, кривошипно-ползунного и кривошипно-кулисного механизмов.

9 В каких станках используют кривошипно-кулисный механизм?

10 В каких машинах используют кривошипно-ползунный механизм?

11 Какая величина является основной структурной характеристикой кинематической цепи и механизма?

12 Напишите структурную формулу П.Л.Чебышева.

13 Какая кинематическая цепь называется структурной группой Ассура?

14 Изобразите механизм первого класса.

15 Как определяется класс структурной группы Ассура?

16 Изобразите диады I, II, III видов.

17 Как определяется класс и порядок механизма в целом?

18 Приведите пример механизмов, имеющих лишние степени свободы и пассивную связь.

19 Какое основное правило должно быть обеспечено при расчленении механизма?

20 Изобразите структурную схему рычажного механизма, имеющего два начальных механизма первого класса и $W=2$.

21 Покажите на примере кривошипно-ползунного механизма, каков основной принцип структурного синтеза и анализа механизмов.

РАЗДЕЛ 3 КИНЕМАТИКА МЕХАНИЗМОВ

1 Основные понятия и определения

1.1 Общие понятия

Кинематическая схема механизма – схема, вычерченная строго в масштабе с учетом формы, размеров и взаимного расположения звеньев и кинематических пар при заданном положении и законе движения входного звена (или выходных звеньев).

1.2 Кинематические характеристики

Траектория - линия (прямая или кривая), которую описывает точка в пространстве.

Число степеней свободы абсолютно твердого тела (АТТ) - число независимых координат, полностью определяющих положение тела в пространстве и его движение.

Поступательное движение - такое движение АТТ, при котором отрезок, соединяющий две любые точки тела, перемещается параллельно самому себе. Например, такое движение совершают кабина колеса обозрения, педали велосипеда.

Абсолютное движение - это движение точки (тела) по отношению к неподвижной системе отсчета (системе координат).

Переносное движение - это движение подвижной системы отсчета по отношению к неподвижной.

Относительное движение - это движение точки (тела) по отношению к подвижной системе отсчета.

Относительная скорость (ускорение) - скорость (ускорение) относительного движения.

План скоростей (ускорений) - фигура, образованная векторами скоростей (ускорений).

Абсолютная скорость V_a (ускорение a_a) - скорость (ускорение) абсолютного движения.

Переносная скорость V_e (ускорение a_e) - скорость (ускорение) переносного движения.

Относительная скорость V_r (ускорение a_r) - скорость (ускорение) относительного движения.

Мгновенный центр скоростей (ускорений) - это такая точка плоской фигуры, скорость (ускорение) которой в данный момент времени равна нулю.

Периодическое движение - движение, при котором значения величин повторяются через определенные интервалы времени.

Апериодическое движение - движение, при котором значения величин не повторяются.

Период цикла T - время, по истечении которого звенья занимают исходное положение.

Полный цикл движения механизма - промежуток времени, в течение которого совершается рабочий процесс.

Аналог скорости точки $\frac{ds_i}{d\varphi_1}$ - первая производная радиуса-вектора точки по обобщенной координате механизма φ_1 .

Аналог ускорения $\frac{d^2s}{d\varphi_1^2}$ - вторая производная радиуса-вектора точки по обобщенной координате механизма φ_1 .

Передаточное число u - отношение числа зубьев большего колеса Z_2 к числу зубьев меньшего колеса Z_1 (шестерни)

$$u = Z_2 / Z_1$$

Передаточное отношение - отношение мгновенных угловых (линейных) скоростей в направлении передачи движения.

Угловая (линейная) координата - величина, определяющая положение любого звена механизма относительно стойки.

Обобщенная координата - независимая координата (линейная S или угловая φ), определяющая положение всех звеньев механизма.

1.3 Планы механизмов

План механизма – это его кинематическая схема, соответствующая определенному положению входного звена.

Мертвые положения механизма – это два его крайних положения, при которых кривошип и примыкающий к нему шатун находятся на одной линии (для кривошипно-коромыслового или кривошипно-ползунного механизма) либо кривошип и кулиса взаимно перпендикулярны (в случае кулисного механизма).

Рабочее движение механизма – его движение, при котором преодолевается полезное (рабочее) сопротивление.

Холостое движение механизма – его движение, при котором полезное (рабочее) сопротивление отсутствует.

Фазовый угол рабочего движения (φ_p) – угол поворота входного звена (кривошипа), соответствующий рабочему движению.

Фазовый угол холостого движения (φ_x) – угол поворота входного звена (кривошипа), соответствующий холостому движению.

Коэффициент углового перемещения (k_φ) – это величина, определяемая выражением $k_\varphi = \varphi_p / \varphi_x \geq 1$.

Коэффициент изменения средней скорости (k_v) – это величина, определяемая выражением $k_v = V_p / V_x \leq 1$,

где V_p, V_x – средняя скорость выходного звена, соответствующая холостому и рабочему движению механизма.

1.4 Исследование кинематики

Планы скоростей (ускорений) – фигуры, образованные векторами абсолютных и относительных скоростей (ускорений) отдельных точек звеньев механизма для его конкретного положения, т.е. это картины мгновенных скоростей (ускорений).

Кинематическая диаграмма – графики функций

$$S = f(t), \quad V = f(t), \quad a = f(t).$$

Теорема подобия для плана скоростей (ускорений) – векторы относительных скоростей (ускорений) точек звена на плане скоростей (ускорений) образуют фигуру, подобную фигуре, образованной отрезками, соединяющими эти точки на звене.

2 Принципы кинематического исследования механизмов

2.1 Основные кинематические характеристики.

К ним относят:

- вид движения - вращательное, поступательное, плоскопараллельное;
- перемещения - линейные S и угловые φ ;
- скорости - линейные v и угловые ω ;
- ускорения - линейные a и угловые ε ;
- передаточное отношение ($u_{12} = \pm \omega_1 / \omega_2$).

Линейные величины характеризуют движение точек звеньев, а угловые - звеньев в целом. Передаточное отношение используется, прежде всего, для механических передач вращательного движения. Поэтому его рассмотрим в дальнейшем.

2.2 Цель, задача и методы кинематического исследования

Целью кинематического исследования является изучение движения звеньев механизма без учета действующих на них сил. На основе полученных результатов оценивают кинематические свойства выбранной схемы механизма и в случае необходимости в нее вносят коррективы.

Основные задачи кинематического исследования:

- определение положений звеньев механизма за полный цикл движения;
- нахождение линейных скоростей точек звеньев и угловых скоростей звеньев;
- оценки линейных и угловых ускорений соответственно точек и звеньев;
- определение передаточных отношений.

Исследование выполняют аналитическими, графоаналитическими или графическими методами. Выбор метода обусловлен сложностью структуры и требуемой точностью расчета.

Исследование проводят в той же последовательности, что и образование структурной схемы механизма, т. е. сначала для механизма первого класса, а затем для каждой структурной группы Ассура.

2.3 Алгоритм кинематического исследования

На рисунке 3.1 показана принципиальная схема кинематического исследования механизмов.

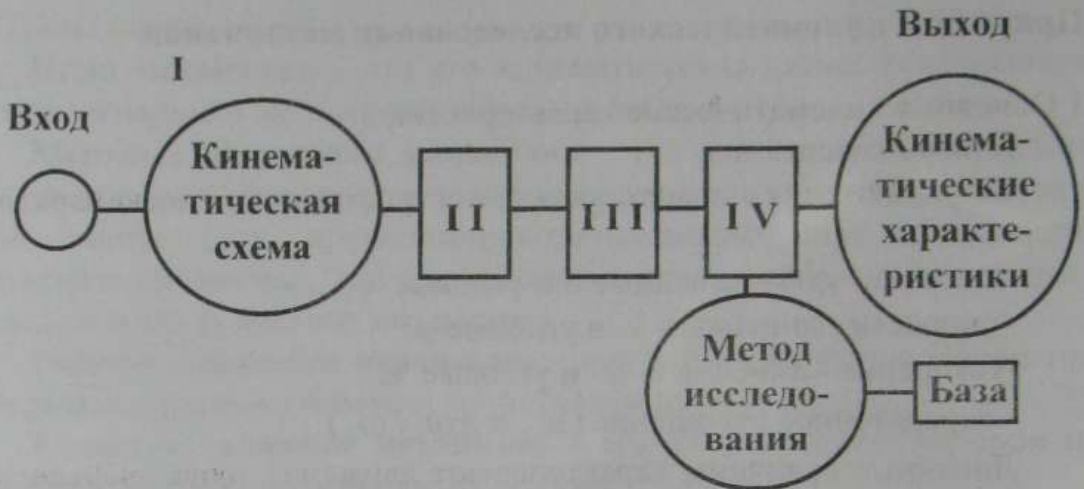


Рисунок 3.1

Вход - цель и задачи исследования.

I этап - исходные данные для решения задач кинематического исследования - кинематическая схема механизма.

II этап - построение планов положений механизма и графика перемещений, например, $S=f(\varphi)$ - перемещение ползуна как функция угла поворота кривошипа, причем $\varphi = 2\pi$, т.е. рассматривается цикл движения механизма, осуществляемый за один полный оборот ведущего звена, при этом механизм последовательно принимает все положения.

III этап - определение кинематических характеристик механизма, для этого необходимо выбрать метод исследования.

3 Аналитический метод кинематического исследования

Цель анализа: установить в аналитической форме функциональную зависимость кинематических характеристик от размеров звеньев и перемещения ведущего звена.

Сущность этого метода рассмотрим на примере исследования плоского кривошипно-ползунного механизма (рисунок 3.2).

Исходные данные:

- r - радиус кривошипа (l_{AB});
- l - длина шатуна (обычно $r/l = 1/10-1/4$);
- ω_1 - угловая скорость кривошипа, $\omega_1 = \text{const}$.

Пусть S_0 и S - начальное и текущее положения выходного звена (ползуна), S_c - его текущее перемещение.

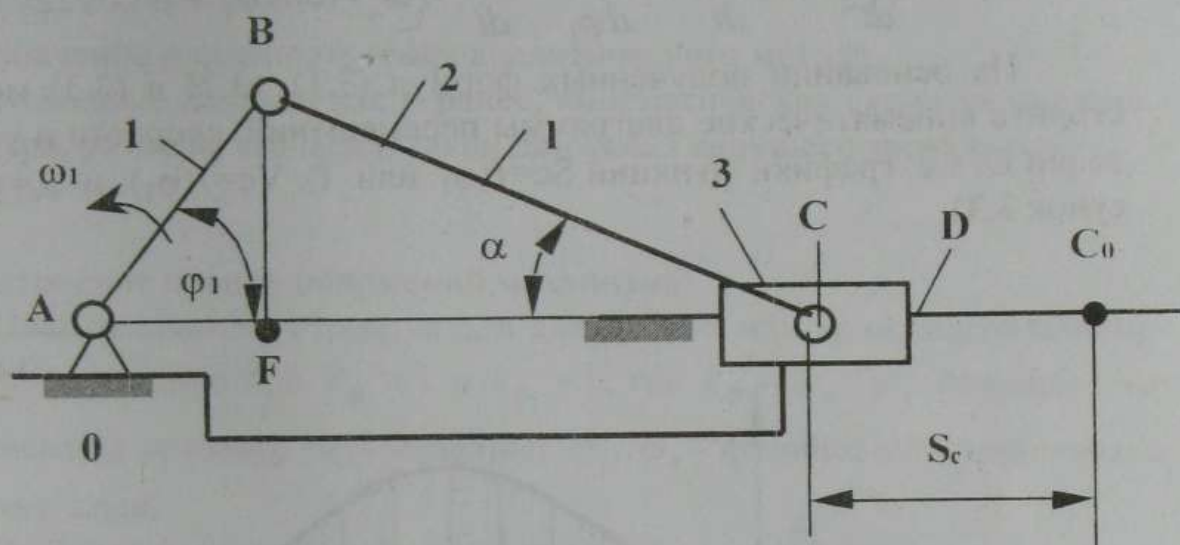


Рисунок 3.2

Задача состоит в установлении зависимостей вида:

$$S_c = f(\varphi_1),$$

$$V_c = f(\varphi_1),$$

$$a_c = f(\varphi_1).$$

Из схемы следует, что

$$S_c = AC_0 - AC.$$

Так как $AC_0 = r + l$, $AC = AF + FC = r \cdot \cos \varphi_1 + l \cdot \cos \alpha$,

$$\text{то } S_c = r + l - (r \cdot \cos \varphi_1 + l \cdot \cos \alpha)$$

Выразим угол α через известные параметры, после некоторых преобразований получим приближенную формулу для определения перемещений ползун

$$S_c = r \left(1 - \cos \varphi_1 + \frac{\delta}{2} \sin^2 \varphi_1 \right). \quad (3.1)$$

Дважды дифференцируя выражение (3.1), будем иметь

$$V_c = \frac{dS_c}{dt} = \frac{dS_c}{d\varphi_1} \cdot \frac{d\varphi_1}{dt} = \omega_1 r \left(\sin \varphi_1 + \frac{\delta}{2} \sin 2\varphi_1 \right), \quad (3.2)$$

$$a_c = \frac{d^2 S_c}{dt^2} = \frac{dV_c}{dt} = \frac{dV_c}{d\varphi_1} \cdot \frac{d\varphi_1}{dt} = \omega_1^2 r (\cos \varphi_1 + \delta \cos 2\varphi_1). \quad (3.3)$$

На основании полученных формул (3.1), (3.2) и (3.3) можно построить кинематические диаграммы перемещений, скорости и ускорений точки С, т.е. графики функций $S_c=f(\varphi_1$ или $t)$, $V_c=f(\varphi_1)$ и $a_c=f(\varphi_1)$ (рисунок 3.3).

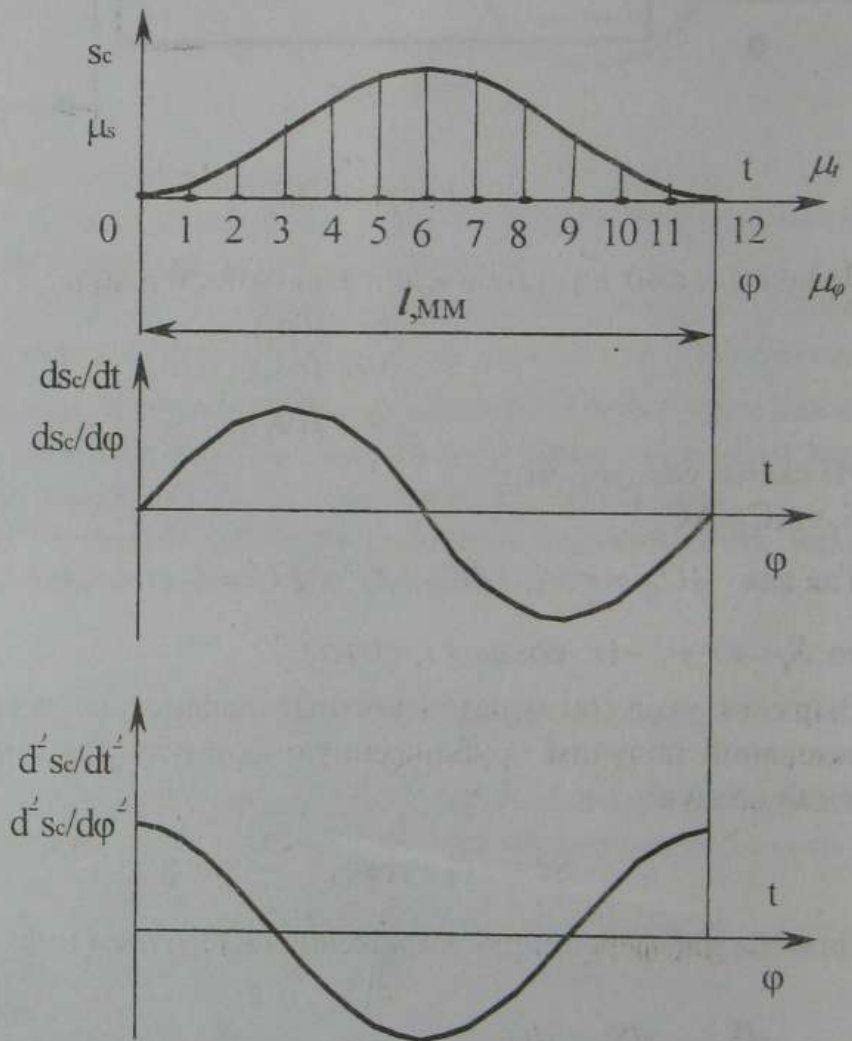


Рисунок 3.3

4 Графоаналитический метод кинематического исследования

4.1 Назначение и сущность графоаналитического метода

Исходные данные, как и ранее, кинематическая схема механизма - структура, размеры звеньев и закон движения ведущего звена (рисунок 3.4).

4.2 Построение планов положений механизма

План механизма строится для двенадцати или тринадцати положений соответственно при $k_\varphi = 1$ и $k_\varphi > 1$, где $k_\varphi = \varphi_p / \varphi_x$ называют коэффициентом углового перемещения; φ_p, φ_x - фазовые углы рабочего и холостого хода.

Выбираем масштабный коэффициент (масштаб) длин:

$$\mu_l = l_{O_1A} / O_1A,$$

где l_{O_1A} - истинная длина кривошипа, м; O_1A - длина отрезка, изображающего кривошип на плане механизма, мм.

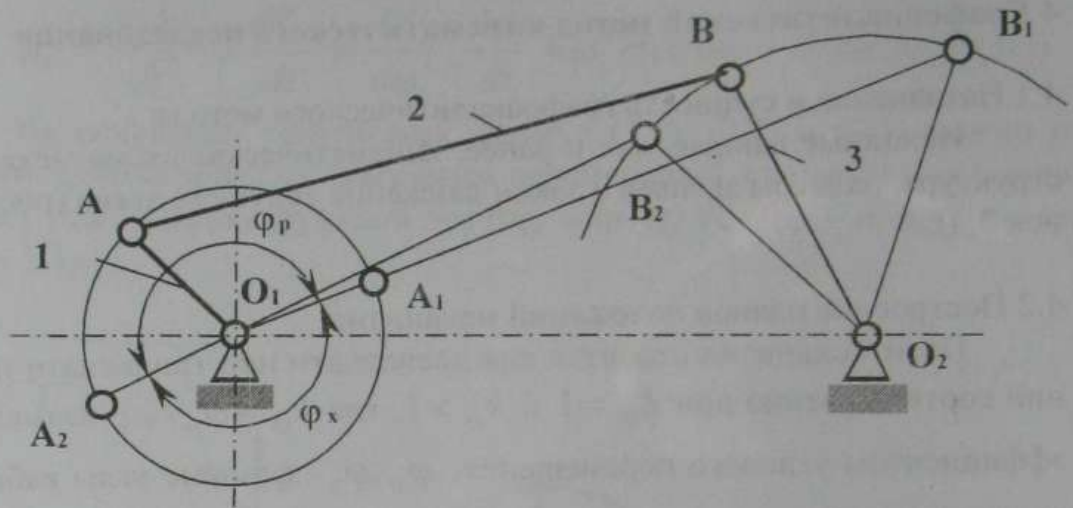
Длины отрезков остальных звеньев на схеме механизмов получаем делением истинных длин звеньев на масштабный коэффициент μ_l .

Радиусом O_1A изображаем окружность с центром в точке O_1 . С учетом масштаба μ_l на чертеже находим геометрические места неподвижных осей вращения O_1, O_2 .

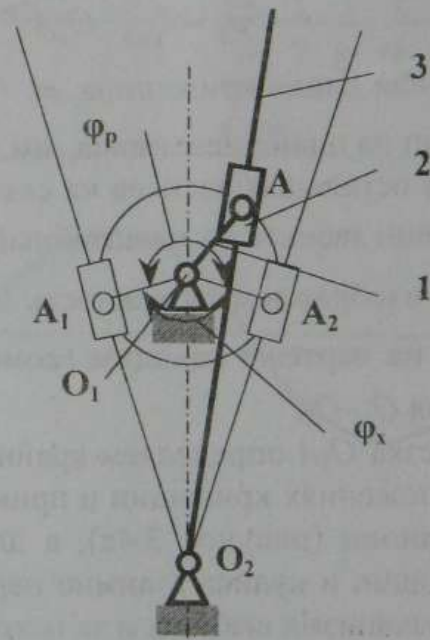
Вращением отрезка O_1A определяем крайние (мертвые) положения механизма. В этих положениях кривошип и примыкающий к нему шатун находятся на одной линии (рисунок 3.4а), а для кулисного механизма (рисунок 3.4б) - кривошип и кулиса взаимно перпендикулярны. Одно из мертвых положений механизма выбираем за исходное.

Оцениваем значения фазовых углов φ_p и φ_x рабочего и холостого хода и коэффициент неравномерности движения механизма $k_\varphi = \varphi_p / \varphi_x$.

Если $\varphi_p = \varphi_x$, то $k_\varphi = 1$ и между мертвыми положениями механизма угол поворота составляет 180° . Это характерно, например, для кривошипно-шатунных механизмов, у которых ось вращения кривошипа и линия движения ползуна лежат на одной прямой. Для подобных механизмов не имеет значения по ходу часовой стрелки или против выбрано направление вращения кривошипа.



а



б

Рисунок 3.4

Если $k_\varphi > 1$, то направление движения кривошипа выбираем с соблюдением следующего условия: сила полезного (технологического) сопротивления должна прикладываться к выходному звену в фазе рабочего движения. Важно, что при этом коэффициент изменения средней скорости равен $k_v = V_p / V_x < 1$ или $k_\varphi = \omega_p / \omega_x < 1$.

Для механизма II класса методом засечек строим кинематическую схему (план) механизма в крайнем положении.

Последующие положения строим через каждые 30° поворота кривошипа.

Если $k_\varphi = 1$, то строим двенадцать положений, причем шестое из них будет мертвым. При $k_\varphi > 1$ строим 13 положений, второе мертвое положение может быть между шестым и седьмым (положение 6^1) или между седьмым и восьмым (положение 7^1).

Будем считать, что $\omega_1 = const$.

В рассматриваемой задаче требуется определить скорости и ускорения точек звеньев.

Решение задачи может быть выполнено:

- во-первых, с использованием из курса теоретической механики понятия о мгновенных центрах скоростей и ускорений;
- во-вторых, методом планов скоростей и ускорений.

Для звена АВ (рисунок 3.5), совершающего вращательное движение, имеем $V_B = \omega_1 l_1$.

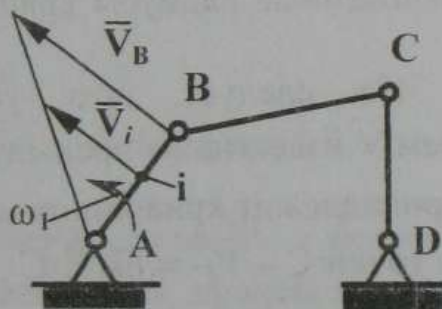


Рисунок 3.5

Для текущей точки i - $V_i = \omega_1 l_{Ai}$, $0 \leq l_{Ai} \leq l_1$.

Ускорение этой точки - $a_i = a_i'' = V_i^2 / l_{Ai} = \omega_1^2 l_{Ai}$.

Так как $\omega_1 = const$, то $\varepsilon_1 = \frac{d\omega_1}{dt} = 0$ и $a_i^r = \varepsilon_1 l_{Ai} = 0$.

Для звена BC (рисунок 3.6а), находящегося в плоскопараллельном движении, линейные скорости его любой точки легко определить, если использовать понятие мгновенного центра скоростей.

