

## Эффект втягивания для тангенциального направления оси анизотропии в анизотропной среде

К.А. Выговтов, А.Д. Архипов, О.А. Сидоренко\*

Днепропетровский национальный университет им.О.Гончара,  
пр. Гагарина, 72, 49010, Днепропетровск, Украина

(Получено 29.12.2011, опубликовано online 04.07.2012)

В работе рассматривается анизотропная плоско-параллельная структура (как однородная так и слоистая) с направлением оси анизотропии вдоль границы раздела сред при тангенциальном распространении падающей волны. Для данного частного случая аналитически показана возможность прохождения плоской волны сквозь пластину (эффект втягивания). Записаны и проанализированы выражения для нахождения волнового вектора в анизотропной среде, компонент полей и компонент вектора Пойнтинга. Показано, что структура обладает невзаимными свойствами.

**Ключевые слова:** эффект втягивания, коэффициент отражения, анизотропия, гиротропная среда.

PACS numbers: 42.25.Gy, 42.70.Qs

### 1. ВВЕДЕНИЕ

Исследование электромагнитных свойств многослойных анизотропных структур и устройств на их основе представляет большой интерес в течение второй половины XX века и начала нынешнего [1,2]. Одной из важнейших задач является задача отражения и прохождения волны через пластину. В рамках этой задачи отметим случай распространения плоской гармонической волны вдоль границы раздела изотропной среды и анизотропной пластины. Аналитические исследования и численные расчеты показали, что в этом случае в анизотропной пластине существует волна, прошедшая под произвольным углом [3, 4]. Это явление названо эффектом втягивания и подробно описано в указанных работах для случая произвольного направления оси анизотропии в слоистой структуре.

В данной работе рассматривается возможность втягивания плоской гармонической волны в анизотропную структуру при ориентации оси анизотропии параллельно границам раздела слоев и распространении плоской гармонической волны вдоль этой оси.

Рассмотрение данного частного случая представляется актуальным в связи с упрощением конструкции СВЧ устройств при практическом применении описываемых явлений.

Отметим, что при распространении волны параллельно структуре не принято говорить о падающей и прошедшей волне. Однако, в рассматриваемых случаях мы используем эту терминологию, поскольку, как показано в данной работе, распространяющаяся параллельно границе раздела волна возбуждает в анизотропной среде волну под углом к нормали.

Важным является и тот факт, что структура проявляет невзаимные свойства. Причем эти свойства не связаны с эффектом Фарадея, а определяются взаимной ориентацией оси анизотропии и волнового вектора.

Более того, для данного случая получены аналитические выражения, доказывающие возможность существования эффекта втягивания. А именно, запи-

саны и проанализированы выражения нормальных компонент волнового вектора в анизотропной среде, выражения для компонент вектора Пойнтинга, проверено выполнение условий непрерывности на границе раздела изотропной и анизотропной сред.

### 2. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

В данной работе исследуется однородная гиротропная пластина с потерями, обладающая электрической анизотропией (рис. 1а), а также ограниченная периодическая структура с двумя слоями в периоде (рис. 1б). Здесь изучается частный случай структуры, когда ось анизотропии направлена вдоль границы раздела слоев (рис. 1). При этом тензор

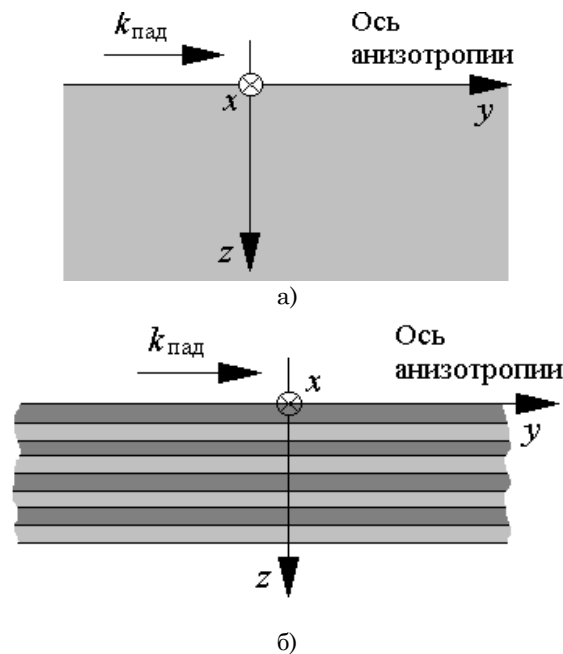


Рис. 1 – Геометрия задачи: а) однослойная структура, б) многослойная структура

\* sidol@i.ua

электрической проницаемости для рассматриваемого случая имеет вид:

