Журнал нано- та електронної фізики
Том **4** № 2, 02037(7сс) (2012)

Journal of Nano- and Electronic Physics
Vol. **4** No 2, 02037(7pp) (2012)

Активные ЛСЭ-клистроны как формирователи фемтосекундных кластеров электромагнитного поля. Нелинейная физика пролетной секции

В.В. Кулиш[1,*], А.В. Лысенко[2,†], А.Ю. Брусник[1]

[1] *Национальный авиационный университет, пр. Космонавта Комарова, 1, 03680, Киев, Украина*
[2] *Сумский государственный университет, ул. Римского-Корсакова, 2, 40007, Сумы, Украина*

(Получено 08.02.2012, в отредактированной форме – 14.05.2012, опубликовано online 04.06.2012)

Проведена классификация и кинематический анализ параметрических резонансных взаимодействий в пролетной секции супергетеродинного двухпотокового лазера на свободных электронах. Показано, что в данной системе возможна реализация четырех типов параметрических резонансных взаимодействий. Ряд таких взаимодействий имеют множественный характер – одновременно в трехволновом параметрическом резонансе участвуют сотни и больше связанных друг с другом гармоник. Построена мультигармоническая кубически-нелинейная теория множественных параметрических резонансных взаимодействий. Установлено, что такие взаимодействия оказывают существенное влияние на развитие физических процессов в исследуемой системе. Предложено использовать множественные параметрические резонансные взаимодействия для формирования широкого мультигармонического спектра волн в кластерных супергетеродинных двухпотоковых ЛСЭ.

Ключевые слова: двухпотоковая неустойчивость, лазеры на свободных электронах, трехволновой параметрический резонанс.

PACS numbers: 41.60.Cr, 52.35. – g

ВВЕДЕНИЕ

Данная работа является пятой частью цикла статей [1-4], посвященных изучению нового класса релятивистских электронных устройств – активных ЛСЭ-клистронов, которые предназначены для формирования ультракоротких кластеров электромагнитного поля. В работах [1-3] рассмотрены модели таких устройств на базе односкоростных, а в [4] – двухскоростных релятивистских электронных пучков. В [4] было произведено общее описание двухпотоковых кластерных ЛСЭ-клистронов, обсуждены ключевые особенности линейной теории мультигармонических процессов в пролетной секции. В представленной работе продолжим анализ процессов в пролетной секции двухпотокового активного ЛСЭ-клистрона, но уже в рамках нелинейной теории.

Известно, в двухпотоковой электронной системе могут распространяться волны пространственного заряда (ВПЗ) различного типа [5-9]. Между гармониками таких волн реализуются трехволновые параметрические резонансы. Несмотря на то, что данный вопрос рассматривался ранее [10], ряд типов трехволновых взаимодействий оказался не изученным. В данной работе этот недочет ликвидирован.

Параметрические взаимодействия электронных волн в теории двухпотоковых ЛСЭ являются далеко не новыми и исследуются уже не менее тридцати лет (например, [11-21]). Однако, физическая ситуация в исследуемой модели кардинально отличается от того, что изучалось ранее. Спецификой реализующихся здесь разновидностей трехволновых резонансов является их явно выраженная *множественность*. Оказывается, что условия трехволнового параметрического резонанса могут одновременно удовлетворяться для множества троек взаимодействующих волн, которые связаны между собой через общие волны. В итоге число взаимодействующих волн может доходить до сотни и в некоторых исключительных случаях может быть даже больше. Понятно, что общая картина таких множественных взаимодействий реально оказывается достаточно сложной и интересной. Изучению таких взаимодействий и посвящена эта статья.

1. МОДЕЛЬ. УСЛОВИЯ ПАРАМЕТРИЧЕСКИХ РЕЗОНАНСОВ

Теоретическая модель пролетной секции двухпотокового ЛСЭ представлена на рис. 1. Рассматриваем двухскоростной электронный пучок, состоящий из двух парциальных 1 и 2, которые характеризуются скоростями $\boldsymbol{v}_1$ и $\boldsymbol{v}_2$ ($v_1 - v_2 << v_1, v_2$) и одинаковыми плазменными частотами $\omega_{p1} = \omega_{p2} = \omega_p$. Полагаем, что пучок является достаточно широким, поэтому влиянием границ на процессы взаимодействия волн пренебрегаем. Полагаем, что пучок движется в фокусирующем магнитном поле $\boldsymbol{B}_0$, направленном вдоль оси Z. Эффекты, связанные с квазистатическими полями пространственного заряда, не рассматриваем, тепловым разбросом электронов по скоростям пренебрегаем. Полагаем, что волны ВПЗ являются мультигармоническими. Тогда для результирующей напряженности электрического поля волн ВПЗ можем записать

$$\mathbf{E} = \sum_{\chi} \mathbf{E}_{\chi}\ , \ \ \mathbf{E}_{\chi} = \sum_{m=1}^{N} \left[E_{\chi,m} \exp(ip_{\chi,m}) + к.с. \right] \mathbf{e}_z\ . \quad (1)$$

В этих соотношениях индекс χ характеризует тип волны ВПЗ (как будет показано далее, χ принимает значения от 1 до 7, см. табл. 1); $p_{\chi,m} = \omega_{\chi,m} \cdot t - k_{\chi,m} z$ – фаза m-ой гармоники χ-ой волны; $\omega_{\chi,m} = m \cdot \omega_{\chi,1}$ и $k_{\chi,m}$ частота и волновое число m-ой гармоники χ-ой волны; N – общее число гармоник, которые рассматриваем

* kulish2001@ukr.net
† lysenko_@ukr.net

при решении задачи; m – номер гармоники, $\boldsymbol{e}_z$ – орт оси Z; запись «*к.с.*» означает «комплексно сопряженное выражение».

