

Конкурсна студентська робота

з галузевої науки «**Машинознавство**»

тема:

«Аналіз впливу інерційних опорів дроселів гідроп`яти на осьові коливання роторів відцентрових насосів»

РЕФЕРАТ

Студентська наукова робота: 29 сторінок, 6 рисунків, 1 таблиця, 5 джерел.

Об`єкт дослідження: система ротор – врівноважувальний пристрій.

Предмет дослідження: нестационарна течія рідини в дроселях.

Ціль роботи: дослідити вплив інерційного опору рідини на динамічні характеристики ротора з врівноважуючим пристроєм.

Методи: для побудови амплітудних і фазових частотних характеристик ротора з врівноважуючим пристроєм з урахуванням інерційного опору рідини був використаний закон зміни кількості руху, врівноважуючий пристрій розглядається як система автоматичного регулювання величиною торцевого зазору

В роботі були побудовані амплітудні і фазові частотні характеристики з урахуванням і без урахування інерційного опору рідини. Також були побудовані амплітудні частотні характеристики для випадку, коли тиск нагнітання насоса і осьова сила пропорційні квадрату частоти обертання ротора. Проводився аналіз стійкості системи.

Отримані результати показують що інерційний опір рідини має демпфуючу дію: зменшує власні частоти, а зниження резонансних амплітуд досягає 70%. Отже при розрахунку врівноважуючого пристрою інерційний опір рідини потрібно враховувати, для чого можна користуватись наведеною в роботі методикою.

ІНЕРЦІЙНИЙ ОПІР РІДИНИ, ДРОСЕЛЬ, ГІДРОП`ЯТА, РОТОР,
НЕСТАЦІОНАРНА ТЕЧІЯ, ОСЬОВІ КОЛИВАННЯ

ЗМІСТ

	С.
Вступ.....	4
1 Теоретичні дослідження.....	5
1.1 Рівняння осьових коливань ротора.....	5
1.2 Рівняння нестационарної течії в дроселях.....	6
1.3 Рівняння балансу витрат.....	9
1.4 Передаточна функція регулятора.....	12
1.5 Рівняння динаміки системи.....	15
1.6 Розрахунок амплітудних і фазових частотних характеристик системи.....	17
1.7 Аналіз стійкості системи.....	20
2 Розрахунок системи із заданими параметрами.....	21
Висновки.....	28
Перелік посилань.....	29

ВСТУП

При створенні різноманітних відцентрових машин урівноваження осьової сили є актуальним завданням, оскільки для великих багатоступневих насосів високого тиску вона може вимірюватися десятками або навіть сотнями тон. Нині для таких насосів найефективнішим способом урівноваження осьових сил є використання автоматичних врівноважуючих пристроїв, котрі є складними саморегулюючими гідромеханічними системами із зворотними зв'язками.

При експлуатації відцентрових насосів з автоматичним врівноваженням іноді спостерігаються підвищені осьові вібрації ротора, які можна пояснити або резонансами в системі ротор-авторозвантаження, або коливаннями, які самозбуджуються внаслідок втрати системою динамічної стійкості. Осьові вібрації ротора призводять до виникнення значних пульсацій напружень в розвантажувальному диску і в поперечному перерізі валу, а також можуть стати причиною підвищених поперечних коливань ротора. У зв'язку з цим обчислення амплітудних і фазових частотних характеристик системи врівноваження і перевірка її динамічної стійкості мають важливе значення для забезпечення надійності швидкохідних високонапірних відцентрових насосів.

При осьових коливаннях ротора течія в дроселюючих каналах, стає нестационарною і завдання обчислення тисків у камерах ускладнюється, оскільки доводиться враховувати втрати тиску на подолання інерції рідини (реактивний опір каналу). За наявними оцінками навіть при порівняно низькій частоті осьових коливань реактивний опір може бути більший за активний. Тому врахування інерційного опору рідини є актуальним завданням.

У пропонованій роботі отримані рівняння осьових коливань ротора з системою автоматичного врівноважування, запропонована методика розрахунку амплітудних та фазових частотних характеристик і оцінки стійкості руху системи.

1 ТЕОРЕТИЧНІ ДОСЛІДЖЕННЯ

1.1 Рівняння осьових коливань ротора

На підставі 2-го закону Ньютона рівняння осьових коливань можна записати у вигляді (рисунк 1.1)

$$m\ddot{z} + c\dot{z} + kz = F_z - T + k\Delta, \quad (1.1)$$

де k - приведена жорсткість пружних елементів віджимного пристрою, Δ - величина їх попереднього стискування; T - осьова сила, діюча на ротор, $F_z = (A_2 + 0,5A_c) p_2$ - врівноважуюча сила тиску, що діє на врівноважуючий диск.

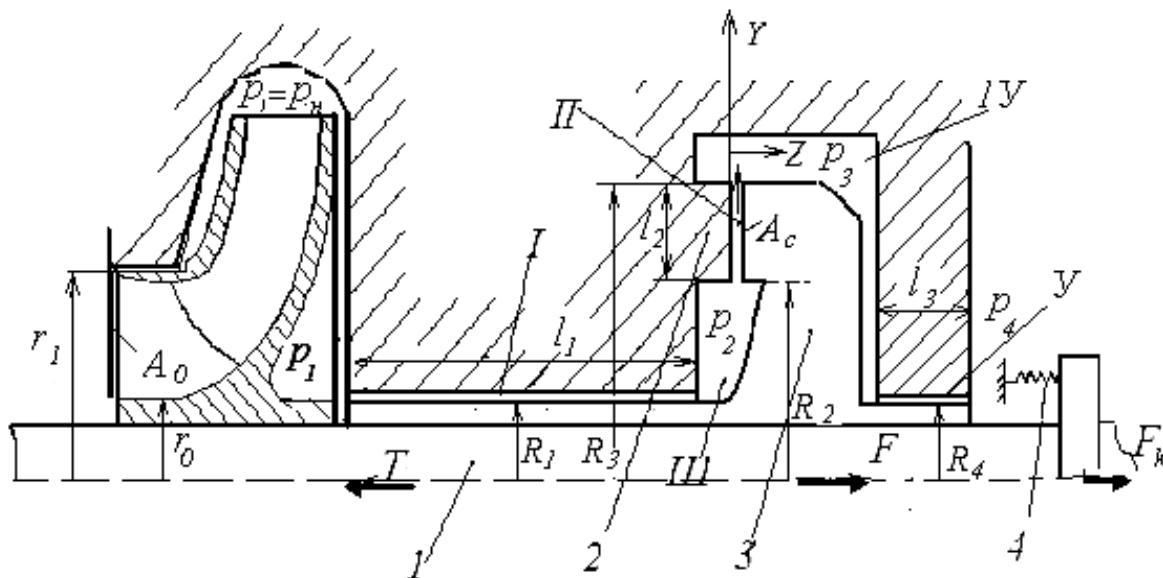


Рисунок 1.1 - Розрахункова схема гідроп'яти

Розділимо всі члени рівняння на умовну гідростатичну жорсткість $k_* = A_0 p_n / H_2$ і перейдемо до безрозмірних змінних:

$$T_1^2 \ddot{u} + T_2 \dot{u} + \chi_n u = \varphi - \tau + \chi, \quad (1.2)$$

$$T_1^2 = \frac{mH_2}{p_n A_0}, T_2 = \frac{cH_2}{p_n A_0}, \chi_n = \frac{kH_2}{p_n A_0}, \chi = \frac{k\Delta}{p_n A_0}, \tau = \frac{T}{A_0 p_n}, u = \frac{z}{H_2}, \quad (1.3)$$

$$\varphi = \frac{F_z}{A_0 p_n} = \sigma \psi_2, \quad \sigma = \frac{A_2 + 0,5A_c}{A_0}, \quad \psi_2 = \frac{p_2}{p_n}.$$

m - маса ротора, c - коефіцієнт демпфування осьових коливань ротора, φ , τ – безрозмірна осьова сила, χ – безрозмірне попереднє зусилля віджимного пристрою, A_0 - площа вхідної воронки робочого колеса, p_n - номінальний тиск нагнітання насоса.

Вводячи оператор диференціювання за часом $p = d/dt$, запишемо рівняння осьових коливань в операторній формі:

$$D_1(p)u = \varphi - \tau + \chi, \quad (1.4)$$

$$D_1(p) = T_1^2 p^2 + T_2 p + \chi_n,$$

$D_1(p)$ - власний оператор осьових коливань ротора.