$$\epsilon_{\text{ном}} = \begin{vmatrix} \epsilon_{xx} & 0 & -j\epsilon_{xy} \\ 0 & \epsilon_{zz} & 0 \\ j\epsilon_{xy} & 0 & \epsilon_{xx} \end{vmatrix} \quad (1)$$

где  $\epsilon_{xx} = \epsilon_0 \epsilon_{xx \text{ отн}}$ ,  $\epsilon_{xy} = \epsilon_0 \epsilon_{xy \text{ отн}}$  – абсолютные величины,  $\epsilon_0$  – диэлектрическая проницаемость вакуума. Относительные параметры  $\epsilon_{xx \text{ отн}}$  и  $\epsilon_{xy \text{ отн}}$  имеют типовую зависимость от частоты (рис.2), где  $\epsilon'_{xx}$ ,  $\epsilon'_{xy}$  – действительные части элементов диэлектрической проницаемости,  $\epsilon''_{xx}$ ,  $\epsilon''_{xy}$  – мнимые части этих элементов,  $\epsilon_0$  – диэлектрическая проницаемость вакуума.

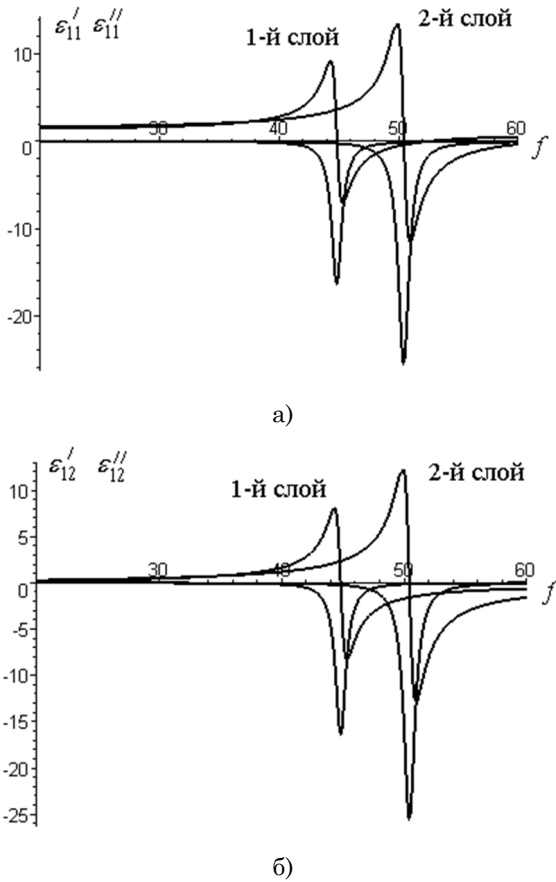


Рис. 2 – Зависимость параметров среды от частоты

Основной целью работы является теоретическое обоснование и изучение эффекта втягивания в СВЧ диапазоне для данного частного случая ориентации оси анизотропии и направления распространения волны. Также рассматривается слоистая периодическая анизотропная структура на основе гиротропных слоёв, исследуется зависимость её коэффициента отражения от частоты, толщин слоёв, направления падающего излучения.

### 3. ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ОБОСНОВАНИЕ ДЛЯ ПОПЕРЕЧНО НАМАГНИЧЕННОЙ СРЕДЫ

Эффект втягивания заключается в прохождении волны в анизотропную среду под некоторым произвольным углом при условии ее тангенциального

распространения вдоль границы раздела изотропной и анизотропной сред [3, 4] (Рис. 3).

Очевидно, что для существования этого эффекта необходимо наличие ненулевой нормальной компоненты волнового вектора, ненулевой действительной части нормальной компоненты вектора Пойнтинга и выполнение условий непрерывности для тангенциальных компонент волнового вектора и тангенциальных компонент электромагнитного поля.