P_V - мгновенный центр скоростей - точка пересечения перпендику-

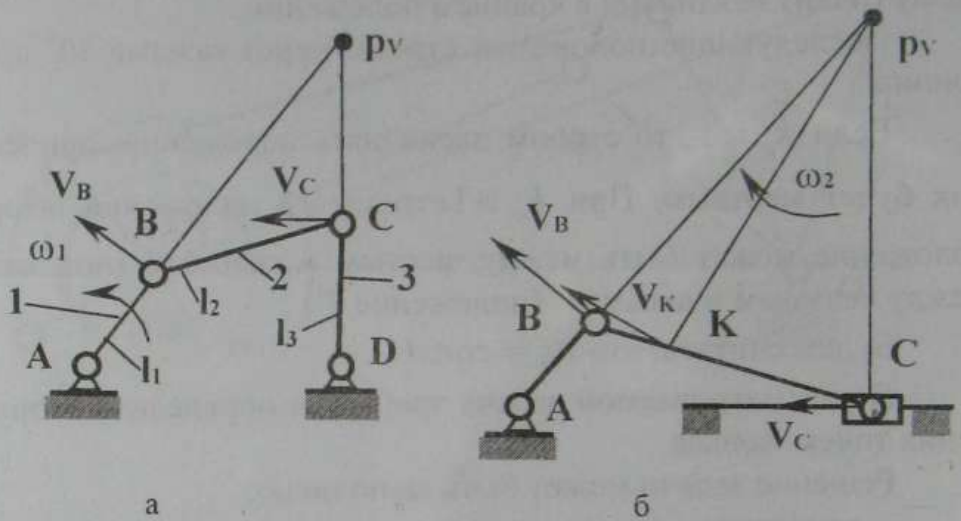


Рисунок 3.6

ляров, восстановленных в рассматриваемых точках В и С, к направлениям их скоростей.

$P_V B$ и $P_V C$ - мгновенные радиусы вращения рассматриваемых точек.

Из рисунка 3.6а следует, что угловая скорость шатуна $\omega_2 = V_B / P_V B$, причем V известна из предыдущего рисунка, так как точка В одновременно принадлежит кривошипу и шатуну.

Тогда скорость точки С - $\bar{V}_C = \bar{\omega}_2 P_V C$, а скорость любой точки К звена ВС - $\bar{V}_K = \bar{\omega}_2 P_V K$ (рисунок 3.6б).

Следовательно, для определения скоростей точек звена необходимо знать скорость одной точки и направление скорости другой.

Однако использование мгновенных центров скоростей звеньев сложного механизма громоздко, поэтому в дальнейшем рассматриваемую задачу будем решать методом планов скоростей (ускорений).

Этот метод используют для определения модуля и направления скоростей и ускорений исследуемых точек и звеньев механизма. Он рассматривался в курсе теоретической механики. Сущность метода заключается в следующем.

Для построения плана скоростей (ускорений) какого-либо звена ВС будем использовать две теоремы теоретической механики:

- теорему о сложении скоростей (ускорений) (рисунок 3.7):

$$\vec{V}_a = \vec{V}_e + \vec{V}_r;$$

- теорему о движении тела, имеющего одну неподвижную точку:

твердое тело, имеющее одну неподвижную точку (в нашем случае т. В) можно переместить из одного положения в другое поворотом вокруг некоторой оси, проходящей через эту точку (ось x_1).

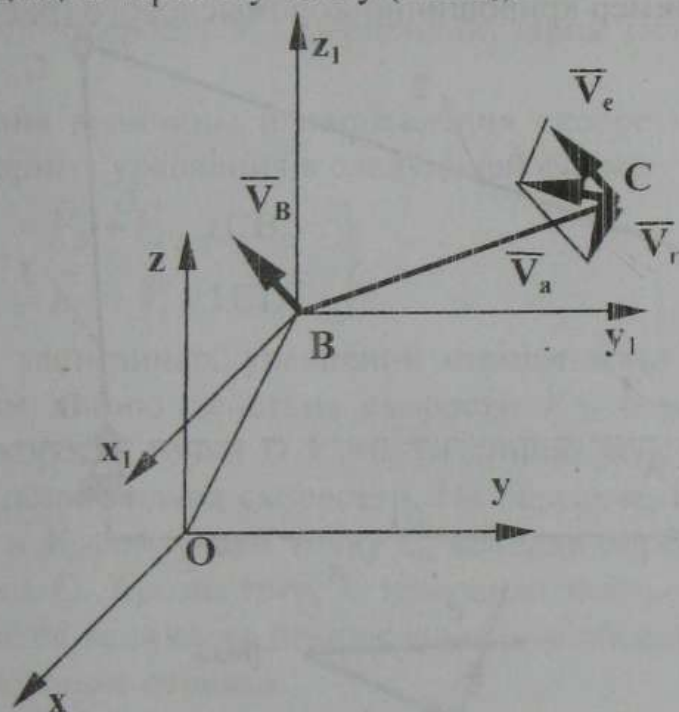


Рисунок 3.7

Следовательно, движение звена ВС в подвижной системе координат $x_1 y_1 z_1$ является вращательным, причем в качестве центра вращения можно брать любую точку (желательно точку В, скорость которой известна).

Представляя любое движение звеньев, в том числе и плоское, как сложное, состоящее из двух движений: переносного и относительного, записываются соответствующие векторные уравнения скоростей и ускорений исследуемых точек.

Важно отметить, что, имея планы скоростей и ускорений, можно легко определить угловые скорости ω и угловые ускорения ε звеньев.

Для каждой двухповодковой структурной группы Ассур можно составить два векторных уравнения, связывающих скорость (ускорение) исследуемой точки с известными скоростями (ускорениями) двух других точек. Эти уравнения решаются совместно графически путем построения планов скоростей и ускорений, т.е. картины мгновенных скоростей и ус-

корней отдельных точек звеньев механизма для его конкретного положения. Отсюда следует, что решение задачи надо начинать с построения планов положений механизма.

4.3 Построение плана скоростей

Построим план скоростей для одного положения, какого-либо механизма, например кривошипно-коромыслового (рисунок 3.8б).

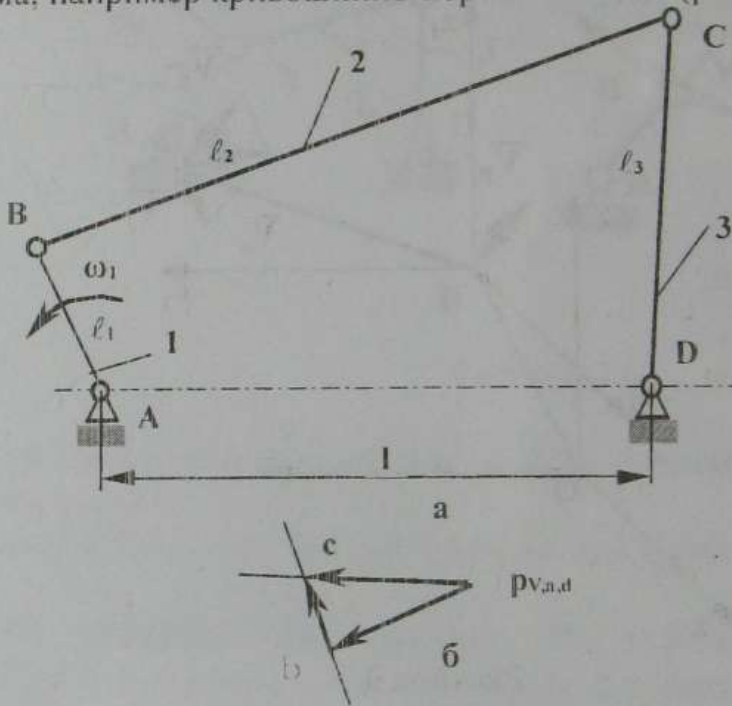


Рисунок 3.8

Из кинематической схемы механизма видно, что при вращении кривошипа АВ коромысло (балансир) СД может совершать или вращательное или возвратно-вращательное движение (в зависимости от соотношения длин звеньев).

1 - Выбираем полюс плана скоростей - точку P_V , с ней совпадают точки а и d, так как их скорости равны нулю.

2 - Определяем скорость точки В для ведущего звена: $V_B = \omega_1 l_{AB}$.

3 - Выбираем масштаб плана скоростей: $\mu_V = V_B / pb$, м/(с·мм),

где pb - отрезок, изображающий на плане скорость V_B ,
или

$$\mu_V = V_B / pb = \omega_1 l_{AB} / pb.$$

Из полюса P_v откладываем отрезок pb в соответствии с выбранным масштабным коэффициентом μ_v . Направление отрезка pb совпадает с направлением линейной скорости точки В звена 1 на плане механизма.

Точка С принадлежит звену 2 и звену 3 одновременно и совершает вращательные движения относительно точек В и D. В относительном движении скорость V_{CB} перпендикулярна звену 2 (т.е. известна линия действия). Аналогично скорость V_{CD} перпендикулярна звену 3 (известна линия действия).

Для определения величины и направления скорости точки С составляются два векторных уравнения в следующей форме:

$$\left. \begin{aligned} \vec{V}_C &= \vec{V}_B + \vec{V}_{CB} \perp CB, \\ \vec{V}_C &= \vec{V}_D + \vec{V}_{CD} \perp CD. \end{aligned} \right\} \quad (3.4)$$

На основании записанных уравнений строим план скоростей. К вектору pb проводим линию действия скорости V_{CB} перпендикулярно звену BC. Так как скорость точки D $V_D=0$, то линию действия скорости V_{CD} проводим через полюс плана скоростей. На пересечении линий действия скоростей V_{CB} и V_{CD} получаем точку С, которая определит направление скорости точки С. Кроме того, с помощью построенного плана скоростей определяются величины относительных и абсолютных скоростей через соответствующие отрезки:

$$V_C = |pc| \mu_v,$$

$$V_{CB} = |bc| \mu_v.$$

Угловые скорости звеньев 2 и 3 определяются по уравнениям:

$$\omega_2 = V_{CB} / l_{BC} = |cb| \mu_v / l_{BC},$$

$$\omega_3 = V_{CD} / l_{BD} = |pc| \mu_v / l_{CD}.$$

Для схемы, приведенной на рисунке 3.9, определение линейных и угловых скоростей соответствует вышеизложенной методике. Для определения скорости точки Е рассмотрим ее движение относительно точки В и С. Для этого допишем векторные уравнения:

$$\vec{V}_E = \vec{V}_B + \vec{V}_{EB} \perp BE,$$

$$\vec{V}_E = \vec{V}_C + \vec{V}_{EC} \perp EC.$$

Решая графически эти уравнения, получаем соответствующий план скоростей (см. рисунок 3.9б).

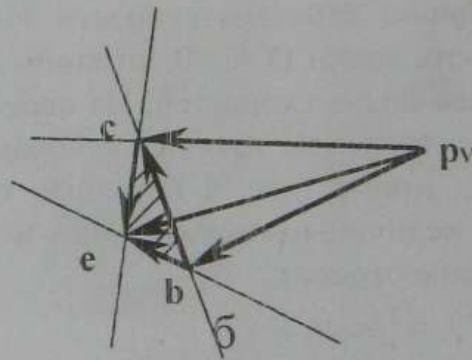
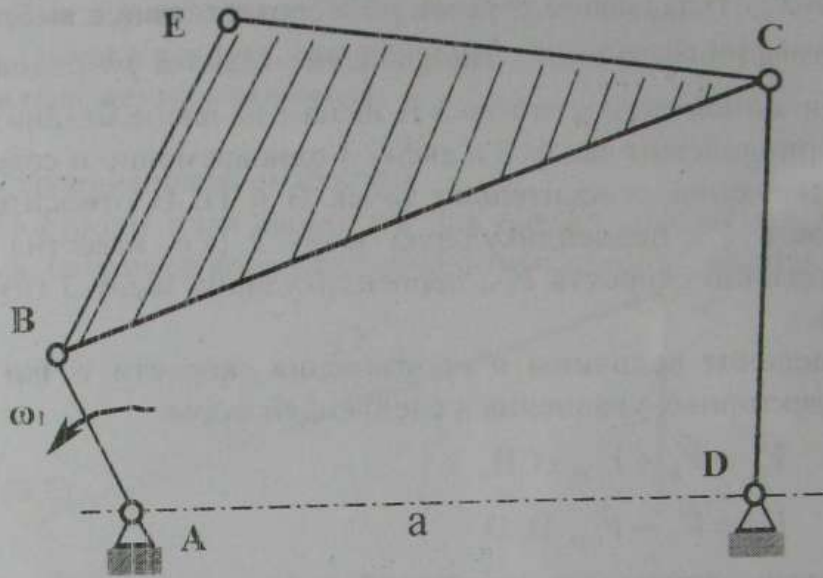


Рисунок 3.9

4.4 Основные свойства плана скоростей

На основании результатов кинематического исследования, полученных выше, можно сформулировать следующие свойства плана скоростей:

- векторы абсолютных скоростей точек звеньев всегда направлены от одной точки-полюса P_v плана скоростей;
- векторы относительных скоростей точек одного звена соединяют концы векторов абсолютных скоростей этих точек;
- векторы относительных скоростей нормальны к соответствующим отрезкам на плане положений;
- фигура, образованная на плане скоростей векторами относительных скоростей точек одного звена, подобна фигуре звена на схеме механизма, но повернута в направлении угловой скорости звена на угол 90° (теорема подобия для скоростей).

4.5 Построение плана ускорений

Сущность метода состоит в том, что векторные уравнения для ускорений точек звеньев решаются графическим путем.

Определение линейных ускорений точек и угловых ускорений звеньев производится на основании векторных уравнений с помощью построенного плана ускорений.

Проведем анализ движения звеньев механизма (рисунок 3.10а). Звено 1 совершает вращательное движение вокруг точки А, звено 2 совершает плоскопараллельное движение (поступательное и вращательное), звено 3 совершает вращательное движение вокруг точки D. В общем случае для звена, совершающего вращательное движение, ускорение точки a_{BA} имеет две составляющие: нормальную и тангенциальную. Нормальная составляющая направлена к центру вращения, тангенциальная направлена перпендикулярно нормальной. Для схемы механизма, приведенной на рисунке 3.10 а, ускорение точки В находится по формуле

$$a_B = a_{BA}'' + a_{BA}' \quad (3.7)$$

В свою очередь, величина ускорения

$$a_{BA}'' = \omega_1^2 l_{AB} \quad (3.8)$$

Ускорение тангенциальное определяется по формуле

$$a_{BA}' = \varepsilon_1 l_{AB} \quad (3.9)$$

Если принять, что звено 1 вращается равномерно, то $\varepsilon_1 = 0$, тогда полное ускорение точки В относительно А будет равно нормальной составляющей

$$a_B = a_{BA}'' = \omega_1^2 l_{AB} \quad (3.10)$$

Ускорения других точек звеньев определяются по векторным уравнениям с помощью построенного плана ускорений. Точка С принадлежит звеньям 2 и 3. Тогда полное ускорение точки С определится следующим образом:

$$a_C = a_B + a_{CB}'' + a_{CB}' \quad (3.11)$$

$$a_C = a_D + a_{CD}'' + a_{CD}'$$

Нормальная составляющая a_{CB}'' звена 2 направлена от точки С вдоль звена к точке В. Ускорение a_{CD}'' для звена 3 направлено вдоль звена к точке D.

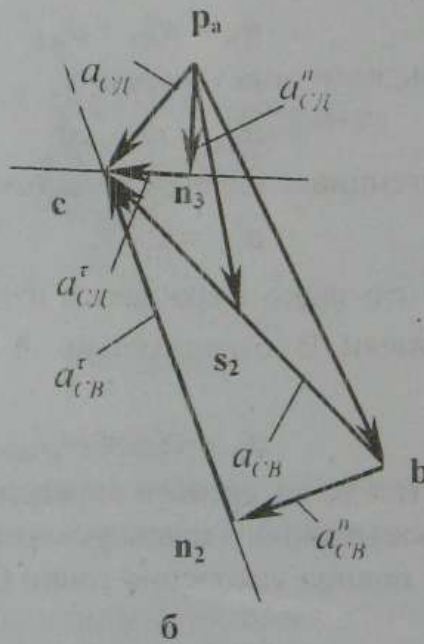
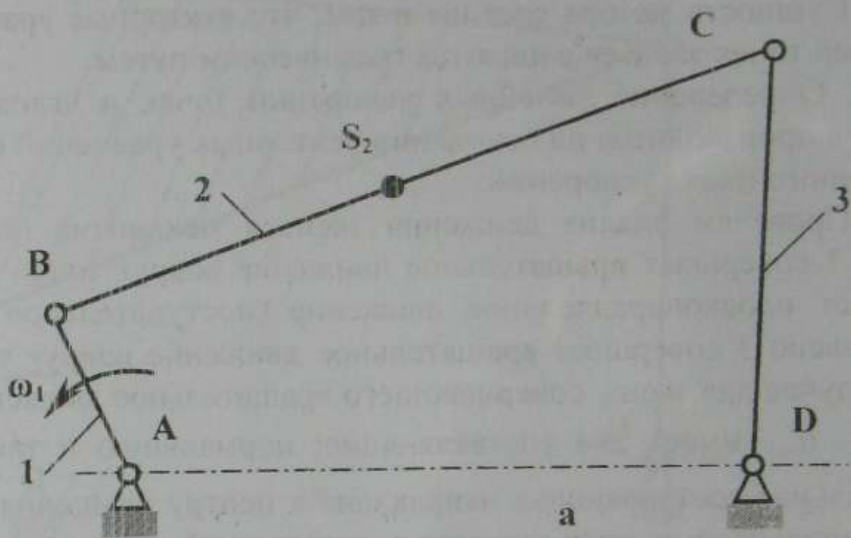


Рисунок 3.10

Величины этих ускорений находятся по формуле

$$a_{CB}^n = \omega_2^2 l_{CB}. \quad (3.12)$$

Тангенциальные (касательные) составляющие определяются с помощью плана ускорений. Для этого из точки p -полюса плана ускорений (рисунок 3.10б) откладываем отрезок pb , соответствующий направлению

ускорения точки В. Определим масштабный коэффициент плана ускорений, $м \cdot с^{-2} / мм$,

$$\mu_a = \hat{a}_{BA}^n / pb = a_B / pb. \quad (3.13)$$

В соответствии с уравнением 3.11 к концу вектора pb прибавляем вектор ускорения a_{CB}^n в виде отрезка bn_2 , длина которого, мм, определится из условия выбранного масштабного коэффициента μ_a :

$$bn_2 = a_{CB}^n / \mu_a. \quad (3.14)$$

Аналогично находим длину отрезка $pn_3 = a_{CD}^n / \mu_a$. Так как ускорение точки $D=0$, то отрезок pn_3 проводится из полюса. К отрезкам bn_2 и pn_3 проводим линии действия касательных ускорений a'_{CB} и a'_{CD} . Пересечение этих линий определит положение точки c плана ускорений. План ускорений построен.

Из построенного плана определяются направления и величины неизвестных ускорений, $\frac{мс^{-2}}{мм}$,

$$\begin{aligned} a'_{CB} &= |n_2c| \cdot \mu_a, \\ a'_{CD} &= |n_3c| \cdot \mu_a. \end{aligned} \quad (3.15)$$

Так как известны нормальные и тангенциальные составляющие, то полные ускорения, $\frac{мс^{-2}}{мм}$, определяются следующим образом

$$\begin{aligned} \overline{a_{CB}} &= \overline{a_{CB}^n} + \overline{a_{CB}^t} \text{ или } a_{CB} = |bc| \mu_a, \\ \overline{a_{CD}} &= \overline{a_{CD}^n} + \overline{a_{CD}^t} \text{ или } a_{CD} = |pc| \mu_a. \end{aligned}$$

Ускорение центра масс звена, положение которого известно, определяется по теореме подобия.

С помощью плана ускорений определяются угловые ускорения, $рад/мм$, звеньев 2 и 3 из следующих выражений:

$$\begin{aligned} \varepsilon_2 &= a'_{CB} / l_{CB} = |n_2c| \mu_a / l_{CB}, \\ \varepsilon_3 &= a'_{CD} / l_{CD} = |n_3c| \mu_a / l_{CD}. \end{aligned} \quad (3.16)$$

4.6 Основные свойства плана ускорений

Из анализа построенного плана ускорения можно заключить, что векторы абсолютных ускорений точек звеньев направлены от одной точки – полюса p плана ускорений, векторы, соединяющие концы векторов абсолютных ускорений, представляют собой полные относительные ускорения, а также определить характер движения звеньев.

Если вектор скорости на плане механизма и вектор ускорения совпадают, то точка звена движется ускоренно, если направлены в разные стороны, то - замедленно.

5 Графический метод кинематического исследования

5.1 Графическое дифференцирование

Для приближенного построения кинематических диаграмм - графиков скорости $v=f(t$ или $\varphi)$ и ускорения $a=f(t$ или $\varphi)$ исследуемой точки механизма можно использовать графический метод кинематического исследования. Сущность метода заключается в двукратном графическом дифференцировании графика перемещений $S=f(t$ или $\varphi)$.

При кинематическом исследовании механизмов скорости и ускорения точек и звеньев удобно выражать в виде функций угла поворота φ начального звена, как показано на рисунке 3.11.

Исследование движения механизма может быть проведено с помощью диаграмм перемещений, скоростей и ускорений. Эти диаграммы строятся после кинематического анализа механизма для ряда достаточно близких положений механизма, соответствующих одному циклу (одному обороту начального звена АВ).

Определяем одно из крайних положений ползуна и принимаем его за нулевое. Крайнее левое положение точки С (рисунок 3.11а) имеет место, когда шатун ВС наложится на кривошип АВ и совпадает с линией АС.

Строим 12 положений механизма, разделив предварительно окружность с радиусом АВ на 12 равных частей (через каждые 30°). Перемещения ползуна С 0-1, 0-2, 0-3 и т.д. соответствуют положениям кривошипа 0,1,2,3 и т.д. Диаграмма перемещений строится следующим образом. Проводим оси координат S и t или S и φ . Если кривошип вращается равномерно, то его угол поворота φ пропорционален времени t . На

оси φ откладываем 12 одинаковых отрезков 0-1, 1-2, 2-3 и т.д., соответствующих углу поворота кривошипа. Через точки 1, 2, 3... проводим ординаты и откладываем на них отрезки 1-1', 2-2', 3-3' и т.д., равные соответствующим перемещениям точки S_1, S_2, S_3 и т.д. Соединив точки 1-1', 2-2', 3-3' и т.д. плавной кривой, получим диаграмму перемещений $S = S(\varphi)$. Масштаб перемещений на диаграмме μ_s равен масштабу планов механизма, так как перемещения точки В ползуна перенесены на диаграмму без изменений. Масштаб, 1/мм, по оси абсцисс равен

$$\mu_\varphi = \frac{2\pi}{|0-12|},$$

где $|0-12|$ - отрезок, мм, изображающий полный оборот кривошипа (2π), выраженный в миллиметрах.

Построение диаграммы $\frac{ds}{d\varphi}$ проводим графическим дифференцированием методом хорд или методом касательных. Рассмотрим

построение диаграммы $\frac{ds}{d\varphi} = \frac{ds}{d\varphi}(\varphi)$ методом хорд. Разбиваем кривую $S = S(\varphi)$ на ряд участков 0-1, 1-2, 2-3, и т.д. и заменяем кривые хордами (рисунок 3.11 б). Заменяем неравномерное движение ползуна на

каждом участке равномерным. На оси φ диаграммы $\frac{ds}{d\varphi}$ влево от начала координат на произвольном расстоянии H_1 выбираем точку P_1 (рисунок 3.11 в). Из этой точки проводим лучи $P-1''$, $P-2''$, $P-3''$, $P-4''$, параллельные соответствующим хордам 0-1', 1'-2', 2'-3', и т.д. Эти лучи отсекают на оси $\frac{ds}{d\varphi}$ отрезки 0-1'', 0-2'', 0-3'' и т.д., пропорциональные средним

значениям скоростей или средним значениям аналогов скоростей $\frac{ds}{d\varphi}$ на соответствующих участках. Откладывая равные этим отрезкам ординаты, на соответствующих участках, получим ступенчатую линию "1''2''2''3''3''". Истинный график скорости или аналога скорости получим, проведя плавную кривую через уступы ступенчатого графика (рисунок 3.11 в).

