

PACS number: 42.82.Et

АНАЛИЗ ЭФФЕКТИВНОСТИ СТЕПЕННЫХ УРАВНЕНИЙ ПРИ ОПИСАНИИ ЭЛЕКТРОННО-ВОЛНОВЫХ ПРОЦЕССОВ В МОДЕЛИ УСИЛИТЕЛЯ НА ЭФФЕКТЕ СМИТА-ПАРСЕЛЛА

А.А. Рыбалко

Сумский государственный университет,
ул. Римского-Корсакова, 2, 40007, Сумы, Украина
E-mail: vp@sumdu.edu.ua

В работе проведен сравнительный анализ различных приближений, используемых при получении дисперсионных уравнений в виде степенных полиномов, позволяющих описать электронно-волновые процессы в системе усилителя открытый волновод с периодической структурой и электронный пучок. Показано, что наиболее наглядной, с физической точки зрения, является модель усилителя, описываемая аналитическими дисперсионными уравнениями седьмой и третьей степени, которые позволяют учесть основные параметры электродинамической системы и пучка электронов при его взаимодействии с объемной волной исследуемой квазиоптической системы.

Ключевые слова: ДИФРАКЦИОННОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ, ЭЛЕКТРОННЫЙ ПОТОК, ОТКРЫТЫЙ ВОЛНОВОД, МАГНИТНОЕ ПОЛЕ, ЭЛЕКТРОМАГНИТНАЯ ВОЛНА.

(Получено 27.10.2009, в отредактированной форме – 12.11.2009)

1. ВВЕДЕНИЕ

В последнее время активно обсуждаются вопросы усиления и генерирования электромагнитных колебаний на пространственных гармониках когерентного дифракционного излучения (излучения Смита-Парселла) [1], возбуждаемого при движении нерелятивистского электронного потока (ЭП) вдоль дифракционных решеток, расположенных в квазиоптических системах различных модификаций [2]. При этом, наиболее актуальными являются вопросы широкополосного усиления электромагнитных колебаний в миллиметровом и субмиллиметровом диапазонах волн, которые могут быть реализованы по схеме усилителя на эффекте Смита-Парселла [3]. К настоящему времени разработка данного вопроса ведется по двум направлениям: теоретическому анализу электронно-волновых процессов [4] и экспериментальному моделированию волновых процессов в различных модификациях электродинамических систем усилителя [3]. В частности, результаты работы [5] для линейного приближения взаимодействия ЭП с дифрагированным на решетке электромагнитным полем, позволили в самосогласованной постановке задачи получить дисперсионное уравнение усилителя в виде полинома третьей степени и объяснить в первом приближении физику электронно-волновых процессов на конечной стадии возбуждения электромагнитной волны. Дальнейшее развитие теории [4] позволило получить общее трансцендентное дисперсионное

уравнение, которое учитывает влияние фокусирующего магнитного поля и других параметров системы на начальную стадию возбуждения волн в усилителе. Однако, громоздкость и сложность численного анализа трансцендентного уравнения потребовали перехода, путем введения корректных упрощений, к степенным аналитическим дисперсионным уравнениям, которые являются более компактными и эффективными при описании физических процессов в усилителе на эффекте Смита-Парселла. В данной работе, на примере рассмотрения электронно-волновых процессов проведен сравнительный анализ эффективности использования нескольких видов приближенных дисперсионных уравнений усилителя на эффекте Смита-Парселла, позволяющих решить ряд конкретных задач по анализу электронно-волновых механизмов взаимодействия волн.