Поэтому, рассмотрение поведения волны начнем с анализа дисперсионного уравнения [5, 6] для однородного слоя и случая параллельной границам раздела слоев оси анизотропии (рис. 1а):

$$k_z^4 + c_2 k_z^2 + c_0 = 0 \quad (2)$$

где

$$c_2 = \omega^2 \mu_0 (\epsilon_{xx} + \epsilon_{zz} - \epsilon_{xy}^2 / \epsilon_{xx} - \epsilon_0 - \epsilon_0 \epsilon_{zz} / \epsilon_{xx})$$

$$c_0 = \omega^4 \mu_0^2 \frac{\epsilon_{zz}}{\epsilon_{xx}} \left[ \epsilon_{xy}^2 - (\epsilon_{xx} - \epsilon_0)^2 \right] \quad (3)$$

где  $\omega$  – циклическая частота,  $k_z$  – нормальная компонента волнового вектора,  $\mu_0$  – магнитная проницаемость вакуума.

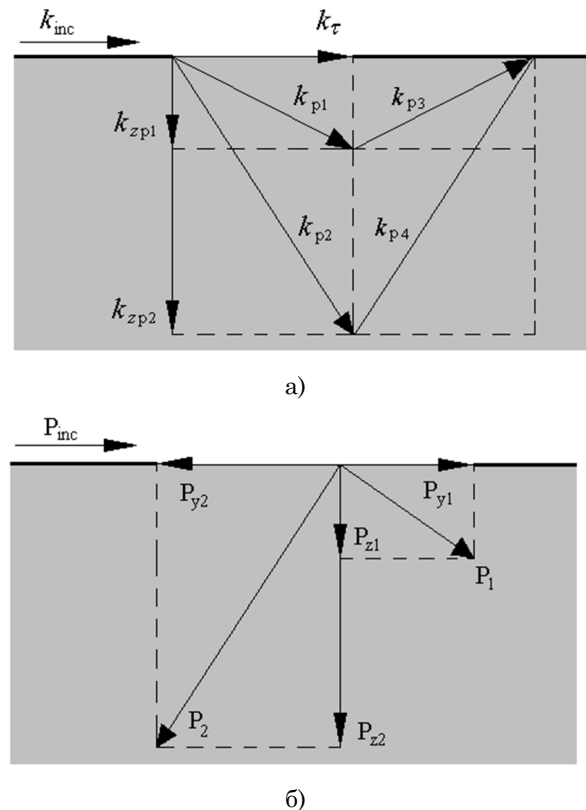


Рис. 3 – Иллюстрация эффекта втягивания

Очевидно, что для среды без потерь четыре нормальные компоненты  $k_z$  волнового вектора, являющиеся решением (3), не равны нулю, за исключением случая  $c_0 = 0$ . Следовательно, для данной геометрии задачи распространяющаяся вдоль однородного анизотропного слоя плоская волна может вызывать две прямые и две обратные преломленные волны, фронты которых распространяются под некоторым

углом к нормали. Причем в данном случае, в отличие от произвольного направления оси анизотропии [3, 7], фазовые скорости прямых и обратных волн равны (рис. 2а). Более того, при определенных параметрах среды волновые числа могут быть как действительными, так и мнимыми. Действительные  $k_z$  будут соответствовать условиям прохождения волны, т. е. эффекту вытягивания, комплексные или мнимые  $k_z$  будут соответствовать явлению полного внутреннего отражения.

$$\begin{aligned}
 E_x &= A \frac{\omega \mu_0}{k_y} e^{j(k_x x + k_y y + k_z z)} \\
 E_y &= jA \frac{k_y (\omega^2 \mu_0 \varepsilon_{xx} - k_y^2 - k_z^2)}{\omega \varepsilon_{xy} (\omega^2 \mu_0 \varepsilon_{zz} - k_z^2)} e^{j(k_x x + k_y y + k_z z)} \\
 E_z &= jA \frac{k_y^2 (\omega^2 \mu_0 \varepsilon_{zz} - k_z^2) + k_z^2 [\omega^2 \mu_0 (\varepsilon_{xx} + \varepsilon_{zz}) - k_z^2] - \omega^4 \mu_0^2 \varepsilon_{xx} \varepsilon_{zz}}{k_y \omega \varepsilon_{xy} (\omega^2 \mu_0 \varepsilon_{zz} - k_z^2)} e^{j(k_x x + k_y y + k_z z)} \\
 H_x &= -jA \frac{\varepsilon_{zz} (\omega^2 \mu_0 \varepsilon_{xx} - k_y^2 - k_z^2)}{\omega \varepsilon_{xy} (\omega^2 \mu_0 \varepsilon_{zz} - k_z^2)} e^{j(k_x x + k_y y + k_z z)} \\
 H_y &= A \frac{k_z}{k_y} e^{j(k_x x + k_y y + k_z z)} \\
 H_z &= A e^{j(k_x x + k_y y + k_z z)}
 \end{aligned} \tag{4}$$