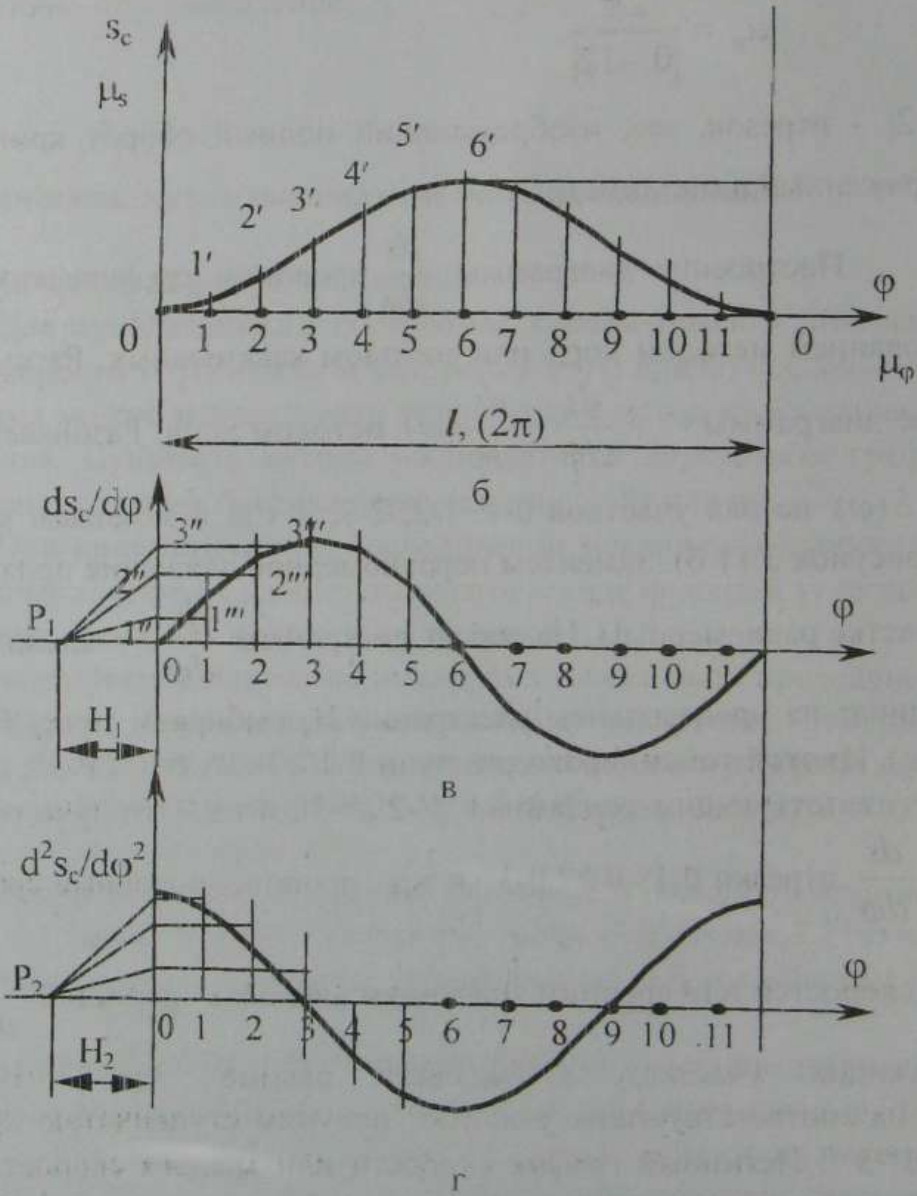
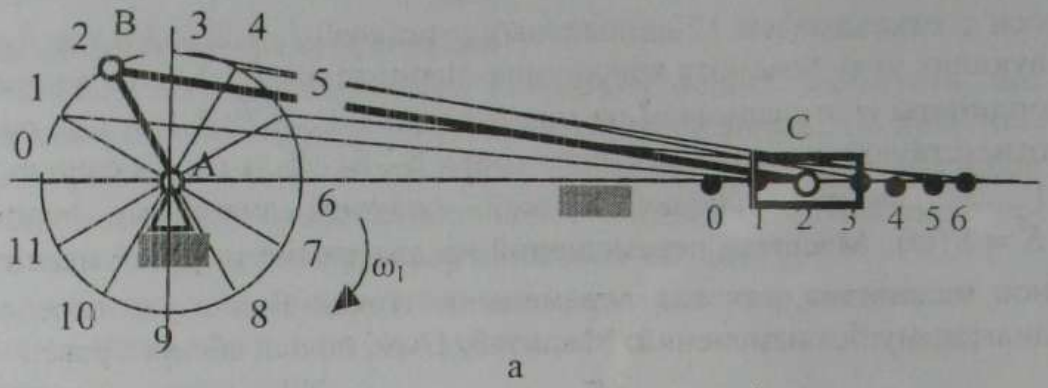


Рисунок 3.11

Масштабный коэффициент аналога скоростей определяется по формуле -

$$\mu_{\frac{ds}{d\varphi}} = \frac{\mu_s}{\mu_\varphi H_1}. \text{ Определение ускорения точки С или аналога ускорения}$$

$\frac{d^2s}{d\varphi^2}$ проводят аналогично определению скорости или аналога скорости.

графически продифференцировав зависимость $\frac{ds}{d\varphi}$ методом хорд (рисунок 3.11 г).

5.2 Графическое интегрирование

Иногда приходится решать обратную задачу: по заданному закону движения звена -графику ускорений (аналога ускорений) - получить закон движения в виде графика скоростей (аналога скоростей) или перемещений. Эту задачу можно решить методом графического интегрирования.

Пусть будет задан график аналога ускорения звена $\frac{d^2s}{d\varphi^2}$ (рису-

нок 3.12 а). Ось абсцисс разбиваем на несколько равных участков 0-1, 1-2, 2-3, 3-4 и т.д. На каждом участке проводим горизонтальные отрезки таким образом, чтобы площади заштрихованных треугольников слева и справа от кривой на интервале 0-1 оси абсцисс были равны. С некоторыми погрешностями эту задачу можно упростить. Берут середину интервала на оси абсцисс, проводят вертикальную линию (она на графике показана пунктиром) до пересечения с кривой. Через эту точку проводят горизонтальную линию до пересечения с осью ординат и обозначают точку 1". Аналогичную операцию проводят на интервале 1-2 оси абсцисс:

На оси ординат находят точки 2", 3", 4" и т.д. Выберем слева от оси $\frac{d^2s}{d\varphi^2}$ произвольный отрезок Н и точку Р. Соединив эту точку с точками 1", 2", 3" и т.д., найденными на оси ординат, получим лучи Р-1", Р-2", Р-3" и т.д.

Под заданной диаграммой проводим координатные оси $\frac{ds}{d\varphi}$ и φ

рисунок 3.12 б). Разбиваем ось абсцисс на участки так, как это сделано

на графике $\frac{d^2s}{d\varphi^2} = \frac{d^2s}{d\varphi^2}(\varphi)$. Далее на участке 0-1 проводим из начала координат отрезок 0-1', параллельный лучу P-1'', из точки 1' на участке 1-2 проводим отрезок 1'-2', параллельный лучу P-2'', из точки 2' на участке 2-3 проводим отрезок 2'-3', параллельный лучу P-3'' и т.д. Полу-

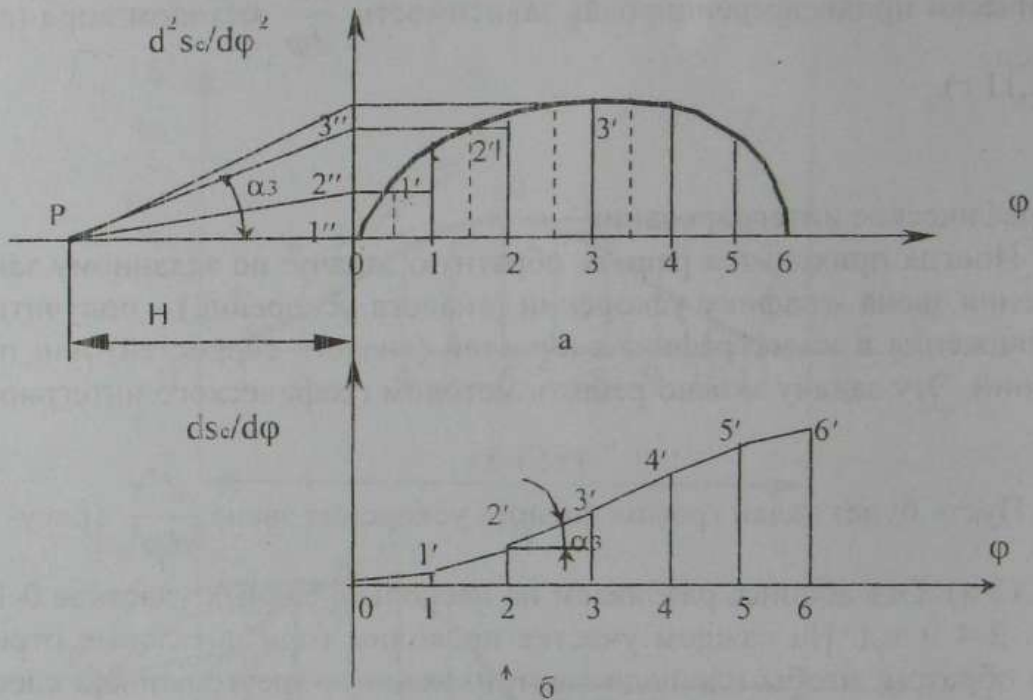


Рисунок 3.12

ченная ломаная линия представляет собой приближенно график аналога скорости $\frac{ds}{d\varphi}(\varphi)$ в масштабе. Для получения графика перемещений необходимо графически проинтегрировать полученный график, так, как это было выполнено для получения графика $\frac{ds}{d\varphi}(\varphi)$. Метод графического интегрирования противоположен методу графического дифференцирования.

Вопросы для самоконтроля

- 1 Что такое кинематическая схема механизма?
- 2 Перечислите виды движения звеньев механизма.
- 3 Назовите основные кинематические характеристики. Какое движение называется перманентным?
- 4 Каковы цель и основные задачи кинематического исследования?
- 5 Изобразите принципиальную схему кинематического исследования механизмов.
- 6 В чем состоит цель и сущность аналитического метода кинематического исследования? Его достоинства и недостатки.
- 7 Раскройте модульный принцип графоаналитического метода кинематического исследования.
- 8 Какова сущность графоаналитического метода кинематического исследования?
- 9 Что такое план скоростей (ускорений)?
- 10 Перечислите основные свойства плана скоростей (ускорений).
- 11 Постройте план скоростей для кривошипно-коромыслового механизма.
- 12 По плану скоростей найдите абсолютную скорость заданной точки звена.
- 13 Как определяется модуль и направление кориолисова ускорения?
- 14 В чем сущность графического метода кинематического исследования?

РАЗДЕЛ 4 ДИНАМИКА МЕХАНИЗМОВ

1 Основные понятия и определения

1.1 Общие понятия

Динамика – раздел теории механизмов, в котором изучается движение механизма с учетом сил, действующих на него. При этом устанавливаются общие зависимости между кинематическими параметрами (характеристиками) механизма, массами его звеньев и действующими на него силами.

Уравнение движения - аналитическая запись задачи о разыскивании значений кинематических параметров, при которых значения двух данных функций равны, например, изменения кинетической энергии механической системы и работы всех действующих на нее сил при заданном перемещении.

Закон движения - зависимость, устанавливающая характер изменения кинематических параметров движения (прежде всего линейных или угловых перемещений) во времени.

1.2 Силы в механизме

Движущая сила F_D - сила, действующая на входное звено со стороны двигателя и стремящаяся ускорить движение данного звена.

Сила полезного сопротивления $F_{п.с.}$ - это сила производственного (технологического) сопротивления, совершающая работу, необходимую для выполнения требуемого технологического процесса.

Сила вредного сопротивления $F_{в.с.}$ - это сила непроизводственного сопротивления, на преодоление которого затрачивается дополнительная работа.

Реакция связи F_R - сила, заменяющая действие связи на тело.

1.3 Кинетостатика

Принцип Германа (Германа - Эйлера - Даламбера) - для решения задач динамики по принципу Германа необходимо, помимо приложенных сил, условно добавить силу инерции и полученная, таким образом, система сил окажется равновесной: ее многоугольник будет замкнут, а суммы проекций всех сил на координатные оси будут равны нулю.

Графоаналитический метод - решение векторных уравнений равновесия аналитически и графически.

План сил - замкнутый силовой многоугольник для кинематических цепей при заданном положении механизма.

1.4 Трение

Трение - это сопротивление относительному движению соприкасающихся тел.

Динамическая вязкость жидкости (масла) - это сопротивление относительному сдвигу слоев жидкости (смазочного материала).

Маслянистость - способность в результате адсорбции (поглощения) образовывать на сопряженных поверхностях тонкие пленки.

Цапфа - опорная поверхность вала (оси), воспринимающая радиальную силу.

Шип - концевая цапфа.

Пята - опорная поверхность вала, воспринимающая осевую силу.

Подшипник (опора вала или оси) – деталь машины, определяющая положение вала (оси) в пространстве путем радиальной и (или) осевой фиксации и осуществляющая свободное вращение этих деталей.

Угол трения φ – угол, образованный вектором полной реакции \overline{F} и нормальной составляющей \overline{F}_n реакции.

Конус трения – круговой конус с углом φ между его образующей и осью.

Самоторможение в кинематических парах – это явление, соответствующее случаю устранения движущих сил и заключающееся в невозможности относительного движения звеньев под действием сил поперечного сопротивления и сил трения.

Динамика механизмов

1 Основные задачи динамики

В динамике устанавливаются общие зависимости между кинематическими параметрами (характеристиками) механизма, массами его звеньев и действующими на него силами. Эти зависимости выражаются уравнениями движения, пользуясь которыми, можно решать две основные задачи динамики механизмов:

-изучение сил, действующих на механизм, с целью выявления их влияния на звенья, кинематические пары и установление способов уменьшения динамических нагрузок, возникающих при движении механизма;

-изучение режима движения механизма под действием заданных сил и установление способов, обеспечивающих заданные режимы движения механизма.

Первая задача называется задачей силового исследования (расчета) механизма, а вторая – динамикой механизма (теория движения механизма под действием заданных сил).

Кроме того, решается ряд других задач: изучение колебаний, соударений звеньев (в специальных курсах). При их решении необходимо использовать методы теории упругости, а в теории механизмов предполагается, что звенья являются абсолютно жесткими.

2.2 Принципы решения задач динамики

Принципиальная схема выполнения общей задачи динамического расчета механизмов показана на рисунке 4.1.

На рисунке:

Вход - цель и задачи силового анализа.

I этап - исходные данные для решения задач: 1 - основные кинематические характеристики механизма (результаты кинематического исследования); 2 - массы и моменты инерции звеньев механизма; 3 - заданные (активные) силы.

II этап - определение сил инерции и моментов сил инерции звеньев.

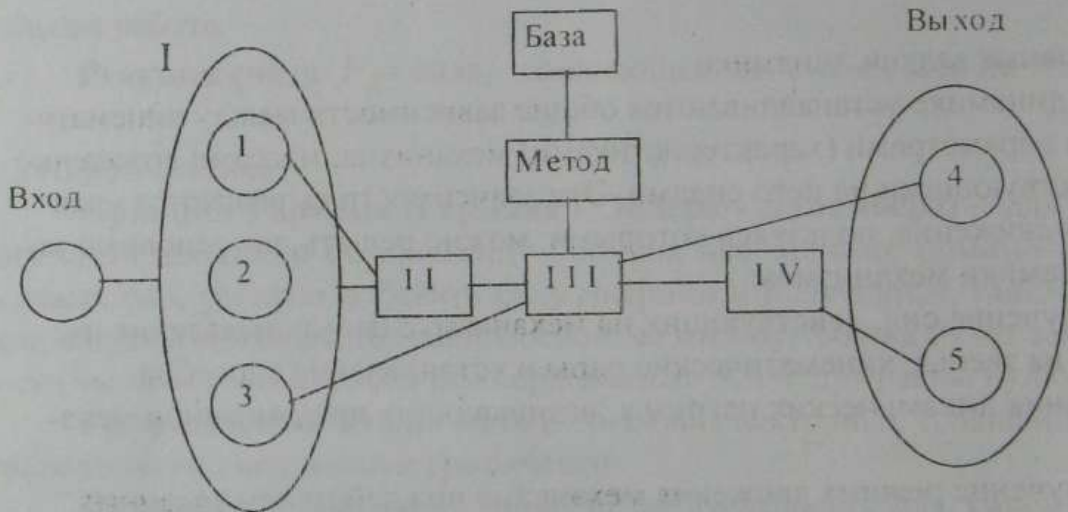


Рисунок 4.1

III этап - определение сил, действующих в кинематических парах, и уравновешивающей силы (или уравновешивающего момента) на ведущем звене.

IV этап - уравновешивание вращающихся масс.

Выход - результаты силового анализа: 4 - реакции в кинематических парах и уравновешивающая сила или уравновешивающий момент на ведущем звене; 5 - уравновешивание вращающихся масс.

3 Силы и моменты сил, действующие на звенья механизмов

3.1 Классификация сил

К силам и моментам сил, действующим на звенья во время работы механизма, относятся движущие силы или моменты T , силы сопротивления, силы тяжести G и массовые силы (силы инерции).

Эти силы делят на две группы:

- заданные (активные) и реакции связей;
- внешние и внутренние.

Деление сил на внешние и внутренние является несколько условным. Так, реакции в кинематических парах, в том числе и силы трения, как и касательные, составляющие этих реакций, по отношению ко всему механизму, являются внутренними, а по отношению к каждому звену, входящему в кинематическую пару, внешними.

Например, силы F_1 и F_2 , действующие в зубчатом зацеплении (рисунок 4.2), для механизма являются внутренними, а для отдельного зубчатого колеса – внешними.

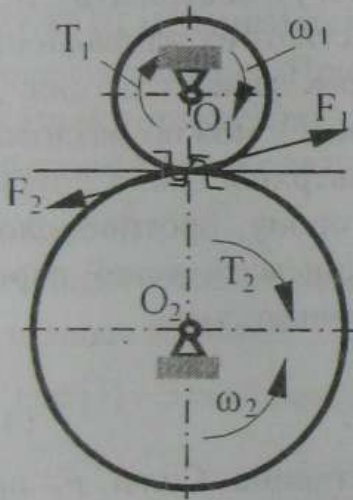


Рисунок 4.2

В свою очередь, внешние силы разделяют на движущие и силы сопротивления.

Движущая сила F_0 - это сила, действующая на входное звено со стороны двигателя. Она стремится ускорить движение входного звена. Работа этой силы положительна.

Силы сопротивления стремятся замедлить движение входного звена. Работа этой силы отрицательна.

К силам сопротивления относятся:

-силы производственного (технологического) сопротивлений - это сила полезного сопротивления $F_{n.c.}$, они совершают работу, необходимую для выполнения требуемого технологического процесса, примером такой силы может служить сила резания;

-силы непроизводственного (вредного) сопротивления $F_{n.c.}$ - это силы трения F_f в кинематических парах и силы сопротивления среды (воды, масла, воздуха и т.п.), их работа отрицательна, в некоторых случаях сила трения может быть движущей, например, во фрикционных передачах и муфтах;

- силы тяжести (притяжения) F_G ; звеньев – это объёмные силы, их равнодействующая приложена в центрах тяжести звеньев, работа этих сил $A_G = \pm F_G \cdot h$ возможна только при движении по вертикали, за период цикла движения механизма $A_G = 0$;

- силы инерции (массовые силы) F_u , и моменты сил инерции M_u учитывают в расчете при движении звеньев механизма с ускорениями.

Заметим, что значение F_u может превышать другие действующие в механизме силы. За период цикла движения механизма работа сил инерции $A_u = 0$. Внутри же цикла силы инерции могут совершать положительную или отрицательную работу в зависимости от их направления.

Реакции связей F_R в кинематических парах зависят от сил, действующих на звенья механизма. Каждую реакцию F_R можно разложить на две составляющие: одну F_n - нормальную к поверхностям, а другую F_t - касательную, силу трения, направленную в сторону, противоположную относительной скорости движения элементов кинематической пары. Сила F_n не совершает работы, а работа силы F_t - отрицательна.

Известно, что по закону Кулона

$$F_t = fF_n = F_n \operatorname{tg} \varphi, \quad (4.1)$$

где f и φ - коэффициент и угол трения соответственно. Силы F_t при силовом анализе механизмов, как правило, не учитывают.

Важно то, что работа движущих сил, затрачиваемая на преодоление сил полезных сопротивлений, – полезная, а сил вредного сопротивления – вредная.

3.2 Углы давления и передачи движения

Условия передачи сил в механизме характеризуют углы давления ϑ и передачи γ . Угол ϑ (при $F_t = 0$) - это угол между направлением вектора полной силы \vec{F} , передаваемой на исполнительное звено (рисунок 4.3), и вектором скорости V_c точки приложения этой силы, а угол γ равен

инерции \vec{F}_n^* , приложенному в центре масс (тяжести) S и главному моменту \vec{M}_n^* пары сил инерции:

$$\vec{F}_n^* = -m\vec{a}_S, \quad (4.2)$$

$$\vec{M}_n^* = -J_S \varepsilon, \quad (4.3)$$

где \vec{a}_S - вектор полного (в абсолютном движении относительно осей XYZ) ускорения центра масс S звена, который можно определить построением плана ускорений (см. рисунок 4.4 б, в);

J_S - момент инерции звена относительно оси, проходящей через точку S и перпендикулярной к плоскости чертежа (этот момент можно определить методами курса теоретической механики);

ε - угловое ускорение звена,

где $|\varepsilon| = a_{CB}^r / l_{BC}$; l_{BC} - длина звена.

Знак минус в формулах (4.2) и (4.3) свидетельствует о том, что \vec{F}_n^* и \vec{M}_n^* направлены противоположно \vec{a}_S и ε соответственно.

Теперь рассмотрим некоторые частные случаи движения звеньев механизма и определим силы инерции, действующие при этом.

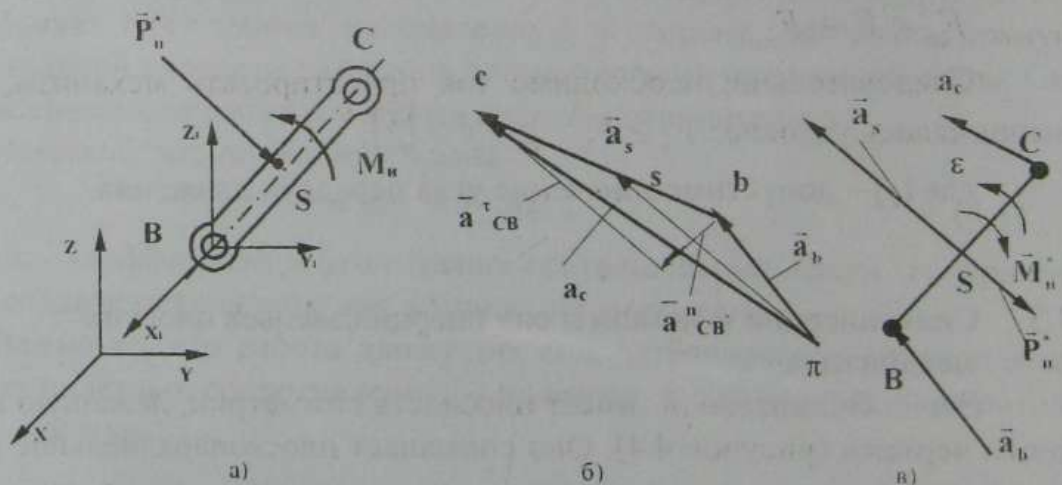


Рисунок 4.4

1 Звено (ползун) движется поступательно с ускорением a_s (рисунок 4.5 а), для него $\varepsilon = 0$ и, следовательно, $\overline{M}_u^* = 0$, а $\overline{F}_u^* = -m\overline{a}_s$.

