КОМПОЗИЦІЙНІ МАТЕРІАЛИ ПЕРІОДИЧНОЇ СТРУКТУРИ

Резніченко С. М., аспірант, СумДУ, м. Суми

Це дуже широкий клас композиційних матеріалів, оскільки сучасні технології їх виготовлення обумовлюють близькість структури композитів до періодичної. Дуже часто сучасні композити мають регулярну або майже регулярну структуру, причому масштаб неоднорідності дуже малий у порівнянні з розмірами тіла в цілому. Як приклад можна привести поширену технологію виготовлення композиту з використанням препреги - тонкого шару волокон або стрічок з паралельних волокон, які просочується полімерною смолою. Періодичність структури відкриває можливість застосування строгих математичних методів і отримання математично обгрунтованих формул. Їх можна використовувати для оцінки напівемпіричних співвідношень, поширених в інженерній практиці розрахунків композитів. Для математичного опису фізичних процесів може використовуватися модель суцільного середовища з періодичною структурою. Така середа складається з періодично повторюваних ідентичних елементів. Її можна побудувати паралельним перенесенням одного елемента - комірки періодичності. Назвемо таке середовище Y-періодичною. На рис. 1-3 представлені приклади одно-, двo-і тривимірних періодичних середовищ.

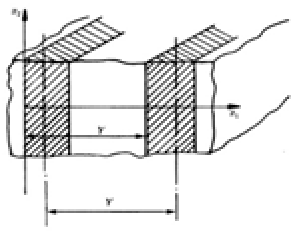

Рисунок 1 Одновимірна періодична середа – шаруватий композит, що складається з періодично повторюваних шарів

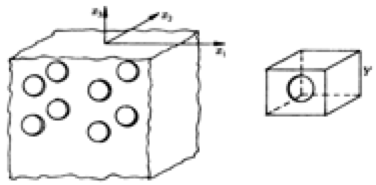

Рисунок 2 Тривимірна періодична середа дисперсний композит, однорідна матриця якого містить систему сферичних включень, що утворюють просторову періодичну решітку

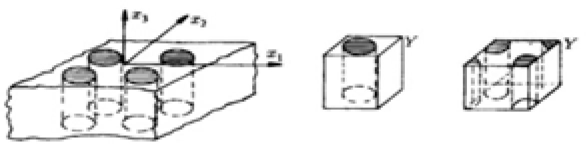

Рисунок 3 Двовимірна періодична середа - волокнистий односпрямований композит, що представляє собою періодичну систему паралельних циліндричних волокон, занурених в однорідну матрицю

Фізичні поля в періодичній середовищі описуються рівняннями математичної фізики з періодичними коефіцієнтами

$$c\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x_i}\left(\lambda \frac{\partial T}{\partial x_i}\right) + D, \quad (\mathrm{i} = 1, 2, 3) \quad , \qquad (1)$$

Суттєвою особливістю композитів є те, що характерний розмір комірки періодичності композиту α багато менше характерного розміру аналізованої завдання а: α << а. За α іноді зручно буває прийняти малий безрозмірний параметр (α << 1), вважаючи, що на одиницю виміру, характерну для конкретного завдання, доводиться I/α осередків періодичності. При переміщеннях точки на малі відстані порядку α функції с і λ, що описують фізичні властивості композиту, відчувають суттєві зміни, оскільки властивості матриці і включення різко відрізняються один від одного. Ці періодичні функції називають швидко осцилюючими. Через це чисельні методи сіток або кінцевих елементів виявляються практично неприйнятними для розв'язання рівнянь з швидко осцилюючими коефіцієнтами. Для побудови чисельних рішень, довелося б будувати сітки з осередками, розміри яких малі порівняно з малими осередками періодичності композиту. В окремих випадках періодичні задачі можуть успішно вирішуватися методами теорії функцій комплексного змінного. Однак, основний розвиток математичного моделювання фізичних процесів у періодичних середовищах пов'язаний з теорією асимптотичного осереднення при α → 0. Основи цієї теорії створені в роботах Н.С. Бахвалова і Г.П. Панасенко, Е. Санчес-Паленсії, Б.Є. Победрі та інших авторів. В ході асимптотичного аналізу рівняння (1) з швидко осцилюючими коефіцієнтами перетвориться в осереднене рівняння (2) з усередненими (ефективними)

$$\hat{c}\frac{\partial T}{\partial t} = \lambda_{ij}\frac{\partial^2 T}{\partial x_i \partial x_j} + D \qquad (2)$$

коефіцієнтами , які представляють собою постійні величини або повільно змінюються функції координат. Рішення усередненого рівняння Te виявляється близьким до вирішення T вихідного рівняння. У багатьох випадках їх різниця має той же порядок, що і відносний розмір комірки періодичності α. Результати, отримані асимптотическим методом, можуть служити математичним обгрунтуванням гіпотези еквівалентної гомогенності. Ефективні постійні обчислюються в результаті рішення спеціального локального завдання для одного осередку періодичності.