где  $A$  – постоянная, определяемая мощностью волны,  $k_x$ ,  $k_y$  – тангенциальные компоненты волнового вектора. Таким образом, тангенциальные компоненты полей в анизотропной среде являются ненулевыми. Исходя из этого, отраженная волна, как и в случае падения под углом, должна быть эллиптически поляризованной. Действительно, для удовлетворения граничных условий необходимо наличие тангенти-

Выше было указано, что для выполнения условий непрерывности на границе раздела, падающая волна должна иметь ненулевые тангенциальные компоненты как электрического, так и магнитного полей, причем в анизотропной среде на границе тангенциальные компоненты полей должны быть непрерывными. Для анизотропной среды непосредственно из уравнений Максвелла получаем выражения компонент электромагнитного поля:

альных компонент как электрического, так и магнитного поля. Таким образом, результирующая волна над структурой, являющаяся суперпозицией падающей и отраженной, также является эллиптически поляризованной.

Теперь, используя хорошо известную методику [8], запишем компоненты вектора Пойнтинга:

$$\begin{aligned}
 P_z &= \frac{1}{2} (E_x H_y^* - E_y H_x^*) = \frac{A^2}{2} \left[ \frac{\omega \mu_0 k_z}{k_y^2} - \frac{k_y \varepsilon_{zz} (\omega^2 \mu_0 \varepsilon_{xx} - k_y^2 - k_z^2)}{\varepsilon_{xy} (\omega^2 \mu_0 \varepsilon_{zz} - k_z^2)^2} \right] \\
 P_y &= \frac{1}{2} (E_z H_x^* - E_x H_z^*) = \frac{A^2}{2} \left\{ \frac{k_y^2 (\omega^2 \mu_0 \varepsilon_{zz} - k_z^2) + k_z^2 [\omega^2 \mu_0 (\varepsilon_{xx} + \varepsilon_{zz}) - k_z^2] - \omega^4 \mu_0^2 \varepsilon_{xx} \varepsilon_{zz}}{k_y \omega \varepsilon_{xy} (\omega^2 \mu_0 \varepsilon_{zz} - k_z^2)} \times \right. \\
 &\quad \left. \times \frac{\varepsilon_{zz} (\omega^2 \mu_0 \varepsilon_{xx} - k_y^2 - k_z^2)}{\omega \varepsilon_{xy} (\omega^2 \mu_0 \varepsilon_{zz} - k_z^2)} - \frac{\omega \mu_0}{k_y} \right\} \\
 P_x &= \frac{1}{2} (E_y H_z^* - E_z H_y^*) = j \frac{A^2}{2} \left\{ \frac{k_y (\omega^2 \mu_0 \varepsilon_{xx} - k_y^2 - k_z^2)}{\omega \varepsilon_{xy} (\omega^2 \mu_0 \varepsilon_{zz} - k_z^2)} - \right. \\
 &\quad \left. \frac{k_y^2 (\omega^2 \mu_0 \varepsilon_{zz} - k_z^2) + k_z^2 [\omega^2 \mu_0 (\varepsilon_{xx} + \varepsilon_{zz}) - k_z^2] - \omega^4 \mu_0^2 \varepsilon_{xx} \varepsilon_{zz}}{k_y^2 \omega \varepsilon_{xy} (\omega^2 \mu_0 \varepsilon_{zz} - k_z^2)} k_z \right\}
 \end{aligned} \tag{5}$$

Из (5) видно, что при действительных  $k_z$   $y$ - и  $z$ -компоненты являются действительными, а  $x$ -компонента – мнимая. Следовательно, вектор Пойнтинга направлен под углом

$$\alpha_p = \arctan(P_y / P_z) \tag{6}$$

к нормали и лежит в плоскости падения (рис. 2б). В  $x$ -направлении волна – затухающая.