1.2 Рівняння нестационарної течії в дроселях

Рівняння нестационарної турбулентної течії в i -му дроселі запишемо у вигляді:

$$\Delta p_i = R_{ai} Q_i^2 + J_i \dot{Q}_i = \Delta p_{ia} + \Delta p_{ir},$$

де $\Delta p_i = p_i - p_{i+1}$ - повний перепад тиску на i -му дроселі, $\Delta p_{ia} = R_{ai} Q_i^2$, $\Delta p_{ir} = J_i \dot{Q}_i$ - витрати тиску на подолання активного і реактивного опорів, Q_i - миттєва витрата, R_{ai} і J_i - коефіцієнти активного опору тертя і реактивного

(інерційного) опору рідини ($i = 1, 2$). Активний опір в кожен момент часу будемо визначати по формулам для сталої течії, нехтуючи його слабкою залежністю від частоти пульсацій тиску [1]. Для турбулентної течії коефіцієнти активного опору $R_{ai} = 1/g_i^2$, де провідність кільцевих і торцевих дроселів обчислюється за формулами [2]:

$$g_1 = 2\pi R_1 H_1 [0,5\rho(\zeta_1 + \lambda_1 / 2H_1)]^{0,5}, \quad (1.5)$$

$$g_2 = \pi(R_2 + R_3)z [0,5\rho(\zeta_2 + \lambda_2 l_2 / 2z)]^{0,5};$$

$\lambda \approx 0,04$, $\lambda_2 \approx 0,06$ - коефіцієнти опору тертя для автомодельної області турбулентної течії для кільцевих і торцевих зазорів відповідно; $\zeta_1 \approx \zeta_2 = 1,0,1,15$ - коефіцієнти місцевих (вхідних) опорів; $l_2 = R_3 - R_2$.

Реактивні опори знаходяться із закону зміни кількості руху K_i :

$$\frac{dK_i}{dt} = F_i, \quad K_i = \rho l_i f_i v_i = \rho l_i Q_i, \quad F_i = f_i \Delta p_{ir},$$

$$f_i \cdot \Delta p_{ir} = \eta \rho l_i \dot{Q}_i, \quad \Delta p_{ir} = \frac{\eta \rho l_i}{f_i} \dot{Q}_i = J_i \dot{Q}_i.$$

Порівнюючи ліву і праву частини, отримаємо

$$J_i = \eta \rho l_i / f_i, \quad (1.6)$$

де η - коефіцієнт кількості руху, що враховує нерівномірність розподілу швидкості по перерізу каналу; f_i, l_i - площа поперечного перерізу і довжина

i -го каналу; для ламинарної течії в кільцевому каналі $\eta = 1,2$, а для турбулентної - $\eta \approx 1$; $Q = f v_m$; v_m - середня по перерізу f швидкість. З урахуванням виразів для витрат $Q_i = g_i \sqrt{\Delta p_{ia}}$ втрати тиску на подолання інерції рідини набувають вигляду:

$$\Delta p_{ir} = J_i \frac{d}{dt} (g_i \sqrt{\Delta p_{ia}}) = p_i - p_{i*}, \quad \Delta p_{ia} = p_{i*} - p_{i+1},$$

де

$$p_{i*} = p_i - \Delta p_{ir} = p_i - J_i \frac{d}{dt} (g_i \sqrt{p_{i*} - p_{i+1}}), \quad (i = 1, 2, 3).$$

Якщо не враховувати інерцію, то $\Delta p_{ir} = 0$, $p_{i*} = p_i$. Останні вирази є нелінійними диференціальними рівняннями першого порядку відносно тисків p_{i*} .

Надалі обмежимося розглядом малих відхилень змінних величин від їх сталих значень, що дозволяє переходити до лінеаризованих рівнянь (рівнянь у варіаціях):

$$\delta p_{i*} = \delta p_i - J_i \frac{d}{dt} \left[\delta g_i \sqrt{(p_{i*} - p_{i+1})_0} + g_{i0} \frac{\delta p_{i*} - \delta p_{i+1}}{2 \sqrt{(p_{i*} - p_{i+1})_0}} \right].$$

Індексом "0" відмічені значення змінних величин в сталому (рівноважному) стані, що визначаються статичним розрахунком. У сталому стані $\dot{Q} = 0$, $\Delta p_{ir} = 0$ і $p_{i*0} = p_{i0}$, тому

$$\delta p_{i*} = \delta p_i - J_i \frac{Q_0}{g_{i0}} \delta g_i - 0,5 J_i \frac{Q_0}{\Delta p_{i0}} (\delta p_{i*} - \delta p_{i+1}),$$

$$\Delta p_{i0} = p_{i0} - p_{(i+1)0}, \quad Q_0 = g_{i0} \sqrt{\Delta p_{i0}} = g_{e0} \sqrt{\Delta p_0}. \quad (1.7)$$

Провідність циліндричного дроселя при постійному ексцентриситеті (не беруться до уваги радіальні коливання ротора) не залежить від осьових зміщень ротора і зберігає постійне значення, тому $\dot{g}_1 = 0$. Провідність торцевого дроселя визначається другою формулою (1.5) і варіація її похідної за часом, враховуючи, що в сталому стані $\dot{u}_0 = 0$, приводиться до вигляду

$$\dot{g}_2 = 1,5 g_{2n} u^{0,5} \dot{u}, \quad \delta \dot{g}_2 = 1,5 g_{2n} u_0^{0,5} \delta \dot{u} = 1,5 \frac{g_{20}}{u_0} \delta \dot{u}.$$

Надалі знаки варіацій для скорочення запису будемо опускати. Переходячи до безрозмірних тисків $\psi_i = \delta p_i / p_n$ і зазорів $u = \delta z / H_2$, рівняння (1.6) приведемо до вигляду

$$T_{11} \dot{\psi}_{1*} + \psi_{1*} = \psi_1 + T_{11} \dot{\psi}_2, \quad T_{12} \dot{\psi}_{2*} + \psi_{2*} = \psi_2 - \beta_2 T_{12} \dot{u}$$

або в операторній формі

$$D_{11}(p) \psi_{1*} = \psi_1 + T_{11} p \psi_2, \quad D_{12}(p) \psi_{2*} = \psi_2 - \beta_2 T_{12} p u; \quad D_{ii}(p) = T_{ii} p + 1, \quad (1.8)$$

де

$$T_{1i} = \frac{J_i Q_0}{2 \Delta p_{i0}}, \quad \frac{\Delta p_{i0}}{p_n} = \Delta \psi_{i0}, \quad \frac{p_i}{p_n} = \psi_i, \quad \beta_i = \frac{3 \Delta p_{i0}}{p_n u_0} = \frac{3}{u_0} \Delta \psi_{i0}, \quad \beta_{ik} = \frac{\beta_i}{\beta_k} = \frac{\Delta p_{i0}}{\Delta p_{k0}}. \quad (1.9)$$

Якщо не враховувати інерційні опори, то $J_i = T_{ii} = 0$, $D_{ii} = 1$, $p_{i*} = p_i$.

1.3 Рівняння балансу витрат

Рівняння (8) містять невідомі тиски ψ_{i*} і тиск ψ_2 в камері гідроп'яти. Для обчислення цих тисків використовуємо рівняння балансу витрат, яке на

відміну від рівнянь статики $Q_{10} = Q_{20} = Q_0$ повинне враховувати витрати витіснення $Q_{v_2} = A_e \dot{z}$ і стискання $Q_{p_2} = \dot{p}_2 V_2 / E$ де V_2 - об'єм камери, E - адіабатичний об'ємний модуль пружності рідини. Таким чином, рівняння балансу витрат набуває вигляду:

$$Q_1 = Q_2 + Q_{v_2} + Q_{p_2} \quad \text{або} \quad g_1 \sqrt{p_{1*} - p_2} = g_{2n} u^{3/2} \sqrt{p_{2*}} + A_e \dot{z} + \dot{p}_2 V_2 / E. \quad (1.10)$$

Останнє рівняння нелінійне (нелінійні витрати Q_1, Q_2, Q_3), тому лінеаризуємо їх, переходячи до рівнянь у варіаціях. Візьмемо до уваги, що в положенні рівноваги $p_{1*0} = p_{10}, p_{2*0} = p_{20}$ і опустимо знаки варіацій:

$$\frac{Q_0}{2\Delta p_{10}} (p_{1*} - p_2) = \frac{3Q_0}{2u_0} u + \frac{Q_0}{2\Delta p_{20}} p_{2*} + A_e z_n \dot{u} + \frac{V_2}{E} \dot{p}_2,$$

Помноживши це рівняння на $2\Delta p_{10}/Q_0$, після переходу до безрозмірних тисків з урахуванням позначень (1.9) отримаємо:

$$\psi_{1*} - \psi_2 = \frac{2V_2 \Delta p_{10}}{EQ_0} \dot{\psi}_2 + \beta_{12} \psi_{2*} + \beta_1 u + \frac{2A_e z_n \Delta p_{10}}{Q_0 p_n} \dot{u}.$$