2. СТЕПЕННЫЕ ДИСПЕРСИОННЫЕ УРАВНЕНИЯ

В общем случае, при взаимодействии электронного потока с электромагнитным полем в приборах СВЧ, образуется пространственно-временной спектр продольных и поперечных электронных волн [1,6]. К продольным волнам относятся медленные волны пространственного заряда (МВПЗ) и быстрые волны пространственного заряда (БВПЗ), распространяющиеся с разными фазовыми скоростями. К поперечным относятся медленные циклотронные волны (МЦВ) и быстрые циклотронные (БЦВ), которые возбуждаются в ЭП при фокусировке его магнитным полем. В отличие от продольных волн поперечные обладают поляризационными свойствами: БЦВ являются правополяризованными, а МЦВ – левополяризованными. В классических СВЧ приборах с длительным взаимодействием эффективность энергообмена определяется условием квазисинхронизма одной или нескольких электронных волн с полем поверхностной волны замедляющей системы [6]. В приборах дифракционной электроники, кроме условия квазисинхронизма электронов с полем дифракционного излучения, должно выполняться условие когерентного излучения [1].

Теоретическая модель усилителя в общем случае [4] представляет собой открытый волновод (ОВ) образованный параллельно расположенными, на расстоянии H , металлическим зеркалом и дифракционной решеткой типа «гребенка» с периодом $2l$, шириной и глубиной щелей, соответственно, $2d$ и h . Над решеткой движется фокусируемый магнитным полем \vec{E}_0 , плоский ЭП. Принцип действия усилителя, как и других устройств дифракционной электроники, основан на эффекте излучения когерентных сгустков плотностей заряда электронов, которые образуют продольную (поперечную или суперпозицию продольной и поперечной) электронную волну конвекционного тока, распространяющуюся вдоль системы решетка - ЭП, с постоянной фазовой скоростью, удовлетворяющей условию возбуждения дифракционного излучения. Такие волны возбуждаются в потоке электронов, при взаимодействии их с полем медленной пространственной дифракционной гармоники, которая образуется при дифракции электромагнитной волны на периодической структуре. Максимальную плотность энергии дифракционного излучения ЭП возбуждает при синхронизме МВПЗ с полем медленной дифракционной гармоники. В этом случае при

взаимодействии с дифрагированным на решетке падающим полем можно реализовать режим усиления электромагнитных волн.

Для описанной выше модели, в самосогласованной постановке задачи, получено общее трансцендентное дисперсионное уравнение [4], которое может быть решено только численными методами, например, итерационным методом, позволяющим эффективно оперировать комплексными числами и достигать хорошей сходимости решений. При переходе от трансцендентного дисперсионного уравнения к степенным уравнениям необходимо ввести ряд упрощающих предположений, существенно не затрагивающих физику электронно-волновых процессов:

- связь поля решетки и ЭП – максимальная;
- взаимодействие ЭП происходит с первой пространственной гармоникой, а, излучение объемных волн - на нулевой гармонике.

Учитывая малый порядок величины пространственного заряда q и циклотронного параметра $\Omega_c = \omega_c / \omega$ ($\omega_c = \eta B_0$ - циклотронная частота; ω - частота колебаний; B_0 - индукция фокусирующего магнитного поля; $\eta = e/m_e$; e , m_e - заряд и масса электрона), обезразмеривая волновые числа и геометрические параметры системы получаем упрощенное трансцендентное дисперсионное уравнение, которое преобразуется в степенное уравнение седьмой степени путем разложения в ряд Тейлора и применения метода графической аппроксимации.

Данное уравнение в компактной форме записи имеет следующий вид:

$$\frac{\Gamma_{c1}^2(\kappa_0, \mu_0 + \delta\mu)}{\xi_{c1}^2(\kappa_0, \mu_0 + \delta\mu)} - 1 = \frac{\mu_0 \pi \chi \cdot \cos e c^2 \pi \chi \sqrt{\kappa^2 - \mu_0^2} + \frac{\mu_0}{\sqrt{\kappa^2 - \mu_0^2}} \operatorname{ctg} \pi \chi \sqrt{\kappa^2 - \mu_0^2}}{(\kappa^2 - \mu_0^2)} \delta\mu, \quad (1)$$