2 Звено (зубчатое колесо, шкив) находится только во вращательном движении вокруг оси, проходящей через центр масс, с ускорением ε (рисунок 4.5 б), для него $\overline{a}_S = 0$ и $\overline{F}_u^* = 0$, а силы инерции сводятся к $\overline{M}_u^* = -J_S\varepsilon$, если при этом звено вращается равномерно, то $\varepsilon = 0$ и $\overline{M}_u^* = 0$.

3 звено совершает вращательное движение с угловой скоростью ω и угловым ускорением ε вокруг оси, не проходящей через центр масс S (рисунок 4.6), для этого звена $\overline{F}_u^* = -m\overline{a}_S$ и

$$\overline{M}_u^* = -J_S\varepsilon, (\overline{a}_S = \overline{a}'_S + \overline{a}''_S). \quad (4.4)$$

В рассматриваемом случае систему \overline{F}_u^* и \overline{M}_u^* можно заменить одной результирующей силой $\overline{F}_u = -m\overline{a}_S$, приложенной к точке К, которая называется центром качения звена, а так как при этом

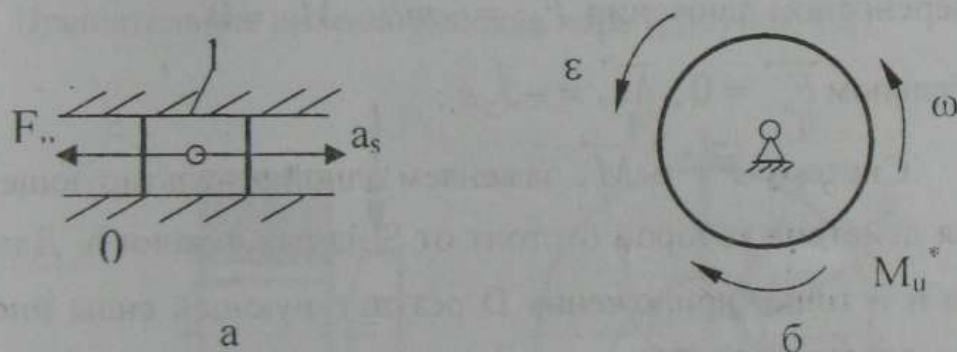


Рисунок 4.5

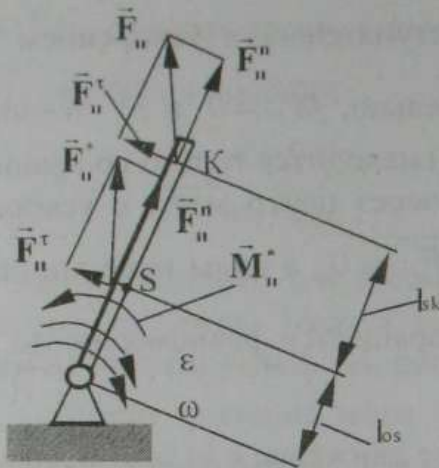


Рисунок 4.6

$$\overline{F}_u^{\tau} \cdot l_{SK} = \overline{M}_u^*, \overline{F}_u^{\tau} = -m \overline{a}_s^{\tau} = -\varepsilon \cdot l_{OS} \cdot m, \overline{M}_u^* = -J_S \varepsilon, \quad (4.5)$$

то

$$l_{SK} = \frac{J_S}{m l_{OS}} \text{ и } l_{OK} = l_{OS} + l_{SK}.$$

4 Звено совершает плоскопараллельное движение.

Плоскопараллельное движение – переносное поступательное вместе с центром массы S со скоростью V_S и ускорением \overline{a}_S и относительным вращением вокруг оси, проходящей через S, с угловой скоростью ω и угловым ускорением ε (рисунок 4.7).

В переносном движении $\overline{F}_u^* = -m \overline{a}_S, \overline{M}_u^* = 0,$

в относительном $\overline{F}_u^* = 0, \overline{M}_u^* = -J_S \varepsilon.$

Систему \overline{F}_u^* и \overline{M}_u^* заменяем одной результирующей силой \overline{F}_u , линия действия которой отстоит от S на расстоянии h. Для нахождения плеча h и точки приложения D результирующей силы инерции F_u поступаем следующим образом. Заменяем момент пары сил инерции M_u^* на две силы F_u', F_u , равные по величине. Одну силу F_u' направляем параллельно силе инерции $F_u^* = -m a_s$, но с противоположным знаком. Для нахождения точки D приложения второй силы F_u находим плечо h по уравнению

$$h = M_u^* / F_u^* \quad (4.6)$$

В этой паре V класса результирующая сила реакции проходит через центр шарнира. Модуль и направление этой реакции неизвестны, так как они зависят от модуля и направления главного вектора внешних (заданных) сил.

2 Поступательная кинематическая пара (рисунок 4.9).

В этой паре V класса результирующая сила реакции перпендикулярна к оси движения $X-X$, т.е. известна по направлению, но неизвестны

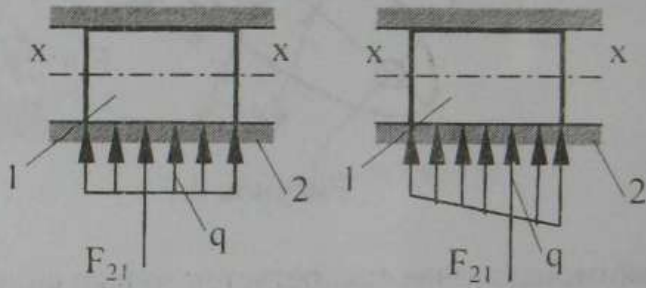


Рисунок 4.9

модуль и точка ее приложения, поскольку, как правило, неизвестен закон распределения давления q .

3 Высшая кинематическая пара (рисунок 4.10).

В этой кинематической паре IV класса NN – общая нормаль в точке контакта A – линия действия реакций.

F_{12} – сила, действующая со стороны звена 1 на звено 2 (реакция звена).

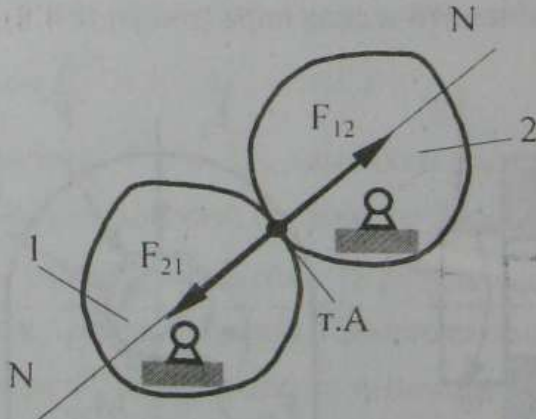


Рисунок 4.10

Очевидно, что $F_{12}=F_{21}$ (в соответствии с третьим законом механики). Реакции приложены в месте соприкосновения звеньев 1 и 2 (в точке

А) и направлены по общей нормали $N-N$, проведенной к соприкасающимся профилям звеньев в точке контакта.

В дальнейшем будем записывать:

$$F_{12}=F_2 \text{ и } F_{21}=F_1$$

где индекс означает звено, на которое действует сила. Таким образом, для определения реакции в каждой из низших пар V класса необходимо найти по две неизвестных, а в высшей паре IV класса только одну неизвестную.

4 Принципы силового исследования механизмов

4.1 Исходные данные, цель, задачи и методы силового расчета

Исходные данные для силового расчета:

-кинематическая схема механизма – структура, размеры звеньев и закон движения входного звена (звеньев), который может быть задан аналитически или графически;

-массы и моменты инерции звеньев;

-результаты кинематического расчета (например, планы скоростей и ускорений);

-внешние активные силы, действующие на звенья.

Цель силового анализа - изучение и практическое использование методов оценки влияния внешних (заданных) сил, сил трения и массовых сил (сил инерции) на звенья, кинематические пары и неподвижные опоры и установление способов уменьшения динамических нагрузок, возникающих при движении механизма.

Задачи, решаемые при силовом расчете (анализе).

Во-первых, определение всех сил, действующих на звенья, в кинематических парах и на стойку, в том числе:

-сил инерции и моментов сил инерции звеньев, которые могут быть найдены исходя из известных величин: масс, моментов инерции звеньев и ускорений (линейных и угловых);

-сил, действующих в кинематических парах (реактивных сил);

-уравновешивающей силы и уравновешивающего момента (в зависимости от схемы привода механизма) на входном звене.

Указанные силы необходимы для проведения расчетов на прочность, жесткость, износостойкость, точность и т.п.; для выбора электродвигателя, для решения задач регулирования движения.

Во-вторых, устранение дополнительных динамических нагрузок от сил инерции на опоры механизма соответствующим подбором масс звеньев (это задача уравнивания вращающихся масс).

Базой для проведения силового анализа служит материал раздела "Динамика" теоретической механики. Используемый метод для решения первой задачи - метод кинестатики или так называемый принцип Даламбера (Германа - Эйлера - Даламбера).

Сущность метода: силы инерции или моменты этих сил условно прикладываются к ускоряемому телу или звену (хотя фактически силы инерции приложены к телу, сообщающему ускорение другим телам). После этого задача динамики по форме решения сводится к задаче статики. Векторные уравнения равновесия будут иметь следующий вид:

$$\vec{F}^* + \vec{F}_R^* + \vec{F}_u^* = 0, \quad (4.7)$$

$$\vec{M}_0(F) + \vec{M}_0(F_R) + \vec{M}_0(F_u) = 0, \quad (4.8)$$

где \vec{F}^* , \vec{F}_R^* , \vec{F}_u^* - главный вектор заданных сил, реакций связей (в кинематических парах) и сил инерции звеньев;

$M_0(F)$, $M_0(F_R)$, $M_0(F_u)$ - главные моменты указанных сил, относительно центра 0.

Решая уравнения (4.7) и (4.8), находим неизвестные силы - реакции связей F_R . При этом могут быть использованы следующие методы:

1 Аналитический метод. Этот метод подробно изучен в курсе теоретической механики при решении задач по расчету составных конструкций.

2 Графоаналитический метод. При этом тангенциальные составляющие реакций F^t определяем аналитически согласно уравнению (4.8), а нормальные составляющие F^n - графически, путём построения планов сил.

Планом сил называется замкнутый силовой многоугольник, построенный для каждого модуля: структурной группы и входного (ведущего) звена (звеньев) при данном положении механизма.

План сил может быть построен, если:

-во-первых, каждая структурная группа и механизм в целом находятся в равновесии;

-во-вторых, каждая структурная группа статически определима.

Задачи силового расчета механизмов решаются последовательным приближением, принимая сначала силы трения в кинематических парах равными нулю. На последующих этапах расчета силы трения могут быть учтены.

В дальнейшем при решении задач силового расчета механизмов будем использовать лишь графоаналитический метод применительно к исследованию плоских рычажных механизмов, допуская, что их связи идеальные $F_f = 0$, т.е. ограничиваясь первыми приближениями.

4.2 Условие статической определимости плоских кинематических цепей

Если кинематическая цепь составлена из n подвижных звеньев и имеет кинематических пар V класса — p_5 и IV класса — p_4 , то число уравнений равновесия кинетостатики будет равно $3n$. Число неизвестных для кинематических пар V класса равно 2, а для кинематических пар IV класса — 1.

Таким образом, для определения реакции в каждой кинематической паре V класса необходимо найти две неизвестные (модуль и направление силы), а в высшей паре IV класса только одну неизвестную (модуль силы).

Тогда условие статической определимости кинематических цепей определяется по формуле

$$3n = 2p_5 + p_4. \quad (4.9)$$

Так как кинематические пары IV класса могут быть заменены парами V класса, то условие (4.5) можно записать в следующем виде:

$$3n = 2p_5 \Rightarrow p_5 = 3/2 \cdot n. \quad (4.10)$$

Сравнивая (4.10) с аналогичным выражением для групп Ассура, можно заключить, что группы Ассура являются статически определимыми кинематическими цепями.

При силовом анализе механизм должен быть расчленен на структурные группы Ассура. Действие отсоединенных звеньев заменяем реакциями связей, которые определяем для каждой группы при помощи уравнений кинетостатики или построением плана сил.

Силовой расчет начинаем с последней структурной группы и заканчиваем расчетом входного (ведущего) звена — звена, к которому приложена искомая уравнивающая сила или момент. Такой расчет выполняем для ряда последовательных положений механизма (исследуется полный цикл его движения). Это позволяет установить закон изменения действующих в механизме сил и найти их наибольшее значение.

4.3 Алгоритм силового исследования рычажных механизмов

На рисунке 4.11 показана принципиальная схема силового анализа механизмов.

На рисунке:

Вход - цель и задачи силового анализа.

I этап - исходные данные для решения задач: 1 - основные кинематические характеристики механизма (результаты кинематического исследования); 2- массы и моменты инерции звеньев механизма; 3 - заданные (активные) силы.

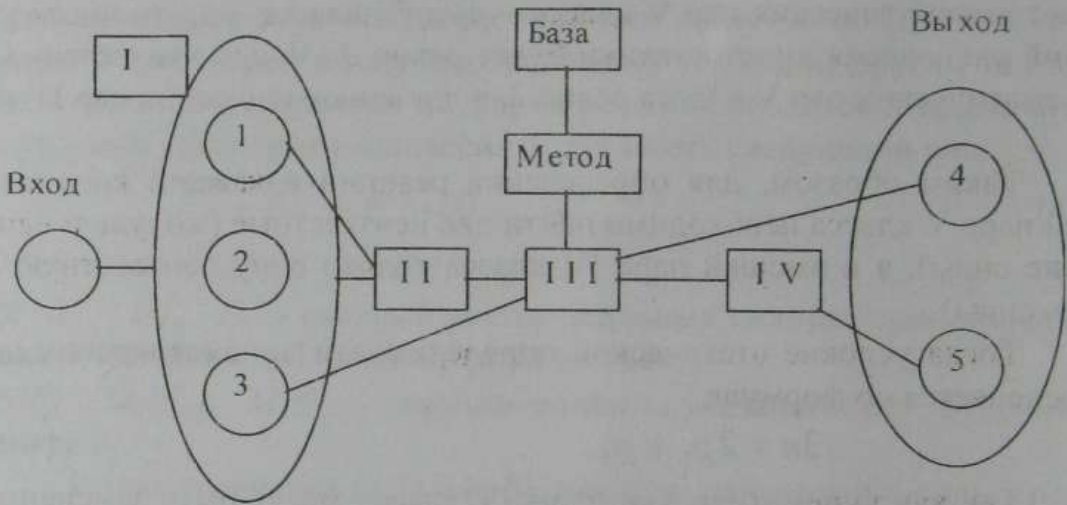


Рисунок 4.11

II этап - определение сил инерции и моментов сил инерции звеньев.

III этап - определение сил, действующих в кинематических парах, и уравновешивающей силы (или уравновешивающего момента) на ведущем звене (в зависимости от схемы привода).

IV этап - уравновешивание вращающихся масс.

Выход - результаты силового анализа: 4 - реакции в кинематических парах и уравновешивающая сила или уравновешивающих момент на ведущем звене; 5 - уравновешивание вращающихся масс.

Согласно изложенному можно установить следующий алгоритм силового исследования механизмов:

- освобождаем от пассивных связей и лишних степеней свободы;
- заменяем кинематические пары IV класса парами V класса;
- раскладываем кинематическую цепь механизма на структурные группы Ассур, степень подвижности которых $W=0$, и входное звено (звенья) так же, как и при структурном анализе;

- определяем реакции в кинематических парах групп, начиная с последней от входного звена присоединенной группы;
- рассчитываем входное звено.

При проведении кинетостатического исследования, будем считать, что внешние силы, приложенные к каждому звену, а также силы инерции и моменты сил инерции звена приведены к главному вектору F_i^* ($i = 1, 2, 3 \dots n$) и главному моменту M_i^* , причем за точку приведения можно взять центр масс (тяжести) звена.

Силы будем обозначать двумя нижними индексами F_{ij} , что означает действие i -го звена на j -е.

Очевидно, что $\overline{F_{ij}} = -\overline{F_{ji}}$. Например, сила F_{12} , с которой действует звено 1 на звено 2, равна силе F_{21} : $\overline{F_{12}} = -\overline{F_{21}}$.

5 Кинетостатический расчет плоских рычажных механизмов

5.1 Силовой расчет групп Ассура

Рассмотрим пример кинетостатического исследования механизма методом планов сил (без учета сил трения). Пусть требуется выполнить силовой расчет шарнирного четырехзвенника, изображенного на рисунке 4.12.

Исходные данные: кинематическая схема механизма и силы F_1, F_2, F_3 , действующие на его звенья, причем будем считать, что они включают в себя заданные силы, силы инерции и моменты сил инерции.

Необходимо определить реакции в кинематических парах A, B, C и D и уравновешивающий момент M_u , приложенный к главному валу механизма - валу кривошипа.

Сначала выполняем структурный анализ механизма и определяем степень его подвижности

$$W = 3n - (2p_5 + 1p_4) \quad (4.11)$$

и так как $p_4 = 0$, то $W = 3 \cdot 3 - 2 \cdot 4 = 1$, т.е. механизм должен иметь и действительно имеет одно входное звено - кривошип.

Расчленим механизм на структурную группу 2-3 и механизм 1-го класса. Силовой расчет проводим отдельно для группы и ведущего звена.

Освобождая группу от связей, прикладываем к элементам кинематических пар B и D реакции $\overline{F_{12}}$ и $\overline{F_{43}}$. Поскольку модуль и направление их неизвестны, каждую реакцию раскладываем на две составляющие:

$\bar{F}_{12}^t, \bar{F}_{12}^n; \bar{F}_{12}^t$ и $\bar{F}_{43}^t, \bar{F}_{43}^n; \bar{F}_{43}^t$ нормальную, действующую вдоль оси звена, и тангенциальную, действующую перпендикулярно оси звена, (см. рисунок 4.12б).

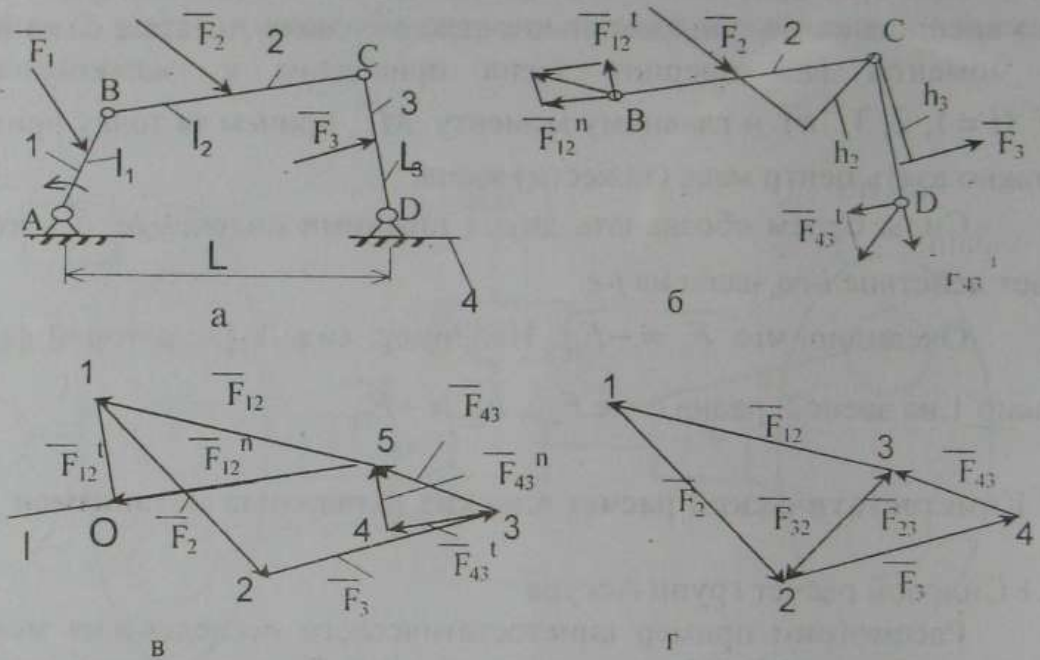


Рисунок 4.12

Составляем условие равновесия статики для каждого звена 2 и 3

$$\sum M_C(F) = 0: \text{ для звена 2 } - F_{12}^t \cdot l_2 + F_2 \cdot h_2 = 0 \Rightarrow F_{12}^t = F_2 \frac{h_2}{l_2};$$

$$\text{для звена 3 } - F_{43}^t \cdot l_3 + F_3 \cdot h_3 = 0 \Rightarrow F_{43}^t = F_3 \frac{h_3}{l_3},$$

где h_2 и h_3 - плечи сил F_2 и F_3 относительно точки С.

Составляем векторное уравнение равновесия для всей системы сил, причем неизвестные F_{12}^n и F_{43}^n записываем в начале и в конце уравнения

$$\bar{F}_{12}^n + \bar{F}_{12}^t + \bar{F}_2 + \bar{F}_3 + \bar{F}_{43}^t + \bar{F}_{43}^n = 0 \quad (4.12)$$

Уравнение решаем графическим методом: построением плана сил (замкнутого многоугольника сил). Для этого выбираем масштаб сил μ_f . Проводим линию l , параллельно звену 2, на ней выбираем точку 0 и от нее последовательно откладываем отрезки, соответствующие силам F_{12}^t , F_2 , F_3 , F_{43}^t . Далее из точки 4 проводим линию, параллельную вектору F_{43}^n , которая пересекает прямую l в точке 5. В этой точке силовой мно-

гоугольник замыкается, и таким образом находятся отрезки, выражающие неизвестные F_{12}'' и F_{43}'' (рисунок 4.12 в):

$$F_{12}'' = |0-5| \cdot \mu_f \quad \text{и} \quad F_{43}'' = |4-5| \cdot \mu_f,$$

$$F_{12} = |1-5| \cdot \mu_f \quad \text{и} \quad F_{43} = |5-3| \cdot \mu_f.$$

Реакция во внутренней К паре С определяется, если рассмотреть равновесие звена 2, для чего составим векторное уравнение всех сил, действующих на него. Отброшенные связи заменим реакцией F_{23}

$$\vec{F}_{12} + \vec{F}_2 + \vec{F}_{23} = 0. \quad (4.13)$$

Строим план сил согласно последнему уравнению (рисунок 4.12 г), сохранив масштаб μ_f .

Откладываем силу F_{12} , к ней прибавляем силу F_2 . Замкнем начало вектора \vec{F}_{12} и конец вектора \vec{F}_2 . Отрезок $|2-3|$ представляет собой вектор силы \vec{F}_{23} . Величина этой силы равна $F_{23} = |2-3| \mu_f$. Аналогично можно определить реакцию F_{23} , рассмотрев равновесие звена 3.

5.2 Силовой расчет механизма I класса (входного звена)

Входное звено механизма может соединяться с валом двигателя следующим приводными устройствами:

- приводной муфтой (рисунок 4.13);
- зубчатой передачей (рисунок 4.14);
- любой другой передачей.

В первом случае вращающий момент $T = M_{yp}$, передаваемый муфтой, является движущим, обеспечивающим движения входного звена по заданному закону. Этот момент принято называть уравнивающим $M_{ур}$ (он должен уравновесить все силы, действующие на звенья механизма).