Введемо позначення постійних часу і диференціальних операторів:

$$T_{22} = \frac{2V_2 p_n}{EQ_0} \cdot \frac{\Delta p_{10}}{p_n}, T_{23} = \frac{2V_3 p_n}{EQ_0} \cdot \frac{\Delta p_{20}}{p_n}, \tau_{22} = \frac{2A_e z_0}{3Q_0}, \quad (1.11)$$

$$D_{22}(p) = T_{22}p + 1, \quad M_{22}(p) = \tau_{22}p + 1,$$

і приведемо рівняння балансу витрат до вигляду:

$$D_{22}(p)\psi_2 = \psi_{1*} - \beta_{12}\psi_{2*} - \beta_1 M_{22}(p)u. \quad (1.12)$$

З рівнянь (1.8) виходить

$$\psi_{1*} = \frac{1}{D_{11}}(\psi_1 + T_{11}p\psi_2), \quad \psi_{2*} = \frac{1}{D_{12}}(\psi_2 - \beta_2 T_{12}pu).$$

Підставивши ці вирази в (1.12), отримаємо рівняння відносно ψ_2 :

$$D_{22}\psi_2 = \frac{1}{D_{11}}(\psi_1 + T_{11}p\psi_2) - \beta_{12} \frac{1}{D_{12}}(\psi_2 - \beta_2 T_{12}pu) - \beta_1 M_{22}u$$

Приведемо його до спільного знаменника і згрупуємо члени:

$$(D_{11}D_{12}D_{22} - D_{12}T_{11}p + \beta_{12}D_{11})\psi_2 = D_{12}\psi_1 - \beta_1 D_{11}(D_{12}M_{22} - T_{12}p)u. \quad (1.13)$$

На основі (1.3) $\varphi = \sigma\psi_2$, тому, позначивши оператори регулятора і дії за помилкою:

$$D_2(p) = D_{11}D_{12}D_{22} - D_{12}T_{11}p + \beta_{12}D_{11}; \quad M_2(p) = -D_{11}(D_{12}M_{22} - T_{12}p)u, \quad (1.14)$$

запишемо рівняння регулятора у вигляді:

$$D_2(p)\varphi = \sigma D_{12}(p)\psi_1 - \sigma\beta_1 M_2(p)u. \quad (1.15)$$

Виконаємо операції множення у виразах (1.14) і згрупуємо доданки за степенями p :

$$D_2(p) = a_0 p^3 + a_1 p^2 + a_2 p + a_3; \quad M_2(p) = b_0 p^3 + b_1 p^2 + b_2 p + b_3, \quad (1.15)$$

де

$$a_0 = T_{11}T_{12}T_{22}, \quad a_1 = T_{22}(T_{11} + T_{12}), \quad a_2 = \beta_{12}T_{11} + T_{12} + T_{22}, \quad a_3 = 1 + \beta_{12}; \quad (1.16)$$

$$b_0 = T_{11}T_{12}\tau_{22}, \quad b_1 = \tau_{22}(T_{11} + T_{12}), \quad b_2 = T_{11} + \tau_{22}, \quad b_3 = 1.$$

1.4 Передаточна функція регулятора

З рівняння (1.15) можна визначити передаточну функцію за помилкою, тобто по відхиленню зазора (величини, що регулюється) від його сталого значення. З урахуванням виразів операторів (1.15) передаточна функція регулятора за помилкою набуває вигляду:

$$W_u(p) = \frac{\varphi}{u} = -\sigma\beta_1 \frac{M_2(p)}{D_2(p)} = -\sigma\beta_1 \frac{b_0p^3 + b_1p^2 + b_2p + b_3}{a_0p^3 + a_1p^2 + a_2p + a_3}. \quad (1.17)$$

У разі гармонійних дій вона являє собою частотну передаточну функцію або динамічну жорсткість регулятора, яка дозволяє оцінити в першому наближенні власну частоту осьових коливань ротора і стійкість системи[4].

Для сталого режиму: $p = d/dt = 0$ і передаточна функція регулятора стає коефіцієнтом статичної жорсткості гідروп'яти:

$$W_u(0) = \kappa_s = -\sigma\beta_1 \frac{b_3}{a_3} = -\sigma\beta_1 \frac{1}{1 + \beta_{12}}. \quad (1.18)$$

Динамічна жорсткість має важливі інформативні властивості: дозволяє встановити діапазон зміни власних частот осьових коливань ротора і, в першому наближенні, оцінити стійкість системи.

Для гармонійних сигналів, що розглядаються в частотних передаточних функціях, оператор диференціювання $p = i\omega$. Вводячи таку заміну, отримаємо частотну передаточну функцію регулятора або комплексну динамічну жорсткість системи :

$$W_u(i\omega) = \frac{\varphi}{u} = -\sigma\beta_1 \frac{M_2(i\omega)}{D_2(i\omega)} = -\sigma\beta_1 \frac{b_3 - \omega^2 b_1 + i\omega(b_2 - \omega^2 b_0)}{a_3 - \omega^2 a_1 + i\omega(a_2 - \omega^2 a_0)}. \quad (1.19)$$

При $\omega = 0$ останній вираз являє собою безрозмірну статичну жорсткість регулятора : $W_u(0) = \kappa_s$. При $\omega \rightarrow \infty$:

$$W_u(i\infty) = \kappa_\infty = -\sigma\beta_1 \frac{b_0}{a_0} = -\sigma\beta_1 \frac{\tau_{22}}{T_{22}}. \quad (1.20)$$

Отримуємо максимальне по модулю значення, яке відповідає жорсткості умовно непроточного тракту, жорсткість якого обумовлена лише стисливістю рідини в камерах гідроп'яти.

Розділимо в (1.19) дійну і уявну частини:

$$\varphi = W_u(i\omega)u = -\sigma\beta_1 [U_u(\omega) + i\omega V_u(\omega)]u, \quad (1.21)$$

де

$$U_u = \frac{(a_3 - \omega^2 a_1)(b_3 - \omega^2 b_1) + \omega^2 (a_2 - \omega^2 a_0)(b_2 - \omega^2 b_0)}{(a_3 - \omega^2 a_1)^2 + \omega^2 (a_2 - \omega^2 a_0)^2}, \quad (1.22)$$

$$V_u = \frac{(a_3 - \omega^2 a_1)(b_2 - \omega^2 b_0) - (a_2 - \omega^2 a_0)(b_3 - \omega^2 b_1)}{(a_3 - \omega^2 a_1)^2 + \omega^2 (a_2 - \omega^2 a_0)^2}.$$

Якщо дійсна і уявна частини додатні $U_u > 0$, $V_u > 0$, то вони відповідно представляють додатні добавки до безрозмірної жорсткості χ_n віджимного

пристрою і до відносного зовнішнього демпфування T_2 . Відємні значення U_u і V_u дестабілізують систему, причому, коли $V_u = -T_2$, система знаходиться на коливальній, а при $U_u = -\chi_n$ на аперіодичній межі стійкості. За відсутності зовнішнього демпфування ($T_2 \approx 0$) стабілізація ротора забезпечується демпфуванням регулятора. Умова $V_u > 0$ зводиться до нерівності:

$$(a_3 - \omega^2 a_1)(b_2 - \omega^2 b_0) - (a_2 - \omega^2 a_0)(b_3 - \omega^2 b_1) > 0,$$

яку можна використовувати для попередньої (з деяким запасом) оцінки стійкості системи. Зокрема, для п'яти без додаткового зовнішнього дроселя і без урахування інерції рідини, умова $V_u > 0$ приводиться до вигляду [3]:

$$\tau_{22} > T_{22} \frac{\beta_2}{\beta_1 + \beta_2} \quad \text{або} \quad \frac{V_2}{A_e z_0} < \frac{E \Delta p_0}{3 \Delta p_{10} p_{20}}. \quad (1.23)$$

З першої нерівності випливає, що витрата витіснення (постійна часу τ_{22}) має властивість демпфування і стабілізує систему. Витрата стискання (постійна часу T_{22}) дестабілізує систему, тому збільшення об'єму камери V_2 і зменшення модуля об'ємної пружності рідини E підвищують загрозу втрати стійкості.