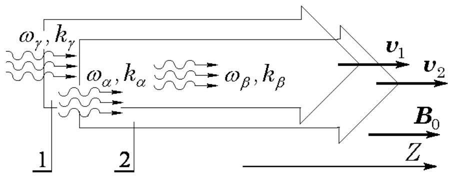

Рис. 1 – Теоретическая модель мультигармонической пролетной секции.

Наличие в двухскоростном электронном пучке разных типов волн ВПЗ обуславливает множество вариантов взаимодействий их гармоник. Законы дисперсии этих волн известны [5, 6] и могут быть представлены в виде следующего обобщенного дисперсионного соотношения

$$k_\chi = \frac{\omega_\chi}{\upsilon_0(1+\sigma_\chi\delta)} + r_\chi \frac{\omega_p}{\upsilon_0\gamma_0^{3/2}}, \qquad (2)$$

где $\upsilon_0 = (\upsilon_{01}+\upsilon_{02})/2$ – средняя скорость двухскоростного пучка; $\gamma_0 = 1/\sqrt{1-(\upsilon_0/c)^2}$; $\delta = (\upsilon_{01}-\upsilon_{02})/2\upsilon_0$; σ_χ и r_χ являются знаковыми функциями, значения которых для различных типов волн представлены в табл. 1.

Индекс $\chi = 1$ соответствует нарастающей, 2 и 3 – медленной и быстрой докритическим волнам, т.е. волнам, частота которых не превышает критическую частоту

$$\omega_{cr} = \omega_p / (\sqrt{2}\delta\gamma_0^{3/2}). \qquad (3)$$

Как следует из табл. 1, *докритическая* область описывается значением знаковой функции $\sigma_\chi = 0$ (χ = 1, 2, 3). При этом знаковая функция $r_1 = 0$ описывает нарастающую волну, $r_2 = +\sqrt{15}/2$ – медленную, а $r_3 = -\sqrt{15}/2$ – быструю ВПЗ. Индекс χ = 4, 5, 6 и 7 характеризует *закритические* медленные и быстрые волны ($\omega > \omega_{cr}$). Функция $\sigma = -1$ при этом характеризует волны первого пучка ($r_4 = +1$ – медленная ($\chi = 4$), $r_4 = -1$ – быстрая ($\chi = 5$)). Функция $\sigma = +1$ характеризует волны второго пучка ($r_6 = +1$ – медленная ($\chi = 6$), $r_7 = -1$ – быстрая ($\chi = 7$)).

Учитываем, что в плазме двухскоростного пучка реализуются трехволновые параметрические взаимодействия между гармониками волн. Обозначим частоты и волновые числа гармоник волн, входящих в избранную для рассмотрения параметрически-резонансную тройку волн индексами α, β и γ (рис. 1). Тогда условие параметрического резонанса можно записать в виде

$$p_{\alpha,m_\alpha} + \nu\, p_{\beta,m_\beta} = p_{\gamma,m_\gamma}, \qquad (4)$$

или учитывая определение фазы

$$m_\alpha\omega_{\alpha1} + \nu\, m_\beta\,\omega_{\beta1} = m_\gamma\omega_{\gamma1}, \qquad (5)$$
$$k_{\alpha,m_\alpha} + \nu\, k_{\beta,m_\beta} = k_{\gamma,m_\gamma}. \qquad (6)$$

При проведении анализа трехволновых параметрических резонансов с участием волн α, β и γ необходимо выделять физически различные типы взаимодействий. Так как волны α, β и γ с физической точки зрения являются равноправными, то при выделении разных типов взаимодействий может возникнуть неоднозначность: при перестановке индексов α, β и γ физически ничего не меняется, а математически имеем различные ситуации. Для снятия такой неоднозначности в соотношениях (4)-(6) знаковую функцию ν далее примем равной

$$\nu = -1. \qquad (7)$$

Тогда волна α, как следует из уравнения (5) будет иметь наибольшую частоту, волна γ – наименьшую, а волна β – промежуточную. В соответствии с этим будем называть волну с наибольшей частотой волной α или сигнальной, волну с наименьшей частотой – волной γ или накачкой, а волну с промежуточной частотой – волной β. При проведении анализа случаи, при которых, например, частота волны α окажется не максимальной, будем отбрасывать.

Таблица 1 – Классификация волн ВПЗ в двухпотоковой системе

Тип волны (χ)	σ_χ	r_χ	**Название волны**
1	0	0	Нарастающая волна ($\omega < \omega_{cr}$)
2	0	$+\sqrt{15}/2$	Медленная волна ($\omega < \omega_{cr}$)
3	0	$-\sqrt{15}/2$	Быстрая волна ($\omega < \omega_{cr}$)
4	+1	+1	Медленная волна первого пучка ($\omega > \omega_{cr}$)
5	+1	–1	Быстрая волна первого пучка ($\omega > \omega_{cr}$)
6	–1	+1	Медленная волна второго пучка ($\omega > \omega_{cr}$)
7	–1	–1	Быстрая волна второго пучка ($\omega > \omega_{cr}$)

Учитывая обобщенное дисперсионное соотношение (2) и соотношение (5), условия параметрического резонанса (6) можно записать в виде:

$$m_\alpha\omega_{\alpha1}\frac{\sigma_\gamma-\sigma_\alpha}{1+\sigma_\alpha\delta} - m_\beta\omega_{\beta1}\frac{\sigma_\gamma-\sigma_\beta}{1+\sigma_\beta\delta} = \frac{\omega_p(1+\sigma_\gamma\delta)(r_\gamma - r_\alpha + r_\beta)}{\delta\gamma_0^{3/2}}. \qquad (8)$$

Условия (5) и (8) определяют все возможные типы параметрических резонансных взаимодействий в исследуемой модели.