Во втором случае движущей силой является окружная сила F_t , возникающая в зацеплении, причем линия действия F_t известна. Ясно, что

$$F_{yp} = F_t \quad \text{и} \quad M_{yp} = F_t \cdot d_w / 2,$$

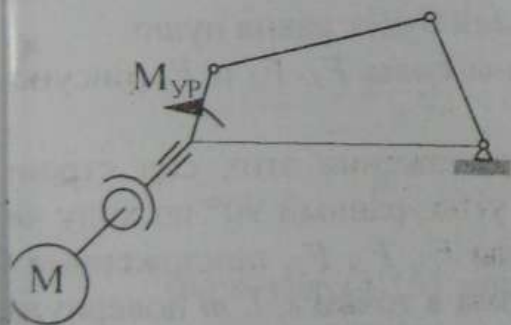


Рисунок 4.13

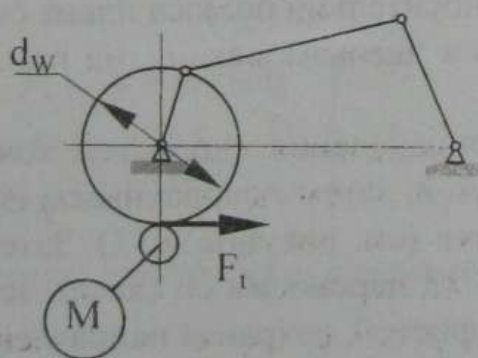


Рисунок 4.14

где d_w – начальный диаметр зубчатого колеса.

Теперь выполним силовой расчет входного звена (рисунок 4.15)

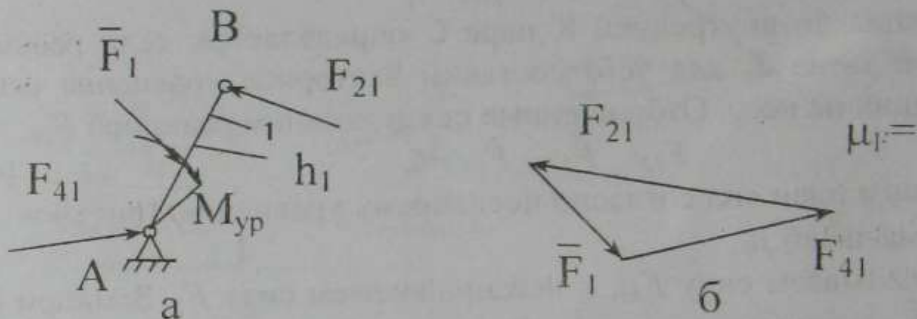


Рисунок 4.15

В данном случае необходимо определить M_{yp} (что позволит подобрать электродвигатель) и реакцию F_{41} .

Условие равновесия кривошипа принадлежащего механизму 1-го класса:

$$\sum M_A(F_i) = 0;$$

$$-M_{yp} - F_1 h_1 - F_{21} h_1' = 0 \Rightarrow M_{yp} = -F_1 h_1 + F_{21} h_1'$$

где h_1 и h_1' – плечи сил \bar{F}_1 и \bar{F}_{21}' , причем $\bar{F}_{21} = -\bar{F}_{12}$.

Условие равновесия звена 1:

$$F_1 + \bar{F}_{21} + \bar{F}_{41} = 0, \quad (4.14)$$

где \bar{F}_{41} находим построением силового треугольника (см. рисунок 4.15 б).

5.3 Уравновешивающая сила. Теорема Н.Е. Жуковского

Для определения уравновешивающей силы рычажных механизмов удобно пользоваться теоремой Н.Е. Жуковского:

если со схемы механизма в соответствующие точки повернутого на 90° плана скоростей перенести векторы всех сил, то сумма моментов всех этих сил относительно полюса плана скоростей будет равна нулю.

Пусть к звеньям механизма приложены силы F_1 , F_2 и F_3 (рисунок 4.16)

Для определения скоростей точек приложения этих сил строим план скоростей, затем поворачиваем его на угол, равный 90° по ходу часовой стрелки (см. рисунок 4.15). Затем силы F_1 , F_2 , F_3 , приложенные в точках K , L , M , переносим со схемы механизма в точки k , l , m повернутого плана скоростей, сохраняя направление сил без изменения.

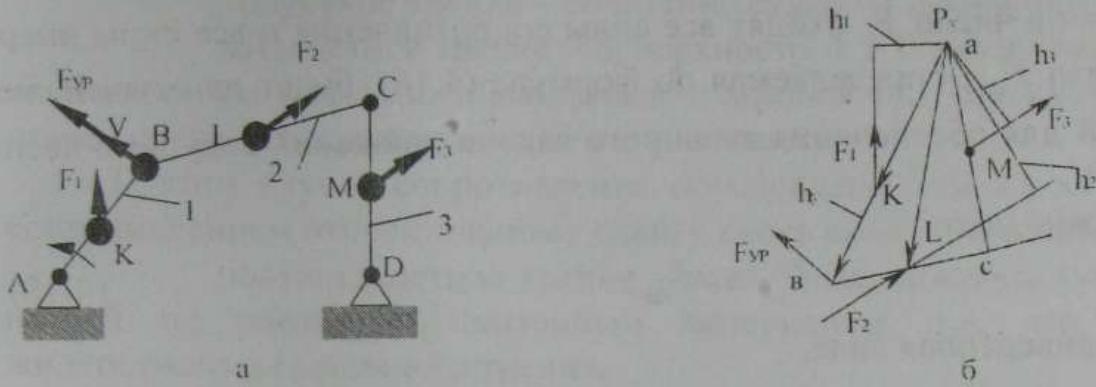


Рисунок 4.16

Скорость точки B приложения силы F_{yp} и направление этой силы известны $\perp AB$. Переносим силу F_{yp} со схемы на повернутый план скоростей в точку B .

Согласно теореме Н.Е. Жуковского можно записать

$$F_{yp} \cdot h_{yp} + \sum_{i=1}^n F_i \cdot h_i = 0, \tag{4.15}$$

где h_i -плечо i -й силы, причем

$$h_i \sim V_i \cos \alpha_i$$

следовательно, уравнение (4.15) является аналитическим выражением принципа возможных перемещений для рассматриваемого механизма:

если механизм находится в равновесии, сумма мгновенных мощностей всех внешних сил и сил инерции, приложенных к звеньям механизма, равна нулю.

С другой стороны, если повернутый план скоростей условно рассматривать как жесткий рычаг с осью вращения в полюсе P , то условие (4.15) является уравнением равновесия этого рычага, откуда

$$F_{yp} = (\sum_{i=1}^n F_i h_i) / h_{yp} \tag{4.16}$$

$$\left. \begin{aligned} -F_{yp} h_y - F_1 h_1 + F_2 h_2 + F_3 h_3 &= 0 \\ F_{yp} &= \frac{-F_1 h_1 + F_2 h_2 + F_3 h_3}{h_y} \end{aligned} \right\} \tag{4.17}$$

Формула (4.16) справедлива для любого плоского механизма с одним входным звеном

если в число F_i входят все силы сопротивления и все силы инерции, то сила F_{yp} , определяемая по формуле (4.16), будет движущей, необходимой для обеспечения заданного закона движения ведущего звена механизма.

Важно, что

$$\bar{F}_{yp} = -\bar{F}_{np}, \quad (4.18)$$

где \bar{F}_{np} - приведенная сила.

Таким образом, в соответствии с теоремой Н.Е. Жуковского можно определить уравновешивающую и приведенную силы для ряда последовательных положений механизма за период цикла движения.

6 Трение в кинематических парах

Остановимся на элементарных сведениях по теории трения, необходимых для решения простейших задач по теории механизмов и машин.

6.1 Виды трения

В зависимости от типа кинематической пары и характера относительного движения соприкасающихся тел, различают:

- трение скольжения;
- трение верчения;
- трение качения.

6.2 Основные сведения и закономерности трения скольжения

Трение скольжения имеет место в низших кинематических парах: вращательных, поступательных и винтовых.

По состоянию соприкасающихся поверхностей звеньев и наличию смазочного материала между ними различают:

- чистое трение – при отсутствии на поверхностях адсорбированных пленок и химических соединений;
- сухое трение – при отсутствии смазочного материала и загрязнений;
- граничное трение – на поверхностях имеется тонкая адсорбированная (поглощенная из атмосферы) масляная пленка толщиной порядка 0,1 мкм;

- полусухое трение – сочетание сухого и граничного;
- жидкостное трение – поверхности А и В разделены промежуточным слоем смазочного материала толщиной h_{\min} (рисунок 4.17), т.е. поверхности непосредственно не соприкасаются.

В этом случае сопротивление обусловлено вязкостью масла, т.е. сопротивлением относительному сдвигу слоев смазочного материала;

- полужидкостное трение – отдельные микровыступы поверхностей не разделены смазочным материалом, т.е. это сочетание жидкостного и граничного трения.

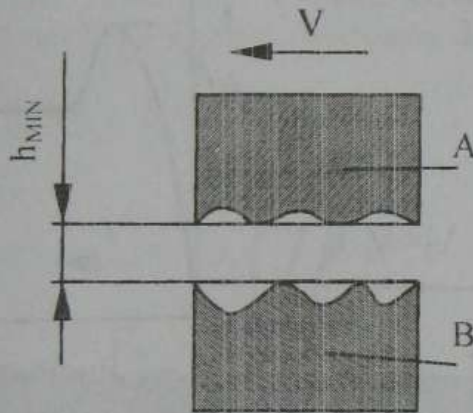


Рисунок 4.17

Сопротивление при скольжении F_f (сила трения) обусловлено механическим взаимодействием неровностей поверхностей и силами молекулярного сцепления

$$F_f = f_c F_n + F_A, \quad (4.19)$$

где f_c - коэффициент трения движения, принимаемый для рассматриваемых тел при заданных условиях взаимодействия постоянным;

F_n - сила нормального движения;

F_A - сила молекулярного сцепления.

Из уравнения (4.19) следует:

$$f = f_c + F_f / F_n \quad (4.20)$$

где $f = F_f / F_n$ - коэффициент трения скольжения.

В технических расчетах пользуются, как правило, уравнением Амонтона-Кулона в упрощенном виде:

$$F_f = fF_n$$

где f - среднее значение коэффициента трения, определяемое экспериментально, причем считают, что $f = const$.

При выводе тела 1 (рисунок 4.18) из состояния покоя движущая сила

$$F_0 = F_{f0} = f_0 F_n,$$

где F_{f0} и f_0 - сила и коэффициент трения покоя.

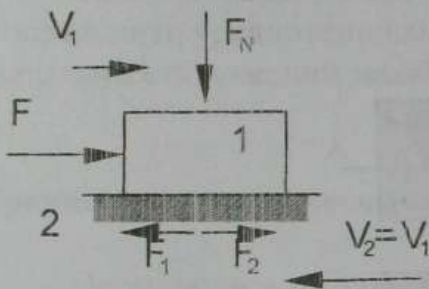


Рисунок 4.18

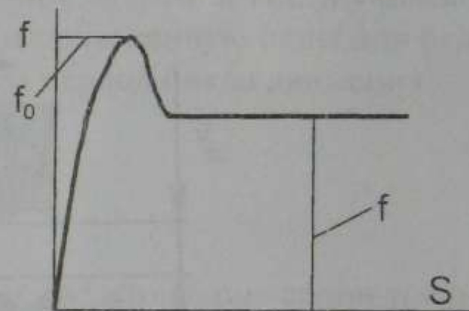


Рисунок 4.19

Движущая сила, необходимая для поддержания постоянной скорости V_1 , равна:

$$F = F_f = fF_n, \quad (4.21)$$

причем

$$f_0 > f \Rightarrow F < F_0.$$

График зависимости коэффициента трения от перемещения условно показан на рисунке 4.19

О направлении силы трения: вектор силы трения скольжения $\overline{F_f}$ всегда имеет направление, противоположное вектору относительной скорости движения; вектор $\overline{F_f}$ лежит в плоскости, касательной к трущимся поверхностям.

Экспериментально доказано, что коэффициент трения зависит от следующих факторов:

- сочетания материалов;
- сочетания поверхностей (их шероховатости; покрытия, нанесенного на них, и т.п.);
- наличие смазочного материала и посторонних частиц;
- скорости скольжения V_s ;
- удельного давления q ;

- длительности контакта (соприкосновения): с увеличением времени контакта увеличивается сила F_{fn} .

В соответствии с вышеизложенным очевидны пути снижения коэффициента f и силы F_f трения.

6.3 Трение в поступательной кинематической паре

Сначала установим условия равновесия и движения плоского ползуна на горизонтальной плоскости.

Пусть на ползун действует внешняя (активная) сила F , составляющая угол γ с вертикальной осью (рисунок 4.20). Силой тяжести ползуна пренебрегаем.

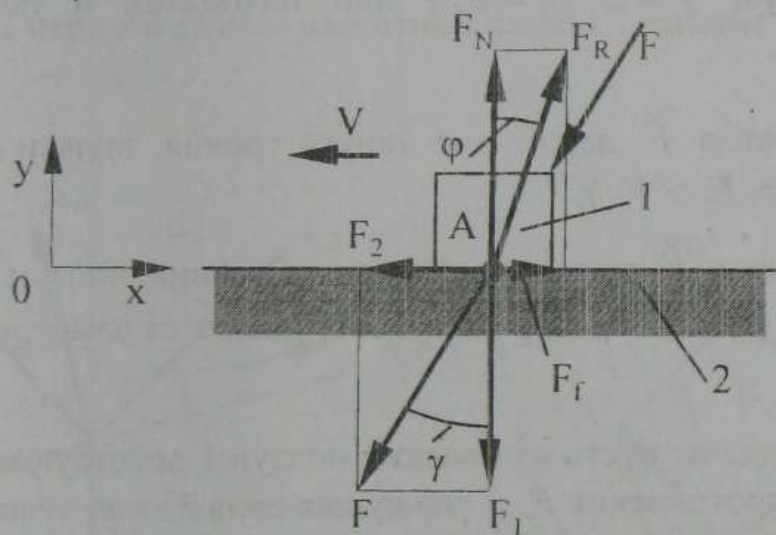


Рисунок 4.20

Видно, что нормальная составляющая F_1 силы F прижимает ползун 1 к плоскости 2, а тангенциальная составляющая F_2 является движущей силой. Составляющие полной реакции плоскости на ползун F_n и F_f , причем из силового треугольника сила трения скольжения равна

$$F_f = F_n \operatorname{tg} \varphi, \quad (4.22)$$

где φ - угол между векторами $\overline{F_n}$ и $\overline{F_R}$, который принято называть углом трения.

Сравнивая формулы (4.21) и (4.22), получаем:

$$\operatorname{tg} \varphi = f \Rightarrow \varphi = \operatorname{arctg} f \text{ или } \varphi_0 = \operatorname{arctg} f_0 \quad (4.23)$$

Если начинать движения ползуна из точки A в разные стороны, будет меняться направление вектора \overline{F}_R , а его след образует при этом круговой конус трения с углом при вершине 2φ .

Условие равновесия системы сил, действующие на ползун:

$$\left. \begin{aligned} \Sigma X_i = 0 &\Rightarrow F_f = F_2; \\ \Sigma Y_i = 0 &\Rightarrow F_n = F_1; \end{aligned} \right\} \Rightarrow \operatorname{tg} \gamma = \operatorname{tg} \varphi. \quad (4.24)$$

Из вышеизложенного следует:

- если вектор равнодействующей \overline{F} всех внешних сил, приложенных к ползуну, лежит на поверхности конуса трения, ползун движется равномерно (при $\gamma = \varphi, F_2 = F_f$) или находится в покое (при $\gamma = \varphi_0, F_2 = F_{f0}$);

- если вектор \overline{F} лежит вне конуса трения, ползун движется ускорено (при $\gamma > \varphi, F_2 > F_f$);

- если вектор \overline{F} лежит внутри конуса трения, ползун не может сдвинуться с места (при $\gamma < \varphi, F_2 < F_{f0}$) или движется замедленно (при $\gamma < \varphi, F_2 < F_f$).

Усложним задачу: пусть на плоский ползун 1 действуют внешние силы: полезного сопротивления F_c и движущая сила F_0 под углом α и β соответственно (рисунок 4.21 а).

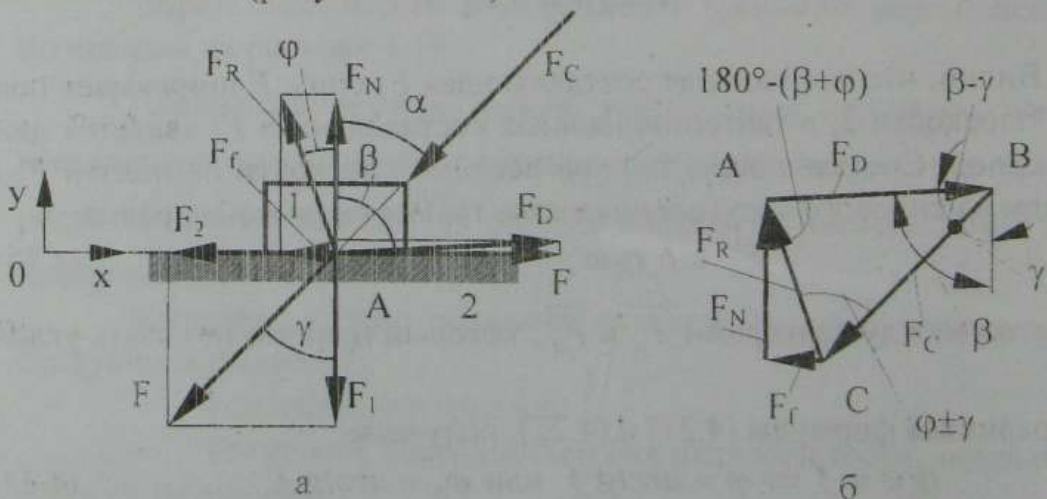


Рисунок 4.21

Определим движущую силу F_o , необходимую для обеспечения равномерного движения ползуна 1 по плоскости 2 с учетом реакции $\overline{F_R}$, действующей под углом φ . Полученная система сил $\overline{F_o}$, $\overline{F_c}$ и $\overline{F_R}$ является сходящей равновесной системой (см. рисунок 4.21 б).

$$\overline{F_o} + \overline{F_c} + \overline{F_R} = 0. \quad (4.25)$$

Применяя теорему синусов к силовому треугольнику ABC, будем иметь:

$$\frac{F_c}{\sin A} = \frac{F_o}{\sin C} \Rightarrow F_o = F_c \frac{\sin(\gamma + \varphi)}{\sin(\beta + \varphi)}. \quad (4.26)$$

Рассмотрим плоский ползун на наклонной плоскости для двух случаев: равномерное движение ползуна вверх и вниз соответственно.

Для первого случая расчетные схемы показаны на рисунке 4.22

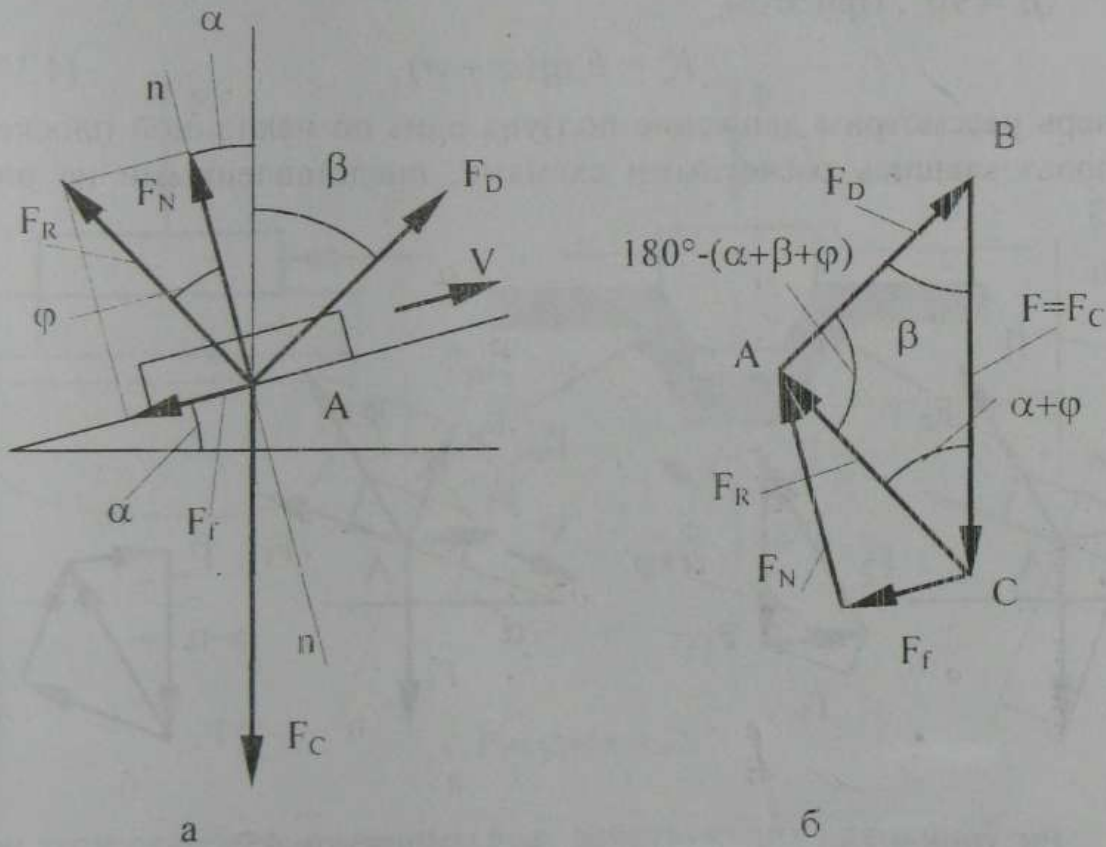


Рисунок 4.22

По аналогии с предыдущим исследованием можно записать:

$$\frac{F_c}{\sin A} = \frac{F_o}{\sin C} \Rightarrow F_o = F_c \frac{\sin(\alpha + \varphi)}{\sin(\alpha + \beta + \varphi)}. \quad (4.27)$$

Формула получена в общем случае движения ползуна вверх. Теперь можно рассмотреть частные случаи:

- $\alpha = 0^\circ$, т.е. движение по горизонтальной плоскости.

При этом
$$F_o = F_c \frac{\sin \varphi}{\sin(\beta + \varphi)}, \quad (4.28)$$

что соответствует формуле (4.26), приняв в ней $\gamma = 0^\circ$;

- $\beta = 90^\circ - \alpha$, т.е. сила F_o параллельна наклонной плоскости.