Розмірні значення дійсної і уявної частин динамічної жорсткості знайдемо, взявши до уваги позначення (1.3) і помноживши обидві частини (1.21) на $A_0 p_n / H_2$:

$$\left[-m\omega^2 + \left(c + \frac{A_0 p_n}{H_2} V_u \right) i\omega + k + \frac{A_0 p_n}{H_2} U_u \right] z = -T + k\Delta.$$

Таким чином, жорсткість і демпфування регулятора дорівнюють:

$$k_u(\omega) = \frac{p_n A_0}{H_2} U_u(\omega), \quad c_u(\omega) = \frac{p_n A_0}{H_2} V_u(\omega) \quad (1.24)$$

Власна частота недемпфованих осьових коливань ротора без регулятора ($W_u = 0$) дорівнює $\omega_0 = \sqrt{\chi_n / T_1^2} = \sqrt{k / m}$. Жорсткість регулятора змінює власну частоту:

$$\omega_u(\omega) = \frac{\sqrt{\chi_n + U_u(\omega)}}{T_1} = \sqrt{\frac{k + k_u(\omega)}{m}} = \omega_0 \sqrt{1 + \frac{k_u(\omega)}{k}}. \quad (1.25)$$

Для гідроп'ят без віджимного пристрою ($k = 0$) власна частота визначається лише жорсткістю регулятора :

$$\omega_u^2(\omega) = U_u(\omega) / T_1^2; \quad \omega_u^2(0) = \kappa_s / T_1^2.$$

Таким чином, за дісною і уявною частинами динамічної жорсткості можна судити про вплив параметрів врівноважуючого пристрою на динамічну стійкість і на резонансні частоти системи. Використання для цієї мети динамічної жорсткості доцільно з тієї причини, що в порівнянні з нею передаточні функції усієї системи представляють складніші вирази.

1.5 Рівняння динаміки системи

Виключивши регулюючу дію φ з рівняння осьових коливань ротора (1.2) і рівняння регулятора (1.21), отримаємо залежність безрозмірного торцевого зазору від зовнішніх дій, тобто диференціальне рівняння руху ротора з гідроп'ятою в осьовому напрямі:

$$D(p)u = -D_2(p)(\tau - \chi) + \sigma D_{12}(p)\psi_1 \quad (1.26)$$

де власний оператор системи:

$$D(p) = D_1 D_2 + \sigma \beta_1 M_2,$$

а з урахуванням (4) і (15):

$$D(p) = c_0 p^5 + c_1 p^4 + c_2 p^3 + c_3 p^2 + c_4 p + c_5, \quad (1.27)$$

де

$$c_0 = a_0 T_1^2, \quad c_1 = a_0 T_2 + a_1 T_1^2, \quad c_2 = a_0 \chi_n + a_1 T_2 + a_2 T_1^2 + \sigma \beta_1 b_0, \quad (1.28)$$

$$c_3 = a_1 \chi_n + a_2 T_2 + a_3 T_1^2 + \sigma \beta_1 b_1, \quad c_4 = a_2 \chi_n + a_3 T_2 + \sigma \beta_1 b_2, \quad c_5 = a_3 \chi_n + \sigma \beta_1 b_3.$$

Таким чином, при введених для побудови математичної моделі обмеженнях, врівноважуючий пристрій є системою автоматичного регулювання п'ятого порядку.

Вводячи заміну $p = \lambda = -n \pm is$ і прирівнюючи власний оператор (1.27) до нуля, отримуємо характеристичне рівняння, уявні частини коренів якого є власними частотами осьових коливань ротора.

Розглянемо випадок, коли тиск p_1 і осьова сила T пропорційні квадрату частоти обертання ротора:

$$p_1 = B \omega^2, \quad p_n = B \omega_n^2, \quad \psi_1 = \frac{p_1}{p_m} = \frac{\omega^2}{\omega_n^2}; \quad \tau = C \omega^2, \quad \tau_n = C \omega_n^2, \quad \tau = \tau_n \frac{\omega^2}{\omega_n^2}. \quad (1.29)$$

В цьому випадку варіації тиску і сили

$$\delta \psi_1 = \frac{1}{\omega_n^2} \delta(\omega^2), \quad \delta \tau = \frac{\tau_n}{\omega_n^2} \delta(\omega^2). \quad (1.30)$$

Підставивши ці вирази в рівняння (1.26) і опустивши знаки варіацій, отримуємо:

$$D(p)u = (\sigma D_{12} - \tau_n D_2) \frac{\omega^2}{\omega_n^2} + D_2 \chi. \quad (1.31)$$

В даному випадку частота обертання ротора виступає в ролі зовнішньої дії замість урівноважуваної сили τ і тиску нагнітання ψ_1 .

1.6 Розрахунок амплітудних і фазових частотних характеристик системи

Необхідним етапом проектування надійних систем урівноваження є побудова частотних характеристик, оскільки вони дають досить повне уявлення про динамічні властивості таких систем. Зокрема, про їх реакції на гармонійні збурення різної частоти.

На ротор в осьовому напрямі діє ряд збурень, серед яких переважають гармонійні збурення з частотами, рівними і кратними частоті обертання ротора. У рамках даної лінійної моделі системи урівноваження, що включає в якості об'єкта регулювання ротор, справедливий принцип суперпозиції, тобто результуюча реакція ротора представляє суму гармонійних реакцій на окремі елементарні гармонійні збурення. Тому практичне значення має аналіз гармонійних осьових коливань ротора $u = u_a e^{i(\alpha t + \gamma)}$ ($i = \sqrt{-1}$). В цьому випадку оператор диференціювання за часом замінюється уявним оператором $p \equiv i\omega$.

Надалі вважатимемо, що зовнішні дії, окрім задаючої дії χ , змінюються за гармонійним законом з частотою, кратній частоті обертання ротора $\omega_f = k_f \omega$ (k_f - коефіцієнт кратності): $\tau = \tau_a e^{ik_f \alpha t}$, $\psi_1 = \psi_{1a} e^{ik_f \alpha t}$. Задаюча дія, як правило, має вигляд ступінчастої або лінійної функції часу, а реакція на неї характеризується перехідним процесом. Найбільш інтенсивні коливання відбуваються з оборотною частотою $\omega_f = \omega$, тому аналіз вимушених коливань обмежимо цією частотою.

тою ($k_f = 1$). Реакція лінійної системи на гармонійні дії: $u = u_a e^{i(\omega t + \gamma)}$, u_a - амплітуда реакції, γ - зміщення фази реакції по відношенню до фази дії.

Частотні передаточні функції системи по окремим зовнішнім діям отримаємо з рівняння динаміки системи (1.26), вводячи заміну $p = i\omega$:

$$W_\tau(i\omega) = \frac{u}{\tau} = -\frac{D_2(i\omega)}{D(i\omega)}, \quad W_\psi(i\omega) = \frac{u}{\psi_1} = \frac{\sigma D_{12}(i\omega)}{D(i\omega)}. \quad (1.32)$$

На основі (31) передаточна функція по квадрату частоти обертання

$$W_\omega(i\omega) = u = \frac{\omega^2}{\omega_n^2} \frac{1}{D(i\omega)} (\sigma D_{12} - \tau_n D_2) = \frac{\omega^2}{\omega_n^2} (W_\psi - \tau_n W_\tau). \quad (1.33)$$

Частотні передаточні функції - комплексні функції частоти :

$$W_\tau(i\omega) = \frac{u}{\tau} = -A_\tau(\omega) e^{i\gamma_\tau}, \quad W_\psi(i\omega) = \frac{u}{\psi_1} = A_\psi(\omega) e^{i\gamma_\psi}, \quad W_\omega(i\omega) = u = \frac{\omega^2}{\omega_n^2} A_\omega(\omega) e^{i\gamma_\omega}. \quad (1.34)$$

Для визначення амплітудних і фазових частотних характеристик розділимо дійсні і уявні частини:

$$D(i\omega) = U + i\omega V, \quad U = c_1 \omega^4 - c_3 \omega^2 + c_5, \quad V = c_o \omega^4 - c_2 \omega^2 + c_4; \quad (1.35)$$

$$D_2(i\omega) = U_2 + i\omega V_2, \quad U_2 = -a_1 \omega^2 + a_5, \quad V_2 = -a_0 \omega^2 + a_2; \quad D_{12}(i\omega) = 1 + i\omega T_{12};$$

$$W_\tau(i\omega) = U_\tau + i\omega V_\tau, \quad W_\psi(i\omega) = U_\psi + i\omega V_\psi, \quad W_\omega(i\omega) = U_\omega + i\omega V_\omega; \quad (1.36)$$

$$U_\tau = \frac{UU_2 + \omega^2 VV_2}{U^2 + \omega^2 V}, \quad V_\tau = \frac{UV_2 - VU_2}{U^2 + \omega^2 V}; \quad U_\psi = \frac{U + \omega^2 VT_{12}}{U^2 + \omega^2 V}, \quad V_\psi = \frac{UT_{12} - V}{U^2 + \omega^2 V}. \quad (1.37)$$

$$W_{\omega}(i\omega) = \frac{\omega^2}{\omega_n^2} (W_{\psi} - \tau_n W_{\tau}) = \frac{\omega^2}{\omega_n^2} (A_{\psi} e^{i\gamma_{\psi}} - \tau_n A_{\tau} e^{i\gamma_{\tau}}) = \frac{\omega^2}{\omega_n^2} A_{\omega} e^{i\gamma_{\omega}}. \quad (1.38)$$