где:

$$\xi_{c1} = \left[\left(1 + (q^2(\kappa - \beta_0(\mu + 1)))\kappa^3 \right) / \left(1 - \Omega_c^2 \left(\kappa - \frac{\beta_0(\mu + 1)}{(1 - \Omega_c)} \right) \left(\kappa - \frac{\beta_0(\mu + 1)}{(1 + \Omega_c)} \right) \right) \right]^{1/2},$$

$$\Gamma_{c1} = \left(1 - \frac{q^2 \kappa^2}{(\kappa - \beta_0(\mu + 1))^2} \right)^{1/2} / \left(1 - \frac{q^2 \kappa^2}{(1 - \Omega_c^2) \left(\kappa - \frac{\beta_0(\mu + 1)}{(1 - \Omega_c)} \right) \left(\kappa - \frac{\beta_0(\mu + 1)}{(1 + \Omega_c)} \right)} \right)^{1/2},$$

$\chi = H/l$, $\delta = h/l$ - безразмерные геометрические параметры системы, $\mu = \mu_0 + \delta\mu$ - волновое число, которое по абсолютному значению не превышает 0.5, причем $\mu_0 \gg \delta\mu$, $\beta_0 = v_0/c$, v_0 - постоянная составляющая скорости невозмущенных электронов, c - скорость света, $\kappa = kl/\pi$, $k = 2\pi/\lambda$ - волновые числа, λ - длина волны излучения.

Без учета влияния магнитного поля на волновые процессы ($B_0 \rightarrow \infty$) уравнение (1) преобразуется в уравнение третьей степени, относительно добавки к волновому числу $\delta\mu$ [3,7]:

$$-\beta_0^2 \delta \mu^3 + 2\beta_0 (\kappa - \beta_0 (\mu_0 + 1)) \delta \mu^2 - \left(\kappa - \frac{\beta_0 (\mu_0 + 1)}{1+q} \right) \left(\kappa - \frac{\beta_0 (\mu_0 + 1)}{1-q} \right) \delta \mu - \frac{q^2 \kappa^2 \Lambda}{\Delta'_{0\mu}} = 0, \quad (2)$$

где:

$$\Lambda = \begin{cases} 1 & , \operatorname{Re}(\Gamma_1) \gg \operatorname{Im}(\Gamma_1); \\ 1 & , \Gamma_1 = 0; \\ 1 & , \tilde{\varepsilon} \tilde{\Gamma}_1 \leq 1/2; \\ \sin(\pi \tilde{\varepsilon} \Gamma_1) & , \tilde{\varepsilon} \tilde{\Gamma}_1 > 1/2. \end{cases} \quad \Gamma_1 = \sqrt{1 - \frac{q^2 \kappa^2}{(\kappa - \beta_0 (\mu_0 + 1))^2 - q^2 \kappa^2}}; \quad \tilde{\Gamma}_1 = \frac{\sqrt{q^2 \kappa^2}}{\sqrt{\left(\kappa - \frac{\beta_0 (\mu_0 + 1)}{1+q} \right) \left(\kappa - \frac{\beta_0 (\mu_0 + 1)}{1-q} \right)} - 1},$$

$\tilde{\varepsilon}$ - проницаемость электронного потока,

$$\Delta'_{0\mu}(\mu_0) = \frac{\varepsilon \mu_0 \left(\pi \chi \cdot \cos \varepsilon c^2 \left(\pi \chi \sqrt{\varepsilon \kappa^2 - \mu_0^2} \right) + \frac{1}{\sqrt{\varepsilon \kappa^2 - \mu_0^2}} \operatorname{ctg} \left(\pi \chi \sqrt{\varepsilon \kappa^2 - \mu_0^2} \right) \right)}{\varepsilon \kappa^2 - \mu_0^2},$$

ε - диэлектрическая проницаемость.

