

Міністерство освіти і науки України
ЧЕРНІГІВСЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ ІНСТИТУТ
ЕКОНОМІКИ І УПРАВЛІННЯ

На правах рукопису
УДК 528.31/35

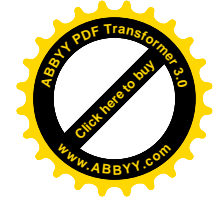
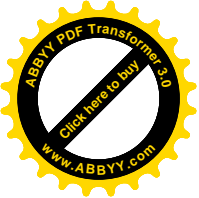
ЛІТНАРОВИЧ РУСЛАН МИКОЛАЙОВИЧ

**ГЕОДЕЗИЧНІ МЕРЕЖІ НЕСУЦІЛЬНИХ
СПОСТЕРЕЖЕНЬ**

Спеціальність 05.24.01. – Геодезія

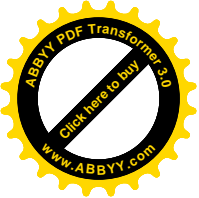
НА ПОШУКУВАННЯ ВЧЕНОГО СТУПЕНЯ
ДОКТОРА ТЕХНІЧНИХ НАУК

Чернігів 2003

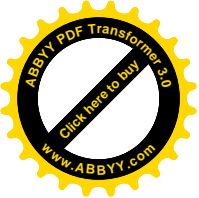


ЗМІСТ

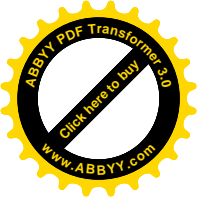
ВСТУП.....	6
Класифікація технологій створення опорних мереж.....	9
РОЗДІЛ I. Теоретичні основи визначення співвідношення елементів типової фігури МПЛЗ	
Введення.....	13
1.1 Теорія передачі дирекційних кутів в рядах МПЛЗ.....	14
1.2 Вивід диференціальної формули дирекційного кута зв'язуючої сторони ряду МПЛЗ.....	18
1.3 Середня квадратична похибка передачі дирекційних кутів незрівноваженого ряду.....	21
1.4 Теорія передачі сторін в рядах МПЛЗ.....	25
1.5 Розробка умовного рівня сторони.....	27
1.6 Розробка умовного рівня дирекційних кутів в ряді ПЛЗ.....	33
1.7 Розробка координатних умовних рівнянь.....	36
1.8 Розробка методики проектування і зрівноваження геодезичних мереж несучільних спостережень.....	44
Висновки.....	49
РОЗДІЛ II. Побудова і дослідження експериментальної мережі. Польовий контроль	
2.1 Побудова моделі дослідження.....	51
2.2 Польовий контроль при створенні планової геодезичної основи методом ПЛЗ.....	54
2.3 Зрівноваження ряду ПЛЗ спрощеним способом.....	61
2.4 Зрівноваження ряду по вимірним кутам і допоміжним кутам.....	67
2.5 Зрівноваження ряду по вимірним кутам.....	73
2.6 Зрівноваження ряду ПЛЗ по напрямкам.....	77
2.7 Дослідження точності визначення координат пунктів в залежності від точності виміру кутів.....	82



2.8 Оцінка точності елементів ряду ПЛЗ.....	92
2.9 Попередній розрахунок точності елементів в ПЛЗ.....	98
2.10 Дослідження впливу надлишкових спостережень в невільних рядах, що розвиваються методом парних ланок засічок.....	101
2.11 Дослідження невільного ряду квадратів МПЛЗ.....	110
2.12 Розробка формул попереднього розрахунку точності в невільних рядах МПЛЗ. Контроль досліджень.....	121
2.13 Дослідження невільного ряду ромбів МПЛЗ.....	133
2.14 Дослідження впливу додатково вимірних азимутів і сторін в ряді МПЛЗ.....	137
2.15 Розробка методики розвитку вільних рядів МПЛЗ.....	146
2.16 Порівняльний аналіз економічної ефективності мереж суцільних і несучільних спостережень.....	150
Висновки.....	156
РОЗДІЛ III. Розробка технології створення планової геодезичної мережі методом несучільних спостережень триангуляції	
Введення.....	158
3. Принципові схеми побудови опорних мереж несучільних спостережень триангуляції.....	159
3.1 Постановка проблеми дослідження.....	167
3.2 Польовий контроль при згущенні мереж.....	169
3.3 Розрахунок коефіцієнтів умовних рівнянь.....	172
3.4 Перехід до нормальних рівнянь і їх рішення.....	185
3.5 Розрахунок зрівноважених сторін і координат. Оцінка точності...	194
3.6 Попередній розрахунок точності.....	197
3.7 Методика дослідження та результати.....	201
3.8 Оцінка точності елементів невільного ряду несучільних спостережень триангуляції. Порівняльний аналіз.....	216
3.9 Рекурентне зрівноваження, раціональний принцип створення геодезичних мереж.....	226

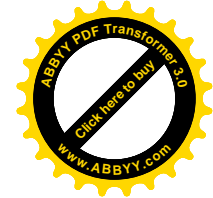
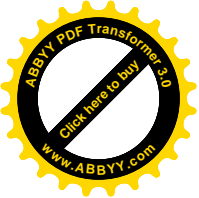


Висновки.....	236
РОЗДІЛ IV. Розробка технології створення планової геодезичної мережі лінійно-кутовим методом несучільних спостережень	
Введення.....	241
4.1 Принципові схеми побудови лінійно-кутових мереж несучільних спостережень.....	242
4.2 Розробка раціональних формул рішення лінійної засічки для реалізації програм на ЕОМ.....	253
4.2.1 Постановка проблеми дослідження. Побудова моделі.....	256
4.3 Розробка умовного рівняння трикутника.....	258
4.4 Вивід умовного рівняння геодезичного чотирикутника.....	262
4.5 Вивід умовного рівняння дирекційних кутів.....	264
4.6 Розробка координатних умовних рівнянь.....	271
4.7 Розрахунок істинних значень координат.....	275
4.8 Розрахунок вільних членів і коефіцієнтів умовних рівнянь.....	276
4.9 Розрахунок коефіцієнтів нормальних рівнянь.....	280
4.10 Контроль зрівноваження.....	283
4.11 Результати досліджень.....	285
Висновки.....	292
РОЗДІЛ V. Розробка прецизійної мережі міста Рівне	
5.1 Проект і дослідження триангуляції.....	293
5.2 Метод несучільних спостережень триангуляції.....	318
Загальні висновки і рекомендації.....	331
Список використаних джерел.....	335
Додатки.....	347
5.3 Трилатерація міста Рівне.....	347
5.4 Лінійно-кутова мережа несучільних спостережень.....	361
5.5 Дослідження прецизійної планової основи міста Рівне, створюваної методом парних ланок засічок.....	382
5.6 Порівняльний аналіз точності незрівноваженого ряду суцільних і	



несуцільних спостережень.....404

5.7 Порівняльний аналіз точності визначення координат пунктів суцільної і несуцільної мережі спостережень у вигляді центральної системи.....419



ВСТУП

АКТУАЛЬНІСТЬ ТЕМИ. На сучасному етапі в галузі топографо-геодезичного виробництва можна виділити дві основні тенденції. Перша полягає в широкому приміненні методу визначення координат пунктів по системі GPS. Друга тенденція полягає в необхідності досягнення облікової одиниці площі на території обласних міст в 1 кв. м.

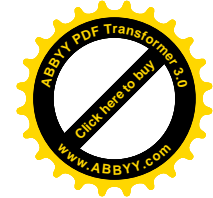
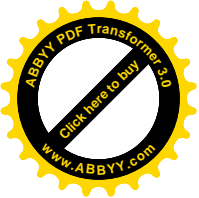
На жаль, існуючі державні геодезичні мережі не можуть вирішити дану проблему. Адже точність координат пунктів державної геодезичної мережі складає 5 см., вони можуть забезпечити топографічні знімання масштабу 1:500. Але похибка 5 см. на 1 га. площі дасть похибку в 10 кв. м.

Тому, вирішенню даної проблеми присвячується дана дисертаційна робота.

Таким чином, актуальність теми визначається необхідністю розробки ефективної технології створення планової геодезичної основи, яка б забезпечила облікову одиницю площі на території обласних центрів з однієї сторони, і враховувала прогрес в галузі, можливість поєднання космічних методів (GPS) з наземними (тріангуляція, трилатерація, полігонометрія, лінійно-кутові методи тощо).

МЕТА РОБОТИ - Розробка технологій створення планової геодезичної основи при мінімальному об'ємі польових робіт:

- Принцип побудови опорних планових мереж згущення несучільних спостережень тріангуляції;
- Принцип побудови опорних планових мереж згущення лінійно-кутовим методом несучільних спостережень;
- Поширення, розробленого раніше автором, методу парних ланок засічок на високоточні мережі;
- Методи польових контролів;
- Оцінка точності елементів мережі;
- Методика строгого зрівноваження даних мереж.



НАУКОВА НОВИЗНА РОБОТИ. Запропонована ідея створення планової геодезичної основи розвитком мереж несучільних спостережень. До даного часу не було теоретичних досліджень і дані мережі не використовувались в топографо-геодезичному виробництві. Автором вперше проведений комплекс теоретичних наукових досліджень, опубліковано по даній темі дві монографії, чотирнадцять навчальних посібників, більше двадцяти статей.

Вперше вирішена задача камеральної обробки мереж несучільних спостережень.

По складеній автором програмі виконані експериментальні дослідження на ряді еталонних і виробничих мереж.

ПРАКТИЧНА ЦІННІСТЬ РОБОТИ. Впровадження геодезичних мереж несучільних спостережень у топографо-геодезичне виробництво дасть можливість зменшити число пунктів, з яких ведуть спостереження напрямків до двох раз у порівнянні з триангуляцією. Крім того, взявши за опорні пункти конструктивні елементи споруд, зменшиться число побудованих знаків і центрів, що в значній мірі знизить прямі затрати на один пункт (від 20 до 40%).

Включення конструктивних елементів споруд в якості опорних пунктів вирішить проблему збереження пунктів і підвищить надійність функціонування опори в цілому.

Висока ефективність і гнучкість методу обумовлює практичну цінність роботи.

ПРАКТИЧНА РЕАЛІЗАЦІЯ РОБОТИ. Розробки і дослідження, проведені в дисертації, практично впроваджені у виробництво для визначення деформацій і зсувів нафтопроводу "Дружба" на аварійних ділянках при переході ниток нафтопроводу через гірські перевали Карпат.

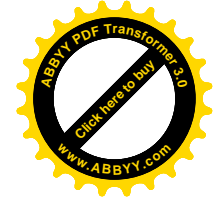
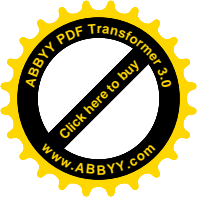
Дані методи прийняті у виробництво топографо-геодезичною військовою частиною як "оперативні методи визначення координат".

По даному методу виконано три дипломні проекти, метод впроваджено в курс "Основи вищої геодезії", курс "Інженерна геодезія" і курс "Методи наукових досліджень" для студентів-землевпорядників, будівельників, гідромеліораторів, гідротехніків.

АПРОБАЦІЯ РОБОТИ. Окремі розділи дисертації були доложені і одержали одобрення на Міжнародній науково-методичній конференції "Проблеми багаторівневої вищої технічної освіти" в Києві, 1993р, на Міжнародній науково-практичній конференції "Актуальні проблеми розвитку міст та міського самоврядування", Рівне, 1993 р, на Всесоюзній науково-практичній конференції "Підвищення ефективності визначення осадок інженерних споруд і геодинамічних досліджень", Воронеж, 1988 р. Всього зроблено доповідей більше ніж на 30 науково-практичних конференціях республіканських, всесоюзних, міжнародних. Кожного року доповідаються результати досліджень на університетських конференціях.

ПУБЛІКАЦІЇ. Основні положення дисертації опубліковані у двох монографіях, 14 наукових посібниках, більше ніж 25 статтях і тезах.

ОБ'ЄМ РОБОТИ. Дисертація складається із вступу, 5 розділів, загальних висновків і рекомендацій, списку літератури і додатків. Загальний об'єм роботи складає 423 сторінок машинописного тексту, 56 рисунки і 192 таблиці. Список літератури включає 120 назв.



Класифікація технологій створення опорних мереж

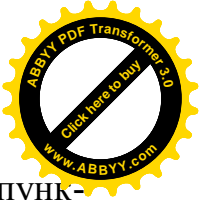
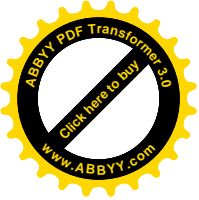
Опорними геодезичними мережами несучільних спостережень називаються мережі, у ряді яких не виконується установка приладу і спостереження, а координати даних пунктів визначаються і беруть участь у передачі координат по всій мережі в результаті спільної обробки.

При цьому варто помітити, що мережі, що розвиваються методом геодезичних засічок професора А.І. Дурнева (29) не є мережами несучільних спостережень, хоча в ряді пунктів (допоміжних) не виконується установка теодоліта, але їхні координати не беруть участь у передачі координат на інші пункти. Так, наприклад, координати допоміжних пунктів будівельної сітки, створеної методом професора А.І. Дурнева, визначають, як правило, із двох основних ходів. За остаточні координати пунктів приймаються середньо арифметичні значення.

Характерною рисою мережі несучільних спостережень є строге зрівнювання координат усіх пунктів, що підлягають спільному зрівнюванню. При цьому відсутній поділ на основні і допоміжні пункти.

Запропонована в даній дисертаційній роботі технологія створення опорних геодезичних мереж несучільних спостережень нічого загального не має з засічками. Мережі несучільних спостережень можна назвати засічками в тому або іншому ступені, як і полігонометрію. Адже в полігонометрії координати наступного пункту визначаються за координатами попереднього пункту та вимірних відстанях і кутах, тобто методом полярної засічки. Але так як в полігонометрії визначають координати пунктів за результатами зрівнювання всього ходу, так і в мережі несучільних спостережень визначають координати пунктів за результатами зрівнювання всієї мережі в цілому.

Оскільки й у мережі професора А.І. Дурнева координати також визначаються за результатами зрівнювання всієї мережі і, можливо, метод теж не можна було б назвати засічками, якби передача сторін для визначення коор-



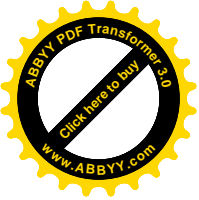
динат не відбувалася шляхом засічок якихось вилучених допоміжних пунктів, що і не включалися в дану мережу. І саме через передачу сторін для розрахунку координат за допомогою засічок допоміжних пунктів і був названий методом геодезичних засічок професора А.І. Дурнєва.

У мережах несучільних спостережень пункти не засікаються. На ряді пунктів просто не проводяться спостереження з метою підвищення продуктивності праці і скорочення обсягів польових робіт. Тому що в цілому, як правило, усі пункти в мережах несучільних спостережень доступні (наприклад, у лінійно-кутових мережах у всіх пунктах, у яких не вимірюють кутів, встановлюють відбивачі), проте засічками метод несучільних спостережень назвати не можна. Це самостійний метод, самостійний напрямок. А якщо в кутових мережах несучільних спостережень і можуть визначатися координати доступних пунктів через недоступні і недоступні пункти через доступні, наприклад, у розробленому автором методі парних засічок, то це лише окремий випадок, що містить у собі загальний принцип несучільних спостережень.

Отже, розглянемо класифікацію опорних геодезичних мереж за технологією їхнього створення.

Дотепер існував єдиний принцип створення опорних геодезичних мереж - принцип суцільних спостережень. Відповідно до цього принципу, у кожному з пунктів опорної геодезичної мережі, координати якого визначають, встановлювався геодезичний прилад, і виконувались спостереження.

У роботах автора (49, ...,62) уперше був запропонований і розроблений новий принцип опорних геодезичних мереж - принцип несучільних спостережень (див. класифікаційну схему). Це мережі триангуляції, трилатерації, полігонометрії, лінійно-кутові побудови, метод чотирикутників без діагоналей. Полігонометрія, що створюється методом геодезичних засічок А.І. Дурнєва відноситься до принципу суцільних спостережень, тому що в кожному пункті ходу встановлюється теодоліт і виконуються вимірювання кутів, хоча передача сторін і виконується непрямим способом - за допомогою засічок на



допоміжні пункти. Паралактична і короткобазисна паралактична полігонометрія відносяться, також, до методу суцільних спостережень.

Як видно з класифікаційної схеми, полігонометрія відповідає тільки принципу суцільних спостережень. Несуцільними спостереженнями полігонометрію не розвивають.

Триангуляцією, трилатерацією і лінійно - кутовим методом можуть створюватися мережі як суцільних, так і несуцільних спостережень.

Мережі суцільних спостережень можуть створюватися полюсним методом (60) і методом чотирикутників без діагоналей професора І.В. Зубрицького.

При розвитку мереж чотирикутниками без діагоналей з вимірюванням усіх сторін і двох кутів кожного чотирикутника одержимо лінійно-кутовий метод несуцільних спостережень.

Дана класифікаційна схема приведена вперше. Вона вказує місце кожного методу створення опорних геодезичних мереж у всьому арсеналі методів їхнього створення.

Кожний з методів суцільних спостережень захищений дисертаційною роботою. По глибокому переконанню автора, кожен з методів створення опорних геодезичних мереж є самостійним напрямком у геодезії і вимагає самого серйозного теоретичного обґрунтування на рівні докторської дисертації.

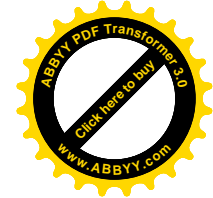
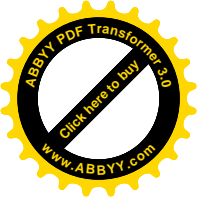
У даній роботі представляється загальний напрямок розвитку опорних геодезичних мереж.

Таким чином, якщо класифікувати технології створення опорних геодезичних мереж, то одержимо наступний рисунок 1.

Примітка: Визначення координат відокремлених пунктів не є методом створення опорних геодезичних мереж і тут не наводиться.



Рис. 1.1. Класифікація технології створення опорних мереж



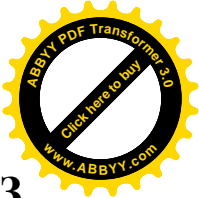
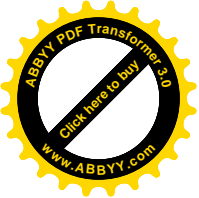
РОЗДІЛ I. Теоретичні основи визначення співвідношення елементів типової фігури МПЛЗ

Введення

Традиційні методи створення планової геодезичної мережі - триангуляція, трилатерація, полігонометрія актуальні у тих випадках, якщо вони можуть конкурувати із методом космічної геодезії GPS. На території міст, коли не завжди можна забезпечити конус видимості у зв'язку з висотною забудовою, у тих випадках, коли наземні методи дають адекватну точність, в маркшейдерії, тунелебудівництві і будівництві мостів і т ін., наземні методи будуть використовуватись і їх необхідно розвивати і досліджувати.

Ціллю даної роботи є розробка раціонального наземного методу створення планової геодезичної основи - МЕТОДУ ПАРНИХ ЛАНОК ЗАСІЧОК (МПЛЗ) застосування якого дає можливість використання конструктивних елементів капітальних споруд на території даного міста (шпиль соборів, антени, громовідводи і т п.) При цьому, спостереження на ряд пунктів не потребує двосторонньої видимості і на ряді пунктів не потрібно встановлювати теодоліт.

Передбачається можливість згущення мережі GPS методом парних ланок засічок (МПЛЗ) В даному випадку виникають координатні умови рівняння, що буде надійним контролем польових робіт. Суть проблеми - в розробці і реалізації координатних умовних рівнянь, що являє собою надзвичайно не легку проблему, таку що не існує аналогій в її рішенні і вона не описана в геодезичній літературі.



1.1 Теорія передачі дирекційних кутів в рядах МПЛЗ

Координати пунктів А і В визначені приймачами GPS по сигналам трьох і більше супутників. В пунктах 1 і 2 виміряні кути β_{11} , β_{21} , β_{22} , β_{12} , і β_{41} , β_{31} , β_{32} , β_{42} .

Необхідно по вихідному дирекційному куті α_{AB} визначити дирекційні кути всіх сторін двох геодезичних чотирикутників, якщо виміряні горизонтальні кути β .

Прийmemo нову систему координат, зорієнтувавши вісь абсцис по стороні 12 і помістивши початок координат в точку 1 (рис. 1).

Розрахуємо координати пунктів А і В за формулами Юнга рішення прямих кутових засічок, ніби були відомі координати пунктів 1 і 2.

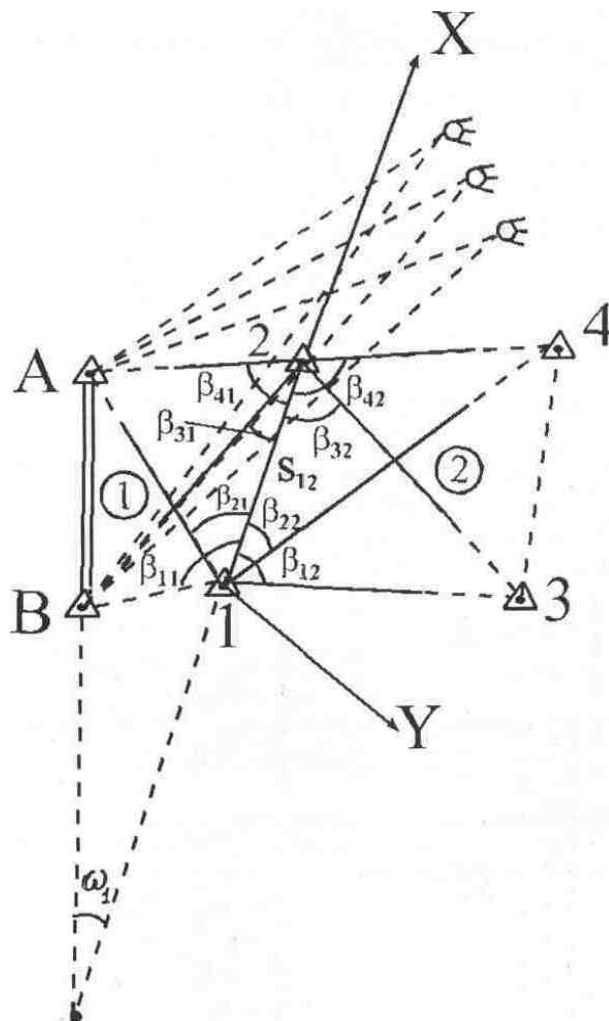


Рис. 1.2. Типові фігури методу парних ланок засічок (МПЛЗ)

$$X_A = \frac{x_2 \operatorname{ctg} \beta_{21} + x_1 \operatorname{ctg} \beta_{41} + y_2 - y_1}{\operatorname{ctg} \beta_{41} + \operatorname{ctg} \beta_{21}}, \quad (1.1.1)$$

$$Y_A = \frac{y_1 \operatorname{ctg} \beta_{41} + y_2 \operatorname{ctg} \beta_{21} - x_2 + x_1}{\operatorname{ctg} \beta_{41} + \operatorname{ctg} \beta_{21}}, \quad (1.1.2)$$

$$X_B = \frac{x_2 \operatorname{ctg} \beta_{11} + x_1 \operatorname{ctg} \beta_{31} + y_2 - y_1}{\operatorname{ctg} \beta_{31} + \operatorname{ctg} \beta_{11}}, \quad (1.1.3)$$

$$Y_B = \frac{y_1 \operatorname{ctg} \beta_{31} + y_2 \operatorname{ctg} \beta_{11} - x_2 + x_1}{\operatorname{ctg} \beta_{31} + \operatorname{ctg} \beta_{11}}, \quad (1.1.4)$$

Одержимо координати пунктів 4 і 3

$$X_4 = \frac{x_1 \operatorname{ctg} \beta_{42} + x_2 \operatorname{ctg} \beta_{22} + y_1 - y_2}{\operatorname{ctg} \beta_{42} + \operatorname{ctg} \beta_{22}}, \quad (1.1.5)$$

$$Y_4 = \frac{y_2 \operatorname{ctg} \beta_{22} + y_1 \operatorname{ctg} \beta_{42} + x_2 - x_1}{\operatorname{ctg} \beta_{42} + \operatorname{ctg} \beta_{22}}, \quad (1.1.6)$$

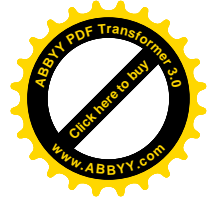
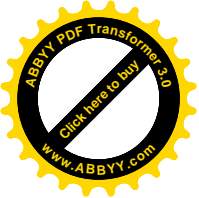
$$X_3 = \frac{x_1 \operatorname{ctg} \beta_{32} + x_2 \operatorname{ctg} \beta_{12} + y_1 - y_2}{\operatorname{ctg} \beta_{32} + \operatorname{ctg} \beta_{12}}, \quad (1.1.7)$$

$$Y_3 = \frac{y_2 \operatorname{ctg} \beta_{12} + y_1 \operatorname{ctg} \beta_{32} + x_2 - x_1}{\operatorname{ctg} \beta_{32} + \operatorname{ctg} \beta_{12}}, \quad (1.1.8)$$

В прийнятій нами системі координат $x_1=0$; $y_1=0$ $x_2=S_{12}$; $y_2=0$, і формули (1.1.1-1.1.8) будуть мати вигляд:

$$X_A = \frac{S_{12} \operatorname{ctg} \beta_{21}}{\operatorname{ctg} \beta_{41} + \operatorname{ctg} \beta_{21}}, \quad (1.1.9)$$

$$Y_A = \frac{S_{12}}{\operatorname{ctg} \beta_{41} + \operatorname{ctg} \beta_{21}}, \quad (1.1.10)$$



$$X_B = \frac{S_{12} \operatorname{ctg} \beta_{11}}{\operatorname{ctg} \beta_{31} + \operatorname{ctg} \beta_{11}}, \quad (1.1.11)$$

$$Y_B = \frac{S_{12}}{\operatorname{ctg} \beta_{31} + \operatorname{ctg} \beta_{11}}, \quad (1.1.12)$$

$$X_4 = \frac{S_{12} \operatorname{ctg} \beta_{22}}{\operatorname{ctg} \beta_{42} + \operatorname{ctg} \beta_{22}}, \quad (1.1.13)$$

$$Y_4 = \frac{S_{12}}{\operatorname{ctg} \beta_{42} + \operatorname{ctg} \beta_{22}}, \quad (1.1.14)$$

$$X_3 = \frac{S_{12} \operatorname{ctg} \beta_{12}}{\operatorname{ctg} \beta_{32} + \operatorname{ctg} \beta_{12}}, \quad (1.1.15)$$

$$Y_4 = \frac{S_{12}}{\operatorname{ctg} \beta_{32} + \operatorname{ctg} \beta_{12}}. \quad (1.1.16)$$

Позначивши дирекційний кут сторони S_{AB} через $\omega_1^{(\text{омега})}$, а дирекційний кут сторони S_{34} через ω_2 , в прийнятій системі координат одержимо:

$$\operatorname{tg} \omega_1 = \frac{y_A - y_B}{x_A - x_B} \quad (1.1.17)$$

$$\operatorname{tg} \omega_2 = \frac{y_4 - y_3}{x_4 - x_3} \quad (1.1.18)$$

Підставляючи у вираз (1.1.17) їх значення із (1.1.9-1.1.12), одержимо:

$$\operatorname{tg} \omega_1 = \frac{\frac{S_{12}}{\operatorname{ctg} \beta_{41} + \operatorname{ctg} \beta_{21}} - \frac{S_{12}}{\operatorname{ctg} \beta_{31} + \operatorname{ctg} \beta_{11}}}{\frac{S_{12} \operatorname{ctg} \beta_{21}}{\operatorname{ctg} \beta_{41} + \operatorname{ctg} \beta_{21}} - \frac{S_{12} \operatorname{ctg} \beta_{21}}{\operatorname{ctg} \beta_{31} + \operatorname{ctg} \beta_{11}}},$$

або

$$tg \omega_1 = \frac{S_{12}(ctg \beta_{31} + ctg \beta_{11}) - S_{12}(ctg \beta_{41} + ctg \beta_{21})}{(ctg \beta_{41} + ctg \beta_{21}) \cdot (ctg \beta_{31} + ctg \beta_{11})} \cdot \frac{S_{12}[ctg \beta_{21} ctg \beta_{31} + ctg \beta_{21} ctg \beta_{11}] - S_{12}[ctg \beta_{11} ctg \beta_{41} + ctg \beta_{11} ctg \beta_{21}]}{(ctg \beta_{41} + ctg \beta_{21})(ctg \beta_{31} + ctg \beta_{11})},$$

$$tg \omega_1 = \frac{(ctg \beta_{31} + ctg \beta_{11}) - (ctg \beta_{41} + ctg \beta_{21})}{ctg \beta_{21} ctg \beta_{31} - ctg \beta_{11} ctg \beta_{41}}. \quad (1.1.19)$$

По аналогії запишемо

$$tg \omega_2 = \frac{(ctg \beta_{12} + ctg \beta_{32}) - (ctg \beta_{22} + ctg \beta_{42})}{ctg \beta_{22} ctg \beta_{32} - ctg \beta_{12} ctg \beta_{42}}. \quad (1.1.20)$$

І в загальному вигляді для i -го чотирикутника, одержимо

$$tg \omega_1 = \frac{(ctg \beta_{1i} + ctg \beta_{3i}) - (ctg \beta_{2i} + ctg \beta_{4i})}{ctg \beta_{2i} ctg \beta_{3i} - ctg \beta_{1i} ctg \beta_{4i}}. \quad (1.1.21)$$

Формула (1.1.21) і буде робочою формулою визначення дирекційних кутів зв'язуючих сторін в ряді, який розвивається МПЛЗ.

Переходячи до старої системи координат, отримаємо

$$\alpha_{12} = \alpha_{BA} + \omega_1, \quad (1.1.22)$$

$$\alpha_{34} = \alpha_{BA} + \omega_2, \quad (1.1.23)$$

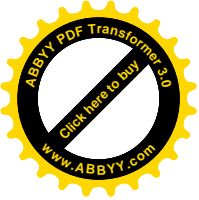
$$\text{або} \quad \alpha_{34} = \alpha_{BA} + \omega_1 + \omega_2, \quad (1.1.24)$$

де α_{BA} , α_{12} , α_{34} — дирекційні кути відповідних сторін.

Замітимо, що формула (1.1.21) строга і справедлива незалежно від вибору координат, тобто в будь-якому випадку по даній формулі визначають дирекційні кути зв'язуючих сторін ряду МПЛЗ.

Дирекційні кути всіх інших напрямків визначити тепер не представляє труда. З другої сторони, справедливо співвідношення

$$tg \omega_i = \frac{(ctg \gamma_{1i} + ctg \gamma_{3i}) - (ctg \gamma_{2i} + ctg \gamma_{4i})}{ctg \gamma_{2i} ctg \gamma_{3i} - ctg \gamma_{1i} ctg \gamma_{4i}}, \quad (1.1.25)$$



де γ_i - невимірні кути гамма в i -му геодезичному чотирикутнику методу парних ланок засічок.

Тому, кут омега ω_i може однозначно визначатись по кутам γ і по кутам бета β в геодезичному чотирикутнику довільної форми.

1.2 Вивід диференціальної формули дирекційного кута зв'язуючої сторони ряду МПЛЗ

Представимо формулу (1.1.21) у вигляді

$$\omega_i = \arctg \frac{(ctg \beta_{1i} + ctg \beta_{3i}) - (ctg \beta_{2i} + ctg \beta_{4i})}{ctg \beta_{2i} ctg \beta_{3i} - ctg \beta_{1i} ctg \beta_{4i}}. \quad (1.2.1)$$

Диференціюючи формулу (1.2.1) по змінній β_1 , одержимо

$$\frac{\partial \omega_i}{\partial \beta_{1i}} = \frac{\frac{1}{\sin^2 \beta_{1i}} (ctg \beta_{2i} ctg \beta_{3i} - ctg \beta_{1i} ctg \beta_{4i}) + [(ctg \beta_{1i} + ctg \beta_{3i}) - (ctg \beta_{2i} + ctg \beta_{4i})] \frac{ctg \beta_{3i}}{\sin^2 \beta_{1i}}}{(ctg \beta_{2i} ctg \beta_{3i} - ctg \beta_{1i} ctg \beta_{4i})^2} \cdot \left[\frac{(ctg \beta_{1i} + ctg \beta_{3i}) - (ctg \beta_{2i} + ctg \beta_{4i})}{ctg \beta_{2i} ctg \beta_{3i} - ctg \beta_{1i} ctg \beta_{4i}} \right]^2$$

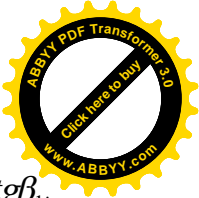
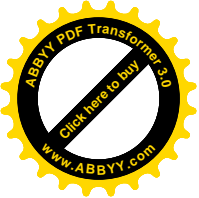
Диференціюючи формулу (1.2.1) по змінній β_2 , запишемо

$$\frac{\partial \omega_i}{\partial \beta_{2i}} = \frac{-\frac{1}{\sin^2 \beta_{2i}} (ctg \beta_{2i} ctg \beta_{3i} - ctg \beta_{1i} ctg \beta_{4i}) + [(ctg \beta_{1i} + ctg \beta_{3i}) - (ctg \beta_{2i} + ctg \beta_{4i})] \frac{ctg \beta_{2i}}{\sin^2 \beta_{3i}}}{(ctg \beta_{2i} ctg \beta_{3i} - ctg \beta_{1i} ctg \beta_{4i})^2} \cdot \left[\frac{(ctg \beta_{1i} + ctg \beta_{3i}) - (ctg \beta_{2i} + ctg \beta_{4i})}{ctg \beta_{2i} ctg \beta_{3i} - ctg \beta_{1i} ctg \beta_{4i}} \right]^2$$

Диференціюючи формулу (1.2.1) по змінній β_3 , запишемо

$$\frac{\partial \omega_i}{\partial \beta_{3i}} = \frac{-\frac{1}{\sin^2 \beta_{3i}} (ctg \beta_{2i} ctg \beta_{3i} - ctg \beta_{1i} ctg \beta_{4i}) + [(ctg \beta_{1i} + ctg \beta_{3i}) - (ctg \beta_{2i} + ctg \beta_{4i})] \frac{ctg \beta_{2i}}{\sin^2 \beta_{3i}}}{(ctg \beta_{2i} ctg \beta_{3i} - ctg \beta_{1i} ctg \beta_{4i})^2} \cdot \left[\frac{(ctg \beta_{1i} + ctg \beta_{3i}) - (ctg \beta_{2i} + ctg \beta_{4i})}{ctg \beta_{2i} ctg \beta_{3i} - ctg \beta_{1i} ctg \beta_{4i}} \right]^2$$

Диференціюючи формулу (1.2.1) по змінній β_4 , одержимо



$$\frac{\partial \omega_i}{\partial \omega_{4i}} = \frac{-\frac{1}{\sin^2 \beta_{4i}} (ctg \beta_{2i} ctg \beta_{3i} - ctg \beta_{1i} ctg \beta_{4i}) - [(ctg \beta_{1i} + ctg \beta_{3i}) - (ctg \beta_{2i} + ctg \beta_{4i})] \frac{ctg \beta_{1i}}{\sin^2 \beta_{4i}}}{(ctg \beta_{2i} ctg \beta_{3i} - ctg \beta_{1i} ctg \beta_{4i})^2} \cdot \frac{ctg \beta_{1i}}{\sin^2 \beta_{4i}}$$

$$\frac{\partial \omega_i}{\partial \omega_{4i}} = \frac{(ctg \beta_{2i} ctg \beta_{3i} - ctg \beta_{1i} ctg \beta_{4i})^2}{1 + \left[\frac{(ctg \beta_{1i} + ctg \beta_{3i}) - (ctg \beta_{2i} + ctg \beta_{4i})}{ctg \beta_{2i} ctg \beta_{3i} - ctg \beta_{1i} ctg \beta_{4i}} \right]^2}$$

З врахуванням формули (1.1.21) частинні похідні представимо у вигляді

$$\frac{\partial \omega_i}{\partial \omega_{1i}} = \frac{1}{1 + tg^2 \omega_i} \left[\frac{-\frac{1}{\sin^2 \beta_{1i}}}{A} - \frac{B ctg \beta_{4i} \frac{1}{\sin^2 \beta_{1i}}}{A^2} \right],$$

$$\frac{\partial \omega_i}{\partial \omega_{2i}} = \frac{1}{1 + tg^2 \omega_i} \left[\frac{\frac{1}{\sin^2 \beta_{2i}}}{A} + \frac{B ctg \beta_{3i} \frac{1}{\sin^2 \beta_{2i}}}{A^2} \right],$$

$$\frac{\partial \omega_i}{\partial \omega_{3i}} = \frac{1}{1 + tg^2 \omega_i} \left[\frac{-\frac{1}{\sin^2 \beta_{3i}}}{A} + \frac{B ctg \beta_{2i} \frac{1}{\sin^2 \beta_{3i}}}{A^2} \right],$$

$$\frac{\partial \omega_i}{\partial \omega_{4i}} = \frac{1}{1 + tg^2 \omega_i} \left[\frac{\frac{1}{\sin^2 \beta_{4i}}}{A} - \frac{B ctg \beta_{1i} \frac{1}{\sin^2 \beta_{4i}}}{A^2} \right],$$

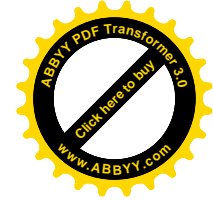
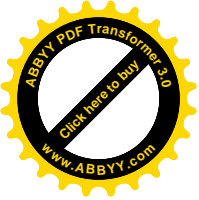
$$\left. \begin{aligned} A &= ctg \beta_{2i} ctg \beta_{3i} - ctg \beta_{1i} ctg \beta_{4i}, \\ B &= (ctg \beta_{1i} + ctg \beta_{3i}) - (ctg \beta_{2i} + ctg \beta_{4i}) \end{aligned} \right\} (1.2.2)$$

де

Запишемо вираз повного диференціалу

$$d \omega_i = \frac{\partial \omega_i}{\partial \beta_{1i}} d \beta_{1i} + \frac{\partial \omega_i}{\partial \beta_{2i}} d \beta_{2i} + \frac{\partial \omega_i}{\partial \beta_{3i}} d \beta_{3i} + \frac{\partial \omega_i}{\partial \beta_{4i}} d \beta_{4i} \quad (1.2.3)$$

І в нашому випадку



$$\begin{aligned}
d\omega_i = \frac{1}{A(1 + \operatorname{tg}^2 \omega_i)} & \left[-\operatorname{csc}^2 \beta_{1i} d\beta_{1i} (1 - \operatorname{tg} \omega_i \operatorname{ctg} \beta_{4i}) + \right. \\
& + \operatorname{csc}^2 \beta_{2i} d\beta_{2i} (1 + \operatorname{tg} \omega_i \operatorname{ctg} \beta_{3i}) - \\
& - \operatorname{csc}^2 \beta_{3i} d\beta_{3i} (1 + \operatorname{tg} \omega_i \operatorname{ctg} \beta_{2i}) + \\
& \left. + \operatorname{csc}^2 \beta_{4i} d\beta_{4i} (1 - \operatorname{tg} \omega_i \operatorname{ctg} \beta_{1i}) \right] \quad (1.2.4)
\end{aligned}$$

або

$$\begin{aligned}
\partial\omega_i = \frac{1}{A(1 + \operatorname{tg}^2 \omega_i)} & \left[(1 + \operatorname{ctg}^2 \beta_{2i})(1 + \operatorname{tg} \omega_i \operatorname{ctg} \beta_{3i}) d\beta_{2i} - \right. \\
& - (1 + \operatorname{ctg}^2 \beta_{1i})(1 - \operatorname{tg} \omega_i \operatorname{ctg} \beta_{4i}) d\beta_{1i} - \\
& - (1 + \operatorname{ctg}^2 \beta_{3i})(1 + \operatorname{tg} \omega_i \operatorname{ctg} \beta_{2i}) d\beta_{3i} + \\
& \left. + (1 + \operatorname{ctg}^2 \beta_{4i})(1 - \operatorname{tg} \omega_i \operatorname{ctg} \beta_{1i}) d\beta_{4i} \right] \quad (1.2.4)
\end{aligned}$$

Формула (1.2.4) і буде робочою диференціальною формулою передачі дирекційного кута зв'язуючої сторони ряду, розвиваємого МПЛЗ.

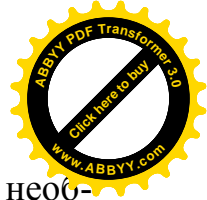
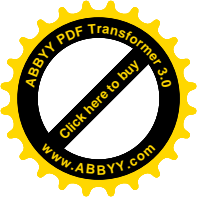
В матричному виді формула (1.2.4) прийме вид

$$d\omega_i = \frac{1}{A(1 + \operatorname{tg}^2 \omega_i)} \begin{bmatrix} 1 - \operatorname{tg} \omega_i \operatorname{ctg} \beta_{4i} \\ 1 + \operatorname{tg} \omega_i \operatorname{ctg} \beta_{3i} \\ 1 + \operatorname{tg} \omega_i \operatorname{ctg} \beta_{2i} \\ 1 - \operatorname{tg} \omega_i \operatorname{ctg} \beta_{1i} \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} - (1 + \operatorname{ctg}^2 \beta_{1i}) d\beta_{1i} \\ (1 + \operatorname{ctg}^2 \beta_{2i}) d\beta_{2i} \\ - (1 + \operatorname{ctg}^2 \beta_{3i}) d\beta_{3i} \\ (1 + \operatorname{ctg}^2 \beta_{4i}) d\beta_{4i} \end{bmatrix} \quad (1.2.5)$$

де T-знак транспонування матриці.

Дані формули мають можливість визначити зміни дирекційних кутів зв'язуючих сторін ряду МПЛЗ по відомим змінам вимірних кутів, що актуально при багаторазових спостереженнях за деформаціями і подвигками споруд однієї і тієї ж планової мережі.

Формули будуть вихідними при складанні умовного рівняння дирекційних кутів корелатного способу зрівноваження. За формулою (1.2.4) скла-



дена програма, яка дає можливість в автоматичному режимі визначати необхідні коефіцієнти.

1.3 Середня квадратична похибка передачі дирекційних кутів незрівноваженого ряду

Переходячи до середніх квадратичних похибок, на основі формули (1.2.4), отримаємо

$$m_{\omega_i} = \frac{1}{A(1 + \text{tg}^2 \omega_i)} \sqrt{\left((1 + \text{tg} \omega_i \text{ctg} \beta_{3i})^2 (1 + \text{ctg}^2 \beta_{2i})^2 m_{\beta_{2i}}^2 + \dots \right) \dots \left((1 - \text{tg} \omega_i \text{ctg} \beta_{4i})^2 (1 + \text{ctg}^2 \beta_{1i})^2 m_{\beta_{1i}}^2 + \dots \right) \dots \left((1 + \text{tg} \omega_i \text{ctg} \beta_{2i})^2 (1 + \text{ctg}^2 \beta_{3i})^2 m_{\beta_{3i}}^2 + \dots \right) \dots \left((1 - \text{tg} \omega_i \text{ctg} \beta_{1i})^2 (1 + \text{ctg}^2 \beta_{4i})^2 m_{\beta_{4i}}^2 + \dots \right)}$$
(1.3.1)

де m_{ω_i} - середня квадратична похибка передачі дирекційного кута зв'язуючої сторони ряду МПЛЗ;

m_{β_i} - середня квадратична похибка вимірювання відповідного кута.

З врахуванням похибки вихідного дирекційного кута $m_{\alpha_{AB}}$, отримаємо

$$m_{\alpha_{12}} = \sqrt{m_{\alpha_{FD}}^2 + m_{\beta_1}^2}, \quad (1.3.2)$$

$$m_{\alpha_{34}} = \sqrt{m_{\alpha_{AB}}^2 + m_{\omega_1}^2 + m_{\omega_2}^2}. \quad (1.3.3)$$

Для незрівноваженого ряду найбільшу похибку буде мати дирекційний кут сторони найбільш віддаленої від вихідної.

Вимірюючи горизонтальні кути з однаковою точністю, тобто при

$m_{\beta_{1i}} = m_{\beta_{2i}} = m_{\beta_{3i}} = m_{\beta_{4i}} = m_{\beta}$, формула (1.3.4) набуде вигляду

$$m_{\omega_i} = \frac{1}{A(1 + \text{tg}^2 \omega_i)} \sqrt{\left[(1 + \text{tg} \omega_i \text{ctg} \beta_{3i})(1 + \text{ctg}^2 \beta_{2i}) \right]^2 + \dots}$$

$$\begin{aligned}
 & \leftarrow \dots \overline{\left[(1 - \operatorname{tg} \omega_i \operatorname{ctg} \beta_{4i}) (1 + \operatorname{ctg}^2 \beta_{1i}) \right]^2} \dots \rightarrow + \\
 & \leftarrow \dots \overline{\left[(1 + \operatorname{tg} \omega_i \operatorname{ctg} \beta_{2i}) (1 + \operatorname{ctg}^2 \beta_{3i}) \right]^2} \dots \rightarrow + \\
 & \leftarrow \dots \overline{\left[(1 - \operatorname{tg} \omega_i \operatorname{ctg} \beta_{1i}) (1 + \operatorname{ctg}^2 \beta_{4i}) \right]^2} \dots \rightarrow +
 \end{aligned} \tag{1.3.4}$$

За формулою (1.3.4) складена програма, яка дає можливість розрахувати середню квадратичну похибку передачі дирекційного кута зв'язуючої сторони ряду МПЛЗ.

Розвиваючи ряди у вигляді квадратів будівельної координатної сітки, одержимо

$\omega_i = 0^0; \beta_{1i} = 90^0; \beta_2 = 45^0; \beta_3 = 90^0; \operatorname{ctg} 90^0 = 0; \operatorname{tg} 0^0 = 0; \operatorname{ctg} 45^0 = 1$,
і формула (1.3.4) набуде вигляду

$$m_{\omega_i} = 3.16 m_{\beta_i}. \tag{1.3.5}$$

За формулою (1.35) визначають середню квадратичну похибку дирекційного кута сторони квадрату, протилежну до вихідної.

Похибка визначення дирекційних кутів всіх других напрямків розраховують по формулі

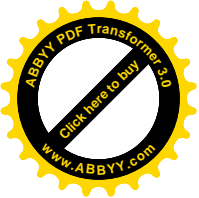
$$m_{\alpha} = 3,32 m_{\beta}. \tag{1.3.6}$$

Задаючись похибкою передачі дирекційного кута m_{ω} можна розрахувати точність кутових вимірів по формулі

$$m_{\beta} = \sqrt{\frac{m_{\omega}}{3.16}}. \tag{1.3.7}$$

Розраховуючи в кожному чотирикутнику похибки передачі дирекційного кута по формулі (1.3.4), похибка визначення дирекційного кута n-ої сто-

$$\text{рони ряду буде } m_{\alpha'_n} = \sqrt{m_{\omega_1}^2 + m_{\omega_2}^2 + m_{\omega_3}^2 + \dots + m_{\omega_n}^2}. \tag{1.3.8}$$



З врахуванням похибки вихідного дирекційного кута, формула (1.3.8) прийме вигляд

$$m_{\alpha_n} = \sqrt{m_{\alpha_{вих.}}^2 + m_{\omega_1}^2 + m_{\omega_2}^2 + m_{\omega_3}^2 + \dots + m_{\omega_n}^2}. \quad (1.3.9)$$

Для ряду, утвореного n квадратами, похибка передачі дирекційного кута зв'язуючої сторони ряду розраховується за формулою

$$m_{\alpha_n} = 3.16m_{\beta} \sqrt{n}, \quad (1.3.10)$$

а будь-якої другої сторони

$$m_{\alpha'_n} = 3.32m_{\beta} \sqrt{n}. \quad (1.3.11)$$

З врахуванням похибки вихідного дирекційного кута, формула (1.3.11) набуде вигляду

$$m_{\alpha_n} = \sqrt{m_{\alpha_{вих.}}^2 + 11nm_{\beta}^2}. \quad (1.3.12)$$

Так, для ряду із чотирьох квадратів, вимірюючи горизонтальні кути з похибкою 2", отримаємо по формулі (1.3.10) $m_{\alpha} = 12.64''$.

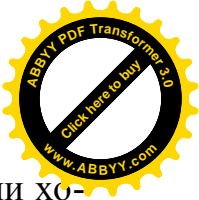
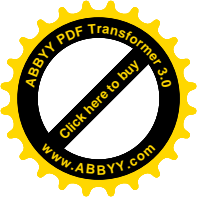
При наявності кінцевого вихідного дирекційного кута слабим елементом буде середня зв'язуюча сторона ряду. В даному випадку похибка визначення вихідного дирекційного кута слабкої сторони ряду розраховується за формулою

$$m_{\alpha} = \sqrt{2m_{\alpha_{вих.}}^2 + 5,5m_{\beta}^2 n}, \quad (1.3.13)$$

Нехтуючи похибками вихідних даних, отримаємо

$$m_{\alpha_{зр}} = m_{\beta} \sqrt{5,5n},$$

$$i \quad m_{\alpha} = 2,34m_{\beta} \sqrt{n}. \quad (1.3.14)$$



Зрівноважене значення дирекційного кута зв'язуючої сторони α в його середині наближено можна вважати середнім арифметичним значенням із його визначень з двох кінців, тобто

$$m_{\alpha_{зр}} = m_{\beta} \sqrt{\frac{10n}{2}} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}},$$
$$m_{\alpha_{зр}} = 1,58m_{\beta} \sqrt{n}. \quad (1.3.15)$$

Замітимо, що формули (1.3.13), (1.3.14), не враховують взаємного впливу умовних рівнянь на точність передачі дирекційних кутів.

З врахуванням цього впливу похибка передачі дирекційних кутів зв'язуючої сторони ряду буде

$$m_{\alpha} = 1,58m_{\beta} \sqrt{n}. \quad (1.3.16)$$

Як буде видно нижче, середня квадратична похибка слабого елемента зрівноваженого ряду за умову дирекційних кутів буде менше.