Дополнительно отметим, что в области резонанса возможно получить отрицательный угол для вектора Пойнтинга. Данный вопрос подробно изучен в [9] для произвольного угла падения волны. В данном случае для существования отрицательного угла  $\alpha_p$  необходимо, чтобы  $y$ -компонента была отрицательной. Очевидно, что этого возможно добиться подбором параметров среды.

Таким образом, аналитически доказано, что рас-

пространяющаяся вдоль границы раздела плоская волна возбуждает в поперечно намагниченной анизотропной среде объемную волну, распространяющуюся под некоторым углом к границе раздела.

Отметим, что для среды с потерями и частотной дисперсией (рис. 2) нормальные компоненты волнового вектора, компоненты полей и вектора Пойнтинга являются комплексными. Это приводит к затуханию прошедшей волны, но не исключает самого эффекта. Действительно, о возможности прохождения волны свидетельствует наличие действительной части нормальной компоненты вектора Пойнтинга.

Проанализируем соотношения (2) – (5). Очевидно, что изменение направления распространения падающей волны (вращение волнового вектора  $k$  относительно оси анизотропии) приводит к изменению компонент  $k_x = k \cos \varphi$  и  $k_y = k \sin \varphi$  волнового вектора, а, следовательно, и компонент полей (4), и компонент вектора Пойнтинга (5) в анизотропной структуре. Таким образом, коэффициент отражения волны должен зависеть от направления распространения падающей волны. В рамках решаемой задачи целесообразно рассмотреть распространение волны вдоль положительного и отрицательного направлений оси анизотропии. Исходя из геометрии задачи (рис. 3), очевидным является то, что коэффициенты отражения для направлений 1 и 4, а также 2 и 3 являются одинаковыми, а для 1 и 2 и также 1 и 3 различными.

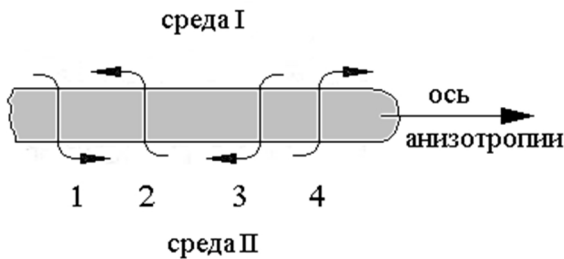


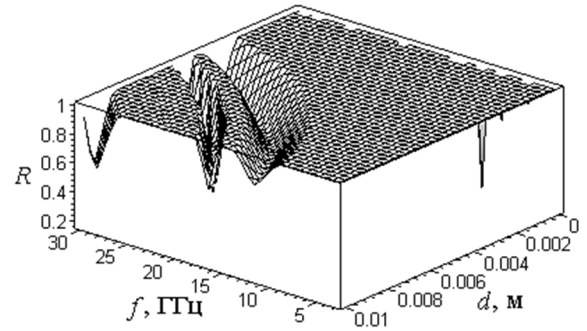
Рис. 3 – Рассматриваемые направления распространения падающей волны

Действительно, изменение направления распространения падающей волны на противоположное приводит к изменению знака  $k_y$  и не изменяет  $k_x$ . Изменение знака  $k_y$ , в свою очередь, приводит к изменению знаков  $E_x, E_y, E_z, H_y$  и не изменяет  $H_x, H_z$ . То есть при изменении направления падения волны меняется структура поля. Более того,  $P_x$  и  $P_z$  компоненты меняют свое значение,  $P_y$  – знак. Таким образом, изменение направления падения волны на противоположное не приводит к изменению направления распространения фронта волны, но дает изменение величины и направления вектора Пойнтинга.

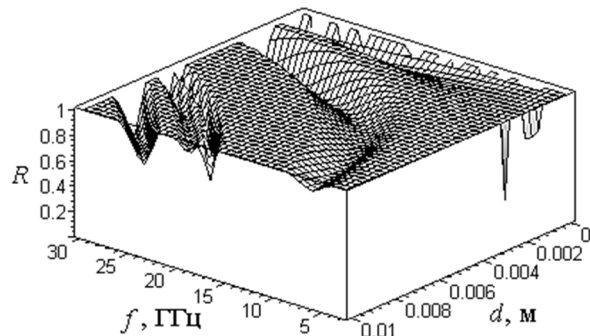
На рис. 4а представлена зависимость коэффициента отражения от частоты и толщины слоя при  $\alpha = 90^\circ$  для однородной пластины с параметрами, изображенными на рис. 2. Для расчета использовалась методика, описанная в [10-12]. Здесь представлены как области полного внутреннего отражения, так и области прохождения волны (эффект втягивания). Аналогичная зависимость для  $\alpha = -90^\circ$  изображена на рис. 4б.