Уравнение (2) от полученного ранее [5] отличается наличием множителя в виде Λ , а также функции $\Delta'_{0\mu}(\mu_0)$, которые учитывают дисперсионные свойства электронного потока и влияние диэлектрического слоя на характеристики усилителя.

Степенные уравнения (1), (2) позволяют достаточно подробно проанализировать физику волновых процессов для различных моделей усилителя на эффекте Смита-Парселла.

3. ПРИМЕРЫ АНАЛИЗА ЭЛЕКТРОННО-ВОЛНОВЫХ ПРОЦЕССОВ ПО СТЕПЕННЫМ УРАВНЕНИЯМ

Основная цель анализа степенных дисперсионных уравнений типа (1), (2) состоит в определении комплексного коэффициента распространения μ , и установлении областей значений скорости электронного потока и других параметров электродинамической системы усилителя, при которых инкремент нарастания амплитуды колебаний $|\operatorname{Im} \mu|$ будет иметь оптимальные значения. Мнимость μ соответствует условию взаимодействия волн ОБ с волнами пространственного заряда ЭП. При $\operatorname{Im} \mu < 0$ мы будем иметь экспоненциально нарастающие волны, отбирающие энергию у электронного потока (режим усиления волн), а при $\operatorname{Im} \mu > 0$ электроны будут увеличивать свою скорость за счет энергии электромагнитной волны (режим поглощения волн). В общем случае возможно распространение волн нескольких типов. Первый тип – это поверхностные волны периодической структуры, присутствие которых определяется мнимыми значениями поперечных волновых чисел. Второй

тип – объемные волны, соответствующие режимам дифракционного излучения. Третий тип волн – волны пространственного заряда ЭП.

Анализ дисперсионных уравнений (1), (2) позволил выяснить, что в объеме волновода распространяются волны с собственными волновыми числами μ , определяющими направление, величину фазовой скорости, а также угол дифракционного излучения. Фазовые скорости некоторых из волн совпадают по направлению со скоростью электронного потока, а некоторые противоположны. Данные волны относятся к гармоникам периодической структуры без ЭП. Также в системе присутствуют медленные и быстрые волны пространственного заряда и циклотронные волны.

Так в частности, численный анализ дисперсионного уравнения (1) позволяет выявить 5 волн (из семи корней – 2 комплексно сопряженные). Кроме волн с волновыми числами, соответствующими фазовым скоростям БВПЗ и МВПЗ, появляются медленная и быстрая циклотронные волны, которые могут оказывать существенное влияние на процессы энергообмена с волной ОВ. Так при уменьшении величины магнитного поля (параметра Ω_c) значения волновых чисел циклотронных волн стремятся к μ_0 , что приводит к существенному уменьшению амплитуды инкремента нарастания и области взаимодействия медленной волны пространственного заряда электронного потока с дифракционной гармоникой. В области значений $\Omega_c \approx 0.01$ возбуждение ОВ электронным потоком практически прекращается, что продемонстрировано на рис. 1.