Амплітудні частотні характеристики як модулі частотних передаточних функцій визначаються формулами:

$$A_{\tau}(\omega) = \frac{u_{a\tau}}{\tau_a} = \frac{z_{a\tau} A_0 p_n}{H_2 T_a} = \sqrt{U_{\tau}^2 + \omega^2 V_{\tau}^2}, \quad A_{\psi}(\omega) = \frac{u_{a\psi}}{\psi_{1a}} = \frac{z_{a\psi} p_n}{H_2 p_{1a}} = \sqrt{U_{\psi}^2 + \omega^2 V_{\psi}^2}. \quad (1.39)$$

Відповідні фазові частотні характеристики мають вигляд:

$$\gamma_{\tau}(\omega) = \arctg \omega \frac{V_{\tau}}{U_{\tau}}, \quad \gamma_{\psi}(\omega) = \arctg \omega \frac{V_{\psi}}{U_{\psi}}. \quad (1.40)$$

Амплітудна частотна характеристика $\frac{\omega^2}{\omega_n^2} A_{\omega}$ дорівнює модулю різниці двох комплексних чисел (1.38) і по теоремі косинусів:

$$\frac{\omega^2}{\omega_n^2} A_{\omega}(\omega) = \frac{\omega^2}{\omega_n^2} \sqrt{A_{\psi}^2 + (\tau_n A_{\tau})^2 - 2\tau_n A_{\psi} A_{\tau} \cos(\gamma_{\psi} - \gamma_{\tau})}. \quad (1.41)$$

З формул (39) можна виразити абсолютні значення амплітуд вимушених осьових коливань, які збуджуються різними зовнішніми гармонійними діями:

$$z_{a\tau} = \frac{T_a H_2}{A_0 p_n} A_{\tau}(\omega), \quad z_{a\psi} = \frac{p_{1a} H_2}{p_n} A_{\psi}(\omega), \quad z_{a\omega} = H_2 \frac{\omega^2}{\omega_n^2} A_{\omega}(\omega). \quad (1.42)$$

Амплітудні і фазові частотні характеристики системи необхідно будувати в смузі частот, яка на дві декади перевищує спектр частот вхідних дій. Оскільки частота основної гармоніки вимушених осьових коливань ротора, як правило,

дорівнює частоті його обертання ω_n , досліджувані частоти можна обмежити діапазоном $0 \leq \omega \leq \omega_{\max} \times 10^2$. Резонансні частоти систем урівноваження реальних багатоступневих насосів розташовуються в діапазоні $500-2000 \text{ c}^{-1}$. Для низькооборотних ($n \leq 3000$ об/хв) насосів такі частоти не становлять небезпеки.[6]

1.7 Аналіз стійкості системи

Оцінка стійкості системи здійснюється по рівнянню вільних коливань, яке отримуємо з рівняння (1.26), вважаючи рівною нулю праву частину[5]:

$$D(p)u = (A_2 p^5 + A_3 p^4 + A_4 p^3 + A_5 p^2 + A_6 p + A_7)u = 0.$$

Частинний розв'язок цього однорідного диференціального рівняння з постійними коефіцієнтами має вигляд

$$u_k = u_{ak} e^{\lambda_k t}, \quad k = 1, 2, \dots, 7, \quad (1.43)$$

де λ_k - характеристичні показники. Підставивши частинний розв'язок в рівняння вільних коливань ($p^n u = \lambda^n u$), отримуємо характеристичне рівняння

$$A_2 \lambda^5 + A_3 \lambda^4 + A_4 \lambda^3 + A_5 \lambda^2 + A_6 \lambda + A_7 = 0, \quad (1.44)$$

Для стійкості системи необхідно і достатньо, щоб усі дійсні корені цього рівняння були від'ємні, а комплексні мали від'ємні дійсні частини. Аналітично знайти корені полінома високого порядку досить важко, а іноді зовсім неможливо, тому використовують спеціальні критерії які дозволяють не знаходячи коренів полінома судити про стійкість системи. Але чисельними методами знайти корені полінома не складає труднощів.

2 РОЗРАХУНОК СИСТЕМИ ІЗ ЗАДАНИМИ ПАРАМЕТРАМИ

Для оцінки впливу інерційного опору на динаміку ротора як чисельний приклад розглянутий врівноважуючий пристрій без додаткового циліндричного дроселя з наступними параметрами:

$$p_n = 16 \text{ МПа}, \quad p_3 = 0,8 \text{ МПа}, \quad T_n = 80 \text{ кН}, T_{\max} = 90 \text{ кН}, r_0 = R_1 = R_4 = 4,75 \cdot 10^{-2} \text{ м},$$

$$r_1 = 5,75 \cdot 10^{-2} \text{ м}, \quad \rho = 981 \text{ кг/м}^3, \quad Q_n = 70 \text{ м}^3/\text{ч}, \quad \omega_n = 850 \text{ с}^{-1}, \quad \omega_{\min} = 300 \text{ с}^{-1},$$

$$R_2 = (1,05 \dots 1,15)r_1 = 0,0625 \text{ м}, \quad l_2 \leq 0,4R_2 = 0,0225, \quad R_3 = R_2 + l_2 = 0,085 \text{ м},$$

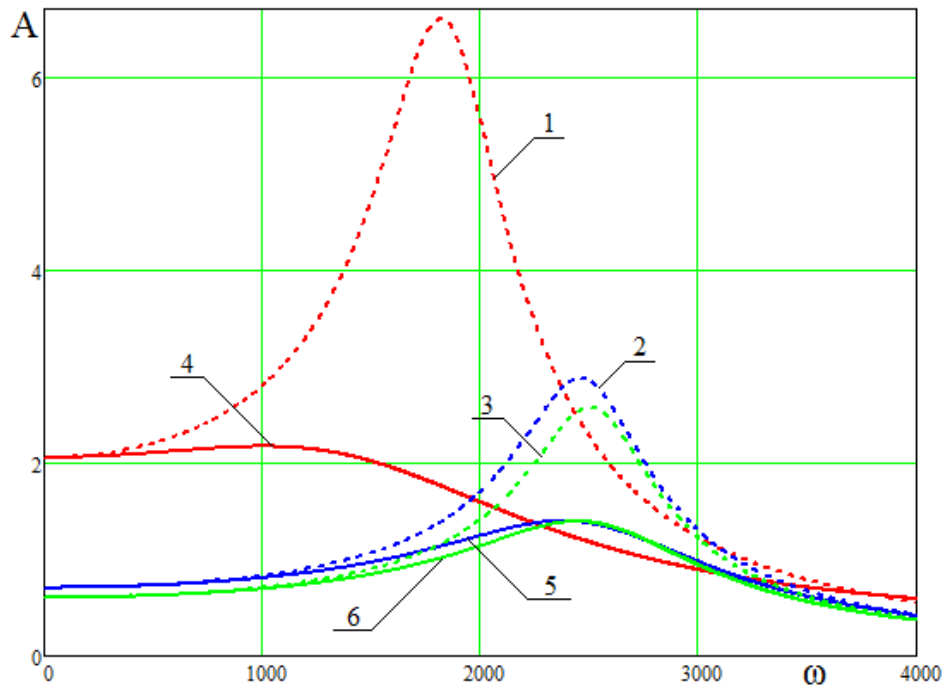
$$z_n = H_2 = 10^{-4} \text{ м}.$$

Амплітуди пульсацій зовнішніх, збурень прийємо $p_{1a} = 1 \text{ МПа}$, $T_a = 5 \text{ кН}$, що складає приблизно 6% від їх номінальних значень.

