МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ УКРАЇНИ
СУМСЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ

КОНСПЕКТ ЛЕКЦІЙ
З ДИСЦИПЛІНИ "ТЕОРІЯ МЕХАНІЗМІВ І МАШИН"

Розділ I. Основні поняття та означення
Розділ 2. Структурне дослідження механізмів
Розділ 3. Кінематичне дослідження плоских механізмів

для студентів машинобудівних спеціальностей денної форми навчання

Затверджено
на засіданні кафедри як конспект лекцій з дисципліни "Теорія механізмів і машин" для машинобудівних спеціальностей
Протокол № 4 від 14.12.93р.

Суми СДУ 1994

Розділ I. ОСНОВНІ ПОНЯТТЯ ТА ВИЗНАЧЕННЯ

Машинобудування - провідна галузь сучасної техніки. Створення машин і механізмів грунтується на комплексному застосуванні сучасних досягнень математики, механіки, фізики, електроніки, кібернетики і, в першу чергу, теорії механізмів і машин.

Теорія механізмів - наука, яка призначена для вивчення будови, кінематики і динаміки механізмів у зв"язку з їх аналізом і синтезом.

З цього випливає, що проблеми теорії механізмів і машин можна поділити на дві групи.

Перша група проблем присвячена дослідженню структурних, кінематичних і динамічних властивостей існуючих механізмів, тобто аналізу механізмів.

Друга група проблем присвячена проектуванню механізмів із заданими наперед структурними, кінематичними і динамічними властивостями, тобто синтезу механізмів.

Механізмом називається система твердих тіл, рухомо з"єднаних між собою, яка призначена для перетворення руху одного чи кількох тіл у потрібні рухи інших.

Ланкою називається одне чи кілька жорстко з"єднаних між собою твердих тіл, які утворюють механізм. Ланки поділяють на рухомі і нерухомі. Нерухома ланка, стояк, утворюється з нерухомих деталей, з"єднаних в одну нерухому систему тіл /деталей/. Рухома ланка - це рухоме тіло або група тіл, яка утворює одну жорстку рухому систему деталей.

Таким чином, в будь-якому механізмі ми маємо одну нерухому ланку і одну чи декілька рухомих ланок. Прикладом рухомої ланки, яка складається з декількох жорстко з"єднаних між собою деталей, є шатун двигуна. Шатун складається з таких деталей: тіла шатуна, кришок, шатунних підшипників, болтів, які стягують ці кришки.

У механізмі чотиритактного двигуна внутрішнього згорання корпус двигуна, циліндри, підшипники колінчастого вала утворюють у сукупності одну нерухому ланку, або стояк.

Кінематичною парою називається з"єднання двох ланок, що дотикаються і можуть одна відносно другої рухатись. Точки, лінії, поверхні ланки, по яких вона може стикатись з другою ланкою, утворюючи кінематичну пару, називають елементами ланки.

У будь-якому механізмі є вхідна ланка, якій надається від двигуна рух, що перетворюється механізмом в потрібні рухи інших його ланок, і вихідна ланка, яка з"єднана з робочим органом машини і здійснює потрібний рух, для виконання якого й призначено механізм.

Таким чином, в механізмі є одна вхідна ланка і одна вихідна.

Проте у деяких механізмах, наприклад, у автомобільному диференціалі, є одна вхідна ланка, що сприймає рух від двигуна, і дві вихідні ланки, які з"єднані із задніми колесами.

У механізмі двигуна внутрішнього згорання зворотно-поступальний рух поршнів у циліндрах перетворюється в безперервний обертальний рух колінчастого вала.

Система ланок, з"єднаних між собою кінематичними парами, називається кінематичним ланцюгом. Кінематичні ланцюги поділяються на плоскі та просторові, незамкнуті та замкнуті.

Машина- це пристрій, що виконує механічні рухи для перетворення енергії, матеріалів та інформації, щоб полегшити працю людини, підвищити її продуктивність або повністю замінити людину у виконанні нею трудових функцій.

Машини, що використовуються в наш час, за характером виконуваних ними функцій можна поділити на такі класи:

1/ енергетичні машини;
2/ робочі машини;
3/ інформаційні машини;
4/ транспортні машини.

Енергетичною машиною називається машина, яка призначена для перетворення будь-якого виду енергії у механічну роботу.

Робоча машина призначена для виконання різних технологічних процесів - зміни форми, розмірів, властивостей і положення матеріалу. Робочі машини приводяться у рух двигунами.

Інформаційні машини призначені для придбання і перетворення інформації. Це лічильні та лічильно-обчислювальні машини.

Кібернетичною машиною називається машина, яка виконує потрібні механічні рухи за допомогою відповідних систем керування - роботів, маніпуляторів та інших машин.

Транспортні машини призначені для переміщення маси. Це автомобілі, тепловози, транспортні ліфти.

Двигун і робочу машину, що з ним з"єднана, називають машинним агрегатом. Іноді між двигуном і робочою машиною встановлюють передавальні механізми.

Широке застосування в техніці мають машини-автомати. Це такі машини, де всі операції виконуються без участі людини.

Розділ 2. СТРУКТУРНЕ ДОСЛІДЖЕННЯ МЕХАНІЗМІВ

При структурному дослідженні механізмів вирішуються такі завдання:

а/визначення кількості ланок механізму і їх назва;
б/визначення класів і числа кінематичних пар, які входять у механізм;

в/визначення числа ступенів вільності механізму;
г/ поділ механізму на структурні групи, визначення класу, порядку і виду груп Ассура;
д/визначення класу механізму;
е/ утворення формули будови механізму.

2.1. Кінематичні пари і їх класифікація

У загальному випадку будь-яке абсолютно тверде тіло, що рухається в просторі, має шість ступенів вільності, тобто може робити шість незалежних між собою можливих переміщень, а саме: три обертальні рухи навколо трьох взаємно перпендикулярних осей x, y, z і три поступальні рухи вздовж цих осей.

При входженні двох ланок у кінематичну пару на відносний рух кожної ланки накладаються обмеження, які залежать від способу з'єднання ланок пари. Ці обмеження називають умовами зв'язку. Очевидно, що число умов зв'язку може бути тільки цілим числом і не може бути більше п'яти, бо коли умов зв'язку буде шість, то кінематична пара стане жорстким з'єднанням двох ланок. Так само не може бути кінематичної пари, коли число умов зв'язку дорівнює нулю, бо при цьому ми матимемо два тіла, що не стикаються і переміщуються у просторі незалежно одне від одного. Отже, число S умов зв'язку, накладених на відносний рух кожної ланки кінематичної пари, може змінюватись в межах від I до 5, тобто $1 \leq S \leq 5$.

Таким чином, число ступенів вільності Н ланки кінематичної пари у відносному русі може бути виражене залежністю

$$H = 6 - S. \qquad /1/$$

З рівності /I/ випливає, що число Н рухомостей кінематичної пари може змінюватися також від I до 5.

Усі кінематичні пари поділяються на класи в залежності від числа умов зв'язку, які накладаються на відносний рух їх ланок. Отже, якщо число S умов зв'язку змінюється в межах від I до 5, то число класів пар дорівнює 5 – відповідно до чого маємо кінематичні пари I, II, III, IV та V класів. Клас кінематичної пари можна визначити з рівності /I/

$$S = 6 - H. \qquad /2/$$

З рівності /2/ випливає, що число умов зв'язку, які накладаються на кінематичну пару, буде завжди дорівнювати різниці між числом 6 і тим числом ступенів вільності, яке має кожна ланка кінематичної пари у відносному русі.