При этом

$$F_o = F_c \frac{\sin(\alpha \pm \varphi)}{\cos \varphi} = F_c (\sin \alpha + f \cos \alpha), \quad (4.29)$$

- $\beta = 90^\circ$. При этом

$$F_o = F_c \operatorname{tg}(\alpha + \varphi), \quad (4.30)$$

Теперь рассмотрим движение ползуна вниз по наклонной плоскости, воспользовавшись расчетными схемами, представленными на рисунке 4.23

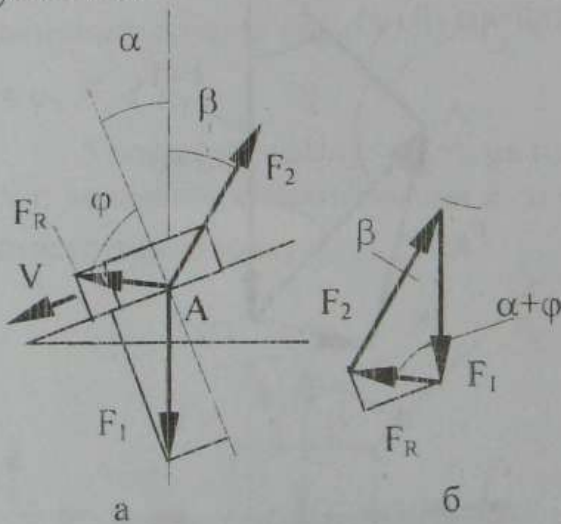


Рисунок 4.23

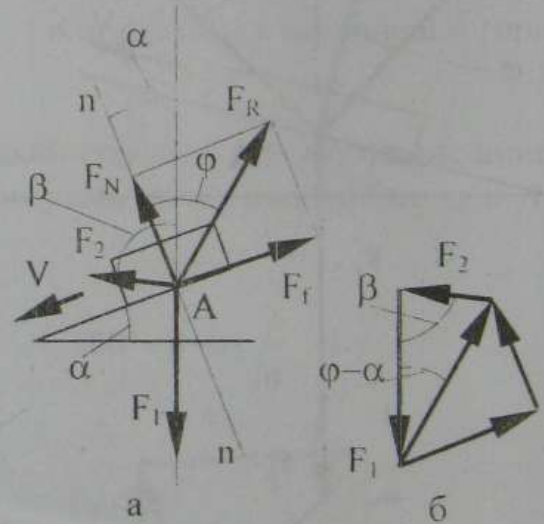


Рисунок 4.24

При исследуемом движении сила F_1 полезного сопротивления становится движущей. Возможны три частных случая:

- во-первых, $\alpha > \varphi$ (см рисунок 4.23 а). Чтобы обеспечить равномерное движение, сила F_2 должна быть тормозящей и равной

$$F_2 = F_c = F_1 \frac{\sin(\alpha - \varphi)}{\sin(\alpha + \beta - \varphi)}; \quad (4.31)$$

- во-вторых, $\varphi > \alpha$ (см рисунок 4.24 а). Чтобы обеспечить равномерное движение, сила F_2 должна быть движущей и равной

$$F_2 = F_o = F_1 \frac{\sin(\varphi - \alpha)}{\sin(\varphi + \beta - \alpha)}. \quad (4.32)$$

Наклонную плоскость при этом называют самотормозящей;

- в-третьих, $\alpha = \varphi$. Равномерное движение обеспечивается при $F_2 = 0$.

4.4 Клинчатый ползун

Пусть клинчатый ползун равномерно движется в призматическом желобе (направляющей) (рисунок 4.25).

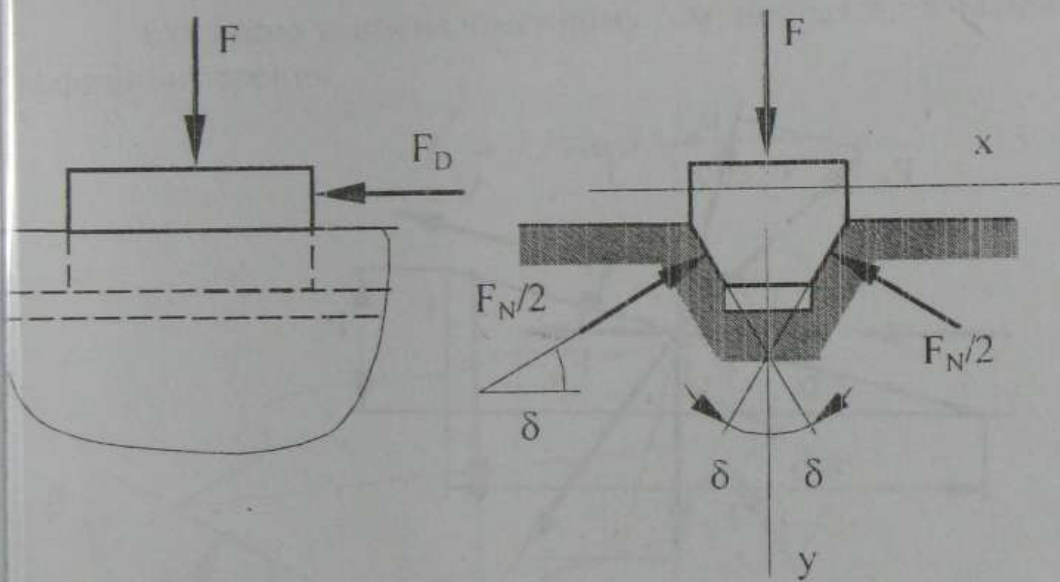


Рисунок 4.25

при этом равновесие системы сил, действующих на него:

$$\left. \begin{aligned} \Sigma X_i = 0 &\Rightarrow F_o = F_f = fF_n; \\ \Sigma Y_i = 0 &\Rightarrow F_n = F / \sin \delta, \end{aligned} \right\} \Rightarrow F_o = Ff', \quad (4.33)$$

где f' - приведенный коэффициент трения клинчатого ползуна о направляющую, $f' = f / \sin \delta$,
причем здесь 2δ - угол клина.

По аналогии с вышеизложенным имеем

$$\varphi' = \operatorname{arctg} f', \quad (4.34)$$

φ' - приведенный угол трения.

6.5 Трение в винтовой кинематической паре

Винтовая кинематическая пара может быть трения скольжения и качения. Последняя обеспечивает минимальное сопротивление движению, в том числе в начальный момент (при пуске), и используется в роботах, современных станках и т.п.

Здесь ограничимся рассмотрением винтовой пары скольжения.

Развернем виток прямоугольной резьбы по среднему диаметру d_2 (рисунок 4.26).

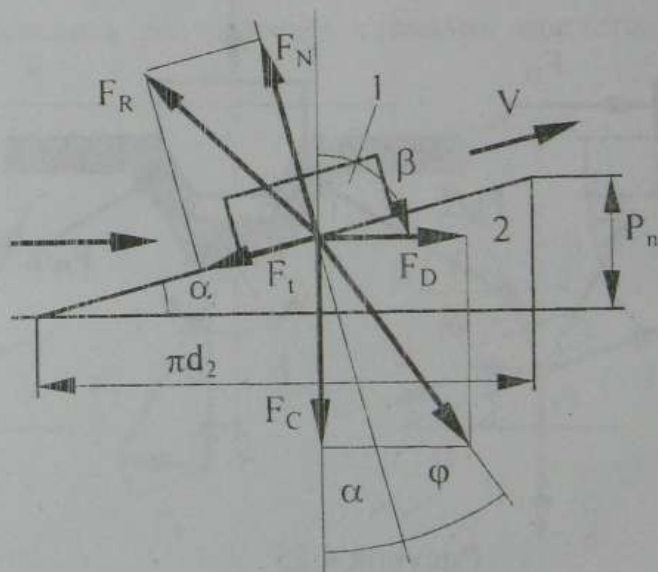


Рисунок 4.26

Гайку изображаем в виде ползуна 1, движущегося равномерно по наклонной плоскости 2, причем угол наклона:

$$\alpha = \operatorname{arctg} Pz/(\pi d_2),$$

где P и z - шаг и число заходов резьбы;

$P_h = Pz$ - ход (шаг) винтовой линии.

Определим движущую силу F_o при завинчивании и отвинчивании гайки (при движении ползуна вверх и вниз по наклонной плоскости). Подобные задачи рассмотрены в подразделе 6.3. При $\beta = 90^\circ$ имеем

$$F_o = F_c \operatorname{tg}(\varphi \pm \alpha), \quad (4.35)$$

где $F_c = F_a$ — осевая сила, действующая на гайку; знаки “+” и “-” — при завинчивании и отвинчивании соответственно.

Условие самоторможения:

$$\varphi > \alpha \text{ или } F_o > 0.$$

Например, при $f = 0.1$ $\varphi = 6^\circ$, $\alpha \approx 2^\circ 30'$ для стандартной метрической резьбы.

При рассмотрении треугольной (рисунок 4.27) или трапециидальной резьбы имеем дело с клинчатым ползуном. На рисунке β — угол профиля резьбы; $2 \cdot (90 - \beta/2) = 2\delta$ — угол клина.

Согласно вышеизложенному (см. подраздел 6.4) приведенный коэффициент трения

$$f' = f / \sin \delta = \frac{f}{\cos \beta/2} \quad (4.36)$$

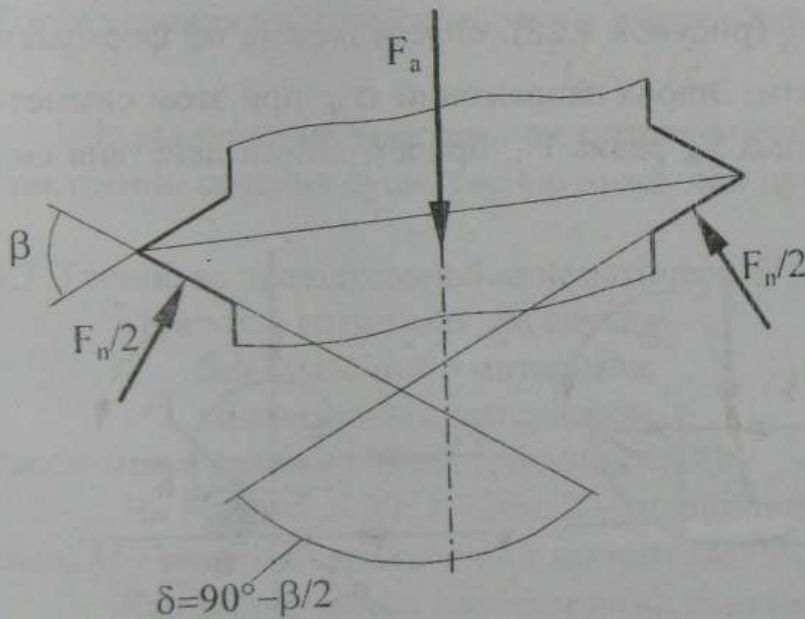


Рисунок 4.27

Момент сил сопротивления в резьбе

$$M_p = T_p = F_o d_2 / 2 = 0,5 F_a \operatorname{tg}(\varphi' \pm \alpha) \quad (4.37)$$

Из формул (4.36) и (4.37) следует, что сопротивление в резьбе обусловлено: во-первых, трением, во-вторых – уклоном.

6.6 Трение в высшей кинематической паре

В высших кинематических парах могут быть следующие виды трения:

- трение качения;
- трение скольжения;
- трение качения со скольжением.

Рассмотрим весьма кратко основные закономерности трения качения. Сопротивление, возникающее при перекатывании тел высших кинематических пар друг по другу, называют трением качения. Оно обусловлено, прежде всего, местными (контактными) упругими и пластическими деформациями, которые, в свою очередь, определяются:

- упругими свойствами материалов (коэффициентом нормальной упругости E);
- геометрией соприкасающихся поверхностей (их кривизной);
- величиной прижимающей силы F_N .

В состоянии покоя под действием нормальной силы F_N поверхностные слои катка (колеса) и плоскости деформируются и в них возникают контактные напряжения σ_H (рисунок 4.28), определяемые по формулам контактной теории упругости. Эпюра напряжений σ_H при этом симметрична и ее равнодействующая F_R равна F_N , причем линии действия сил совпадают.

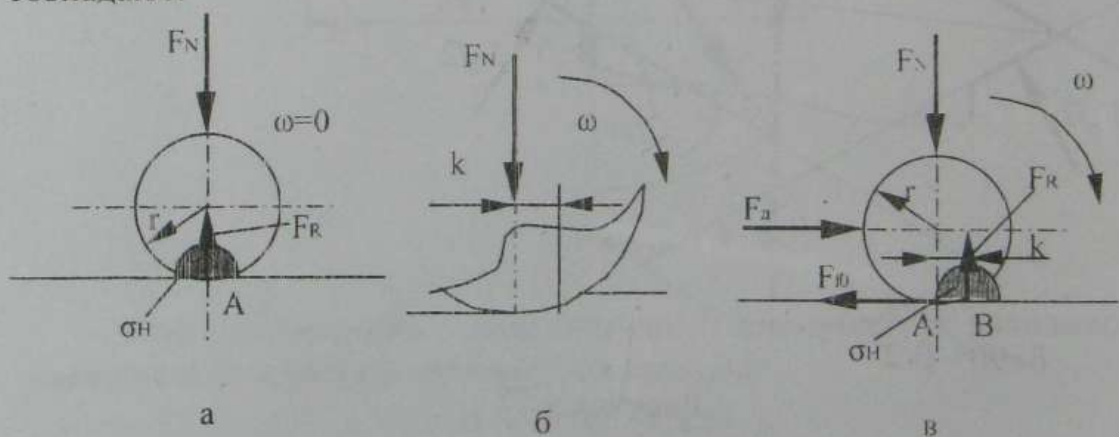


Рисунок 4.28

Для осуществления качения к колесу прикладываем движущую силу F_{tb} , работа которой будет затрачена на деформацию вступающих в

контакт новых поверхностных слоев колеса и плоскости. Поскольку вследствие внутреннего трения в материале упругие деформации исчезают не мгновенно, эпюра напряжений σ_H становится несимметричной и их равнодействующая F_R смещается от точки A в сторону качения на расстояние $AB=k$. Возникающую пару сил F_R и F_N , препятствующую качению, называют парой трения качения, а ее плечо k - коэффициентом трения, причем k - размерная величина. Например, при перекачивании тел из закаленной стали $k=0,01$ мм.

Оценим момент трения качения M^k и движущую силу F_o . Принимая точку B за мгновенный центр поворота колеса, будем иметь:

$$F_o r = F_N k = F_R k. \quad (4.38)$$

Следовательно,

$$M^k = F_N k \quad \text{и} \quad F_o = F_N k / r \Rightarrow F_o \approx k / r.$$

Под действием силы F_o колесо при определенных условиях может перекачиваться или скользить. Чистое качение возможно при обязательном соблюдении условий:

$$F_o < F_{f0} \quad \text{или} \quad M^k = F_{f0} r = M_f.$$

Откуда следует, что $f_0 > k / r$.

Тогда условия чистого скольжения имеет следующий вид:

$$f_0 < k / r.$$

В заключение заметим, что потери энергии и интенсивность износа при трении качения существенно ниже, чем при трении скольжения.

6.7 Трение во вращательной кинематической паре

При этом возможно два случая:

- без смазочного материала;
- со смазочным материалом.

Рассмотрим первый случай (рисунок 4.29)

На рисунке 4.29: 1 - вал, 2 - подшипник, F - заданная радиальная сила, M - внешний вращающий момент ($M=T$), $\omega = const$.

Как видно цапфа «взбегает» на подшипник. При этом полная реакция F_R параллельна силе F и

$$F_R = F.$$

Согласно закону Кулона и рисунку 4.29 имеем:

$$F_f = f F_n = f F_R \cos \varphi = f F \cos \varphi. \quad (4.39)$$

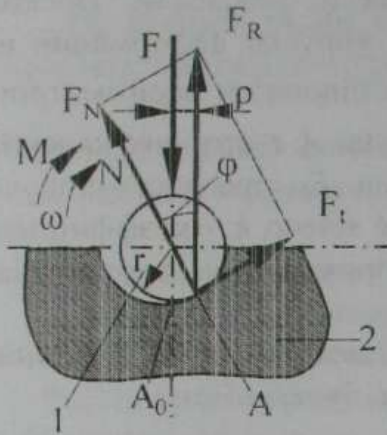


Рисунок 4.29

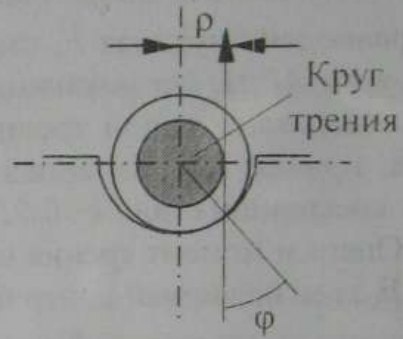


Рисунок 4.30

Тогда $M_f = F_t r = f F r \cos \varphi = F r \sin \varphi = F \rho = F_R \rho$,

где $\rho = r \sin \varphi$, , причем примем $\sin \varphi \approx \operatorname{tg} \varphi$.

Откуда $\rho = r \operatorname{tg} \varphi = r f'$.

Окончательно имеем: $M_f = F r f'$; (4.40)

где $f' = \left(\frac{4}{3} \div \frac{3}{2} \right) f$ - коэффициент трения во вращательной паре;

f - коэффициент трения плоских соприкасающихся поверхностей из того же материала. Меньшие значения f' для приработавшихся поверхностей.

Заметим, что круг радиуса ρ принято называть кругом трения (рисунок 4.30).

6.8 Трение верчения

Такое сопротивление имеет место при взаимодействии пяты с подшипником, причем пята может быть кольцевой или сплошной. Определим момент сил трения в кольцевой пяте при действии осевой силы F (рисунок 4.31).

Элементарный момент сил трения на бесконечно узком кольце шириной $d\rho$ с радиусом ρ равен

$$dM_f = dF_f \rho,$$

где dF_f - элементарная сила трения,

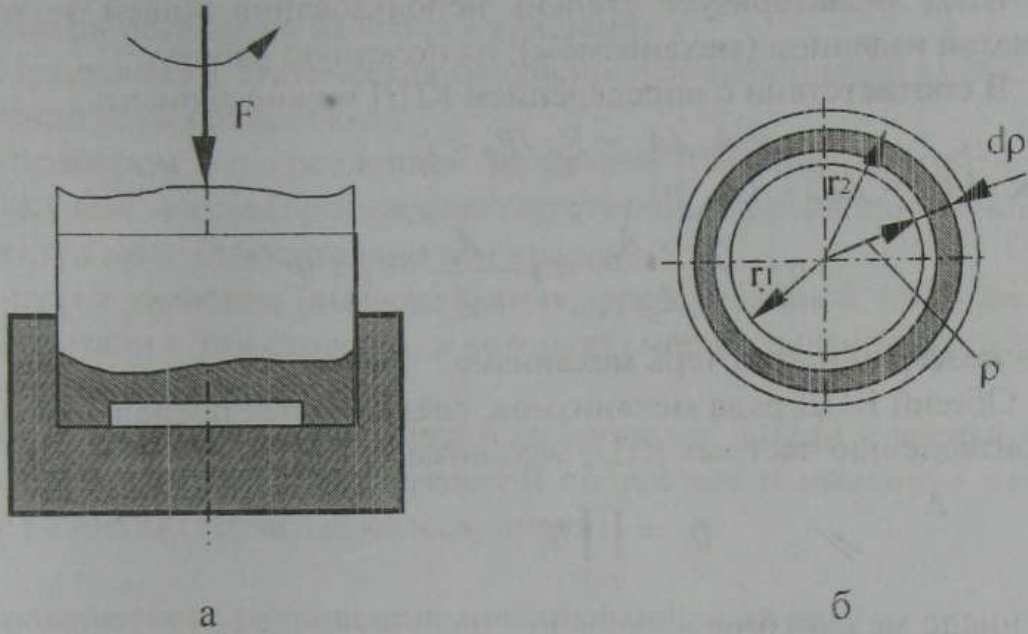


Рисунок 4.31

$$dF_f = dF_{n,f} = fq2\pi\rho d\rho. \quad (4.41)$$

При этом момент сил трения, действующих по кольцу с параметрами

$$r \text{ и } R: \quad M_f = \int_r^R fq2\pi\rho^2 d\rho,$$

причем давление q определяем по формуле

$$q = \frac{F}{\pi(R^2 - r^2)}. \quad (4.42)$$

Будем считать, что $q = const$. Тогда после преобразований получим:

$$M_f = 2/3 fF \frac{R^3 - r^3}{R^2 - r^2}. \quad (4.43)$$

Для сплошной пяты $r=0$ и

$$M_f = 2/3 fFR. \quad (4.44)$$

7 КПД механизмов

Хорошо известно, что КПД является интегральным критерием качества любого изделия (машины, механизма, отдельной передачи и т.д.)

КПД характеризует степень использования общей энергии, потребляемой изделием (механизмом), на полезную работу.

В соответствии с определением КПД можно записать

$$\eta = A_{н.с.}/A_0 = P_{н.с.}/P_0 < 1. \quad (4.45)$$

Так как $\Delta A_{н.с.} = \Delta A_0 - A_{ис.с.}$, то

$$\eta = \frac{A_d - A_{ис.с.}}{A_d} = 1 - \frac{A_{ис.с.}}{A_d} = 1 - \Psi, \quad (4.46)$$

где Ψ - коэффициент потерь механизма.

Общий КПД ряда механизмов, соединенных последовательно, равен произведению частных КПД механизмов этого ряда

$$\eta_0 = \prod_{j=1}^n \eta_j, \quad (4.47)$$

где n - число механизмов.

8 Уравновешивание вращающихся масс

8.1 Задачи уравновешивания масс

Ограничимся постановкой задачи уравновешивания масс. Динамические нагрузки от сил инерции звеньев, возникающие при движении механизма, увеличивают силы трения и износ в кинематических парах, повышают уровень напряжений в отдельных звеньях, могут вызывать вибрацию частей механизма и фундамента и быть причиной шума и т.д. В быстроходных механизмах неуравновешенные силы инерции, достигая больших значений, могут вызвать аварии.

Поэтому при проектировании механизмов довольно часто ставится задача полного или частичного уравновешивания масс звеньев. Вращающиеся звенья легче уравновесить, выполняя их балансировку, и быстроходные механизмы имеют только такие звенья. Звенья, совершающие возвратно-поступательные или колебательные движения, проектируют так, чтобы они имели небольшие массы и ускорения центров тяжести.

8.2 Статическое уравновешивание вращающихся масс

У статически уравновешенного вращающегося звена центр масс должен находиться на оси вращения. Поэтому статическое уравновеши-

вание, называемое статической балансировкой, осуществляют перемещением центра масс звена на его ось вращения.

Практически статическая балансировка выполняется на специальном стенде двумя способами:

-подбором и закреплением на детали (сваркой, пайкой и т.п.) дополнительной массы (противовеса) со стороны противоположной смещению центра масс относительно оси вращения;

-путем удаления (высверливания, фрезерования и т.п.) лишнего материала детали с той стороны, в которую смещен центр масс относительно оси вращения.

Статической балансировке подвергаются детали и звенья механизмов, вращающиеся с малой угловой скоростью и имеющие небольшие осевые размеры (зубчатые колеса, диски).

8.3 Динамическое уравнивание вращающихся масс

Статически уравновешенная деталь (звено) может оказаться динамически неуравновешенной.

Для динамического уравнивания масс вращающегося звена необходимо, чтобы ось его вращения совпала с одной из трех главных центральных осей инерции звена.

Практически динамическое уравнивание (балансировка) осуществляется на специальных балансировочных машинах двумя способами:

-закреплением двух противовесов определенной массы в определенном месте;

-удалением в двух местах соответствующей массы материала.

При этом обеспечивается соблюдение двух условий равновесия:

-геометрическая сумма векторов всех центробежных сил инерции звена должна быть равна нулю;

-геометрическая сумма векторов всех статических моментов центробежных сил инерции должна быть равна нулю.

Вопросы для самоконтроля

- 1 Перечислите силы, действующие в механизме.
- 2 Какой метод используется для определения сил, действующих в механизме?
- 3 Докажите, что структурная группа Ассура является статически определимой системой.
- 4 Какова сущность метода планов сил?

- 5 В чем заключается задача уравнивания вращающихся масс?
- 6 Объясните, почему КПД является интегральным критерием качества любого механизма (машинного агрегата).
- 7 Запишите формулу КПД отдельного механизма и общего КПД ряда механизмов, соединенных последовательно.
- 8 В чем сущность графоаналитического метода кинетостатического расчета?
- 9 Какие силы называются движущими, полезного и вредного сопротивления?
- 10 Каковы основные задачи динамики механизмов?
- 11 Объясните принципы решения задач динамики механизмов.
- 12 Что называют углом передачи движения и какое влияние он оказывает на работу механизма?
- 13 Запишите условие заклинивания механизма.
- 14 Каков алгоритм силового исследования рычажных механизмов?
- 15 Что такое рычаг Н.Е. Жуковского?
- 16 Что называется уравновешивающей силой?
- 17 Перечислите виды трения в кинематических парах.
- 18 Что такое угол и коэффициент трения скольжения?
- 19 Что называют коэффициентом трения скольжения?
- 20 Что называют коэффициентом трения качения?
- 21 Какую размерность имеет этот коэффициент?
- 22 Объясните с помощью иллюстраций повышенное сопротивление перемещению клинчатого ползуна по сравнению с плоским.