Окреслимо границі дії наближеної формули (1.3.5) для розрахунку середньої квадратичної похибки передачі дирекційних кутів, коли фігури геодезичного чотирикутника відрізняється від квадрату. Виходячи з того, що кути трикутників не повинні бути меншими 30° , розглянемо максимальне відхилення кута ω від 0° , рівне $\pm 15^{\circ}$.

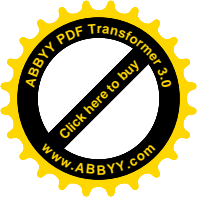
При цьому, кути чотирикутника будуть рівні

$$\beta_2 = 52^{\circ}; \beta_3 = 30^{\circ}; \beta_1 = 107^{\circ}; \beta_4 = 75^{\circ}.$$

Розраховуючи середню квадратичну похибку визначення дирекційного кута m_{ω} по строгій формулі (1.3.4), отримаємо $m_{\omega} = 2,80m_{\beta}$.

Розрахунок по наближеній формулі (1.3.5) для одного чотирикутника дає $m_{\omega} = 3,16m_{\beta}$.

Таким чином, розходження від строгої формули складає 0,36, тобто 12,8 %.



Тому, при кутах $\omega \leq \pm 15^\circ$, для розрахунку середньої квадратичної похибки передачі дирекційних кутів розглядаємого ряду цілком можна використовувати спрощену формулу (1.3.10) замість строгої формули (1.3.1) на стадії попереднього розрахунку при проектуванні мереж.

Замітимо, що формула (1.3.10) дає запас точності, тобто більшу похибку, ніж строга формула (1.3.1).

1.4 Теорія передачі сторін в рядах МПЛЗ

Виразимо довжину вихідної сторони АВ через її відомі координати

$$S_{AB}^2 = (X_A - X_B)^2 + (Y_A - Y_B)^2. \quad (1.4.1)$$

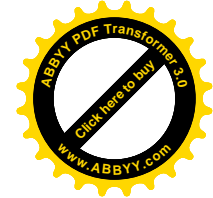
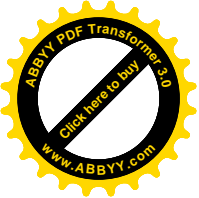
З врахуванням формул (1.9) – (1.12) запишемо

$$S_{AB}^2 = S_{12}^2 \left[\left(\frac{\operatorname{ctg} \beta_{21}}{\operatorname{ctg} \beta_{41} + \operatorname{ctg} \beta_{21}} - \frac{\operatorname{ctg} \beta_{11}}{\operatorname{ctg} \beta_{31} + \operatorname{ctg} \beta_{11}} \right)^2 + \left(\frac{1}{\operatorname{ctg} \beta_{41} + \operatorname{ctg} \beta_{21}} - \frac{1}{\operatorname{ctg} \beta_{31} + \operatorname{ctg} \beta_{11}} \right)^2 \right]. \quad (1.4.2)$$

Звідки

$$S_{12}^2 = \frac{S_{AB}^2}{\left[\left(\frac{\operatorname{ctg} \beta_{21}}{\operatorname{ctg} \beta_{41} + \operatorname{ctg} \beta_{21}} - \frac{\operatorname{ctg} \beta_{11}}{\operatorname{ctg} \beta_{31} + \operatorname{ctg} \beta_{11}} \right)^2 + \left(\frac{1}{\operatorname{ctg} \beta_{41} + \operatorname{ctg} \beta_{21}} - \frac{1}{\operatorname{ctg} \beta_{31} + \operatorname{ctg} \beta_{11}} \right)^2 \right]}. \quad (1.4.3)$$

По аналогії



$$S_{34}^2 = (X_4 - X_3)^2 + (Y_4 - Y_3)^2. \quad (1.4.4)$$

З врахуванням формули (1.13)-(1.16) одержимо

$$S_{34}^2 = S_{12}^2 \left[\left(\frac{\operatorname{ctg}\beta_{22}}{\operatorname{ctg}\beta_{42} + \operatorname{ctg}\beta_{22}} - \frac{\operatorname{ctg}\beta_{12}}{\operatorname{ctg}\beta_{32} + \operatorname{ctg}\beta_{12}} \right)^2 + \left(\frac{1}{\operatorname{ctg}\beta_{42} + \operatorname{ctg}\beta_{22}} - \frac{1}{\operatorname{ctg}\beta_{32} + \operatorname{ctg}\beta_{12}} \right)^2 \right] \quad (1.4.5)$$

Узагальнюючи, формула передачі сторін в рядах МПЛЗ має вигляд

$$S_n^2 = S_0^2 \frac{t_1 t_2 t_3 \dots t_n}{t'_1 t'_2 t'_3 \dots t'_n}, \quad (1.4.6)$$

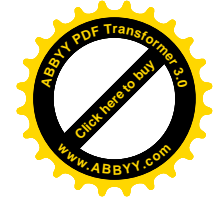
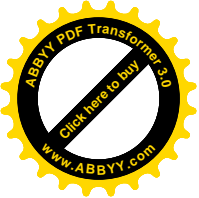
$$t_i = \left(\frac{1}{\operatorname{ctg}\beta_{2i} + \operatorname{ctg}\beta_{4i}} - \frac{1}{\operatorname{ctg}\beta_{1i} + \operatorname{ctg}\beta_{3i}} \right)^2 + \operatorname{де} \left(\frac{\operatorname{ctg}\beta_{2i}}{\operatorname{ctg}\beta_{2i} + \operatorname{ctg}\beta_{4i}} - \frac{\operatorname{ctg}\beta_{1i}}{\operatorname{ctg}\beta_{1i} + \operatorname{ctg}\beta_{3i}} \right)^2, \quad (1.4.7)$$

індексами i позначаються номери геодезичних чотирикутників, у яких вимірюються кути β_{ji} ;

t'_i - коефіцієнти, які отримуються при рішенні задачі Ганзена;

t_i - коефіцієнти, які отримуються з рішення прямих кутових засі-

чок.



1.5 Розробка умовного рівняння сторони

Для виводу умовного рівняння базису, або вихідної сторони, прологарифмуємо формулу (1.4.6)

$$2 \ln S_n = 2 \ln S_0 + \ln t_1 + \ln t_2 + \ln t_3 - \ln t'_1 - \ln t'_2 - \ln t'_3. \quad (1.5.1)$$

Диференціюючи (1.5.1), отримаємо

$$2 \frac{dS_n}{S_n} = 2 \frac{dS_0}{S_0} + \frac{dt_1}{\rho t_1} + \frac{dt_2}{\rho t_2} + \frac{dt_3}{\rho t_3} - \frac{dt'_1}{\rho t'_1} - \frac{dt'_2}{\rho t'_2} - \frac{dt'_3}{\rho t'_3}, \quad (1.5.2)$$

де $\rho = 206265''$ – число секунд в одному радіані.

Як правило, похибкою вихідного базису нехтують, вимірюючи його на порядок вищою точністю, ніж всі другі виміри. При $\frac{dS_0}{S_0} = 0$ і вираз (1.5.2)

набуває вигляду

$$\frac{dt_1}{\rho t_1} + \frac{dt_2}{\rho t_2} + \frac{dt_3}{\rho t_3} - \frac{dt'_1}{\rho t'_1} - \frac{dt'_2}{\rho t'_2} - \frac{dt'_3}{\rho t'_3} - 2 \frac{dS_n}{S_n} = 0, \quad (1.5.3)$$

або

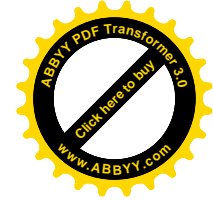
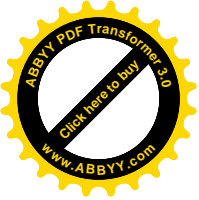
$$\frac{10^6}{2} \left[\frac{dt_1}{\rho t_1} + \frac{dt_2}{\rho t_2} + \frac{dt_3}{\rho t_3} - \frac{dt'_1}{\rho t'_1} - \frac{dt'_2}{\rho t'_2} - \frac{dt'_3}{\rho t'_3} \right] + W_{\text{баз.}} = 0, \quad (1.5.4)$$

$$\text{де } W_{\text{баз.}} = \frac{S_{\text{кінц.розр.}} - S_{\text{кінц.вимір.}}}{S_{\text{кінц.вимір.}}} 10^6. \quad (1.5.5)$$

В загальному вигляді умовне рівняння сторони

$$\frac{S_n}{2\rho} \left[\sum_{i=1}^n \frac{(t_i)}{t_i} - \sum_{i=1}^n \frac{(t'_i)}{t'_i} \right] + W_s = 0, \quad (1.5.6)$$

де $W_s = S_{\text{кінц.вимір.}} - S_{\text{кінц.вимір.}}$;



$(t_i), (t'_i)$ - коефіцієнти поправок у виміряні кути.

Для експериментального ряду, який складається із чотирьох чотирикутників одержимо

$$-\frac{S_{21}}{2\rho t_1}(t_1) + \frac{S_{43}}{2\rho t_2}(t_2) - \frac{S_{65}}{2\rho t_3}(t_3) + \frac{S_{CD}}{2\rho t_4}(t_4) + W_5 = 0. \quad (1.5.7)$$

Знаки змінюються на протилежні при визначенні сторони із рішення задачі Ганзена. Знаки не змінюються при визначенні сторони прямими кутівими засічками. При зустрічному розрахунку сторони знаки в коефіцієнтах, також змінюються на протилежний.

Так, наприклад, при зустрічному вирахуванні сторін, формула (1.5.7) буде

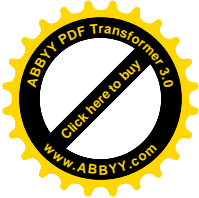
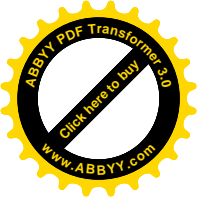
$$-\frac{S_{21}}{2\rho t_1}(t_1) + \frac{S_{43}}{2\rho t_2}(t_2) + \frac{S_{65}}{2\rho t_4}(t_4) - \frac{S_{43}}{2\rho t_3}(t_3) + W_5 = 0. \quad (1.5.8)$$

Диференціюючи формулу (1.4.5), отримаємо

$$\begin{aligned} dt_i = (t_i) &= \frac{2(1 + \operatorname{ctg}^2 \beta_{1i})}{(\operatorname{ctg} \beta_{1i} + \operatorname{ctg} \beta_{3i})^2} [\tau_i + q_i \operatorname{ctg} \beta_{3i}] (\beta_{1i}) + \\ &+ \frac{2(1 + \operatorname{ctg}^2 \beta_{2i})}{(\operatorname{ctg} \beta_{2i} + \operatorname{ctg} \beta_{4i})^2} [-\tau_i + q_i \operatorname{ctg} \beta_{4i}] (\beta_{2i}) + \\ &+ \frac{2(1 + \operatorname{ctg}^2 \beta_{3i})}{(\operatorname{ctg} \beta_{1i} + \operatorname{ctg} \beta_{3i})^2} [\tau - q_i \operatorname{ctg} \beta_{1i}] (\beta_{3i}) + \\ &+ \frac{2(1 + \operatorname{ctg}^2 \beta_{4i})}{(\operatorname{ctg} \beta_{2i} + \operatorname{ctg} \beta_{4i})^2} [-\tau + q_i \operatorname{ctg} \beta_{2i}] (\beta_{4i}), \end{aligned} \quad (1.5.9)$$

де

$$\tau_i = \frac{1}{\operatorname{ctg} \beta_{2i} + \operatorname{ctg} \beta_{4i}} + \frac{1}{\operatorname{ctg} \beta_{1i} + \operatorname{ctg} \beta_{3i}}, \quad (1.5.10)$$



$$q_i = \frac{1}{\operatorname{ctg}\beta_{2i} + \operatorname{ctg}\beta_{4i}} + \frac{1}{\operatorname{ctg}\beta_{1i} + \operatorname{ctg}\beta_{3i}}. \quad (1.5.11)$$

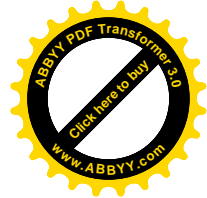
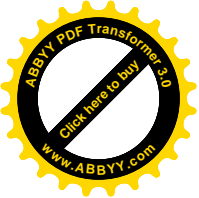
Представимо коефіцієнти умовного рівняння сторін у вигляді

$$(S_i) = b_{1i}(\beta_{1i}) + b_{2i}(\beta_{2i}) + b_{3i}(\beta_{3i}) + b_{4i}(\beta_{4i}), \quad (1.5.12)$$

$$b_{1i} = \frac{S_{2i} \frac{2(1 + \operatorname{ctg}^2 \beta_{1i})}{(\operatorname{ctg}\beta_{1i} + \operatorname{ctg}\beta_{3i})^2} [\tau + q \operatorname{ctg}\beta_{3i}]}{2\rho \left[\left(\frac{1}{\operatorname{ctg}\beta_{2i} + \operatorname{ctg}\beta_{4i}} - \frac{1}{\operatorname{ctg}\beta_{1i} + \operatorname{ctg}\beta_{3i}} \right)^2 + \left(\frac{\operatorname{ctg}\beta_{2i}}{\operatorname{ctg}\beta_{2i} + \operatorname{ctg}\beta_{4i}} - \frac{\operatorname{ctg}\beta_{1i}}{\operatorname{ctg}\beta_{1i} + \operatorname{ctg}\beta_{3i}} \right)^2 \right]}. \quad (1.5.13)$$

$$b_{2i} = \frac{S_{2i} \frac{2(1 + \operatorname{ctg}^2 \beta_{2i})}{(\operatorname{ctg}\beta_{2i} + \operatorname{ctg}\beta_{4i})^2} [-\tau - q \operatorname{ctg}\beta_{4i}](\beta_{2i})}{2\rho \left[\left(\frac{1}{\operatorname{ctg}\beta_{2i} + \operatorname{ctg}\beta_{4i}} - \frac{1}{\operatorname{ctg}\beta_{1i} + \operatorname{ctg}\beta_{3i}} \right)^2 + \left(\frac{\operatorname{ctg}\beta_{2i}}{\operatorname{ctg}\beta_{2i} + \operatorname{ctg}\beta_{4i}} - \frac{\operatorname{ctg}\beta_{1i}}{\operatorname{ctg}\beta_{1i} + \operatorname{ctg}\beta_{3i}} \right)^2 \right]}. \quad (1.5.14)$$

$$b_{3i} = \frac{S_{2i} \frac{2(1 + \operatorname{ctg}^2 \beta_{3i})}{(\operatorname{ctg}\beta_{1i} + \operatorname{ctg}\beta_{3i})^2} [\tau - q \operatorname{ctg}\beta_{1i}](\beta_{3i})}{2\rho \left[\left(\frac{1}{\operatorname{ctg}\beta_{2i} + \operatorname{ctg}\beta_{4i}} - \frac{1}{\operatorname{ctg}\beta_{1i} + \operatorname{ctg}\beta_{3i}} \right)^2 + \left(\frac{\operatorname{ctg}\beta_{2i}}{\operatorname{ctg}\beta_{2i} + \operatorname{ctg}\beta_{4i}} - \frac{\operatorname{ctg}\beta_{1i}}{\operatorname{ctg}\beta_{1i} + \operatorname{ctg}\beta_{3i}} \right)^2 \right]}$$



$$+ \left(\frac{\operatorname{ctg} \beta_{2i}}{\operatorname{ctg} \beta_{2i} + \operatorname{ctg} \beta_{4i}} - \frac{\operatorname{ctg} \beta_{1i}}{\operatorname{ctg} \beta_{1i} + \operatorname{ctg} \beta_{3i}} \right)^2 \Big]. \quad (1.5.15)$$

$$b_{4i} = \frac{S_{2i} \frac{2(1 + \operatorname{ctg}^2 \beta_{4i})}{(\operatorname{ctg} \beta_{2i} + \operatorname{ctg} \beta_{4i})^2} [-\tau + q \operatorname{ctg} \beta_{2i}](\beta_{4i})}{2\rho \left[\frac{1}{\operatorname{ctg} \beta_{2i} + \operatorname{ctg} \beta_{4i}} - \frac{1}{\operatorname{ctg} \beta_{1i} + \operatorname{ctg} \beta_{3i}} \right]^2 + \left(\frac{\operatorname{ctg} \beta_{2i}}{\operatorname{ctg} \beta_{2i} + \operatorname{ctg} \beta_{4i}} - \frac{\operatorname{ctg} \beta_{1i}}{\operatorname{ctg} \beta_{1i} + \operatorname{ctg} \beta_{3i}} \right)^2} \Big]. \quad (1.5.16)$$

При розрахунку по програмі одержують коефіцієнти поправок в виміряні кути $b_{1i}, b_{2i}, b_{3i}, b_{4i}$ за формулами

$$b_{1i} = b'_{1i} \frac{S_i}{2\rho t_i}, \quad (1.5.17)$$

$$b_{2i} = b'_{2i} \frac{S_i}{2\rho t_i}, \quad (1.5.18)$$

$$b_{3i} = b'_{3i} \frac{S_i}{2\rho t_i}, \quad (1.5.19)$$

$$b_{4i} = b'_{4i} \frac{S_i}{2\rho t_i}, \quad (1.5.20)$$

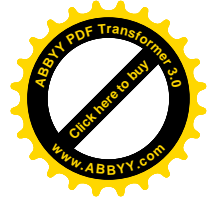
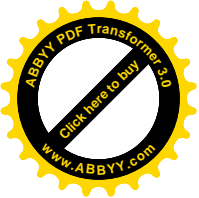
Крім цього, по програмі визначають суму квадратів коефіцієнтів

$$\sum (b'_i)^2 = (b'_{1i})^2 + (b'_{2i})^2 + (b'_{3i})^2 + (b'_{4i})^2. \quad (1.5.21)$$

Значення величини оберненої ваги визначають по формулі

$$\frac{1}{P_s} = \sum \frac{S_i}{2\rho t_i} (b'_i)^2, \quad (1.5.22)$$

а середню квадратичну похибку визначення зв'язуючої сторони ряду



$$m_s = \mu \sqrt{\frac{1}{P_s}}, \quad (1.5.23)$$

де μ - середня квадратична похибка одиниці ваги.

На основі приведених даних і з врахуванням значень $\frac{S}{2\rho t_i}$ одержано

$$\frac{1}{P_s} = 5532,05.$$

Це значить, що при середній квадратичній похибці 1'' точність передачі сторін незрівноваженого ряду буде

$$m_s = \sqrt{\frac{1}{P_s}} = 74,37 \text{ мм.}$$

Як буде показано нижче, нев'язка сторони склала 88 мм при середніх квадратичних похибках вимірювання кутів до 3''.

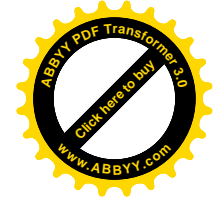
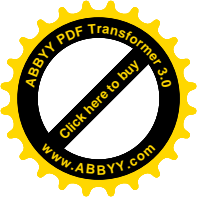
Зі сторін АВ і СД одержано слідує умовне рівняння сторони

$$\begin{aligned} & - \frac{S_{12}}{2\rho t'_1} [+ 2,811(\beta_{11}) - 0,759(\beta_{21}) + 1,259(\beta_{31}) + 1,636(\beta_{41})] + \\ & + \frac{S_{34}}{2\rho t'_2} [+ 2,288(\beta_{12}) - 1,006(\beta_{22}) + 1,104(\beta_{32}) + 1,015(\beta_{42})] + \\ & + \frac{S_{56}}{2\rho t'_4} [+ 2,530(\beta_{14}) - 0,412(\beta_{24}) + 0,286(\beta_{34}) + 2,081(\beta_{44})] - \\ & - \frac{S_{34}}{2\rho t_3} [+ 3,076(\beta_{13}) - 0,328(\beta_{23}) + 1,182(\beta_{33}) + 2,529(\beta_{43})] + 88 \text{ мм} = 0, \end{aligned}$$

де коефіцієнти t'_1 і t'_4 визначені для розрахунку сторони в задачі Ганзена, а коефіцієнти t_2 і t_3 - для розрахунку сторони із прямих кутівих засічок.

В подальшому одержані значення коефіцієнтів

$$\begin{aligned} & - 11,203 [+ 2,811(\beta_{11}) - 0,759(\beta_{21}) + 1,259(\beta_{31}) + 1,636(\beta_{41})] + \\ & + 11,643 [+ 2,288(\beta_{12}) - 1,006(\beta_{22}) + 1,104(\beta_{32}) + 1,015(\beta_{42})] + \\ & + 10,178 [+ 2,530(\beta_{14}) - 0,412(\beta_{24}) + 0,286(\beta_{34}) + 2,081(\beta_{44})] + \\ & - 9,730 [+ 3,076(\beta_{13}) - 0,328(\beta_{23}) + 1,182(\beta_{33}) + 2,529(\beta_{43})] + 88 = 0, \end{aligned}$$



І в кінцевому вигляді

$$\begin{aligned} & -31,491(\beta_{11}) + 8,503(\beta_{21}) - 14,104(\beta_{31}) - 18,328(\beta_{41}) + \\ & + 26,639(\beta_{12}) - 11,713(\beta_{22}) + 12,854(\beta_{32}) + 11,818(\beta_{42}) + \\ & + 25,751(\beta_{14}) - 4,193(\beta_{24}) + 2,911(\beta_{34}) + 21,181[\beta_{44}] - \\ & - 22,929(\beta_{13}) + 3,191(\beta_{23}) - 11,501(\beta_{33}) - 24,607(\beta_{43}) + 88 = 0. \end{aligned} \quad (1.5.24)$$

При відомій похибці логарифма сторони розраховують її відносну похибку по формулі

$$\frac{\Delta S}{S} = \frac{m_{\lg s}}{\mu 10^n}, \quad (1.5.25)$$

де $\frac{\Delta S}{S}$ - відносна похибка сторони;

μ - модуль десятичних логарифмів.

Допустиме значення вільного члена базисного умовного рівняння буде

$$|W_B| \leq 2m_{\lg s}. \quad (1.5.26)$$

Приймаючи до уваги (1.5.26), представимо (1.5.25) у вигляді

$$\frac{\Delta S}{S} = \frac{W_B}{2\mu 10^n}. \quad (1.5.27)$$

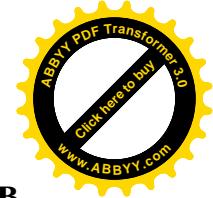
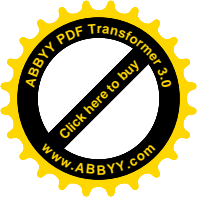
Вільний член базисного умовного рівняння при розвитку рядів парними ланками засічок можна вважати допустимими, якщо він буде задовольняти умові

$$\frac{W}{868600} \leq \frac{1}{T}, \quad (1.5.28)$$

де T – знаменник граничної відносної нев'язки для даного класу цього розряду мережі.

В нашому випадку одержали

$$\frac{W_{S34}}{S_{34}} = \frac{0,088}{4394,911} = \frac{1}{50000}.$$



1.6 Розробка умовного рівняння дирекційних кутів в ряді ПЛЗ

Умовне рівняння поправок дирекційних кутів для ряду із чотирьох чотирикутників, прийме вид

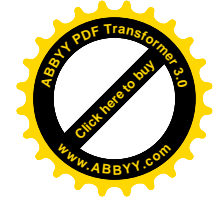
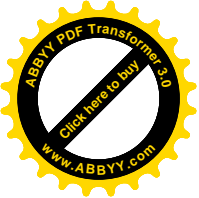
$$(\omega_1) + (\omega_2) + (\omega_3) + (\omega_4) + W_\alpha = 0, \quad (1.6.1)$$

де вільний член

$$W_\alpha = \alpha_{\text{СДвир.}} - \alpha_{\text{СДвим.}}, \quad (1.6.2)$$

Поправки $(\omega_i) = d\omega_i$ розраховують по формулі (1.2.4) для кожного чотирикутника. Представляючи формулу (1.6.1) через поправки в вимірні кути, одержимо

$$\begin{aligned} & \frac{1}{A(1 + \text{tg}^2 \omega_i)} [(1 + \text{tg} \omega_1 \text{ctg} \beta_{31})(1 + \text{ctg}^2 \beta_{21})(\beta_{21}) - \\ & \quad - (1 + \text{tg} \omega_1 \text{ctg} \beta_{41})(1 + \text{ctg}^2 \beta_{11})(\beta_{11}) - \\ & \quad - (1 - \text{tg} \omega_1 \text{ctg} \beta_{21})(1 + \text{ctg}^2 \beta_{31})(\beta_{31}) + \\ & \quad + (1 - \text{tg} \omega_1 \text{ctg} \beta_{11})(1 + \text{ctg}^2 \beta_{41})(\beta_{41})] + \\ & + \frac{1}{A'(1 + \text{tg}^2 \omega_2)} [(1 + \text{tg} \omega_2 \text{ctg} \beta_{32})(1 + \text{ctg}^2 \beta_{22})(\beta_{22}) - \\ & \quad - (1 + \text{tg} \omega_2 \text{ctg} \beta_{42})(1 + \text{ctg}^2 \beta_{12})(\beta_{12}) - \\ & \quad - (1 - \text{tg} \omega_2 \text{ctg} \beta_{22})(1 + \text{ctg}^2 \beta_{32})(\beta_{32}) + \\ & \quad + (1 - \text{tg} \omega_2 \text{ctg} \beta_{12})(1 + \text{ctg}^2 \beta_{42})(\beta_{42})] + \\ & + \frac{1}{A''(1 + \text{tg}^2 \omega_3)} [(1 + \text{tg} \omega_3 \text{ctg} \beta_{33})(1 + \text{ctg}^2 \beta_{23})(\beta_{23}) - \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
& - (1 + tg \omega_3 ctg \beta_{43}) (1 + ctg^2 \beta_{13}) (\beta_{13}) - \\
& - (1 - tg \omega_3 ctg \beta_{23}) (1 + ctg^2 \beta_{33}) (\beta_{33}) + \\
& + (1 - tg \omega_3 ctg \beta_{13}) (1 + ctg^2 \beta_{43}) (\beta_{43}) + \\
& + \frac{1}{A''' (1 + tg^2 \omega_4)} [(1 + tg \omega_4 ctg \beta_{34}) (1 + ctg^2 \beta_{33}) (\beta_{33}) - \\
& - (1 + tg \omega_4 ctg \beta_{44}) (1 + ctg^2 \beta_{14}) (\beta_{14}) - \\
& - (1 - tg \omega_4 ctg \beta_{24}) (1 + ctg^2 \beta_{43}) (\beta_{43}) + \\
& + (1 - tg \omega_4 ctg \beta_{14}) (1 + ctg^2 \beta_{44}) (\beta_{44})] + W_\alpha = 0.
\end{aligned} \tag{1.6.3}$$

Представимо коефіцієнти поправок умовного рівняння дирекційних кутів у вигляді

$$(\omega_i) = [a_{1i} (\beta_{1i}) + a_{2i} (\beta_{2i}) - a_{3i} (\beta_{3i}) + a_{4i} (\beta_{4i})] \tag{1.6.4}$$

де $a_{1i} = \frac{1}{A(1 + tg^2 \omega_i)} [(1 + ctg^2 \beta_{1i}) (1 - tg \omega_i ctg \beta_{4i}) (\beta_{1i})]$ $\tag{1.6.5}$

$$a_{2i} = \frac{1}{A(1 + tg^2 \omega_i)} [(1 + ctg^2 \beta_{2i}) (1 + tg \omega_i ctg \beta_{3i}) (\beta_{2i})] \tag{1.6.6}$$

$$a_{3i} = \frac{1}{A(1 + tg^2 \omega_i)} [(1 + ctg^2 \beta_{3i}) (1 + tg \omega_i ctg \beta_{2i}) (\beta_{2i})] \tag{1.6.7}$$

$$a_{4i} = \frac{1}{A(1 + tg^2 \omega_i)} [(1 + ctg^2 \beta_{4i}) (1 - tg \omega_i ctg \beta_{1i}) (\beta_{4i})] \tag{1.6.8}$$

Крім цього, по програмі розраховується значення

$$\frac{1}{P_\omega} = a_{1i}^2 + a_{2i}^2 + a_{3i}^2 + a_{4i}^2. \tag{1.6.9}$$

Таким чином, одержали при розрахунку по програмі одержали

$$\frac{1}{P_\omega} = 52,211.$$

Середня квадратична похибка передачі дирекційного кута при

$$m_{\beta_0} = 1'' \text{ буде } m_\beta = \sqrt{52,21} = 7,22''.$$

На основі проведених розрахунків одержали умовне рівняння дирекційних кутів

$$\begin{aligned}
 & -1,006(\beta_{11}) + 1,602(\beta_{21}) - 2,374(\beta_{31}) + 0,996(\beta_{41}) - \\
 & -0,836(\beta_{12}) + 1,352(\beta_{22}) - 2,291(\beta_{32}) + 0,900(\beta_{42}) - \\
 & -1,354(\beta_{13}) + 1,904(\beta_{23}) - 2,808(\beta_{33}) + 1,301(\beta_{43}) - \\
 & -1,578(\beta_{14}) + 2,410(\beta_{24}) - 2,752(\beta_{34}) + 1,586(\beta_{44}) + 21,07'' = 0, \quad (1.6.10)
 \end{aligned}$$

де

$$(\omega_{\alpha_1}) = -1,1006(\beta_{11}) + 1,602(\beta_{21}) - 2,374(\beta_{31}) + 0,996(\beta_{41}), \quad (1.6.11)$$

$$(\omega_{\alpha_2}) = -0,836(\beta_{12}) + 1,352(\beta_{22}) - 2,291(\beta_{32}) + 0,900(\beta_{42}), \quad (1.6.12)$$

$$(\omega_{\alpha_3}) = -1,354(\beta_{13}) + 1,904(\beta_{23}) - 2,808(\beta_{33}) + 1,301(\beta_{43}), \quad (1.6.13)$$

$$(\omega_{\alpha_4}) = -1,578(\beta_{14}) + 2,410(\beta_{24}) - 2,752(\beta_{34}) + 1,586(\beta_{44}). \quad (1.6.14)$$

Допустиме значення вільного члена умовного рівняння дирекційних кутів розраховуються по формулі

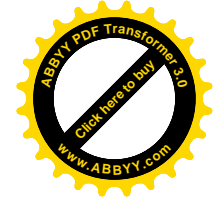
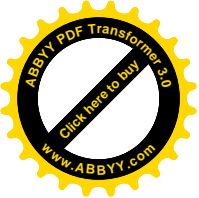
$$W_{\alpha_{don.}} \leq 2 \cdot 3,16 m_{\beta} \sqrt{n}, \quad (1.6.15)$$

Так, при $m_{\beta} = 2''$ і чотирьох чотирикутниках в ряді ($n=4$), одержимо

$$W_{\alpha_{don.}} = 25,28''.$$

При визначенні коефіцієнтів при (ω_i) знаки їх при поправках в кути не міняються ні в першому ні в другому геодезичному чотирикутнику типової фігури МПЛЗ, яка складається з двох геодезичних чотирикутників. При зустрічному вирахуванні дирекційних кутів знаки в коефіцієнтах визначаються формулою і не змінюються. При визначенні коефіцієнтів a_i по невимірним кутам γ_i , а не вимірним β_i знаки, також, не міняються.

При зустрічній передачі дирекційних кутів формула умовного рівняння не змінюється.



1.7 Розробка координатних умовних рівнянь

Для ряду, представленого на рис.2, запишемо

$$X_1 = \frac{X_A \operatorname{ctg} \gamma_{21} + X_B \operatorname{ctg} \gamma_{41} - Y_A + Y_B}{\operatorname{ctg} \gamma_{41} + \operatorname{ctg} \gamma_{21}}, \quad (1.7.1)$$

$$Y_1 = \frac{Y_A \operatorname{ctg} \gamma_{21} + Y_B \operatorname{ctg} \gamma_{41} + X_A - X_B}{\operatorname{ctg} \gamma_{41} + \operatorname{ctg} \gamma_{21}}, \quad (1.7.2)$$

$$X_2 = \frac{X_A \operatorname{ctg} \gamma_{11} + X_B \operatorname{ctg} \gamma_{31} - Y_A + Y_B}{\operatorname{ctg} \gamma_{31} + \operatorname{ctg} \gamma_{11}}, \quad (1.7.3)$$

$$Y_2 = \frac{Y_A \operatorname{ctg} \gamma_{11} + Y_B \operatorname{ctg} \gamma_{31} + X_A - X_B}{\operatorname{ctg} \gamma_{31} + \operatorname{ctg} \gamma_{11}}, \quad (1.7.4)$$

Візьмемо частинні похідні у формулі (1.7.1) по незалежним змінним

$$\frac{\partial X_1}{\partial X_A} = \frac{\operatorname{ctg} \gamma_{21}}{\operatorname{ctg} \gamma_{41} + \operatorname{ctg} \gamma_{21}}, \quad (1.7.5)$$

$$\frac{\partial X_1}{\partial X_B} = \frac{\operatorname{ctg} \gamma_{41}}{\operatorname{ctg} \gamma_{41} + \operatorname{ctg} \gamma_{21}}, \quad (1.7.6)$$

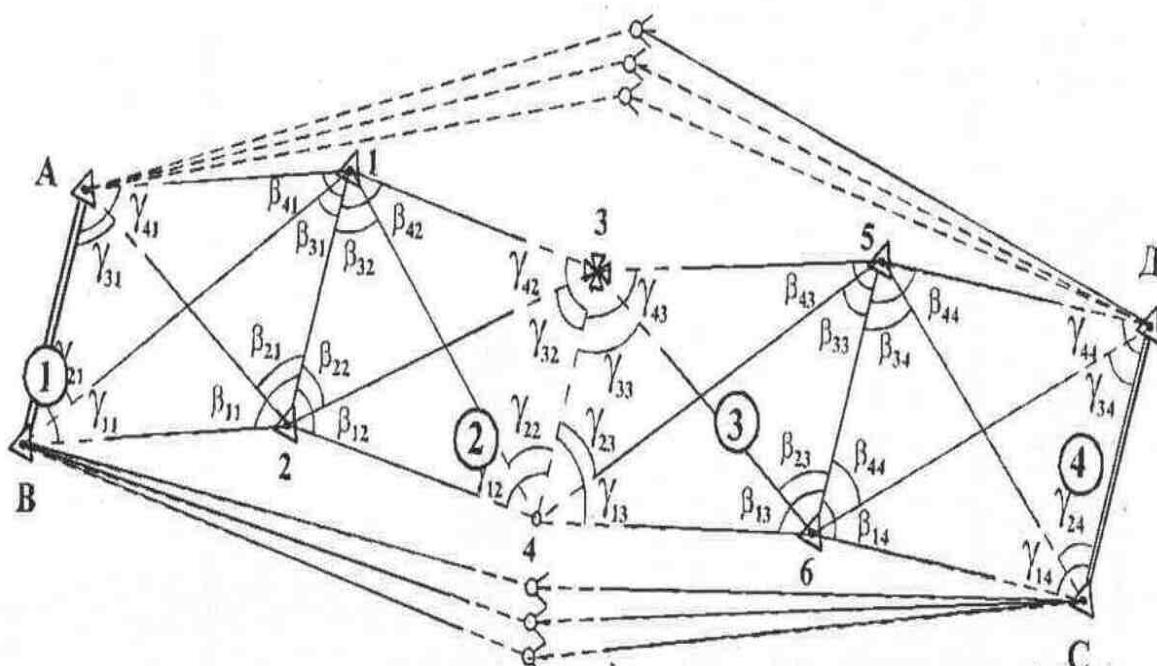


Рис. 1.3. Експериментальний ряд, який розвивається методом парних ланок засічок (МПЛЗ). Координати вихідних пунктів отримані по системі GPS

$$\frac{\partial X_1}{\partial Y_A} = \frac{1}{ctg\gamma_{41} + ctg\gamma_{21}}, \quad (1.7.7)$$

$$\frac{\partial X_1}{\partial Y_B} = \frac{1}{ctg\gamma_{41} + ctg\gamma_{21}}, \quad (1.7.8)$$

$$\frac{\partial X_1}{\partial \gamma_{41}} = \frac{-\frac{X_B}{\sin^2 \gamma_{41}} + \frac{X_1}{\sin^2 \gamma_{41}}}{ctg\gamma_{41} + ctg\gamma_{21}} = \frac{(X_1 - X_B)(ctg^2 \gamma_{41} + 1)}{ctg\gamma_{41} + ctg\gamma_{21}}, \quad (1.7.9)$$

$$\frac{\partial X_1}{\partial \gamma_{21}} = \frac{-\frac{X_A}{\sin^2 \gamma_{21}} + \frac{X_1}{\sin^2 \gamma_{21}}}{ctg\gamma_{41} + ctg\gamma_{21}} = \frac{(X_1 - X_A)(ctg^2 \gamma_{21} + 1)}{ctg\gamma_{41} + ctg\gamma_{21}}, \quad (1.7.10)$$

рівняння повного диференціала набуде вигляду

$$dX_1 = \frac{ctg\gamma_{21}dX_A + ctg\gamma_{41}dX_B - dY_A + dY_B}{ctg\gamma_{21} + ctg\gamma_{41}} + \frac{(X_1 - X_B)(ctg^2\gamma_{41} + 1)d\gamma_{41} + (X_1 - X_B)(ctg^2\gamma_{21} + 1)d\gamma_{21}}{\rho(ctg\gamma_{21} + ctg\gamma_{41})}, \quad (1.7.11)$$

Диференціюючи (1.7.2) по незалежним змінним, будемо мати

$$\frac{\partial Y_1}{\partial Y_A} = \frac{ctg\gamma_{21}}{ctg\gamma_{41} + ctg\gamma_{21}}, \quad (1.7.12)$$

$$\frac{\partial Y_1}{\partial Y_B} = \frac{ctg\gamma_{41}}{ctg\gamma_{41} + ctg\gamma_{21}}, \quad (1.7.13)$$

$$\frac{\partial Y_1}{\partial X_A} = \frac{1}{ctg\gamma_{41} + ctg\gamma_{21}}, \quad (1.7.14)$$

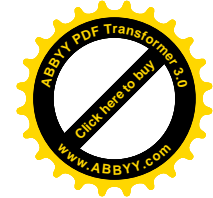
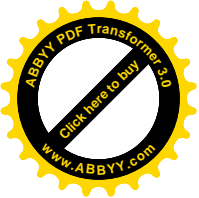
$$\frac{\partial Y_1}{\partial X_B} = \frac{1}{ctg\gamma_{41} + ctg\gamma_{21}}, \quad (1.7.15)$$

$$\frac{\partial Y_1}{\partial \gamma_{41}} = \frac{-\frac{Y_B}{\sin^2\gamma_{41}} + \frac{Y_1}{\sin^2\gamma_{41}}}{ctg\gamma_{41} + ctg\gamma_{21}} = \frac{(Y_1 - Y_B)(1 + ctg^2\gamma_{41})}{ctg\gamma_{41} + ctg\gamma_{21}}, \quad (1.7.16)$$

$$\frac{\partial Y_1}{\partial \gamma_{21}} = \frac{-\frac{Y_A}{\sin^2\gamma_{41}} + \frac{Y_1}{\sin^2\gamma_{41}}}{ctg\gamma_{41} + ctg\gamma_{21}} = \frac{(Y_1 - Y_A)(1 + ctg^2\gamma_{21})}{ctg\gamma_{41} + ctg\gamma_{21}}, \quad (1.7.17)$$

рівняння повного диференціала буде

$$dY_1 = \frac{ctg\gamma_{21}dY_A + ctg\gamma_{41}dY_B + dX_A - dX_B}{ctg\gamma_{41} + ctg\gamma_{21}} + \frac{(Y_1 - Y_B)(1 + ctg^2\gamma_{41})d\gamma_{41} + (Y_1 - Y_A)(ctg^2\gamma_{21})d\gamma_{21}}{\rho(ctg\gamma_{41} + ctg\gamma_{21})}. \quad (1.7.18)$$



По аналогії для формул (1.7.3) і (1.7.4) запишемо

$$dX_2 = \frac{ctg\gamma_{11}dX_A + ctg\gamma_{31}dX_B - dY_A + dY_B}{ctg\gamma_{11} + ctg\gamma_{31}} + \frac{(X_2 - X_B)(ctg^2\gamma_{31} + 1)d\gamma_{31} + (X_2 - X_A)(ctg^2\gamma_{11} + 1)d\gamma_{11}}{\rho(ctg\gamma_{11} + ctg\gamma_{31})}, \quad (1.7.19)$$

$$dY_2 = \frac{ctg\gamma_{11}dY_A + ctg\gamma_{31}dX_B + dX_A - dX_B}{ctg\gamma_{11} + ctg\gamma_{31}} + \frac{(Y_2 - Y_B)(1 + ctg^2\gamma_{31})d\gamma_{31} + (Y_2 - Y_A)(ctg^2\gamma_{11} + 1)d\gamma_{11}}{\rho(ctg\gamma_{11} + ctg\gamma_{31})}, \quad (1.7.20)$$

Прийнявши координати вихідних пунктів А і В безпомилковими і перейшовши до поправок, одержимо

$$(X_1) = \frac{(X_1 - X_B)(1 + ctg^2\gamma_{41})}{\rho(ctg\gamma_{41} + ctg\gamma_{21})}(\gamma_{41}) + \frac{(X_1 - X_A)(1 + ctg^2\gamma_{21})}{\rho(ctg\gamma_{41} + ctg\gamma_{21})}(\gamma_{21}), \quad (1.7.21)$$

$$(Y_1) = \frac{(Y_1 - X_B)(1 + ctg^2\gamma_{41})}{\rho(ctg\gamma_{41} + ctg\gamma_{21})}(\gamma_{41}) + \frac{(Y_1 - Y_A)(1 + ctg^2\gamma_{21})}{\rho(ctg\gamma_{41} + ctg\gamma_{21})}(\gamma_{21}), \quad (1.7.22)$$

$$(X_2) = \frac{(X_2 - X_B)(1 + ctg^2\gamma_{31})}{\rho(ctg\gamma_{31} + ctg\gamma_{11})}(\gamma_{31}) + \frac{(X_2 - X_A)(1 + ctg^2\gamma_{11})}{\rho(ctg\gamma_{31} + ctg\gamma_{11})}(\gamma_{11}), \quad (1.7.23)$$

$$(Y_2) = \frac{(Y_1 - Y_B)(1 + ctg^2\gamma_{31})}{\rho(ctg\gamma_{31} + ctg\gamma_{11})}(\gamma_{31}) + \frac{(Y_2 - Y_A)(1 + ctg^2\gamma_{11})}{\rho(ctg\gamma_{31} + ctg\gamma_{11})}(\gamma_{11}), \quad (1.7.24)$$

Визначивши прямокутні координати пунктів 1 і 2, в подальшому визначають координати пунктів 3 і 4 за формулами (1.7.1) – (1.7.4). Взявши повні диференціали, одержимо

$$(X_4) = \frac{ctg\beta_{12}}{ctg\beta_{32} + ctg\beta_{12}}(X_1) + \frac{ctg\beta_{32}}{ctg\beta_{32} + ctg\beta_{12}}(X_2) - \frac{1}{ctg\beta_{32} + ctg\beta_{12}}(Y_1) + \frac{1}{ctg\beta_{32} + ctg\beta_{12}}(Y_2) +$$

$$+ \frac{(X_4 - X_2)(ctg^2 \beta_{32} + 1)}{\rho(ctg\beta_{32} + ctg\beta_{12})}(\beta_{32}) + \frac{(X_4 - X_1)(ctg^2 \beta_{12} + 1)}{\rho(ctg\beta_{32} + ctg\beta_{12})}(\beta_{12}), \quad (1.7.25)$$

$$(Y_4) = \frac{ctg\beta_{12}}{ctg\beta_{32} + ctg\beta_{12}}(Y_1) + \frac{ctg\beta_{32}}{ctg\beta_{32} + ctg\beta_{12}}(Y_2) +$$

$$+ \frac{1}{ctg\beta_{32} + ctg\beta_{12}}(X_1) - \frac{1}{ctg\beta_{32} + ctg\beta_{12}}(X_2) +$$

$$+ \frac{(Y_4 - Y_2)(ctg^2 \beta_{32} + 1)}{\rho(ctg\beta_{32} + ctg\beta_{12})}(\beta_{32}) + \frac{(Y_4 - Y_1)(ctg^2 \beta_{12} + 1)}{\rho(ctg\beta_{32} + ctg\beta_{12})}(\beta_{12}), \quad (1.7.26)$$

$$(X_3) = \frac{ctg\beta_{22}}{ctg\beta_{42} + ctg\beta_{22}}(X_1) + \frac{ctg\beta_{42}}{ctg\beta_{42} + ctg\beta_{32}}(X_2) -$$

$$- \frac{1}{ctg\beta_{42} + ctg\beta_{22}}(Y_1) + \frac{1}{ctg\beta_{42} + ctg\beta_{22}}(Y_2) +$$

$$+ \frac{(X_3 - X_2)(ctg^2 \beta_{42} + 1)}{\rho(ctg\beta_{32} + ctg\beta_{12})}(\beta_{42}) + \frac{(X_3 - X_1)(ctg^2 \beta_{22} + 1)}{\rho(ctg\beta_{32} + ctg\beta_{12})}(\beta_{22}), \quad (1.7.27)$$

$$(Y_3) = \frac{ctg\beta_{22}}{ctg\beta_{42} + ctg\beta_{22}}(Y_1) + \frac{ctg\beta_{42}}{ctg\beta_{42} + ctg\beta_{32}}(Y_2) +$$

$$+ \frac{1}{ctg\beta_{42} + ctg\beta_{22}}(X_1) - \frac{1}{ctg\beta_{42} + ctg\beta_{22}}(X_2) +$$

$$+ \frac{(Y_3 - Y_2)(ctg^2 \beta_{42} + 1)}{\rho(ctg\beta_{32} + ctg\beta_{12})}(\beta_{42}) + \frac{(Y_3 - Y_1)(ctg^2 \beta_{22} + 1)}{\rho(ctg\beta_{32} + ctg\beta_{12})}(\beta_{22}), \quad (1.7.28)$$

Виконуючи зустрічне обчислення координат з пунктів С і Д, одержимо

$$X_5 = \frac{X_c \operatorname{ctg} \gamma_{44} + X_D \operatorname{ctg} \gamma_{24} - Y_C + Y_D}{\operatorname{ctg} \gamma_{24} + \operatorname{ctg} \gamma_{44}}, \quad (1.7.29)$$

$$Y_5 = \frac{Y_c \operatorname{ctg} \gamma_{44} + Y_D \operatorname{ctg} \gamma_{24} + X_C - X_D}{\operatorname{ctg} \gamma_{24} + \operatorname{ctg} \gamma_{44}}, \quad (1.7.30)$$

$$X_6 = \frac{X_c \operatorname{ctg} \gamma_{34} + X_D \operatorname{ctg} \gamma_{14} - Y_C + Y_D}{\operatorname{ctg} \gamma_{14} + \operatorname{ctg} \gamma_{34}}, \quad (1.7.31)$$

$$Y_6 = \frac{Y_c \operatorname{ctg} \gamma_{34} + Y_D \operatorname{ctg} \gamma_{14} + X_C - X_D}{\operatorname{ctg} \gamma_{14} + \operatorname{ctg} \gamma_{34}}, \quad (1.7.32)$$

$$X_3 = \frac{X_6 \operatorname{ctg} \beta_{43} + X_5 \operatorname{ctg} \beta_{23} - Y_6 + Y_5}{\operatorname{ctg} \beta_{23} + \operatorname{ctg} \beta_{43}}, \quad (1.7.33)$$

$$Y_3 = \frac{Y_6 \operatorname{ctg} \beta_{43} + Y_5 \operatorname{ctg} \beta_{23} + X_6 - X_5}{\operatorname{ctg} \beta_{23} + \operatorname{ctg} \beta_{43}}, \quad (1.7.34)$$

$$X_4 = \frac{X_6 \operatorname{ctg} \beta_{33} + X_5 \operatorname{ctg} \beta_{13} - Y_6 + Y_5}{\operatorname{ctg} \beta_{13} + \operatorname{ctg} \beta_{33}},$$

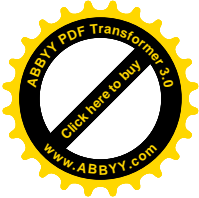
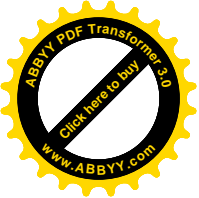
$$Y_4 = \frac{Y_6 \operatorname{ctg} \beta_{13} + Y_5 \operatorname{ctg} \beta_{33} + X_6 - X_5}{\operatorname{ctg} \beta_{13} + \operatorname{ctg} \beta_{33}}, \quad (1.7.36)$$

Взявши повний диференціал по незалежним змінним, і перейшовши до поправок, з врахуванням безпомилковості координат вихідних пунктів С і Д, запишемо

$$(X_5) = \frac{(X_5 - X_D)(1 + \operatorname{ctg}^2 \gamma_{24})}{\rho(\operatorname{ctg} \gamma_{24} + \operatorname{ctg} \gamma_{44})}(\gamma_{24}) + \frac{(X_5 - X_C)(1 + \operatorname{ctg}^2 \gamma_{44})}{\rho(\operatorname{ctg} \gamma_{24} + \operatorname{ctg} \gamma_{44})}(\gamma_{44}), \quad (1.7.37)$$

$$(Y_5) = \frac{(Y_5 - Y_D)(1 + \operatorname{ctg}^2 \gamma_{24})}{\rho(\operatorname{ctg} \gamma_{24} + \operatorname{ctg} \gamma_{44})}(\gamma_{24}) + \frac{(Y_5 - Y_C)(1 + \operatorname{ctg}^2 \gamma_{44})}{\rho(\operatorname{ctg} \gamma_{24} + \operatorname{ctg} \gamma_{44})}(\gamma_{44}), \quad (1.7.38)$$

$$(X_6) = \frac{(X_6 - X_D)(1 + \operatorname{ctg}^2 \gamma_{14})}{\rho(\operatorname{ctg} \gamma_{14} + \operatorname{ctg} \gamma_{34})}(\gamma_{14}) + \frac{(X_6 - X_C)(1 + \operatorname{ctg}^2 \gamma_{34})}{\rho(\operatorname{ctg} \gamma_{14} + \operatorname{ctg} \gamma_{34})}(\gamma_{34}), \quad (1.7.39)$$



$$(Y_6) = \frac{(Y_6 - Y_D)(1 + \operatorname{ctg}^2 \gamma_{14})}{\rho(\operatorname{ctg} \gamma_{14} + \operatorname{ctg} \gamma_{334})} (\gamma_{14}) + \frac{(Y_6 - Y_C)(1 + \operatorname{ctg}^2 \gamma_{34})}{\rho(\operatorname{ctg} \gamma_{14} + \operatorname{ctg} \gamma_{34})} (\gamma_{34}), \quad (1.7.40)$$

$$(X_4)' = \frac{\operatorname{ctg} \beta_{33}}{\operatorname{ctg} \beta_{13} + \operatorname{ctg} \beta_{33}} (X_6) + \frac{\operatorname{ctg} \beta_{13}}{\operatorname{ctg} \beta_{13} + \operatorname{ctg} \beta_{33}} (X_5) -$$

$$- \frac{1}{\operatorname{ctg} \beta_{13} + \operatorname{ctg} \beta_{33}} (Y_6) + \frac{1}{\operatorname{ctg} \beta_{13} + \operatorname{ctg} \beta_{33}} (Y_5) +$$

$$+ \frac{(X_4 - X_5)(\operatorname{ctg}^2 \beta_{13} + 1)}{\rho(\operatorname{ctg} \beta_{13} + \operatorname{ctg} \beta_{33})} (\beta_{13}) + \frac{(X_4 - X_6)(\operatorname{ctg}^2 \beta_{33} + 1)}{\rho(\operatorname{ctg} \beta_{13} + \operatorname{ctg} \beta_{33})} (\beta_{33}), \quad (1.7.41)$$

$$(Y_4)' = \frac{\operatorname{ctg} \beta_{33}}{\operatorname{ctg} \beta_{13} + \operatorname{ctg} \beta_{33}} (Y_6) + \frac{\operatorname{ctg} \beta_{13}}{\operatorname{ctg} \beta_{13} + \operatorname{ctg} \beta_{33}} (Y_5) +$$

$$+ \frac{1}{\operatorname{ctg} \beta_{13} + \operatorname{ctg} \beta_{33}} (X_6) + \frac{1}{\operatorname{ctg} \beta_{13} + \operatorname{ctg} \beta_{33}} (X_5) +$$

$$+ \frac{(Y_4 - Y_5)(\operatorname{ctg}^2 \beta_{13} + 1)}{\rho(\operatorname{ctg} \beta_{13} + \operatorname{ctg} \beta_{33})} (\beta_{13}) + \frac{(Y_4 - Y_6)(\operatorname{ctg}^2 \beta_{33} + 1)}{\rho(\operatorname{ctg} \beta_{13} + \operatorname{ctg} \beta_{33})} (\beta_{33}), \quad (1.7.42)$$

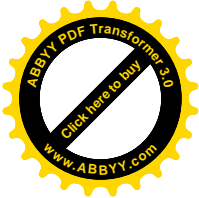
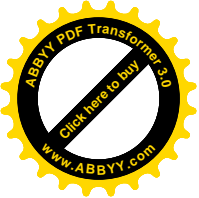
$$(X_3)' = \frac{\operatorname{ctg} \beta_{43}}{\operatorname{ctg} \beta_{23} + \operatorname{ctg} \beta_{43}} (X_6) + \frac{\operatorname{ctg} \beta_{23}}{\operatorname{ctg} \beta_{23} + \operatorname{ctg} \beta_{43}} (X_5) -$$

$$- \frac{1}{\operatorname{ctg} \beta_{23} + \operatorname{ctg} \beta_{43}} (Y_6) + \frac{1}{\operatorname{ctg} \beta_{23} + \operatorname{ctg} \beta_{43}} (Y_5) +$$

$$+ \frac{(X_3 - X_5)(\operatorname{ctg}^2 \beta_{23} + 1)}{\rho(\operatorname{ctg} \beta_{23} + \operatorname{ctg} \beta_{43})} (\beta_{23}) + \frac{(X_3 - X_6)(\operatorname{ctg}^2 \beta_{43} + 1)}{\rho(\operatorname{ctg} \beta_{23} + \operatorname{ctg} \beta_{43})} (\beta_{43}), \quad (1.7.43)$$

$$(Y_3)' = \frac{\operatorname{ctg} \beta_{43}}{\operatorname{ctg} \beta_{23} + \operatorname{ctg} \beta_{43}} (Y_6) + \frac{\operatorname{ctg} \beta_{23}}{\operatorname{ctg} \beta_{23} + \operatorname{ctg} \beta_{43}} (Y_5) +$$

$$+ \frac{1}{\operatorname{ctg} \beta_{23} + \operatorname{ctg} \beta_{43}} (X_6) - \frac{1}{\operatorname{ctg} \beta_{23} + \operatorname{ctg} \beta_{43}} (X_5) +$$



$$+ \frac{(Y_3 - Y_5)(\operatorname{ctg}^2 \beta_{23} + 1)}{\rho(\operatorname{ctg} \beta_{23} + \operatorname{ctg} \beta_{43})} (\beta_{23}) + \frac{(Y_3 - Y_5)(\operatorname{ctg}^2 \beta_{43} + 1)}{\rho(\operatorname{ctg} \beta_{23} + \operatorname{ctg} \beta_{43})} (\beta_{43}), \quad (1.7.44)$$

Умовні рівняння координат представимо у вигляді

$$(X_4) - (X_4)' + W_{X_4} = 0, \quad (1.7.45)$$

$$(Y_4) - (Y_4)' + W_{Y_4} = 0, \quad (1.7.46)$$

$$(X_3) - (X_3)' + W_{X_3} = 0, \quad (1.7.47)$$

$$(Y_3) - (Y_3)' + W_{Y_3} = 0, \quad (1.7.48)$$

По складеній автором програмі визначаються коефіцієнти координатних рівнянь другої фігури МПЛЗ. Згідно порядку виводу коефіцієнтів на дисплей мікрокалькулятора, наприклад, для поправок (X_4) і (Y_4) виводиться

$$(X_4) = P2(X_1) + P3(X_2) - P1(Y_1) + P1(Y_2) + P4(\beta_{32}) + P6(\beta_{12}), \quad (1.7.49)$$

$$(Y_4) = P2(Y_1) + P3(Y_2) + P1(X_1) - P1(X_2) + P5(\beta_{32}) + P7(\beta_{12}). \quad (1.7.50)$$

У формулах (1.7.49) і (1.7.50) цифра при букві 3 означає номер виведення на дисплей калькулятора відповідного коефіцієнту.