Результаты расчетов подтверждают вывод о том, что даже однородный слой проявляет неважные свойства и может быть использован для проектирования соответствующих устройств.

Для усиления неважных свойств целесообразно использовать неоднородную, в частности – слоистую, пластину. Прежде всего, это приведет к появлению неважности для направлений 1 и 4, а также 2 и 3, в отличие от однородной пластины. Во-вторых, явление многократного отражения в неоднородной пластине позволяет получить практически любой вид характеристики коэффициента отражения.



а)



б)

Рис. 4 – Зависимость коэффициента отражения от частоты и толщины слоя при распространении волны вдоль направления подмагничивающего поля: а) для  $\alpha_{пад} = 90^\circ$ , б) для  $\alpha_{пад} = -90^\circ$

В качестве примера на рис. 5 представлена зависимость коэффициента отражения для структуры из восьми двухслойных периодов с параметрами, представленными на рис. 2. Как видно из рисунка, явление многократного отражения приводит к появлению дополнительных минимумов коэффициента отражения, что существенно улучшает ее избирательные свойства. Более того, пики в этом случае являются более выраженными.

Более наглядное представление дает двумерный график зависимости коэффициента отражения от частоты, представленный на рис. 6 для вышеуказанной структуры. Обозначение направлений соответствует рис. 3. Из рис. 6 очевидно, что рассматриваемая структура имеет различные коэффициенты

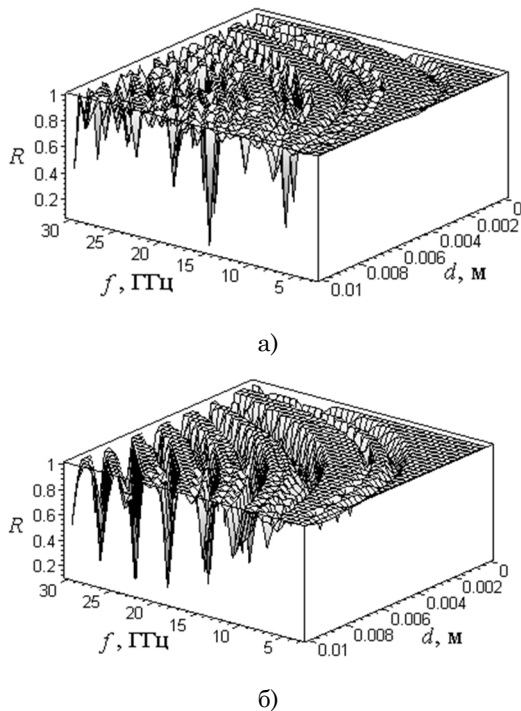


Рис. 5 – Зависимость коэффициента отражения от частоты и толщины первого слоя при распространении волны вдоль оси анизотропии для структуры из восьми двухслойных периодов: а) для  $\alpha_{nad} = 90^\circ$ , б) для  $\alpha_{nad} = -90^\circ$

отражения для всех четырех направлений падения волны, т. е. проявляет невзаимные свойства. Таким образом, численные расчеты подтверждают представленные выше теоретические выводы.

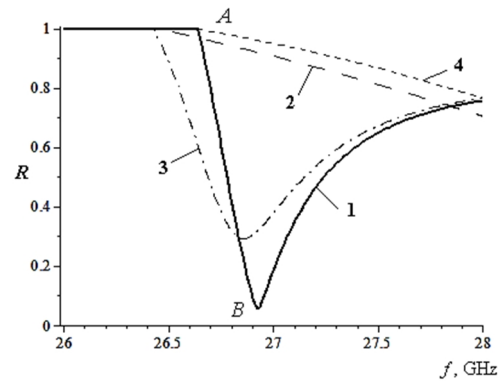


Рис. 6 – Коэффициенты отражения от структуры с восемью двухслойными периодами

#### 4. ВЫВОДЫ

В работе исследован эффект вытягивания электромагнитной волны для частного случая ориентации оси анизотропии вдоль границы раздела слоев в СВЧ диапазоне. Аналитически показано, что как и для общего случая произвольной ориентации в рассматриваемом случае также существует указанный эффект.