2. ТИПЫ ТРЕХВОЛНОВЫХ РЕЗОНАНСОВ

Тип 1: $\sigma_\alpha = \sigma_\beta = \sigma_\gamma = 0$, $r_\alpha = r_\beta = r_\gamma = 0$ – все α, β и γ волны являются нарастающими ($\chi = 1$) и принадлежат докритической области ($\omega \le \omega_{cr}$). Так как волны α, β и γ принадлежат одному и тому же типу волны, то их первые гармоники одинаковые: $\omega_{\alpha1} = \omega_{\beta1} = \omega_{\gamma1}$.

Тогда выражение (5) преобразуется к виду:

$$m_\alpha - m_\beta = m_\gamma\,. \tag{9}$$

Заметим, волны α, β и γ характеризуются знаковыми функциями $\sigma_\alpha = \sigma_\beta = \sigma_\gamma = 0$, $r_\alpha = r_\beta = r_\gamma = 0$, поэтому для этих волн условие (8) оказывается выполненным.

Таким образом, единственным условием для реализации трехволновых резонансов такого типа является условие (9), в котором m_α, m_β, m_γ – целые числа. Очевидно, что оно может быть выполнено для большого множества троек гармоник, и при этом такие тройки связаны между собой через общие волны. О такой ситуации говорят, что в системе реализуются *множественные* параметрические резонансы.

Тип 2: Резонансное взаимодействие нарастающей, быстрых и медленных волн, частоты которых не превышают критическую. Так как для всех волн $\omega_\chi \le \omega_{cr}$, то знаковые функции σ равны нулю $\sigma_\alpha = \sigma_\beta = \sigma_\gamma = 0$. Тогда соотношение (8) примет вид

$$r_\gamma - r_\alpha + r_\beta = 0\,. \tag{10}$$

Из этого соотношения следует, что здесь возможна реализация трех вариантов взаимодействия: 1) взаимодействие нарастающей, быстрой и медленной волн; 2) взаимодействие нарастающей, и двух быстрых волн; 3) взаимодействие нарастающей, и двух медленных волн.

Рассмотрим первый вариант взаимодействия. Исходя из соотношения (10), находим, что знаковые функций r могут иметь следующие значения: 1) $r_\alpha = 0$, $r_\beta = +\sqrt{15}/2$, $r_\gamma = -\sqrt{15}/2$; 2) $r_\alpha = 0$, $r_\beta = -\sqrt{15}/2$, $r_\gamma = +\sqrt{15}/2$. Как видим, волна с наименьшей частотой может быть как быстрой ($\chi = 2$), так и медленной ($\chi = 3$). При этом условие (10) будет выполняться для любых гармоник волн данного типа резонанса, так как не зависит от их номеров.

Рассмотрим условие трехволнового резонанса для частот гармоник (5). Из него следует, если это условие выполнено, например, для первых ($m_\alpha = m_\beta = m_\gamma = m = 1$) гармоник

$$\omega_{\alpha 1} - \omega_{\beta 1} = \omega_{\gamma 1}\,, \tag{11}$$

то оно будет выполненным и для любых троек m-ых гармоник

$$m\omega_{\alpha 1} - m\omega_{\beta 1} = m\omega_{\gamma 1}\,. \tag{12}$$

Это значит, в системе реализуются множественные параметрические резонансы между гармониками волн разного типа.

Рассмотрим второй вариант: взаимодействие нарастающей и двух быстрых волн. Для знаковых функций r, исходя из (10), получаем такие значения: 1) $r_\alpha = -\sqrt{15}/2$, $r_\beta = -\sqrt{15}/2$, $r_\gamma = 0$; 2) $r_\alpha = -\sqrt{15}/2$, $r_\beta = 0$, $r_\gamma = -\sqrt{15}/2$. При этом условие трехволнового резонанса для частот гармоник (5) преобразуется, как и в предыдущем случае, в соотношения (11)-(12). Таким образом, и такие параметрические взаимодействия также имеют множественный характер.

В третьем варианте взаимодействия, в котором участвуют нарастающая и две медленных волны, из условия (10), находим, что функции r могут иметь следующие значения: 1) $r_\alpha = +\sqrt{15}/2$, $r_\beta = +\sqrt{15}/2$, $r_\gamma = 0$; 2) $r_\alpha = +\sqrt{15}/2$, $r_\beta = 0$, $r_\gamma = +\sqrt{15}/2$. Условие трехволнового резонанса для частот (5) преобразуется как и в предыдущем случае в соотношения (11)-(12). Таким образом, и такие параметрические взаимодействия имеют множественный характер.

Тип 3: в трехволновом параметрическом резонансе взаимодействуют докритические и закритические волны. Из общих соображений следует, что здесь могут быть реализованы две группы взаимодействий. Резонансы с участием двух докритических и одной закритической волн формируют первую группу. Во вторую группу входят резонансные взаимодействия с одной докритической и двумя закритическими волнами.