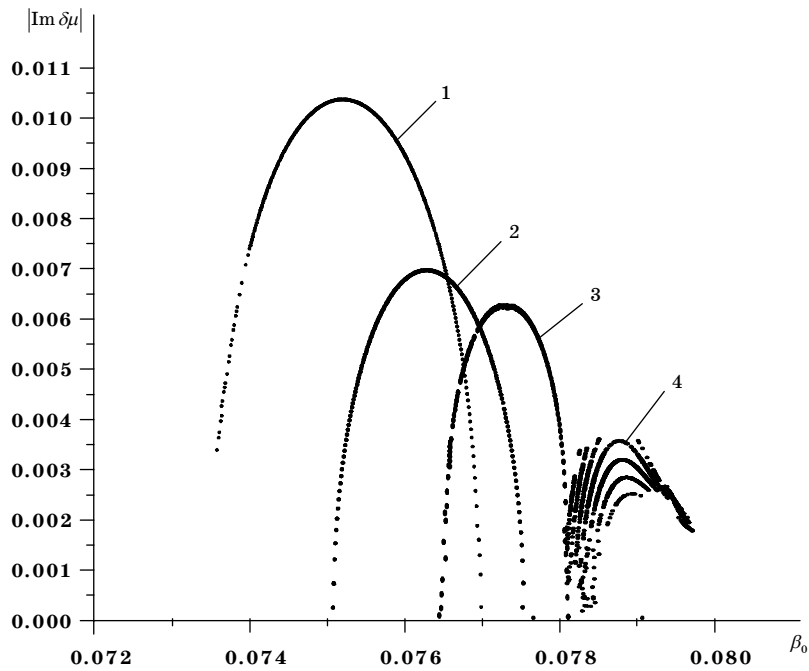


Рис. 1 – Решение дисперсионного уравнения (1) при различных значениях параметра Ω_c : 1 – $\Omega_c = 0.6$; 2 – $\Omega_c = 0.5$; 3 – $\Omega_c = 0.4$; 4 – $\Omega_c = 0.025$

В некоторых случаях более наглядным с точки зрения физики процессов является анализ дисперсионного уравнения (2), которое не учитывает влияния величины магнитного поля ($B \rightarrow \infty$), но позволяет наглядно проиллюстрировать предельные режимы возбуждения колебаний и «тонкую» структуру излучения в зависимости от электродинамических параметров системы и электронного пучка, а также влияние дополнительного диэлектрического слоя на волновые процессы [7].

Так расхождения в ряде Тейлора вблизи волнового числа, соответствующего дифракционной гармонике, позволяют проанализировать электронно-волновые процессы только с этой волной. В частности на рис. 2 представлены результаты решения кубического дисперсионного уравнения (2) без учета влияния магнитного поля и диэлектрического слоя.

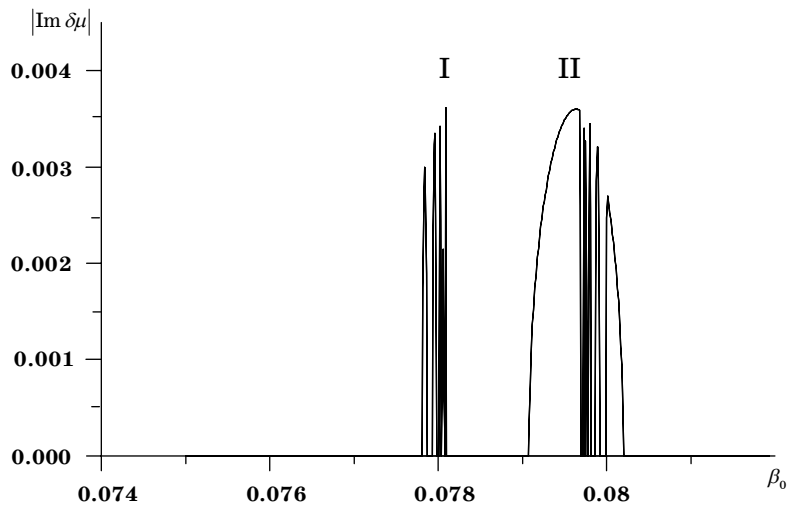


Рис. 2 – Решение кубического дисперсионного уравнения (2) при $\kappa = 0,083$, $\chi = 10$, $\zeta = 3$, $\mu_0 = 0,0524$

Видно, что данное приближение позволяет описать три волны с волновыми числами близкими к волновым числам медленной волны пространственного заряда $\mu_{МВПЗ}$, быстрой волны пространственного заряда $\mu_{БВПЗ}$ и волны периодической структуры μ_0 . Причем в областях I и II волна периодической структуры взаимодействует с волнами пространственного заряда ЭП (с БВПЗ – область I и с МВПЗ – область II). При этом наблюдается «тонкая» структура излучения, обусловленная влиянием дисперсионных свойств ЭП при конечной его толщине. Это качественно согласуется с результатами экспериментальных исследований взаимодействия ЭП с дифрагированным на периодической структуре полем [8].