Розглянемо найпоширеніші кінематичні пари з їх умовними позначеннями.

На рис. I, а, б показано кінематичну пару – кулю I, що перекочується з ковзанням по площині 2. Рух кулі I відносно площини 2 або навпаки, рух площини 2 відносно кулі I можна розкласти на три обертання навколо осей x, y, z і на два ковзання вздовж осей x і y. Переміщення кулі I вздовж осі z неможливо, тому що кінематична пара буде зруйнована.

Таким чином, число ступенів вільності Н дорівнює п"яти, а число умов зв"язку відповідно формули /2/

$$S = 6 - H = 6 - 5 = I.$$

Отже, цю пару слід віднести до кінематичних пар I класу /п"ятирухома пара/.

На рис. 2, а, б показано кінематичну пару циліндр – площина, яка має чотири ступені вільності та дві умови зв"язку. Таким чином, клас цієї кінематичної пари буде другий /чотирирухома пара/.

На рис. 3, а, б і 4, а, б зображені кінематичні пари Ш класу в двох варіантах: сферичної пари /кульовий шарнір/, яка допускає три обертання навколо осей x, y, z і площинної пари, де маємо два плоскопаралельних відносних рухів вздовж осей x, y та обертальний рух навколо осі z. Ці кінематичні пари називають також трирухомі.

Дворухома циліндрична кінематична пара зображена на рис. 5, а, б, яка допускає незалежні обертальний і поступальний відносні рухи її ланок. Цю пару треба віднести до пар IУ класу.

Кінематичні пари У класу /однорухомі пари/ подано в трьох варіантах. На рис. 6, а, б показано поступальну пару, кожна ланка якої має лише один можливий відносний поступальний рух вздовж осі Х. На рис. 7, а, б зображена обертальна кінематична пара, яка має лише один можливий відносний обертальний рух навколо осі Х. На рис. 8, а, б показано гвинтову пару, що допускає обертання навколо осі гвинта і поступальний рух вздовж цієї осі. Ці рухи зв"язані між собою додатковими геометричними умовами, тому цю пару слід вважати однорухомою парою У класу.

Кінематичні пари поділяються на дві групи: нижчі та вищі. Кінематична пара, яка може бути створена стиканням елементів її ланок тільки по поверхні, називається нижчою. До нижчих пар належать: обертальна /рис.7/, поступальна /рис.6/, гвинтова /рис.8/, циліндрична /рис.5/, сферична /рис.3/ і площинна /рис.4/.

Кінематична пара, яка може бути створена стиканням елементів її ланок тільки по лінії або в точках, називається вищою. До вищих пар належать: пара куля-площина /рис.I/, пара циліндр-площина /рис.2/.

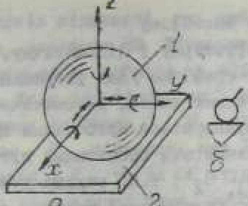

Рис.1

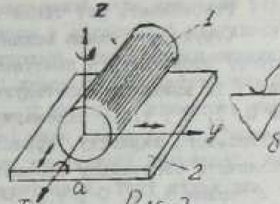

Рис.2

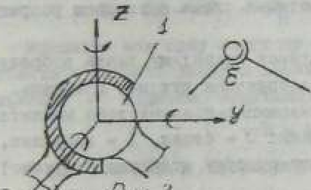

Рис.3

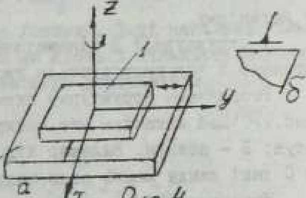

Рис.4

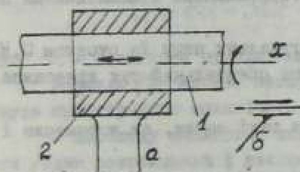

Рис.5

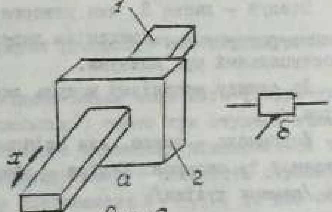

Рис.6

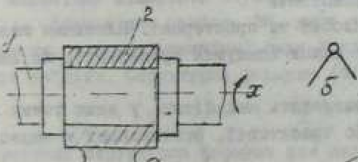

Рис.7

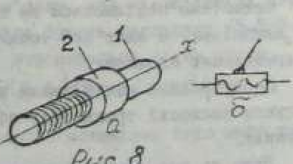

Рис.8

2.2. Структурна і кінематична схеми механізму

Розробляють дві схеми механізму: структурну і кінематичну.

Структурна схема механізму - умовне графічне /без дотримання масштабу/ зображення з вказівкою стояка, рухомих ланок, кінематичних пар і їх взаємного розташування. Ланки нумеруються арабськими цифрами 0, I, 2 і т.п., кінематичні пари позначаються прописними літерами латинського алфавіту, причому літерами O_I, O_2 і т.п. рекомендується позначати обертальну кінематичну пару, до складу якої входить стояк, і літерами А, В, С і т.п. - інші пари.

Кінематична схема механізму - умовне графічне зображення механізму з врахуванням масштабу. Кінематична схема є основою розрахунку механізму.

В структурній і кінематичній схемах механізму ланки зображуються спрощено і використовуються умовні зображення рухомих з"єднань.

Розглянемо структурну схему кривошипно-повзункового механізму /рис.9/. Цей механізм має чотири ланки: 0 - стояк, I - кривошип, 2 - шатун; 3 - повзун. Залежно від характеру руху відносно нерухомої ланки 0 інші ланки мають свою назву.

Кривошип /ОА/ - ланка, яка утворює обертальну кінематичну пару 0 із стояком і здійснює повний оберт навколо нерухомої осі.

Шатун /АВ/ - ланка, яка з"єднана обертальними кінематичними парами А і В з рухомими ланками.

Повзун - ланка 3, яка утворює поступальну пару із стояком 0. Кривошипно-повзункового механізм перетворює обертальний рух кривошипа в поступальний рух повзуна.

До складу механізму можуть входити такі ланки, як коромисло і куліса.

Коромисло - ланка, яка здійснює неповний оберт навколо осі, зв"язаної із стояком. Куліса - обертова ланка, яка є напрямною повзуна /каменя куліси/.

2.3. Структурні формули механізмів

Механізми поділяються на плоскі та просторові. Плоскими називають механізми, в яких всі точки ланок описують траєкторії, що лежать у паралельних площинах.

Просторовими механізмами називають механізми, у яких точки ланок описують неплоскі траєкторії або траєкторії, розташовані в пересічних площинах.