Рассмотрим первую группу взаимодействий. Полагаем, что волны β и γ являются докритическими ($\sigma_\gamma = \sigma_\beta = 0$), а волна α – закритическая. Очевидно, что в этом случае частота волны α будет максимальной. Тогда условие параметрического резонанса (8) может быть записано в виде

$$\frac{m_\alpha \omega_{\alpha,1}}{\omega_{cr}} = -\frac{\left(r_\gamma - r_\alpha + r_\beta\right)}{\sqrt{2}\sigma_\alpha} > 1\,. \tag{13}$$

В этом соотношении использовали связь между плазменной и критической частотой (3), а также условие, что частота закритической волны превышает критическую частоту $m_\gamma\omega_{\gamma 1}/\omega_{cr} > 1$.

Такая группа резонансных взаимодействий принципиально может иметь следующие значения знаковых функций r_χ:

1) $r_\gamma = 0$ или $r_\beta = 0$ (одна из докритических волн является нарастающей);

2) $r_\gamma = \pm\sqrt{15}\big/2$, $r_\beta = \pm\sqrt{15}\big/2$ (обе докритические волны не являются нарастающими).

Детально рассмотрим первый случай взаимодействия. Учитывая $r_\gamma = 0$, резонансное условие (13) можем записать в виде

$$-\frac{\left(-r_\alpha + r_\beta\right)}{\sqrt{2}\sigma_\alpha} > 1\,. \tag{14}$$

Отсюда следует, что резонанс возможен только в случае различных знаковых функций r_β и r_α. (например $r_\alpha = -1$ – быстрая закритическая ВПЗ, $r_\beta = +\sqrt{15}\big/2$ – медленная докритическая ВПЗ и когда $\sigma_\alpha = -1$).

Перейдем к рассмотрению второй группы взаимодействий: параметрический резонанс одной докритической и двух закритических волн. Рассматриваем случай, когда наименьшей частотой обладает докритическая волна γ, и она является нарастающей ($\chi = 1$, $\sigma_\gamma = r_\gamma = 0$). Тогда наибольшей частотой обладает закритическая волна α. Условие параметрического резонанса (8) в этом случае принимает вид

$$m_\alpha\omega_{\alpha 1}\frac{\sigma_\alpha}{1+\sigma_\alpha\delta}-m_\beta\omega_{\beta 1}\frac{\sigma_\beta}{1+\sigma_\beta\delta}=\frac{\omega_p\left(r_\alpha-r_\beta\right)}{\delta\gamma_0^{3/2}}. \quad (15)$$

Из полученного соотношения следует, что данный тип резонансного взаимодействия возможен в случае, когда обе закритические волны принадлежат одному и тому же пучку: $\sigma_\alpha = \sigma_\beta$. Тогда условие (15) приобретает более простую форму:

$$\omega_\gamma=\sigma_\alpha\left(r_\alpha-r_\beta\right)\omega_p\left(1+\sigma_\alpha\delta\right)/\left(\delta\gamma_0^{3/2}\right),$$
$$\sigma_\alpha\left(r_\alpha-r_\beta\right)=+2. \quad (16)$$

В этом случае знаковые функции принимают значения $\sigma_\alpha=+1$, $r_\alpha=+1$, $r_\beta=-1$. Когда волна с наибольшей частотой α является медленной и имеет отрицательную энергию становится возможным эффект взрывной неустойчивости [5, 6,17].

Понятно, что резонансное взаимодействие имеет место и в случае, когда закритические волны принадлежат различным пучкам: $\sigma_\alpha = -\sigma_\beta$. Тогда условие (16) приобретает вид:

$$m_\alpha\omega_\alpha+m_\beta\omega_\beta\approx\frac{\sigma_\alpha\omega_p\left(r_\alpha-r_\beta\right)\left(1-\delta^2\right)}{\delta\gamma_0^{3/2}},$$
$$\sigma_\alpha\left(r_\alpha-r_\beta\right)=+2. \quad (17)$$

Здесь для упрощения использовалось неравенство $\delta\cdot m_\gamma\omega_\gamma<<\omega_{\alpha,\beta}$.

Рассмотренные выше взаимодействия представляют следующий интерес с точки зрения практики. Предположим, что на входе пролетной секции супергетеродинного ЛСЭ двухскоростной пучок модулирован на частоте ω_γ. Это значит, что в таком пучке распространяется интенсивная низкочастотная волна ВПЗ, которая к тому же нарастает вследствие эффекта двухпотоковой неустойчивости. Если на вход системы также подается слабая высокочастотная ВПЗ α, то благодаря выше описанным эффектам параметрических трехволновых резонансов можно преобразовать энергию низкочастотной волны γ в энергию высокочастотной закритической волны α. По сути, имеет место усиление высокочастотного сигнала частоты ω_α за счет низкочастотной волны накачки ω_γ через механизм трехволнового параметрического резонанса. Волна β возбуждается за счет взаимодействия волн γ и α.