Для (X_3) і (Y_3) одержимо відповідно

$$(X_3) = P2(X_1) + P3(X_2) - P1(Y_1) + P1(Y_2) + P4(\beta_{42}) + P6(\beta_{22}), \quad (1.7.51)$$

$$(Y_3) = P2(Y_1) + P3(Y_2) + P1(X_1) - P1(X_2) + P5(\beta_{42}) + P7(\beta_{22}), \quad (1.7.52)$$

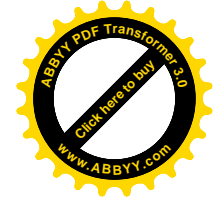
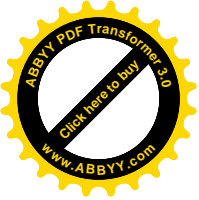
$$(X_4)' = P2(X_6) + P3(X_5) - P1(Y_6) + P1(Y_5) + P4(\beta_{13}) + P6(\beta_{32}), \quad (1.7.53)$$

$$(Y_4)' = P2(Y_6) + P3(Y_5) + P1(X_6) - P1(X_5) + P5(\beta_{13}) + P7(\beta_{33}). \quad (1.7.54)$$

$$(X_3)' = P2(X_6) + P3(X_5) - P1(Y_6) + P1(Y_5) + P4(\beta_{23}) + P6(\beta_{43}), \quad (1.7.55)$$

$$(Y_3)' = P2(Y_6) + P3(Y_5) + P1(X_6) - P1(X_5) + P5(\beta_{23}) + P7(\beta_{43}). \quad (1.7.56)$$

На основі виконаних розрахунків умова абсцис для пункту 3 запишеться у вигляді



$$\begin{aligned}
&+13,564(\gamma_{11})-44,085(\gamma_{21})+32,347(\gamma_{31})-1,521(\gamma_{41})+ \\
&+0(\beta_{12})-10,043(\beta_{22})+0(\beta_{32})+14,662(\beta_{42})- \\
&-33,331(\gamma_{14})+60,462(\gamma_{24})-58,522(\gamma_{34})+15,914(\gamma_{44})+ \\
&\quad +0(\beta_{13})-6,716(\beta_{23})+0(\beta_{33})+19,765(\beta_{43})+398\text{мм}=0.
\end{aligned} \tag{1.7.57}$$

Координатне умовне рівняння ординат для пункту 3 буде

$$\begin{aligned}
&+23,131(\gamma_{11})+48,893(\gamma_{21})+4,882(\gamma_{31})+41,195(\gamma_{41})+ \\
&+0(\beta_{12})+29,869(\beta_{22})+0(\beta_{32})+17,866(\beta_{42})+ \\
&+34,509(\gamma_{14})+47,537(\gamma_{24})+7,250(\gamma_{34})+55,844(\gamma_{44})+ \\
&\quad +0(\beta_{13})-40,104(\beta_{23})+0(\beta_{33})-29,704(\beta_{43})-55\text{мм}=0.
\end{aligned} \tag{1.7.58}$$

При цьому слід зауважити, що в зустрічному рахунку знаки змінюються на обернені.

1.8 Розробка методики проектування й зрівноваження геодезичних мереж несучільних спостережень

Особливістю геодезичних мереж несучільних спостережень є відсутність спостережень на цілому ряді пунктів на відміну від традиційних мереж, де, як правило, спостереження виконуються на всіх пунктах. Використовуючи матеріали спостережень на мінімально можливому числі пунктів, необхідних для розрахунку координат, контролю вимірів і виконання процедури зрівнювання, як показали дослідження, раціонально застосовувати параметричний спосіб зрівнювання.

При цьому традиційним способом складається система лінійних рівнянь поправок виду

$$\begin{matrix} A_1 & X_1 & + & L_1 & = & 0 \\ n \times k & k \times 1 & & & & \end{matrix} \tag{1.8.1}$$

при $n > k$,

де A_1 - матриця коефіцієнтів рівнянь поправок несучільної мережі спостережень;

X_1 - вектор невідомих поправок у координат;

L_1 - вектор вільних членів.

Потім переходять до нормальних рівнянь

$$A_1^T P_1 A_1 X_1 + A_1^T P_1 L_1 = 0 \quad (1.8.2)$$

де P_1 - діагональна матриця вагових коефіцієнтів;

T - знак транспонування матриць.

Чи в традиційних позначеннях

$$R_1 X_1 + b_1 = 0, \quad (1.8.3)$$

де

$$R_1 = A_1^T P_1 A_1, \quad (1.8.4)$$

$$b_1 = A_1^T P_1 L_1, \quad (1.8.5)$$

Розв'язуючи вираз (1.8.3), отримують поправки в координати

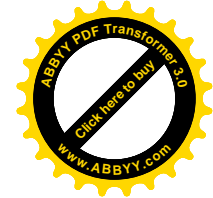
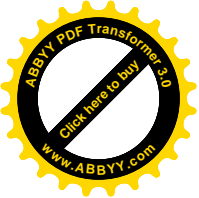
$$X_1 = -R_1^{-1} b_1, \quad (1.8.6)$$

$$X_1 = -Q_1 b_1, \quad (1.8.7)$$

де $Q_1 = R_1^{-1}$ - обернена матриця вагових коефіцієнтів.

Вектор поправок в вимірянні величини V_1 розраховують з виразу

$$V_1 = A_1 X_1 + L_1, \quad (1.8.8)$$



Виконується контроль процедури зрівнювання

$$V_1^T P_1 V_1 = L_1^T P_1 L_1 + b_1^T X_1, \quad (1.8.9)$$

Визначається середньо квадратична похибка одиниці ваги

$$\mu_1 = \sqrt{\frac{V_1^T P_1 V_1}{r}}, \quad (1.8.10)$$

r — кількість надлишкових вимірювань.

Визначають обернені ваги дирекційних кутів (при зрівнюванні несучільних спостережень триангуляції).

$$Q_{\alpha_1} = A_1^T Q_1 A_1, \quad (1.8.11)$$

Q_{α_1} - матриця обернених ваг дирекційних кутів.

Розраховують кореляційну матрицю дирекційних кутів

$$K_{\alpha_1} = \mu_1^2 Q_{\alpha_1}, \quad (1.8.12)$$

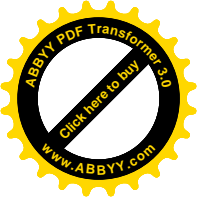
діагональними елементами якої будуть дисперсії зрівняних дирекційних кутів.

Потім знаходять обернені ваги зрівняних сторін

$$Q_{S_1} = D_1^T Q_1 D_1, \quad (1.8.13)$$

де D_1 - матриця коефіцієнтів вагових функцій оцінюваних сторін.

Визначається кореляційна матриця зрівняних сторін



$$K_{S_1} = \mu_1^2 Q_{S_1}, \quad (1.8.14)$$

діагональними елементами якої будуть дисперсії відповідних сторін.

Далі отримують кореляційну матрицю зрівняних координат

$$K_{X_1} = \mu_1^2 Q_1, \quad (1.8.15)$$

і їх дисперсії.

У випадку задовільних результатів, на цьому закінчується етап побудови й зрівнювання геодезичних опорних мереж.

При незадовільних результатах (адже мережа оброблялася при мінімумі спостережень, необхідних для розрахунку координат, контролю й зрівнювання), роблять додаткові спостереження на деяких пунктах, точність визначення яких незадовільна, чи суміжних до них.

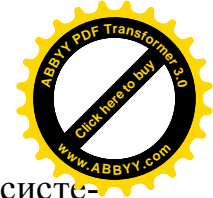
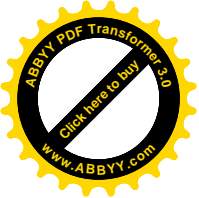
У даному випадку формується нова матриця коефіцієнтів рівнянь поправок A_2 шляхом включення додаткових рядків до вже існуючої матриці, число стовпців залишається без змін, тому що загальна кількість пунктів залишається без змін, а всі лише проведені спостереження на тих чи інших пунктах суміжних до них, що визначені з недостатньою точністю.

На ЕОМ по спеціальній програмі, відкривається файл даних коефіцієнтів рівнянь поправок первинної мережі і додатково вносяться коефіцієнти рівнянь поправок додаткових спостережень. Аналогічні доповнення вносяться у файл даних вільних членів рівнянь поправок і вагових коефіцієнтів.

Таким чином, одержують нову систему лінійних рівнянь поправок

$$\begin{matrix} A_2 & \times & X_2 & + & L_2 & = & 0 \\ n+t \times k & & k \times 1 & & & & \end{matrix} \quad (1.8.16)$$

Надалі роблять рішення системи (1.8.16) по раніше розробленому алгоритмі (80, 81, 82).



При необхідності роблять додаткові спостереження і вирішують систему.

$$A_3 X_3 + L_3 = 0 \quad (1.8.17)$$

і т.д.

У випадку повторних спостережень на якому-небудь пункті, наприклад, при необхідності підвищити точність спостережень, необхідні зміни вносяться на відповідні місця строчки й стовпця відповідного файла даних.

За даним алгоритмом виконують, таким чином, і апріорну оцінку точності на стадії проектування геодезичних мереж несучільних спостережень.

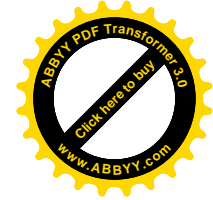
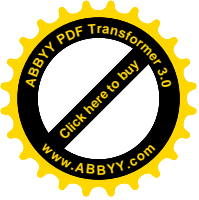
При цьому координати пунктів (у метрах) визначають за схемою проектуємої мережі на карті крупного масштабу, за якими вираховують коефіцієнти рівнянь поправок вагових функцій.

Задаючись величиною похибки одиниці ваги для даного розряду або класу тріангуляції, можна генерувати похибки вимірів за розробленою автором програмою, та визначити вільні члени, розрахувати точність елементів мережі.

Так вільні члени у рівняннях поправок не потрібно знати для розрахунку обернених ваг вагових функцій, генерувати похибки вимірів не обов'язково.

При обстеженні мережі змінюють ваги і вільні члени, виконують зрівнювання і виконують оцінку точності зрівняних елементів.

Розглянутий алгоритм проектування, зрівнювання та обстеження геодезичних мереж суцільних і несучільних спостережень реалізований в розробленій автором програмі (82).



Висновки

1. Запропонована ідея створення планових опорних геодезичних мереж побудовою рядів геодезичних чотирикутників з виміром горизонтальних кутів з пунктів, які фіксують суміжні сторони парних геодезичних чотирикутників.

Передбачаються згущення мереж GPS запропонованим методом парних ланок засічок (МПЛЗ).

2. Розроблена теорія передачі дирекційних кутів і сторін в рядах ПЛЗ.

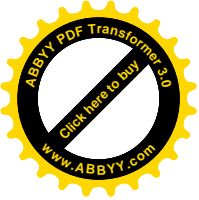
Одержані диференціальні формули передачі дирекційних кутів і зв'язуючих сторін в рядах ПЛЗ.

Розроблені умовні рівняння дирекційних кутів, сторін і координат.

3. Складені програми, які дають можливість на протязі декількох хвилин визначити коефіцієнти умовних рівнянь і обернені ваги функцій вимірюваних величин для попередньої оцінки точності і визначення допустимих значень вільних членів умовних рівнянь.
4. Приведені формули оцінки точності передачі дирекційних кутів в рядах ПЛЗ.

Отримані формули оцінки точності передачі сторін в рядах ПЛЗ

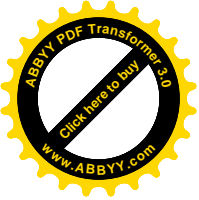
5. Побудований необхідний математичний апарат для обробки мереж згущення методом парних ланок засічок (МПЛЗ).
6. Запропонована концепція створення геодезичних мереж несучільних спостережень при мінімумі спостережень, необхідних для розрахунку координат пунктів, контролю і виконання процедури зрівнювання.
7. Розроблена класифікація технологій створення опорних мереж на основі запропонованої концепції.
8. Розглянуті методичні аспекти проектування, зрівнювання та обстеження геодезичних мереж несучільних спостережень.



9. Розроблений алгоритм зрівнювання мереж несучільних спостережень дає не тільки суцільну оцінку точності координат визначуваних пунктів, але й точно вказує які пункти або напрямки необхідно доспостерігати або переспостерігати для поліпшення їх точності або точності пунктів суміжних з ними.

При цьому відпадає необхідність спостережень на цілому ряді пунктів, точність яких задовольняє заданим вимогам.

За розробленою автором програмою формуються файли даних на зовнішніх носіях. При цьому передбачено внесення необхідних виправлень у файли даних без нового набору матриць коефіцієнтів рівнянь поправок, матриць коефіцієнтів вагових функцій, діагональної матриці вагових коефіцієнтів і вектора вільних членів.



РОЗДІЛ II. Побудова і дослідження експериментальної мережі. Польовий контроль

2.1 Побудова моделі дослідження

На плані крупного масштабу запроєктований ряд геодезичних чотирикутників. Координати пунктів визначені графічно. По координатам рішення обернені геодезичні задачі і одержані горизонтальні кути, які прийнято за істинні значення кутів моделі. За даними кутами вираховані координати пунктів, які прийнято за істинні.

В дальшому кути моделі спотворювались істинними похибками в діапазонах 2", 4" і 5". По спотвореним кутам проводилось строге зрівноваження з оцінкою точності результатів і порівнювались результати з істинними значеннями координат. Крім цього, порівнювались результати зрівноваження мереж суцільних і несучільних спостережень. Дані дослідження проведено на семи моделях.

Випадкові числа генерувались на персональному комп'ютері по слідуючій програмі на мові BASIC.

Програма №1. Генератор випадкових чисел

```
10 PRINT "Генератор випадкових чисел в діапазоні від -M до +M"  
20 INPUT "Введіть С.К.П. вимірів і їх число"; M; N  
30 DIM Z(N)  
40 X=-M; Y=+M; PRINT "M="; M; PRINT "N="; N;  
50 FOR I=1 TO N  
60 Z(I) = ((Y-X)* RND(I)+X)  
70 PRINT USING "Z(##.)=###.##"; I; Z(I);  
80 NEXT I  
90 END
```

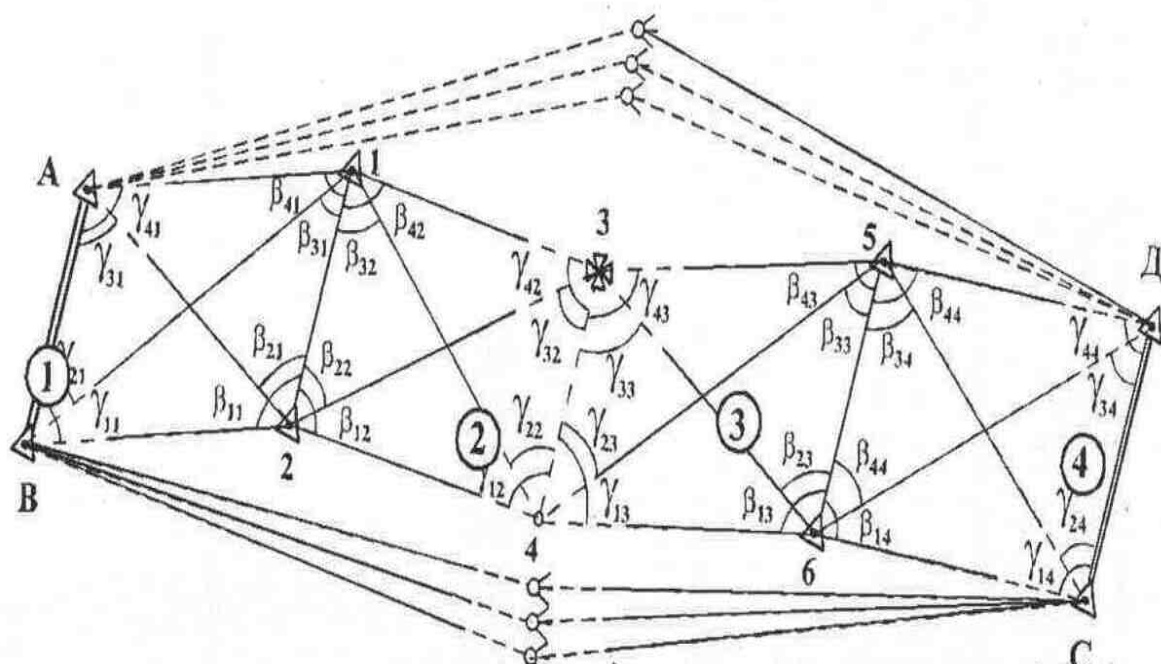


Рис. 2.1. Експериментальний ряд, який розвивається методом парних ланок засічок (МПЛЗ).

Координати вихідних пунктів А, В, С, Д отримані по системі GPS. β_i – вимірювані кути;

γ_i – вимірювані кути;

Крім цього, генерувались псевдовипадкові числа, розподілені за нормальним законом [1, - с. 251].

$$P(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}} \tag{2.1.1}$$

Значення Δ_{2i-1} , Δ_{2i} генеруються із ζ_i ($i=1,2,3,\dots$) за

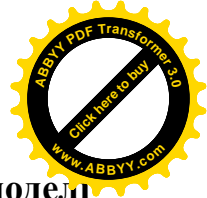
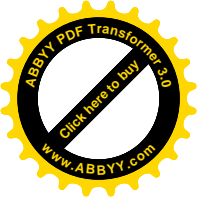
$$\Delta_{2i-1} = (-2\text{Ln}\zeta_i)^{1/2} \cos(e^9 \zeta_i), \tag{2.1.2}$$

$$\Delta_{2i} = (-2\text{Ln}\zeta_i)^{1/2} \sin(e^9 \zeta_i), \tag{2.1.3}$$

Значення ζ_i виробляються за допомогою лінійного конгруентного методу

$$\zeta_i + 1 = F(11\zeta_i + \pi), \tag{2.1.4}$$

де $F(z)$ – дробна частина від z .

**Таблиця 2.1. Псевдовипадкові числа для дослідження спотвореної моделі**

	01	02	03	04	05	06	07	08	09
00	-0,58	+1,19	-0,61	0,23	+0,20	+1,19	+0,89	+0,64	-0,75
10	-1,09	-1,59	+0,11	+0,09	-0,91	-1,61	-1,67	+0,30	-0,65
20	+0,35	+0,30	-1,53	+0,93	-0,23	+0,19	-0,12	-0,54	-0,19

Істинні значення напрямків спотворювались істиною похибкою у 2", яка генерувалась по нормальному закону. Середня квадратична похибка вимірних кутів становила $2'' \sqrt{2} = 2,8''$.

Таблиця 2.2. Побудова моделі №1 дослідження ряду ПЛЗ

Кути	Істинне значення	Δ''	Значення спотвореної модулі	Кути	Істинне значення	Δ''	Значення спотвореної модулі
β_{11}	100°00'08.54	-0,54	100°00'08.00"	β_{13}	108°02'15.00"	-1,00	100°00'08.54"
β_{21}	48°58'15.10	-0,60	48°58'14.50	β_{23}	59°03'02.17	+0,43	48°58'15.10
β_{31}	41°29'35.71	+0,39	41°29'36.10	β_{33}	38°28'03.05	-3,05	100°00'08.54
β_{41}	81°25'14.21	-0,11	81°25'14.10	β_{43}	77°48'09.25	-1,25	100°00'08.54
β_{12}	95°32'16.32	-2,52	95°32'13.80	β_{14}	92°27'12.19	+2,51	100°00'08.54
β_{22}	45°30'07.82	+2,28	45°30'10.10	β_{24}	53°31'07.21	+2,59	100°00'08.54
β_{32}	41°58'07.14	-0,94	41°58'06.20	β_{34}	49°32'18.09	-0,39	100°00'08.54
β_{42}	76°32'15.07	-1,17	76°32'13.90	β_{44}	85°27'17.05	+2,15	100°00'08.54

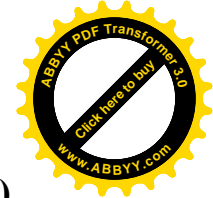
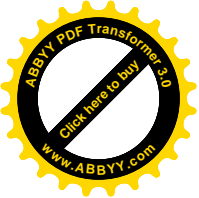
$$\Sigma VV = 44,45$$

При переході від напрямків до кутів із врахуванням кутів тільки на пунктах 1, 2, 5, 6 одержана середня квадратична похибка кута модулі

$$m_{\beta} = \sqrt{\frac{[\Delta\Delta]}{r}} = \sqrt{\frac{44,45}{4}} = 3,33''$$

Таблиця 2.3. Істинні похибки при $m_{\beta}=0,7''$ (триангуляція 1 класу)

	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10
00	+0,30	+0,26	-0,03	+0,70	+0,21	-0,51	-0,18	+0,12	-0,51	+0,61
10	+0,39	-0,27	-0,37	+0,55	+0,12	-0,05	+0,69	+0,46	-0,66	-0,18
20	+0,01	+0,07	-0,54	-0,19	+0,45	+0,52	-0,12	+0,30	-0,70	+0,14
30	-0,03	+0,37	-0,56	+0,06	+0,53	+0,45	-0,45	+0,04	-0,45	-0,43

**Таблиця 2.4. Істинні похибки при $m_{\beta}=1''$ (триангуляція 2 класу)**

	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10
00	+0,43	+0,37	-0,04	+1,00	+0,29	-0,74	-0,26	+0,17	-0,73	+0,87
10	-0,56	-0,38	-0,53	+0,79	+0,17	-0,08	-0,99	+0,65	-0,95	-0,25
20	+0,01	+0,10	+0,77	-0,28	+0,64	+0,75	-0,17	+0,42	-1,00	+0,20
30	-0,04	+0,53	-0,81	+0,09	+0,76	+0,65	-0,64	+0,06	-0,65	-0,60

Таблиця 2.5. Істинні похибки при $m_{\beta}=1,5''$ (триангуляція 3 класу)

	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10
00	+0,65	+0,55	-0,05	+1,50	+0,44	-1,10	-0,39	+0,26	-1,10	+1,30
10	-0,84	-0,57	-0,80	+1,19	+0,26	-0,11	-1,49	+0,98	-1,42	-0,38
20	+0,02	+0,15	-1,16	+0,42	+0,96	+1,12	-0,26	+0,63	-1,50	+0,30
30	-0,06	+0,80	+1,21	+0,43	+1,14	+0,97	-0,96	+0,08	-0,97	-0,91

Таблиця 2.6. Істинні похибки при $m_{\beta}=2''$ (триангуляція 4 класу)

	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10
00	+0,86	+0,73	-0,07	+2,00	+0,59	-1,47	-0,52	+0,35	-1,46	+1,74
10	-1,12	-0,76	-1,07	+1,58	+0,34	-0,15	-1,99	+1,30	-1,89	-0,50
20	+0,03	+0,20	-1,54	-0,55	+1,28	+1,49	-0,34	+0,84	-2,00	+0,40
30	-0,09	+1,07	-1,61	+0,18	+1,52	+1,29	-1,28	+0,11	-1,29	-1,22

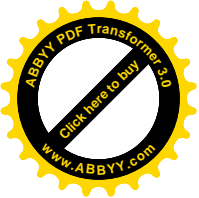
2.2 Польовий контроль при створенні планової геодезичної основи методом ПЛЗ

Принцип метода парних ланок полягає в побудові і закріпленні на місцевості рядів геодезичних чотирикутників, виміру горизонтальних кутів β і тільки з двох кутів парних чотирикутників.

Розрахунок невимірюваних кутів γ_i виконують за формулами

$$\gamma_{1i} = 180^\circ - \beta_{1i} + \omega_i, \quad (2.2.1)$$

$$\gamma_{2i} = \omega_i + \beta_{3i}, \quad (2.2.2)$$



$$\gamma_{2i} = \beta_{2i} - \omega_i, \quad (2.2.3)$$

$$\gamma_{4i} = 180^\circ - \omega_i - \beta_{4i}, \quad (2.2.4)$$

$$\operatorname{tg} \omega_i = \frac{(\operatorname{ctg} \beta_{1i} + \operatorname{ctg} \beta_{3i}) - (\operatorname{ctg} \beta_{2i} + \operatorname{ctg} \beta_{4i})}{\operatorname{ctg} \beta_{2i} \operatorname{ctg} \beta_{3i} - \operatorname{ctg} \beta_{1i} \operatorname{ctg} \beta_{4i}} \quad (2.2.5)$$

Передачу зв'язуючих сторін виконуються за формулами

$$S_n = S_{\text{вих}} \frac{t_1 \cdot t_2}{t'_1 \cdot t'_2}, \quad (2.2.6)$$

$$t_i = \sqrt{\left(\frac{1}{\operatorname{ctg} \beta_{2i} + \operatorname{ctg} \beta_{4i}} - \frac{1}{\operatorname{ctg} \beta_{1i} + \operatorname{ctg} \beta_{34i}} \right)^2 - \left(\frac{\operatorname{ctg} \beta_{2i}}{\operatorname{ctg} \beta_{2i} + \operatorname{ctg} \beta_{4i}} - \frac{\operatorname{ctg} \beta_{1i}}{\operatorname{ctg} \beta_{1i} + \operatorname{ctg} \beta_{34i}} \right)^2}, \quad (2.2.7)$$

де t'_i - коефіцієнти, які визначаються із рішення задачі Ганзена, тобто при визначенні сторони з кінцевих пунктів якої виконують спостереження напрямків;

t_i коефіцієнти для визначення сторони, з кінцевих пунктів в якої спостереження ведуться;

i – номер чотирикутника.

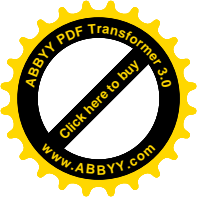
Так, наприклад,

$$S_{12} = S_{AB} \frac{1}{t'_1}, \quad (2.2.8)$$

$$S_{34} = S_{AB} \frac{t_1}{t'_1}, \quad (2.2.9)$$

$$S_{56} = S_{AB} \frac{t_1}{t'_1 \cdot t'_2}, \quad (2.2.10)$$

$$S_{CD} = S_{AB} \frac{t_1 \cdot t_2}{t'_1 \cdot t'_2}. \quad (2.2.11)$$



Розрахунок сторони S_{CD} і порівняння її з вихідною і буде першим польовим контролем, тобто

$$W_S = S_{CD} - S_{CD \text{ вих.}}, \quad (2.2.12)$$

Відносна похибка передачі сторони $f_{\text{відн}}$ і дасть інформацію про якість польових вимірів

$$f_{\text{відн}} = \frac{W_S}{S_{CD}}. \quad (2.2.13)$$

Після порівнюють одержану похибку з допустимою для даного класу або розряду триангуляції

$$f_{\text{відн}} \leq f_{\text{доп}} \quad (2.2.14)$$

Другим польовим контролем буде розрахунок дирекційного кута α_{CD} вихідної сторони

$$\alpha_{CD} = \alpha_{AB} + \omega_1 + \omega_2 + \omega_3 + \omega_4, \quad (2.2.15)$$

Вільний член умовного рівняння дирекційних кутів знаходять з виразу

$$W_\alpha = \alpha_{\text{кінц.вирах.}} - \alpha_{\text{кінц.вихід.}} \quad (2.2.16)$$

Приймаючи до уваги, що середня квадратична похибка передачі дирекційних кутів врівноваженого ряду, прокладено між двома вихідними сторонами з відомими дирекційними кутами, розраховується за формулою

$$m_\alpha = 1,58m_\beta \sqrt{n}, \quad (2.2.17)$$

допустиме значення вільного члена умовного рівняння дирекційних кутів розраховується за формулою

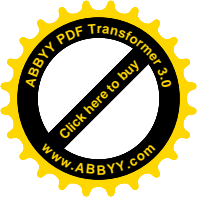
$$W_{\alpha \text{ доп.}} \leq 2,5 m_\alpha, \quad (2.2.18)$$

або

$$W_{\alpha \text{ доп.}} = 4\mu \sqrt{n} \quad (2.2.19)$$

де n – число чотирикутників в ряді;

μ - середня квадратична похибка одиниці ваги.



При цьому слід враховувати, що в формулах (2.2.18) і (2.2.19) не враховані похибки вихідних дирекційних кутів.

При середній квадратичній похибці вимірювання кутів в триангуляції 1 розряду рівній 5", допустиме значення вільного члена умовного рівняння дирекційних кутів

$$W_{\alpha} = 4 \times 5\sqrt{4} = 40''$$

при

$$W_{\alpha\text{факт}} = 21,08''$$

Таким чином, розроблена методика польового контролю дає можливість на останньому пункті спостереження на протязі декількох хвилин виконати надійний польовий контроль.

Безпідставні твердження в слабості польового контролю через відсутність умовних рівнянь фігур. В полігонометрії і трилатерації вони також відсутні, але дані методи є в арсеналі геодезії.

Особливо актуальним є розвиток даних мереж при спостереженні за деформаціями і зсувами, де необхідно поквартально або помісячно визначати координати пунктів.

По даній методиці в найкоротший час спостерігається мережа, на ряд пунктів якої доступ затруднений.

Наземні методи в найкоротший час незалежно від широкого примінення методу космічної геодезії GPS.

Замітимо, що ми розглянули вище невільну мережу ПЛЗ, яка опирається на дві вихідні сторони.

Аналогічні контролі будуть і у вільній мережі, представлений на рис.2.2.

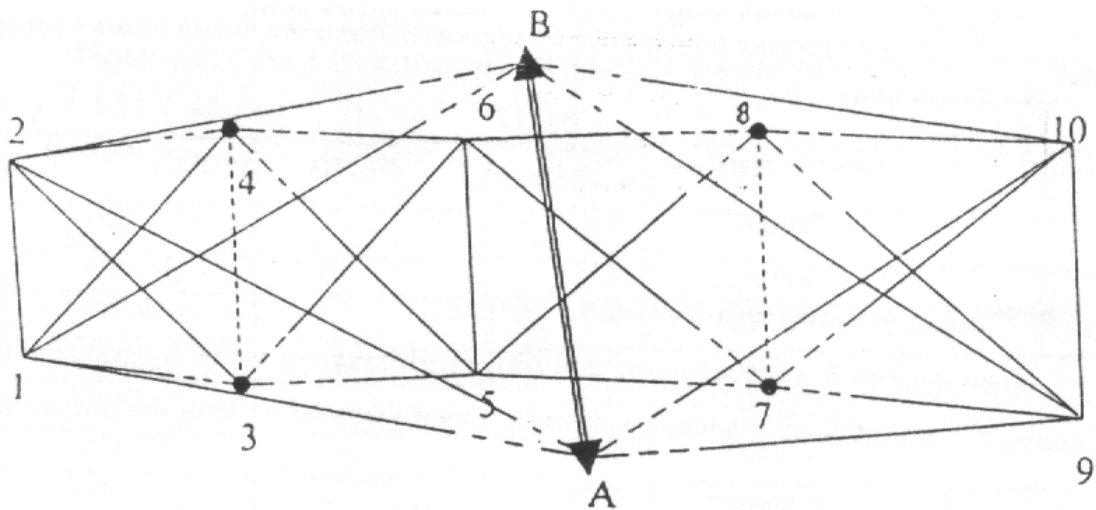
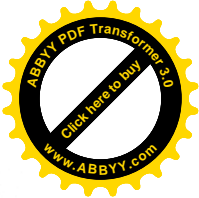
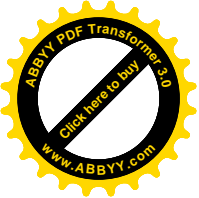


Рис. 2.2. Вільний ряд, розвиваємий ПЛЗ.

На рис.2.2. Приведена принципова схема вільного ряду ПЛЗ, який опирається на вихідні пункти А і В. польовим контролем в даному випадку, також, буде визначення вільних членів базисного і умовного рівняння дирекційних кутів.

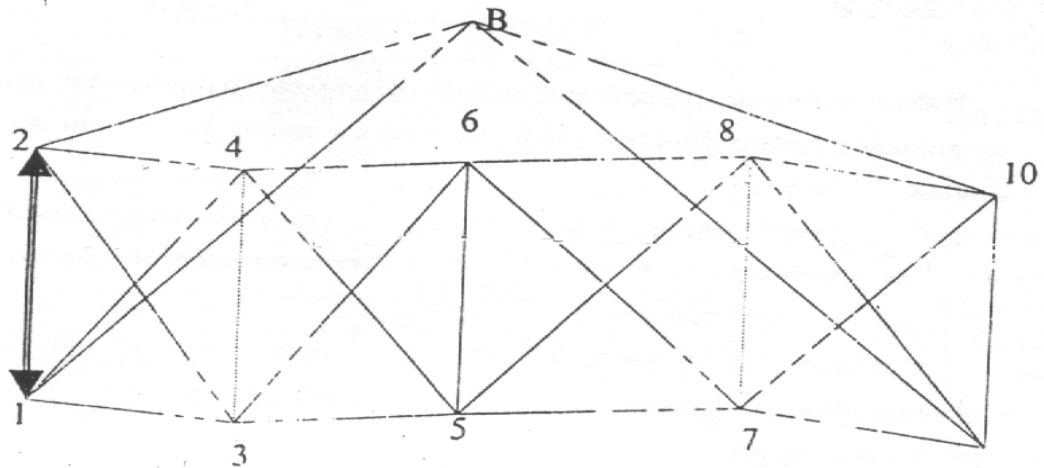
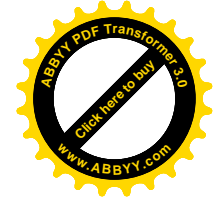
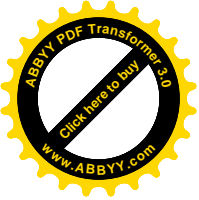


Рис. 2.3. Вільний ряд, розвиває МПЛЗ. Пункти 1 і 2 вихідні.

Польовий контроль у вільному ряду, приведену на рис.3 виконується розрахунком координат довільного пункту В добре видимого зі сторони 1-2 і 9-10.

При відомих координатах чотирьох пунктів А, В, С і Д автором розроблена програма, яка дає можливість виконати польовий контроль розрахунком координат пунктів.

В основу програми покладений алгоритм рішення задачі Ганзена і пря-



мих кутових засічок по формулам Гаусса.

Абсциси пунктів розраховуються за формулами:

$$X_i = \frac{X_{лів} \operatorname{tg} \alpha_{лів} - X_{пр} \operatorname{tg} \alpha_{пр} - Y_{лів} + Y_{пр}}{\operatorname{tg} \alpha_{лів} - \operatorname{tg} \alpha_{пр}}, \quad (2.2.20)$$

ординати пунктів

$$Y_i = Y_{пр} + (X_i - X_{пр}) \operatorname{tg} \alpha_{пр}, \quad (2.2.21)$$

де X_i , Y_i – абсциса і ордината визначаємого пункту;

$X_{л}$, $Y_{л}$ – абсциса і ордината лівого пункту базисної сторони;

$X_{п}$, $Y_{п}$ – абсциса і ордината правого пункту базисної сторони;

$\alpha_{лів}$, $\alpha_{пр}$ – дирекційні кути з лівого і правого базисного пункту на визначаємий.

Вихідними даними є виміряні кути β_i в даному геодезичному чотирикутнику і відомі координати двох пунктів.

Із рішення оберненої геодезичної задачі визначається румб вихідної сторони, наприклад:

$$\operatorname{tg} Y_{AB} = \frac{Y_A - Y_B}{X_A - X_B}, \quad (2.2.22)$$

де Y_A , X_A – ордината і абсциса лівого пункту базису;

Y_B , X_B – ордината і абсциса правого пункту базису;

Розраховується кут ω між стороною вихідного базису і стороною, утвореною визначаємыми пунктами по формулі (2.2.25).

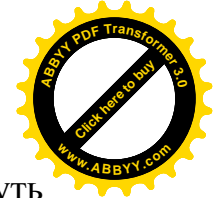
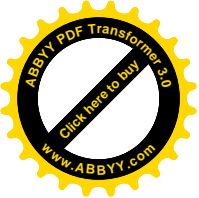
Дирекційний кут α_{21} сторони S_{12} знаходять із виразу:

$$\alpha_{21} = \alpha_{AB} + \omega_1, \quad (2.2.23)$$

а для визначення координат пункту 2, одержимо

$$\alpha_{2\text{ лів}} = \alpha_{21} - \beta_{21}, \quad (2.2.24)$$

$$\alpha_{2\text{ пр}} = \alpha_{21} - \beta_{11}, \quad (2.2.25)$$



При визначенні ж координат пункту 1 дирекційні кути засічки будуть

$$\alpha_{1 \text{ лів}} = \alpha_{12} + \beta_{41}, \quad (2.2.26)$$

$$\alpha_{1 \text{ пр}} = \alpha_{12} - \beta_{31}, \quad (2.2.27)$$

Для визначення координат пункту 4 маємо:

$$\alpha_{4 \text{ лів}} = \alpha_{12} - \beta_{32}, \quad (2.2.28)$$

$$\alpha_{4 \text{ пр}} = \alpha_{21} + \beta_{42}, \quad (2.2.29)$$

При визначенні ж координат пункту 3 будемо мати:

$$\alpha_{3 \text{ лів}} = \alpha_{12} - \beta_{42}, \quad (2.2.30)$$

$$\alpha_{3 \text{ пр}} = \alpha_{21} + \beta_{32}, \quad (2.2.31)$$

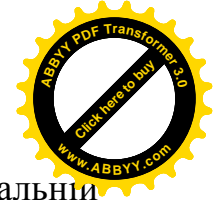
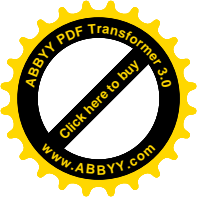
Приймаючи до уваги, що $\text{tg}(180^\circ \pm \alpha) = \pm \text{tg} \alpha$ і $\text{tg}(360^\circ - \alpha) = -\text{tg} \alpha$, при розрахунку координат по формулам Гауса перехід від румбів до дирекційних кутів не виконувався.

Крім розрахунку координат пунктів по цій програмі при необхідності визначають прирости координат між визначаємими пунктами і румб напрямку, що дає можливість зразу визначити довжину сторони і її дирекційний кут. А це і буде польовим контролем при розвитку ряду між відомими сторонами, дирекційні кути яких також відомі. При наявності ж відомих координат кінцевих пунктів, зразу визначають вільні члени координатних умовних рівнянь. В даному випадку виконують зустрічне вираховування координат.

Імовірнішим значенням координат пунктів 3 і 4 при спрощеному врівноваженні буде середнє арифметичне із двох значень. Одержана нев'язка від цього середнього розподіляється пропорційно по пунктам зовнішніх сторін по кожному від середини.

Нижче приводиться блок-схема програми, яка показує структуру і принцип дії при розрахунку координат пунктів в рядах ПЛЗ.

Оскільки програмований мікрокалькулятор Електроніка МК 52 має довгострокову пам'ять, то один раз набравши дану програму можна її багатокра-



тно використовувати як польових умовах, так і при подальшій камеральній обробці.

2.3 Зрівноваження ряду ПЛЗ спрощеним способом

Приймаючи до уваги, що координати пунктів 1, 2, 5 і 6 неможливо визначити через вимірні кути β_i , розрахуємо їх координати через невимірні кути γ_i по формулам Юнга. Для цього автором розроблена програма .

Вільні члени координатних умовних рівнянь будуть:

$$\begin{aligned}W_{X4} &= 558,062 - 557,797 = +0,265 \\W_{Y4} &= 11290,142 - 11290,636 = -0,494 \\W_{X3} &= 4933,514 - 4933,116 = +0,398 \\W_{Y3} &= 10876,986 - 10877,041 = -0,055\end{aligned}$$

Приймаючи кути γ_i за вимірні величини проведемо зрівноваження корелатним способом. Хоч в даному випадку це і буде порушенням строгості зрівноваження, але для багатьох цілей даного способу цілком достатньо для обробки рядів ПЛЗ. Даний спосіб зрівноваження цілком достатній і для наукових досліджень вважав професор В.Д.Большаков.

На основі даних результатів із врахуванням розрахунку коефіцієнтів умовного рівняння дирекційних кутів через кути β_i для чотирикутників 1234 і 3456 одержимо умовне рівняння дирекційних кутів.

$$\begin{aligned}-1,032(\gamma_{11})+2,437(\gamma_{21})-1,644(\gamma_{31})+1,022(\gamma_{41})-0,836(\beta_{12})+1,352(\beta_{22})- \\-2,291(\beta_{32})+0,900(\beta_{42})-1,581(\gamma_{14})+2,757(\gamma_{24})-2,414(\gamma_{34})+1,589(\gamma_{44})- \\-1,354(\beta_{13})+1,904(\beta_{23})-2,808(\beta_{33})+1,301(\beta_{43})+20,59'' = 0.\end{aligned}\quad (2.3.1)$$

де

$$(\omega_1) = -1,032(\gamma_{11})+2,437(\gamma_{21})-1,644(\gamma_{31})+1,022(\gamma_{41}), \quad (2.3.2)$$

$$(\omega_2) = -0,836(\beta_{12})+1,352(\beta_{22})-2,291(\beta_{32})+0,900(\beta_{42}), \quad (2.3.3)$$

$$(\omega_3) = -1,581(\gamma_{14})+2,757(\gamma_{24})-2,414(\gamma_{34})+1,589(\gamma_{44}), \quad (2.3.4)$$

$$(\omega_4) = -1,354(\beta_{13})+1,904(\beta_{23})-2,808(\beta_{33})+1,301(\beta_{43}), \quad (2.3.5)$$

Приведемо результати розрахунку коефіцієнтів умовного рівняння сторін через кути γ_i .

На основі виконаних розрахунків умовне рівняння сторін буде:

$$\begin{aligned} & \frac{S_{12}}{2pt_1} [+ 1,664(\gamma_{11}) + 0,618(\gamma_{12}) - 0,537(\gamma_{31}) + 2,140(\gamma_{41})] + \\ & + \frac{S_{34}}{2pt_2} [+ 2,288(\beta_{12}) - 1,006(\beta_{22}) + 1,104(\beta_{32}) + 1,015(\beta_{42})] - \\ & - \frac{S_{56}}{2pt_4} [+ 2,558(\gamma_{14}) + 0,480(\gamma_{24}) - 0,226(\gamma_{34}) + 2,966(\gamma_{44})] - \\ & - \frac{S_{34}}{2pt_3} [+ 3,076(\beta_{13}) - 0,328(\beta_{23}) + 1,182(\beta_{33}) + 2,529(\beta_{43})] + 88 \text{ мм} = 0 \end{aligned} \quad (2.3.6)$$

або

$$\begin{aligned} & 12,101[+ 1,664(\gamma_{11}) + 0,681(\gamma_{21}) - 0,573(\gamma_{31}) + 2,140(\gamma_{41})] + \\ & + 11,643[+ 2,288(\beta_{12}) - 1,006(\beta_{22}) + 1,104(\beta_{32}) + 1,015(\beta_{42})] - \\ & - 9,301[+ 2,558(\gamma_{14}) + 0,480(\gamma_{24}) - 0,226(\gamma_{34}) + 2,966(\gamma_{44})] - \\ & - 9,730[+ 3,076(\beta_{13}) - 0,328(\beta_{23}) + 1,182(\beta_{33}) + 2,529(\beta_{43})] + 88 = 0, \end{aligned} \quad (2.3.7)$$

і в кінцевому вигляді

$$\begin{aligned} & + 20,137(\gamma_{11}) + 8,241(\gamma_{21}) - 6,489(\gamma_{31}) + 25,897(\gamma_{41}) + \\ & + 26,640(\beta_{12}) - 11,713(\beta_{22}) + 12,854(\beta_{32}) + 11,818(\beta_{42}) - \\ & - 23,792(\gamma_{14}) - 4,464(\gamma_{24}) + 2,12(\gamma_{34}) - 27,587(\gamma_{44}) - \\ & - 29,929(\beta_{13}) + 3,191(\beta_{23}) - 11,500(\beta_{33}) - 24,606(\beta_{43}) + 88 = 0, \end{aligned} \quad (2.3.8)$$

Всі результати обчислень зведемо в таблицю коефіцієнтів умовних рівнянь.