Якщо на рух ланки в просторі не накладаються ніякі умови зв"язку, то вона, як відомо, має шість ступенів вільності. Тоді, якщо кількість ланок кінематичного ланцюга дорівнює К, то загальна кількість ступенів вільності, яку має К ланок до їх з"єднання в кінематичні пари, дорівнює 6К. З"єднання ланок у кінематичні пари накладає різну кількість зв"язок на відносний рух ланок в залежності від класу пар. Коли кількість пар I класу, в які входять ланки кінематичного ланцюга дорівнює P_I, кількість пар II класу $-P_{II}$, кількість пар III класу $- P_{III}$, кількість пар IV класу $- P_{IV}$, і нарешті, кількість пар V класу $- P_V$, то із 6К ступенів руху, які мали ланки до їх з"єднання у кінематичні пари, необхідно вилучити ті ступені вільності, які віднімаються з"єднанням ланок у кінематичні пари. Тоді кількість ступенів вільності Н, яку має кінематичний ланцюг, дорівнює

$$H = 6K - 5P_V - 4P_{IV} - 3P_{III} - 2P_{II} - P_I \qquad /3/$$

Механізм має одну нерухому ланку /стояк/. Тоді загальна кількість ступенів вільності ланцюга зменшиться на шість і кількість ступенів вільності W відносно нерухомої ланки буде дорівнювати

$$W = H - 6. \qquad /4/$$

З рівнянь /3/ і /4/ знаходимо

$$W = 6(K-1) - 5p_V - 4p_{IV} - 3p_{III} - 2p_{II} - p_I.$$

Якщо величину К-I позначити через n, то дістанемо

$$W = 6n - 5p_V - 4p_{IV} - 3p_{III} - 2p_{II} - p_I, \qquad /5/$$

де n - кількість рухомих ланок.

Формула /5/ носить назву формули рухомості або структурної формули просторового механізму.

У плоскому механізмі кожна вільна ланка може мати тільки три рухи /один обертальний і два поступальних/, тобто три ступені вільності. Таким чином, на рух всіх ланок плоского механізму накладається три умови зв"язку. Далі, якщо у загальному випадку кількість ступенів вільності рухомих ланок механізму дорівнювала $6n$, то для плоского механізму кількість ступенів вільності рухомих ланок буде $/6-3/n = 3n$. Відповідно замість $5P_V$ умов зв"язку, які накладаються парами У класу, в цьому механізмі пари У класу будуть накладати $/5-3/P_V = 2P_V$ умов зв"язку. Структурна формула /5/ перепишеться таким чином

$$W = (6-3)n - (5-3)p_V - (4-3)p_{IV} - (3-3)p_{III},$$

Остаточно структурна формула для плоского механізму буде мати такий вигляд

$$W = 3n - 2p_V - p_{IV}. \qquad /6/$$

Ця формула називається формулою П.Л.Чебишева, яку він вивів в 1869 році.

2.4. Структурна класифікація плоских важільних механізмів

Сучасні методи кінематичного та силового аналізів механізмів пов'язані з їх структурною класифікацією.

Головний принцип утворення механізму вперше був сформульований в 1914 році російським вченим Л.В.Ассуром. Структурна класифікація механізмів за методом Ассура є однією з найраціональніших класифікацій плоских важільних механізмів з нижчими кінематичними парами. Цей принцип полягає в послідовному приєднанні до ведучої ланки груп ланок з нульовим ступенем вільності відносно тих ланок, до яких група приєднується. Ці групи ланок називаються групами Ассура. Кінематичний ланцюг, ступінь рухомості якого дорівнює ступеню рухомості усього механізму, називається групою початкових ланок.

Визначити будову механізму - це значить встановити, з яких груп ланок /початкових і груп Ассура/ даний механізм складається, і в якому порядку ці групи приєднуються.

Сукупність стояка та ведучої ланки, що утворюють кінематичну пару У класу, називають механізмом I класу - це група початкових ланок, для якої $W = 1$ /рис.10/.

Класифікація груп Ассура охоплює плоскі механізми лише з нижчими кінематичними парами.

Тоді група Ассура повинна відповідати умові

$$W = 3n - 2p_5 = 0 .$$

Звідки

$$p_5 = \frac{3}{2} n . \qquad /7/$$

Надаючи n послідовно ряд значень 2;4;6; . . ., дістанемо відповідно для P_5 значення 3;6;9; ...

$$\begin{aligned} n &= 2;\ 4;\ 6;\ 8;\ 10;\ ... \\ P_5 &= 3;\ 6;\ 9;\ 12;\ 15;\ ... \end{aligned} \qquad /8/$$

Задаючись різним сполученням цих чисел, які задовольняють умову /8/, можна дістати групи різного виду. Усі групи, одержані таким способом, поділено на класи: II, III, IУ, У і т.д.

Найпростіше сполучення чисел ланок і пар, які задовольняють умову /7/, буде $n = 2$ і $P_5 = 3$.

Група, яка має дві ланки і три пари У класу, називається групою Ассура II класу, другого порядку або двоповідковою групою.

Клас групи Ассура визначається найвищим класом контура, який входить в групу. Клас контура визначається числом кінематичних пар У класу ланки контура /рис.II/.

Порядок групи Ассура визначається числом вільних елементів ланок, якими група приєднується до основного механізму.

Групі Ассура II класу другого порядку можна також дати назву діада.

Групи Ассура II класу II порядку або діади поділяються на види.

Група, яка має дві ланки і три обертальні пари /рис.II/, називається діадою першого виду /ООО/.

Інші види діади можна здобути шляхом заміни окремих обертальних пар парами поступальними.

Другим видом є той, при якому поступальною парою заміняється одна з крайніх обертальних пар /рис.I2, ООП/.

Третій вид зображений на рис.I3. Тут поступальною парою заміняється середня обертальна пара /ОПО/.

Четвертий вид зображений на рис.I4. Тут дві крайні обертальні пари заміняються двома поступальними /ПОП/.

У п"ятому виді /рис.I5/ поступальними парами заміняються крайня і середня обертальні пари /ППО/.

Діада з трьома поступальними парами неможлива, бо якщо її приєднати до стояка, вона не матиме нульової рухомості і може переміщуватись.

Розглянемо тепер друге можливе сполучення чисел ланок і кінематичних пар, що утворюють групи Ассура. Згідно з рівністю /7/ група має чотири ланки і шість пар У класу /рис.I6/. Цей кінематичний ланцюг являє собою складний незамкнутий кінематичний ланцюг, що складається з базової ланки АВС, з трьома повідками: ДВ, ХЕ, СА. На рис. I6 зображено три контури I класу і контур III класу, що утворює групу Ассура III класу третього порядку, або триповідкову групу /тріаду/.

Механізми, до складу яких входять групи не вище другого класу, називають механізмами другого класу.

Механізми, до складу яких входять групи не вище III класу, називають механізмами III класу.

Склад і послідовність приєднання груп Ассура виражає формула будови механізму.

На завершення розглянемо приклад структурного дослідження важільного механізму, зображеного на рис.I7.

До складу механізму входять вісім ланок, котрі мають таку назву: 0 – стояк, I – кривошип, 2 – шатун, 3 – повзун, 4 – шатун, 5 – коромисло, 6 – шатун, 7 – повзун.

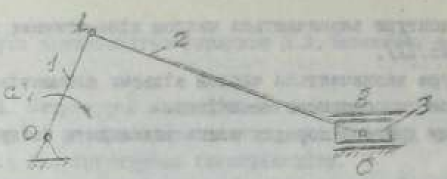

Рис 9

Рис.10

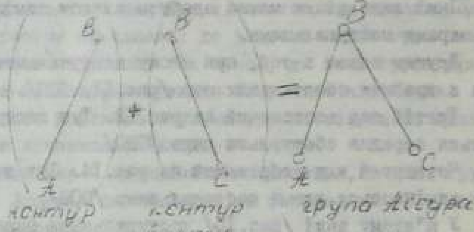

Рис 11

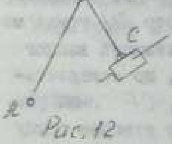

Рис.12

Рис.13

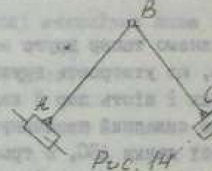

Рис.14

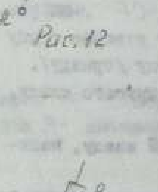

Рис. 15

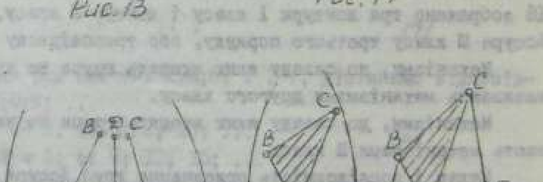

Рис. 16

Кількість кінематичних пар – десять: вісім обертальних пар V класу та дві поступальні пари V класу.