Тип 4: резонансные взаимодействия трех закритических волн (ω_α, ω_β, $\omega_\gamma > \omega_{cr}$). Отметим, из соотношения (8) следует, что параметрический резонанс, когда все три волны принадлежат одному и тому же пучку ($\sigma_\alpha = \sigma_\beta = \sigma_\gamma$) не реализуем. Из оставшихся трех комбинаций знаковых функций σ только одна удовлетворяет условию максимальности частоты волны α и минимальности частоты γ (7). Тогда

$$\sigma_\alpha=\sigma_\beta=-\sigma_\gamma\,, \quad (18)$$

волна γ принадлежит одному пучку, а волны α и β другому. Резонансное условие (8) приобретает форму

$$m_\gamma\omega_{\gamma,1}=\frac{\sigma_\gamma\left(r_\gamma-r_\alpha+r_\beta\right)\omega_p\left(1-\delta^2\right)}{\left(2\delta\gamma_0^{3/2}\right)}. \quad (19)$$

Для того чтобы выполнялось условие $m_\gamma\omega_{\gamma,1}>\omega_{cr}$, необходимо

$$\sigma_\gamma\left(r_\gamma-r_\alpha+r_\beta\right)=+3\,. \quad (20)$$

Из условия (20) находим возможные варианты знаковых функций для рассматриваемого случая: 1) $r_\gamma=+1$, $r_\alpha=-1$, $r_\beta=+1$, $\sigma_\gamma=+1$, $\sigma_\beta=-1$, $\sigma_\alpha=-1$; 2) $r_\gamma=-1$, $r_\alpha=+1$, $r_\beta=-1$, $\sigma_\gamma=-1$, $\sigma_\beta=+1$, $\sigma_\alpha=+1$. Подставляя (20) в (19) получим $\omega_{\gamma,m}=3\omega_p\left(1-\delta^2\right)/\left(2\delta\gamma_0^{3/2}\right)$.

Характерной особенностью взаимодействия рассматриваемой группы волн является то, что одна из частот (ω_γ) определяется свойствами системы, имеет значение близкое к критической частоте (3) и не зависит от частот двух других волн, с которыми она находится в резонансе. Рассмотренные типы резонансных взаимодействий используются в параметрических электронно-волновых супергетеродинных ЛСЭ.

3. ЭФФЕКТ МНОЖЕСТВЕННЫХ СУПЕРГЕТЕРОДИННЫХ РЕЗОНАНСОВ

Из сказанного выше следует, что для волн, частоты которых меньше критической частоты, реализуются множественные параметрические резонансы 1-го и 2-го типа. Характерной особенностью таких резонансов является наличие тесной связи между волнами разных взаимодействующих троек. Отметим, данное явление не является принципиально новым как для теории ЛСЭ, так и физической электроники, в целом. В частности, взаимодействия каких либо двух параметрически связанных троек волн (которые могут, в общем случае иметь разную физическую природу) через *общую волну* принято называть *связанными параметрическими резонансами* [5, 6].

Таким образом, ключевым отличием выше описанной версии связанных резонансов от традиционно изучаемых в теории ЛСЭ, является факт *множественности* связей между разными тройками гармоник волн. Или другими словами, здесь, по крайней мере, две из взаимодействующих гармоник каждой тройки является общими одновременно для нескольких других троек волн. Благодаря этому многие исходно изолированные тройки волн объединяются в одну большую систему, где число одновременно протекающих резонансов может составлять десятки и даже сотни.

Далее отметим, что обсуждаемое в данной работе явление *множественных параметрических резонансов* обладает еще одной весьма характерной особенностью. А именно в рассматриваемой двухпотоковой системе для *одних и тех* же гармоник ВПЗ имеем одновременное *наложение двух механизмов их усиления*. Первый из них обусловлен эффектом двухпотоковой неустойчивости, вследствие реализации которого, имеем усиление гармоник ВПЗ в интервале частот от первой гармоники до ω_{cr} (рис. 6 в статье [4]). Второй определяется реализацией обсуждаемого в данной работе эффекта множественных параметрических резонансов. В итоге, результат такого наложения оказывается таковым, что его, строго говоря, нельзя трактовать ни только через свойства двухпотоковой неустойчивости, ни только через свойства параметрического резонанса.

Ситуацию, когда одна из волн тройки резонансно взаимодействующих волн получает дополнительное усиление от какого-то другого механизма усиления, называют *эффектом супергетеродинного усиления* [5, 6]. Заметим, что, в общем случае, волны, входящие в состав этой тройки могут иметь разную физическую природу. В супергетеродинных ЛСЭ (СЛСЭ), где реализуется эффект супергетеродинного усиления, – это две поперечных электромагнитных волны (одна из которых, накачка, может иметь форму магнитного ондуляторного поля) и одна продольная ВПЗ. Последняя в СЛСЭ является общей для трехволнового и «накладываемого» механизмов [5, 6]. Характерной же особенностью исследуемой в данной работе модели, является то, что все три волны, которые участвуют в трехволновом взаимодействии, являются продольными ВПЗ. И при этом *одновременно все три волны,* входящие в состав тройки, получают дополнительное усиление от «накладываемого механизма», в данном случае – от двухпотоковой неустойчивости. А поскольку все тройки волн оказываются связанными между собой, то, по аналогии с множественным параметрическим резонансом, здесь также можем говорить о *множественных супергетеродинных резонансах.*

4. УКОРОЧЕННЫЕ УРАВНЕНИЯ ДЛЯ КОМПЛЕКСНЫХ АМПЛИТУД ВОЛН

Проведем количественный анализ множественных резонансных взаимодействий. Для этого применяем метод усредненных характеристик [5, 6], расчет ведем в кубическом приближении по малому параметру задачи. Заметим, что, как известно, одной из характерных особенностей данного метода является то, что малый параметр задачи здесь не пропорционален наибольшей из амплитуд волн, как это традиционно принимается в подобных задачах электродинамики плазменноподобных систем [7]. Именно это обстоятельство и позволяет рассчитать полный спектр, включая его аномальные участки [5, 6]. В результате достаточно громоздких вычислений в конечном итоге получаем систему укороченных уравнений для амплитуд гармоник $E_{\chi,m}$, каждую из которых считаем медленно меняющейся по координате z:

$$\begin{aligned}
&C_{2,\alpha,m}\frac{d^2E_{\alpha,m}}{dz^2}+C_{1,\alpha,m}\frac{dE_{\alpha,m}}{dz}+D_{\alpha,m}E_{\alpha,m}=\\
&=C_{3,\alpha,m}\left(E^*_{\beta,m}\delta_{\nu,+1}+E_{\beta,m}\delta_{\nu,-1}\right)E_{\gamma,m}+F_{\alpha,m}\\
&C_{2,\beta,m}\frac{d^2E_{\beta,m}}{dz^2}+C_{1,\beta,m}\frac{dE_{\beta,m}}{dz}+D_{\beta,m}E_{\beta,m}=\\
&=C_{3,\beta,m}\left(E^*_{\alpha,m}E_{\gamma,m}\delta_{\nu,+1}+E_{\alpha,m}E^*_{\gamma,m}\delta_{\nu,-1}\right)+F_{\beta,m}\\
&C_{2,\gamma,m}\frac{d^2E_{\gamma,m}}{dz^2}+C_{1,\gamma,m}\frac{dE_{\gamma,m}}{dz}+D_{\gamma,m}E_{\gamma,m}=\\
&=C_{3,\gamma,m}E_{\alpha,m}\left(E_{\beta,m}\delta_{\nu,+1}+E^*_{\beta,m}\delta_{\nu,-1}\right)+F_{\gamma,m}
\end{aligned}\qquad(21)$$

Коэффициенты в (21) определяются параметрами пучка, частотами и волновыми числами соответствующих волн:

$$\begin{aligned}
&D_{\chi,m}=-imk_\chi\left(1-\sum_{q=1}^{2}\left(\frac{\omega_p^2}{m^2(\omega_\chi-k_\chi\upsilon_{qz})^2\gamma_i^3}\right)\right),\\
&C_{1,\chi,m}=\frac{\partial D_{\chi,m}}{\partial(-imk_\chi)},\ C_{2,\chi,m}=\frac{1}{2}\frac{\partial^2D_{\chi,m}}{\partial(-imk_\chi)^2}\\
&C_{3,\alpha,m}=-k_\alpha\sum_{q=1}^{2}\left[\frac{\omega_p^2e/m_e}{\Omega_{\alpha,q}\Omega_{\beta,q}\Omega_{\gamma,q}\gamma_q^6m^2}\times\right.\\
&\left.\times\left(\frac{k_\alpha}{\Omega_{\alpha,q}}+\frac{k_\beta}{\Omega_{\beta,q}}+\frac{k_\gamma}{\Omega_{\gamma,q}}-\frac{3\upsilon_q\gamma_q^2}{c^2}\right)\right],\ C_{3,\beta,m}=-\frac{k_\beta C_{3,\alpha,m}}{k_\alpha},\\
&C_{3,\gamma,m}=-\frac{k_\gamma C_{3,\alpha,m}}{k_\alpha},\ \Omega_{\chi,q}=\omega_\chi-k_\chi\upsilon_q,\ \gamma_q=\frac{1}{\sqrt{1-(\upsilon_q/c)^2}}.
\end{aligned}\qquad(22)$$

В соотношениях (21) $\delta_{\nu,\pm1}$ – символ Кронекера, $F_{\chi,m}=F_{\chi,m}(\mathbf{E}_\alpha,\ \mathbf{E}_\beta,\ \mathbf{E}_\gamma)$ – функции, учитывающие кубические нелинейные слагаемые, в том числе, и связанные с параметрическими резонансными взаимодействиями в исследуемой системе. Эти функции являются достаточно громоздкими, и поэтому их в явном виде не записываем.

Выражение для $D_{\chi,m}$ (22) является дисперсионной функцией для m-ой гармоники χ-ой волны. Как известно, типы продольных волн, которые распространяются в системе, определяются решениями дисперсионного уравнения $D(\omega_\chi,k_\chi)=0$. Соотношение (2) является решением этого дисперсионного уравнения.

5. НЕЛИНЕЙНЫЙ АМПЛИТУДНЫЙ АНАЛИЗ

Проведем численный анализ влияние параметрических резонансных взаимодействий первого и второго типа (см. раздел 2) на развитие двухпотоковой неустойчивости с помощью полученных соотношений (21).

Полагаем, что на входе пролетной секции формируется монохроматическая нарастающая волна, частота которой намного меньше критической (3). Рассматриваем случай, когда быстрые и медленные волны на входе в исследуемую систему отсутствуют. Тогда в пролетной секции имеют место только множественные параметрические резонансы 1-го типа. В результате такого типа взаимодействий формируется мультигармоническая нарастающая ВПЗ, спектр которой представлен на рис. 2. Он построен для случая, когда на входе в систему ($z=0$) амплитуда первой гармоники нарастающей волны равна 10 В/см, а ее частота в 25 раз меньше критической частоты ($\omega_{cr}/\omega_{\alpha,1}=25$), остальные гармоники равны нулю. При расчетах учитывали 50 гармоник.

Как и следовало ожидать, этот спектр имеет «аномальный» участок от 1-й до 15-й гармоники. Здесь более высокая гармоника имеет большую амплитуду. Причем максимальную амплитуду имеет гармоника, частота которой равна оптимальной. Ширина этого спектра, как видим (рис. 4), определяется частотой 1-й гармоники нарастающей волны ω_1

и частотой ω_{min}, которая соответствует гармонике с минимальной амплитудой. Также отметим, что частота ω_{min}, как следует из рис. 4, выше критической $\omega_{min} > \omega_{cr}$.