Рассмотрение данного частного случая имеет важное практическое значение с учетом дальнейшего практического применения рассматриваемого эффекта в СВЧ диапазоне. Действительно, производство структур с предложенным направлением оси анизотропии проще, чем с произвольным.

Исследование проводилось в рамках линейной задачи при распространении плоской волны. В исследовании также не учитывались поверхностные эффекты в анизотропной структуре.

### Penetration Effect for Tangential Direction of the Anisotropy Axis in Anisotropic Medium

K.A. Vytovtov, A.D. Arkhipov, O.A. Sydorenko

*Dnepropetrovsk National University after O. Honchar, Gagarina Ave., 72, 49010, Dnepropetrovsk, Ukraine*

Anisotropic plane-parallel structure (both homogeneous and stratified) with the direction of the anisotropy axis along the interfaces under tangential propagation of the incident wave is considered. The possibility of wave transmission through a plate (the penetration effect) was analytically shown for the given particular case. Expressions for the wave-vector in anisotropic medium, field components, Poynting vector components were written and analyzed. It is shown that the structure has nonreciprocal properties.

**Keywords:** Penetration effect, Reflection coefficient, Anisotropy, Anisotropic medium.

### Ефект втягування для тангенціального напрямку осі анізотропії в анізотропному середовищі

К.А. Витовтов, А.Д. Архіпов, О.А. Сидоренко

*Дніпропетровський національний університет ім. О.Гончара, пр. Гагаріна, 72, 49010, Дніпропетровськ, Україна*

У роботі розглядається анізотропна плоско-паралельна структура (як однорідна так і шарувата) з напрямом осі анізотропії, уздовж межі розділу середовищ при тангенціальному поширенні падаючої хвилі. Для даного окремого випадку аналітично показана можливість проходження плоскої хвилі крізь пластину (ефект втягування). Записані і проаналізовані вирази для знаходження хвильового вектора в анізотропному середовищі, компонент полів і компонент вектора Пойнтінга. Показано, що структура має невзаємні властивості.

**Ключові слова:** ефект втягування, коефіцієнт відбиття, анізотропія, анізотропне середовище.

## СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. A. Yariv, P. Yeh, *Optical Waves in Crystals: Propagation and Control of Laser Radiation* (Wiley Classics Library: Hoboken: 2003).
2. M. Born, E. Wolf, *Principles of Optics, 7th expanded ed.*, (Cambridge University Press: Cambridge: 1999).
3. К.А. Вытовтов, О.А. Сидоренко, *Ж. нано- і електрон. фіз.* **3** No2, 70 (2011) (К.А. Vytovtov, O.A. Sydorenko, *J. Nano-Electron. Phys.* **3** No2, 70 (2011)).
4. K. Vytovtov, L. Mospan, *Proc. European Microwave Week 2011*, 818 (Manchester: UK: 2011).
5. Б. Лакс, К. Баттон. *Сверхвысокочастотные ферриты и ферримагнетики. Пер. с англ.* (Москва: Мир: 1965).
6. А.Л. Микаэлян, *Теория и применение ферритов на сверхвысоких частотах* (М.–Л.: Госэнергоиздат: 1963).
7. К.А. Vytovtov, S.A. Volkova, Yu.S. Tarasenko, *Proc. Int. Conf. (MMET-2010)*, art. No 5611420 (Kiev: 2010).
8. Н.Н. Федоров, *Основы электродинамики* (Москва: Высшая школа: 1980).
9. Р.А. Силин, *УФН* **176** No5, 562 (2006) (Robert A. Silin, *Phys.-Usp.* **49**, 542 (2006)).
10. D.W. Berreman, *J. Opt. Soc. Am.* **62**, 502 (1972).
11. L.I. Lyubchanskii, N.N. Dadoenkova, M.I. Lyubchanskii, E.A. Shapovalov, Th. Rasing, *J. Phys. D : Appl. Phys.* **36**, R277 (2003).
12. S. Teitler, B.W. Henvis, *J. Opt. Soc. Am.* **60**, 830 (1970).