З формули /6/ ступінь рухомості механізму

$$W = 3n - 2p_5 - p_4 = 3\cdot 7 - 2\cdot 10 - 0 = 1,$$

тобто механізм має один ступінь рухомості і, отже, повинен мати одну ведучу ланку /I – кривошип/.

Зробимо поділ механізму на структурні групи і визначимо клас, порядок і вид груп Ассура.

На рис. 18 зображений механізм I класу, ступінь рухомості якого

$$W = 3n - 2p_5 = 3\cdot 1 - 2\cdot 1 = 1.$$

На рис. 19 зображена група Ассура II класу, другого порядку і другого виду /ООЦ/, ступінь рухомості якої $W = 3n - 2p_5 = 3\cdot 2 - 2\cdot 3 = 0$. На рис.20 зображена група Ассура II класу, другого порядку і першого виду, або діада першого виду. Остання група Ассура /рис.21/ має II клас, другий порядок і другий вид.

Порядок приєднання груп виразимо формулою будови

$$\underline{I}\,(0,1) \longrightarrow \underline{II}\,(2,3) \longrightarrow \underline{II}\,(4,5) \longrightarrow \underline{II}\,/6,7/$$

У формулі цифрою II позначено клас групи Ассура, а цифрою I – механізм I класу. Номери ланок, що входять до складу механізму I класу та груп, зазначено в дужках.

В цілому цей механізм другого класу, тому що до його складу входять групи не вище другого класу.

Розділ 3. КІНЕМАТИЧНЕ ДОСЛІДЖЕННЯ ПЛОСКИХ МЕХАНІЗМІВ

Головне завдання кінематичного дослідження механізмів – це вивчення руху ланок механізму за заданим законом руху ведучої ланки.

Розв"язання цього завдання полягає в розгляді таких питань:

а/ знаходження траєкторії, що описується точками ланок;

б/ побудова планів механізму;

в/ визначення швидкостей різних точок ланок і кутових швидкостей ланок;

г/ визначення прискорень різних точок ланок і кутових прискорень ланок.

Кінематичне дослідження механізмів можна проводити графічними, графоаналітичними і аналітичними методами.

Графоаналітичні методи дають прості і наочні розв"язання там, де аналітичні приводять до громіздких формул і складних результатів. Графоаналітичні методи дослідження включають методи планів положень, швидкостей та прискорень.

Графічне розв"язання задач потребує зображення різноманітних

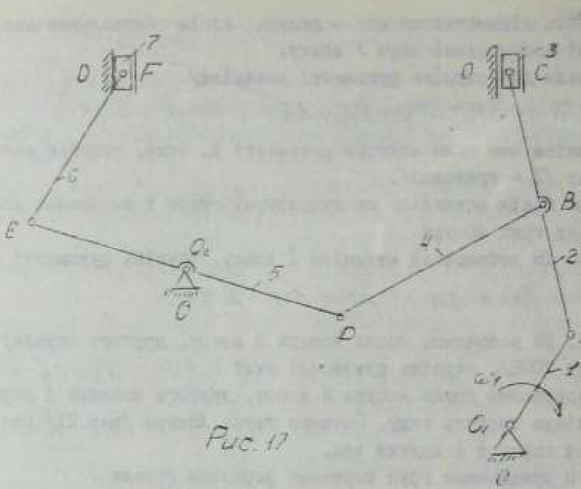

Рис. 17

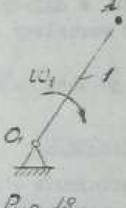

Рис. 18

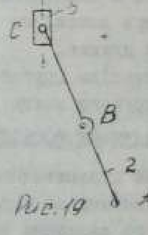

Рис. 19

Рис. 20

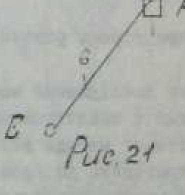

Рис. 21

фізичних величин у вигляді лінії /відрізка/ тієї чи іншої довжини. Для цього треба користуватись масштабним коефіцієнтом, який являє собою відношення дійсної величини до довжини відрізка, який цю величину зображує на кресленні. Масштабний коефіцієнт, який у подальшому будемо називати "масштабом", позначається літерою μ з індексом тієї величини, яка зображена графічно. Масштаб μ має розмірність, у чисельнику якої - розмірність дійсної величини, а у знаменнику - розмірність довжини в мм.

Наприклад, при зображенні довжини ланок масштаб буде $\mu_l\left[\frac{м}{мм}\right]$, швидкості - $\mu_v\left[\frac{м с^{-1}}{мм}\right]$ і т.д.

Знаходження траєкторії, що описується точками ланок, не викликає особливих труднощів, тому це питання не будемо розглядати.

3.1. Побудова планів механізмів

Графічне зображення взаємного розміщення ланок, яке відповідає вибраному миттєвому часу, називається планом механізму. Ряд послідовних планів механізму, побудованих для різних моментів часу, які йдуть один за одним, дозволяє наочно прослідкувати за рухами механізму.

Для побудови планів механізму необхідно знати: кінематичну схему механізму і закон руху ведучої ланки.

Якщо відома довжина ланок механізму і взаємне розміщення нерухомих точок, то кінематичну схему механізму креслять методом засічок.

Якщо відомі деякі параметри механізму /коефіцієнт змінювання середньої швидкості, хід відомої ланки і т.д./, то довжина ланок та інші невідомі параметри визначається аналітичним способом, а тоді вже креслять кінематичну схему механізму.

На прикладі центрального кривошипноповзункового механізму розглянемо спосіб побудови його планів. Кінематична схема в довільному масштабі μ_l зображена на рис.22. Відомі довжини: кривошипа - OA і шатуна - AB. Берем довільну точку O, яка служить віссю обертання кривошипа і через неї проводимо горизонтальну пряму $N-N$. Так як механізм центральний, то центр повзуна розташований на прямій $N-N$. Далі через точку O проводимо перпендикуляр OA до $N-N$ і із точки A радіусом AB робимо засічку на прямій $N-N$ в точці B, яка є центром повзуна 3.

Таким чином, виконали кінематичну схему механізму для даного положення. За початкове положення механізму вибираємо таке, при якому кривошип і шатун витягаються в одну пряму лінію A_0OB. Далі поділимо коло, що описується ведучою точкою A кривошипа, на довільне число рівних частин, наприклад, на 12, і точки поділу позначимо через A_1, A_2, ... A_{12} у напрямі обертання кривошипа /на рисунку за годинниковою стрілкою/. Хід повзуна S відповідає двом крайнім положенням механізму. Для кривошипа це будуть точки A_0 і A_6, а для шатуна відповідно точки B_c і B_6.

3.2. Основні рівняння для визначення швидкостей і прискорень.

Для застосування графоаналітичних методів кінематичного дослідження необхідно добре знати основні залежності визначень величин швидкостей і прискорень, добре знати напрям векторів і вміти складати векторні рівняння цих швидкостей і прискорень для різних випадків.

Нагадаємо основні положення, які відомі з курсу теоретичної механіки.