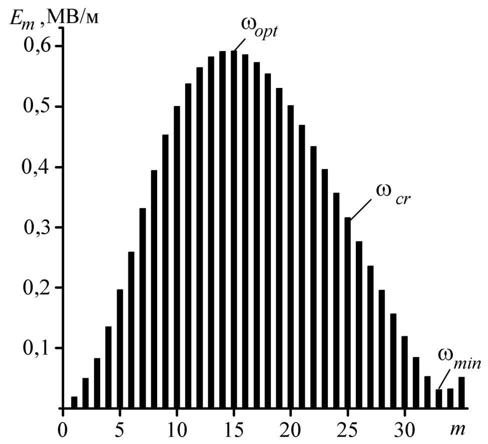

Рис. 2 – Зависимость амплитуды гармоники E_m нарастающей ВПЗ от ее номера m. Частота первой гармоники $\omega_1 = 3{,}1 \cdot 10^{11}$ c^{-1}. Спектр построен для продольной координаты $z = 110$ см. Вычисления выполнены при следующих параметрах: $\omega_p = 1{,}5 \cdot 10^{11}$ c^{-1}; $\gamma_0 = 4.5$; $\Delta\gamma = 0{,}5$

Рассмотрим, как изменится форма спектра нарастающей волны под влиянием множественных параметрических резонансов волн разного типа. Примем амплитуды гармоник быстрой (тип волны 3) и медленной (тип волны 2) волн, которые находятся в параметрическом резонансе с 20 гармоникой нарастающей волны, равны 0,5 В/см. При расчетах учитываем влияние 50 гармоник каждой из взаимодействующих волн. Остальные параметры такие же, как и в случае рис. 2. Результаты таких расчетов представлены на рис. 3. Из сравнения рис. 3 и 2 следует, что резонансное взаимодействие продольных

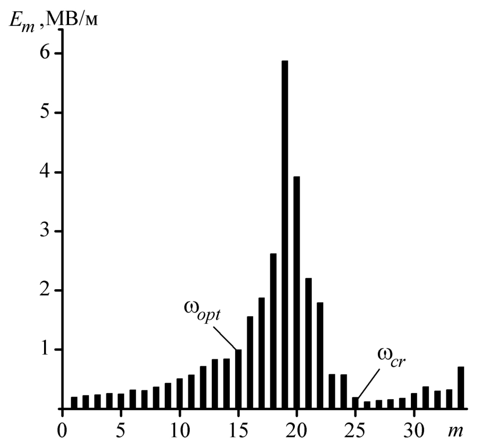

Рис. 3 – Зависимость амплитуды гармоники E_m нарастающей ВПЗ от ее номера m при $z = 109$ см

волн разного типа существенно влияет на формирование мультигармонической нарастающей волны ВПЗ. Максимум спектра приходится теперь на 19 гармонику. Это вызвано параметрическим резонансом продольных волн разного типа, который имеет место, прежде всего, между 20-ыми гармониками соответствующих типов волн, а также с тем фактором, что инкремент нарастания для 19-й гармоники выше, чем для 20-й. Существенно изменилась и форма спектра (сравните рис. 2 и рис. 3). Увеличился участок «аномального спектра» с 15 гармоник на рис. 4 до 19 на рис. 7. Также следует отметить, что при этом существенно увеличилась максимальная амплитуда спектра с 0,6 МВ/м на рис. 4 до 6 МВ/м на рис. 7 (в десять раз!).

Таким образом, параметрический резонанс продольных волн разного типа позволяет существенно изменять форму широкого мультигармонического спектра нарастающей продольной волны ВПЗ. Благодаря этому данный эффект можно использовать для формирования широкого мультигармонического спектра волн в двухпотоковой электронной системе с заданными параметрами, и далее для формирования кластерных электромагнитных волн в мультигармонических супергетеродинных двухпотоковых лазерах на свободных электронах.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, в работе проведена классификация и кинематический анализ всех возможных вариантов трехволновых параметрических резонансных взаимодействий в плазме релятивистского двухпотокового электронного пучка. Выяснено, что здесь возможна реализация четырех групп типов параметрических резонансных взаимодействий. Ряд исследуемых вариантов параметрических резонансных взаимодействий имеют множественный характер – одновременно в трехволновом параметрическом резонансе учувствуют сотни и больше связанных друг с другом гармоник.

Также в работе построена мультигармоническая кубически нелинейная теория множественных параметрически резонансных взаимодействий в двухскоростном релятивистском электронном пучке. Показано, что такие резонансы оказывают существенное влияние на развитие физических процессов в исследуемой системе. Предложено использовать исследованные режимы для формирования широкого мультигармонического спектра волн в двухпотоковой электронной системе, а также в кластерных супергетеродинных двухпотоковых ЛСЭ.

Данная работа выполнена при поддержке г/б темы «Электромагнитные явления в низкоразмерных планарных периодических металлодиэлектрических системах миллиметрового-инфракрасного диапазонов волн».

Active FEL-Klystrons as Formers of Femto-Second Clusters of Electromagnetic Field. Nonlinear Physics of the Transit Section

V.V. Kulish[1], A.V. Lysenko[2], A.Ju. Brusnik[1]

[1] *National Aviation University, 1, Kosmonavta Komarova ave., 03680 Kiev, Ukraine*
[2] *Sumy State University, 2, Rimsky Korsakov Str., 40007 Sumy, Ukraine*

The classification and the kinematic analysis of parametrical resonant interactions in the transit section of two-stream superheterodyne free electron laser are carried out. It is found out that realization of four types of parametrical resonant interactions is possible. A number of the investigated variants of interactions have plural character – hundreds and more harmonics connected with each other simultaneously participate in a three-wave parametrical resonance. A cubically nonlinear multiharmonic theory of plural parametrical resonant interactions is constructed. It is established that such interactions can substantially influence the development of physical processes in the investigated system. It is offered to use the plural parametrical resonant interactions for the formation of a wide multiharmonic spectrum of waves in cluster two-stream superheterodyne free electron lasers.