РАЗДЕЛ 5 ДИНАМИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ МЕХАНИЗМА МАШИННОГО АГРЕГАТА

1 Основные понятия и определения

1.1 Общие понятия

Машинный агрегат - совокупность механизмов двигателя, передаточных механизмов и механизмов рабочей машины.

Параметры машинного агрегата - величины, влияющие на характер движения машинного агрегата.

Перманентное (основное) движение - движение главного вала машины с постоянной угловой скоростью, т. е. когда $\varepsilon = 0$, $\omega = \text{const}$ (ε - угловое ускорение).

Закон движения механизма, обладающего одной степенью свободы – это закон движения одного звена, например, угла поворота главного вала в функции времени $\varphi = \varphi(t)$.

1.2 Динамическая модель

Расчетная динамическая модель механизма – это эквивалентное в динамическом отношении вращающееся или поступательно движущееся звено приведения, имеющее переменный приведенный момент инерции (или приведенную массу) и нагруженное приведенным моментом сил (или приведенной силой).

Точка приведения А – точка, в которой сосредоточена масса $m_{пр}$ и к которой приложена сила $F_{пр}$.

Приведенная масса $m_{пр}$ – условная масса, связанная с звеном приведения, которая, двигаясь со скоростью точки приведения, обладает кинетической энергией, равной кинетической энергии механизма.

Приведенный момент инерции $I_{пр}$ – условный момент инерции, которым должно обладать звено приведения, относительно оси его вращения, чтобы кинетическая энергия этого звена равнялась кинетической энергии всех звеньев механизма.

Звено приведения – звено, обладающее приведенным моментом инерции $I_{пр}$, или звено, которому принадлежит точка приведения.

Приведенная сила $F_{пр}$ – это сила, условно приложенная к приведенной массе и определяемая из равенства элементарной работы этой силы, сумме элементарных работ сил и пар сил, действующих на звенья механизма.

Приведенный момент сил $M_{пр}$ – момент пары сил, условно приложенный к звену приведения и определяемый из равенства элементарной работы этой силы сумме элементарных работ сил и пар сил, действующих на звенья механизма.

1.3 Динамический анализ

Теорема об изменении кинетической энергии – изменение кинетической энергии системы за некоторый промежуток времени равно сумме работ всех сил на некотором перемещении.

Уравнение движения механизма – это уравнение кинетической энергии механизма в интегральной (конечной) или дифференциальной форме, позволяющее установить закон движения механизма по заданным силам.

Средняя скорость машины – это полусумма максимального и минимального значений угловой скорости главного вала машины за цикл.

Коэффициент неравномерности движения (хода) δ – это отношение абсолютной неравномерности движения машины $\Delta\omega = \omega_{\max} - \omega_{\min}$ к её средней скорости ω_m установившегося движения.

Уравнение кинетической энергии – уравнение движения механизма в интегральной (конечной) форме.

Установившееся периодическое движение – движение, при котором работа движущих сил равна по абсолютной величине работе сил сопротивления за один цикл.

Режим движения механизма (машины или машинного агрегата) – характерная стадия движения механизма: пуск (разбег), установившееся движение или останов (выбег).

1.4 Синтез маховика

Маховое колесо (маховик) – посаженное на один из валов машины колесо с массивным ободом или в виде диска, имеющее заданный момент инерции и обеспечивающее заранее заданный коэффициент неравномерности движения главного вала (звена привода).

Диаграмма энергомасс – это диаграмма $T = T(I_{np})$ или $\Delta T = \Delta T(\Delta I_{np})$, устанавливающая связь между полной кинетической энергией T и полным приведенным моментом инерции I_{np} звеньев механизма с учетом маховика или изменением кинетической энергии ΔT и изменением приведенного момента инерции ΔI_{np} звеньев за цикл установившегося движения.

Механический КПД механизма – это отношение работы (мощности) сил полезных сопротивлений к работе (мощности) движущих сил.

1.5 Регулирование движения машины

Регулирование движения – это обеспечение заданных угловой скорости и коэффициента неравномерности движения главного вала (звена привода) машины.

Периодические колебания скорости – колебания при которых скорости всех звеньев механизма имеют определенные циклы, по истече-

нии которых эти скорости принимают каждый раз свои первоначальные значения.

Непериодические колебания скорости – колебания скорости не обладающие постоянными циклами.

2 Общие сведения о машинном агрегате и его движении

2.1 Параметры машинного агрегата

Под машинным агрегатом понимают совокупность механизмов двигателя, передаточных механизмов и механизмов рабочей машины. Примерами машинных агрегатов могут быть поршневой двигатель внутреннего сгорания (ДВС) и поршневой компрессор (см. рисунок 5.1), поршневой ДВС и генератор электрического тока и т.п.

В общем случае машинный агрегат представляет собой сложную систему с распределенными и сосредоточенными параметрами. Под параметрами будем понимать величины, влияющие на характер движения машинного агрегата. К ним относятся массы и моменты инерции звеньев, упругость звеньев, силы и моменты сил и т.п.



Рисунок 5.1

При исследовании динамики все силы и моменты сил, действующих на звенья, будем подразделять на :

- движущие силы и моменты сил – F_d, M_d ;
- силы и моменты сил сопротивления – F_c, M_c .

При этом силы инерции и их моменты, а также силы тяжести звеньев не учитываются, поскольку их работа за полный цикл равна нулю.

В процессе динамического исследования принимаем упрощающие допущения:

- параметры машинного агрегата сосредоточенные;
- звенья жесткие;
- связи в кинематических парах идеальные (нет зазоров и сил трения).

2.2 Динамические характеристики

Важнейшими механическими характеристиками механизма являются:

- кинетическая энергия;
- элементарная и полная работа действующих сил;
- мощность силы F_i и момента силы M_i .

Кинетическая энергия всего механизма

$$E = \sum_{i=1}^n E_i, \quad (5.1)$$

где E_i кинетическая энергия i -го звена;

n — число подвижных звеньев механизма.

Для звена, совершающего плоскопараллельное движение, кинетическую энергию i -го звена определим по формуле

$$E_i = \frac{m_i V_{si}^2}{2} + \frac{I_{si} \omega_i^2}{2}, \quad (5.2)$$

где m_i — масса звена;

V_{si} — скорость его центра масс;

I_{si} — момент инерции звена относительно центральной оси, перпендикулярной плоскости его движения;

ω_i — угловая скорость звена.

Элементарная работа силы F_i за промежуток времени dt определяется по формуле

$$dA_i = F_i ds,$$

а ее мощность равна

$$P_i = F_i V_i \cos(\overline{F_i} \wedge \overline{V_i}). \quad (5.3)$$

Если к i -му звену приложены сила F_i и момент пары сил M_i , то

$$P_i = F_i V_i \cos(\overline{F_i} \wedge \overline{V_i}) + M_i \omega_i. \quad (5.4)$$

Полная работа силы F_i за конечный промежуток времени $t-t_0$ определяется по формуле

$$A_i = \int_{S_0}^S F_i ds, \quad (5.5)$$

где S и S_0 – конечная и начальная координаты точки приложения силы F_i .

2.3 Режимы движения машинного агрегата

Полное время движения механизма (промежуток времени от начала движения до момента окончания его движения) состоит из трех частей (стадий или периодов):

$$t = t_1 + t_2 + t_3, \quad (5.6)$$

где t_1 , t_2 и t_3 - время разбега (пуска), установившегося движения и выбега или остановки.

На рисунке 5.2 показана тахограмма механизма - график зависимости $\omega_1 = f(t)$ угловой скорости главного вала механизма (вала кривошипа) от времени.

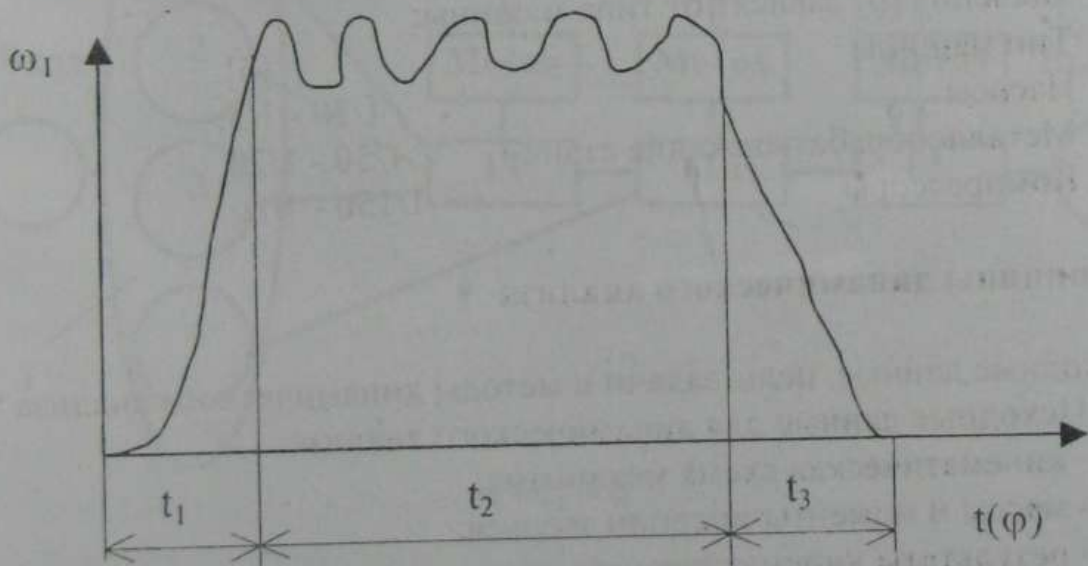


Рисунок 5.2

Как видно, при пуске и остановке скорость ω_1 возрастает от нуля до определенного значения и уменьшается от некоторого значения до нуля.

В общем случае установившегося движения моменты инерции звеньев, приведенные к главному валу, движущие силы и силы сопротивления (и их моменты) периодически изменяются при вращении ведущего звена. Вследствие этого угловая скорость кривошипа будет колебаться в определенных пределах:

$$\omega_{1\min} \leq \omega \leq \omega_{1\max}. \quad (5.7)$$

При этом

$$\omega_{1m} = 0.5(\omega_{1\max} + \omega_{1\min}) = \text{const}, \quad (5.8)$$

где ω_{1m} - средняя скорость.

Колебания ω_1 (или любого другого звена) вызывает дополнительное нагружение звеньев, кинематических пар и, как следствие этого, снижается КПД машины, ухудшается ее рабочий процесс (например, для металлорежущего станка ухудшается качество обрабатываемой поверхности), понижается ее надежность.

Уровень колебания угловой скорости оценивается коэффициентом неравномерности движения (хода):

$$\delta = (\omega_{\max} - \omega_{\min}) / \omega_m. \quad (5.9)$$

При динамическом синтезе (проектировании) механизма должно быть обеспечено следующее важное условие:

$$\delta \leq [\delta],$$

где $[\delta]$ - нормируемое значение коэффициента неравномерности движения (хода).

Значения $[\delta]$ зависят от типа машины:

Тип машины	$[\delta]$
Насосы	1/30 - 1/5.
Металлообрабатывающие станки	1/50 - 1/20.
Компрессоры	1/150 - 1/80.

3 Принципы динамического анализа

3.1 Исходные данные, цель, задачи и методы динамического анализа

Исходные данные для динамического анализа:

- кинематическая схема механизма;
- массы и моменты инерции звеньев;
- результаты кинематического исследования;

- результаты силового расчета.

Цель динамического анализа - изучение и практическое использование методов исследования движения механизма под действием заданных сил и выбор способов, обеспечивающих заданный режим движения механизма.

Задачи, решаемые при динамическом анализе:

- определение истинного движения механизма под действием приложенных к нему сил - это задача о режиме движения механизма;
- установление способов, обеспечивающих заданный режим движения механизма - это задача об обеспечении и регулировании движения механизма.

Отдельная задача - это сравнительная оценка механизмов с помощью интегрального критерия качества: коэффициента полезного действия (КПД).

3.2 Алгоритм динамического анализа

На рисунке 5.3 показана принципиальная схема динамического анализа механизмов.

На рисунке:

Вход - цель и задачи динамического анализа.

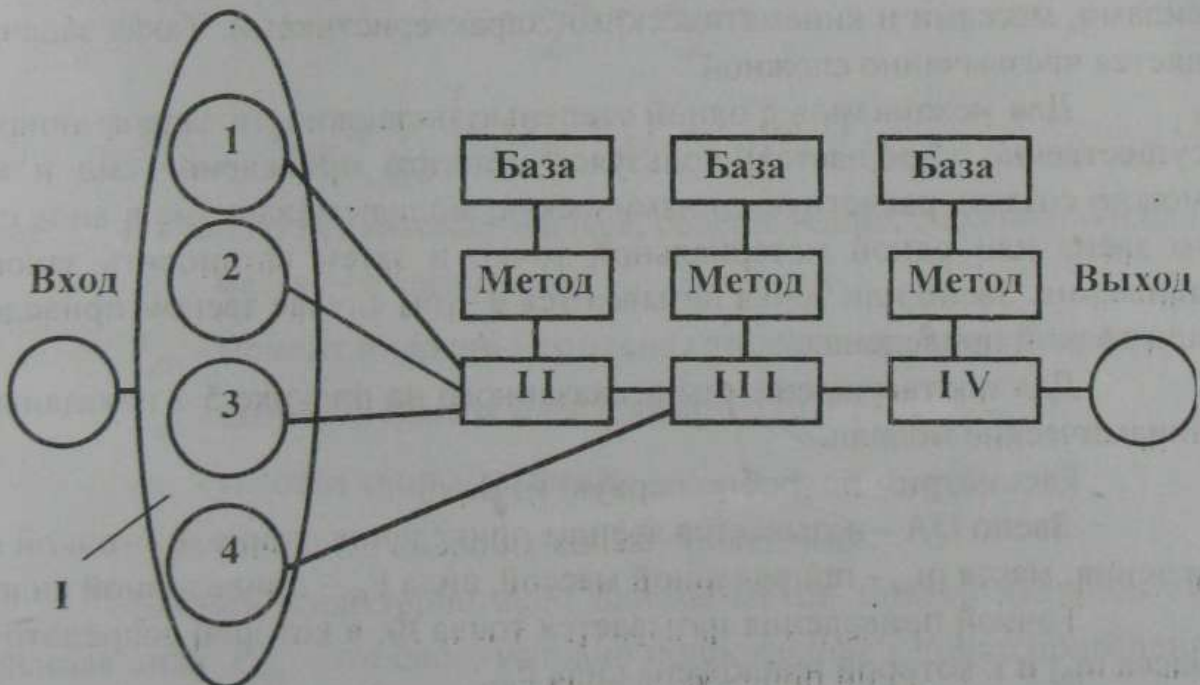


Рисунок 5.3

I этап - установление исходных данных для динамического исследования:

- 1 - массы и моменты инерции звеньев;
- 2 и 3 - результаты кинематического и силового исследований;
- 4 - нормируемое значение коэффициента неравномерности хода главного вала.

II этап - разработка динамической модели механизма.

III этап - установление истинного движения механизма

$$\omega_1 = \omega(t)$$

и оценка коэффициента неравномерности хода δ .

IV этап - регулирование движения механизма в случае невыполнения условия (5.2).

Выход - механизм требуемого динамического качества.

4 Исследование движения машинного агрегата

4.1 Общие положения динамической модели механизма

Механизмы машинного агрегата состоят из нескольких подвижных звеньев, нагруженных различными силами и моментами сил. Для исследования его движения необходимо составить систему уравнений движения, число которых равняется числу подвижных звеньев и, совместно решая эти уравнения, получить необходимую зависимость между силами, массами и кинематическими характеристиками. Такая задача является чрезвычайно сложной.

Для механизмов с одной степенью подвижности задача динамики существенно упрощается: пользуясь методом приведения сил и масс можно создать расчетную динамическую модель механизма в виде одного звена или одной материальной точки и затем установить закон движения. Звено или точка называются в этом случае звеном приведения или точкой приведения.

Для подтверждения вышесказанного на рисунке 5.4 показаны две динамические модели.

Рассмотрим подробно первую из них.

Звено ОА - называется звеном приведения, точка А - точкой приведения, масса $m_{пр}$ - приведенной массой, сила $F_{пр}$ - приведенной силой.

Точкой приведения называется точка Ф, в которой сосредоточена масса $m_{пр}$ и к которой приложена сила $F_{пр}$.

Под приведенной массой $m_{пр}$ механизма понимают массу, которую надо сосредоточить в точке приведения А, чтобы кинетическая энергия

гия E_{np} этой материальной точки равнялась сумме кинетических энергий всех звеньев механизма, т.е.

$$E = \sum E_i.$$

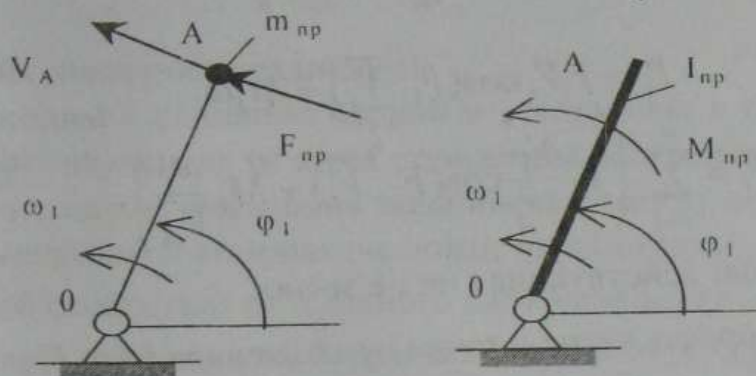


Рисунок 5.4

Поскольку

$$E_{np} = m_{np} V_A^2 / 2, \quad (5.10)$$

и

$$E_i = \frac{m_i V_{si}^2}{2} + \frac{I_{si} \omega_i^2}{2}, \quad (5.11)$$

то

$$m_{np} = \sum_{i=1}^n \left[m_i (V_{si} / V_A)^2 + I_{si} (\omega_i / V_A)^2 \right], \quad (5.12)$$

где n – число подвижных звеньев, совершающих сложное движение;

m_i – масса i -го звена;

I_{si} – момент инерции i -го звена относительно его центра масс;

V_{si} – скорость центра масс (тяжести) i -го звена;

ω_i – угловая скорость звена;

V_A – линейная скорость точки приведения.

Важной характеристикой динамической модели является приведенная сила F_{np} . Это сила, условно приложенная к точке приведения А, причем ее элементарная работа равна сумме элементарных работ сил и пар сил, действующих на звенья механизма.

Так как равенство элементарных работ сил означает равенство их мощностей, можно записать

$$P_{np} = \sum P_i,$$

причем

$$P_{np} = F_{np} V_A$$

и

$$P_i = F_i V_i \cos(\overline{F_i} \wedge \overline{V_i}) + M_i \omega_i.$$

Отсюда
$$P_i = \sum_{i=1}^n \left(F_i \frac{V_i}{V_A} \cos(\overline{F_i} \wedge \overline{V_i}) + M_i \frac{\omega_i}{V_A} \right), \quad (5.13)$$

где F_i - сила, действующая на i -е звено;

V_i - скорость звена в точке приложения силы F_i ;

M_i - момент пары сил, приложенных к i -му звену;

$\alpha_i = \overline{F_i} \wedge \overline{V_i}$ - угол между векторами $\overline{F_i}$ и $\overline{V_i}$.

Теперь рассмотрим вторую динамическую модель. Параметры звена приведения ОА в данном случае:

- I_{np} - приведенный момент инерции;

- M_{np} - приведенный момент сил.

Под величиной I_{np} будем понимать условный момент инерции вращающегося звена приведения ОА, которое обладает кинетической энергией E_{np} , равной кинетической энергии механизма $\sum E_i$.

В рассматриваемом случае

$$E_{np} = I_{np} \omega_1^2 / 2. \quad (5.14)$$

Тогда с учетом формул (5.13) и (5.14) будем иметь

$$I_{np} = \sum_{i=1}^n \left[m_i (V_{si} / \omega_1)^2 + I_{si} (\omega_i / \omega_1)^2 \right]. \quad (5.15)$$

Под величиной M_{np} будем понимать момент пары сил, условно приложенный к звену приведения, причем его элементарная работа равна сумме элементарных работ сил и пары сил, действующих на звенья механизма.

По аналогии с рассмотренным выше можно записать

$$P_{np} = M_{np} \omega_1 = \sum P_i$$

и окончательно

$$M_{np} = \sum_{i=1}^n \left(F_i \frac{V_i}{\omega_1} \cos(\overline{F_i} \wedge \overline{V_i}) + M_i \frac{\omega_i}{\omega_1} \right). \quad (5.16)$$

4.2 Уравнения движения механизмов

Переходим к решению первой из указанных в подразделе 3.1 задач динамики: изучению режима движения механизма под действием заданных сил с целью выявления зависимости между силами, массами (и моментами инерции) и кинематическими параметрами движения, прежде всего, угловой скоростью ω_1 главного вала механизма.

Решение этой задачи, будем проводить согласно уравнению движения машинного агрегата (механизма), которое может быть записано в двух основных формах:

- в форме кинематической энергии;
- в форме дифференциального уравнения.

Первая из указанных форм называется интегральной или конечной. Она используется в тех случаях, когда действующие на звенья механизма силы являются функциями положения ведущего звена.

Воспользуемся расчетными динамическими моделями, рассмотренными выше, и известной из курса теоретической механики теоремой об изменении кинетической энергии: изменение кинетической энергии системы за некоторый промежуток времени равно сумме работ всех сил на некотором перемещении за это же время. Согласно этой теореме можно записать

$$E_2 - E_1 = A_{д1-2} - A_{п.с1-2} - A_{в.с1-2} = \Delta A_{1-2}, \quad (5.17)$$

где E_1 и E_2 - кинетическая энергия механизма в двух последовательных его положениях 1 и 2;

$A_{д1-2}$, $A_{п.с1-2}$, $A_{в.с1-2}$ - работы движущих сил, сил полезных и вредных сопротивлений;

ΔA_{1-2} - избыточная работа.

В соответствии с первой расчетной схемой (см. рисунок 5.4) имеем

$$P = dA / dt \Rightarrow dA = P dt = F_{np} V_A dt = F_{np} ds.$$

За промежуток $t - t_0$

$$A = \int_{S_0}^S F_{np} ds.$$

Тогда получаем уравнение движения системы с одной степенью свободы в форме уравнения сил:

$$m_{np} V_A^2 / 2 - m_{np0} V_{AO}^2 / 2 = \int_{S_0}^S F_{np} ds, \quad (5.18)$$

где m_{np}, m_{np0} - приведенная масса механизма в конце и начале рассматриваемого промежутка времени (в конечном s и начальном s_0 значении угловой координаты точки приведения A);

V_A и V_{AO} - конечная и начальная скорости точки приведения.

В соответствии со второй расчетной схемой по аналогии получаем уравнение движения механизма в форме уравнения моментов:

$$I_{np} \omega_1^2 / 2 - I_{np0} \omega_{10}^2 / 2 = \int_{\varphi_0}^{\varphi} M_{np} d\varphi, \quad (5.19)$$

где I_{np}, I_{np0} - приведенные моменты инерции механизма в конце и начале рассматриваемого промежутка времени $t - t_0$;

ω_1, ω_{10} - начальная и конечная угловая скорость звена приведения;

φ, φ_0 - конечное и начальное значение угловой координаты этого звена.