I. Ланка рухається поступово.

При поступовому русі ланки швидкості і прискорення її точок мають однакову величину і напрям.

2. Ланка здійснює обертальний рух навколо нерухомої осі /рис.23/.

У цьому випадку значення лінійної швидкості точки А, кутової швидкості ланки ω і радіуса l_{OA} зв"язані залежністю

$$v_A = \omega \cdot l_{OA}. \qquad /9/$$

Вектор швидкості v_A перпендикулярний радіусу і має напрям у бік руху точки А. Це визначається за напрямом ω.

Значення нормального прискорення точки А дорівнює

$$a_A^n = \omega^2 l_{OA} \qquad /10/$$

Вектор нормального прискорення завжди спрямований від радіуса до центру оберту - від точки А до точки О.

Тангенціальне прискорення А дорівнює

$$a_A^\tau = \varepsilon\, l_{OA}. \qquad /11/$$

Вектор тангенціального прискорення перпендикулярний радіусу і його напрям визначається напрямом кутового прискорення ε.

Напрями кутової швидкості і кутового прискорення можуть або збігатися, або не збігатися. В першому випадку обертальний рух прискорений, в другому - сповільнений.

Вектор повного прискорення точки А дорівнює векторній сумі нормального і тангенціального прискорень цієї точки

$$\bar{a}_A = \bar{a}_A^n + \bar{a}_A^\tau. \qquad /12/$$

3. Дві точки належать одній ланці й віддалені одна від одної на відстань l_{AB} /рис.24/.

З теоретичної механіки відомо, що рух будь-якої точки ланки, /наприклад, точки В/ можна розкласти на два: переносний рух разом з довільно взятою точкою А ланки і відносний обертальний рух навколо цієї точки. В зв'язку з цим векторне рівняння, яке зв'язує швидкості обох точок, має вигляд

$$\bar{v}_B = \bar{v}_A + \bar{v}_{BA}, \qquad /13/$$

де v_B – абсолютна швидкість точки В;

v_A – переносна швидкість точки А;

v_{BA} – відносна швидкість точки В.

Відносна швидкість v_{BA} дорівнює добутку величини кутової швидкості ω на відстань l_{AB} і напрямлена перпендикулярно до АВ у бік, який визначається знаком напряму вектора швидкості ω, тобто,

$$v_{BA} = \omega l_{AB}. \qquad /14/$$

Прискорення точки В складається з двох прискорень

$$\bar{a}_B = \bar{a}_A + \bar{a}_{BA}, \qquad /15/$$

де a_B – вектор абсолютного прискорення точки В;

a_A – вектор переносного прискорення точки А;

a_{BA} – вектор повного відносного прискорення точки В.

Повне відносне прискорення a_{BA} в свою чергу складається з двох складових прискорень – нормального a^n_{BA} і тангенціального a^τ_{BA}.

На основі цього векторне рівняння для прискорення точки В має вигляд

$$\bar{a}_B = \bar{a}_A + \bar{a}^n_{BA} + \bar{a}^t_{BA}. \qquad /16/$$

Величина прискорень a^n_{BA} і a^t_{BA} дорівнює

$$a^n_{BA} = \omega^2 l_{AB}; \quad a^\tau_{BA} = \varepsilon l_{AB}.$$

Нормальне прискорення a^n_{BA} напрямлене по АВ від точки В до точки А, а тангенціальне a^τ_{BA} напрямлене по перпендикуляру до АВ у бік напряму кутового прискорення ε.

4. Дві точки належать двом ланкам, з'єднаним в поступальну кінематичну пару, і в даний момент часу збігається /рис.25/.

Розглянемо ланки І і 2, які утворюють поступальну пару з напрямною Х-Х. Точка A_1 належить ланці І, а точка A_2 – ланці 2. Швидкість v_{A_2} точки A_2 складається з двох швидкостей – переносної та відносної. Переносною є швидкість v_{A_1} тієї точки A_1 ланки І, з якою в даний момент часу збігається точка A_2. Відносна швидкість $v_{A_2A_1}$ точки A_2 дорівнює швидкості руху ланки 2 відносно ланки І. Формула для швидкості точки A_2 має вигляд

$$\bar{v}_{A_2} = \bar{v}_{A_1} + \bar{v}_{A_2A_1}. \qquad /17/$$

Відносна швидкість $v_{A_2A_1}$ напрямлена паралельно напрямній X-X.

Прискорення a_{A_2} точки A_2 складається з трьох прискорень: переносного прискорення точки A_1, відносного і прискорення Коріоліса /поворотне/. В даному випадку переносний рух обертальний. У відносному русі, як зазначено вище, точка A_2 рухається по прямій лінії. Тому у відносному русі точка A_2 має тільки релятивне прискорення $a^{2}_{A_2A_1}$, напрямлене паралельно напрямній X-X. Прискорення Коріоліса позначимо через $a^{k}_{A_2A_1}$. Тепер формула для прискорення A_2 має вигляд

$$\bar{a}_{A_2} = \bar{a}_{A_1} + \bar{a}^{k}_{A_2A_1} + \bar{a}^{2}_{A_2A_1} \qquad /18/$$

Прискорення Коріоліса $a^{k}_{A_2A_1}$ обчислюють за формулою

$$a^{k}_{A_2A_1} = 2\,\omega_1\,v_{A_2A_1}, \qquad /19/$$

де ω_1 - кутова швидкість ланки I, що дорівнює - кутовій швидкості ланки 2, бо ланки I і 2 утворюють поступальну пару і не мають відносного обертання. Тому вони повертаються разом і мають однакові швидкості та кутові прискорення.

Щоб визначити напрям прискорення Коріоліса, вектор $\bar{v}_{A_2A_1}$ відносної швидкості треба повернути на кут 90° у бік напряму кутової швидкості ω_1 переносного руху. Напрям повернутого вектора швидкості $v_{A_2A_1}$ збігається з напрямом вектора $a^{k}_{A_2A_1}$ прискорення Коріоліса.

3.3. Теореми подібності для планів швидкостей та прискорень

Розглянемо теореми подібності для планів швидкостей і прискорень, за допомогою яких простим геометричним способом можна визначити швидкості інших точок ланки, якщо відомі швидкості двох її точок.

Нехай, наприклад, відомо /рис.26/: вектор швидкості точки В і напрям q-q вектора v_c швидкості точки С ланки 2. Треба визначити швидкості точок С, D і Е ланки 2 і її кутову швидкість ω_2. Для цього використаємо рівняння /13/.