Keywords: Free electron lasers, Three-wave parametrical resonance, Two-stream instability.

Активні ЛВЕ-клістрони як формувачі фемтосекундних кластерів електромагнітного поля. Нелінійна фізика прольотної секції

В.В. Куліш[1], О.В. Лисенко[2], А.Ю. Бруснік[1]

[1] *Національний авіаційний університет, пр. Космонавта Комарова, 1, 03680 Київ, Україна*
[2] *Сумський державний університет, вул. Римського-Корсакова, 2, 40007 Суми, Україна*

Проведено класифікацію й кінематичний аналіз параметричних резонансних взаємодій у прольотній секції супергетеродинного двопотокового лазера на вільних електронах. З'ясовано, що тут можуть реалізовуватися чотири типи параметричних резонансних взаємодій. Ряд досліджуваних варіантів взаємодій мають множинний характер – одночасно у трихвильовому параметричному резонансі беруть участь сотні й більше пов'язаних одна з одною гармонік. Побудована мультигармонічна кубічно-нелінійна теорія множинних параметричних резонансних взаємодій. З'ясовано, що такі взаємодії можуть впливати на розвиток фізичних процесів у досліджуваній системі. Запропоновано використовувати множинні параметричні резонансні взаємодії для формування широкого мультигармонічного спектра хвиль у кластерних супергетеродинних двопотокових ЛВЕ.

Ключові слова: двопотокова нестійкість, лазери на вільних електронах, трихвильовий параметричний резонанс.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. В.В. Кулиш, А.В. Лысенко, А.Ю. Бруснок, *Ж. нано- електрон. фіз.* **2** №2, 50 (2010) (V.V. Kulish, A.V. Lysenko, A.Ju. Brusnik, *J. Nano- Electron. Phys.* **2** No2, 96 (2010)).
2. В.В. Кулиш, А.В. Лысенко, А.Ю. Брусник, *Ж. нано-електрон. фіз.* **2** №3, 54 (2010) (V.V. Kulish, A.V. Lysenko, A.Ju. Brusnik, *J. Nano- Electron. Phys.* **2** No3, 48 (2010)).
3. В.В. Кулиш, А.В. Лысенко, А.Ю. Брусник, *Ж. нано-електрон. фіз.* **3** №3, 100 (2011) (V.V. Kulish, A.V. Lysenko, A.Ju. Brusnik, *J. Nano- Electron. Phys.* **3** No3, 100 (2011)).
4. В.В. Кулиш, А.В. Лысенко, А.Ю. Брусник, *Ж. нано- електрон. фіз.* **4** №2, 02015 (2012) (V.V. Kulish, A.V. Lysenko, A.Ju. Brusnik, *J. Nano-Electron. Phys.* **4** No 2, 02015 (2012)).
5. V.V. Kulish, *Hierarchic Electrodynamics and Free Electron Lasers* (Baca Raton/London/New York: CRC Press: 2011).
6. V.V. Kulish, *Hierarchical methods: Undulative electrodynamic systems, Vol.2* (Dordrecht/Boston/London: Kluwer Academic Publishers: 2002).
7. М.В. Кузелев, А.А. Рухадзе, П.С. Стрелков, *Плазменная релятивистская СВЧ-электроника* (Москва: Изд-во МГТУ им. Баумана: 2002).
8. N.A. Krall, A.W. Trivelpiece, *Principles of Plasma Physics* (New York: San Francisco Press: 1986).
9. King-Yuen Ng, *Physics of Intensity Dependent Beam Instabilities* (Singapore: World Scientific Publishing Co.: 2006).
10. В.В. Кулиш, А.В. Лысенко, М.Ю. Ромбовский, *Прикладная физика* № 1, 71 (2009).
11. В.В. Кулиш, В.Е. Сторижко, Патент №1809934 (СССР). *Лазер на свободных электронах*. Приоритет 18.07.1990.
12. В.В. Кулиш, *Укр. физ. журнал* **36**, 686 (1991).
13. О.Н. Болонин, С.С. Кохманский, В.В. Кулиш, *Acta Phys. Pol. A* **67**, 455 (1989).
14. В.В. Кулиш, *Вестник МГУ, Серия "Физика и астрономия"* **33**, 64 (1992).
15. V.V. Kulish, *Int. J. Infrared Milli.* **14**, 415 (1993).
16. В.В. Кулиш, А.В. Лысенко, М.Ю. Ромбовский, *Физика плазмы* **36**, 637 (2010) (V.V. Kulish, A.V. Lysenko, M.Yu. Rombovsky, *Plasma Phys. Rep.* **36**, 594 (2010)).
17. J. Weiland, H. Wilhelmsson, *Coherent Non-linear Interaction of Waves in Plasmas* (Pergamon: Oxford: 1977).
18. M. Botton, A. Ron, *IEEE T. Plasma Sci.* **18**, 416 (1990).
19. H. Wilhelmsson, *Phys. Scripta* **44**, 603 (1991).
20. G. Bekefi, *J. Appl. Phys.* **71**, 4128 (1992).
21. H. Mehdian, N. Abbasi, *Phys. Plasmas* **15**, 013111 (2008).