Систему умовних рівнянь і вагової функції, які приведені в таблиці нижче, запишемо в матричній формі

$$AV + W = 0, \quad (2.3.9)$$

де A – прямокутна матриця коефіцієнтів умовних рівнянь і вагової функції;

V – вектор-стовпець поправок виміряних з вагами p кутів або напрямків;

W – вектор-стовпець вільних членів умовних рівнянь.

Від рівнянь поправок перейдемо до системи нормальних рівнянь корелат:

$$ACA^T K + W = 0, \quad (2.3.10)$$

де C – діагональна матриця обернених ваг $q = \frac{1}{p}$ виміряних напрямків;

A^T – транспонована по відношенню до A матриця коефіцієнтів умовних рівнянь;

K – вектор-стовпець корелат нормальних рівнянь.

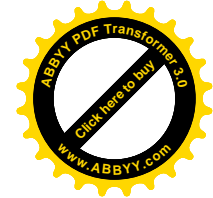
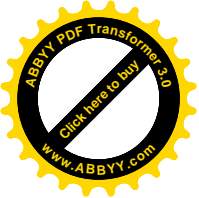
Систему нормальних рівнянь запишемо у вигляді:

$$NK + W = 0, \quad (2.3.11)$$

де N – квадратна матриця коефіцієнтів нормальних рівнянь:

$$N = ACA^T = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{23} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{24} & a_{43} & a_{44} \end{bmatrix}, \quad (2.3.12)$$

$$K = \begin{bmatrix} k_1 \\ k_2 \\ k_3 \\ k_4 \end{bmatrix}, \quad (2.3.13)$$



$$W = \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ w_3 \\ w_4 \end{bmatrix}, \quad (2.3.14)$$

При рівноточних вимірах напрямків $S=E$, де E -одинична матриця, і тому:

$$N=AA^T, \quad (2.3.15)$$

Помноживши рівняння (2.3.11) зліва на матрицю $N^{-1}=Q$, одержимо вектор K шуканих корелат

$$K=-QW, \quad (2.3.16)$$

де Q – матриця ваг коефіцієнтів, обернена до матриці N коефіцієнтів нормальних рівнянь

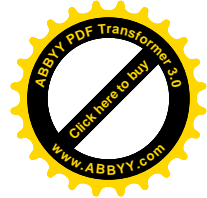
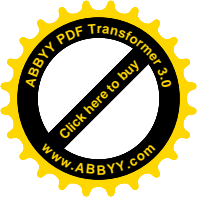
$$Q = N^{-1} = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & Q_{13} & Q_{14} \\ Q_{21} & Q_{22} & Q_{23} & Q_{24} \\ Q_{31} & Q_{23} & Q_{33} & Q_{34} \\ Q_{41} & Q_{24} & Q_{43} & Q_{44} \end{bmatrix}, \quad (2.3.17)$$

Вектор поправок виміряних напрямків:

$$V=CA^TK, \quad (2.3.18)$$

Або, при рівно точно виміряних напрямках:

$$V=A^TK, \quad (2.3.19)$$



**Таблиця 2.7. Коефіцієнти умовних рівнянь,
поправки і зрівноважені кути**

Назва попра- вки	(α)	(S)	(S)	(X ₄)	(Y ₄)	V''	Виміряні кути	Зрівноважені кути
(γ ₁₁)	-1,032	+1,664	+20,137	-3,424	+46,830	+0,29	76°12'42,70"	76°12'42,99"
(γ ₂₁)	+2,437	+0,681	+8,241	-56,768	-2,056	+0,75	37°42'26,72"	37°42'27,47"
(γ ₃₁)	-1,644	-0,537	-6,498	+41,792	+39,177	+0,08	52°45'23,86"	52°45'23,94"
(γ ₄₁)	+1,022	+2,140	+25,897	-28,086	+21,826	0	102°21'55,30"	102°21'55,30"
(β ₁₂)	-0,836	+2,288	+26,640	-27,304	+20,461	+0,17	95°32'13,80"	95°32'13,97"
(β ₂₂)	+1,352	-1,006	-11,713	0	0	0,25	45°30'10,10"	45°30'10,35"
(β ₃₂)	-2,291	+1,104	+12,854	-9,392	+49,908	+0,90	41°58'06,20"	41°58'07,10"
(β ₄₂)	+0,900	+1,015	+11,818	0	0	-0,53	76°32'13,90"	76°32'13,37"
(γ ₁₄)	-1,581	+2,558	-23,792	-5,369	+65,694	+2,29	86°44'45,06"	86°44'47,35"
(γ ₂₄)	+2,757	+0,480	-4,404	+59,580	-11,374	-1,83	48°44'17,45"	48°44'15,62"
(γ ₃₄)	-2,414	-0,226	+2,102	-55,874	+58,665	+2,59	54°19'10,04"	54°19'12,63"
(γ ₄₄)	+1,589	+2,966	-25,587	+41,467	+19,434	+0,10	95°20'41,06"	95°20'41,16"
(β ₁₃)	-1,354	+3,076	-29,929	+29,919	+26,153	+0,95	108°02'14,00"	108°02'14,95"
(β ₂₃)	+1,904	-0,328	+3,191	0	0	-0,35	59°03'02,60"	59°03'02,25"
(β ₃₃)	-2,808	+1,182	-11,500	+16,076	+58,576	+1,36	38°28'00,00"	38°28'01,36"
(β ₄₃)	+1,301	+2,529	-24,606	0	0	+0,71	77°48'08,00"	77°48'08,71"

Коефіцієнти нормальних рівнянь визначаються по розробленій автором програмі.

Таблиця 2.8. Коефіцієнти нормальних рівнянь.

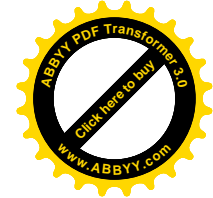
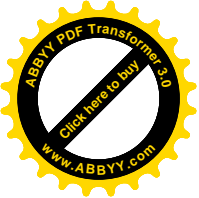
	a]	b]	c]	d]	-W
a]	52,8256	+2,8091	+99,9928	-672,7341	-20,59"
b]		5333,1461	-4863,7278	-958,0606	-88мм
c]			16177,046	-1824,9669	-265мм
d]				19497,407	+494мм

Розрахунок поправок в кути виконується по розробленій автором програмі, яка реалізує формулу:

$$V_i = K_1(a_i) + K_2(b_i) + K_3(c_i) + K_4(d_i). \quad (2.3.20)$$

Таблиця № 2.9. Порівняльна таблиця зрівноважених і істинних координат.

№ пунктів	X зрівн.	X іст.	Δ	У зрівн.	У іст.	Δ
1	6221,585	6221,548	+0,037	7046,028	7046,007	+0,021
2	1437,480	1437,462	+0,018	6617,259	6617,735	+0,024
3	4933,477	4933,491	-0,014	10877,029	10876,947	+0,082
4	558,014	557,932	+0,082	11290,211	11290,212	-0,001
5	5765,030	5765,233	-0,203	15841,513	15841,507	+0,006
6	1755,585	1755,716	-0,131	15653,225	15653,358	-0,133
4'	558,002			11290,204		
3'	4933,467			10877,016		



Остаточні значення вільних членів:

$$W_{X'4} = +12\text{мм}; W_{X'3} = +10\text{мм}; W_{Y'4} = +7\text{мм}; W_{Y'3} = +13\text{мм}; W_{S'4} = -3\text{мм};$$

Приймаючи граничні значення в два рази більші за середні квадратичні похибки, можемо сказати, що при вимірах кутів з точністю 3" одержують координати з точністю +10см.

Остаточні значення вільних членів визвані похибками округлення, вони не перевищують 1 см і ними можна нехтувати.

Цікаво прослідкувати розходження попередніх і істинних координат пунктів.

Таблиця 2.10. Порівняльна таблиця незрівноважених істинних координат.

№ пунктів	X незрівн.	X іст.	Δ	У незрівн.	У іст.	Δ
1	6221,582	6221,548	+0,034	7045,984	7046,007	-0,023
2	1437,486	1437,462	+0,024	6617,249	6617,235	-0,014
3	4933,514	4933,491	+0,023	10876,986	10876,947	+0,039
4	558,062	557,932	+0,130	11290,142	11290,212	-0,070
5	5765,040	5765,233	-0,193	15841,420	15841,507	-0,087
6	1755,623	1755,716	-0,093	15653,419	15653,358	+0,061
4'	557,797	557,932	-0,135	11290,636	11290,212	+0,424
3'	4933,116	4933,491	-0,375	10877,041	10876,947	+0,094

Вільні члени координатних умовних рівнянь будуть:

$$W_{X'4} = +12\text{мм}, W_{X'3} = +10\text{мм}$$

$$W_{Y'4} = +7\text{мм}, W_{Y'3} = +13\text{мм}$$

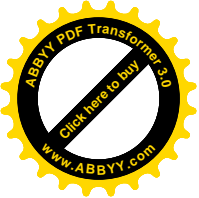
З порівняльних таблиць бачимо, що найбільші розходження зрівноважених координат складають:

$$\Delta_{X5} = -0,203 \quad \text{і} \quad \Delta_{Y6} = -0,133$$

а незрівноважених координат:

$$\Delta_{X'3} = -0,375 \quad \text{і} \quad \Delta_{Y4} = +0,424$$

таким чином, зрівноваження майже у два рази зменшило розходження координат пунктів з їх істинним значеннями.



Середня квадратична похибка одиниці ваги μ по результатам зрівноваження складала:

$$\mu = \sqrt{\frac{v^2}{\mu}} = 2,26''$$

Середня квадратична похибка середньої квадратичної похибки одиниці ваги буде:

$$m_{\mu} = \frac{\mu}{\sqrt{2v}} = 0,80''$$

Таким чином, середня квадратична похибка моделювання кутів складає 3,32". Всі напрямки на кожному пункті моделювались з середньою квадратичною похибкою в 2". При переході до кутів із врахуванням кутів тільки на пунктах 1, 2, 5, 6 точність визначення координат пунктів становить 10см.

2.4 Зрівноваження ряду по виміряним кутам β і допоміжним кутам ω

Розглянемо спосіб зрівноваження з виявленням істинних похибок зрівноважених величин.

Візьмемо повний диференціал із формул:

$$\gamma_{1i} = 180^{\circ} - \beta_{1i} + \omega_i \quad (2.4.1)$$

$$\gamma_{2i} = \omega_i + \beta_{3i} \quad (2.4.2)$$

$$\gamma_{3i} = \beta_{2i} - \omega_i \quad (2.4.3)$$

$$\gamma_{4i} = 180^{\circ} - \omega_i - \beta_{4i} \quad (2.4.4)$$

і перейшовши до поправок, одержимо

$$(\gamma_{1i}) = (\omega_i) - (\beta_{1i}) \quad (2.4.5)$$

$$(\gamma_{2i}) = (\omega_i) + (\beta_{3i}) \quad (2.4.6)$$

$$(\gamma_{3i}) = (\omega_i) - (\beta_{2i}) \quad (2.4.7)$$

$$(\gamma_{4i}) = -(\omega_i) - (\beta_{4i}) \quad (2.4.8)$$

Підставляючи далі значення формули поправок (1.7.21) – (1.7.24) у (1.7.37) – (1.7.40), отримаємо:

$$(x_1) = \frac{(x_1 - x_B)(1 + \text{ctg}^2 \gamma_{41})}{p(\text{ctg} \gamma_{41} + \text{ctg} \gamma_{21})} [-(w_1) - (\beta_{41})] + \frac{(x_1 - x_A)(1 + \text{ctg}^2 \gamma_{21})}{p(\text{ctg} \gamma_{41} + \text{ctg} \gamma_{21})} [(w_1) + (\beta_{31})], \quad (2.4.9)$$

$$(y_1) = \frac{(y_1 - y_B)(1 + \text{ctg}^2 \gamma_{41})}{p(\text{ctg} \gamma_{41} + \text{ctg} \gamma_{21})} [-(w_1) - (\beta_{41})] + \frac{(y_1 - y_A)(1 + \text{ctg}^2 \gamma_{21})}{p(\text{ctg} \gamma_{41} + \text{ctg} \gamma_{21})} [(w_1) + (\beta_{31})], \quad (2.4.10)$$

$$(x_2) = \frac{(x_2 - x_B)(1 + \text{ctg}^2 \gamma_{31})}{p(\text{ctg} \gamma_{31} + \text{ctg} \gamma_{11})} [-(w_1) + (\beta_{21})] + \frac{(x_2 - x_A)(1 + \text{ctg}^2 \gamma_{11})}{p(\text{ctg} \gamma_{31} + \text{ctg} \gamma_{11})} [(w_1) - (\beta_{11})], \quad (2.4.11)$$

$$(y_2) = \frac{(y_2 - y_B)(1 + \text{ctg}^2 \gamma_{31})}{p(\text{ctg} \gamma_{31} + \text{ctg} \gamma_{11})} [-(w_1) - (\beta_{21})] + \frac{(y_2 - y_A)(1 + \text{ctg}^2 \gamma_{11})}{p(\text{ctg} \gamma_{31} + \text{ctg} \gamma_{11})} [(w_1) + (\beta_{11})], \quad (2.4.12)$$

$$(x_5) = \frac{(x_5 - x_D)(1 + \text{ctg}^2 \gamma_{24})}{p(\text{ctg} \gamma_{24} + \text{ctg} \gamma_{44})} [(w_4) + (\beta_{34})] + \frac{(x_5 - x_C)(1 + \text{ctg}^2 \gamma_{44})}{p(\text{ctg} \gamma_{24} + \text{ctg} \gamma_{44})} [-(w_4) - (\beta_{44})], \quad (2.4.13)$$

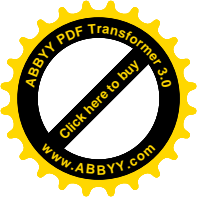
$$(y_5) = \frac{(y_5 - y_D)(1 + \text{ctg}^2 \gamma_{24})}{p(\text{ctg} \gamma_{24} + \text{ctg} \gamma_{44})} [(w_4) + (\beta_{34})] + \frac{(y_5 - y_C)(1 + \text{ctg}^2 \gamma_{44})}{p(\text{ctg} \gamma_{24} + \text{ctg} \gamma_{44})} [-(w_4) - (\beta_{44})], \quad (2.4.14)$$

$$(x_6) = \frac{(x_6 - x_D)(1 + \text{ctg}^2 \gamma_{14})}{p(\text{ctg} \gamma_{14} + \text{ctg} \gamma_{34})} [(w_4) + (\beta_{14})] + \frac{(x_6 - x_C)(1 + \text{ctg}^2 \gamma_{34})}{p(\text{ctg} \gamma_{14} + \text{ctg} \gamma_{34})} [-(w_4) - (\beta_{24})], \quad (2.4.15)$$

$$(y_6) = \frac{(y_6 - y_D)(1 + \text{ctg}^2 \gamma_{14})}{p(\text{ctg} \gamma_{14} + \text{ctg} \gamma_{34})} [(w_4) + (\beta_{14})] + \frac{(y_6 - y_C)(1 + \text{ctg}^2 \gamma_{34})}{p(\text{ctg} \gamma_{14} + \text{ctg} \gamma_{34})} [-(w_4) - (\beta_{24})], \quad (2.4.16)$$

Підставляючи значення (γ_i) в умовні рівняння координат, одержимо:

$$\begin{aligned} & -3,424[(w_1) - (\beta_{11})] - 56,768[(w_1) - (\beta_{31})] + 41,792[-(w_1) + (\beta_{21})] - \\ & -28,086[-(w_1) - (\beta_{41})] - 27,304(\beta_{12}) - 9,392(\beta_{32}) - 5,369[(w_4) - \\ & - (\beta_{14})] + 59,580[(w_2) + (\beta_{34})] - 55,874[-(w_4) + (\beta_{24})] + \\ & + 41,467[-(w_4) - (\beta_{44})] + 29,919(\beta_{13}) + 16,076(\beta_{33}) + 265 = 0, \quad (2.4.17) \\ & + 46,830[(w_1) - (\beta_{11})] - 2,056[(w_1) + (\beta_{31})] + 39,177[-(w_1) + (\beta_{21})] + \\ & + 21,826[-(w_1) - (\beta_{41})] + 20,461(\beta_{12}) + 49,908(\beta_{32}) + 26,153(\beta_{13}) + \\ & + 58,579(\beta_{33}) + 65,694[-(w_4) - (\beta_{14})] - 11,374 [(w_4) + (\beta_{34})] + \end{aligned}$$



$$+58,665[-(\omega_4) + (\beta_{24})] + 19,434[-(\omega_4) - (\beta_{44})] - 494 = 0, \quad (2.4.18)$$

Приймаючи до уваги, що:

$$(\omega_1) = -3,424 - 56,768 - 41,792 + 28,086 = -73,898, \quad (2.4.19)$$

$$(\omega'_1) = +46,830 - 2,056 - 39,177 - 21,862 = -16,229, \quad (2.4.20)$$

$$(\omega_4) = -5,369 + 59,580 + 55,874 - 41,467 = -73,898, \quad (2.4.21)$$

$$(\omega'_4) = +65,694 - 11,374 - 58,665 - 19,434 = -23,779, \quad (2.4.22)$$

і координатні умовні рівняння приймуть вигляд:

$$+3,424(\beta_{11}) + 41,792(\beta_{21}) - 56,768(\beta_{31}) + 28,086(\beta_{41}) - 73,898(\omega_1) - 27,304(\beta_{12}) - 9,392(\beta_{32}) + 29,919(\beta_{13}) + 16,076(\beta_{33}) + 5,369(\beta_{14}) - 55,874(\beta_{24}) + 59,580(\beta_{34}) - 41,467(\beta_{44}) + 68,618(\omega_4) + 65 = 0, \quad (2.4.23)$$

$$-46,830(\beta_{11}) + 39,177(\beta_{21}) - 2,056(\beta_{31}) - 21,826(\beta_{41}) - 16,229(\omega_1) + 20,461(\beta_{12}) + 49,908(\beta_{32}) + 26,153(\beta_{13}) + 58,576(\beta_{33}) - 65,694(\beta_{14}) + 58,665(\beta_{24}) - 11,374(\beta_{34}) - 19,434(\beta_{44}) - 23,779(\omega_4) - 494 = 0, \quad (2.4.24)$$

Таблиця 2.11. Коефіцієнти умовних рівнянь, поправки в кути і їх зрівноважені значення.

Назва попр.	(α)	(Si)	(x_4)	(y_4)	V	Виміряні кути	Зрівноважені кути
(β_{11})	-1,006	-31,491	+3,424	-46,830	-0,16	100°00'08,0	100°00'07,84
(β_{21})	+1,602	+8,503	+41,79	+39,177	-0,47	48°58'14,5	48°58'14,03
(β_{31})	-2,374	-14,104	-56,768	-2,056	+1,93	41°29'31,1	41°29'38,03
(β_{41})	+0,996	-18,328	+28,086	-21,826	-0,99	81°25'14,1	81°25'13,11
(ω_1)	0	0	-73,898	-16,229	+0,54	-3°47'09,37	-3°47'08,83
(β_{12})	-0,836	+26,639	-27,304	+20,461	+0,75	95°32'13,8	95°32'14,55
(β_{22})	+1,352	-11,713	0	0	-0,41	45°30'10,1	45°30'09,69
(β_{32})	-2,291	+12,854	-9,392	+49,908	+2,06	41°58'06,2	41°58'08,26
(β_{42})	+0,900	+11,818	0	0	-0,59	76°32'13,9	76°32'13,31
(β_{13})	-1,578	+25,751	+5,369	-65,694	-1,27	92°27'14,7	92°27'13,43
(β_{23})	+2,410	-4,193	-55,874	+58,665	+1,02	53°31'09,8	53°31'10,82
(β_{33})	-2,752	+2,911	+59,580	-11,374	+0,18	49°32'17,7	49°32'17,88
(β_{43})	+1,586	+21,181	-41,467	-19,434	-0,97	85°27'19,20	85°27'18,23

(ω_4)	0	0	+68,61	-23,779	-1,39	-0°48'00,25	-0°48'01,64
(β_{14})	-1,354	-29,929	+29,91	+26,153	+1,31	108°02'14,0	108°02'15,31
(β_{24})	+1,904	+3,191	0	0	-0,90	59°03'02,6	59°03'01,70
(β_{34})	-2,808	-11,501	+16,076	+58,576	+2,56	38°28'08,0	38°28'02,56
(β_{44})	+1,301	-24,607	0	0	-0,18	77°48'08	77°48'07,82

$$\sum VV = 25,24.$$

Таблиця 2.12. Коефіцієнти нормальних рівнянь

	a]	b]	c]	d]	-W
[a	52.2149	+25,3339	-187,98	+7.1972	-21,07
[b'		5532,0525	-1727,3223	-415,4195	-88
[c			26346,390	-2257,5139	-265
[d				20326.216	+494
Корелати	-0,4432285	-0,0160145	-0,0123190	+0,0227650	

d

c

b

a

Зрівноважені значення кутів γ розраховуються за формулами:

$$\gamma_{11} = 180^\circ - [\beta_{11} + (\beta_{11})] + \omega_1 + (\omega_1) = \gamma_{11\text{незр}} - (\beta_{11}) + (\omega_1), \quad (2.4.25)$$

$$\gamma_{21} = \omega_1 + (\omega_1) + \beta_{31} + (\beta_{31}) = \gamma_{21\text{незр}} + (\beta_{31}) + (\omega_1), \quad (2.4.26)$$

$$\gamma_{31} = \beta_{21} + (\beta_{21}) - [\omega_1 + (\omega_1)] = \gamma_{31\text{незр}} + (\beta_{21}) - (\omega_1), \quad (2.4.27)$$

$$\gamma_{41} = 180^\circ - [\omega_1 + (\omega_1)] - [\beta_{41} + (\beta_{41})] = \gamma_{41\text{незр}} - (\beta_{41}) - (\omega_1), \quad (2.4.28)$$

$$\gamma_{14} = 180^\circ - [\beta_{14} + (\beta_{14})] + \omega_4 + (\omega_4) = \gamma_{14\text{незр}} - (\beta_{14}) + (\omega_4), \quad (2.4.29)$$

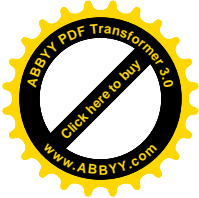
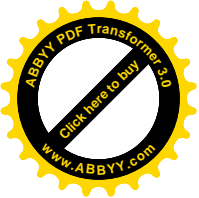
$$\gamma_{24} = \omega_4 + (\omega_4) + \beta_{34} + (\beta_{34}) = \gamma_{24\text{незр}} + (\beta_{34}) + (\omega_4), \quad (2.4.30)$$

$$\gamma_{34} = \beta_{24} + (\beta_{24}) - [\omega_4 + (\omega_4)] = \gamma_{34\text{незр}} + (\beta_{24}) - (\omega_4), \quad (2.4.31)$$

$$\gamma_{44} = 180^\circ - [\omega_4 + (\omega_4)] - [\beta_{44} + (\beta_{44})] = \gamma_{44\text{незр}} - (\beta_{44}) + (\omega_4), \quad (2.4.32)$$

Таким чином, так як в умовні рівняння сторін і дирекційних допоміжних кутів не входили допоміжні кути ω , то при розрахунку їх зрівноважених значень поправки в кути ω не враховуються.

При розрахунку ж зрівноважених координат необхідно до попередньо розрахованих кутів γ ввести поправки в кути ω і β по формулам (2.4.25) - (2.4.32).



$$\begin{aligned}\gamma_{11} &= 76^{\circ}12'36.72'' + 0.16'' + 0.54'' = 76^{\circ}12'43.40'', \\ \gamma_{21} &= 37^{\circ}42'22.5'' + 1.93'' + 0.54'' = 37^{\circ}42'29.19'', \\ \gamma_{31} &= 54^{\circ}45'29.54'' - 0.47'' - 0.54'' = 54^{\circ}45'22.85'', \\ \gamma_{41} &= 102^{\circ}21'02.4'' + 0.99'' - 0.54'' = 102^{\circ}21'55.75'', \\ \gamma_{14} &= 86^{\circ}44'48.77'' + 1.27'' - 1.39'' = 86^{\circ}44'44.94'', \\ \gamma_{24} &= 48^{\circ}44'20.08'' + 0.18'' - 1.39'' = 48^{\circ}44'16.24'', \\ \gamma_{34} &= 54^{\circ}19'08.62'' + 1.02'' + 1.39'' = 54^{\circ}19'12.45'', \\ \gamma_{44} &= 95^{\circ}20'39.59'' + 0.97'' + 1.39'' = 95^{\circ}20'43.42''.\end{aligned}$$

Це і будуть кінцевими значеннями невимірних кутів гамма, одержаних по результатам зрівноваження.

$$\alpha_{43} = \alpha_{BA} + \sum \omega_{1,2} = 8^{\circ}54'25.00'' - 14^{\circ}18'16.87'' = -5^{\circ}23'51.87''.$$

$$\alpha_{43} = \alpha_{CD} - \sum \omega_{3,4} = 1^{\circ}53'04.32'' - 7^{\circ}16'56.18'' = -5^{\circ}23'51.86''.$$

$$W_{\alpha} = -0^{\circ}00'00.01''.$$

Кути омега, визначені по зрівноваженим кутам бета задовольняють умови дирекційних кутів і сторін.

Так, після зрівноваження отримали:

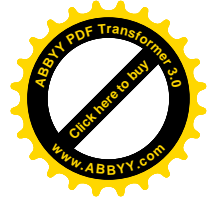
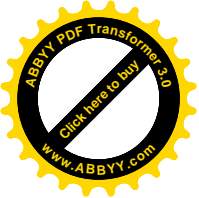
$$W'_{x4} = +11 \text{ мм}; W'_{y4} = +1 \text{ мм}; W'_{x3} = 87 \text{ мм}; W'_{y3} = +117 \text{ мм}.$$

На цьому можна стверджувати, що граничні істинні похибки в зрівноваженому ряді складають

$$\Delta x = +87 \text{ мм}; \Delta y = +117 \text{ мм}.$$

Зрівноважені координати пункту 3 визначимо по зрівноваженим елементам по формулам:

$$x_{3\text{пр}} = x_{4\text{пр}} + S_{43} \cos \alpha_{43} = (557.832 + 557.821) * 0.5 *$$



$$*\cos 354^{\circ}36'08.13'' = 4933.290,$$

$$y_{3np} = y_{4np} + S_{43} \sin \alpha_{43} = 11290.260 + 4394.952*$$

$$*\sin 354^{\circ}36'08.13'' = 10876.830,$$

Значення $W'_{x3}=87\text{мм}$; $W'_{y3}=+117\text{мм}$ говорить про наявність істинних похибок в ряді того ж ряду.

Імовірнішими значеннями координат третього пункту візьмемо середнє арифметичне:

$$x_3=0,5(4933,375+4933,289)=4933,332,$$

$$y_4=0,5(10877,111+10876,994)=10877,052.$$

Таблиця 2.13. Порівняльна таблиця зрівноважених і істинних значень координат

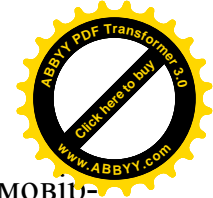
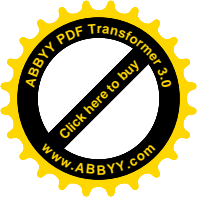
№ п/п	$X_{зр}$	$X_{іст}$	$\Delta X(\text{мм})$	$Y_{зр}$	$Y_{іст}$	$\Delta Y(\text{мм})$
1	6221,600	6221,548	+52	7046,136	7046,007	+129
2	1437,467	1437,462	+5	6617,225	6617,235	-10
3	4933,332	4933,491	-159	10877,052	10876,947	+105
4	557,826	557,932	-106	11290,260	11290,212	+48
5	55765,097	55765,233	-136	15841,413	15841,507	-84
6	1755,635	1755,716	-81	15653,310	15653,358	-48
3'	4933,290	4933,491	-201	10876,830	10876,947	-117

Не маючи істинних значень похибок для реальної мережі розраховують координати, наприклад, третього пункту із декількох визначень.

Таблиця 2.14. Порівняльна таблиця імовірніших остаточних похибок.

№ п/п	X	X'	$\delta X(\text{мм})$	Y	Y'	$\delta Y(\text{мм})$
3	4933,376	4933,332	+44	10877,111	10877,052	+59
	4933,289	4933,332	-43	10876,994	10877,052	-58
	4933,376	4933,289	+87	10877,111	10876,994	+117

Велика нев'язка в координатах 3 пункту визвана тим, що кути β_{22} , β_{42} , β_{23} і β_{43} не враховують поправки орієнтирних напрямків ω за координатні умови на 3 пункт.



Однак, даним способом зрівноваження можна виявити остаточні імовірніші похибки, які знаходяться в реальних мережах ПЛЗ.

Даним способом можна зрівноважувати, якщо замість умовних рівнянь дирекційних кутів і сторін взяти ще два координатні умовні рівняння на пункт 3.

Але дану процедуру корисно провести при дослідженні точності реальних рядів парних ланок за січок.

Граничні істинні похибки точних попередніх координат для даної моделі $\Delta x_3 = -375$ мм $\Delta y_3 = +424$ мм. В результаті зрівноваження граничні істинні похибки склали $\Delta x_3 = -201$ мм; $\Delta y_1 = +129$ мм.

Таким чином, в результаті зрівноваження істинні похибки змінились приблизно в два рази, але зовсім вони не виключені із зрівноважених елементів.

Для зменшення істинних похибок необхідно підвищити точність спостережень.

Середня квадратична похибка одиниці ваги зрівноваженого кута:

$$\mu = \sqrt{\frac{[vv]}{r}} = \sqrt{\frac{25.24}{4}} = 2.51''$$

2.5 Зрівноваження ряду по вимірним кутам β

Представимо поправки (ω_{1x4}) і (ω_{1y4}) , (ω_{4x4}) і (ω_{4y4}) в координати за орієнтирний кут Ω через поправки у вимірні кути.

$$\begin{aligned} -73,898(\omega_{1x4}) = & -73,898[-1,006(\beta_{11}) + 1,602(\beta_{21}) - 2,374(\beta_{31}) \\ & + 0,996(\beta_{41})], \end{aligned} \quad (2.5.1)$$

$$\begin{aligned} +68,618(\omega_{4x4}) = & +68,618[-1,578(\beta_{14}) + 2,410(\beta_{24}) - \\ & 2,752(\beta_{34}) + 1,586(\beta_{44})], \end{aligned} \quad (2.5.2)$$

$$-16,229(\omega_{1y4}) = -16,229[-1,006(\beta_{11}) + 1,602(\beta_{21}) - 2,374(\beta_{31}) + 0,996(\beta_{41})], \quad (2.5.3)$$

$$-23,779(\omega_{4y4}) = -23,779[-1,578(\beta_{14}) + 2,410(\beta_{24}) - 2,752(\beta_{34}) + 1,586(\beta_{44})], \quad (2.5.4)$$

або

$$-73,898(\omega_{1x4}) = +74,341(\beta_{11}) - 118,385(\beta_{21}) + 175,385(\beta_{31}) - 73,602(\beta_{41}), \quad (2.5.5)$$

$$+68,618(\omega_{4x4}) = -108,279(\beta_{14}) + 165,369(\beta_{24}) - 188,837(\beta_{34}) + 108,828(\beta_{44}), \quad (2.5.6)$$

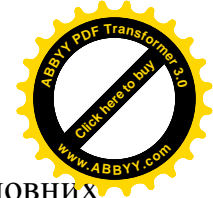
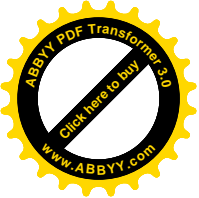
$$-16,229(\omega_{1y4}) = +16,526(\beta_{11}) - 25,999(\beta_{21}) + 38,528(\beta_{31}) - 16,164(\beta_{41}), \quad (2.5.7)$$

$$-23,779(\omega_{4y4}) = +37,523(\beta_{14}) - 57,307(\beta_{24}) + 65,440(\beta_{34}) - 37,713(\beta_{44}), \quad (2.5.8)$$

Підставляючи дані вирази в координатні умови рівняння, одержимо:

$$+77,765(\beta_{11}) - 76,593(\beta_{21}) + 118,666(\beta_{31}) - 45,516(\beta_{41}) - 27,304(\beta_{12}) - 9,392(\beta_{22}) + 29,919(\beta_{13}) + 16,076(\beta_{33}) - 102,910(\beta_{14}) + 109,495(\beta_{24}) - 129,257(\beta_{34}) + 67,351(\beta_{44}) + 265 = 0, \quad (2.5.9)$$

$$-30,504(\beta_{11}) + 13,178(\beta_{21}) + 36,472(\beta_{31}) - 37,990(\beta_{41}) + 20,461(\beta_{12}) + 49,908(\beta_{22}) + 26,153(\beta_{13}) + 58,576(\beta_{33}) - 28,171(\beta_{14}) + 1,358(\beta_{24}) + 54,066(\beta_{34}) - 57,147(\beta_{44}) - 494 = 0, \quad (2.5.10)$$



Умовні рівняння дирекційних кутів і сторін не мають змін. В умовних рівняннях координат нам вперше вдалося виразити невимірні кути γ і ω через вимірні кути β .

Такого рішення не бачили професор М.Г.Відусв, ні професор В.Д. Більшаков.

Проблема заключається в рішенні системи умовних рівнянь тільки рішивши умовні рівняння під умовою $[PVV]=\min$, можна буде сказати про вірність даної ідеї.

Ітак, таблиця коефіцієнтів умовних рівнянь буде мати вигляд:

Таблиця 2.15. Коефіцієнти умовних рівнянь, поправки і врівноважені кути (зустрічне обчислення координат).

Назва попр.	(α_i)	(S_i)	(x_4)	(y_4)	V	Вимірні кути	Зрівноважені кути
(β_{11})	-1,006	-31,491	+77,765	-30,504	-0,27	100°00'08,0	100°00'07,734
(β_{21})	+1,602	+8,503	-76,593	+13,178	+0,22	48°58'14,5	48°58'14,77
(β_{31})	-2,374	-14,104	+118,666	+36,472	+0,91	41°29'36,1	41°29'37,01
(β_{41})	+0,996	-18,328	-45,516	-37,990	-0,47	81°25'14,1	81°25'13,63
(β_{12})	-0,836	+26,639	-27,304	+20,461	+0,19	95°32'13,8	95°32'13,99
(β_{22})	+1,352	-11,713	0	0	+0,04	45°30'10,1	45°30'10,14
(β_{32})	-2,291	+12,854	-9,392	+49,908	+1,18	41°58'06,2	41°58'07,38
(β_{42})	+0,900	+11,818	0	0	-0,32	76°32'13,9	76°32'13,58
(β_{14})	-1,578	+25,751	-102,910	-28,171	-0,49	92°27'14,7	92°27'14,21
(β_{24})	+2,410	-4,193	+109,495	+3,358	-0,59	53°31'09,8	53°31'09,21
(β_{34})	-2,752	+2,911	-129,257	+54,066	+1,94	49°32'17,7	49°32'19,04
(β_{44})	+1,586	+21,181	+67,361	-57,147	-2,05	85°27'19,20	85°27'17,15
(β_{13})	-1,354	-29,929	+29,919	+26,153	+1,15	108°02'14,0	108°02'15,15
(β_{23})	+1,904	+3,191	0	0	-0,29	59°03'02,6	59°03'02,31
(β_{33})	-2,808	-11,501	+16,076	+58,576	+1,77	38°28'00,0	38°28'01,77
(β_{43})	+1,301	-24,607	0	0	+0,26	77°48'08,0	77°48'08,26

$$\sum VV = 15,86.$$

Таблиця 2.16. Коефіцієнти нормальних рівнянь.

	a]	b]	c]	d]	-W
[a	52.2149	+25,3339	+319,5356	-595,6597	-21,07
[b'		5532,0525	-7926,6694	-799,4741	-88
[c			73879,01	-4417,7269	-265

d				17886,55	+494
Корелати	-0,4432285	-0,0160145	-0,0036074	+0,0218180	
	d	c	b	a	

По зрівноваженим кутам визначені координати і дана порівняльна характеристика із істинними.

Таблиця 2.17. Порівняльна таблиця зрівноважених і істинних координат.

№ п/п	X _{зр}	X _{іст}	Δ(мм)	Y _{зр}	Y _{іст}	Δ(мм)
1	6221,638	6221,548	+90	7046,992	7046,007	-15
2	1437,529	1437,462	+67	6617,298	6617,235	+63
3	4933,595	4933,491	+104	10877,009	10876,947	+62
4	557,134	557,932	+202	11290,273	11290,212	+61
5	55765,304	55765,233	+71	15841,473	15841,507	-34
4'	558,135			11290,269		
3'	4933,597			10876,003		

Остаточні значення вільних членів координатних умовних рівнянь

$$W'_{x4} = -1 \text{ мм}; W'_{y4} = +4 \text{ мм};$$

$$W'_{x3} = -2 \text{ мм}; W'_{y3} = +6 \text{ мм}.$$

Остаточні значення вільних членів визвані похибками округлення, вони не перевищують 6 мм і ними можна нехтувати.

З порівняльної таблиці видно, що найбільші розходження зрівноважених координат складають:

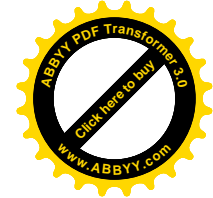
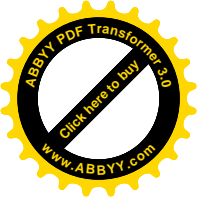
$$\Delta X4 = +202 \text{ мм і } \Delta Y4 = -66 \text{ мм}.$$

А по результатам спрощеного зрівноваження:

$$\Delta X_{\text{max}} = -203 \text{ мм і } \Delta Y_{\text{maxc}} = -0.133 \text{ мм}.$$

так що можна сказати, що строге зрівноваження не підвищило точність визначення координат пунктів в порівнянні зі спрощеним зрівноваженням.

Середня квадратична похибка одиниці ваги виміряного кути по результатам зрівноваження складає:



$$\mu = \sqrt{\frac{[vv]}{r}} = \sqrt{\frac{15.84}{4}} = 1.99''$$

2.6 Зрівноваження ряду ПЛЗ по напрямкам

Представимо кожний вимірний кут як різницю двох напрямків (рис.1), які підписані на кожній стороні.

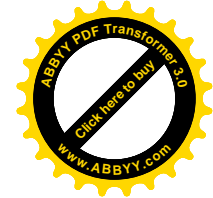
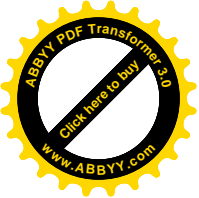
Тоді, умовні рівняння будуть:

- дирекційних кутів

$$\begin{aligned} & -1,006[(3)-(1)]+1,602[(3)-(2)] -2,374[(9)-(8)]+0,996[(10)-(8)] - \\ & -0,836[(5)-(3)]+1,352[(4)-(3)]-2,291[(8)-(7)] +0,900[(8)-(6)]+ \\ & +1,354[(13)-(10)]+1,904[(13)-(12)]-2,808[(19)-(18)]+ \\ & +1,301[(20)-(18)] -1,578[(15)-(13)]+2,410[(14)-(13)] - \\ & -2,752[(18)-(17)]+1,586[(18)-(16)]+ 21,07=0, \end{aligned} \quad (2.6.1)$$

- сторін

$$\begin{aligned} & -31,491[(3)-(1)]+8,503[(3)-(2)] -14,104[(9)-(8)]-18,328[(10)- \\ & (8)] +26,639[(5)-(3)]+11,713[(4)-(3)]+12,854[(8)-(7)] + \\ & +11,818[(8)-(6)]+25,751[(15)-(13)]-4,193[(14)-(13)]+ \\ & +2,911[(18)-(17)]+21,181[(18)-(16)] -29,929[(13)-(11)]+ \\ & +3,191[(13)-(12)]-11,501[(19)-(18)]- \\ & -24,607[(20)-(18)]+88=0, \end{aligned} \quad (2.6.2)$$



- абсцис

$$\begin{aligned}
 &+77,765[(3)-(1)]-76,593[(3)-(2)] +118,666[(9)-(8)]- \\
 &45,516[(10)-(8)] -27,304[(5)-(3)]- \\
 &-9,392[(8)-(7)]+29,911[(13)-(11)]+16,076[(19)-(18)]- \\
 &102,910[(15)-(13)]+109,495[(14)-(13)] - \\
 &-129,257[(18)-(17)]+67,361[(18)-(16)]+ 265=0, \quad (2.6.3)
 \end{aligned}$$

- ординат

$$\begin{aligned}
 &-30,504[(3)-(1)]+13,178[(3)-(2)] +36,472[(9)-(8)]-37,990[(10)- \\
 &-(8)] +20,461[(5)-(3)]+49,908[(8)-(7)]+26,153[(13)- \\
 &-(11)]+58,576[(19)-(18)]-28,171[(15)-(13)]+1,358[(14)-(13)]+ \\
 &+54,066[(18)-(17)]-57,147[(18)-(16)]- 494=0, \quad (2.6.4)
 \end{aligned}$$

Таблиця 2.18. Коефіцієнти умовних рівнянь

Назви поправок	p	(α)	(S)	(X ₄)	(Y ₄)	V'' _{напр.}
(1)	1	+1,006	+31,491	-77,765	+30,504	+0,12
(2)	1	-1,602	-8,503	+76,593	-13,178	-0,06
(3)	1	+0,080	-37,914	+28,476	-37,787	-0,26
(4)	1	+1,352	-11,713	0	0	-0,26
(5)	1	-0,836	+26,639	-27,304	+20,461	+0,34
(6)	1	-0,900	-11,818	0	0	+0,30
(7)	1	+2,291	-12,854	+9,392	-49,908	-1,04
(8)	1	-0,013	+54,104	-82,542	+51,426	+0,44
(9)	1	-2,374	-14,104	+118,666	+36,472	+0,69
(10)	1	+0,996	-18,328	-45,516	-37,990	-0,38

(11)	1	+1,354	+29,929	-29,919	-26,153	-0,72
(12)	1	-1,904	-3,191	0	0	+0,49
(13)	1	-0,282	-48,296	+23,334	+52,966	+0,89
(14)	1	+2,410	-4,193	+109,495	+1,358	-0,90
(15)	1	-1,578	+25,751	-102,910	-28,171	+0,24
(16)	1	-1,586	-21,181	-67,361	+57,147	+1,36
(17)	1	+2,757	-2,911	+129,257	-54,066	-1,66
(18)	1	+0,341	+60,200	-77,972	-61,657	-0,90
(19)	1	-2,808	-11,501	+16,076	+58,576	+1,35
(20)	1	1+,301	-24,607	0	0	-0,16

$$\Sigma VV=11,936$$

Таблиця 2.19. Коефіцієнти нормальних рівнянь

	a]	b]	c]	d]	-W
a]	52,4448	+55,6915	+290,3644	-635,5830	-21,07
b]		16186,934	-19540,640	-2699,9848	-88
c]			88127,184	-3695,1262	-265
d]				28566,024	+494
Кореляти К.	0,2462551	-0,0066639	-0.0032274	+0,0107622	

d

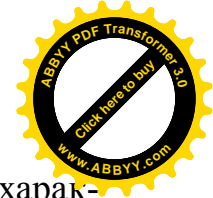
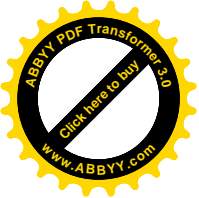
c

b

a

Таблиця 2.20. Результати зрівноваження кутів

Формула поправки	V"	Вимірянні кути	Зрівноважені кути
$(\beta_{11})=(3)-(1)$	-0,38	100°00'08,0"	100°00'07.62"
$(\beta_{21})=(3)-(2)$	-0,32	48°58'14,5"	48°58'14.18"
$(\beta_{31})=(9)-(8)$	+0,25	41°29'36.1"	41°29'36.35"
$(\beta_{41})=(10)-(8)$	-0,82	81°25'14,1"	81°25'13.28"
$(\beta_{12})=(5)-(3)$	+0,60	95°32'13.8"	95°32'14.40"
$(\beta_{22})=(4)-(3)$	0	45°30'10.1"	45°30'10,10"
$(\beta_{32})=(8)-(7)$	+1,48	41°58'06.2"	41°58'07.68"
$(\beta_{42})=(8)-(6)$	+0,14	76°32'13.9"	76°32'14.04"
$(\beta_{14})=(15)-(13)$	-0,65	92°27'14.7"	92°27'14,05"
$(\beta_{24})=(14)-(13)$	-1,79	53°31'09.8"	53°31'08.01"
$(\beta_{34})=(18)-(17)$	+0,76	49°32'17.7"	49°32'18.46"
$(\beta_{44})=(18)-(16)$	-2,26	85°27'19.20"	85°27'16.94"
$(\beta_{13})=(13)-(11)$	+1,61	108°02'14.0"	108°02'15.61"
$(\beta_{23})=(13)-(12)$	+0,40	59°03'02.6"	59°03'03.00"
$(\beta_{33})=(19)-(18)$	+2,25	38°28'00.0"	38°28'02.25"
$(\beta_{43})=(20)-(18)$	+0,74	77°48'08.0"	77°48'08.74"



По зрівноваженим кутам визначені координати і дана порівняльна характеристика з істинними.

Таблиця 2.21. Порівняльна таблиця зрівноважених і істинних координат

№ пунк-	X _{зрів}	X _{іст}	Δ(мм)	Y _{зрів}	Y _{іст}	Δ(мм)
1	6221,637	6221,548	+89	7045,974	7046,007	-33
2	1437,516	1437,462	+54	6671,268	6617,235	+33
3	4933,588	4933,491	+97	10877,003	10876,947	+56
4	558,095	557,932	+163	11290,274	11290,212	+62
5	5765,296	5765,233	+63	15841,526	15841,507	+19
6	1755,830	1755,716	+114	15653,347	15653,358	-11
4'	558,090			11290,276		
3'	4933,589			10876,999		

$$[\Delta_x \Delta_x] = 63780$$

$$[\Delta_y \Delta_y] = 9640$$

Остаточні значення вільних членів:

$$W_{x'_4} = 5 \text{ мм}; \quad W_{y'_4} = -2 \text{ мм};$$

$$W_{x''_4} = -1 \text{ мм}; \quad W_{y''_4} = +4 \text{ мм};$$

Середня квадратична похибка визначення абсцис:

$$m_x = \sqrt{\frac{[\Delta_x \Delta_x]}{n}} = 103 \text{ мм},$$

середня квадратична похибка визначення ординат:

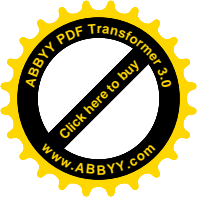
$$m_y = \sqrt{\frac{[\Delta_y \Delta_y]}{n}} = \sqrt{\frac{9640}{6}} = 40 \text{ мм}.$$

Середня квадратична похибка одиниці ваги напрямку по результатам зрівноваження складає:

$$\mu = \sqrt{\frac{[vv]}{r}} = \sqrt{\frac{11,936}{4}} = 1,73''$$

Середню квадратичну похибку зрівноваженого кута знайдемо із виразу:

$$m_{\text{кут}} = \mu \sqrt{2} = 2,44''$$



При розрахунку попередніх координат зустрічним ходом середні значення координат пунктів 3 і 4 будуть: $X_{3cp} = 4933,315$; $Y_{3cp} = 10877,014$; $X_{4cp} = 557,9295$; $Y_{4cp} = 11290,386$.

Прийнявши середнє значення координат пунктів 3 і 4 за їх імовірніше значення, половину одержаної нев'язки з оберненим знаком введемо в координати пунктів 1,2,5 і 6.

Раніше було визначено: $W_{X4} = +0,265$; $W_{Y4} = -0,494$; $W_{X3} = +0,398$; $W_{Y3} = -0,055$.

Результати наближеного зрівноваження зведемо в таблиці 22 і 23.

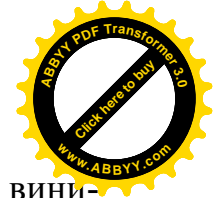
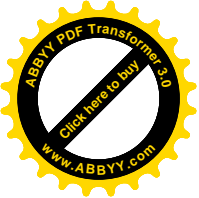
Таблиця 2.22. Наближене зрівноваження і порівняльна характеристика з істинними координатами абсцис.

№ пункт	X попер.	V_x	$X_{зр}$	$X_{іст}$	Δ
1	6221,582	-0,099	6221,483	6221,548	-0,065
2	1437,486	-0,066	1437,420	1437,462	-0,042
3	4933,514	-0,199	4933,315	4933,491	-0,176
4	558,062	-0,132	557,930	557,932	-0,002
5	5765,040	+0,099	5765,139	5765,233	-0,094
6	1755,623	+0,066	1755,689	1755,716	-0,027
4'	557,797	+0,132	557,929	557,932	-0,003
3'	4933,116	+0,199	4933,315	4933,491	-0,176

Таблиця 2.23. Наближене зрівноваження і порівняльна характеристика з істинними значеннями ординат.