З довільної точки Р - полюса плану швидкостей /рис.27/ - відкладаємо відрізок pb, що зображує у деякому масштабі μ_v вектор $\bar{v}_B$ заданої швидкості точки В. Через точку В - кінець вектора v_B - проводимо пряму перпендикулярно до відрізка ВС ланки 2 до перетину в точці С з прямою, проведеною через полюс Р у напрямі q-q вектора v_c швидкості точки С. Таким чином, щоб побудувати план швидкостей pbc ланки 2, досить знати швидкість однієї точки ланки, наприклад, швидкість точки В, і напрям швидкості іншої точки ланки, наприклад, точки С. Якщо план швидкостей ланки побудовано, то завжди

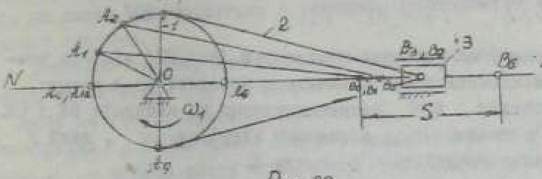

Рис. 22

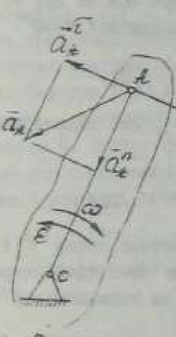

Рис 23

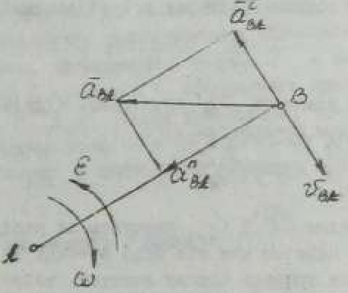

Рис. 24

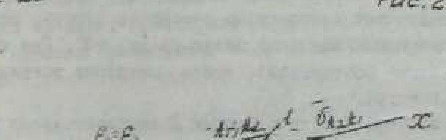

Рис. 25

можна визначити швидкість будь-якої іншої точки, що належить цій ланці, наприклад, точки Е. Швидкість точки Е визначають з рівнянь:

$$\bar{v}_E = \bar{v}_B + \bar{v}_{EB}; \quad \bar{v}_E = \bar{v}_C + \bar{v}_{EC}. \qquad /20/$$

З цих рівнянь випливає, що на плані швидкостей /рис.27/ кінцева точка e вектора v_E швидкості точки Е лежить у перетині двох прямих, проведених через точки b і c перпендикулярно до напрямів ВЕ і СЕ. Сполучивши полюс Р з точкою e, дістанемо відрізок pe, який у масштабі μ_v зображає швидкість v_E точки Е.

Легко побачити, що трикутник bce на плані швидкостей, який зображує відносні швидкості v_{CB}, v_{EB}, v_{EC}, подібний трикутнику ВСЕ на плані ланки, як трикутники з взаємно перпендикулярними сторонами. Трикутник bce повернений відносно трикутника ВСЕ на кут 90°.

В подібних фігурах всі відповідні сторони пропорційні, тому

$$\frac{bc}{BC} = \frac{ce}{CE} = \frac{be}{BE}. \qquad /21/$$

З рівняння /21/ визначають відрізки ce і be, які відповідають відносним швидкостям v_{EC} і v_{EB}.

$$ce = bc\frac{CE}{BC}; \quad be = \frac{BE}{BC}. \qquad /22/$$

Відрізками ce і be описують як радіусами кіл навколо точок c і b. Перетин цих кіл буде в точці e. При цьому необхідно дотримуватися правила обходу контура, тобто ЕВС і ebc за годинниковою стрілкою.

Таким чином, випливає теорема подібності для плану швидкостей: вектори відносних швидкостей точок ланки утворюють фігуру, подібну до фігури ланки і повернену відносно ланки на кут 90°. При цьому фігури повинні бути схоже розташовані, тобто потрібно дотримуватись правила обходу контура.

Для визначення вектора швидкості точки Д використовуємо рівняння

$$\frac{v_{DB}}{v_{CB}} = \frac{bd}{bc} = \frac{BD}{BC}, \text{ звідки } bd = bc\frac{BD}{BC}.$$

Відрізок bd треба відкласти на плані швидкостей від точки b. Потім, з'єднавши точку d з полюсом Р, визначимо відрізком pd, який зображує вектор v_D швидкості точки Д.

Користуючись планом швидкостей, можна визначити кутову швидкість ω_2 ланки 2. Для цього використовуємо формулу

$$\omega_2 = \frac{v_{CB}}{l_{BC}}. \qquad /23/$$

Щоб визначити напрям кутової швидкості ω_2, треба вектор $\overline{v}_{CB}$ відносної швидкості, виражений на плані швидкостей відрізком bc /напрям від b до c /, перенести на схему в точці C. Його напрям покаже, що ланка 2 обертається в напрямі, протилежному обертанню годинникової стрілки.

Доведемо теорему для плану прискорень. Нехай відомо /рис.28/: вектор прискорення a_B і напрям $n-n$ вектора a_C прискорення точки С. Треба визначити прискорення точок С, Д і Е ланки 2 і її кутове прискорення ε_2. Для цього використовуємо рівняння /16/. З довільної точки π – полюса плану прискорень /рис.29/ – відкладаємо вектор πb, що являє собою вектор a_B заданого прискорення точки В; потім відкладаємо від точки b вектор a^n_{CB} нормального прискорення паралельно СВ у напрямі від точки С до точки В. Величина цього вектора визначається за формулою /10/ і зображена на рисунку у вигляді відрізка bn. Далі із знайденої точки n перпендикулярно до ланки ВС проводимо пряму в напрямі вектора $\overline{a}_{CB}$ – тангенціального прискорення у відносному русі. Перетин цієї прямої з прямою, проведеною з полюса π в напрямі $n-n$, визначає кінцеву точку С вектора πc абсолютного прискорення точки С. Якщо з'єднати точки b і c плану прискорень, то відрізок bc являтиме собою повне прискорення a_{CB} у відносному русі точки С навколо точки В, що випливає з векторного рівняння

$$\overline{a}_{CB} = \overline{a}^n_{CB} + \overline{a}^\tau_{CB}. \qquad /24/$$

Кутове прискорення ε_2 ланки 2 визначають з формули

$$\varepsilon_2 = \frac{a^\tau_{BC}}{l_{BC}}. \qquad /25/$$

Напрям ε_2 визначиться, якщо в точці С прикласти вектор $\overline{a}^\tau_{CB}$, що зображається на плані прискорень відрізком nc /напрям від n до c /. Величину повного прискорення a_{CB} точки С відносно точки В визначають формулою

$$a_{CB} = l_{BC}\sqrt{\varepsilon_2^2 + \omega_2^4}. \qquad /26/$$

Аналогічно для прискорень $\overline{a}_{EB}$ і $\overline{a}_{EC}$ точки Е, яка жорстко зв'язана з ланкою ВС, маємо:

$$a_{EB} = l_{BE}\sqrt{\varepsilon_2^2 + \omega_2^4}; \qquad (27)$$

$$a_{EC} = l_{CE}\sqrt{\varepsilon_2^2 + \omega_2^4}. \qquad /28/$$

З цих трьох рівностей матимемо

$$\frac{a_{CB}}{l_{BC}} = \frac{a_{EB}}{l_{BE}} = \frac{a_{EC}}{l_{CE}}$$

або

$$\frac{bc}{BC} = \frac{be}{BE} = \frac{ce}{CE}. \qquad /29/$$

Ці рівності показують, що в трикутнику ВЕС на плані ланки /рис.26/ і трикутнику bec на плані прискорень /рис.27/ відповідні сторони пропорціональні і тому ці трикутники подібні. Подібну фігуру на плані прискорень треба будувати методом засічок, визначивши спочатку з рівняння /29/ величини відрізків be і ce.

Таким чином, випливає теорема подібності для плану прискорень: вектори повних відносних прискорень точок ланки утворюють фігуру, подібну до фігури ланки. При цьому фігури повинні бути схоже розташовані, тобто треба дотримуватись правила обходу контура. При обході контура bce у будь-якому напрямі порядок букв має збігатися з порядком букв контура ВСЕ при обході у тому самому напрямі.

Якщо потрібно визначити прискорення якоїсь точки D, що лежить на відрізку ВС /рис.28/, то напрям вектора a_{DB} на плані прискорень має бути паралельним напряму вектора $\bar{a}_{CB}$, тобто напряму відрізка bc /рис.29/.