4.3 Применение уравнений движения механизмов

Применим полученные уравнения (5.18) и (5.19) для изучения движения механизма, причем ограничимся использованием второго из них:

- при разгоне имеем $\omega_{10} = 0$ и $E_1 = 0$, тогда

$$E_2 - E_1 = 0,5 I_{np} \omega_1^2 = A_D - A_C \Rightarrow A_D = 0,5 I_{np} \omega_1^2 + A_C;$$

- при установившемся движении за полный цикл имеем

$$E_2 = E_1, \text{ так как } \omega_1 = \omega_{10} \Rightarrow A_D = A_C, \text{ причем } A_C = A_{n.c} + A_{б.с};$$

- при выбеге имеем $\omega_1 = 0$ и $E_2 = 0$, $A_D = 0$, тогда

$$E_2 - E_1 = -0,5I_{np}\omega_{10}^2 = A_D - A_C \Rightarrow 0,5I_{np}\omega_{10}^2 = A_C.$$

Заметим, что работа A_u и $A_{c.t}$ (сил инерции и сил тяжести) за полный цикл равна нулю. Однако при расчете энергии, потребляемой машиной на преодоление различных видов сопротивления, необходимо учитывать эти величины, тогда работа движущих сил будет равна

$$A_D = A_{n.c} + A_f \pm A_u \pm A_{c.m}, \quad (5.20)$$

где $A_{n.c}$ - работа производственных (полезных) сопротивлений;

A_f - работа сил трения;

A_u - работа сил инерции (работа, затрачиваемая на изменение кинетической энергии);

$A_{c.m}$ - работа сил тяжести.

Представим уравнение (5.17) для установившегося движения в следующем виде:

$$E_j - E_0 = A_{Dj} - A_{Cj} = \Delta A_j, \quad (5.21)$$

где E_j и E_0 - кинетическая энергия, которой обладает механизм в j -м и начальном положении ($\varphi = \varphi_0$) соответственно;

ΔA_j - избыточная работа на рассматриваемом перемещении $\varphi_j - \varphi_0$ звена привода (разность работ движущих сил и сил сопротивления).

Так как $E_j = I_{npj}\omega_j^2/2$, то угловая скорость звена привода в j -м положении определяется по формуле

$$\omega_j = \sqrt{2 \frac{E_0 + \Delta A_j}{I_{npj}}} \quad (5.22)$$

4.4 Установление закона движения механизмов

Решим первую задачу динамики: установим закон движения механизма под действием сил, зависящих от положения звена привода, которое находится в непрерывном вращательном движении. С этой целью определим значение угловой скорости ω_j звена привода при любом j -м его положении

$$\omega_j = f(\varphi), \quad (5.23)$$

где φ - обобщенная координата, в качестве которой выбираем угол поворота главного вала механизма.

Если найдем зависимость (5.23), то закон движения остальных звеньев механизма определим методом кинематического анализа.

Поставленную задачу можем решить, вычислив величины, входящие в формулу (5.22) в начальном и в j -м положениях механизма.

Практически эта задача легко решается с использованием диаграммы энергомасс (кривой проф. Ф. Виттенбауэра), представляющей собой график зависимости кинематической энергии E от приведенного момента инерции $I_{пр}$ механизма:

$$E = E(I_{пр}). \quad (5.24)$$

Алгоритм построения диаграммы энергомасс следующий:

- строим диаграмму зависимости $I_{пр} = I(\varphi)$, (φ - угол поворота звена приведения);
- строим диаграмму зависимости $E = E(\varphi)$;
- получаем новую диаграмму зависимости $E = E(I_{пр})$ методом графического исключения из диаграмм $I_{пр} = I(\varphi)$ и $E = E(\varphi)$ общего параметра φ .

Диаграмма энергомасс представлена в качестве примера на рисунке 5.5.

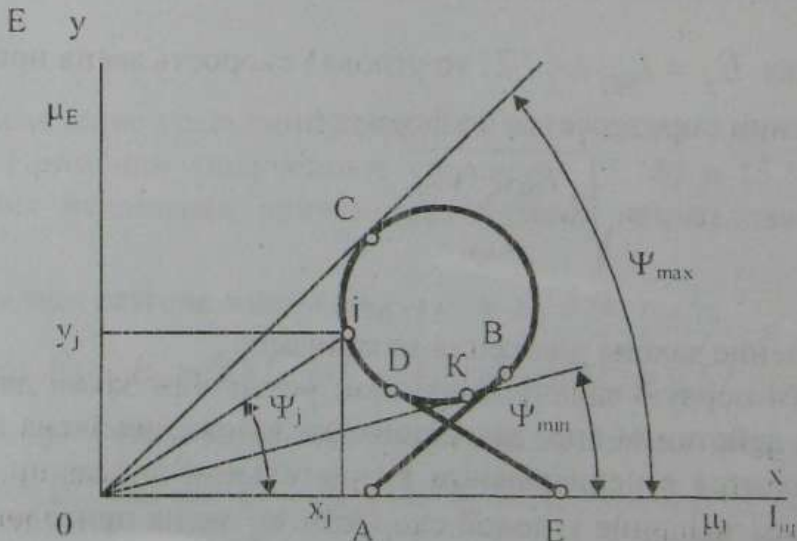


Рисунок 5.5

Исследуя диаграмму, видим, что она имеет несколько характерных участков:

- ветвь АВ, соответствующая вершине разгона;
- замкнутый контур ВСДКВ, относящийся к установившемуся движению;
- ветвь ДЕ, соответствующая выбегу.

Для любого j -го положения механизма имеем

$$\operatorname{tg} \psi_j = y_j / x_j.$$

Так как $E_j = y_j \mu_E$, $I_{npj} = x_j \mu_{Inp}$ и $E_j = I_{npj} \omega_j^2 / 2$, то

$$\omega_j = \sqrt{2 \frac{\mu_E}{\mu_{Inp}} \operatorname{tg} \psi_j}. \quad (5.25)$$

По аналогии наибольшая и наименьшая угловые скорости ω_{\max} и ω_{\min} звена приведения определяются по формуле

$$\omega_{\max} = \sqrt{2 \frac{\mu_E}{\mu_{Inp}} \operatorname{tg} \psi_{\max}}, \quad (5.26)$$

$$\omega_{\min} = \sqrt{2 \frac{\mu_E}{\mu_{Inp}} \operatorname{tg} \psi_{\min}}, \quad (5.27)$$

где ψ_{\max} и ψ_{\min} - угол, образованный крайней левой касательной ОС и крайней правой касательной ОК к кривой энергомасс с осью x соответственно.

Таким образом, имея диаграмму энергомасс, можно определить угловую скорость звена приведения для любого положения механизма и построить кривую $\omega = \omega(\varphi)$.

5 Обеспечение заданного режима движения

5.1 Основная задача и способы обеспечения заданного режима движения

Основной задачей регулирования движения (хода) механизма является обеспечение заданных угловых скоростей ведущего звена и (или) коэффициента неравномерности движения.

В зависимости от назначения, структуры и условий работы механизмов применяются следующие способы регулирования их движения:

- во-первых, регулирование угловой скорости главного вала механизма в целях обеспечения условия (5.22) при периодическом (циклическом) изменении приведенного момента инерции I_{np} , момента движущих сил M_d или приведенного момента сил полезных сопротивлений путем закрепления на этом валу маховика;

- во-вторых, регулирование угловой скорости звена с целью автоматического обеспечения условия (5.22) при случайном (непериодическом) изменении работы движущих сил A_d или сил полезных сопротивлений $A_{п.с}$ за счет применения автоматических регуляторов скорости.

5.2 Средняя скорость механизма и коэффициент неравномерности движения

В начале и конце цикла угловые скорости каждого звена равны. Однако внутри цикла угловая скорость меняется в определенных пределах, причем средняя скорость главного вала механизма

$$\omega_m = 0.5(\omega_{\max} + \omega_{\min}) \quad (5.28)$$

задается в техническом задании на проектирование механизма. При регулировании движения допускаемые пределы изменения угловой (или линейной) скорости известны заранее.

Разность $\Delta\omega = \omega_{\max} - \omega_{\min}$ называют абсолютной неравномерностью движения, а величину относительной неравномерности δ называют коэффициентом неравномерности движения (хода) машины

$$\delta = \Delta\omega / \omega_m = (\omega_{\max} - \omega_{\min}) / \omega_m \quad (5.29)$$

Допустимое значение $[\delta]$ устанавливают опытным путем. Оно приводится в техническом задании.

Решая систему линейных уравнений (5.28) и (5.29) относительно ω_{\max} и ω_{\min} , находим

$$\omega_{\max} = \omega_m(1 + 0,5\delta), \quad (5.30)$$

$$\omega_{\min} = \omega_m(1 - 0,5\delta). \quad (5.31)$$

С учетом формул (5.26) и (5.27) имеем

$$I g \psi_{\max} = 0,5 \omega_m^2 (1 + \delta) \mu_{Inp} / \mu_E, \quad (5.32)$$

$$I g \psi_{\min} = 0,5 \omega_m^2 (1 - \delta) \mu_{Inp} / \mu_E. \quad (5.33)$$

5.3 Связь между приведенным моментом инерции, кинетической энергией и коэффициентом неравномерности движения

Из полученных формул (5.30), (5.31), (5.32) и (5.33) видно, что чем меньше δ , тем меньше разница между ω_{\max} и ω_{\min} , ψ_{\max} и ψ_{\min} , а из диаграммы энергомасс следует, что чем меньше разница между ψ_{\max} и ψ_{\min} , тем дальше будет находиться начало O координат осей T и $I_{\text{пр}}$ от участка кривой $T = T(I_{\text{пр}})$, соответствующей стадии установившегося движения. Следовательно, при этом увеличивается приведенный момент инерции механизма и его кинетическая энергия, необходимая для приведения в движение механизма с заданной среднеугловой скоростью.

Таким образом, движение звена приведения будет тем ближе к равномерному, чем больше приведенный момент инерции $I_{\text{пр}}$.

Увеличение $I_{\text{пр}}$ возможно за счет:

- во-первых, увеличения массы отдельных звеньев механизма;
- во-вторых, использования на одном из валов (быстроходном) добавочной детали, имеющей требуемый момент инерции I_m . Эта деталь называется маховиком или маховым колесом.

5.4 Синтез маховика

Под маховиком будем понимать дополнительную маховую массу, которую выполняют в виде колеса, имеющего массивный обод, соединяемый со ступицей спицами, или в виде диска.

Основное назначение махового колеса - сохранение в заданных пределах изменения угловой скорости звена приведения в установившемся режиме движения механизма. Кроме того, при уменьшении нагрузки маховое колесо аккумулирует кинетическую энергию, а при повышении полезной нагрузки генерирует эту энергию для преодоления дополнительных сопротивлений без повышения мощности двигателя. Это важно для работы технологических машин, например прессов.

При проектировании маховика его диаметральные размеры выбирают из условия, чтобы окружная скорость V на ободе не превышала допустимое для материала значение. Иначе возможен разрыв маховика центробежными силами инерции.

5.5 Исходные данные для синтеза маховика

При синтезе маховика необходимо определить его момент инерции I_r . Исходными данными для этого являются:

- кинематическая схема механизмов, составляющих машинный агрегат;
- средняя скорость звена приведения ω_m ;
- нормируемый коэффициент $[\delta]$ неравномерности движения звена приведения;
- график зависимости $\Delta I_{np} - \varphi$ приведенного момента инерции масс звеньев;
- диаграммы $M_{n.d} = M_{n.d}(\varphi)$ изменения момента приведенных движущих сил и $M_{n.c} = M_{n.c}(\varphi)$ изменения момента приведенных сил сопротивления за один цикл установившегося движения без включения в эти диаграммы сил инерции.

5.6 Алгоритм синтеза маховика

Проектирование маховика выполняется в следующей последовательности:

- методом графического интегрирования диаграмм $M_{n.d} = M_{n.d}(\varphi)$ и $M_{n.c} = M_{n.c}(\varphi)$ строим диаграммы $A_d = A_d(\varphi)$ и $A_c = A_c(\varphi)$ работ движущих сил и сил сопротивления за один цикл установившегося движения, при этом учитываем, что за полный цикл движения $A_d = A_c$;

- строим диаграмму $\Delta A = \Delta A(\varphi)$ избыточных работ или приращений ΔE кинетической энергии в течение цикла, поскольку согласно теореме об изменении кинетической энергии имеем

$$\Delta A = A_d - A_c = \Delta E ; \quad (5.34)$$

- строим диаграмму $\Delta I_{np} = \Delta I_{np}(\varphi)$ приведенного момента инерции звеньев механизма;
- строим диаграмму $\Delta E = \Delta E(I_{np})$ путем графического исключения общего параметра φ из диаграммы $\Delta I_{np} - \varphi$ и $\Delta A - \varphi$ (рисунок 5.6).

Важно, что диаграмма $\Delta E = \Delta E(I_{np})$ полной кинетической энергии E механизма в функции полного приведенного момента инерции I_{np}

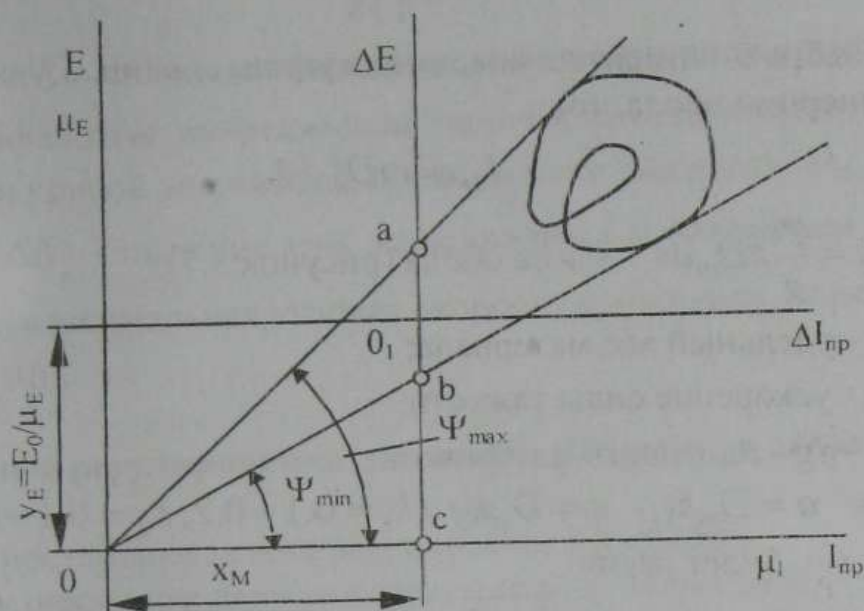


Рисунок 5.6

отличается от диаграммы $\Delta E = \Delta \bar{E}(\Delta I_{пр})$ (см. рисунок 5.6) только положением начала координат O , причем точка O смещена относительно точки O_1 на величины $E_0 = y_E \mu_E$ и $I_M = x_M \mu_I$.

Касательные к кривой энергомасс, проведенные из начала координат O , составляют с осью абсцисс углы ψ_{\max} и ψ_{\min} .

С учетом сказанного имеем

$$I_M = \mu_I (OC).$$

При меньших значениях δ углы ψ_{\max} и ψ_{\min} отличаются друг от друга незначительно, и начало координат O выходит за пределы чертежа. В этом случае момент инерции маховика определяется так.

Из рисунка 5.6 видно, что

$$\operatorname{tg} \psi_{\max} - \operatorname{tg} \psi_{\min} = \frac{a\delta}{I_M / \mu_I}. \quad (5.35)$$

С другой стороны, согласно формулам (5.32) и (5.33) имеем

$$\operatorname{tg} \psi_{\max} - \operatorname{tg} \psi_{\min} = \omega_m^2 \mu_I / \mu_E,$$

тогда

$$I_M = \frac{(a\delta) \mu_E}{\omega_m^2 \delta}. \quad (5.36)$$

Зная I_M , определяем размеры маховика.

Если пренебречь моментом инерции ступицы и спиц, а учитывать только момент инерции обода, то

$$I_M = mD_m^2 / 4,$$

где $m = \frac{\gamma}{g} \pi D_m a v$ - масса обода (рисунок 5.7);

γ - удельный вес материала;

g - ускорение силы тяжести;

$\rho = \gamma/g$ - плотность материала.

Принимая $a = D_m k_1$, $v = D_m k_2$, ($k_1 = 0.1 - 0.2$, $k_2 = 0.1 - 0.2$), окончательно D , мм, будет равно

$$D_M = \sqrt[5]{\frac{4I_M}{\pi \rho k_1 k_2}} \cdot 10^3. \quad (5.37)$$

Наружный диаметр маховика дисковой формы (рисунок 5.8) определяется по формуле

$$D = \sqrt[5]{32I_M / (\pi k \rho)} \cdot 10^7, \quad (5.38)$$

где $k = a/D = 0,05 - 0,15$, a - ширина маховика.

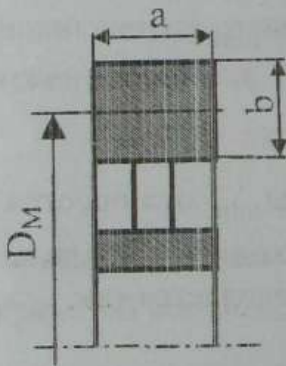


Рисунок 5.7

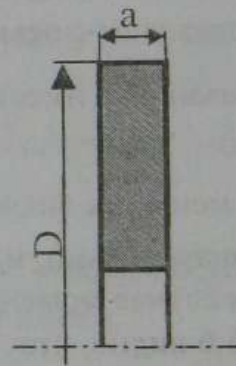


Рисунок 5.8

При известной величине I_M истинная угловая скорость кривошипа в j -м положении находится по формуле

$$\omega_j = \sqrt{\frac{(I_M + \Delta I^*) \omega_{\max}^2 - 2(\Delta E^* - \Delta E_j)}{I_M + \Delta I_j}}, \quad (5.39)$$

где $\Delta I_{пр}^*$ и ΔE^* - значение приведенного момента инерции звеньев механизма и приращение кинетической энергии, соответствующие точке касания луча и кривой энергомасс, проведенного под углом ψ_{max} ;

ΔI_j и ΔE_j - значение этих же величин в j -м положении механизма;

ω_{max} - максимальная угловая скорость кривошипа, определяемая по формуле (5.30).

6 Понятие о регулировании движения машинного агрегата

6.1 Общая постановка задачи регулирования движения

Регулирование движения механизмов машинного агрегата имеет своей целью уменьшение колебаний угловой скорости входного звена до пределов, допустимых требованиями технологического процесса.

Способы регулирования движения определяются причинами колебаний угловой скорости главного вала машины.

В подразделе 5.1 было сказано, что колебания угловой скорости может быть обусловлено:

во-первых, причинами периодического характера – циклическими и изменением приведенных моментов инерции, связанными с конструкцией механизма, момента движущих сил и приведенного момента сил сопротивления;

во-вторых, причинами, действующими неперiodически и обусловленными случайным изменением работы движущих сил и (или) сил сопротивления.

При установившемся периодически неравномерном движении (в первом случае) угловая скорость главного вала регулируется при помощи массивного махового колеса. Задача регулирования или обеспечения режима движения сводится к синтезу маховика. Она решена в предыдущем разделе.

Во втором случае приходится использовать специальные регулирующие устройства – автоматические регуляторы скорости. Если по каким либо причинам нарушается равновесие между движущимися силами и силами сопротивления, регулятор должен уменьшить (при снижении сопротивления) или увеличить (при повышении сопротивления) приток движущих сил, т.е. сбалансировать их и автоматически обеспечить работу машины с прежней скоростью (или близкой к ней).

6.2 Принципиальная схема системы регулирования

Структурная схема автоматического регулирования движения по замкнутому контуру (с обратной связью) представлена на рисунке 5.9.

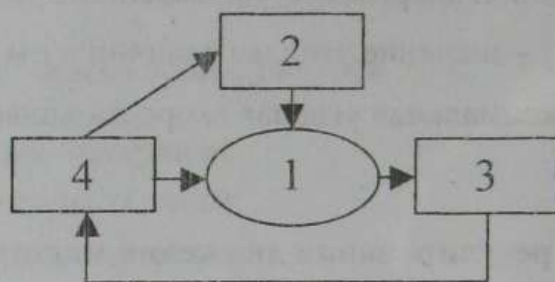


Рисунок 5.9

На рисунке: 1 – регулируемый объект (двигатель машинного агрегата);
 2 – источник возмущения (рабочая машина);
 3 – чувствительный элемент (например, механический регулятор центробежного типа или электрический регулятор - тахометр);
 4 – регулирующий орган, автоматически обеспечивающий выравнивание работы сил сопротивления и работы движущих сил.

Заметим, что регулирующий орган может воздействовать:

- на работу движущих сил;
- на работу сил вредного сопротивления (тормозные регуляторы, используемые в приборах).

В первом случае могут быть использованы регуляторы прямого или непрямого действия. Регуляторы прямого действия непосредственно связаны с устройствами (например, заслонками), изменяющими приток энергии (топлива). Регуляторы непрямого действия включают специальные гидравлические, пневматические или электрические устройства (например, усилители), оказывающие значительное силовое воздействие на объекты подачи энергии.

Вопросы для самоконтроля

- 1 Что такое машинный агрегат? Изобразите его структурную схему.
- 2 Что называется параметром МА? Приведите примеры параметров МА.
- 3 Назовите основные допущения при исследовании динамики.
- 4 Укажите стадии движения машинного агрегата.
- 5 Объясните причину колебания угловой скорости главного вала машины (механизма).
- 6 Как оценивается уровень колебаний угловой скорости главного вала различных типов машин?

- 7 Укажите цель и задачи динамического анализа механизма.
- 8 Изобразите динамическую модель механизма. Каковы ее параметры и как они определяются?
- 9 Покажите, как определяются параметры динамической модели механизма.
- 10 Назовите основную задачу и способы регулирования движения (хода) механизма.
- 11 Что такое маховик и каково его функциональное назначение?
- 12 На быстроходный или тихоходный вал целесообразно установить маховое колесо?
- 13 Назовите исходные данные для выполнения динамического исследования механизма.
- 14 Что называется коэффициентом неравномерности движения (хода)?
- 15 Перечислите методы (способы) расчета маховика. В каких случаях применяют тот или иной метод?
- 16 Что такое кривая энергомасс?
- 17 Раскройте сущность метода проф. Ф. Виттенбауэра (метод энерго-масс) и алгоритм расчета маховика.
- 18 Почему при определении приведенного момента (приведенной силы) по способу энергомасс силы инерции не учитываются?
- 19 Почему концы диаграмм работ движущих сил и сил сопротивления совпадают?
- 20 Какую величину, характеризующую звено приведения в любом положении можно определить по кривой энергомасс?
- 21 Покажите, как по кривой $T = f(I_{np})$ находится угловая скорость звена приведения.
- 22 Началом каких координат является точка пересечения касательных, приведенных к верхней и нижней ветвям кривой энергомасс?
- 23 Изобразите диаграмму зависимости $T = f(I_{np})$ (кинематической энергии T от приведенного момента инерции I_{np} маховика), соответствующую установившемуся движению.
- 24 Изобразите диаграмму зависимости $T = f(I_{np})$ от начала разгона до конца выбега механизма.
- 25 Сформулируйте задачу регулирования движения.
- 26 Изобразите принципиальную схему регулирования движения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1 Артоболовский И.И. Теория механизмов и машин.- М.:Наука.,1988
- 2 Левитская О.Н. Курс теории механизмов и машин.- М.:Высш. шк.,1985
- 3 Фролов К.В., Попов С.А., Мусатов А.К. и др. Теория механизмов и машин.- М.: Высш.шк., 1987
- 4 Кореняко А.С. Теория механизмов и машин.-Киев: Вища шк.,1976
- 5 Заблонский К.И., Белоконов И.М. и др. Теория механизмов и машин.- Киев.; Вища шк.,1989