№ пункт.	Y попер.	V_y	$Y_{зр}$	$Y_{іст}$	Δ
1	7045,984	+0,014	7045,998	7046,407	-0,009
2	6617,249	+0,124	6617,373	6617,235	+0,138
3	10876,986	+0,028	10877,014	10876,947	+0,067
4	11290,142	+0,247	11290,389	11290,212	+0,177
5	15841,420	-0,014	15841,406	15841,507	-0,101
6	15653,419	-0,124	15653,295	15653,358	-0,063
4'	11290,636	-0,247	11290,389	11290,212	+0,177
3	10877,041	-0,028	10877,013	10876,947	+0,066

Таким чином, наближене зрівноваження забезпечує найбільше відхилення координат від їх істинних значень в 177 мм при середній квадратичній похибці виміру кута в 3,32". При строгому зрівноваженні по напрямкам найбільше розходження складає 163 мм, що не набагато підвищимо точність ре-



зультатів. Однак, строге зрівноваження забезпечує узгодженість всіх виникаючих умов і воно необхідне як апарат проведення досліджень.

2.7 Дослідження точності визначення координат пунктів в залежності від точності виміру кутів

Побудуємо модель дослідження при середніх квадратичних похибках 0,7", що відповідає точності вимірювання кутів в триангуляції 1 класу.

Таблиця 2.24. Модель ряду ПЛЗ при $m_{\beta} = 0,7''$

Назва кута	Істинне значення	Δ	Значення спотвореної моделі	Назва кута	Істинне значення	Δ	Значення спотвореної моделі
β_{11}	100°00'08.54	+0,30	100°00'08.84	β_{13}	108°02'15.00	-0.51	108°02'14.49
β_{21}	48°58'15.10	+0,26	48°58'15.36	β_{23}	59°03'02.17	+0.61	59°03'02.78
β_{31}	41°29'35.71	-0,03	41°29'35.68	β_{33}	38°28'03.05	+0.39	38°28'03.44
β_{41}	81°25'14.21	+0,70	81°25'14.91	β_{43}	77°48'09.25	-0.27	77°48'08.98
β_{12}	95°32'16.32	+0,21	95°32'16.53	β_{14}	92°27'12.19	-0.37	92°27'11.82
β_{22}	45°30'70.82	-0,51	45°30'70.31	β_{24}	53°31'07.21	+0.55	53°31'07.76
β_{32}	41°58'07.14	-0,18	41°58'06.96	β_{34}	49°32'18.09	+0,12	49°32'18.21
β_{42}	76°32'15.07	+0,12	76°32'15.19	β_{44}	85°27'17.05	-0,05	85°27'17.00

Таблиця 2.25. Порівняльна таблиця попередніх і істинних координат при $m_{\beta}=0,7''$.

№ П/П	$X_{\text{попер}}$	$X_{\text{іст}}$	Δ	$Y_{\text{попер}}$	$Y_{\text{іст}}$	Δ
1	6221,511	6221,548	-0,037	7046,015	7046,007	+0,008
2	1437,444	1437,462	-0,018	6617,224	6617,235	-0,011
3	4933,448	4933,491	-0,043	10876,921	10876,947	-0,026
4	557,892	557,932	-0,040	11290,182	11290,212	-0,030
5	55765,215	55765,233	-0,018	15841,451	15841,507	-0,056
6	1755,687	1755,716	-0,029	15653,344	15653,358	-0,014
3'	4933,410	4933,491	-0,081	10876,873	10876,947	-0,074
4'	557,867	557,932	-0,065	11290,193	11290,212	-0,019

Побудуємо модель дослідження при середніх квадратичних похибках вимірювання кутів 1", що відповідає точності виміру кутів в триангуляції 2 класу.

Таблиця 2.26. Модель ряду ПЛЗ при $m_{\beta} = 1''$

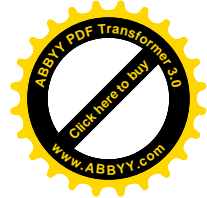
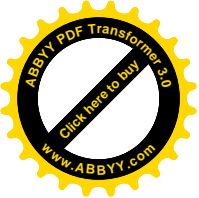
Назва кута	Істинне значення	Δ	Значення спотвореної моделі	Назва кута	Істинне значення	Δ	Значення спотвореної моделі
β_{11}	100°00'08.54	+0,43	100°00'08.97	β_{13}	108°02'15.00	-0.73	108°02'14.27
β_{21}	48°58'15.10	+0,37	48°58'15.47	β_{23}	59°03'02.17	+0.87	59°03'03.04
β_{31}	41°29'35.71	-0,04	41°29'35.67	β_{33}	38°28'03.05	+0.56	38°28'02.49
β_{41}	81°25'14.21	+1,00	81°25'15.21	β_{43}	77°48'09.25	-0.38	77°48'08.87
β_{12}	95°32'16.32	+0,29	95°32'16.61	β_{14}	92°27'12.19	-0.53	92°27'11.66
β_{22}	45°30'07.82	-0,74	45°30'07.08	β_{24}	53°31'07.21	+0.76	53°31'08.00
β_{32}	41°58'07.14	-0,26	41°58'06.88	β_{34}	49°32'18.09	+0,17	49°32'18.26
β_{42}	76°32'15.07	+0,17	76°32'15.24	β_{44}	85°27'17.05	-0,08	85°27'16.97

Побудуємо модель дослідження при середніх квадратичних похибках вимірювання кутів 1,5", що відповідає точності виміру кутів в триангуляції 3 класу.

Таблиця 2.27. Модель ряду ПЛЗ при $m_{\beta} = 1,5''$

Назва кута	Істинне значення	Δ	Значення спотвореної моделі	Назва кута	Істинне значення	Δ	Значення спотвореної моделі
β_{11}	100°00'08.54	+0,65	100°00'09.19	β_{13}	108°02'15.00	-1.10	108°02'13.90
β_{21}	48°58'15.10	+0,55	48°58'15.65	β_{23}	59°03'02.17	+1.30	59°03'03.47
β_{31}	41°29'35.71	-0,05	41°29'35.66	β_{33}	38°28'03.05	-0.84	38°28'02.21
β_{41}	81°25'14.21	+1,50	81°25'15.71	β_{43}	77°48'09.25	-0.57	77°48'08.68
β_{12}	95°32'16.32	+0,44	95°32'16.76	β_{14}	92°27'12.19	-0.80	92°27'11.39
β_{22}	45°30'07.82	-1,10	45°30'06.72	β_{24}	53°31'07.21	+1.19	53°31'08.40
β_{32}	41°58'07.14	-0,39	41°58'06.75	β_{34}	49°32'18.09	+0,26	49°32'18.35
β_{42}	76°32'15.07	+0,26	76°32'15.33	β_{44}	85°27'17.05	-0,11	85°27'16.94

Побудуємо модель дослідження при середніх квадратичних похибках вимірювання кутів 2", що відповідає точності виміру кутів в триангуляції 4 класу.

**Таблиця 2.28. Модель ряду ПЛЗ при $m_{\beta} = 2''$**

Назва кута	Істинне значення	Δ	Значення спотвореної моделі	Назва кута	Істинне значення	Δ	Значення спотвореної моделі
β_{11}	100°00'08.54	+0,86	100°00'09.40	β_{13}	108°02'15.00	-1.46	108°02'13.54
β_{21}	48°58'15.10	+0,73	48°58'15.83	β_{23}	59°03'02.17	+1.74	59°03'03.91
β_{31}	41°29'35.71	-0,07	41°29'35.64	β_{33}	38°28'03.05	-1.12	38°28'01.93
β_{41}	81°25'14.21	+2,00	81°25'16.21	β_{43}	77°48'09.25	-0.76	77°48'08.49
β_{12}	95°32'16.32	+0,59	95°32'16.91	β_{14}	92°27'12.19	-1.07	92°27'11.12
β_{22}	45°30'07.82	-1,74	45°30'06.35	β_{24}	53°31'07.21	+1.58	53°31'08.79
β_{32}	41°58'07.14	-0,52	41°58'06.62	β_{34}	49°32'18.09	+0,34	49°32'18.43
β_{42}	76°32'15.07	+0,35	76°32'15.42	β_{44}	85°27'17.05	-0,15	85°27'16.90

Таблиця 2.29. Коефіцієнти нормальних рівнянь.

	a]	b]	c]	d]	$m_{\beta}=0,7''$ -W	$m_{\beta}=1''$ -W	$m_{\beta}=1,5''$ -W	$m_{\beta}=2''$ -W
[a	52,448	+55,6915	+290,3644	-635,5830	-2,82	-7,69	-10,50	-13,67
[b		16186,934	-19540,640	-2699,9848	-7	-12	-20	-22
[c			88127,184	-3695,1262	-25	-32	-46	-67
[d				28566,024	+11	+88	+124	+160
$m_{\beta}=0,7''$	-	-	-	$1,1854 \cdot 10^{-3}$				
$m_{\beta}=1''$	-0,150119	-	$8,29635 \cdot 10^{-4}$	-				
$m_{\beta}=1,5''$	-0,202222	-	$1,09695 \cdot 10^{-4}$	-				
$m_{\beta}=2''$	-0,263887	0,00053218	$2,23674 \cdot 10^{-5}$	-				

Таблиця 2.30. Коефіцієнти умовних рівнянь і поправки в напрямки.

Назв. напр.	P	(α)	(S)	(X_4)	(Y_4)	Поправки і напрямки			
						$m_{\beta} = 0,7''$	$m_{\beta} = 1''$	$m_{\beta} = 1,5''$	$m_{\beta} = 2''$
(1)	1	+1,006	+31,491	-77,765	+30,504	-0,10	-0,17	-0,23	-0,29
(2)	1	-1,602	-8,503	+76,593	-13,178	+0,10	+0,25	+0,33	+0,43
(3)	1	+0,080	-37,914	+28,476	-37,787	+0,06	+0,01	+0,01	+0,01
(4)	1	+1,352	-11,713	0	0	-0,08	-0,20	-0,27	-0,35
(5)	1	-0,836	+26,639	-27,304	+20,461	+0,02	+0,11	+0,15	+0,20
(6)	1	-0,900	-11,818	0	0	+0,07	+0,14	+0,19	+0,24
(7)	1	+2,291	-12,854	+9,392	-49,908	-0,08	-0,33	-0,44	-0,58
(8)	1	-0,013	+57,104	-82,542	+51,426	-0,08	-0,03	-0,04	-0,04
(9)	1	-2,374	-14,104	+118,661	-36,472	+0,09	+0,36	+0,48	+0,62
(10)	1	+0,996	-18,328	-45,516	-37,990	0	-0,14	-0,18	-0,24
(11)	1	+1,354	+29,929	-29,919	-26,153	-0,07	-0,20	-0,28	-0,36
(12)	1	-1,904	-3,191	0	0	+0,13	+0,29	+0,39	+0,50
(13)	1	-0,282	-48,296	+23,334	+52,966	-0,01	+0,04	+0,07	+0,08
(14)	1	+2,410	-4,193	+109,495	+1,358	-0,19	-0,35	-0,48	-0,64

(15)	1	-1,578	+25,751	-102,910	-28,171	+0,15	+0,23	+0,31	+0,41
(16)	1	-1,586	-21,181	-67,361	+57,147	+0,07	+0,20	+0,32	+0,42
(17)	1	+2,757	-2,911	+129,257	-54,066	-0,15	-0,39	-0,54	-0,71
(18)	1	+0,341	+60,200	-77,972	-61,657	+0,03	-0,05	-0,09	-0,10
(19)	1	-2,808	-11,501	+16,076	+58,576	+0,12	+0,41	+0,56	+0,73
(20)	1	+1,301	-24,607	0	0	-0,07	-0,19	-0,25	-0,33
					ΣVV	0,184	1,130	2,092	3,565
					μ	0,21	0,53	0,72	0,94

Таблиця 2.31. Поправки в кути

Формула поправок	$m_\beta = 0,7''$	$m_\beta = 1''$	$m_\beta = 1,5''$	$m_\beta = 2''$
$(\beta_{11})=(3)-(1)$	+0,16	+0,18	+0,24	+0,30
$(\beta_{21})=(3)-(2)$	-0,04	-0,24	-0,32	-0,42
$(\beta_{31})=(9)-(8)$	+0,17	+0,39	+0,52	+0,66
$(\beta_{41})=(10)-(8)$	+0,08	-0,11	-0,14	-0,20
$(\beta_{12})=(5)-(3)$	-0,04	+0,10	+0,14	+0,19
$(\beta_{22})=(4)-(3)$	-0,14	-0,21	-0,28	-0,36
$(\beta_{32})=(8)-(7)$	0	+0,30	+0,40	+0,54
$(\beta_{42})=(8)-(6)$	-0,15	-0,17	-0,23	-0,28
$(\beta_{14})=(15)-(13)$	+0,16	+0,19	+0,24	+0,33
$(\beta_{24})=(14)-(13)$	-0,18	-0,39	-0,55	-0,72
$(\beta_{34})=(18)-(17)$	+0,18	+0,34	+0,45	+0,61
$(\beta_{44})=(18)-(16)$	-0,04	-0,27	-0,41	-0,52
$(\beta_{13})=(13)-(11)$	+0,06	+0,24	+0,35	+0,44
$(\beta_{23})=(13)-(12)$	-0,14	-0,25	-0,35	-0,42
$(\beta_{33})=(19)-(18)$	+0,09	+0,46	+0,65	+0,83
$(\beta_{43})=(20)-(18)$	-0,10	-0,14	-0,16	-0,22

Таблиця 2.32. Зрівноважені кути моделей.

Назва кутів	Кути моделі $m_\beta=0,7''$	V''	Зрівноважені кути	Кути моделі $m_\beta=1''$	V''	Зрівноважені кути (секунди)	Кути моделі $m_\beta=1,5''$	V''	Зрівноважені кути (секунди)	Кути моделі $m_\beta=2''$	V''	Зрівноважені кути (секунди)
β_{11}	100°00'08.84	+0,16	100°00'09.00	08,97	+0,18	09,15"	09,19	+0,24	09,43	09,40	+0,30	09,70
β_{21}	48°58'15.36	-0,04	48°58'15.32	15,47	-0,24	15,23	15,65	-0,32	15,33	15,83	-0,42	15,41
β_{31}	41°29'35.68	+0,17	41°29'35.85	35,67	+0,39	36,06	35,66	+0,52	36,18	35,64	+0,66	36,30
β_{41}	81°25'14.91	+0,08	81°25'14.99	15,21	-0,11	15,10	15,71	-0,14	15,57	16,21	-0,20	16,01
β_{12}	95°32'16.53	-0,04	95°32'16.49	16,61	+0,10	16,71	+0,14	+0,14	16,90	+16,19	+0,19	17,10
(β_{22})	45°30'07.31"	-0,14	45°30'07.17	07,08	-0,21	06,87	06,72	-0,28	06,44	06,35	-0,36	05,99
(β_{32})	41°58'06.96"	0	41°58'06.96	06,88	+0,30	06,58	06,75	+0,40	07,15	06,62	+0,54	07,16
(β_{42})	76°32'15.19"	-0,15	76°32'15.04	15,24	-0,17	15,07	15,33	-0,23	15,10	15,42	-0,28	15,14
(β_{13})	92°27'11.82"	+0,16	92°27'11.98	11,66	+0,19	11,85	11,39	+0,24	11,63	11,12	+0,33	11,45
(β_{23})	53°31'07.76"	-0,18	53°31'07.58	08,00	-0,39	07,61	08,40	-0,55	07,85	08,79	-0,72	08,07
(β_{33})	49°32'18.21"	+0,18	49°32'18.39	18,26	+0,34	18,60	18,35	+0,45	18,80	18,43	+0,61	19,04
(β_{43})	85°27'17.00"	-0,04	85°27'16.96	16,97	-0,27	16,70	16,94	-0,41	16,53	16,90	-0,52	16,48
(β_{14})	108°02'14.49"	+0,06	108°02'14.55	14,27	+0,24	14,51	13,90	+0,35	14,25	13,54	+0,44	13,98

(β ₂₄)	59°03'02,78	-0,14	59°03'02.64	03,04	-0,25	02,79	03,47	-0,32	03,15	03,91	-0,42	03,47
(β ₃₄)	38°28'03.44"	+0,09	38°28'03.53	02,49	+0,46	02,95	02,21	+0,65	02,86	01,93	+0,83	02,76
(β ₄₄)	77°48'08.98"	-0,10	77°48'08.88	08,87	-0,14	08,73	08,68	-0,16	08,50	08,49	-0,22	08,27

Таблиця 2.33. Порівняльна таблиця незрівноважених і істинних координат моделі №2 при $m_\beta=2''$

№ пункт.	Хмплз	Хіст	Δ мм	Умплз	Уіст	Δ мм
1	6221,448	6221,548	-100	7046,025	7046,007	+18
2	1437,422	1437,462	-40	6617,202	6617,235	-33
3	4933,381	4933,491	-110	10876,868	10876,947	-79
4	557,835	557,932	-97	11290,107	11290,212	-105
5	5765,160	5765,233	-73	15841,369	15841,507	-138
6	1755,604	1755,716	-112	15653,316	15653,358	-42

Таблиця 2.34. Порівняльна таблиця незрівноважених і істинних значень зв'язуючих сторін і їх дирекційних кутів

Напрямок	ω _i	αмплз	αіст	Δα сек	Sмплз	Sіст	ΔS мм
2-1	ω ₁	-3°47'05.51"	-	+2,40	4803,207	4803,258	-51
4-3	Γ ₃₄	-5°23'42.63"	-	+1,16	4395,016	4395,032	-16
6-5	ω ₄	-0°48'02.68	-	+4,33	4013,964	4013,928	+36

Таблиця 2.35. Порівняльна таблиця зрівноважених і істинних координат

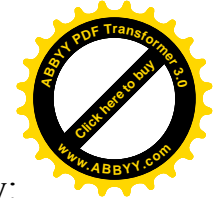
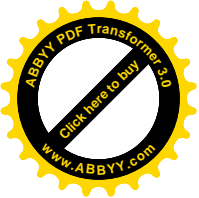
№ пункт	Хмплз	Хіст	ΔX мм	Умплз	Уіст	ΔУ мм
1	6221,512	6221,548	-36	7045,984	7046,007	-23
2	1437,497	1437,462	+35	6617,227	6617,235	-8
3	4931,500	4933,491	+9	10876,814	10876,947	-33
4	557,965	557,932	+33	11290,159	11290,212	-53
5	5765,272	5765,2,13	+39	15841,433	15841,507	-74
6	1755,725	1755,716	+9	15653,291	15653,358	-67

$$[\Delta x \Delta x] = 5293$$

$$[\Delta y \Delta y] = 14456$$

Таблиця 2.36 Порівняльна таблиця зрівноважених і істинних значень зв'язуючих сторін і їх дирекційних кутів.

Напрямок	ω _i	αмплз	αіст	Δα сек	Sмплз	Sіст	ΔS мм
2-1	ω ₁	-3°47'08.20"	-	-0,29	4803,200	4803,258	-58
4-3	Γ ₃₄	-5°23'47.63"	-	-3,84	4395,014	4395,032	-18
6-5	ω ₄	-0°48'07.25	-	-0,24	4013,959	4013,928	+31



Середня квадратична похибка одиниці ваги зрівноваженого напрямку:

$$\mu = 0,94''$$

Середня квадратична похибка дирекційного кута $m_{\alpha 43}$

$$m_{\alpha 43} = 0,94 * 2,46 = 23''$$

Середня квадратична похибка дирекційного кута m_{S43}

$$m_{S43} = 0,94 * 59 = 55 \text{ мм}$$

Середня квадратична похибка координат пункту 4 по результатам зрівноваження:

$$m_{x4} = 0,94 * 99 = 93 \text{ мм}$$

$$m_{y4} = 0,94 * 55 = 52 \text{ мм}$$

Середня квадратична похибка координат по істинним похибкам:

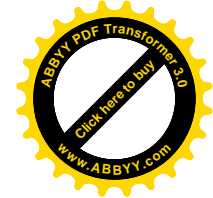
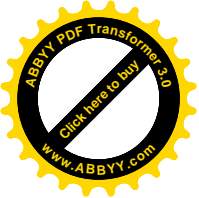
$$m_{x4} = \sqrt{\frac{[\Delta x \Delta x]}{n}} = \sqrt{\frac{5293}{6}} = 30 \text{ (мм)}$$

$$m_{y4} = \sqrt{\frac{[\Delta y \Delta y]}{n}} = \sqrt{\frac{14456}{6}} = 49 \text{ (мм)}$$

$$m_{xy} = \sqrt{m_x^2 + m_y^2} = 57 \text{ (мм)}$$

**Таблиця 2.37. Порівняльна таблиця незрівноважених і істинних .
координат моделі №3 при $m_p = 1,5''$**

№ пункт	Хмплз	Хіст	ΔX мм	Умплз	Уіст	ΔY мм
1	6221,471	6221,548	-77	7046,022	7046,007	-15
2	1437,429	1437,462	-31	6617,211	6617,235	-24
3	4933,405	4933,491	-36	10876,889	10876,947	-58
4	557,856	557,932	-76	11290,133	11290,212	-79
5	5765,180	5765,233	-53	15841,400	15841,507	-107
6	1755,635	1755,716	-81	15653,327	15653,358	-31



Таблиця 2.38. Порівняльна таблиця не зрівноважених і істинних значень зв'язуючих сторін і їх дирекційних кутів

Напрямок	ω_i	$\alpha_{мплз}$	$\alpha_{іст}$	$\Delta\alpha$ сек	$S_{мплз}$	$S_{іст}$	ΔS мм
2-1	ω_1	-3°47'05.05"	-	+1,86	4803,222	4803,258	-36
4-3	τ_{34}	-5°23'42.85"	-	-0,94	4395,021	4395,032	-11
6-5	ω_4	-0°48'03.72	-	+3,29	4013,954	4013,928	+26

Таблиця 2.39. Порівняльна таблиця зрівноважених і істинних координат

№ пункт.	$X_{мплз}$	$X_{іст}$	Δ мм	$U_{мплз}$	$U_{іст}$	Δ мм
1	6221.521	6221.548	-27	7046.990	7046.007	-17
2	1437.490	1437.462	+28	6617.229	6617.235	-6
3	4933.498	4933.491	+7	10876.845	10876.947	-2
4	557.958	557.932	+26	11290.173	11290.212	-39
5	5765.270	5765.233	+37	15841.450	15841.507	-57
6	1755.730	1755.716	+14	15653.306	15653.358	-52

$$[\Delta x \Delta x] = 3830$$

$$[\Delta y \Delta y] = 7803$$

Таблиця 2.40. Порівняльна таблиця зрівноважених і істинних значень зв'язуючих сторін і їх дирекційних кутів

Напрямок	ω_i	$\alpha_{мплз}$	$\alpha_{іст}$	$\Delta\alpha$ сек	$S_{мплз}$	$S_{іст}$	ΔS мм
2-1	ω_1	-3°47'08.17"	-	-0,26	4803,206	4803,258	-52
4-3	τ_{34}	-5°23'46.81"	-	-3,02	4395,019	4395,032	-13
6-5	ω_4	-0°48'07.32	-	-0,31	4013,952	4013,928	+24

Середня квадратична похибка одиниці ваги зрівноваженого напрямку:

$$\mu = 0,72''$$

Середня квадратична похибка дирекційного кута $m_{\alpha_{43}}$

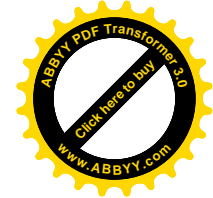
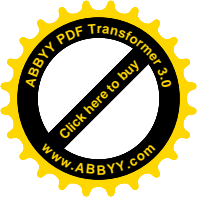
$$m_{\alpha_{43}} = 0,72 * 2,46 = 1,77''$$

Середня квадратична похибка дирекційного кута $m_{S_{43}}$

$$m_{S_{43}} = 0,72 * 59 = 42 \text{ мм}$$

Середня квадратична похибка координат пункту 4 по результатам зрівноваження:

$$m_{X_4} = 0,72 * 99 = 71 \text{ мм}$$



$$m_{y4} = 0,72 * 55 = 40 \text{ мм}$$

Середня квадратична похибка координат по істинним похибкам:

$$m_{x4} = \sqrt{\frac{[\Delta x \Delta x]}{n}} = \sqrt{\frac{3803}{6}} = 25 \text{ (мм)}$$

$$m_{y4} = \sqrt{\frac{[\Delta y \Delta y]}{n}} = \sqrt{\frac{7803}{6}} = 36 \text{ (мм)}$$

$$m_{xy} = \sqrt{m_x^2 + m_y^2} = 43 \text{ (мм)}$$

Таблиця 2.41. Порівняльна таблиця незрівноважених і істинних координат моделі №4 при $m_B = 1''$

№	Хмплз	Хіст	Δ мм	Умплз	Уіст	Δ мм
1	6221,499	6221,548	-49	7046,014	7046,007	+7
2	1437,446	1437,462	-16	6617,218	6617,235	-17
3	4933,436	4933,491	-55	10876,899	10876,947	-48
4	557,888	557,932	-44	11290,159	11290,212	-53
5	5765,202	5765,233	-31	15841,433	15841,507	-74
6	1755,668	1755,716	-48	15653,338	15653,358	-20

Таблиця 2.42. Порівняльна таблиця незрівноважених і істинних значень зв'язуючих сторін і їх дирекційних кутів

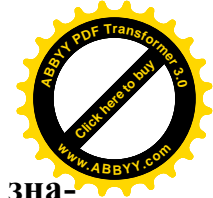
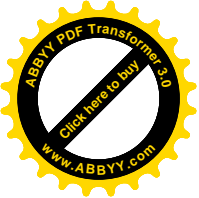
Напрямок	ω_i	$\alpha_{мплз}$	$\alpha_{іст}$	$\Delta \alpha$ сек	$S_{мплз}$	$S_{іст}$	ΔS мм
2-1	ω_1	-3°47'06.78"	-	+1,13	4803,231	4803,258	-27
4-3	ω_3	-5°23'43.61"	-	+0,18	4395,020	4395,032	-12
6-5	ω_4	-0°48'04.84	-	+2,17	4013,944	4013,928	+16

Таблиця 2.43. Порівняльна таблиця зрівноважених і істинних координат

№ пункт.	Хмплз	Хіст	Δ мм	Умплз	Уіст	Δ мм
1	6221,535	6221,548	-13	7046,993	7046,007	-14
2	1437,486	1437,462	+24	6617,232	6617,235	-3
3	4933,506	4933,491	+15	10876,867	10876,947	+20
4	557,960	557,932	+28	11290,174	11290,212	-38
5	5765,268	5765,233	+35	15841,468	15841,507	-39
6	1755,738	1755,716	+22	15653,323	15653,358	-35

$$[\Delta x \Delta x] = 3463$$

$$[\Delta y \Delta y] = 4795$$



Таблиця 2.44. Порівняльна таблиця зрівноважених і істинних значень зв'язуючих сторін і їх дирекційних кутів

Напрямок	ω_i	$\alpha_{мплз}$	$\alpha_{іст}$	$\Delta\alpha$ сек	$S_{мплз}$	$S_{іст}$	ΔS мм
2-1	ω_1	-3°47'08.26"	-	-0,35	4803,224	4803,258	-34
4-3	r_{34}	-5°23'46.80"	-	-2,01	4395,023	4395,032	-9
6-5	ω_4	-0°48'07.48	-	-0,47	4013,942	4013,928	+14

Середня квадратична похибка одиниці ваги зрівноваженого напрямку:

$$\mu = 0,53''$$

Середня квадратична похибка дирекційного кута $m_{\alpha_{43}}$

$$m_{\alpha_{43}} = 0,53 * 2,46 = 1,3''$$

Середня квадратична похибка дирекційного кута $m_{S_{43}}$

$$m_{S_{43}} = 0,53 * 59 = 31 \text{ мм}$$

Середня квадратична похибка координат пункту 4 по результатам зрівноваження:

$$m_{x_4} = 0,53 * 99 = 52 \text{ мм}$$

$$m_{y_4} = 0,53 * 55 = 29 \text{ мм}$$

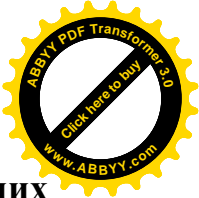
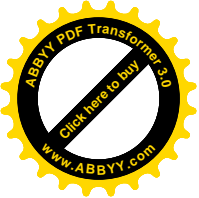
Середня квадратична похибка координат по істинним похибкам:

$$m_{x_4} = \sqrt{\frac{[\Delta x \Delta x]}{n}} = \sqrt{\frac{3463}{6}} = 24 (\text{мм})$$

$$m_{y_4} = \sqrt{\frac{[\Delta y \Delta y]}{n}} = \sqrt{\frac{4795}{6}} = 28 (\text{мм})$$

$$m_{xy} = \sqrt{m_x^2 + m_y^2} = 37 (\text{мм})$$

В таблиці 26 приведений порівняльний аналіз незрівноважених і істинних координат моделі №5 при $m_p = 0,7''$



Таблиця 2.45. Порівняльна таблиця не зрівноважених і істинних значень зв'язуючих сторін і їх дирекційних кутів

Напрямок	ω_i	$\alpha_{мплз}$	$\alpha_{іст}$	$\Delta\alpha$ сек	$S_{мплз}$	$S_{іст}$	ΔS мм
2-1	ω_1	-3°47'06.99"	-	+0,92	4803,245	4803,258	-13
4-3	r_{34}	-5°23'46.43"	-	-2,64	4395,028	4395,032	-5
6-5	ω_4	-0°48'05.51	-	+1,50	4013,938	4013,928	+10

Таблиця 2.46. Порівняльна таблиця зрівноважених і істинних координат

№	$X_{мплз}$	$X_{іст}$	Δ мм	$Y_{мплз}$	$Y_{іст}$	Δ мм
1	6221,524	6221,548	-24	7046,002	7046,007	-5
2	1437,469	1437,462	+7	6617,229	6617,235	-6
3	4933,478	4933,491	-13	10876,896	10876,947	+51
4	557,936	557,932	+4	11290,175	11290,212	-37
5	5765,242	5765,233	+9	15841,470	15841,507	-37
6	1755,720	1755,716	+4	15653,340	15653,358	-18

$$[\Delta x \Delta x] = 907$$

$$[\Delta y \Delta y] = 5724$$

Таблиця 2.47. Порівняльна таблиця зрівноважених і істинних значень зв'язуючих сторін і їх дирекційних кутів

Напрямок	ω_i	$\alpha_{мплз}$	$\alpha_{іст}$	$\Delta\alpha$ сек	$S_{мплз}$	$S_{іст}$	ΔS мм
2-1	ω_1	-3°47'07.68"	-	-0,23	4803,231	4803,258	-27
4-3	r_{34}	-5°23'44.26"	-	-0,47	4395,015	4395,032	-17
6-5	ω_4	-0°48'06.71	-	-0,30	4013,933	4013,928	+5

Середня квадратична похибка одиниці ваги зрівноваженого напрямку:

$$\mu = 0,21''$$

Середня квадратична похибка дирекційного кута $m_{\alpha 43}$

$$m_{\alpha 43} = 0,21 * 2,46 = 0,52''$$

Середня квадратична похибка дирекційного кута $m_{S 43}$

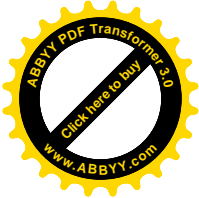
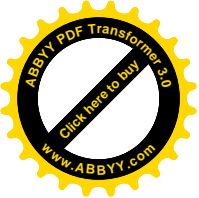
$$m_{S 43} = 0,21 * 59 = 12 \text{ мм}$$

Середня квадратична похибка координат пункту 3,4:

$$m_{X 4} = 0,21 * 99 = 21 \text{ мм}$$

$$m_{Y 4} = 0,21 * 55 = 12 \text{ мм}$$

по істинним похибкам:



$$m_{x4} = \sqrt{\frac{[\Delta x \Delta x]}{n}} = \sqrt{\frac{907}{6}} = 12(\text{мм})$$

$$m_{y4} = \sqrt{\frac{[\Delta y \Delta y]}{n}} = \sqrt{\frac{5724}{6}} = 31(\text{мм})$$

$$m_{XY} = \sqrt{m_x^2 + m_y^2} = 33(\text{мм})$$

2.8 Оцінка точності елементів ряду ПЛЗ

Вагова функція для визначення оберненої ваги дирекційного кута сторони S_{43} буде:

$$F_{a43} = \frac{1}{A_1(1 + \text{tg}^2 \omega_1)} [(1 + \text{tg} \omega_1 \text{ctg} \beta_{31})(1 + \text{ctg}^2 \beta_{21})(\beta_{21}) - (1 - \text{tg} \omega_1 \text{ctg} \beta_{41})(1 + \text{ctg}^2 \beta_{11})(\beta_{11}) - (1 + \text{tg} \omega_1 \text{ctg} \beta_{21})(1 + \text{ctg}^2 \beta_{31})(\beta_{31}) + (1 - \text{tg} \omega_1 \text{ctg} \beta_{11})(1 + \text{ctg}^2 \beta_{41})(\beta_{41})] + \frac{1}{A_1(1 + \text{tg}^2 \omega_2)} [(1 + \text{tg} \omega_2 \text{ctg} \beta_{32})(1 + \text{ctg}^2 \beta_{22})(\beta_{22}) - (1 + \text{tg} \omega_2 \text{ctg} \beta_{42})(1 + \text{ctg}^2 \beta_{12})(\beta_{12}) - (1 - \text{tg} \omega_2 \text{ctg} \beta_{22})(1 + \text{ctg}^2 \beta_{32})(\beta_{32}) + (1 - \text{tg} \omega_2 \text{ctg} \beta_{12})(1 + \text{ctg}^2 \beta_{42})(\beta_{42})], \quad (2.8.1)$$

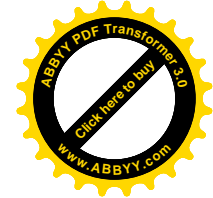
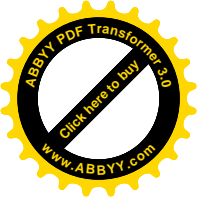
де

$$A_i = \text{ctg} \beta_{2i} \text{ctg} \beta_{3i} - \text{ctg} \beta_{1i} \text{ctg} \beta_{4i} \quad (2.8.2)$$

$$\text{tg} \omega_i = \frac{(\text{ctg} \beta_{3i} + \text{ctg} \beta_{1i}) - (\text{ctg} \beta_{4i} + \text{ctg} \beta_{2i})}{A_i} \quad (2.8.3)$$

Коефіцієнти вагової функції визначаються по програмі №2, приведеній у VII частині посібника.

Вагова функція для визначення оберненої ваги сторони S_{43} має вигляд:



$$F_{S_{43}} = -\frac{S_{21}}{2pt_1}(t_1) + \frac{S_{43}}{2pt_2}(t_2), \quad (2.8.4)$$

де

$$t_i = \left(\frac{1}{\operatorname{ctg}\beta_{2i} + \operatorname{ctg}\beta_{4i}} - \frac{1}{\operatorname{ctg}\beta_{1i} + \operatorname{ctg}\beta_{3i}} \right)^2 + \left(\frac{\operatorname{ctg}\beta_{2i}}{\operatorname{ctg}\beta_{2i} + \operatorname{ctg}\beta_{4i}} - \frac{\operatorname{ctg}\beta_{1i}}{\operatorname{ctg}\beta_{1i} + \operatorname{ctg}\beta_{3i}} \right)^2, \quad (2.8.5)$$

$$S_{21}^2 = \frac{S_{AB}^2}{t_1}; S_{43}^2 = S_{21}^2 \cdot t_2; \quad (2.8.6)$$

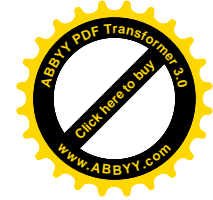
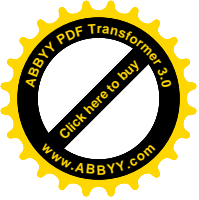
$$t_i = \frac{2(1 + \operatorname{ctg}^2\beta_{1i})}{(\operatorname{ctg}\beta_{1i} + \operatorname{ctg}\beta_{3i})^2} [r_i + q_i \operatorname{ctg}\beta_{3i}] (\beta_{1i}) + \frac{2(1 + \operatorname{ctg}^2\beta_{2i})}{(\operatorname{ctg}\beta_{2i} + \operatorname{ctg}\beta_{4i})^2} [-r_i + q_i \operatorname{ctg}\beta_{4i}] (\beta_{2i}) + \frac{2(1 + \operatorname{ctg}^2\beta_{1i})}{(\operatorname{ctg}\beta_{1i} + \operatorname{ctg}\beta_{3i})^2} [r_i + q_i \operatorname{ctg}\beta_{1i}] (\beta_{3i}) + \frac{2(1 + \operatorname{ctg}^2\beta_{2i})}{(\operatorname{ctg}\beta_{2i} + \operatorname{ctg}\beta_{4i})^2} [-r_i + q_i \operatorname{ctg}\beta_{2i}] (\beta_{4i}), \quad (2.8.7)$$

де

$$r_i = -\frac{1}{\operatorname{ctg}\beta_{2i} + \operatorname{ctg}\beta_{4i}} + \frac{1}{\operatorname{ctg}\beta_{1i} + \operatorname{ctg}\beta_{3i}} \quad (2.8.8)$$

$$q_i = \frac{\operatorname{ctg}\beta_{2i}}{\operatorname{ctg}\beta_{2i} + \operatorname{ctg}\beta_{4i}} - \frac{\operatorname{ctg}\beta_{1i}}{\operatorname{ctg}\beta_{1i} + \operatorname{ctg}\beta_{3i}} \quad (2.8.9)$$

Вагової функції для визначення обернених ваг координат пункту 4 бу-



дуть:

$$\begin{aligned} (x_4) = & \frac{\operatorname{ctg}\beta_{12}}{\operatorname{ctg}\beta_{32} + \operatorname{ctg}\beta_{12}}(x_1) + \frac{\operatorname{ctg}\beta_{32}}{\operatorname{ctg}\beta_{32} + \operatorname{ctg}\beta_{12}}(x_2) - \\ & - \frac{1}{\operatorname{ctg}\beta_{32} + \operatorname{ctg}\beta_{12}}(y_1) + \frac{1}{\operatorname{ctg}\beta_{32} + \operatorname{ctg}\beta_{12}}(y_2) + \\ & + \frac{(x_4 - x_2)(\operatorname{ctg}^2\beta_{32} + 1)}{p(\operatorname{ctg}\beta_{32} + \operatorname{ctg}\beta_{12})}(\beta_{32}) + \frac{(x_4 - x_1)(\operatorname{ctg}^2\beta_{12} + 1)}{p(\operatorname{ctg}\beta_{32} + \operatorname{ctg}\beta_{12})}(\beta_{12}), \end{aligned} \quad (2.8.10)$$

$$\begin{aligned} (y_4) = & \frac{\operatorname{ctg}\beta_{12}}{\operatorname{ctg}\beta_{32} + \operatorname{ctg}\beta_{12}}(y_1) + \frac{\operatorname{ctg}\beta_{32}}{\operatorname{ctg}\beta_{32} + \operatorname{ctg}\beta_{12}}(y_2) + \\ & + \frac{1}{\operatorname{ctg}\beta_{32} + \operatorname{ctg}\beta_{12}}(x_1) + \frac{1}{\operatorname{ctg}\beta_{32} + \operatorname{ctg}\beta_{12}}(x_2) + \\ & + \frac{(y_4 - y_2)(\operatorname{ctg}^2\beta_{32} + 1)}{p(\operatorname{ctg}\beta_{32} + \operatorname{ctg}\beta_{12})}(\beta_{32}) + \frac{(y_4 - y_1)(\operatorname{ctg}^2\beta_{12} + 1)}{p(\operatorname{ctg}\beta_{32} + \operatorname{ctg}\beta_{12})}(\beta_{12}), \end{aligned} \quad (2.8.11)$$

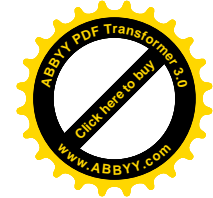
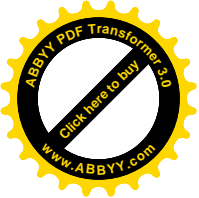
$$(x_1) = \frac{(x_1 - x_B)(1 + \operatorname{ctg}^2\gamma_{41})}{p(\operatorname{ctg}\gamma_{41} + \operatorname{ctg}\gamma_{21})}(\gamma_{41}) + \frac{(x_1 - x_A)(1 + \operatorname{ctg}^2\gamma_{21})}{p(\operatorname{ctg}\gamma_{41} + \operatorname{ctg}\gamma_{21})}(\gamma_{21}), \quad (2.8.12)$$

$$(y_1) = \frac{(y_1 - y_B)(1 + \operatorname{ctg}^2\gamma_{41})}{p(\operatorname{ctg}\gamma_{41} + \operatorname{ctg}\gamma_{21})}(\gamma_{41}) + \frac{(y_1 - y_A)(1 + \operatorname{ctg}^2\gamma_{21})}{p(\operatorname{ctg}\gamma_{41} + \operatorname{ctg}\gamma_{21})}(\gamma_{21}), \quad (2.8.13)$$

$$(x_2) = \frac{(x_2 - x_B)(1 + \operatorname{ctg}^2\gamma_{31})}{p(\operatorname{ctg}\gamma_{31} + \operatorname{ctg}\gamma_{11})}(\gamma_{31}) + \frac{(x_2 - x_A)(1 + \operatorname{ctg}^2\gamma_{11})}{p(\operatorname{ctg}\gamma_{31} + \operatorname{ctg}\gamma_{11})}(\gamma_{11}), \quad (2.8.14)$$

де

$$\begin{aligned} (\gamma_{11}) &= (\omega_1) - (\beta_{11}); & (\gamma_{21}) &= (\omega_1) + (\beta_{31}); \\ (\gamma_{31}) &= -(\omega_1) + (\beta_{21}); & (\gamma_{41}) &= -(\omega_1) - (\beta_{41}); \end{aligned} \quad (2.8.15)$$



$$\begin{aligned}
 (\omega_i) = & \frac{1}{A_1(1 + \operatorname{tg}^2 \omega_1)} [(1 + \operatorname{tg} \omega_1 \operatorname{ctg} \beta_{31})(1 + \operatorname{ctg}^2 \beta_{21})(\beta_{21}) - \\
 & - (1 - \operatorname{tg} \omega_1 \operatorname{ctg} \beta_{41})(1 + \operatorname{ctg}^2 \beta_{11})(\beta_{11}) - \\
 & - (1 + \operatorname{tg} \omega_1 \operatorname{ctg} \beta_{21})(1 + \operatorname{ctg}^2 \beta_{31})(\beta_{31}) + \\
 & + (1 - \operatorname{tg} \omega_1 \operatorname{ctg} \beta_{11})(1 + \operatorname{ctg}^2 \beta_{41})(\beta_{41})], \quad (2.8.16)
 \end{aligned}$$

Таблиця 2.48. Коefіцієнти умовних рівнянь і вагових функцій

Назв напр	P	(α)	(S)	(X_4)	(Y_4)	$F_{\alpha_{34}}$	$F_{S_{34}}$	$F_{X_{34}}$	$F_{Y_{34}}$
(1)	1	+1,006	+31,491	-77,765	+30,504	+1,006	+31,491	-77,765	+30,504
(2)	1	-1,602	-8,503	+76,593	-13,178	-1,602	-8,503	+76,593	-13,178
(3)	1	+0,080	-37,914	+28,476	-37,787	+0,080	-37,914	+28,476	-37,787
(4)	1	+1,352	-11,713	0	0	+1,352	-11,713	0	0
(5)	1	-0,836	+26,639	-27,304	+20,461	-0,836	+26,639	-27,304	+20,461
(6)	1	-0,900	-11,818	0	0	-0,900	-11,818	0	0
(7)	1	+2,291	-12,854	+9,392	-49,908	+2,291	-12,854	+9,392	-49,908
(8)	1	-0,013	+57,104	-82,542	+51,426	-0,013	+57,104	-82,542	+51,426
(9)	1	-2,374	-14,104	+118,661	-36,472	-2,374	-14,104	+118,661	-36,472
(10)	1	+0,996	-18,328	-45,516	-37,990	+0,996	-18,328	-45,516	-37,990
(11)	1	+1,354	+29,929	-29,919	-26,153				
(12)	1	-1,904	-3,191	0	0				
(13)	1	-0,282	-48,296	+23,334	+52,966				
(14)	1	+2,410	-4,193	+109,495	+1,358				
(15)	1	-1,578	+25,751	-102,910	-28,171				
(16)	1	-1,586	-21,181	-67,361	+57,147				
(17)	1	+2,757	-2,911	+129,257	-54,066				
(18)	1	+0,341	+60,200	-77,972	-61,657				
(19)	1	-2,808	-11,501	+16,076	+58,576				
(20)	1	+1,301	-24,607	0	0				

Таблиця 2.49. Коефіцієнти нормальних рівнянь і вагових функцій

	a]	b]	c]	d]	F α_{34}	F S_{34}	F X_{34}	F Y_{34}	W	S
[a	52.445	+55.692	+290.364	-635.5830	18.798	-0.164	-480.286	-207.760	+21,07	-885,424
[b		16186.934	-19540.640	-2699.985	-0.164	+7448.882	-1058.81	+6810.398	+88	-2231,693
[c			88127.184	-3695.126	-480.286	-10580.81	+36524.99	-3672.578	+265	+87238,099
[d				28566.024	-207.760	+6810.398	-3672.578	+10859.553	-494	+34830,943
FF					+18.798	+7448.882	+36524.99	+10859.533		
t _{1i}	7,242	+7,690	+40,095	-87,765	+2,596	-0,023	-66,320	-28,689	+2,909	-122,264
t _{2i}		126,995	-156,297	-15,946	-0,138	+58,656	-79,301	+55,364	+0,517	-10,170
t _{3i}			249,180	-10,709	-2,444	-5,667	+107,511	+24,604	+0,920	+363,394
t _{4i}				143,158	-0,060	+53,668	-67,103	+66,276	1,540916	+194,399
K: $\sqrt{\frac{1}{P_F}}$	-0,24625	-6,695 10 ⁻³	-3,23 10 ⁻³	+1,07637 10 ⁻²	$\sqrt{\frac{1}{P_{\alpha 34}}}=2,46$	$\sqrt{\frac{1}{P_{S34}}}=58,65$	$\sqrt{\frac{1}{P_{X4}}}=98,876$	$\sqrt{\frac{1}{P_{Y4}}}=55,364$		

Для першої моделі при точності вимальовування горизонтальних кутів $m_{\beta}=3,3''$ одержана середня квадратична похибка дирекційного кута α_{34} :

$$m_{\alpha 43} = \mu \sqrt{\frac{1}{P_{\alpha 34}}} = 1,73 * 2,46 = 1,77''$$

Середня квадратична похибка дирекційного кута m_{S43}

$$m_{S43} = \mu \sqrt{\frac{1}{P_{S34}}} = 1,73 * 59 = 102 \text{ мм}$$

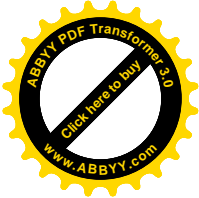
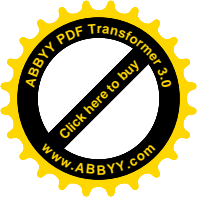
Середня квадратична похибка координат пункту 4:

$$m_{X4} = \mu \sqrt{\frac{1}{P_{X4}}} = 1,73 * 99 = 171 \text{ мм}$$

істина ж похибка була = 163 мм;

$$m_{Y4} = \mu \sqrt{\frac{1}{P_{Y4}}} = 1,73 * 55 = 95 \text{ мм}$$

Розрахуємо фактичні квадратичні похибки по їх істинним похибкам по формулам Гауса:



$$m_x = \sqrt{\frac{[\Delta x \Delta x]}{n}} = \sqrt{\frac{63780}{6}} = 103(\text{мм})$$

$$m_y = \sqrt{\frac{[\Delta y \Delta y]}{n}} = \sqrt{\frac{9640}{6}} = 40(\text{мм})$$

Визначимо на найбільшій оберненій вазі необхідну точність виміру напрямків, щоб середня квадратична похибка координат пунктів була рівна 50 мм.

$$\mu = \frac{m_{xy}}{\sqrt{\frac{1}{P_{xy}}}} = \frac{50}{\sqrt{\frac{99^2 + 55^2}{2}}} = \frac{50}{80} = 63''$$

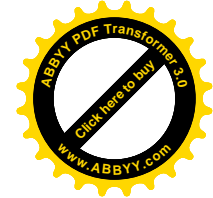
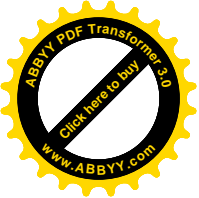
Як було показано в попередньому параграфі, при середній квадратичній похибці одиниці ваги 0,72" по результатам зрівноваження була отримана середня квадратична похибка планового положення пункту 4:

$$m_{xy} = \sqrt{71^2 + 40^2} = 81\text{мм},$$

а по істинним похибкам:

$$m_{xy} = 43\text{мм}.$$

Граничні істинні похибки незрівноважених координат при середній квадратичній похибці вимірювання кутів в $\Delta x=40\text{мм}$; $\Delta y=-30\text{мм}$. Так як дані значення похибок знаходяться на межі закруглень, то збільшення точності в два рази, тобто зменшення істинних похибок в два рази добиватися не слід. Ці результати цілком задовольняють топографічні знімання любого масштабу.



2.9 Попередній розрахунок елементів в МПЛЗ

На основі оцінки точності ряду ПЛЗ одержимо формули попереднього розрахунку точності на стадії проектування мереж.

Для вільного ряду із чотирьох чотирикутників для четвертого чотирикутника величини обернених ваг будуть:

$$\frac{1}{P_{\alpha 4}} = \sqrt{52,445} = 7,24;$$

для одного чотирикутника:

$$\frac{1}{P_{\alpha 1}} = \sqrt{\frac{1}{P_{\alpha 4}}/4} = 3,62.$$

Середня квадратична похибка визначення дирекційного кута зв'язуючої сторони вільного ряду визначається по формулі:

$$m_{\alpha_n} = 3,62 \cdot m_{\beta} \sqrt{n} \quad (2.9.1)$$

де n - число чотирикутників ряду;

m_{β} - середня квадратична похибка виміру горизонтальних кутів.

