ЗАСТОСУВАННЯ БАГАТОТОЧКОВОЇ ФОРМУЛИ ТЕЙЛОРА (БФТ) ДО НАБЛИЖЕНОГО РОЗВ'ЯЗАННЯ ДИФЕРЕНЦІАЛЬНИХ РІВНЯНЬ

Клименко А.В., студентка, Маслов О.П., доцент, СумДУ, м. Суми

Багато наближених методів, які застосовуються в прикладній математиці, базуються на формулі Тейлора. Так, при знаходженні наближеного розв'язку диференціальних рівнянь у вигляді степеневого ряду, застосовується формула Тейлора. Для знаходження її коефіцієнтів необхідно, щоб були задані початкові умови і шукана функція була достатню кількість разів диференційована в початковій точці. Похибка розв'язку зростає при віддаленні від початкової точки. Крім того, неможливо врахувати властивості правої частини диференціального рівняння, а тим більше, знайти розв'язок, якщо права частина буде мати скінченну кількість розривів першого роду.

Застосування БФТ

$$\mathrm{T}(x) = \sum_{i=1}^{m} h(x_i \sum_{j=0}^{k} \frac{f^{(j)}(x_i)(x-x_i)^j}{j!} \qquad (1)$$

дозволяє обійти ці труднощі. У (1) x_i – це координати точок, у яких проводиться розкладання по формулі Тейлора, $h(x_i)$ – hill function, які мають спеціальні властивості, $f^{(j)}(x_i)$ – значення j -ї похідної шуканої функції в точці x_i . При наближеному розв'язанні диференціального рівняння $f^{(j)}(x_i)$ є шуканими значеннями. При підстановці (1) в диференціальне рівняння, невідомі $f^{(j)}(x_i)$знаходяться із системи алгебраїчних рівнянь (лінійних або нелінійних) у залежності від того, було вихідне диференціальне рівняння лінійним чи нелінійним.

Похибка наближеного розв'язку на кожному інтервалі (x_i, x_{i+1}) визначається як

$$R_k(x) = \frac{f^{k+1}(\xi)(x-x_i)^{k+1}}{(k+1)!}, \qquad (2)$$

де $\xi \in (x_{i-1}, x_{i+1})$. На всьому проміжку похибка не буде перевищувати значення $R = max|R_k|$.

Оскільки (1) можна побудувати як кусково-гладку функцію, то шуканий розв'язок диференціального рівняння може бути розривним.

Розглянуто приклади знаходження наближеного розв'язку для різних типів диференціальних рівнянь.