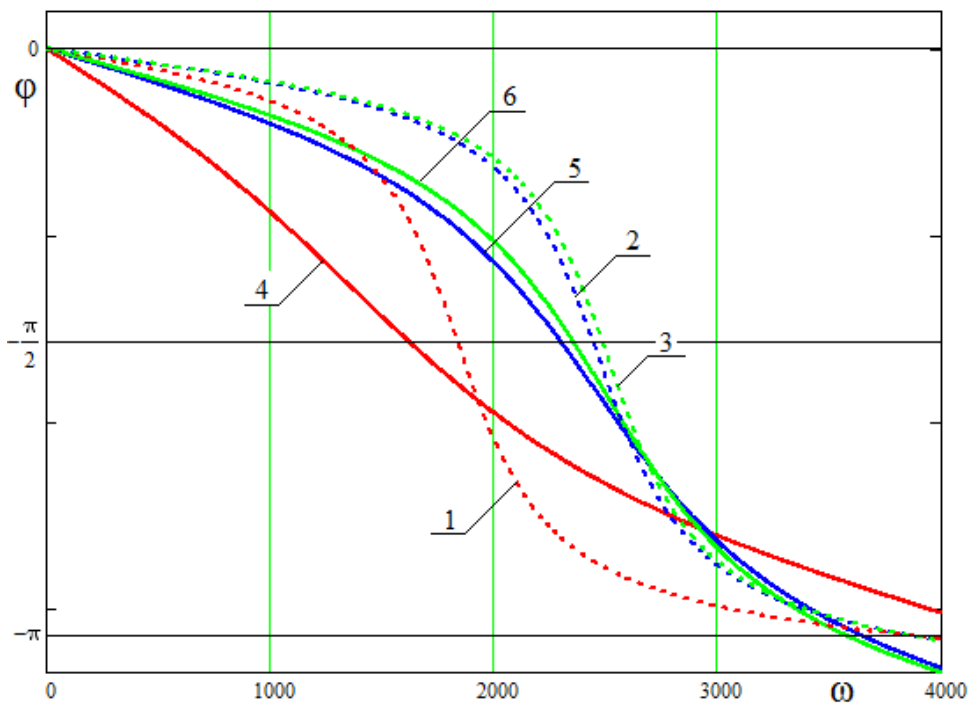
По формулах (1.39), (1.40) побудовані амплітудні і фазові частотні характеристики врівноважуючого пристрою як реакції на гармонійні зовнішні дії ψ_1 і τ , при $\tau_n = 1.52$ і $\tau_n = 1$ відповідно без урахування і з урахуванням сил інерції (рис. 2.1...2.5). Криві 1,2,3 представляють результати, отримані без урахування інерції для відносних тисків нагнітання $\psi_1 = 0,63; 1,0; 1,13$ ($p_1 = 10, 16, 18 \text{ МПа}$) відповідно; криві 4,5,6 - при тих же тисках з урахуванням інерції рідини.

З амплітудних частотних характеристик бачимо, що інерційний опір рідини в дроселюючих каналах врівноважуючих пристроїв чинить демпфуючий вплив, зменшуючи власні частоти і амплітуди резонансних коливань. Резонансні амплітуди при відносних тисках нагнітання $\psi_1 = 0,63; 1; 1,13$ зменшуються відповідно на 67,2%; 51,5% та 46%, а критичні частоти на 46,9%; 3,2% та 2,4% відповідно. Так само змінюється реакція системи на коливання зовнішньої сили τ .

У таблиці 2.1 наведені значення критичних швидкостей (при яких амплітуди вимушених коливань досягають максимуму), а також величини безрозмірних і розмірних максимальних амплітуд. Результати, отримані з урахуванням інерції рідини, подані в чисельнику, а без урахування - в знаменнику.

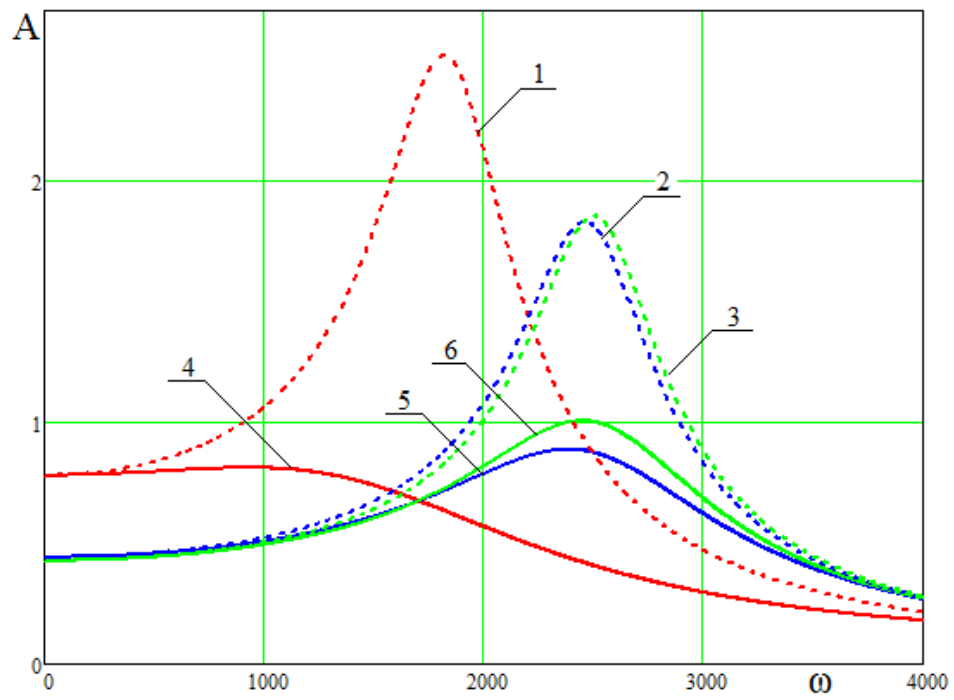


а)

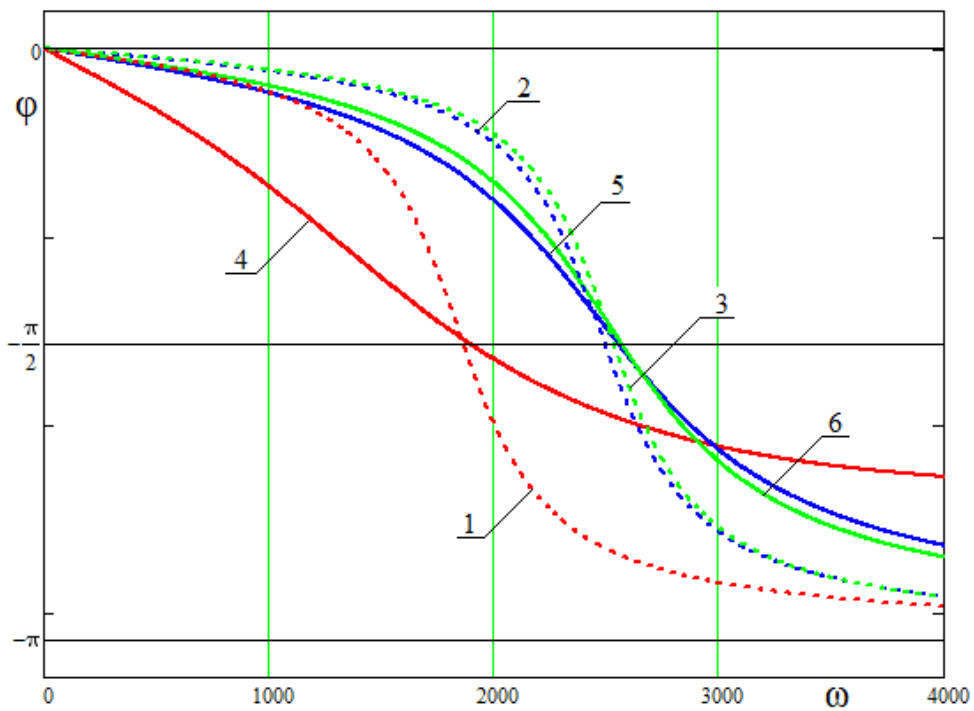


б)

Рисунок 2.1 - Амплітудні (а), і фазові (б), частотні характеристики гідроп'яти під дією тиску нагнітання ψ_1 , при $\tau_n=1.52$