Для ряду, який опирається на два вихідних дирекційних кути, величина оберненої ваги слабкої сторони буде:

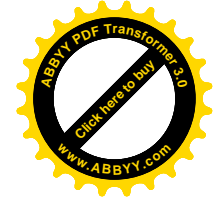
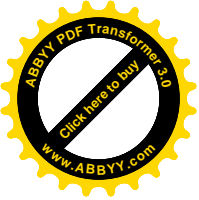
$$\frac{1}{P_{\alpha}} = \sqrt{18,798 - 2,595^2} = 3,47;$$

і середня квадратична похибка m_{α} слабкої сторони для чотирикутників розраховується за формулою:

$$m_{\alpha} = 3,47 * \mu \quad (2.9.2)$$

де μ - середня квадратична похибка одиниці ваги.

Для ряду із n чотирикутників:



$$m_{\alpha} = \frac{3,47}{2} \mu \sqrt{n} = 1,73 \mu \sqrt{n} \quad (2.9.3)$$

Замітимо, що в попередній частині посібника була отримана формула середньої квадратичної похибки передачі дирекційного кута в зрівноваженому ряді:

$$m_{\alpha} = 1,58 m_{\beta} \sqrt{n}. \quad (2.9.4)$$

Для вільного ряду обернена вага зв'язуючої сторони:

$$\sqrt{\frac{1}{P_s}} = \sqrt{16186,934} = 127,23.$$

Для одного чотирикутника:

$$\sqrt{\frac{1}{P_s}} / 4 = 63,61.$$

Середня квадратична похибка визначення зв'язуючої сторони вільного ряду розраховується по формулі:

$$m_s = 63,61 \mu \sqrt{n}. \quad (2.9.5)$$

Для ряду, який опирається на дві вихідні сторони величина оберненої ваги слабкої сторони буде:

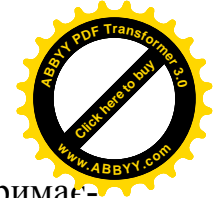
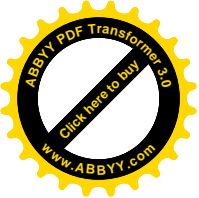
$$\sqrt{\frac{1}{P_s}} = \sqrt{7448,882 - 58,656^2} = 63,61.$$

і середня квадратична похибка слабкої сторони ряду для 4 чотирикутників розраховується по формулі:

$$m_s = 63,61 \mu \quad (2.9.6)$$

для ряду із n чотирикутників:

$$m_s = \frac{63,61}{2} \mu \sqrt{n} = 31,6 \mu \sqrt{n} (\text{мм}) \quad (2.9.7)$$



Так, для ряду із чотирьох геодезичних чотирикутників при $\mu=1''$ отримаємо $m_s=63,2$ мм.

Ряд, який опирається на дві вихідні сторони з відомими дирекційними кутами і складається із 4 чотирикутників має величину оберненої ваги дирекційного кута слабкої зв'язуючої сторони:

$$\frac{1}{P_\alpha} = \sqrt{18,798 - 2,595^2 - 0,158^2} = 3,47;$$

тобто умовне рівняння сторін не впливає на точність визначення дирекційних кутів. В даному випадку для оцінки точності справедливі формули (2.9.2) і (2.9.3).

Для того ж ряду величина оберненої ваги зв'язуючої сторони:

$$\sqrt{\frac{1}{P_s}} = \sqrt{7448,882 - 58,656^2 - 0,023^2} = 63,61.$$

тобто, умовне рівняння дирекційних кутів не впливає на точність визначення сторін. При цьому справедливої формули (2.9.6) і (2.9.7).

Ряд, який опирається на два вихідні пункти на початку і кінці ряду при чотирьох чотирикутниках в ряді має обернені ваги:

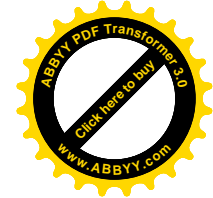
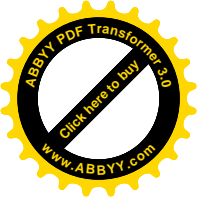
$$\frac{1}{P_\alpha} = 2,461'', \quad (2.9.8)$$

і ряду із n чотирикутників:

$$m_\alpha = \frac{2,461}{2} \mu \sqrt{n} = 1,23 \mu \sqrt{n} (\text{секунд}) \quad (2.9.9)$$

$$m_s = \frac{58,656}{2} \mu \sqrt{n} = 29,33 \mu \sqrt{n} (\text{мм}) \quad (2.9.10)$$

$$m_x = \frac{98,876}{2} \mu \sqrt{n} = 49,44 \mu \sqrt{n} (\text{мм}) \quad (2.9.11)$$



$$m_y = \frac{55,364}{2} \mu \sqrt{n} = 27,68 \mu \sqrt{n} (\text{мм}) \quad (2.9.12)$$

Для вільного ряду:

$$m_x = \mu \sqrt{\frac{36524,991}{4}} \sqrt{n} = 95,55 \mu \sqrt{n} (\text{мм}) \quad (2.9.13)$$

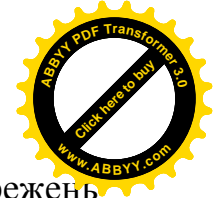
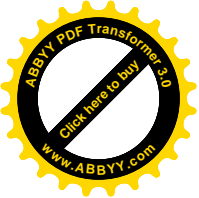
$$m_y = \mu \sqrt{\frac{10859,553}{4}} \sqrt{n} = 52,1 \mu \sqrt{n} (\text{мм}) \quad (2.9.14)$$

При кутах $\omega \leq \pm 15^\circ$ для попереднього розрахунку точності елементів ряду парних ланок засічок цілком можна використовувати ці спрощені формули, які дають розходження від строгих формул не більше 12%.

2.10 Дослідження впливу надлишкових спостережень у невільних рядах, що розвиваються методом парних ланок засічок

Розглянемо спосіб створення опорних геодезичних мереж шляхом побудови і закріплення на місцевості рядів геодезичних чотирикутників, установці теодоліта в кожній з їхніх вершин, вимірі всіх горизонтальних кутів і деяких вихідних сторін чи базисів із прив'язкою до вихідних пунктів, розрахунком сторін, дирекційних кутів і координат, що відрізняється тим, що з метою підвищення ефективності польових робіт теодоліт установлюють через один пункт по кожній стороні ряду тільки на кінцях сторін парних геодезичних чотирикутників, визначенні координат пунктів установки теодоліта з рішення задачі Ганзена і координат пунктів, на які проводять спостереження з рішення прямих кутових засічок по формулах Гауса чи Юнга.

Даний спосіб створення опорних геодезичних мереж був запропонований автором у 1976 році й опублікований у його роботах (57, 58, 61, 62), захищений його кандидатською дисертацією.



Надалі, коли був обґрунтований принцип не суцільних спостережень створення опорних геодезичних мереж і встановлено, що тільки даний метод із усіх відомих методів, названий автором методом парних ланок засічок (МПЛЗ), задовільняє даному принципу, виникла необхідність подальшого дослідження його. Результатом такого дослідження з'явилися монографії (50,51) і робота (68).

Установлюючи теодоліт у пунктах 1 і 2 (див. рис 2.1), вимірюють горизонтальні кути $\beta_1, \beta_2, \beta_3, \beta_4, \beta'_1, \beta'_2, \beta'_3, \beta'_4$ на сторони суміжних чотирикутників S_{A-B} і S_{3-4} . З рішення задачі Ганзена визначають координати пунктів 1 і 2 по наступному алгоритму.

Обчислюють допоміжний кут ω (див. мал 1.1) під який перетинаються сторони S_{AB} і S_{1-2} по формулі

$$\operatorname{tg}\omega_1 = \frac{(\operatorname{ctg}\beta_1 + \operatorname{ctg}\beta_3) - (\operatorname{ctg}\beta_2 + \operatorname{ctg}\beta_4)}{\operatorname{ctg}\beta_2 \operatorname{ctg}\beta_3 - \operatorname{ctg}\beta_1 \operatorname{ctg}\beta_4} . \quad (2.10.1)$$

Розраховують дирекційний кут α_{12} сторони S_{12} з виразу

$$\alpha_{12} = \alpha_{BA} + \omega_1 . \quad (2.10.2)$$

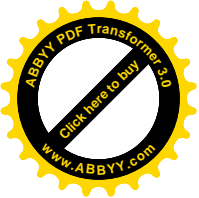
Примичні кути розраховують по формулах

$$B_1 = 180^\circ - \beta_1 + \omega_1, \quad (2.10.3)$$

$$B_2 = \omega_1 + \beta_3, \quad (2.10.4)$$

$$B_3 = \beta_2 - \omega_1, \quad (2.10.5)$$

$$B_4 = 180^\circ - \omega_1 - \beta_4. \quad (2.10.6)$$



Координати всіх пунктів визначають по формулах Юнга рішення прямих кутових засічок.

Дослідження точності зроблене на моделі довільного ряду, що складає з чотирьох геодезичних чотирикутників. Генеровано середні квадратичні похибки виміру кутів при $m_{\beta}=2'', 4'', 5''$. Сторони чотирикутників рівний 4-5 км (див. рис 2.1). Ряд зорієнтований уздовж координатних осей.

Розроблено програму розрахунку попередніх координат і наближеного зрівнювання ряду, що розвивається МПЛЗ.

По даній програмі зроблене зустрічне обчислення координат з пунктів А,В и С,Д.

Порівняльна таблиця не зрівняних і істинних координат невільного ряду, що розвивається МПЛЗ при $m_{\beta}=2''$. За попередні координати пунктів 3 і 4 узяті їхні середні значення, розраховані з лівого і правого базисів

Таблиця 2.50

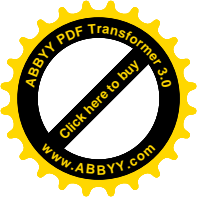
№ п.	$X_{ист.}$	$X'_{неур.}$	$X'-X$	$Y_{ист.}$	$Y'_{неур.}$	$Y'-Y$
1	6221,55	6221,57	+0,02	7045,92	7045,92	0
2	1437,53	1737,51	-0,02	6617,21	6617,19	-0,02
3	4933,55	4933,41	-0,14	10876,91	10876,93	+0,02
4	557,97	557,96	-0,01	11290,18	11290,23	+0,05
5	5765,28	5765,15	-0,13	15841,45	15841,45	0
6	1755,78	1755,68	-0,10	15653,35	15653,38	+0,03

На підставі даних табл.2.50 затверджується наступна теорема 4:

$$(\forall Z_{4н})(5км > d > 4км; m_{\beta} = 2''; \omega \leq 10^{\circ}) \Rightarrow (f_x, f_y) \leq 0,14см ,$$

(2.10.7)

тобто для невільного ряду МПЛЗ, що складає з 4 геодезичних чотирикутників при довжинах сторін від 4 до 5км і с.к.п виміру кутів $m_{\beta}=2''$ і кутах



омега до 10° , ймовірна помилка визначення координат пунктів не перевищить 14см.

У позначеннях Z – геодезичний чотирикутник з вимірними чотирма кутами замість вісьми.

Індекс n – означає невільний ряд геодезичних чотирикутників;

\forall - квантор спільності.

При вимірі горизонтальних кутів із середньої квадратичною похибкою не перевищує $4''$, порівняльна таблиця не зрівняних і істинних координат приймає вигляд

Таблиця 2.51

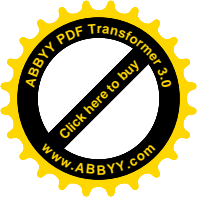
№ п.	$X_{\text{ист.}}$	$X_{\text{неур.}}$	$X'-X$	$Y_{\text{ист.}}$	$Y_{\text{неур.}}$	$Y'-Y$
1	6221,55	6221,58	+0,03	7045,92	7045,84	-0,08
2	1437,53	1437,55	+0,02	6617,21	6617,14	-0,07
3	4933,55	4933,31	-0,24	10876,91	10876,92	+0,01
4	557,97	557,96	-0,01	11290,18	11290,26	+0,08
5	5765,28	5765,03	-0,25	15841,45	15841,40	-0,05
6	1755,78	1755,61	-0,17	15653,35	15653,42	+0,07

На підставі даних табл. 2.51 стверджується наступна теорема 5:

$$(\forall Z_{4n})(5\text{км} > d > 4\text{км}; m_{\beta} = 4''; \omega \leq 10^\circ) \Rightarrow (f_x, f_y) \Rightarrow 0,24\text{м} , \quad (2.10.8)$$

тобто для невільного ряду, що розвивається МПЛЗ, що складається з 4 геодезичних чотирикутників, при довжині сторін від 4 до 5км і с.к.п. виміру кутів $m_{\beta}=4''$, при кутах омега до 10° , ймовірна помилка визначення координат пунктів не перевищує 24 см.

Зрозуміло, усі теореми справедливі для випадку незміщенності оцінок, тобто якщо розподіл помилок підлеглий нормальному закону розподілу Гау-



са, при відсутності помилок вихідних пунктів, при відсутності систематичних помилок.

При вимірі кутів із с.к.п. $m_{\beta}=5''$, порівняльна таблиця визначення координат пунктів приймає вигляд

Таблиця 2.52

№ п.	$X_{\text{ист.}}$	$X_{\text{неур.}}$	$X-X$	$Y_{\text{ист.}}$	$Y_{\text{неур.}}$	$Y-Y$
1	6221,55	6221,60	+0,05	7045,92	7045,80	-0,12
2	1437,53	1437,58	+0,05	6617,21	6617,12	-0,09
3	4933,55	4933,27	-0,28	10876,91	10876,91	0
4	557,97	557,97	0	11290,18	11290,26	+0,08
5	5765,28	5764,98	-0,30	15840,45	15845,38	-0,06
6	1755,78	1755,57	-0,21	15653,35	15653,43	+0,08

На підставі даних табл. 2.52 затверджується теорема 6:

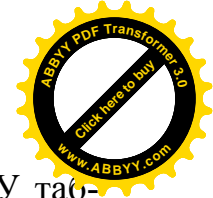
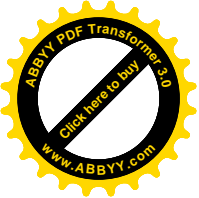
$$(\forall Z_{4n})(5\text{км} > d > 4\text{км}); m_{\beta} = 5''; \omega \leq 10^{\circ} \Rightarrow (f_x, f_y) \leq 30\text{см} , \quad (2.10.9)$$

тобто для невірного ряду, що розвивається МПЛЗ, що складається з 4 геодезичних чотирикутників, при довжині сторін від 4 до 5 км і с.к.п. виміру кутів $m_{\beta}=5''$, при кутах ω до 10° , ймовірна помилка визначення координат пунктів не перевищить 30 см.

Цікаво простежити вплив строгого зрівнювання на точність визначення координат пунктів.

Виміри кутів зроблені з $m_{\beta}=2''$.

Виконано строге зрівнювання невірного ряду параметричним способом.



Отримано середня квадратична похибка одиниці ваги $\mu=0,94''$. У таблиці 2.53 наведені зрівняні значення координат

Таблиця 2.53

№ п.	$X_{\text{предв.}}$	δx	$X_{\text{ур.}}$	$Y_{\text{предв.}}$	δy	$Y_{\text{ур.}}$
1	6221,567	+0,018	6221,585	7045,922	+0,002	7045,924
2	1437,510	+0,031	1437,541	6617,188	+0,023	6617,201
3	4933,410	+0,146	4933,556	10876,930	-0,053	10876,877
4	557,958	+0,012	557,970	11290,232	-0,037	11290,195
5	5765,148	+0,138	5765,286	15841,449	+0,045	15841,494
6	1755,677	+0,090	1755,767	15653,383	-0,051	15653,332

За попередні координати пунктів 3 і 4 узяті їхні середні значення, розраховані з лівого і правого базисів.

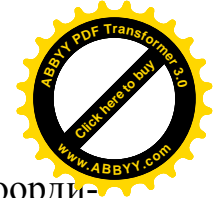
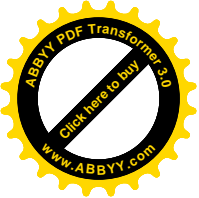
Таблиця 2.54. Порівняльна таблиця визначення координат пунктів

№ п.	$X_{\text{ист.}}$	$X'_{\text{неур.}}$	$X''_{\text{ур.}}$	$X'-X$	$X''-X$	$Y_{\text{ист.}}$	$Y'_{\text{неур.}}$	$Y''_{\text{ур.}}$	$Y'-Y$ (см)	$Y''-Y$ (см)
1	6221,55	6221,57	6221,58	+0,02	+0,03	7045,92	7045,92	7045,92	0	0
2	1437,53	1437,51	1737,54	-0,02	+0,01	6617,21	6617,19	6617,20	2	1
3	4933,55	4933,41	4933,56	-0,14	+0,01	10876,91	10876,93	10876,88	2	3
4	557,97	557,96	557,97	-0,01	0	11290,18	11290,23	11290,19	5	1
5	5765,28	5765,15	5765,29	-0,13	+0,01	15841,45	15841,45	15841,49	0	4
6	1755,78	1755,68	1755,77	-0,10	-0,01	15653,35	15653,38	15653,33	3	2

На підставі даних табл. 2.54 затверджується теорема 7:

$$(\forall Z_{4n})(5\text{км} > d > 4\text{км}; m_{\beta} = 2''; \omega \leq 10^{\circ}) \Rightarrow (\tilde{f}_x, \tilde{f}_y) \leq 0,05\text{м} \quad (2.10.10)$$

тобто для невірного ряду, що розвивається МПЛЗ, що складається з 4 геодезичних чотирикутників, при довжині сторін від 4 до 5 км і с.к.п. виміру кутів



$m_p=2''$, при кутах омега до 10° , щира помилка визначення зрівняних координат пунктів не перевищить 5 см.

Таким чином, на підставі проведених досліджень робимо висновок, що в результаті строгого зрівнювання правдиві помилки визначення координат пунктів у невеликому ряді парних ланок засічок зменшилися в п'ять разів по осі абсцис і на 1 см по осі ординат. На жаль, строге зрівнювання не виключає правдиві помилки зовсім.

У результаті строго зрівнювання отримані наступні значення обернених ваг зрівняних елементів

Таблиця 2.55

№ чт.	$\frac{1}{P_L}$	$\frac{1}{P_q}$	$\frac{1}{P_{\alpha_{св.}}}$	$\frac{1}{P_{\alpha_{вн.}}}$	$\frac{1}{P_{\alpha_{знач.}}}$
1	0,233	0,247	2,551	1,464	1,163
2	0,357	0,520		1,057	2,106
3	0,221	0,164	3,413	4,190	3,182
4				3,869	3,225

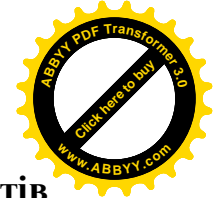
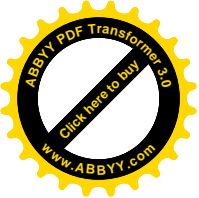
Великий інтерес представляє дослідження додаткових спостережень у рядах парних ланок засічок.

Додатково спостереження проведені на пункті 4. Проведено строге зрівнювання даної мережі

Отримано значення середньої квадратичної помилки одиниці ваги $\mu=0,91''$.

Таблиця 2.56. Таблиця зрівняних координат

№ п.	$X_{предв.}$	δx	$X_{ур.}$	$Y_{предв.}$	δy	$Y_{ур.}$
1	6221,567	+0,020	6221,587	7045,922	+0,003	7045,925
2	1437,510	+0,025	1437,535	6617,188	+0,025	6617,213
3	4933,410	+0,146	4933,556	10876,930	-0,022	10876,908
4	557,958	+0,007	557,965	11290,232	-0,052	11290,180
5	5765,148	+0,131	5765,279	15841,449	+0,061	15841,510
6	1755,677	+0,101	1755,778	15653,383	-0,039	15653,344

**Таблиця 2.57. Порівняльна таблиця визначення координат пунктів**

№ п.	$X_{\text{ист.}}$	$X''_{\text{ур.}}$	$X''-X$	$Y_{\text{ист.}}$	$Y''_{\text{ур.}}$	$Y''-Y$
1	6221,55	6221,59	+0,04	7045,92	7045,92	0
2	1437,53	1437,54	+0,01	6617,21	6617,21	0
3	4933,55	4933,56	+0,01	10876,91	10876,91	0
4	557,97	557,96	-0,01	11290,18	11290,18	0
5	5765,28	5765,28	0	15841,45	15841,51	+0,06
6	1755,78	1755,78	0	15653,35	15653,34	-0,01

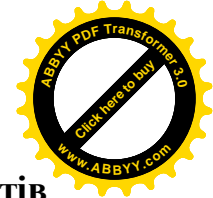
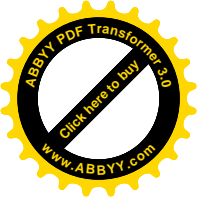
На підставі даних табл.2.57 зроблений висновок, що при додатковому спостереженні на пункті 4 підвищення точності визначення координат пунктів не відбулося.

Надалі досліджена мережа суцільних спостережень. Спостереження проведені на всіх пунктах ряду.

Середня квадратична похибка одиниці ваги склала $\mu=1,03''$. Як бачимо, помітного підвищення точності не відбулося.

Таблиця 2.58. Таблиця зрівняних координат суцільної мережі спостережень

№ п.	$X_{\text{предв.}}$	δx	$X_{\text{ур.}}$	$Y_{\text{предв.}}$	δy	$Y_{\text{ур.}}$
1	6221,567	+0,021	6221,588	7045,922	+0,052	7045,974
2	1437,510	-0,004	1437,506	6617,188	+0,055	6617,243
3	4933,410	+0,121	4933,531	10876,930	+0,40	10876,970
4	557,958	-0,008	557,950	11290,232	+0,011	11290,243
5	5765,148	+0,107	5765,255	15841,449	+0,071	15841,520
6	1755,677	+0,084	1755,761	15653,383	-0,018	15653,365



Таблиця 2.59. Порівняльна таблиця визначення координат пунктів

№ п.	X _{ист.}	X _{ур.}	X ^{''} -X	Y _{ист.}	Y _{ур.}	Y ^{''} -Y
1	6221,55	6221,59	+0,04	7045,92	7045,97	+0,05
2	1437,53	1437,51	-0,02	6617,21	6617,24	+0,03
3	4933,55	4933,53	-0,02	10876,91	10876,97	+0,06
4	557,97	557,95	-0,02	11290,18	11290,24	+0,06
5	5765,28	5765,26	-0,02	15841,45	15841,52	+0,07
6	1755,78	1755,76	-0,02	15653,35	15653,36	+0,01

Як бачимо, ніякого підвищення точності визначення координат пунктів у даному випадку не відбулося.

Апроксимуючи величину оберненої ваги $\frac{1}{P_L}$ подовжнього зрушення ряду по методу найменших квадратів, отримана формула:

$$\frac{1}{P_L} = -0,13\pi^2 + 0,53\pi - 0,18, \quad (2.10.11)$$

де π – число чотирикутників ряду.

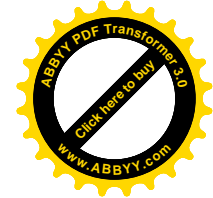
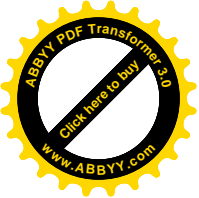
Апроксимуючи величину оберненої ваги $\frac{1}{P_q}$ поперечного зрушення ряду, отримана формула (див. дод.11)

$$\frac{1}{P_q} = -0,31\pi^2 + 1,22\pi - 0,65. \quad (2.10.12)$$

Формула розрахунку оберненої ваги дирекційного кута зовнішньої сторони ряду

$$\frac{1}{P_{\alpha_{\text{вн.}}}} = -0,22\pi^2 + 0,93\pi + 0,16. \quad (2.10.13)$$

Обернена вага передачі дирекційного кута діагоналі визначають з вираження



$$\frac{1}{P_{\alpha_{\text{диаг.}}}} = -0,22\pi^2 + 1,85\pi - 0,52 \quad (2.10.14)$$

Надалі досліджуємо невірний ряд з восьми квадратів, що розвивається методом парних ланок засічок.

Даному питанню присвячується наступний параграф.

2.11 Дослідження невірнього ряду квадратів МПЛЗ

Ряд з вісьми квадратів орієнтований уздовж координатних осей.

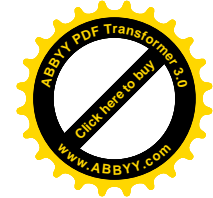
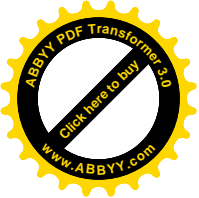
Генеровано середня квадратична похибка виміру кутів-ліній, рівна 5".

По розробленій автором програмі зроблений зустрічний розрахунок не зрівняних координат пунктів із двох базисів.

Таблиця 2.60. Порівняльна таблиця не зрівняних і щирих координат ряду квадратів

№ п.	X _{ист.}	X' _{неур.}	X'-X	Y _{ист.}	Y' _{неур.}	Y'-Y
1	3000,00	2999,89	-0,11	3000,00	3000,01	+0,01
2	1000,00	999,96	-0,04	3000,00	2999,95	-0,05
3	3000,00	2999,83	-0,17	5000,00	4999,88	-0,12
4	1000,00	999,88	-0,12	5000,00	4999,87	-0,13
5	3000,00	2999,92	-0,08	7000,00	6999,72	-0,28
6	1000,00	999,99	-0,01	7000,00	6999,78	-0,22
7	3000,00	2999,97	-0,03	9000,00	8999,72	-0,28
8	1000,00	1000,08	+0,08	9000,00	8999,70	-0,30
9	3000,00	2999,77	-0,23	11000,00	10999,72	-0,28
10	1000,00	999,82	-0,18	11000,00	10999,52	-0,48
11	3000,00	2999,80	-0,20	13000,00	12999,82	-0,08
12	1000,00	999,72	-0,28	13000,00	13000,00	0
13	3000,00	2999,88	-0,12	15000,00	14999,93	-0,07
14	1000,00	999,85	-0,15	15000,00	15000,03	-0,03

З табл.2.60 випливає, що найбільша ймовірніша помилка визначення координат пунктів у даному випадку складає 48 см.



Надалі ряд підлягають строгому зрівнюванню.

У табл. 2.60 приведені середні квадратичні похибки зрівняних координат (м).

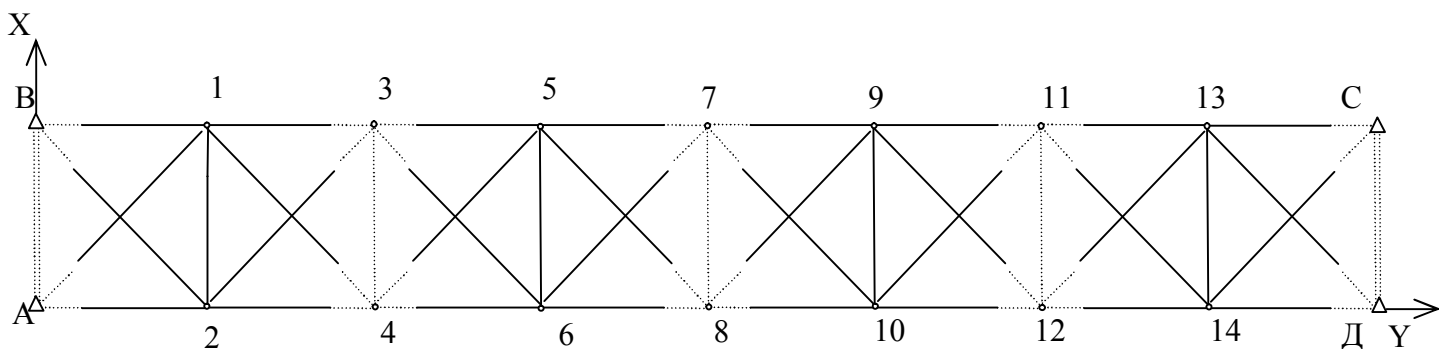
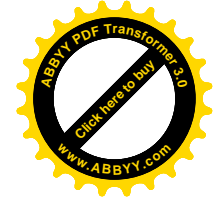
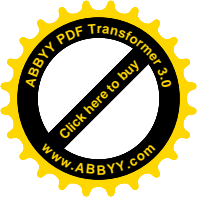


Рис. 2.4 Невільний ряд квадратів.

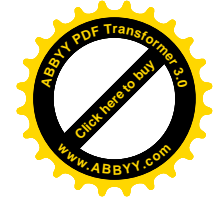
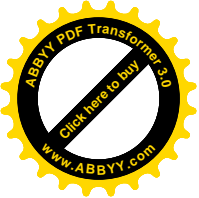
Таблиця 2.61

№ п.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
m_x	0.075	0.069	0.143	0.131	0.188	0.161	0.262	0.223	0.139	0.168	0.134	0.138	0.070	0.073
m_y	0.056	0.055	0.073	0.086	0.113	0.134	0.121	0.161	0.159	0.128	0.096	0.081	0.055	0.055



Продовження матриці коефіцієнтів вагових функцій зрівнених сторін
з 15 елемента

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
a_{67}	b_{67}	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	$-a_{108}$	$-b_{108}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
a_{107}	b_{107}	$-a_{107}$	$-b_{107}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	$-a_{109}$	$-b_{109}$	a_{109}	b_{109}	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	$-a_{1011}$	$-b_{1011}$	0	0	0	0	a_{1011}	b_{1011}	0	0	0	0
0	0	$-a_{1012}$	$-b_{1012}$	0	0	a_{1012}	b_{1012}	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	a_{1412}	b_{1412}	0	0	0	$-a_{1412}$	$-b_{1412}$	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	a_{1411}	b_{1411}	$-a_{1411}$	$-b_{1411}$	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	$-a_{1413}$	$-b_{1413}$	a_{1413}	b_{1413}
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	$-a_{14C}$	$-b_{14C}$	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	$-a_{14D}$	$-b_{14D}$	0	0

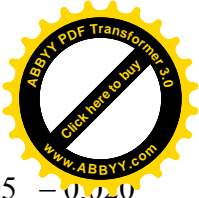
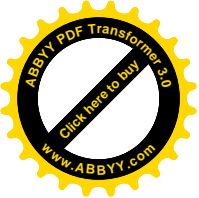


Продовження матриці коефіцієнтів вагових функцій зрівняних сторін,
починаючи з 15 елемента

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0,71	0,71	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
-0,71	0	0,71	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	-0,71	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	-1	0	0	0	0	0	0,71	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	0	1	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0,71	-0,71	-0,71	0,71	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	-1	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-0,71	-0,71	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	0

Помітимо, до речі, що по напрямку 10-9 вагові коефіцієнти не визначалися й у вихідну матрицю були введені нульові елементи.

Матриця обернених ваг зрівняних сторін має вигляд

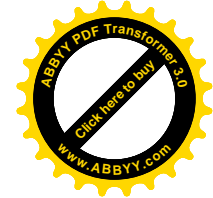
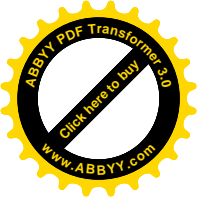


{	0,045	0,010	0,004	0,001	-0,014	-0,007	0,004	0,001	0,005	0,005	-0,020
		0,027	0,004	-0,007	-0,003	0	-0,011	-0,008	-0,015	-0,015	0,011
			0,008	0,029	0,024	0,019	0,023	0,011	0,007	-0,001	-0,015
				0,091	0,054	0,054	0,055	0,025	0,009	-0,005	-0,030
					0,094	0,038	0,054	0,027	0,026	0,001	-0,045
						0,094	0,056	0,029	0,018	-0,012	-0,044
							0,092	0,036	0,020	0,003	-0,033
								0,041	0,058	0,043	-0,031
									0,0139	0,101	-0,042
										0,132	-0,039
											0,154

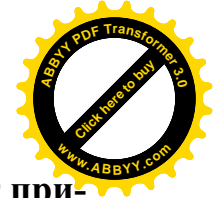
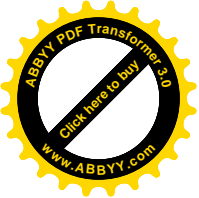
Продовження матриці обернених ваг

-0,016	0	-0,021	-0,020	-0,010	-0,012	0,005	-0,060	0,008	}
0,017	0	0,012	0,013	0,003	0,003	-0,001	0,004	-0,007	
-0,011	0	-0,019	-0,012	-0,016	-0,024	0,009	-0,004	-0,001	
-0,021	0	-0,043	-0,026	-0,037	-0,057	0,020	-0,009	-0,003	
-0,034	0	-0,048	-0,031	-0,039	-0,059	0,021	-0,010	-0,001	
-0,030	0	-0,047	-0,031	-0,037	-0,055	0,020	-0,011	-0,001	
-0,029	0	-0,048	-0,028	-0,041	-0,063	0,022	-0,010	-0,003	
-0,049	0	-0,046	-0,030	-0,036	-0,055	0,019	-0,011	0,001	
-0,097	0	-0,080	-0,055	-0,059	-0,088	0,031	-0,020	0,007	
-0,077	0	-0,051	-0,030	-0,043	-0,066	0,023	-0,011	-0,003	
0,092	0	0,090	0,099	0,012	0,046	-0,013	0,007	-0,012	
0,115	0	0,097	0,087	0,040	0,081	-0,026	0,013	-0,007	
0	0	0	0	0	0	0	0	0	
		0,110	0,092	0,048	0,094	-0,030	0,008	-0,010	
			0,101	0,013	0,050	-0,014	0,004	-0,005	
				0,099	0,081	-0,031	0,011	-0,023	
					0,145	-0,046	-0,008	-0,010	
						0,023	-0,010	0	
							0,030	0,009	
								0,045	

Отримана середня квадратична похибка визначення одиниці ваги $\mu=2,59''$.

**Таблиця 2.62. Таблиця зрівняних координат ряду квадратів**

№ п.	$X_{\text{предв.}}$	δx	$X_{\text{ур.}}$	$Y_{\text{предв.}}$	δy	$Y_{\text{ур.}}$
1	2999,89	-0,03	2999,86	3000,01	+0,02	3000,03
2	999,96	-0,03	999,93	2999,95	-0,02	2999,93
3	2999,83	-0,06	2999,77	4999,88	+0,02	4999,90
4	999,88	-0,06	999,82	4999,87	-0,01	4999,86
5	2999,92	-0,08	2999,84	6999,72	-0,02	6999,70
6	999,99	-0,09	999,90	6999,78	0	6999,78
7	2999,97	-0,11	2999,86	8999,72	+0,02	8999,74
8	1000,08	-0,12	999,96	8999,70	+0,02	8999,72
9	2999,77	+0,29	3000,06	10999,72	+0,04	10999,76
10	999,82	+0,10	999,92	10999,52	+0,23	10999,75
11	2999,80	+0,23	3000,03	12999,82	+0,03	12999,85
12	999,72	+0,19	999,91	13000,00	-0,15	12999,85
13	2999,88	+0,12	3000,00	14999,93	+0,06	14999,99
14	999,85	+0,10	999,95	15000,03	-0,05	14999,98

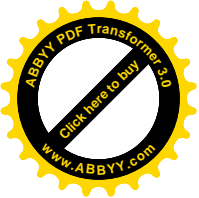


**Таблиця 2.63. Порівняльна таблиця істинних зрівняних координат при-
йме вигляд**

№ п.	X _{ист.}	X _{ур.}	X'-X	Y _{ист.}	Y _{ур.}	Y'-Y
1	3000,00	2999,86	-0,04	3000,00	3000,03	+0,03
2	1000,00	999,93	-0,07	3000,00	2999,93	-0,07
3	3000,00	2999,77	-0,23	5000,00	4999,90	-0,10
4	1000,00	999,82	-0,18	5000,00	4999,86	-0,14
5	3000,00	2999,84	-0,16	7000,00	6999,70	-0,30
6	1000,00	999,90	-0,10	7000,00	6999,78	-0,22
7	3000,00	2999,86	-0,14	9000,00	8999,74	-0,26
8	1000,00	999,90	-0,04	9000,00	8999,72	-0,28
9	3000,00	2999,86	+0,06	11000,00	10999,76	-0,24
10	1000,00	999,96	-0,08	11000,00	10999,75	-0,25
11	3000,00	3000,06	+0,03	13000,00	12999,85	-0,15
12	1000,00	999,91	-0,09	13000,00	12999,85	-0,15
13	3000,00	3000,00	0	15000,00	14999,99	-0,01
14	1000,00	999,95	-0,05	15000,00	14999,98	-0,02

На підставі даних табл. 2.63 стверджується теорема 8:

$$(\forall Z_{8H})(d = 2\text{км}; m_{\beta} \leq 5'') \Rightarrow (\tilde{f}_x, \tilde{f}_y) \leq 0.30\text{м}, (2.11.1)$$



тобто для невільного ряду з 8 квадратів, зі сторонами рівними 2 км і с.к.п. виміру напрямків у 5", що розвивається методом парних ланок засічок, істинна помилка визначення зрівняних координат не перевищить 30см.

Апроксимуючи величину зворотної ваги подовжнього зрушення ряду поліном другого порядку, отримана формула:

$$\frac{1}{P_L} = -0,025\pi^3 + 0,21\pi - 0,19, \quad (2.11.2)$$

де π – число квадратного ряду.

Розрахунок по даній формулі волоче середню квадратичну похибку m_r різниці розрахункових і заданих значень, рівну 0,024.

Формула оберненої ваги поперечного зрушення ряду суть

$$\frac{1}{P_q} = -0.068\pi^2 + 0,54\pi - 0,40, \quad (2.11.3)$$

де $m_r=0,071$.

Обернена вага дирекційного кута сполучної сторони ряду розраховують по формулі

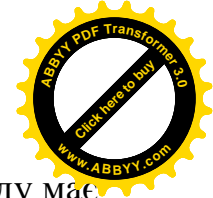
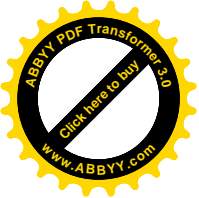
$$\frac{1}{P_{\alpha_{св.}}} = 0,46\pi^2 + 3,22\pi + 5,54, \quad (2.11.4)$$

при $m_r=0,852$.

Апроксимуючи значення оберненої ваги зовнішньої сторони ряду поліномом другого порядку, отримана формула

$$\frac{1}{P_{\alpha_{вн.}}} = -0,42\pi^2 + 3,58\pi + 3,77, \quad (2.11.5)$$

при $m_r=0,486$.



Формула оберненої ваги дирекційного кута діагоналі квадрата ряду має

вигляд

$$\frac{1}{P_{\alpha_{\text{диаг.}}}} = -0,44\Pi^2 + 3,95\Pi + 1,25, \quad (2.11.6)$$

при $m_r=0,365$.

Обернена вага сполучної сторони ряду розраховують по формулі

$$\frac{1}{P_{S_{\text{св.}}}} = -0,0006\Pi + 0,02, \quad (2.11.7)$$

що забезпечує $m_r=0,007$.

Формула оберненої ваги передачі зовнішньої сторони ряду має вигляд

$$\frac{1}{P_{S_{\text{вн.}}}} = -0,007\Pi^2 + 0,06\Pi - 0,01, \quad (2.11.8)$$

при $m_r=0,005$.

І, нарешті, формула оберненої ваги передачі діагоналі ряду $\frac{1}{P_{S_{\text{диаг.}}}}$ буде

$$\frac{1}{P_{S_{\text{диаг.}}}} = -0,007\Pi^2 + 0,07\Pi - 0,03, \quad (2.11.9)$$

при $m_r=0,008$.

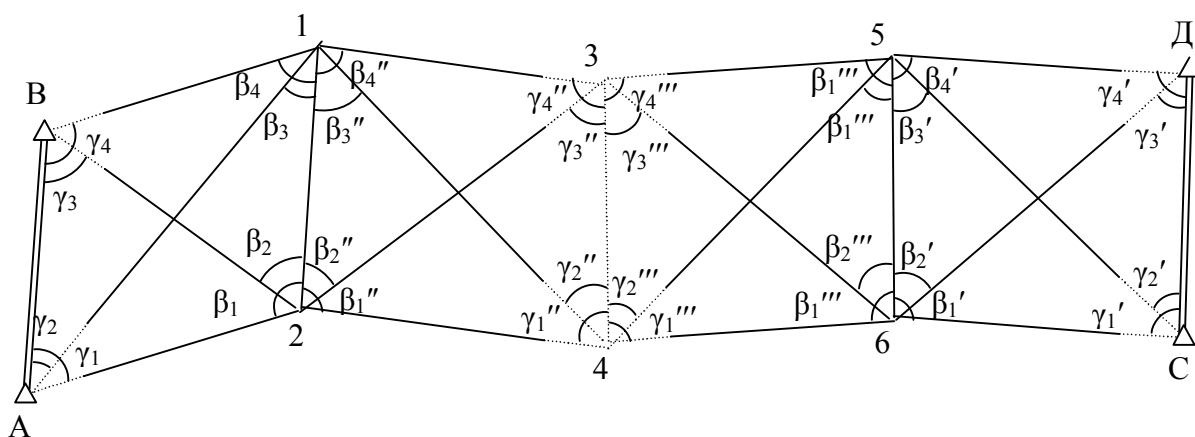
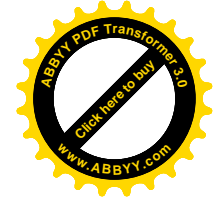
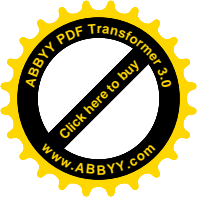


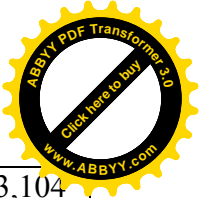
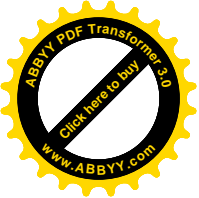
Рис. 2.5 Невільний ряд МПЛЗ

2.12 Розробка формул попереднього розрахунку точності в не- вільних рядах МПЛЗ. Контроль досліджень

У монографії автора (51) проведені теоретичні дослідження й отримані значення обернених ваг зрівняних елементів ряду, що знаходяться в його середині, що зведені в табл. 2.64.

Таблиця 2.64

№кв.	При розрахунку сторін без ω :				При розрахунку сторін з ω			
	$\frac{1}{P_{\alpha_{св.}}}$	$\frac{1}{P_{S_{св.}}}$	$\frac{1}{P_L}$	$\frac{1}{P_q}$	$\frac{1}{P_{\alpha_{св.}}}$	$\frac{1}{P_{S_{св.}}}$	$\frac{1}{P_q}$	$\frac{1}{P_L}$
1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	4,918	1,0	18,593	1,549	1,131	4,755	1,613	8,507
3	7,365	1,5	38,165	5,035	6,239	3,127	4,999	38,229
4	9,839	2,0	74,487	11,787	9,842	9,085	11,849	62,606



5	12,299	2,5	128,958	22,868	11,742	9,696	22,785	83,104
6	14,760	3,0	208,361	39,356	12,870	10,675	39,422	121,082

Приймаючи до уваги, що в методі парних ланок засічок розрахунок сторін може проводитись за допомогою допоміжного кута ω і без нього, отримані два варіанти значень обернених ваг.

Обернені ваги $\frac{1}{P_L}$ і $\frac{1}{P_S}$ стовпця 4, 7, 9 дані в одиницях шостого знака логарифма, і, крім того, для переходу до реальних мереж їх необхідно помножити на квадрат сторони, діленої на квадрат модуля десяткових логарифмів, значення ж оберненої ваги $\frac{1}{P_S}$, $\frac{1}{P_q}$ у графах 3, 5 і 8 для переходу до реальних мереж необхідно помножити на квадрат сторони і розділити на число секунд в одному радіані, зведене в квадрат.

Помітимо, до речі, що всі попередні дослідження проведені для рядів квадратів, у яких сторони розраховуються через допоміжний кут ω . Тому, для порівняльного аналізу даних табл.2.64 з результатами машинного рахунку варто взяти тільки стовпці 6, 7, 8, 9.

Отримані в результаті урівнювання оберненої ваги елементів ряду з 8 квадратів зведені в наступну таблицю

Таблиця 2.65

№кв.	$\frac{1}{P_L}$	$\frac{1}{P_q}$	$\frac{1}{P_{\alpha_{св.}}}$	$\frac{1}{P_{\alpha_{вн.}}}$	$\frac{1}{P_{\alpha_{диаг.}}}$	$\frac{1}{P_{S_{св.}}}$	$\frac{1}{P_{S_{вн.ст.}}}$	$\frac{1}{P_{S_{диаг.}}}$
1	0,046	0,085	7,531	7,505	4,741	0,018	0,045	0,027
2	0,080	0,306		6,966	6,126		0,094	0,091
3	0,191	0,528	13,294	12,665	10,489	0,041	0,094	0,092

4	0,219	1,025		12,250	11,373		0,132	0,139
5	0,378	0,289	7,717	9,593	8,957		0,154	0,115
6	0,137	0,268		10,701	8,213		0,101	0,110
7	0,045	0,073	6,036	6,759	6,305	0,023	0,099	0,145
8				5,958	5,365		0,045	0,030

З табл.2.65 випливає, що для невірнього ряду, що складає з 8 квадратів, обернена вага дирекційного кута зв'язуючої сторони третього квадрата складає $\frac{1}{P_{\alpha_{св.}}} = 13,294$. Згідно даних табл.2.64 для ряду з квадратів $\frac{1}{P_{\alpha_{св.}}} = 12,870$ для найбільш слабкої ланки, якою буде третій середній квадрат. Різниця обернених ваг дирекційних кутів для третього квадрата ряду дорівнює 0,484, що об'єктивно відбиває зменшення величини оберненої ваги $\frac{1}{P_{\alpha_{св.}}}$ третього квадрата при переході від 8 квадратів у ряді до 6.

Обернена вага зв'язуючої сторони третього квадрата згідно табл.2.65 становить 0,041. Приймаючи до уваги, що розрахунки зроблені для ряду квадратів зі сторонами 2 км, розрахуємо помилку в передачі сторони

$$m_s = \mu \sqrt{\frac{1}{P_{S_{св.}}}}, \quad (2.12.1)$$

де m_s – середня квадратична похибка в передачі сторони;

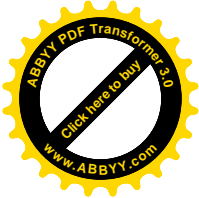
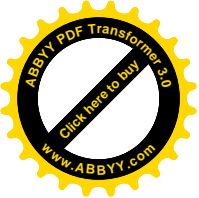
μ – середня квадратична похибка одиниці ваги;

$\frac{1}{P_{S_{св.}}}$ - обернена вага передачі зв'язуючої сторони ряду;

S – середня довжина сторони;

ρ – число секунд в одному радіані.

І в нашому випадку одержимо



$$m_s = 2.59\sqrt{0.041} = 0,52 \text{ дм} = 5,2 \text{ см.}$$

Визначимо відносну помилку $f_{\text{отн.}}$ Передачі сторони по формулі

$$f_{\text{отн.}} = \frac{m_s}{S} \quad (2.12.2)$$

І в нашому випадку одержимо $f_{\text{отн.}} = \frac{1}{38000}$.

Згідно 7 стовпця табл.2.65 для ряду із шести квадратів $\frac{1}{P_{\text{св.}}} = 10,675$ одиниць шостого знака логарифма.

Розрахуємо середню квадратичну похибку логарифма сторони по формулі

$$m_{\lg s} = \mu \sqrt{\frac{1}{P_{\text{св.}}}}, \quad (2.12.3)$$

де $\mu = 0,4344294$ – модуль десяткових логарифмів.

І в нашому випадку, одержимо

$$m_{\lg s} = 2,59\sqrt{10,675} = 8,46 \text{ од. 6 знака логарифма.}$$

Приймаючи в увагу відоме співвідношення

$$\frac{m_s}{S} = \frac{m_{\lg s}}{M \cdot 10^n}, \quad (2.12.4)$$

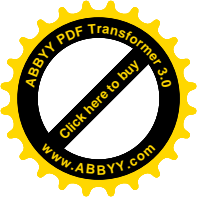
одержимо

$$m_s = m_{\lg s} \frac{S}{M \cdot 10^n}. \quad (2.12.5)$$

І в нашому випадку будемо мати

$$m_s = 8.46 \frac{200000 \text{ см}}{434429} = 3,89 \text{ см.}$$

Таким чином, середня квадратична похибка третього квадрату для ряду з 8 квадратів, отримана за результатами строгого зрівнювання склала 5,2 см,



а середня квадратична похибка слабкої сторони ряду, якою буде зв'язуюча сторона третього квадрату для ряду із шести квадратів, отримана за результатами теоретичних досліджень, склала 3,89 см. Різниця в 1 см відображає зменшення середньої квадратичної похибки зв'язуючої сторони третього квадрату при переході від восьми квадратів у ряді до шести. Відповідно до теоретичних досліджень, обернена вага поперченого зсуву для ряду парних ланок засічок із 6 квадратів дорівнює 39, 422 (див. табл.2.64).

Величина поперечного зсуву при цьому буде

$$q = \mu \sqrt{\frac{1}{P_q}} \cdot \frac{S}{\rho} \quad (2.12.6)$$

чи

$$q = 2.59\sqrt{39.422} \cdot 0,97 = 15,77 \text{ см.}$$

Поперечний зсув третього квадрату для ряду з вісьми квадратів, визначений за результатами строгого зрівнювання склав

$$q = 2.59\sqrt{0.528} = 1,88 \text{ дм} = 18,8 \text{ см.}$$

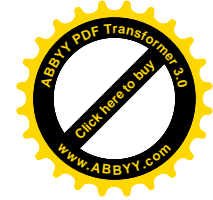
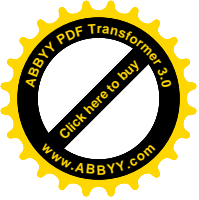
Зменшення поперечного зсуву на 3 см при переході з вісьми квадратів у ряді до шести відбиває реальну картину підвищення точності при зменшенні числа квадратів ряду.