Для визначення відрізка bd використовуємо рівняння

$$\frac{a_{DB}}{a_{CB}} = \frac{bd}{bc} = \frac{BD}{BC}, \qquad \text{звідки} \quad bd = bc\frac{BD}{BC}.$$

Відрізок bd треба відкласти на плані прискорень від точки b. Потім, з'єднавши точку d з полюсом π, визначимо відрізок πd, який зображує вектор a_D прискорення точки D.

3.4. Побудова планів швидкостей і прискорень плоских важільних механізмів

Графоаналітичний метод кінематичного дослідження механізмів грунтується на побудові планів швидкостей і прискорень. Плани швидкостей та прискорень, які побудовано для даного положення механізму, не дають ще уяви про характер руху механізму, а дають лише змогу судити про миттєвий кінематичний стан його. Коли ж побудувати план швидкостей і прискорень для кількох послідовних положень механізму, можна дістати повну кінематичну характеристику досліджуваного механізму за якийсь період руху, наприклад, за один оберт кривошипа.

Побудову планів швидкостей і прискорень здійснимо на окремому прикладі для шестиланкового кулісного механізму поперечно-стругального верстата /рис.30/. Будемо вважати, що відомо:

а/ розміри ланок $l_{O_1A}, l_{O_2B}, l_{BC}, l_{O_2A}$;

б/ положення механізму;

в/ величина і напрям кутової швидкості і кутового прискорення ведучої ланки ω_1 і ε_1.

Побудова планів здійснюється у порядку побудови механізму, тобто спочатку будується план для ведучої ланки, потім для першої групи Ассура, що приєднується до неї і т.д.

Швидкість точки А кривошипа I і каменя куліси 2 визначаємо за формулою /9/

$$v_{A_1} = v_{A_2} = v_{A_{1,2}} = \omega_1 l_{O_1A}.$$

Задаємося масштабним коефіцієнтом плана швидкостей

$$\mu_v = \frac{v_{A_{1,2}}}{pa_{1,2}} \left[\frac{м \cdot с^{-1}}{мм}\right].$$

Слід пам"ятати, що точне визначення швидкостей можливе тільки при достатньо значному плані швидкостей. Тому довжина вектора $pa_{1,2}$ швидкості кінця кривошипа повинна бути на кресленні не менш 100 мм.

Відрізок $pa_{1,2}$ направлений перпендикулярно до O_1A у бік напряму кутової швидкості ω_1.

Швидкість точки A_3 куліси визначається за допомогою двох рівнянь:

$$\bar{v}_{A_3} = \bar{v}_{A_2} + \bar{v}_{A_3A_2}; \qquad /30/ \quad (v_{A_3A_2} \parallel O_2A);$$

$$\bar{v}_{A_3} = \bar{v}_{O_2} + \bar{v}_{A_3O_2}. \qquad /31/ \quad (v_{O_2} = 0;\ v_{A_3O_2} \perp O_2A).$$

При складанні рівняння /30/ розглядалася група Ассура 2,3. Рух куліси 3 складається із переносного обертального руху разом з каменем куліси 2 і відносного поступального руху вздовж осі куліси. Друге рівняння /31/ відповідає обертальному рухові куліси 3 навколо нерухомої точки O_2.

Почнемо побудову плану швидкостей. З полюса p плану швидкостей відкладаємо перпендикулярно до O_1A відрізок $pa_{1,2}$ у бік напряму кутової швидкості ω_1. Далі відповідно до написаних рівнянь /30/ і /31/ через точку $a_{1,2}$ проведемо лінію, паралельну O_2A, а через полюс Р - лінію, перпендикулярну до O_2A. Перетин зазначених ліній визначає точку a_3 - кінець вектора v_{A_3}. Потім будуємо швидкість точки В. Ця точка належить ланці O_2B, для якої швидкості двох точок O_2 та А відомі /точка O_2 нерухома/ (рис. 31).

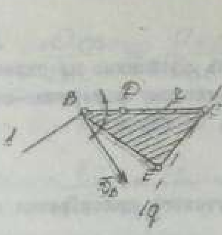

Рис.26

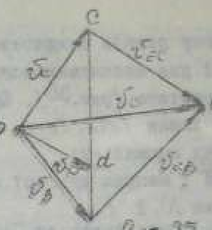

Рис.27

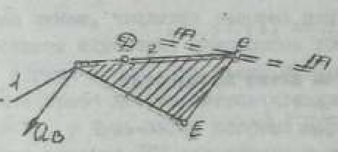

Рис.28

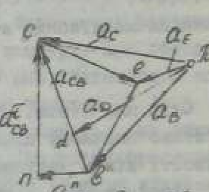

Рис.29

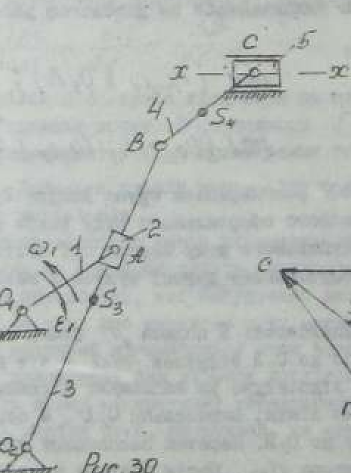

Рис.30

Рис.31

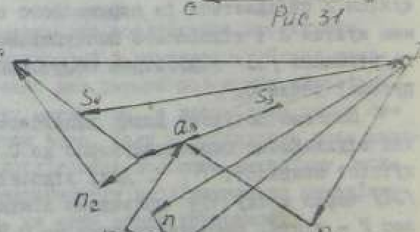

Рис.32

Отже, швидкість точки В /відрізок pb/ можна знайти, користуючись теоремою подібності, з відношення

$$\frac{v_B}{v_{A_3}} = \frac{pb}{pa_3} = \frac{O_2B}{O_2A}. \qquad /32/$$

Щоб визначити швидкість точки С, розглянемо групу Ассура 4,5 /шатун, повзун/. Для цього складаємо двоє рівнянь:

$$\bar{v}_C = \bar{v}_B + \bar{v}_{CB}$$
$$\bar{v}_C = \bar{v}_{C_0} + \bar{v}_{CC_0},$$

де $v_{C_0}=0$ – швидкість точки С нерухомої напрямної повзуна;

v_{CC_0} – паралельна напряму Х–Х ;

v_{BC} – перпендикулярна до ВС.

Через точку b плану швидкостей проведемо лінію, перпендикулярну до ВС, а через полюс Р – лінію, паралельну Х–Х. У точці c перетину цих ліній і є зображення кінця вектора v_C.

Для визначення швидкостей центра мас ланок S_3 і S_4 користуємось теоремою подібності.

Кутову швидкість куліси і каменя куліси визначають за формулою

$$\omega_2 = \omega_3 = \frac{v_{A_3O_2}}{l_{O_2A}} = \frac{pa_3 \cdot \mu_v}{l_{O_2A}}.$$

Напрям кутової швидкості визначаємо шляхом перенесення відрізка pa_3 /напрям від p до a_3/ в точку А кінематичної схеми механізму.

Кутова швидкість шатуна

$$\omega_4 = \frac{v_{CB}}{l_{BC}} = \frac{bc \cdot \mu_v}{l_{BC}}.$$

Напрям кутової швидкості визначається вектором $\overline{bc}$, який треба перенести в точку С схеми механізму.

Розглянемо побудову плану прискорень механізму.