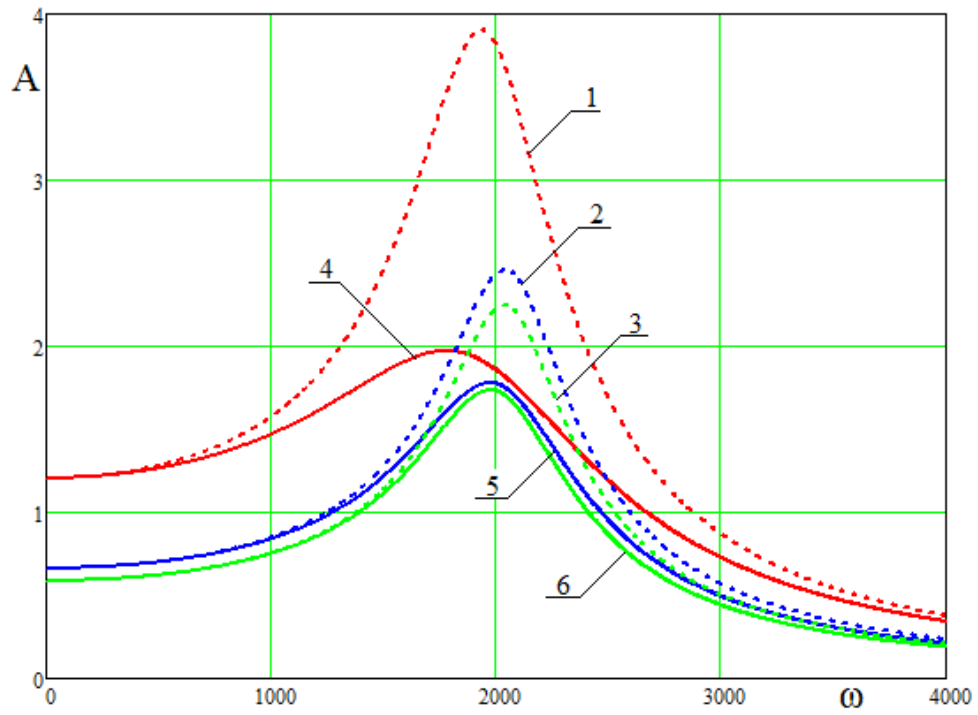


a)

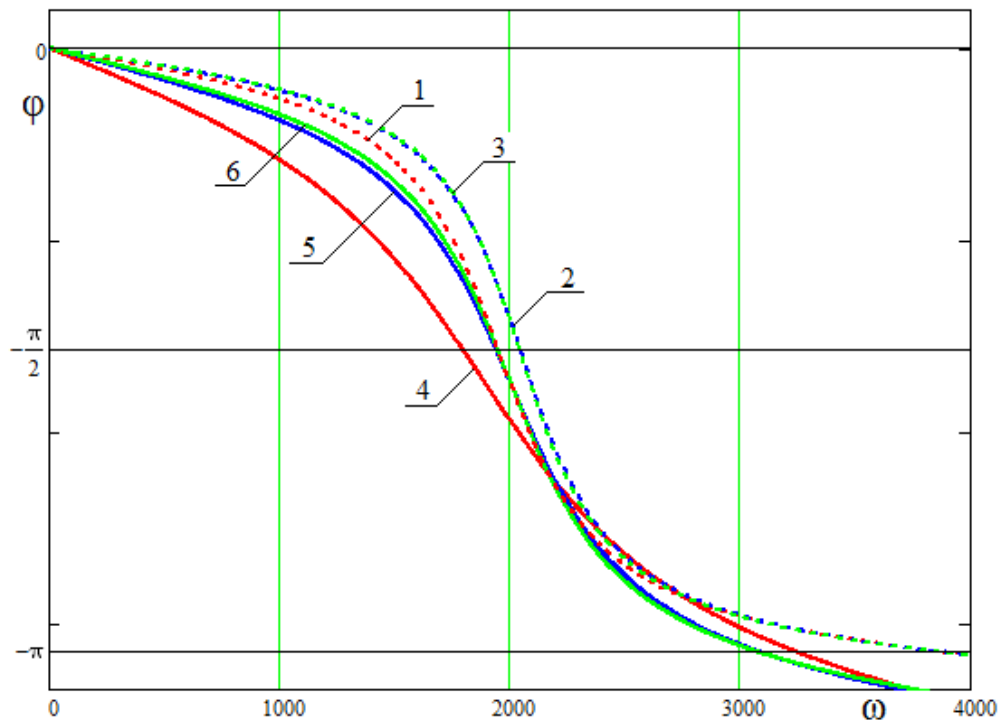


б)

Рисунок 2.2 - Амплітудні (а), і фазові (б), частотні характеристики гідроп'яти під дією осьової сили τ , при $\tau_n=1.52$

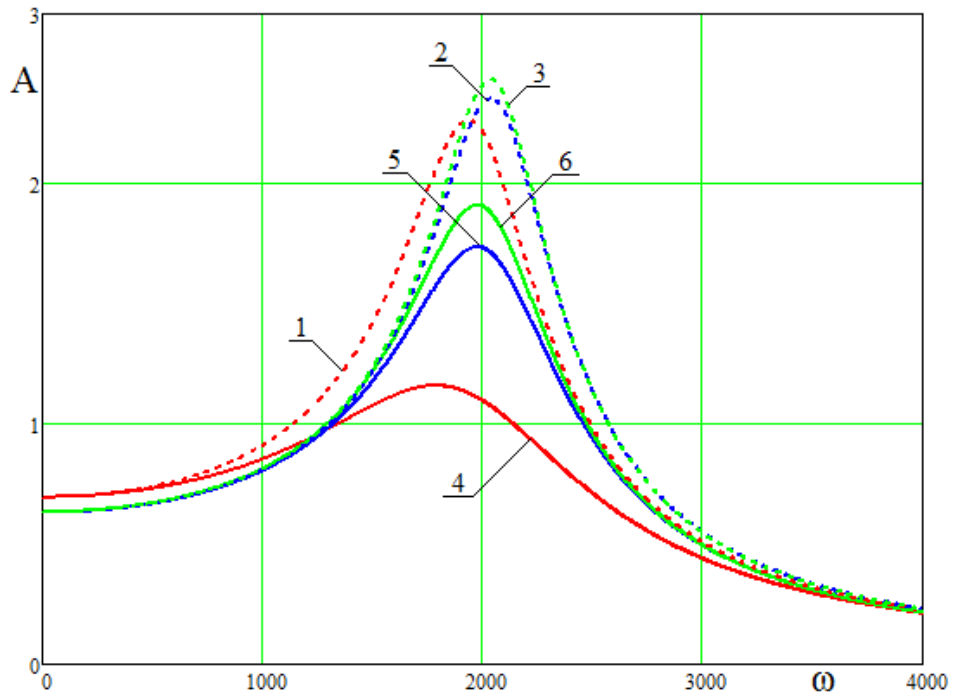


а)

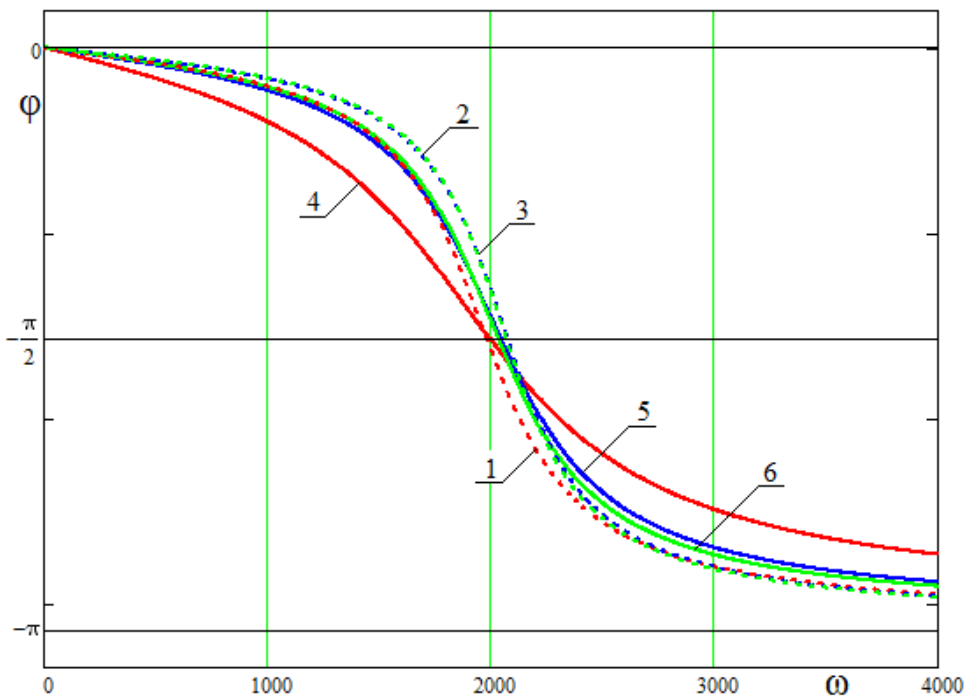


б)

Рисунок 2.3 - Амплітудні (а), і фазові (б), частотні характеристики гідроп'яти під дією тиску нагнітання ψ_1 , при $\tau_n=1$