Из анализа уравнения (2) также следует, что существенное влияние на условия распространения волн в волноводе оказывает параметр χ (нормированное к периоду решетки расстояние между зеркалами ОВ). Изменение расстояния между решеткой и металлическим зеркалом

приводит к изменению углов излучения и фазовой скорости волны. Как следствие этого, нарушается условие синхронизма МВПЗ электронного потока с дифракционной гармоникой, проявляющееся, при увеличении значений χ , в смещении областей возбуждения колебаний в сторону меньших β_0 и уменьшении максимального значения инкремента нарастания. Физически это может объясняться уменьшением амплитуды отраженного от зеркала излучения, что влияет на эффективность группировки ЭП, в поле бегущей вдоль оси ОВ волны.

Путем выбора параметров периодической структуры, в частности ее периода, можно реализовать режимы, как объемных, так и поверхностных волн. Первый режим при углах излучения близких к $\pi/2$ характеризуется значительным ростом инкремента нарастания амплитуды волны, связанным с максимальным преобразованием энергии ЭП в дифракционное излучение. При этом анализируемая система становится резонансной и не позволяет обеспечить широкополосное усиление сигнала, имея склонность к самовозбуждению. Второй режим характерен для приборов типа ЛОВ и ЛБВ.

Установлено, что толщина электронного потока, в заданном приближении, оказывает влияние лишь на величину амплитуды инкремента нарастания и на ширину области взаимодействия по параметру β_0 волн ОВ с ЭП. Поэтому при расчете необходимо учитывать, что математическая модель усилителя предполагает равномерное распределение поля периодической структуры по толщине ЭП и позволяет увеличивать ее до размеров расстояния между зеркалами. Вместе с тем известна обратно пропорциональная зависимость глубины проникновения электромагнитного поля в ЭП от частоты. Реально с электромагнитным полем будет взаимодействовать только нижний слой электронного потока. Оптимальное значение толщины ЭП, согласно [1], определяется по формуле $r = 0.19\beta_0\lambda$, что соответствует, в миллиметровом диапазоне, значениям $r = 0.1-0.2$ мм.

При введении в электродинамическую систему усилителя дополнительного диэлектрического слоя, который может выполнять функцию ввода-вывода энергии [7], физика волновых процессов усложняется. В частности установлено, что введение диэлектрического слоя между ЭП и металлическим экраном с малыми ε приводит к появлению дополнительных волн с близкими к $\varepsilon = 1$ значениями коэффициента распространения μ . Дальнейший рост значений ε приводит к увеличению количества волн, распространяющихся в ОВ, изменению их фазовых скоростей и углов излучения. Все волны удовлетворяют условию распространения объемных волн в диэлектрическом слое. Увеличение количества волн в ОВ приводит к перераспределению энергии между ними, что выражается в значительном уменьшении значений амплитуд инкремента нарастания отдельных волн.

4. ВЫВОДЫ

1. Приведена методика перехода от общего трансцендентного дисперсионного уравнения усилителя на эффекте Смита-Парселла к степенным уравнениям седьмой и третьей степеней, которые в рамках заданных приближений позволяют наглядно проанализировать физику

- волновых процессов при взаимодействии электронного потока с волной в открытом волноводе.
2. Установлена степень влияния циклотронных волн на условия возбуждения колебаний в открытом волноводе, показано, что при значениях циклотронного параметра $\Omega_c \approx 0.01$ возбуждение ОБ электронным потоком практически прекращается.
 3. На примерах анализа электронно-волновых процессов показано, что наиболее наглядной, с физической точки зрения, является модель усилителя, характеристики которого описываются дисперсионным уравнением третьей степени (без учета влияния магнитного поля), в котором можно учесть дисперсионные свойства электронного пучка и диэлектрического слоя, расположенного в объеме волновода.