Величина оберненої ваги поздовжнього зсуву для ряду із шести квадратів, згідно табл.2.64 складає 121, 082 од. 6 знака логарифма.

Поздовжній зсув ряду, виражений в одиницях шостого знака логарифма, буде

$$m_{lg L} = \mu \sqrt{\frac{1}{P_L}} \quad (2.12.7)$$

і в нашому випадку



$$m_{\lg L} = 2.59\sqrt{121.082} = 28,50 \text{ од. 6 знака логарифма,}$$

що складе 13,1 см.

Величина оберненої ваги зв'язуючої сторони третього квадрату для ряду з вісьми квадратів, отримана за результатами строгого зрівнювання склала 0,191 (див. табл. 2.65).

Поздовжній зсув в цьому випадку буде

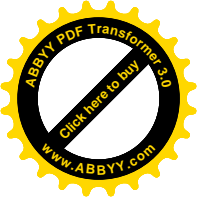
$$L = 2,59\sqrt{0,191} = 1,13\text{дм} = 11,3\text{см.}$$

Різниця в 1,8 см є похибкою і складає 14,7%. При цьому, помітимо, що величина оберненої ваги поздовжнього зсуву ряду, отримана за результатами теоретичних досліджень, виявляється трохи більшою, ніж величина оберненої ваги, отримана за результатами строгого зрівнювання. Розраховуючи подовжній зсув за результатами теоретичних досліджень, воно виявиться на кілька сантиметрів більше дійсного значення, тобто з невеликим запасом точності.

Таким чином, на підставі вищевикладеного, дійдемо висновку, що обернені ваги, визначені двома різними способами дають результати, що не відрізняються між собою більш ніж на 10-15%, що можна вважати цілком прийнятним.

Деякі допустимі розбіжності пояснюються тим, що при складанні умовних рівнянь координат і рівнянь їхніх вагових функцій поправки в допоміжні кути ω не були виражені через поправки у виміряні кути, хоча в умовних рівняннях дирекційних кутів, а також в умовних рівняннях сторін, виражених без допомоги допоміжних кутів ω , усі величини виражені через безпосередньо вимірювані кути.

У відношенні ж оберненої ваги зв'язуючої сторони ряду, представленою в стовпці 7 табл.2.64, а також подовжніх і поперечних зсувів, необхідно відзначити, що у відповідних вагових функціях виразити поправки в допомі-



жні кути не представилося можливим внаслідок прийнятої раніше методики досліджень.

Однак, як було показано вище, дане спрощення несуттєво впливає на результати. Це пояснюється тим фактом, що поправки в допоміжні кути ω були виражені через поправки в виміряні величини в умовному рівнянні дирекційних кутів, що складається тільки з поправок (ω), виражених через вимірювані величини.

Тому, надалі, виникла необхідність апроксимації даних табл.2.64 поліномами 1-го ступеня за способом найменших квадратів з метою одержання формул для розрахунку точності мереж на стадії їхнього проектування.

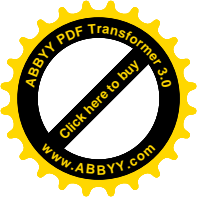
Детальне дослідження гранично можливих конструкцій мереж (у межах припустимої геометрії їх $0^\circ < \omega < 15^\circ$ показало, що всі можливі значення обернених ваг не виходять за рамки обернених ваг, представлених у табл.2.64 у границях 10-15%.

Розбіжність формул, отриманих у даній роботі з аналогічними формулами, приведеними в кандидатській дисертації автора, пояснюється різними підходами до рішення питання. У кандидатській дисертації був виконаний спрощений підхід, що не враховує вплив кожного умовного рівняння на зрівняні елементи.

Однак, усі формули, отримані в кандидатській дисертації варто вважати коректними, хоча вони дають набагато більший запас точності.

Більш тонкий підхід у даній роботі дозволяє одержати набагато менші значення помилок на стадії попереднього розрахунку елементів мереж при їхньому проектуванні.

Отже, порівняльний аналіз точності обернених ваг елементів ряду парних ланок засічок із параметричного і корелатного способів зрівнювання показав допустиме (в межах 10-15%) розходження обернених ваг, що обумов-



лене представленням не допоміжного кута ω через виміряні кути в умовних рівняннях координат корелатного способу зрівнювання, що є зовнішнім контролем проведених досліджень, тобто достатнім критерієм коректності отриманих результатів.

Внутрішнім контролем, тобто необхідним контролем проведених досліджень виявилось дослідження обернених ваг, отриманих із вирішення по схемі Гаусса з виведеними автором формулами. Внутрішній контроль виконаний в монографії автора і в даній роботі не наводиться.

Отримані формули забезпечують апріорну оцінку точності елементів в повному обсязі.

На завершення слід додати, що корельованість кутів в корелатному способі зрівнювання слід враховувати тільки при визначенні вільних членів умовних рівнянь. При визначенні обернених ваг зрівняних елементів врахування або неврахування корельованості кутів ніде не проявляється.

Апроксимуючи обернені ваги, що наведені в табл. 2.64, отримані формули попереднього розрахунку точності в рядах, що створюються методом парних ланок засічок.

При розрахунку сторін без допоміжного кута ω формула зворотньої ваги передачі дирекційного кута зв'язуючої сторони ряду приймає вигляд:

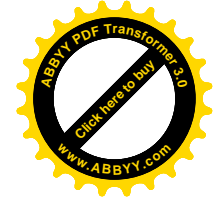
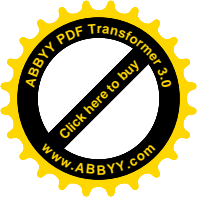
$$\frac{1}{P_{\alpha_{36}}} = 0,001(r-1)^2 + 2,45(r-1) + 0,003, \quad (2.12.8)$$

Де $(r-1)$ - число квадратів ряду.

Розрахунок за формулою (2.12.8) забезпечує середню квадратичну похибку різниці значень від їх табличної величини, яка дорівнює:

$$m_r = 0.002.$$

Обернену вагу зв'язуючої сторони розраховують за формулою:



$$\frac{1}{P_{S_{38}}} = 0,5(r-1), \quad (2.12.9)$$

При $m_r = 0$.

Апроксимуючи поліномом другого порядку, отримана формула оберненої ваги продольного зсуву ряду:

$$\frac{1}{P_L} = 9,84(r-1)^2 - 31,72(r-1) + 43,39, \quad (2.12.10)$$

Що забезпечує $m_r = 0.533$.

Апроксимуючи поліномом третього порядку, отримана формула:

$$\frac{1}{P_L} = 0,68(r-1)^3 + 1,66(r-1)^2 - 1,31(r-1) + 9,03, \quad (2.12.11)$$

Що забезпечує $m_r = 0.129$.

Апроксимуючи поліномом четвертого порядку, отримана формула:

$$\frac{1}{P_L} = 0,22(r-1)^4 - 2,91(r-1)^3 + 22,20(r-1)^2 - 50,79(r-1) + 51,02, \quad (2.12.12)$$

Що забезпечує с.к.п. $m_r = 0.000$.

Апроксимуючи обернену вагу поперечного зсуву поліномами другого порядку, отримана формула:

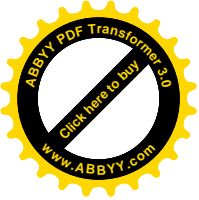
$$\frac{1}{P_q} = 2,17(r-1)^2 - 7,99(r-1) + 9,07, \quad (2.12.13)$$

Що забезпечує $m_r = 0.135$.

При апроксимації ж зворотної ваги поперечного зсуву ряду поліном третього порядку, отримана формула:

$$\frac{1}{P_q} = 0,18(r-1)^3 + 0,025(r-1)^2 - 0,031(r-1) + 0,08, \quad (2.12.14)$$

Що дає $m_r = 0.000$.



При розрахунку координат через допоміжні кути ω , отримані наступні формули.

Для розрахунку оберненої ваги передачі дирекційних кутів зв'язуючої сторони ряду служить формула:

$$\frac{1}{P_{\alpha_{3\theta}}} = -0,69(r-1)^2 + 8,42(r-1) - 12,89, \quad (2.12.15)$$

Що забезпечує $m_r = 0.054$.

Апроксимуючи обернену вагу зв'язуючої сторони ряду поліномами другого порядку, отримана формула:

$$\frac{1}{P_{S_{3\theta}}} = -0.0094(r-1)^2 + 1.92(r-1) - 0.03, \quad (2.12.16)$$

При апроксимації ж поліномами третього порядку, отримана формула:

$$\frac{1}{P_{S_{3\theta}}} = -0.60(r-1)^3 + 7,21(r-1)^2 - 24,91(r-1) + 30.29, \quad (2.12.17)$$

Що забезпечує $m_r = 0.45$.

Апроксимуючи значення оберненої ваги зв'язуючої сторони ряду поліномом четвертого порядку, формула оберненої ваги приймає вид:

$$\frac{1}{P_{S_{3\theta}}} = 0.78(r-1)^4 - 13,03(r-1)^3 + 78,36(r-1)^2 - 196,29(r-1) + 175,74, \quad (2.12.18)$$

При $m_r = 0.00$.

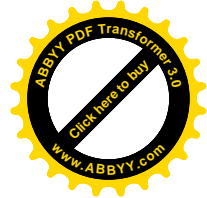
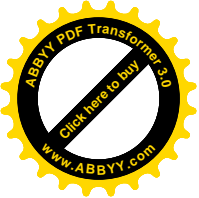
Формула оберненої ваги поперечного зсуву ряду:

$$\frac{1}{P_q} = 2,18(r-1)^2 - 8,14(r-1) + 9,36, \quad (2.12.19)$$

Що забезпечує $m_r = 0.143$ і

$$\frac{1}{P_q} = 0,19(r-1)^3 - 0,052(r-1)^2 + 0,17(r-1) - 0,035, \quad (2.12.20)$$

Що забезпечує $m_r = 0.02$.



Формула оберненої ваги поздовжнього зсуву ряду має вигляд:

$$\frac{1}{P_L} = 0,09(r-1)^2 + 19,78(r-1) - 32,67, \quad (2.12.21)$$

Що забезпечує $m_r = 1.52$ і

$$\frac{1}{P_L} = 1,90(r-1)^3 - 21,92(r-1)^2 + 104,62(r-1) - 128,53, \quad (2.12.22)$$

Слід зазначити, що формули оберненої ваги поздовжнього зсуву ряду і зв'язуючої сторони при розрахунку за допомогою допоміжного кута ω дає значення в шостому знаку логарифму.

На завершення досліджуємо можливість застосування методу парних ланок засічок для створення геодезичних мереж, адекватних по точності триангуляції 4 класу, 1 і 2 розрядів і мікротриангуляції при розрахунку сторін за допомогою допоміжного кута ω .

На основі величин обернених ваг дирекційних кутів, наведених в табл. 2.64, розрахуємо точність зрівняних дирекційних кутів зв'язуючої сторони за формулою:

$$m_{\alpha_{зв.}} = \mu \sqrt{\frac{1}{P\alpha_{зв.}}}, \quad (2.12.23)$$

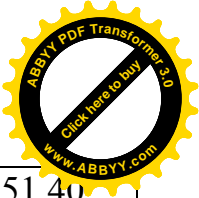
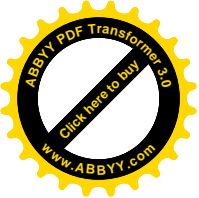
Де m_{α} - середня квадратична помилка передачі дирекційних кутів;

μ - середня квадратична помилка одиниці ваги;

$\frac{1}{P\alpha_{зв.}}$ - обернена вага дирекційного кута зв'язуючої сторони ряду.

Таблиця 2.66

№ кв.	$\frac{1}{P_{\alpha}}$	$\mu = 1''$	$\mu = 2''$	$\mu = 5''$	$\mu = 10''$	$\mu = 15''$
2	1.131	1.061	2.13	5.32	10.63	15.95
3	6.239	2.50	5.00	12.49	24.98	37.47
4	9.842	3.14	6.27	15.69	31.37	47.06



5	11.742	3.43	6.85	17.13	34.27	51.40
6	12.810	3.59	7.17	17.94	35.87	53.81

В табл. 2.67 наведені відносні похибки зв'язуючих сторін, що знаходяться в середині ряду. Вони розраховуються за формулою:

$$f_{ВДН} = \frac{\mu \sqrt{\frac{1}{P_{S_{зб.}}}}}{M \cdot 10^n}, \quad (2.12.24)$$

Як видно із табл. 4.18, точність передачі зв'язуючої сторони при наявності трьох квадратів ряду вища, ніж двох квадратів. Це пояснюється тим, що виміряні примикаючі кути, які підвищують точність передачі сторін.

Таблиця 2.67

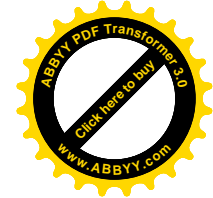
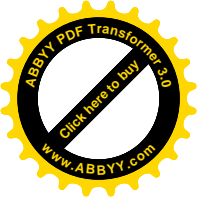
№ кв.	$\mu = 1''$	$\mu = 2''$	$\mu = 5''$	$\mu = 10''$	$\mu = 15''$	$\frac{1}{P_{S_{зб.}}}$
2	1:200000	1:100000	1:40000	1:20000	1:13000	4.755
3	1:240000	1:120000	1:49000	1:24000	1:16000	3.127
4	1:144000	1:72000	1:29000	1:14000	1:9600	9.085
5	1:140000	1:70000	1:28000	1:14000	1:9000	9.696
6	1:130000	1:66000	1:26000	1:13000	1:8800	10.675

Розрахунок точності поперечного зсуву визначений за формулою:

$$f_{ВДН.} = \frac{m_s}{s} = \frac{\mu}{\rho \sqrt{\frac{1}{P_q}}} = \frac{1}{\frac{\rho}{\mu \sqrt{\frac{1}{P_q}}}}, \quad (2.12.25)$$

Таблиця 2.68

№ кв.	$\frac{1}{P_q}$	$\mu = 2''$	$\mu = 5''$	$\mu = 10''$	$\mu = 15''$
2	1.613	1:81000	1:32000	1:16000	1:11000
3	4.999	1:46000	1:18000	1:9000	1:6000
4	11.849	1:30000	1:12000	1:6000	1:4000
5	22.785	1:21000	1:8600	1:4000	1:2800
6	39.422	1:16000	1:6000	1:3000	1:2000



$$f_{\text{ВИДН.}} = \frac{m_{\lg S}}{\mu \cdot 10^n} = \frac{1}{430000},$$

$$\mu \sqrt{\frac{1}{P_L}} \quad (2.12.26)$$

Беручи до уваги те, що при встановленні обернених ваг було прийнято $\frac{S}{M} = 1$, то в нашому випадку формула (4.3.25) має вигляд:

$$f_{\text{ВИДН.}} = \frac{1}{430000},$$

$$\mu \frac{S}{M \cdot 10^6} \sqrt{\frac{1}{P}} \quad (2.12.27)$$

Таблиця 2.69

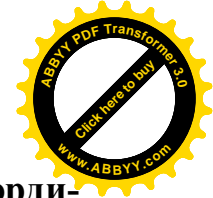
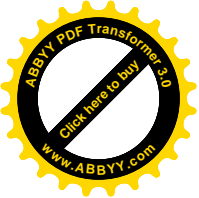
№ кв.	$\frac{1}{P_L}$	$\mu = 2''$	$\mu = 5''$	$\mu = 10''$	$\mu = 15''$
2	8.507	1:160000	1:64000	1:16000	1:21000
3	38.229	1:76000	1:30000	1:9000	1:10000
4	62.606	1:59000	1:24000	1:6000	1:7800
5	83.104	1:51000	1:20000	1:4000	1:6800
6	121.082	1:42000	1:17000	1:3000	1:5600

Таким чином, на підставі наведених досліджень, приходимо до висновку, що для ряду, розвиваємого методом парних ланок засічок, забезпечується точність, адекватна точності триангуляції 4 класу, 1, 2 розрядів і мікротриангуляції при 6 типових фігурах в ряді, що відповідає 6 чотирикутникам або 12 трикутникам. подальшому проведемо дослідження зорієнтованого ряду, який складається із ромбів (див. наступ. параграф).

2.13 Дослідження невіЛЬНОГО ряду ромбів МПЛЗ

Ряд із вісьми ромбів модельований середньою квадратичною похибкою вимірювання кутів, рівно 5".

Проведений зустрічний розрахунок координат.



Таблиця 2.70. Порівняльна таблиця незрівноважених і істинних координат

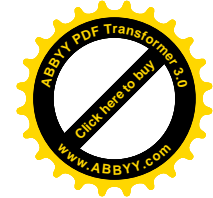
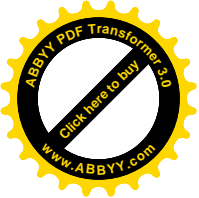
№ п	$X_{\text{іст.}}$	$X'_{\text{незрів.}}$	$X'-X$	$Y_{\text{іст.}}$	$Y'_{\text{незрів.}}$	$Y'-Y$
1	4000.0	3999.91	-0.09	2732.05	2732.10	+0.05
2	2000.0	1999.97	-0.03	2732.05	2732.05	0
3	5000.0	4999.80	-0.20	4464.10	4464.02	-0.08
4	3000.0	2999.88	-0.12	4464.10	4464.08	-0.02
5	6000.0	5999.78	-0.22	6196.15	6195.88	-0.27
6	4000.0	3999.90	-0.10	6196.15	6195.95	-0.20
7	7000.0	6999.84	-0.16	7928.20	7927.91	-0.29
8	5000.0	4999.92	-0.08	7928.20	7927.85	-0.35
9	8000.0	7999.68	-0.32	9660.25	9660.20	-0.05
10	6000.0	5999.58	-0.42	9660.25	9659.94	-0.31
11	9000.0	8999.81	-0.19	11392.30	11392.40	+0.10
12	7000.0	6999.79	-0.21	11392.30	11392.52	+0.22
13	10000.0	9999.81	-0.19	13124.36	13124.39	+0.03
14	8000.0	7999.90	-0.10	13124.36	13124.49	+0.13

Із табл. 2.70 видно, що найбільша істинна похибка визначення координат пунктів складає 42 см. подальшому ряд підлягав строгому зрівнюванню.

В результаті строгого зрівнювання отримана середня квадратична помилка одиниці ваги, яка дорівнює 3.79".

Таблиця 2.71. Таблиця зрівняних координат ряду ромбів

№ п	$X_{\text{попер.}}$	δx	$X_{\text{зр.}}$	$Y_{\text{попер.}}$	δy	$Y_{\text{зр.}}$
1	3999.91	+0.10	4000.01	2732.10	-0.08	2732.02
2	1999.97	+0.09	2000.06	2732.05	-0.01	2732.04
3	4999.80	+0.17	4999.97	4464.02	-0.12	4463.90
4	2999.88	+0.16	3000.04	4464.08	-0.04	4464.04
5	5999.78	+0.25	6000.03	6195.88	-0.15	6195.73
6	3999.90	+0.22	4000.12	6195.95	-0.08	6195.87
7	6999.84	+0.36	7000.20	7927.91	-0.12	7927.79
8	4999.92	+0.30	5000.22	7927.85	-0.09	7927.76
9	7999.68	+0.40	8000.08	9660.20	0	9660.20
10	5999.58	+0.30	5999.88	9659.94	-0.04	9659.90
11	8999.81	-0.01	8999.80	11392.40	-0.03	11392.37
12	6999.79	-0.08	6999.71	11392.52	-0.21	11392.31
13	9999.81	+0.01	9999.82	13124.39	-0.01	13124.38
14	7999.90	+0.01	7999.91	13124.49	-0.02	13124.47



Таблиця 2.72. Порівняльна таблиця істинних і зрівняних координат

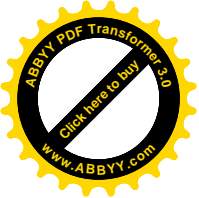
№ п	X _{іст.}	X'' _{зрівн.}	X''-X	Y _{іст.}	Y' _{зрівн.}	Y''-Y
1	4000.00	4000.01	+0.01	2732.05	2732.02	-0.03
2	2000.00	2000.06	+0.06	2732.05	2732.04	-0.01
3	5000.00	5000.97	-0.03	4464.10	4464.90	-0.20
4	3000.00	3000.04	+0.04	4464.10	4464.04	-0.06
5	6000.00	6000.03	+0.03	6196.15	6195.73	-0.42
6	4000.00	4000.12	+0.12	6196.15	6195.87	-0.28
7	7000.00	7000.20	+0.20	7928.20	7927.79	-0.41
8	5000.00	5000.22	+0.22	7928.20	7927.76	-0.44
9	8000.000	8000.08	+0.08	9660.25	9660.20	-0.05
10	6000.00	5999.88	+0.12	9660.25	9659.90	-0.35
11	9000.00	8999.80	+0.20	11392.30	11392.37	+0.07
12	7000.00	6999.71	+0.29	11392.30	11392.31	+0.01
13	10000.00	9999.82	+0.18	13124.36	13124.38	+0.02
14	8000.00	7999.91	+0.08	13124.36	13124.47	+0.11

Слід зазначити, що контроль $V^T PV = L^T PL + B^T \Delta X$ є контролем рішення рівняння поправок, але не контролем їх складання.

Так, наприклад, введення в сорок шосте рівняння на місце двадцять другого елемента 0 замість -5.16 дає контрольні значення при зрівнюванні $L^T PL + B^T \Delta X = 120.81$ і $V^T PV = 120.8$. При цьому середня квадратична помилка одиниці ваги, що отримана в результаті зрівнювання, склала $\mu = 5.50''$. беручи до уваги, що помилки вимірювання напрямків були модельовані значенням $m_n = 5''$, отримали $\mu > m_n$. Згідно до теореми Гаусса – Маркова в результаті зрівнювання оцінки повинні покращуватись.

В нашому ж випадку покращення оцінок не відбулося, тоді зрівнювання виконано невірно. При цьому максимальну поправку отримала координата 5 пункту $\delta Y_5 = +0.94$ і $Y_5 = 6195.88 + 0.94 = 6196.82$; $f_{Y_5} = Y_5 \text{ зр.} - Y_5 \text{ іст.} = 6196.82 - 6196.15 = +0.67 \text{ м.}$, $m_{Y_6} = 0.22 \text{ м.}$

Введення ж правильного коефіцієнта -5.16 дає $\mu = 3.79''$, тобто $\mu < m_n$ і якщо максимальна істинна помилка взаємного положення пунктів для незрі-



внянних координат склала $f_{10} = 0.52$ м., то для зрівняних координат максимальна істинна помилка взаємного положення пунктів склала $f_8 = 0.49$ м.

В табл. 2.73 наведені середні квадратичні помилки зрівняних координат (м)

Таблиця 2.73

№ п	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
m_x	0.0 7	0.1 2	0.1 6	0.1 8	0.1 4	0.1 6	0.1 8	0.1 8	0.1 1	0.0 9	0.0 2	0.0 7	0.0 5	0.0 6
m_y	0.1 3	0.0 5	0.2 3	0.1 7	0.2 8	0.2 6	0.2 3	0.2 8	0.1 0	0.2 2	0.1 5	0.0 7	0.0 4	0.0 7

Слід зазначити, що приблизно такі значення середніх квадратичних помилок отримані для зрівняного ряду із 8 квадратів.

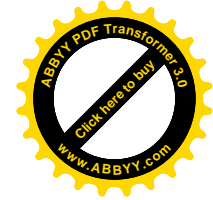
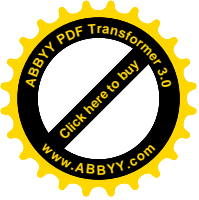
По результатам строго зрівнювання отримані наступні значення обернених ваг зрівняних елементів.

Таблиця 2.74

№	$\frac{1}{P_q}$	$\frac{1}{P_L}$	$\frac{1}{P_{\alpha_{зв.}}}$	$\frac{1}{P_{\alpha_{вн.}}}$	$\frac{1}{P_{\alpha_{діаз.}}}$
1	0.108	0.017	8.740	9.925	8.214
2	0.214	0.199		9.697	6.898
3	0.186	0.456	7.158	7.615	6.840
4	0.234	0.542	8.000		4.758
5	0.060	0.338	10.312	10.372	9.161
6	0.037	0.032		12.422	5.886
7	0.022	0.031	0.344	0.125	0.299
8				0.456	0.005

В наведені графіки обернених ваг поперечного і поздовжнього зсуву ряду, дирекційних кутів.

Апроксимуючи величину оберненої ваги поперечного зсуву ряду поліном другого степеня, отримана формула



$$\frac{1}{P_q} = -0,012(r-1)^2 + 0,071(r-1) + 0,082, \quad (2.13.1)$$

що забезпечує середню квадратичну помилку $m_r = 0.017$.

Формула оберненої ваги поздовжнього зсуву суть

$$\frac{1}{P_L} = -0,051(r-1)^2 + 0,40(r-1) + 0,33, \quad (2.13.2)$$

при $m_r = 0.03$.

Формула оберненої ваги дирекційного кута зв'язуючої сторони ряду має вигляд:

$$\frac{1}{P_{азв.}} = -0,46(r-1)^2 + 2,61(r-1) + 5,75, \quad (2.13.3)$$

де $m_r = 0.82$.

Попередній розрахунок оберненої ваги дирекційного кута зовнішньої сторони ряду виконують за формулою:

$$\frac{1}{P_{авм.}} = -0,50(r-1)^2 + 3,26(r-1) + 5,60, \quad (2.13.4)$$

Що забезпечує $m_r = 1.07$.

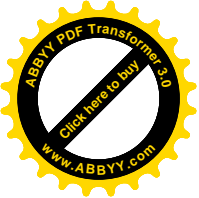
Формула оберненої ваги дирекційного кута діагоналі має вигляд:

$$\frac{1}{P_{адіаг.}} = -0,26(r-1)^2 + 1,24(r-1) + 6,18, \quad (2.13.5)$$

при $m_r = 0.61$.

2.14 Дослідження впливу додатково вимірянних азимутів і сторін в ряді МПЛЗ

Розглянемо ряд, що розвивається методом парних ланок засічок (МПЛЗ) між двома вихідними азимутами. При цьому формули оберненої ва-



ги зрівняного дирекційного кута для ряду, який складений із будь-якої кількості квадратів будуть мати вигляд(51)

$$\frac{1}{P_{\alpha}} = [ff] - \frac{[af]^2}{[aa]} = 5(r-1) - 2,5(r-1) = 2,5(r-1), \quad (2.14.1)$$

і

$$m_{\alpha} = \mu \sqrt{\frac{1}{P_{\alpha}}} = 1,58\mu\sqrt{(r-1)}, \quad (2.14.2)$$

Формула (2.14.2) слугує для визначення середньої квадратичної помилки передачі дирекційного кута зв'язуючої сторони ряду, що зрівняний за умовою дирекційних кутів, при розвитку ряду між двома вихідними дирекційними кутами.

Автономне визначення додаткового дирекційного кута в середині ряду розділить його на два ряди, слабкі елементи яких будуть знаходитись в їх середині.

При цьому формула (2.14.1) буде мати вигляд:

$$\frac{1}{P_{\alpha}} = 2,5 \frac{r-1}{2} = 2,5t, \quad (2.14.3)$$

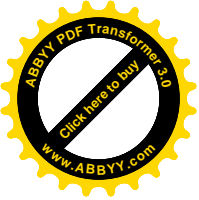
де t – відповідає середнім елементам двох тільки-но створених рядів при автономному визначенні дирекційного кута (азимута) в середині вихідного ряду, тобто:

$$t = \frac{(r-1)}{2}, \quad (2.14.4)$$

Слід зазначити, що наведена в (52) формула оцінки точності дирекційного кута

$$m_{\alpha} = 2,23\mu\sqrt{r-1}, \quad (2.14.5)$$

отримана для визначення середньої квадратичної помилки передачі дирекційного кута зв'язуючої сторони невірного незрівноваженого ряду.



Аналізуючи формули (2.14.2) і (2.14.5), приходимо до висновку, що застосування процедури строгого зрівнювання для ряду, що прокладений між двома вихідними дирекційними кутами, підвищує точність визначення дирекційного кута слабкої сторони ряду на величину (2.23-1.58) $\mu\sqrt{n} = 0,65\mu\sqrt{n}$, тобто на 29%.

Загальновідома формула визначення середньої квадратичної помилки дирекційного кута в триангуляції має вигляд (115-с.401)

$$m_{\alpha} = \mu\sqrt{\frac{2}{3}n}, \quad (2.14.6)$$

де n – число трикутників ряду.

Для триангуляційного ряду, відповідного ряду із геодезичних чотирикутників, формула (2.14.6) має вигляд:

$$\begin{aligned} m_{\alpha} &= \mu\sqrt{\frac{4}{3}(r-1)}, \\ m_{\alpha} &= 1,15\mu\sqrt{(r-1)}, \end{aligned} \quad (2.14.7)$$

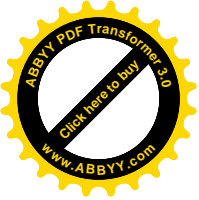
де $(r-1)$ - число чотирикутників ряду.

Із порівняння формул (2.14.2), (2.14.7) отримаємо:

$$m_{\alpha_{МПЛЗ}} - m_{\alpha_{ТР}} = (1,58 - 1,15)\mu\sqrt{(r-1)} = 0,43\mu\sqrt{(r-1)},$$

Тобто на 37.4% зменшується точність передачі дирекційних кутів в ряді, який ми розвиваємо методом парних ланок засічок в порівнянні з триангуляцією.

Таким чином, якщо коефіцієнт втрати точності передачі дирекційних кутів для триангуляції складає 1.15, то для метода парних ланок засічок він буде дорівнювати 1.58.



При цьому має місце питання: “При яких умовах точність передачі дирекційних кутів в ряді, що розвивається методом парних ланок засічок буде дорівнювати точності передачі їх в триангуляції?”

Теорема 9. Якщо в середині ряду, що розвивається методом парних ланок засічок автономно визначити азимут з точністю вихідних, то точність передачі дирекційних кутів буде відповідати рівній точності аналогічного ряду триангуляції.

Доведення. Виконання поставленої умови буде при:

$$m_{\alpha} = \mu \sqrt{1,33(r-1)}, \quad (2.14.8)$$

тобто коли

$$\frac{1}{P_{\alpha}} = 1,33(r-1), \quad (2.14.9)$$

а це стане можливим при

$$2,5t = 1,33(r-1), \quad (2.14.10)$$

або

$$t : (r-1) = 1,33 : 2,5, \quad (2.14.11)$$

і

$$t : (r-1) = 0,53, \quad (2.14.12)$$

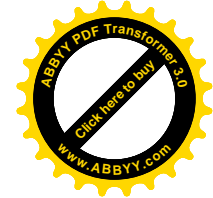
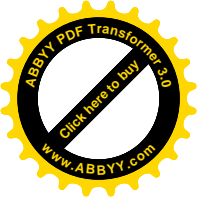
тобто теорема доведена.

Із виразу (2.14.12) випливає, що:

- при додатковому визначенні азимуту в середині ряду, що розвивається методом парних ланок засічок, рівного за кількістю фігур, аналогічному ряду триангуляції, точність передачі дирекційних кутів в методі парних ланок засічок буде адекватна точності їх передачі в триангуляції.

Дійсно, для ряду із 12 трикутників, що буде відповідати 6 чотирикутникам, отримаємо :

$$m_{\alpha_{TP}} = \mu \sqrt{\frac{2}{3}n} = 1,15\mu\sqrt{r-1} = 1,15\mu\sqrt{6} = 2,82\mu,$$



$$m_{\mu_{МПЛЗ}} = 1,58\mu\sqrt{t} = 1,58\mu\sqrt{\frac{6}{3}} = 2,74\mu,$$

тобто при $\mu = 5''$, отримаємо $m_{\alpha_{МПЛЗ}} = 13,7''$.

Вимірювання азимута гіротеодолітом Gi-B2 забезпечує точність 10...12'' одним прийомом, що достатньо при розвитку мереж, рівних по точності триангуляції 1 розряду.

Аналогічну точність можна забезпечити і шляхом астрономічного визначення азимута.

Розглянемо ряд, що розвивається методом парних ланок засічок між двома вимірними базисами.

При передачі сторін по зв'язуючим сторонам, обернена вага слабкої сторони ряду, що складається із парної або непарної кількості квадратів, розраховуються за формулою (2.14.13)

$$\frac{1}{P_s} = 0,5(r-1), \quad (2.14.13)$$

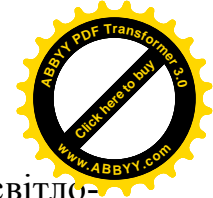
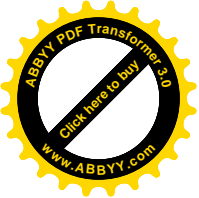
В триангуляції обернена вага передачі довжини сторони розраховується із виразу (153-с.397)

$$\frac{1}{P_{СТР}} = \sqrt{\frac{2}{3}}n = \sqrt{\frac{4}{3}}(r-1) = 1,15\sqrt{(r-1)}, \quad (2.14.14)$$

Порівнюючи вирази (2.14.13) і (2.14.14), приходимо до висновку, що зв'язуючі сторони в методі парних ланок засічок передаються точніше, ніж в триангуляції на величину:

$$\mu\sqrt{\frac{1}{P_{СТР}}} - \mu\sqrt{\frac{1}{P_{S_{МПЛЗ}}}} = (1,15 - 1,0)\mu\sqrt{(r-1)} = 0,15\mu\sqrt{(r-1)},$$

тобто на 15 %.



Додаткове вимірювання слабкої сторони ряду електрооптичними світло-віддалемірами розділить ряд на два ряди із слабкими сторонами в їх середині. При цьому формула (2.14.13) буде мати вигляд:

$$\frac{1}{P_S} = 0,5 \frac{(r-1)}{2} = 0,5t, \quad (2.14.15)$$

що в свою чергу підвищить точність визначення слабкої зв'язуючої сторони ряду.

Слід додати, що в (52) наведена формула оберненої ваги сторони не зрівноваженого невільного ряду мала вигляд:

$$\frac{1}{P_{S_{HEЗP}}} = \sqrt{n} = \sqrt{(r-1)}, \quad (2.14.16)$$

При цьому слід додати, що процедура строгого зрівноваження на 50 % підвищує точність визначення зв'язуючої сторони.

Розрахуємо, через скільки чотирикутників необхідно додатково виміряти сторону, щоб відносна похибка слабкої сторони була б в межах 1: 20000, 1: 10000, 1: 2000, що буде відповідати триангуляції 1 і 2 розрядів, а також мікротриангуляції.

Беручи до уваги відоме співвідношення

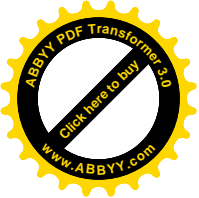
$$f_{\text{ВІДН.}} = \frac{m_S}{S} = \frac{m_\beta \sqrt{\frac{1}{P}}}{\rho}, \quad (2.14.17)$$

отримаємо:

$$t = \frac{\rho^2 f_{\text{ВІДН.}}^2}{0,504 \mu^2}, \quad (2.14.18)$$

звідкіля маємо:

$$t_{1p} = 8.44, \quad t_{2p} = 8.44, \quad t_{\text{МКРО.30}'} = 23.4.$$



Таким чином, на підставі вищевикладеного, робимо висновок про необхідність додаткових вимірів зв'язуючих сторін восьмого чотирикутника при кількості геодезичних чотирикутників в ряді, рівному 16 для забезпечення слабкої сторони триангуляції 1 і 2 розрядів і проведенні лінійних вимірів зв'язуючої сторони кожного двадцять третього чотирикутника при 46 чотирикутниках в ряді для забезпечення точності мікротриангуляції.

При меншій кількості фігур в ряді додаткових вимірів зв'язуючих сторін проводити недоцільно.

Аналізуючи формули (2.14.1) і (2.14.13) ми дійшли висновку, що в методі парних ланок засічок обернені ваги передачі дирекційних кутів більші обернених ваг передачі сторін на величину:

$$2,5(r-1) - 0,5(r-1) = 2,0(r-1),$$

З чого випливає, що кути передаються грубіше сторін на величину, рівну $1,41\mu\sqrt{r-1}$,

Таким чином, відчутним контролем в методі парних ланок засічок є додаткове визначення азимутів.

Додаткове визначення сторін є маловідчутним контролем.

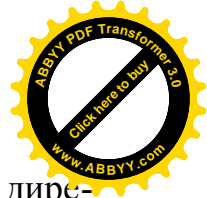
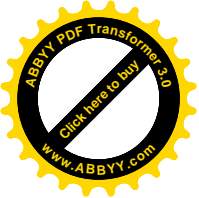
Розглянемо ряд, що розвивається методом парних ланок засічок між двома виміряними базисами і визначеними азимутами.

При цьому отримаємо:

$$[ff]_{\alpha} = 5(r-1), \quad (2.14.19)$$

$$-\frac{[af]^2}{[aa]} = -2.5(r-1), \quad (2.14.20)$$

$$-\frac{[bf \cdot 1]^2}{[bb \cdot 1]} = 0, \quad (2.14.21)$$



З врахуванням виразів (2.14.19...2.14.21) формула оберненої ваги дирекційного кута для парного і непарного числа квадратів в ряді буде:

$$\frac{1}{P_{\alpha}} = 2,5(r-1), \quad (2.14.22)$$

Для виводу формули оберненої ваги зв'язуючої сторони ряду маємо:

$$[ff]_b = (r-1), \quad (2.14.23)$$

$$-\frac{[af]^2}{[aa]} = 0, \quad (2.14.24)$$

$$-\frac{[bf]^2}{[bb]} = 0,5(r-1), \quad (2.14.25)$$

З врахуванням виразів (4.5.22 4.5.24) формула оберненої ваги зв'язуючої сторони для парного і непарного числа квадратів в ряді буде (2.14.26):

$$\text{Величина поперечно-} \frac{1}{P_s} = 0,5(r-1),$$

го зсуву ряду, що прокладений між вимірними азимутами при парній і непарній кількості квадратів в ряді розраховується за формулою:

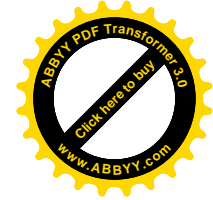
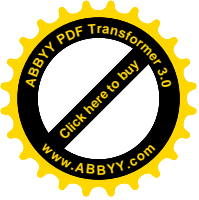
$$\frac{1}{P_q} = 0,208(r-1)^2 + 0,176(r-1) - 0,006(r-1)^3,$$

або

$$\frac{1}{P_q} = 0,202(r-1)^3 + 0,167(r-1), \quad (2.14.27)$$

Величина поздовжнього зсуву ряду, прокладеного між вимірними азимутами при парній і непарній кількості квадратів в ряді вираховується із виразу:

$$\frac{1}{P_L} = 0,919(r-1)^3 + 9,555(r-1) - 2,756(r-1),$$



або

$$\frac{1}{P_L} = 0,919(r-1)^3 + 6,799(r-1), \quad (2.14.28)$$

Поперечний зсув ряду, прокладеного між вимірними базисами і азимутами при парній і непарній кількості квадратів в ряду вираховується за формулою:

$$\frac{1}{P_q} = 0,202(r-1)^3 + 0,042(r-1). \quad (2.14.29)$$

Поздовжній зсув ряду, прокладеного між вимірними базисами і азимутами при парній кількості квадратів в ряду вираховується за формулою (2.14.28), при непарній кількості квадратів в ряду із виразу:

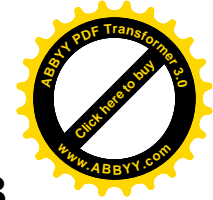
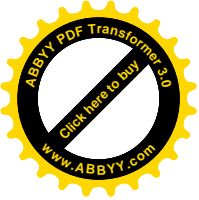
$$\frac{1}{P_L} = 0,919(r-1)^3 + 6,799(r-1) - \frac{2,205}{(r-1)}, \quad (2.14.30)$$

Дослідження формул попереднього розрахунку поведено методом статистичних іспитів. Змінюючи кути ω і кути засічки, вираховувались значення середніх квадратичних помилок елементів ряду. Отримані значення порівнювались з результатами, вирахованими за приведеними формулами.

Встановлено, що наведені формули дозволяють знаходити обернені ваги функцій зрівняних елементів з помилкою не більшою 10 %, що дозволяє їх застосовувати для попередньої оцінки точності елементів мережі, що розвивається методом парних ланок засічок.

В заключення скажемо, що виконані в даному параграфі дослідження для кутів, а не для напрямків, як показали додаткові досліди, забезпечують 90 % точності визначення обернених ваг, що є необхідним і достатнім критерієм апіорної оцінки точності.

Впровадження методу парних ланок засічок в виробництво поставило вимогу розробки теорії розвитку вільних мереж МПЛЗ. Даному питанню і присвячується наступний параграф.



2.15 Розробка методики розвитку вільних рядів МПЛЗ

При розробці дійсного параграфу використана лекція професора Ю.І. Маркузе, що була записана автором 16.12.88г. на ФПК МИГАиК.

Вільними називаються мережі, які не прив'язані до тієї чи іншої системи координат, тобто не мають ніяких вихідних пунктів.

Їх особливістю є не спотвореність результатів зрівнювання помилками вихідних даних, тобто відсутність зовнішніх деформацій.

Є мережі, які мають мінімальну кількість вихідних даних, необхідних для прив'язки. Їх умовно також віднесемо до вільних, так як в них також не виникає деформацій. Їх будемо називати нуль – вільними.

Вільні мережі будують в ти випадках, коли прив'язка до вихідної мережі координат неможлива або не потрібна, наприклад, при створенні спеціальних мереж для аналізу деформацій споруд, забезпечення будівництва інженерних споруд і т.і.

При зрівнюванні вільних мереж, як і не вільних, рівняння поправок має вигляд:

$$V = A\Delta X + L, \quad (2.15.1)$$

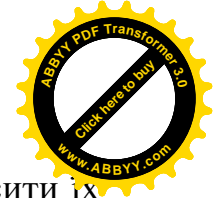
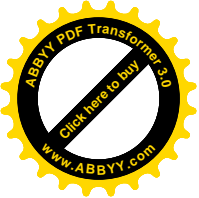
де ΔX – поправки в наближені координати.

Система нормальних рівнянь буде:

$$R\Delta X + b = 0, \quad (2.15.2)$$

Однак тепер матриця R буде вироджена, тобто не має оберненої матриці R^{-1} . Це пояснюється відсутністю вихідної системи координат. Математично це приводить до створення матриці A лінійно залежних стовпців. Число таких стовпців називається дефектом d ранга матриці A . Він як раз збігається з кількістю невістачаючих для прив'язки мережі невідомих, що входять в мережу. Ці невідомі будемо називати фіксуєчими.

Якщо фіксується мінімальна кількість вихідних даних, то дефект мережі уже зникає, тобто стає рівним нулю.



В цьому випадку мережа уже не є вільною. Однак будемо відносити їх також до вільних мереж і називати їх нуль – рівними. При корелатному способі зрівнювання не потрібно знати систему координат і вільні мережі піддаються зрівнюванню.

Один із способу фіксації координат – перетворення вільної мережі в нуль – вільну, тобто довільна фіксація мінімальної кількості координат.

Вектор невідомих в вільних мережах (106) визначають за формулою:

$$\Delta X = -\tilde{R}b, \quad (2.15.3)$$

де \tilde{R} – псевдообернена матриця.

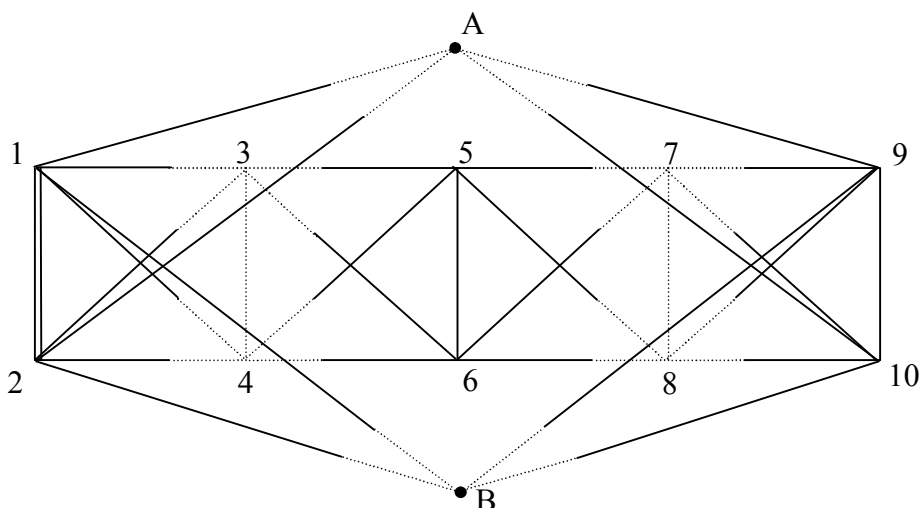


Рис. 2.6 Ряд МПЛЗ, що розвивається в локальній системі координат

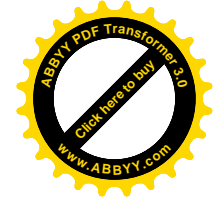
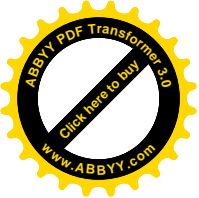
Оцінку точності виконують за формулою:

$$K_{\tilde{\Delta x}} = \sigma_0^2 \tilde{R}, \quad (2.15.4)$$

де $K_{\tilde{\Delta x}}$ – кореляційна матриця.

Таким чином, маючи математичний апарат досліджень, надамо принципові схеми вільних рядів МПЛЗ.

На рис.4.3 наведена мережа, що розвинена МПЛЗ в локальній системі координат, що забезпечує надійний контроль і строге зрівнювання.



При відсутності вихідних пунктів вимірюють базисну лінію АВ, пункти якої видно з кінцевих пунктів ряду, і задаються координатами пунктів А і В. в даному ряді виникає

4 умовних рівняння.

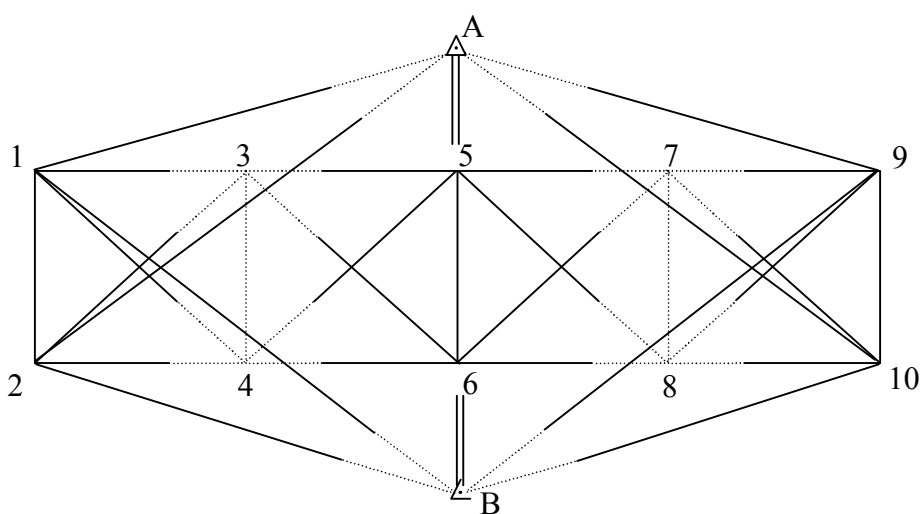
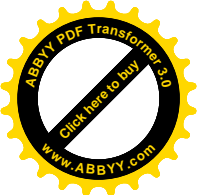


Рис. 2.7 Ряд МПЛЗ з вимірним базисом

На рис. 2.6 представлена принципова схема МПЛЗ, в якій кінцеві пункти ряду вибрані таким чином, щоб була видимість з них на точку А місцевості. Задаючись вихідними координатами пунктів 1 і 2, визначають координати пункту А двічі, що слугує надійним контролем, і піддається зрівнюванню.

На пунктах 3, 4, 7, 8, А, В спостереження не проводяться, координати пунктів 3, 4, А, В, 7, 8 визначають із рішення задачі за формулами Юнга рішення прямих кутових засічок.



Координати пунктів 5, 6, 9, 10, в яких проведена спостереження, визначені із рішення задачі Ганзена. Розрахунок координат виконуються за розробленими автором програмами (49, 50, 51, 52, 53, 57, 61). Дослідження, проектування і зрівнювання вільних геодезичних мереж несучільних спостережень з формуванням псевдооберненої матриці виконують за розробленими автором програмою.

Вільні мережі були побудовані на гірських перевалах для спостереженнями за ділянками нафтопроводу “Дружба”, що проходили через гірські перевали в Карпатах.

Результати впровадження в виробництво геодезичних мереж несучільних спостережень наведені в п’ятій главі.

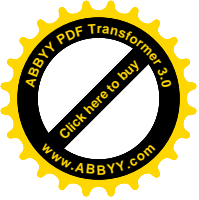
При необхідності багатократних повторних спостережень (поквартальних або місячних) для визначення деформації на зсувних ділянках альтернативи геодезичним мережам несучільних спостережень немає.

При відсутності доступу до ряду пунктів при спостереженнях на кар’єрах, де в відповідності до техніки безпеки нема доступу на дану ділянку альтернативи геодезичним мережам несучільних спостережень немає.

Для підвищення надійності збереження знаків шляхом закріплення пунктів на конструктивних елементах споруд мережі несучільних спостережень слід віддати перевагу.

При несприятливих кліматичних і погодних умовах, коли спостереження з деяких пунктів неможливі із-за відсутності видимості, слід використовувати мережі несучільних спостережень.

При побудові розріджених мереж для електронної тахеометрії слід застосовувати мережі несучільних спостережень.



2.16 Порівняльний аналіз економічної ефективності мереж суцільних і несучільних спостережень.