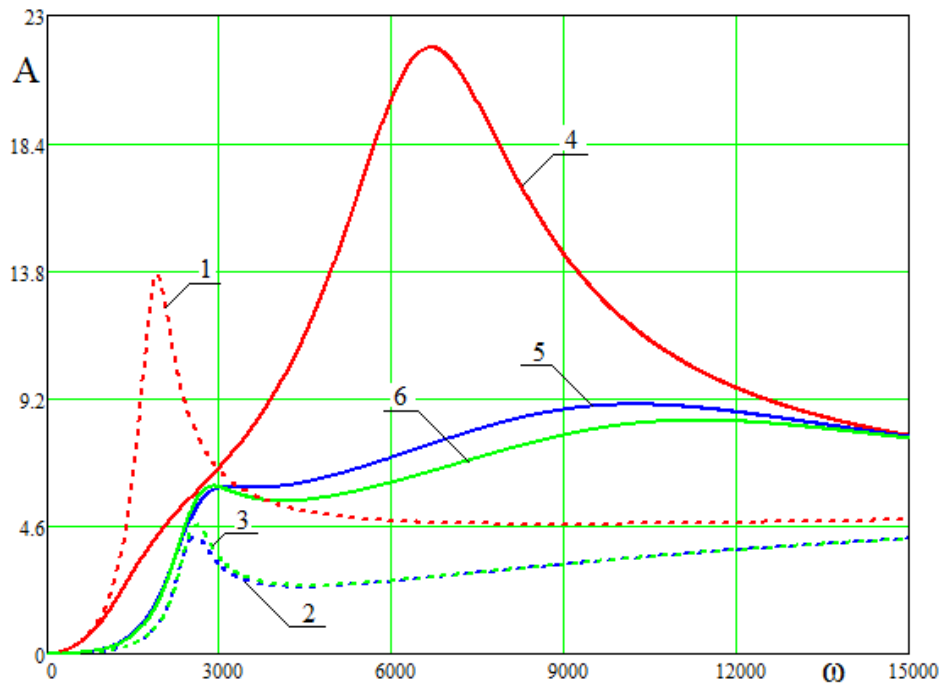


а)

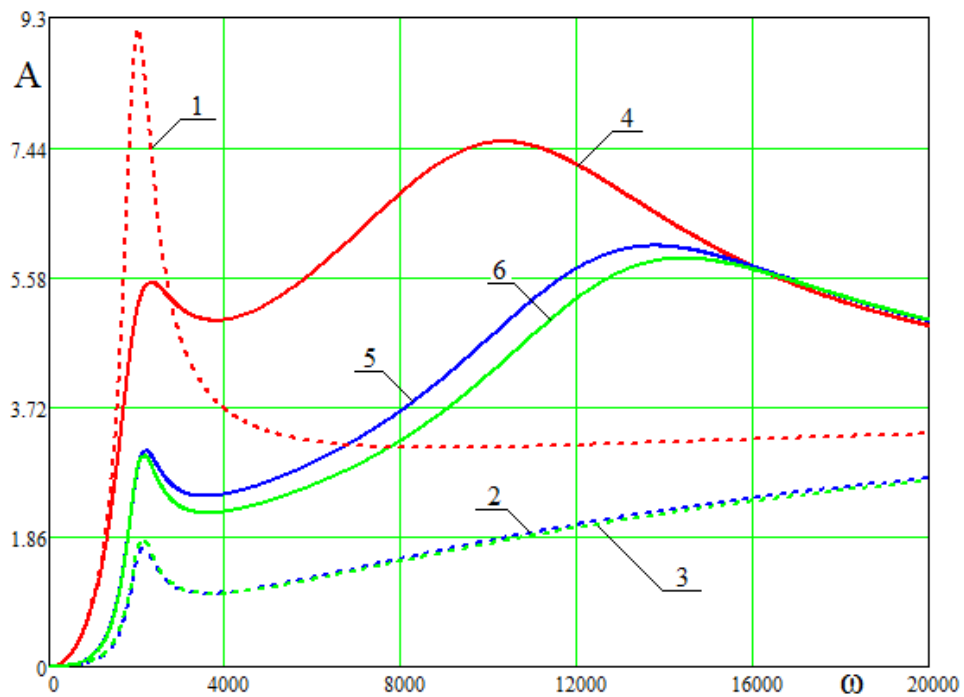


б)

Рисунок 2.4- Амплітудні (а), і фазові (б), частотні характеристики гідроп'яти під дією осьової сили τ , при $\tau_n=1$



а)



б)

Рисунок 2.5 - Амплітудні частотні характеристики гідроп'яти під дією частоти обертання ω , при $\tau_n=1.52$ (а) і $\tau_n=1$ (б)

Таблиця 2.1

	$\psi_1 = 0,63$	$\psi_1 = 1,0$	$\psi_1 = 1,13$
ω_*, c^{-1}	968/1820	2380/2460	2450/2510
A_{ψ_1}	2,17/6,6	1,4/2,87	1,39/2,84
$z_{a\psi_1}, \square M$	$(1,35/4,13) \cdot 10^{-5}$	$(1,4/2,88) \cdot 10^{-5}$	$(1,56/2,88) \cdot 10^{-5}$
A_τ	0,81/2,52	0,89/1,84	1,0/1,84
$z_{a\tau}, \square M$	$(0,7/2,38) \cdot 10^{-5}$	$(0,83/1,75) \cdot 10^{-5}$	$(0,95/1,75) \cdot 10^{-5}$

Як видно з таблиці, амплітуди вимушених осьових коливань мають порядок 0,01 мм, тобто приблизно $0,1 z_n$, якщо амплітуди збурень знаходяться в межах $0,06(p_{1n}, T_n)$. Осьових коливань ротора обумовлені змінною осьовою силою, що сприймається розвантажувальним диском. Таким чином, і диск, і вал, особливо в місці кріплення диска, схильні до небезпеки втомних руйнувань. Цю обставину необхідно враховувати при розрахунках на міцність деталей і вузлів насоса.

Вплив сил інерції рідини посилюється при зменшенні тиску нагнітання. Тому врахування цього впливу при прогнозуванні динамічних характеристик роторів особливо важливий для відцентрових насосів, що працюють в широкому діапазоні тисків.

Для перевірки системи на стійкість чисельними методами були знайдені корені характеристичного рівняння (1.42). Усі дійсні частини коренів рівняння від'ємні, що свідчить про стійкість системи.

ВИСНОВКИ

Інерція рідини при її нестационарній течії в дроселюючих каналах автоматичних врівноважуючих пристроїв чинить демпфуючий вплив на осьові коливання ротора: знижує амплітуди резонансних коливань і зменшує критичні частоти. Резонансні амплітуди при відносних тисках нагнітання $\psi_1=0,63; 1; 1,13$ зменшуються відповідно на (67,2; 51,5; 46)%, а критичні частоти на (46,9; 3,2; 2,4)%. Так само змінюється реакція системи на коливання зовнішньої сили.

Вплив інерції посилюється зі зменшенням тиску нагнітання. У зв'язку з цим, урахування інерції при визначенні критичних частот особливо важливе для насосів з великим коефіцієнтом швидкохідності і для насосів, що працюють в широкому діапазоні тисків нагнітання.

Завдяки малим торцевим зазорам і великим тискам система врівноваження має велику осьову гідродинамічну жорсткість, яка зумовлює порівняно високі значення критичних частот. Проте, для високооборотних насосів існує реальна небезпека резонансних осьових коливань, погіршуючих загальний вібраційний стан машини.

Розглянута тут дискретна модель ротора з автоматичним урівноважуючим пристроєм є лише першим наближенням реальних конструкцій і вимагає подальшого уточнення.

ПЕРЕЛІК ПОСИЛАНЬ

1. Попов Д. Нестационарные гидромеханические процессы. М.: Машиностроение, 1982. – 240 с.
2. Марцинковский В.А., Ворона П.Н. Насосы атомных электростанций. – М.: Энергоатомиздат, 1987. – 256 с.
3. A.KorczaK. Badania układów równoważących napór osiowy w wielostopniowych pompach odśrodkowych. – Gliwice: Wydawnictwo Politechniki Śląskiej. Zeszyt Naukowy nr 1679, seria Energetyka nr 141, 2005, s.161.
4. Основы автоматического регулирования. Теория./ Под ред. В.В.Солодовникова. М.: Машгиз, 1954. – 1119 с.
5. Диментберг Ф.М., Шаталов К.Т., Гусаров А.А. Колебания машин. М.: Машиностроение, 1964. – 308 с.
6. Оценка влияния инерционных сопротивлений дросселей гидропята на осеве колебания ротора/ А. Корчак, В. А. Марцинковский, С. Н. Гудков, А. Н. Петренко // Вибронадежність і герметичність центробежних машин : монографія / Под ред.: В.А. Марцинковского, А.В. Загорулько. — Сумы : СумГУ, 2011. — С. 188-204.