Прискорення точки А кінця кривошипа і точки А каменя куліси згідно рівняння /12/

$$\bar{a}_{A_{1,2}} = \bar{a}^n_{A_{1,2}O_1} + \bar{a}^\tau_{A_{1,2}O_1} = \omega_1^2 l_{O_1A} + \varepsilon_1 l_{O_1A_2},$$

де $a^n_{A_{1,2}}$ – паралельна напрямній AO_1;

$a^\tau_{A_{1,2}}$ – перпендикулярна до ланки O_1A.

Задаємось масштабним коефіцієнтом плану прискорень

$$\mu_a = \frac{a^n_{A_{1,2}O_1}}{\pi n} \left[\frac{мс^{-2}}{мм}\right],$$

де πn – відрізок, який відповідає нормальному прискоренню $a^n_{A_{1,2}O_1}$, причому $\pi n > 100$ мм.

Знаючи масштаб μ_a, визначаємо відрізок , який відповідає тангенціальному прискоренню $a^{\tau}_{A_{1,2}O_1}$

$$na_{1,2} = \frac{a^{\tau}_{A_{1,2}O_1}}{\mu_a}.$$

Починаємо побудову плану прискорень. Для цього з полюса прискорень π відкладаємо відрізок πn, напрямлений по осі O_1A ланки I від точки A до точки O_1. Потім від точки n відкладаємо відрізок $na_{1,2}$ перпендикулярно до πn у бік напряму кутового прискорення ε_1. Сполучивши полюс π плану з точкою $a_{1,2}$, дістанемо відрізок $\pi a_{1,2}$, який зображатиме прискорення $a_{A_{1,2}}$ точок A_1 і A_2 (рис. 32).

Для визначення прискорення точки A куліси користуємося рівнянням /18/, тому що рух куліси розглядаємо як складний - разом з каменем куліси і відносно нього.

$$\bar{a}_{A_3} = \bar{a}_{A_2} + \bar{a}^{k}_{A_3A_2} + \bar{a}^{z}_{A_3A_2}.$$ /33/

З другого боку, куліса має відносний обертальний рух навколо нерухомої точки O_2 і тому згідно з рівнянням /16/ маємо

$$\bar{a}_{A_3} = \bar{a}_{O_2} + \bar{a}^{n}_{A_3O_2} + \bar{a}^{\tau}_{A_3O_2}.$$ /34/

Для визначення швидкості a_{A_3} рівняння /33/ і /34/ розв"язуються сумісно.

Величина прискорення Коріоліса визначається за формулою

$$\bar{a}^{k}_{A_3A_2} = 2\omega_2 v_{A_3A_2}.$$

Відрізок $a_{1,2}k$, який відповідає прискоренню Коріоліса,

$$a_{1,2}k = \frac{a_{A_3A_2}}{\mu_a}.$$

Продовжуємо побудови прискорень. Від точки $a_{1,2}$ відкладаємо відрізок $a_{1,2}k$ перпендикулярно до осі ланки O_2B. Напрям цього відрізка визначаємо шляхом оберту вектора відносної швидкості $v_{A_3A_2}$ на кут 90° у бік напряму кутової швидкості $v_{A_3A_2}$. Далі через точку K паралельно до O_2B проводимо лінію, яка відповідає напряму релятивного прискорення $a^{z}_{A_3A_2}$.

Переходимо до розв"язання рівняння /34/. Прискорення нерухомої точки O_2, тобто $a_{O_2}=0$. Величина нормального прискорення $a^{n}_{A_3O_2}$ визначається за формулою

$$a^{n}_{A_3O_2} = \omega_3^2 l_{O_2A}.$$

Відрізок $a^{n}_{A_3O_2}$, який відповідає прискоренню з врахуванням масштабу μ_a, дорівнює $\pi n_1 = a^{n}_{A_3O_2}/\mu_a$.

Згідно з написаним рівнянням /34/ з полюса π плану прискорень відкладаємо відрізок πn_1, паралельний O_2A і напрямлений від точки А до точки O_2. Потім через точку n_1 проводимо лінію, перпендикулярну до O_2A, яка відповідає напряму тангенціального прискорення $a^{\tau}_{A_3O_2}$. У точці a_3 перетину цієї лінії з лінією, що раніше проводили через точку k, визначається точка a_3 – кінець вектора $\overline{a}_{A_3}$. З пропорції

$$\frac{\pi b}{\pi a_3} = \frac{O_2B}{O_2A}$$

знаходимо на продовженні відрізка πa_3 точку b – кінець відрізка πb.

Далі переходимо до визначення прискорення точки С. Для цього складаємо рівняння:

$$\overline{a}_C = \overline{a}_B + \overline{a}^n_{CB} + \overline{a}^{\tau}_{CB}.$$

де $a^n_{CB} = \omega_4^2 l_{CB}$; $\overline{a}^n_{CB} \parallel CB$; $\overline{a}^{\tau}_{CB} \perp CB$; $\overline{a}_C \parallel x-x$

Згідно з написаним рівнянням через точку b проводимо пряму, паралельну осі ланки ВС, і відкладаємо на ній в напрямі від точки С до точки В відрізок bn_2, що зображує в масштабі μ_a нормальне прискорення a^n_{CB}. Через точку n_2 проводимо пряму, перпендикулярну до осі ланки ВС, яка матиме напрям прискорення a^{τ}_{CB}. Потім через полюс π проводимо пряму у напрямі X–X. Точка c перетину двох проведених прямих і буде зображенням точки c – кінця вектора a_C.

При визначенні прискорень центра мас ланок S_3 і S_4 користуємось теоремою подібності для плану прискорень.

Кутове прискорення куліси і каменя куліси визначають за формулою

$$\varepsilon_2 = \varepsilon_3 = \frac{a^{\tau}_{A_3O_2}}{l_{O_2A}} = \frac{\pi a_3 \cdot \mu_a}{l_{O_2A}}.$$

Напрям кутового прискорення визначаємо шляхом перенесення вектора $\overline{\pi a_3}$ в точку А схеми механізму.

Кутове прискорення шатуна

$$\varepsilon_4 = \frac{a^{\tau}_{CB}}{l_{BC}} = \frac{bc \cdot \mu_a}{l_{BC}}.$$

Напрям ε_4 визначається вектором $\overline{bc}$, який треба перенести в точку С схеми механізму.

Список літератури

1. Артоболевский И.И. Теория механизмов и машин. – М.:Наука, 1988.– 640 с.
2. Левитский Н.И. Теория механизмов и машин. – М.: Наука, 1979. – 575 с.
3. Фролов К.В. и др. Теория механизмов и машин. – М.: Высшая школа, 1987. – 496 с.
4. Баранов Г.Г. Курс теории механизмов и машин. – М.:Машиностроение, 1975 – 495 с.
5. Кожевников С.Н. Теория механизмов и машин. М.: Машиностроение, 1973 – 591.

Навчальне видання

Конспект лекцій
з дисципліни "Теорія механізмів і машин"
Розділ I. Основні поняття та означення
Розділ 2. Структурне дослідження механізмів
Розділ 3. Кінематичне дослідження плоских механізмів
для студентів машинобудівних спеціальностей
денної форми навчання

Укладач Макарчук Віктор Миколайович

Відповідальний за випуск Учаєв Петро Миколайович

План 1994р., поз. 21 Формат 60х84/16 Обл.-вид.арк. 1,2
Підп.до друку 9.02.94 Замовлення № 52 Безкоштовно
Тираж 500 екз.

СДУ, 244007, Суми, вул.Римського-Корсакова, 2

Друкарня ВО "Електрон". 244007, вул.Римського-Корсакова, 2