THE ANALYSIS OF THE EFFECTIVENESS OF POWER EQUATIONS IN THE DESCRIPTION OF ELECTRON-WAVE PROCESSES IN THE AMPLIFIER MODEL OF THE SMITH-PARCEL EFFECTS

A.A. Rybalko

Sumy State University,
2, Rimsky-Korsakov Str., 40007, Sumy, Ukraine
E-mail: vp@sumdu.edu.ua

The comparative analysis of different approximations, which are used for the dispersion equations obtaining in the power polynomials form, is represented in this work. Such an approach let us to describe electron-wave processes in the amplifier system with an open periodical waveguide and the electronic beam. It is performed, that the most clear from the physical point of view, is the amplifier model, which is described by the analytical third- or seventh-order dispersion equations. Also within this framework it is easy to take into account the basic characteristic of electrodynamic system and electron beam, that interacted with the quasioptical system body wave.

Keywords: DIFFRACTION RADIATION, ELECTRONIC STREAM, OPENED WAVEGUIDE, MAGNETIC FIELD, HERTZIAN WAVE.

АНАЛІЗ ЕФЕКТИВНОСТІ СТРЕНЕВИХ РІВНЯНЬ ПРИ ОПИСІ ЕЛЕКТРОННО-ХВИЛЬОВИХ ПРОЦЕСІВ У МОДЕЛІ ПІДСИЛЮВАЧА НА ЕФЕКТИ СМІТА-ПАРСЕЛЯ

О.О. Рыбалко

Сумський державний університет,
вул. Римського-Корсакова, 2, 40007, Суми, Україна
E-mail: vp@sumdu.edu.ua

У роботі проведений порівняльний аналіз різних наближень, що використувувалися при отриманні дисперсійних рівнянь у вигляді степеневих поліномів, які дозволяють описати електронно-хвильові процеси в системі підсилювача відкритий хвилевід з періодичною структурою і електронний пучок. Показано, що найбільш наочною, з фізичної точки зору, є модель підсилювача, що описується аналітичними дисперсійними рівняннями сьомого та третього ступеня, які дозволяють врахувати основні параметри електродинамічної системи і пучка електронів при його взаємодії з об'ємною хвилею досліджуваної квазіоптичної системи.

Ключові слова: ДИФРАКЦІЙНЕ ВИПРОМІНЮВАННЯ, ЕЛЕКТРОННИЙ ПОТІК, ВІДКРИТИЙ ХВИЛЕВІД, МАГНІТНЕ ПОЛЕ, ЕЛЕКТРО-МАГНІТНА ХВИЛЯ.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Генераторы дифракционного излучения* (Ред. В.П. Шестопалова) (К.: Наук. думка: 1991).
2. G.S. Vorobyov, M.V. Petrovsky, A.I. Ruban, V.O. Zhurba et al., *Telecomm. Radio Eng. No66(20)*, 1839 (2007).
3. G.S. Vorobyov, A.S. Krivets, A.A. Shmatko et al., *Telecomm. Radio Eng. No59(10-12)*, 80 (2003).
4. Г.С. Воробьев, А.С. Кривец, В.О. Журба, А.А. Рыбалко, *Вісник СумДУ. Серія: Фізика, математика, механіка № 1*, 82 (2008).
5. Г.С. Воробьев, А.И. Рубан, А.А. Шматько, *Изв. вузов. Радиоэлектроника* 42 №6, 67 (1999).
6. В.Н. Шевчик, Д.И. Трубецков *Аналитические методы расчета в электронике СВЧ*. (М.: Сов. радио: 1970).
7. Г.С. Воробьев, А.С. Кривец, А.А. Шматько, *Изв. вузов Радиоэлектроника* 47 №6, 44 (2005).
8. Г.С. Воробьев, А.В. Нестеренко, А.И. Цвык, *Изв. вузов Радиофизика* 31 №2, 805 (1988).