Створення опорних геодезичних мереж несучільних спостережень, що розвиваються методом тріангуляції дозволяють від 30 до 60 відсотків скоротити кількість пунктів, з яких проводять спостереження напрямків, створення опорних лінійно – кутових мереж несучільних спостережень дозволяє скорочувати кількість пунктів, в яких проводять вимірювання сторін і кутів до 85 % в порівнянні з мережами суцільних спостережень.

Більш того, створення мереж несучільних спостережень дозволяє в якості опорних пунктів включати конструктивні елементи капітальних споруд, що виключає необхідність закладання центрів і побудову знаків на деяких пунктах, що також сприяє зниженню вартості одного пункту мережі.

Особливо ефективно будівництво мереж несучільних спостережень на територіях з умовами спеціального режиму, до яких відносяться прикордонні райони, полігони, аеродроми, будівельні майданчики, на яких проводяться вибухові роботи, райони з підвищеною радіоактивністю, внутрішні території вибухонебезпечних, шкідливих і гарячих цехів підприємств оборонної, хімічної, металургійної промисловості і т.і.

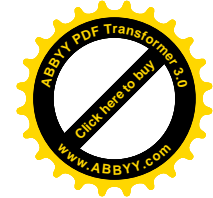
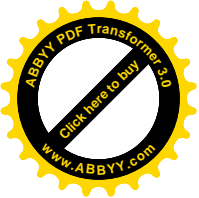
Не наголошуючи на випадках, коли перевагу слід віддати виключно мережам несучільних спостережень, дамо порівняльний аналіз побудови мереж суцільних і несучільних спостережень тріангуляції 1 розряду, яка складається із 24 пунктів і розвиненої в середині каркасного ходу полігонометрії IV класу (див. рис. 27).

Вартість розвиненої мережі згущення C розраховуємо за формулою:

$$C = N (И + Т + В) + п(p + з + ц + и + Т + В), \quad (2.16.1)$$

Де N – кількість вихідних пунктів старшого класу;

$И$ – вартість вимірювання кутів на станції;



T – вартість транспортних витрат;

B – вартість розрахункових робіт на станції;

n – кількість пунктів мережі згущення;

p – вартість рекогностування пункту;

z – вартість встановлення знаку;

$ц$ – вартість закладки центру.

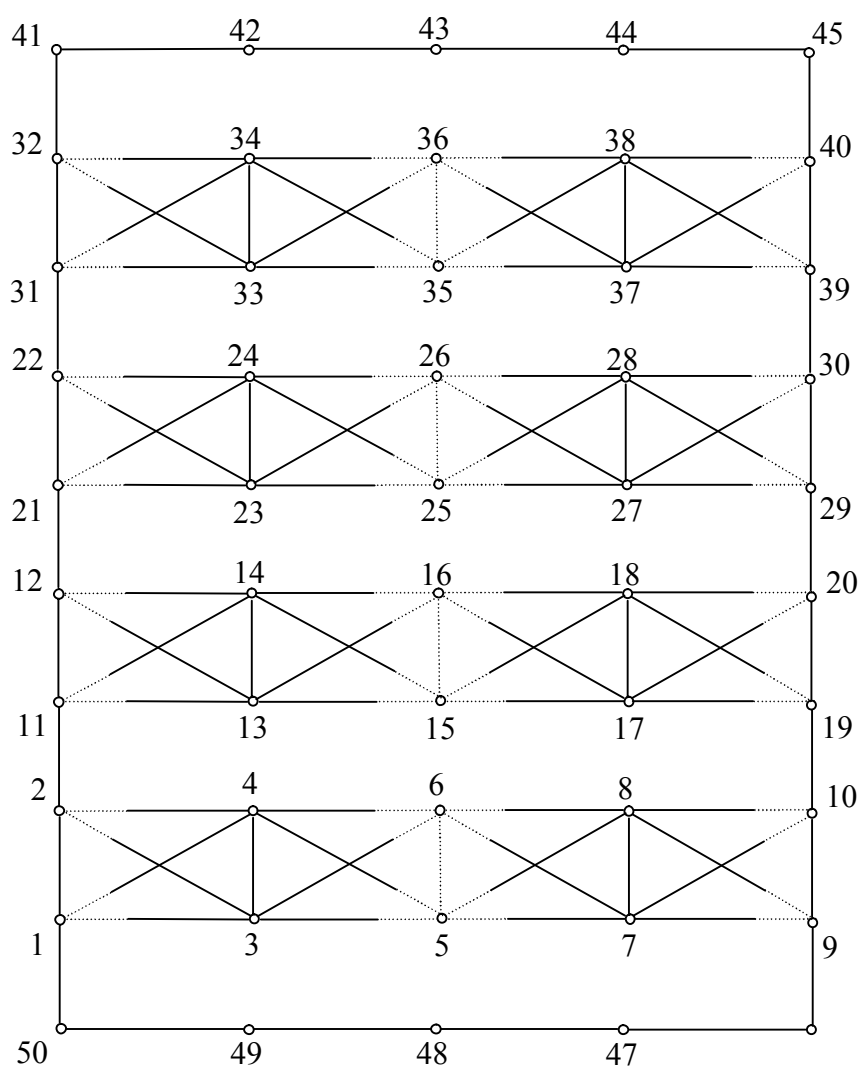
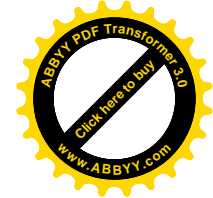
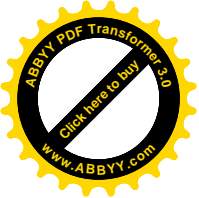


Рис. 2.8 Згущення каркасної полігонометрії IV класу мережею не-суцільних спостережень I розряду.



При включенні в якості опорних пунктів конструктивних елементів споруд формула (4.7.1) буде мати вигляд:

$$C = N (И + Т + В) + (п - 1) (р + з + ц + и + Т + В), \quad (2.16.2)$$

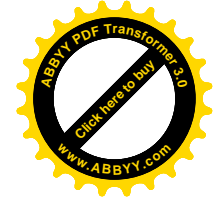
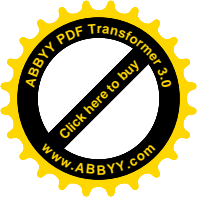
Де N – число конструктивних елементів капітальних споруд, які включені в якості опорних пунктів.

В нашому випадку пункти 5, 6, 15, 16, 25, 26, 35, 36 були вибрані на опорах ліній електропередачі, котра проходила через ділянку робіт. Місцевість відповідала III категорії складності.

Таблиця 2.75. Вартість мережі суцільних спостережень тріангуляції I розряду

№ п/п	Види робіт	Одиниці вимірювання	Вартість одиниць вимірювань, крб.	Об'єм робіт	Вартість, крб.	Основ.
1	Рекогностування пункту	Пункт	8	24	192	(149. табл. 8)
2	Побудова знаків	Мет. пірам.	127	24	3048	(149. табл. 9)
3	Закладання центрів	Центр	11	24	264	(149. табл. 12)
4	Вимірювання кутів і обробка різ.	Пункт	27	40	1080	(149. табл. 14)
5	Транспортні витрати	До 5 км		7%	320,88	(149. табл. 4)
Всього					4904,88	

При порівнянні табл. 2.75 і таблиці 2.76 впливає, що на прикладі окремої мережі, розроблюваної традиційним методом тріангуляції і розвитком мережі несучільних спостережень, в останньому випадку знижуються витрати при рекогностуванні пунктів на 64 крб., при побудові знаків – на 1016 крб., при закладанні центрів – на 88 крб., при вимірюванні кутів – на 648 крб. і транспортні витрати – на 127,12 крб.



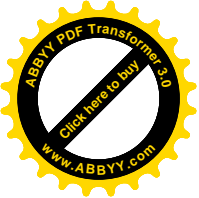
Таблиця 2.76. Вартість мережі несучільних спостережень тріангуляції I розряду

№ п/п	Види робіт	Одиниці вимірювання	Вартість одиниць вимірювань, крб.	Об'єм робіт	Вартість, крб.	Основ.
1	Рекогностування пункту	Пункт	8	16	128	(149. табл. 8)
2	Побудова знаків	Мет.пірам	127	16	2032	(149. табл. 9)
3	Закладання центрів	Центр	11	16	176	(149. табл. 12)
4	Вимірювання кутів і обробка результатів	Пункт	27	16	432	(149. табл. 14)
5	Транспортні витрати	До 5 км		7%	193,76	(149. табл. 4)
Всього					2961,76	

В цілому при створенні даної мережі методом несучільних спостережень вартість створення всієї мережі знизилась на 1943,12 карбованця і складає 60% вартості мережі суцільних спостережень тріангуляції, тобто вартість мережі в цілому знизилась на 40%.

Таким чином, на прикладі розглянутого конкретного об'єкту економічна ефективність створення мережі несучільних спостережень складає 140% в порівнянні з мережею тріангуляції.

Слід зазначити, що при проектуванні даної мережі було вдало використана лінія електропередачі, яка проходила по середині ділянки робіт. В загальному випадку кількість пунктів, вибраних на конструктивних елементах споруд може бути значно нижча, потрібно прагнути, щоб хоча б два пункти були вибрані на конструктивних елементах споруд, що в значній степені підвищить збереження пунктів і надійність функціонування мережі в цілому, так як при реконструкції мережі дані пункти дозволять відновити її за найкоротший термін.



Застосування електронних тахеометрів дає можливість створювати мережі і кращим варіантом при цьому служать мережі несуцільних спостережень.

Пункти, фіксовані на конструктивних елементах виконують наступні функції:

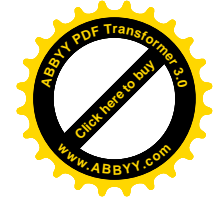
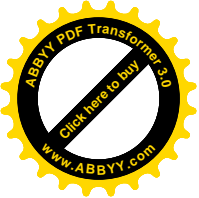
1. Служать для орієнтування приладів при зніманнях;
2. Надійність їх зберігання гарантує можливість реконструкції втрачених мереж;
3. Вони є вихідними при згущенні знімальних мереж несуцільних спостережень;
4. Розташовані на високих спорудах відкривають широкі можливості для вибору місцезрештування пунктів, з яких ведуться спостереження напрямів;

Дає можливість проведення одnobічних спостережень, виключаючи необхідність спостереження високих знаків і закладання центрів.

Дамо порівняльній аналіз трудозатрат при створенні мереж методом суцільних і несуцільних спостережень.

Таблиця 2.77. Мережа суцільних спостережень

№ п/п	Види робіт	Одиниці вимірювання	Об'єм робіт	Норми, врах. на одиниці вимірювань, годин.	Трудозатрати, годин	Основ.
1	Побудова знаків	Мет.пірам.	24	5,45	130,80	(31 с12)
2	Побудова і закладання центрів	Центр	24	1,543	37,03	(31 с18) (31 с20)
3	Вимірювання кутів	Пункт	40	2,46	98,40	(31 с28)
4	Зрівнювання геодезичних чотирикутників	Геод. чотирик.	16	2,18	34,88	(31 с94)
Всього					301,11	

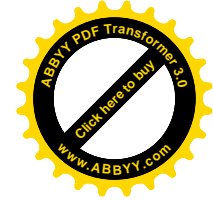
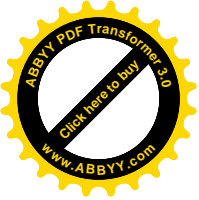
**Таблиця 2.78. Мережа несучільних спостережень**

№ п/п	Види робіт	Одиниці вимірювання	Об'єм робіт	Норми, врах. на одиниці вимірювань, годин.	Трудо-затрати, годин	Основ.
1	Побудова знаків	Мет.пірам.	16	5,45	87,20	(31 с12)
2	Побудова і закладання центрів	Центр	16	1,543	24,69	(31 с18) (31 с20)
3	Вимірювання кутів	Пункт	16	2,46	39,36	(31 с28)
4	Обробка матеріалів на ЄОМ за розроб. автором прогр.	Мережа	1	0,10		По хомом
Всього						

Із порівняння табл. 2.77 і табл. 2.78 випливає, що в нашому випадку при створенні мереж несучільних спостережень знижуються трудозатрати при побудові знаків на 43,6 годин, при виготовленні і закладанні центрів – на 12,34 годин, при вимірюванні кутів – на 59,04 годин і при обробці матеріалів – на 34,78 години, що складає 66%, 40% і 0,3% від відповідного об'єму робіт мережі суцільних спостережень.

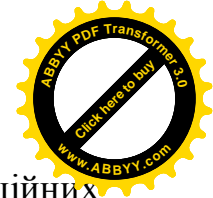
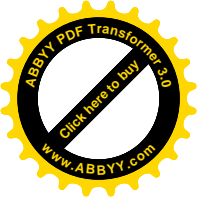
Загалом, об'єм трудозатрат знизився на 50% в порівнянні з мережею суцільних спостережень тріангуляції.

Таким чином, виходячи із вищенаведеного випливає, що складання опорних мереж несучільних спостережень дозволяє на 50% і більше знизити трудозатрати на виробництво робіт і до 40% і більше знизити вартість робіт.

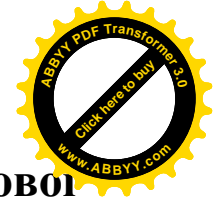
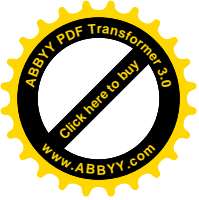


Висновки по главі

1. Вирішена задача застосування СОР для обробки геодезичних мереж, що складаються методом парних ланок засічок. Встановлено, що для невірного ряду МПЛЗ, складеного зі 4 геодезичних чотирикутників при довжинах сторін від 4 до 5 км. і середньої квадратичної помилки $m_B = 2''$, істина помилка не зрівноваженого ряду не перевищує 14 см., а зрівноваженого ряду не перевищує 5 см. При $m_B = 4''$ в не зрівняному ряді істинні помилки не перевищують 24 см. а при $m_B = 5''$ істинні помилки в незрівноваженому ряді не перевищують 30 см. Дослідження показали, що при переході від невірного ряду МПЛЗ до аналогічного ряду суцільних спостережень помітного підвищення точності визначення координат пунктів нема.
2. Отримані формули розрахунку обернених ваг елементів невірного ряду МПЛЗ. Встановлено, що для невірного ряду із 8 квадратів із сторонами рівними 2 км. і середньою квадратичною помилкою вимірювання напрямів не перевищує $5''$, істина помилка визначення незрівноважених координат не перевищує 48 см., а зрівняних – 30 см.
3. Отримані формули попереднього розрахунку точності зрівноважених елементів невірного ряду квадратів. Побудовані графіки, по яким можна провести попереднього розрахунку точності.
4. Проведений зовнішній контроль досліджень шляхом порівнювання результатів із коррелятного і параметричних способів зрівнювання, який є необхідною і достатньою умовою підтвердження коректності проведених дослідів. Проведено дослідження і отримані оцінки елементів мереж не-суцільних спостережень, адекватних за точністю відповідному класу або розряду триангуляції.
5. Досліджена точність елементів невірного ряду ромбів і отримані формули і графіки попереднього розрахунку точності. Встановлено, якщо в середині ряду, що розвивається методом парних ланок засічок, автономно



- визначити азимут з точністю вихідних, то точність передачі дирекційних кутів буде відповідати рівній точності аналогічного ряду триангуляції.
6. Отримані формули розрахунку елементів ряду, що спирається на вихідні дирекційні кути, вихідні сторони, дирекційні кути, і сторони.
 7. Розроблена методика розвитку вільних рядів МПЛЗ з надійним контролем, що дозволила впровадити дані мережі в виробництво при спостереженні за аварійними ділянками нафтопроводу “Дружба”, які проходять на гірських перевалах Карпатських гір.
 8. Наданий порівняльний аналіз економічної ефективності мереж суцільних і несучільних спостережень на конкретному прикладі. Доведено зниження трудозатрат на 50%, і вартості на 40% для мереж.
 9. На основі проведених досліджень можна констатувати, що при згущенні опорних геодезичних мереж методом парних ланок засічок і точності вимірювання горизонтальних кутів 1" забезпечується точність визначення координат пунктів, яка задовольнить топографічні знімання любого масштабу. Метод парних ланок засічок детально розроблено в даній роботі і він має право зайняти своє місце в арсеналі геодезії на ряду з триангуляцією, трилатерацією, полігонометрією і лінійно-кутовими мережами. Немає основи твердження про те що наземні методи застаріли і всі опорні мережі необхідно розвивати тільки методами космічної геодезії по системі GPS. Наземні методи необхідно розвивати і в дальнішому на ряду з широким використанням системи GPS. На прикладі даного дослідження, де координати вихідних пунктів А, В, С, Д можуть бути визначені по системі GPS, а згущення проведено методом ПЛЗ показано органічне поєднання наземних методів і методів глобальної системи позиціонування. В даній роботі вперше розроблений корелатний метод зрівноваження мереж несучільних спостережень ПЛЗ. До цієї роботи ні одна мережа не була зрівноважена і досліджена на основі корелатного методу. Як було показано в [77] даний метод забезпечить точність визначення координат пунктів опорної мережі міста Рівне в 6 мм.



РОЗДІЛ III. Розробка технології створення планової геодезичної мережі методом несучільних спостережень тріангуляції

Ведення

З часів Гаусса вважається, що одним із найважливіших методів польового контролю в тріангуляції є визначення вільного члена умови фігур, тобто відхилення суми кутів кожного трикутника від 180° .

Дійсно, в вільних мережах необхідно враховувати умовні рівняння фігур, полюсів і горизонту. Ці три умовні рівняння є умовними рівняннями вільних мереж. Вони виконують наступні функції:

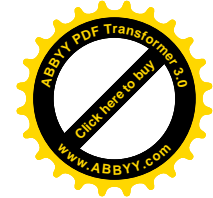
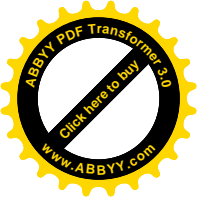
- 1) визначення елементів мереж;
- 2) польових контролів;
- 3) узгодження умов;
- 4) підвищення точності елементів мереж.

В мережах згущення додатково виникають полігональні умови: умовні рівняння дирекційних кутів, сторін і координат.

У зв'язку з широким використанням за останній час методу визначення координат пунктів по системі GPS особливо актуальним постає питання у поєднанні даного методу із традиційними наземними методами, такими, як полігонометрія, тріангуляція, трилатерація.

Проблеми дослідження точності елементів наземного методу тріангуляції, яка опирається на ряд пунктів, координати яких визначені по системі GPS і посвячується дана робота.

При цьому розробляється метод несучільних спостережень тріангуляції, коли ряд пунктів являють собою шпильні собори, конструктивні елементи фундаментальних споруд, що не потребує доступу на дані пункти, але вони будуть зберігатись не один десяток років.



3 Принципові схеми побудови опорних мереж несуцільних спостережень тріангуляції

Одним з основних методів побудови опорних геодезичних мереж згущення, забезпечуючих розвиток зйомочної основи крупномасштабних зйомок є тріангуляція 1 і 2 розрядів.(40, с.22).

Тріангуляція – це метод побудови і закріплення на місцевості мережі трикутників або чотирикутників з вимірюванням всіх горизонтальних кутів та деяких сторін з подальшим розрахунком всіх невимірних сторін і координат пунктів, фіксуючих сторони мережі.

Інструкція (40) передбачає розвиток тріангуляції у вигляді мереж, ланцюгів, трикутників і вставок віддалених пунктів в трикутники, створені пунктами мережі 2...4 класів. При цьому (40,-с.22) обумовлює, що кожний пункт тріангуляції 1 і 2 розрядів повинен визначатись з трикутників, в яких виміряні всі кути. Але, там же передбачено і визначення пунктів, являючи собою, місцеві об'єкти не доступні для спостережень, засічками з кількістю вимірних напрямків не менше трьох.

Так, наприклад, на стр. 106 Інструкції (див. рис. 3.1) приведено ланцюг трикутників і засічка, ілюструюча можливості застосування обособлених засічок для визначення координат пунктів.

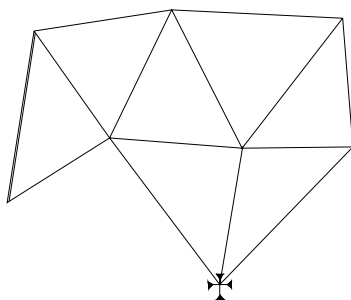
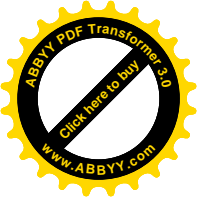


Рис.3.1. Ланцюг трикутників і засічка.



В докторській дисертації професора А.І. Дурнєва (28) вперше було дано серйозне теоретичне обґрунтування і показано можливість розвитку планового геодезичного обґрунтування з використанням віддалених пунктів методом бокових засічок. Даний метод знайшов широке використання при створенні планового геодезичного обґрунтування в різних вишукуваннях та в військовій справі.

В роботі (33, - с.163) відмічено, що вагома та помітна економія може бути досягнута не виключенням спостережень напрямків на станції, а винятком з програми спостережень цілих пунктів. Автор (33) приходять до висновку, що надлишкові виміри повинні виконуватись на тих же пунктах, з яких виконуються основні необхідні виміри. В цьому випадку він в порядку постановки задачі і залучення до неї уваги показує ідею створення опорних мереж за принципом „бджолиних стільників” (33, - с.164).

Однак в даній роботі не вказані конкретні шляхи реалізації даної ідеї, не вказано на скільки необхідно підвищити точність кутових вимірів. Однак К.А. Звонарьов приходять до висновку (33,-с.175) „...можна очікувати, що вдосконалення техніки геодезичних вимірів не приведе за собою різке підвищення вартості при зменшенні похибки, скажемо, кутових вимірів не з 5”, а з 2” .” При цьому (33,-с.174) „... точність яка дозволяє результати вимірів приймати за істинні і вводити в вирахування планових координат точок зйомочного обґрунтування без зрівнювання, цілком допустима.”

В (50) розроблено метод створення планового геодезичного обґрунтування парними ланками засічок, дозволяючий на 60% скоротити кількість пунктів, з яких виконують спостереження напрямків.

Ціллю же даної роботи є обґрунтування висунутої автором концепції побудови опорних геодезичних мереж несучільних спостережень.

Отже, необхідно встановити можливість сгущення опорної мережі в випадках, наведених нище принциповими схемами побудови опорних геодезичних мереж.

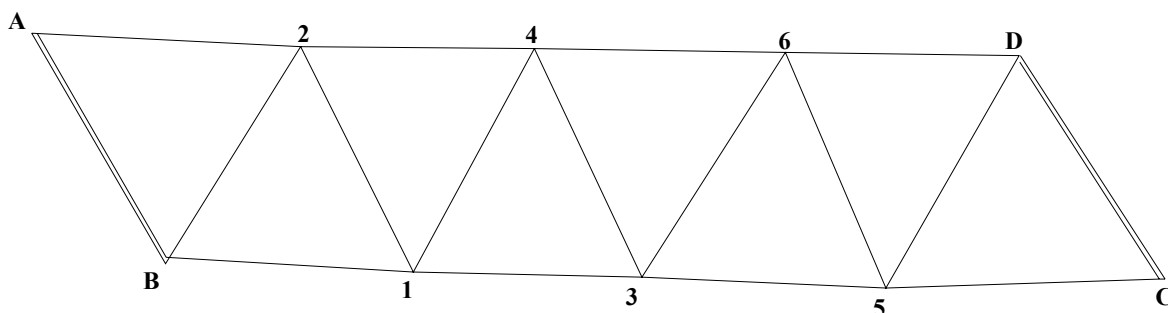
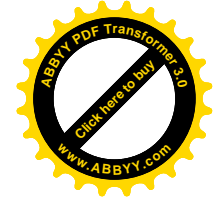
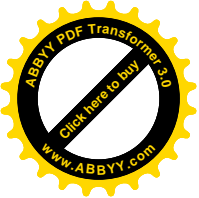


Рис. 3.2 Ряд триангуляції, прокладений між вихідними пунктами старшого класу А, В, С, D.

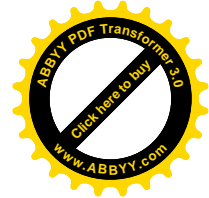
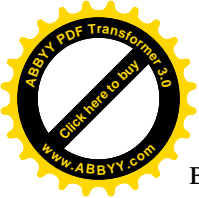
З ціллю аналізу різних схем згущення опорних геодезичних мереж на рис. 3.2 наведено ряд триангуляції, що складається з 8 трикутників. Для визначення координат пунктів 1,2,3,4,5,6, необхідно на цих пунктах провести спостереження напрямків і крім цього, відспостерігати на вихідних пунктах А,В, С, D.

Таким чином, для ряду , що складається з 10 пунктів необхідно відспостерігати всі 10 пунктів.

Оперативним контролем вимірювання горизонтальних кутів (або спостереження напрямків) є порівнювання фактичної кутової нев'язки допустимою для даного класу або розряду триангуляції. Далі виконують контроль по порівнянню вільних членів умовних рівнянь дирекційних кутів, сторін, координат з їх допустими значеннями. Наявність в даному ряді надлишкових вимірів дозволяє провести зрівнювання елементів ряду з їх оцінкою точності. Оскільки в даному ряді виміряні всі горизонтальні кути, назвемо його рядом суцільних спостережень.

Розглянемо ряд, в якому на деяких пунктах не виконують вимірювання кутів і назвемо його рядом несучільних спостережень (див. рис. 3.3).

На рис. 3.3 пунктирними лініями показані несучільні напрямки. Вимірю-



вання кутів проведено лише з пунктів В, 2,3,4,5 та D.

Таким чином, для ряду що складається з 10 пунктів, вимірювання проведені лише на 6 пунктах.

Позначив загальну кількість пунктів в ряду суцільних спостережень триангуляції через N , а в випадку аналогічного ряду несучільних спостережень для обробки матеріалів достатньо провести спостереження на пунктах $\frac{6}{10}N = \frac{3}{5}N$.

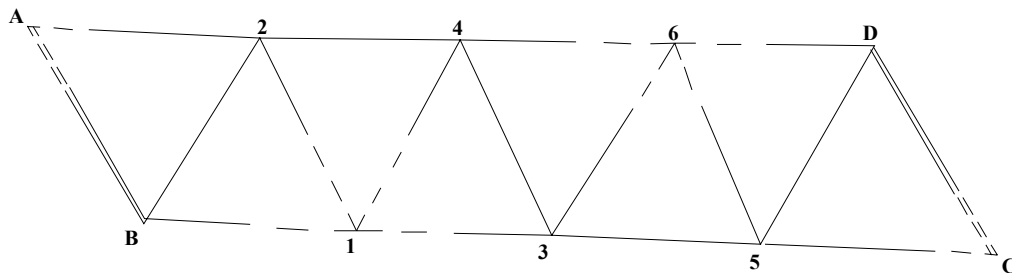


Рис. 3.3 Ряд несучільних спостережень.

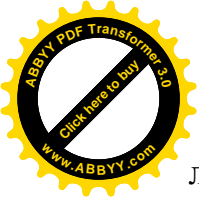
Отже, на $\frac{2}{5}$ пунктах вимірювання не виконують при ротку мереж несучільних спостережень.

Неважко побачити, що в розглянутому ряду (див. рис.3.3) відсутні умовні рівняння фігур.

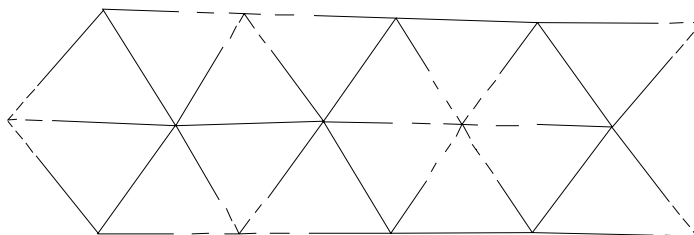
Однак наявність умовних рівнянь дирекційних кутів, сторін та координат дозволяє виконати процедуру сторого зрівнювання з оцінкою точності зрівняних елементів.

Ряд наведено на рис. 3.3 вперше. До теперішнього часу аналогічних побудов на виробництві не виконувалось та в научній літературі вони не розглядались.

Однак, в сучасних умовах, сучасна техніка, як буде показано далі, дозво-



литель розвивати аналогічні мережі в цілях крупномаштабного картографування та створення спеціальних мереж.



Ри

с. 3.4 Здвоєний ряд несучільних спостережень.

На рис. 3.4 наведено здвоєний ряд несучільних спостережень. В даному випадку горизонтальні кути вимірюються на 9 пунктах замість 15, що складає $\frac{3}{5}$ загальної кількості як і в простому ряді несучільних спостережень.

З рис.3.4 випливає, що на деяких пунктах спостереження не виконуються і в якості пунктів доцільно використовувати різні конструктивні елементи споруд, наприклад, громовідводи на ЛЕП, трубах котельних заводів, шпилі антен, анкерні болти і т.д., що забезпечить схоронність мережі і надійність її функціонування, а в необхідних випадках дозволить провести її реконструкцію.

Надалі необхідно визначити необхідну точність вимірювання кутів для відповідного розряду триангуляції, отримати формули попереднього розрахунку точності елементів мережі при її проектуванні.

На закінчення проведемо приблизні схеми побудови мереж несучільних спостережень, адекватних за точністю триангуляції 1 і 2 розрядів (див. 40, - рис.4).

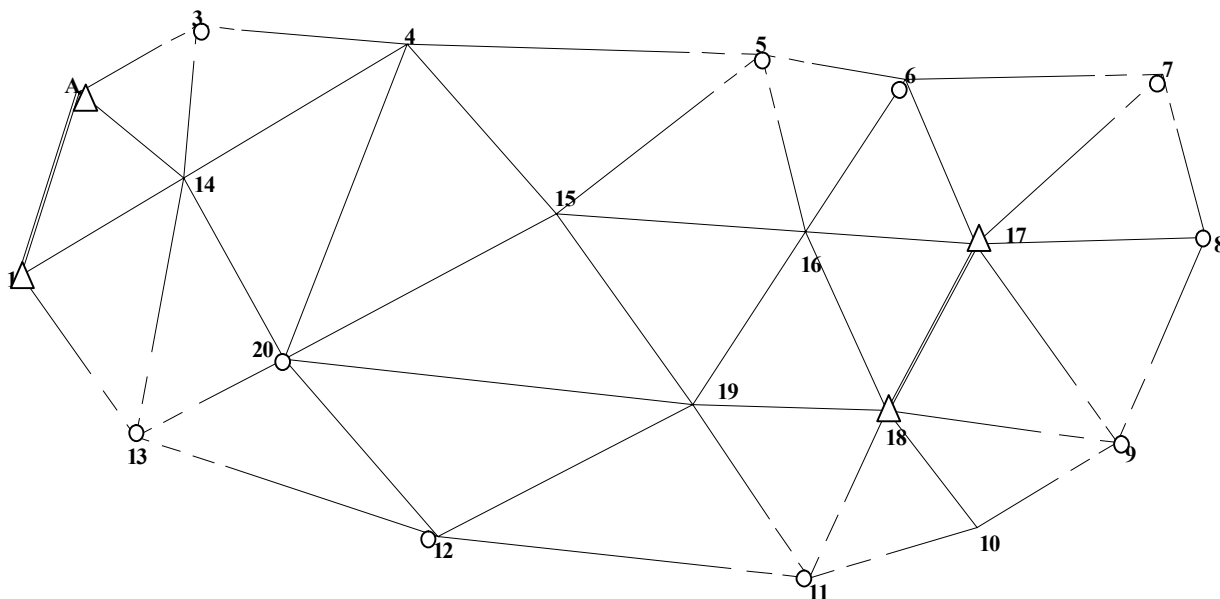
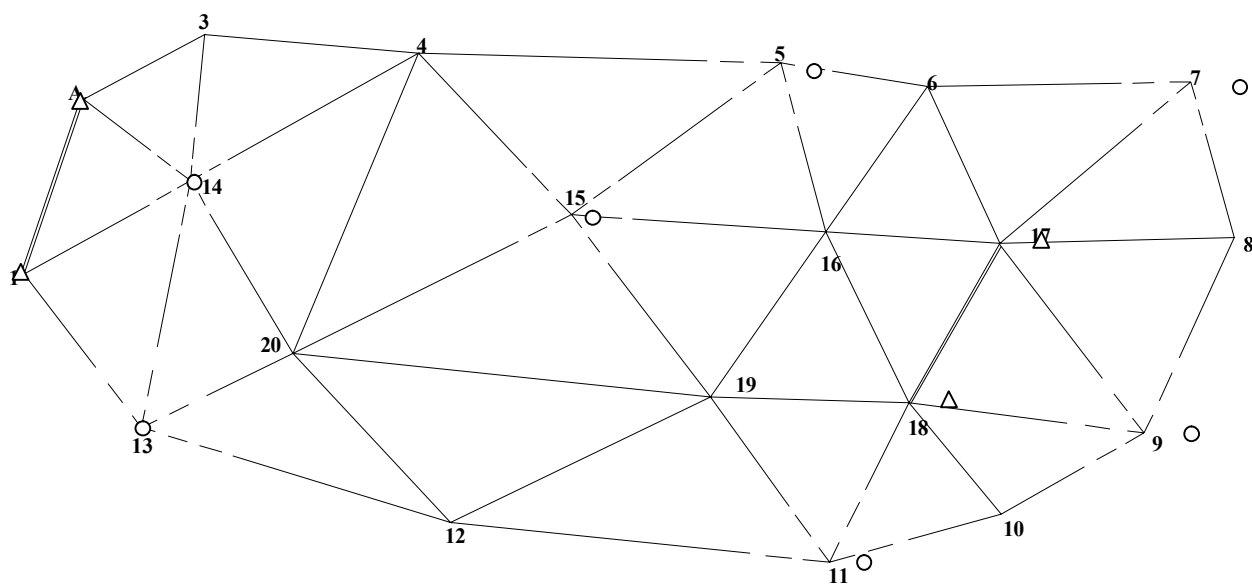
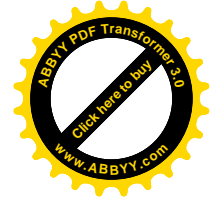
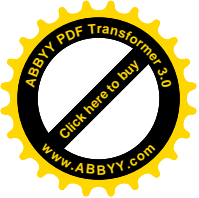


Рис. 3.5 Мережа триангуляції несучільних спостережень.

Умовні позначення:

- \triangle вихідний пункт;
- \equiv вихідна сторона;
- \circ визначуваний пункт;
- базис;
- — — сторони триангуляції з двостороннім напрямком;
- — — — — односторонній напрямком.

На рис. 3.5 наведено мережу триангуляції несучільних спостережень, відповідна суцільній мережі спостережень, наведеній у (40, - с.106, рис.4). В даному випадку спостереження виконані на 14 пунктах замість 20, т.ч. на 30% скоротилась кількість пунктів, з яких не проводились спостереження напрямків.



Р

ис. 3.6 Можливий варіант створення опорних мереж несучільних спостережень.

В даній мережі спостереження виконані на 13 пунктах замість 20, т. ч. на 7 пунктах спостереження було виконано.

Ще більшу економічну ефективність забезпечують мережі геодезичних чотирикутників при вимірювання кутів з суміжних сторін парних геодезичних чотирикутників (52, 53, 54, 55, 57, 58, 59, 65, 61).

Так, наприклад, для ряду, представленого на рис. 3.2 та рис. 3.3, з використанням методу парних ланок засічок отримаємо ряд геодезичних чотирикутників, представлений на рис.3.7.

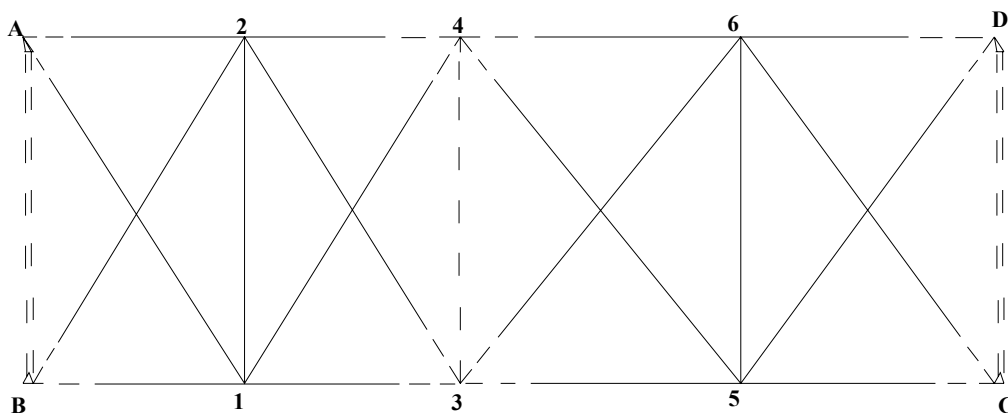
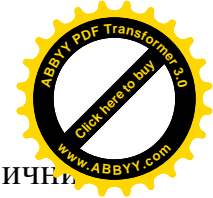
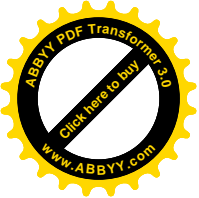


Рис. 3.7 Ряд несучільних спостережень, що складається з геодезичних чотирикутників.



На рис. 3.7 представлено ряд несучільних спостережень з геометричними чотирикутниками, прокладений між вихідними пунктами старшого класу А,В,С,Д. Вимірювання горизонтальних кутів виконані тільки в пунктах 1,2,5,6.

Координати пунктів 1,2,5, та 6 визначені з рішення задачі Ганзена, координати пунктів 3,4,С та D визначені з рішення прямих кутових засічок за формулами Гауса або Юнга.

В даному ряді відсутні умовні рівняння фігур. Наявність умовних рівнянь дирекційних кутів, сторін і координат дозволяють провести контроль польових вимірів за величиною вільних членів умовних рівнянь, зрівняти дану побудову і виконати оцінку точності зрівняних елементів.

На рис. 3.8 і 3.9 наведено ряди несучільних спостережень, що забезпечують обґрунтуванням для знімання по обидва береги водної перепони.

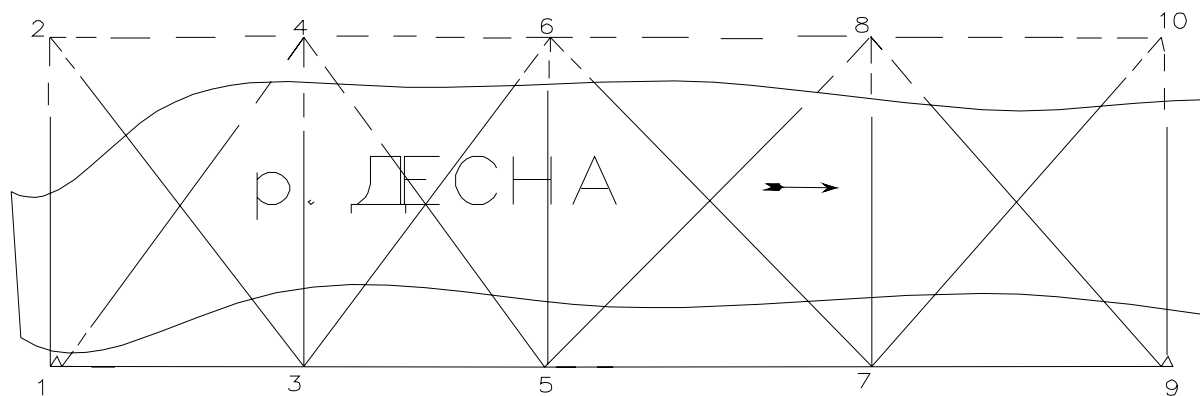


Рис. 3.8 Ряд несучільних спостережень, прокладений між двома базисними сторонами 1-3 і 7-9.

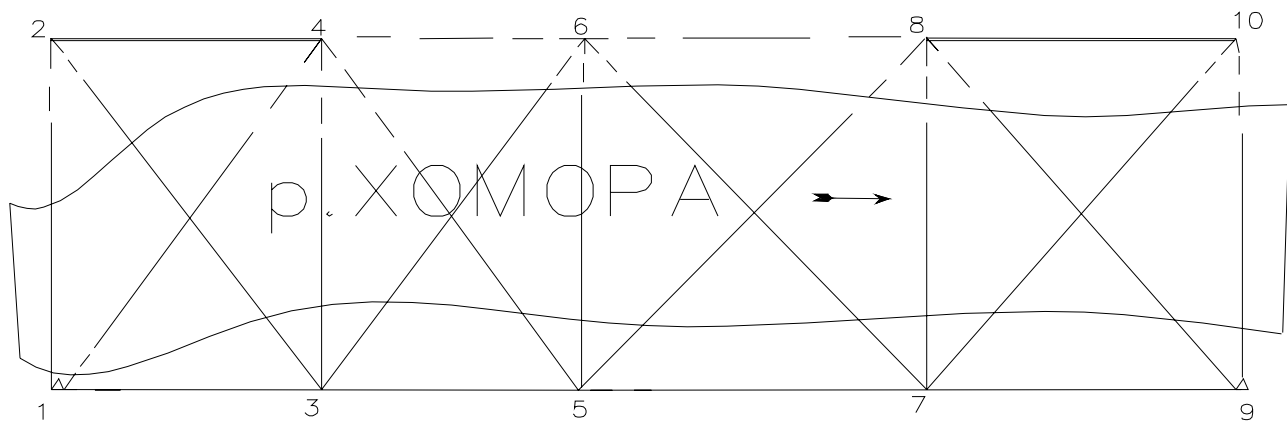
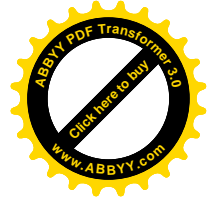
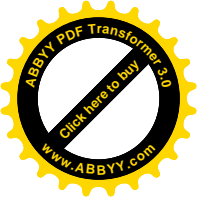


Рис. 3.9 Ряд несучільних спостережень, покладений між недоступними вихідними пунктами.

Як видно з рис.3.8 ряд несучільних спостережень дозволяє виконувати кутові виміри лише по одну сторону водної перепони, щоб отримати координати пунктів з обох сторін.

На рис 3.9 наведено ряд несучільних спостережень, прокладений між недоступними

3.1. Постановва проблеми дослідження

Умовні рівняння фігур, на жаль, не виконують функцію польового контролю полігональних умов. Крім цього, буде показано нижче, при визначенні і зрівноваженні елементів мереж є можливість строго уникнути врахування умов фігур. Ми дамо спосіб узгодження умов фігур без їх врахування.

Ми утверджуємо, що виконання умов фігур в мережах згущення не підвищує точності елементів мереж.

Професор Чеботарьов А.С. (119.-с.578) писав: “Итак, когда вычисляемая и исходная стороны треугольника близки по величине, измерение третьего угла

треугольника не повышает точности вычислений длины искомой стороны”.

Розробку ефективного методу побудови опорних геодезичних мереж згущення розглянемо на прикладі мережі триангуляції 3 класу, приведеної в (101.-с.243).

Координати вихідних пунктів 2 класу 2 класу приведені в табл.3.1

Таблиця 3.1. Координати вихідних пунктів

Номер пункта	Координати		Довжини сторін, м	Дирекційні кути, α	На пункт
	x	y			
1	5709127,37	8400987,48	8288,08	156°16'66”	2
2	5701539,29	8404321,15	8288,08	336°16'57,66”	1
3	5702517,70	8420519,25	10493,58	25°15'33,29”	4
4	5712007,96	8424997,00	10493,58	205°15'33,29”	3

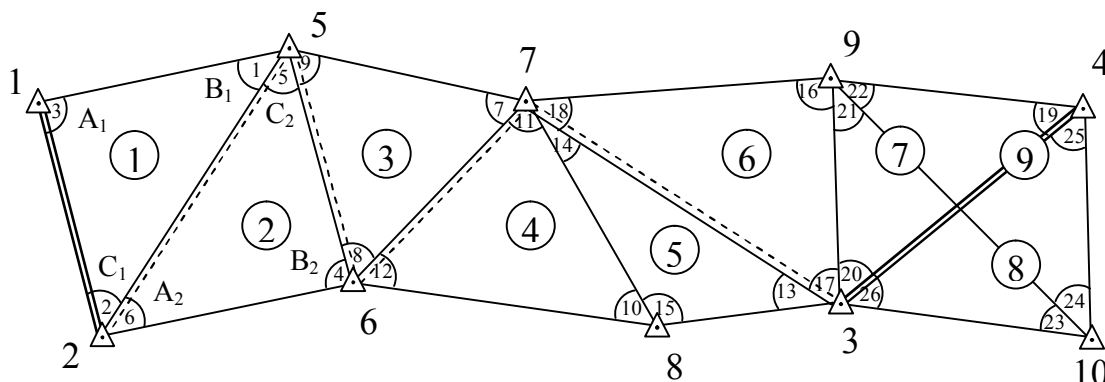


Рис. 3.10. Ряд суцільних спостережень триангуляції.

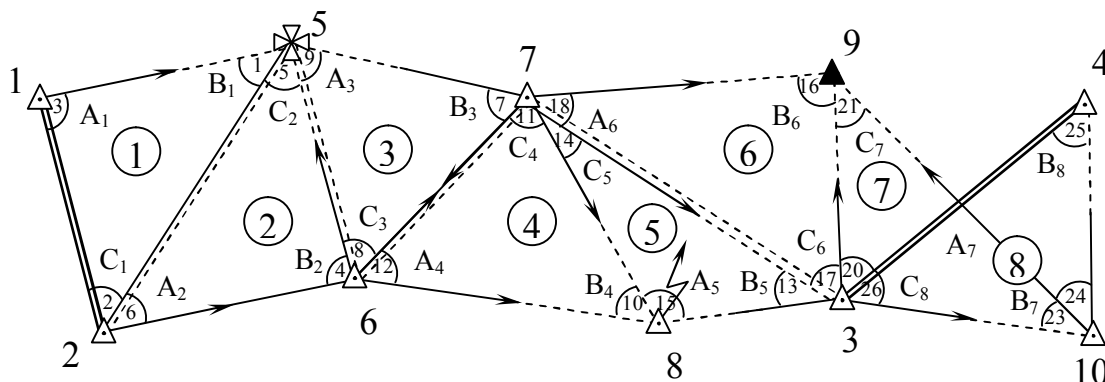
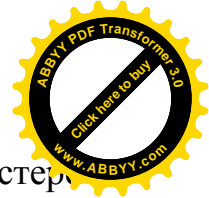
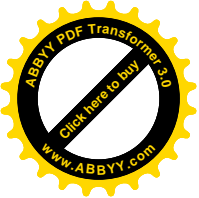


Рис. 3.11. Ряд несцільних спостережень триангуляції



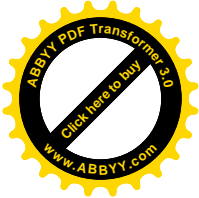
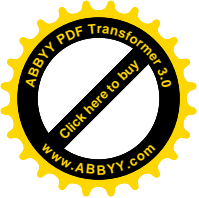
В роботах (3, 5, 6, 7) пропонується на ряді пунктів не робити спостереження, а згущати планові геодезичні мережі, прокладаючи ряди несучільних спостережень тріангуляції. При цьому відсутні умовні рівняння фігур. Нехай, на пунктах 5, 8, 9, 4 спостереження не виконувались. При проведенні досліджень нами взяті вимірні кути і редуковані на площину на пунктах 1, 2, 3, 6, 7 і 10. Кути в кожному трикутнику на пунктах 5, 8, 9, 4 взяті як доповнення до 180° . Необхідно строго корелатним способом зрівноважити ряд несучільних спостережень тріангуляції, зробити оцінку точності зрівноважених елементів і порівняти з істинними значеннями, за які прийняті зрівноважені елементи мережі суцільних спостережень приведені у вище згаданому Практикумі Пункти 5, 8, 9 недоступні для встановлення на них теодоліта. Вибрані для візування конструктивні елементи фундаментальних споруд надійно зберуться і не втраяться за довгий час.

3.2. Польовий контроль при згущенні мереж

В рядах несучільних спостережень тріангуляції проводиться оперативний польовий контроль шляхом подвійного розрахунку координат пунктів по мірі продвигу ходової лінії. На рис. 3.2 стрілками показані напрямки визначення координат пунктів полярною засічкою при попередньому розрахунку сторін.

Заключним польовим контролем є визначення вільних членів полігональних умовних рівнянь і координат, базиса і дирекційного кута.

Лише при необхідності проводять спостереження на трьох пунктах геодезичних чотирикутників тоді виникає полюсне умовне рівняння і додатковий контроль. При наявності полюсних умовних рівнянь їх відносять в першу групу і виконують зрівноваження двогруповим методом.



Таблиця 3.2. Звідна таблиця польового контролю.

№пп	X	X'	X-X'	№пп	Y	Y'	Y-Y'
5	5708892,20	5708892,20	00	5	8407002,72	8407002,72	0,01
6	702332,55			6	410354,88		
7	706481,29			7	413877,26		
8	700542,09	700542,09	00	8	415724,23	415724,23	00
9	708087,53	708087,63	-0,10	9	418981,90	418981,66	0,24
10	706521,90	706521,88	0,02	10	423960,17	423960,15	0,02
3	5702517,57	5702517,70	-13	3	8420519,428	8420519,25	0,17

$$W'_{x3} = -0.13$$

$$W'_{y3} = 0.17$$

Вільні члени координатних умовних рівнянь будуть

$$W'_{x3} = W'_{x3} \cdot 206.265 = -26.81''$$

$$W'_{y3} = W'_{y3} \cdot 206.265 = 35.06''$$

Визначимо вільний член умовного рівняння дирекційних кутів. Згідно протоколу:

$$\alpha_{73} = 120,8267^\circ \quad K_0 \quad 120^\circ 49' 36,1''$$

$$+ < (17+20) \quad 84^\circ 25' 59,6''$$

$$\alpha_{73} = 205^\circ 15' 35,7''$$

-

$$\alpha_{73} = 205^\circ 15' 33,29''$$

$$W_\alpha = +2,41$$

Найдемо вільні члени умовного рівняння сторони

$$W'_S = S'_{34\text{вир}} - S_{34\text{вих}} = 10493,57 - 10493,58 = -0,01$$

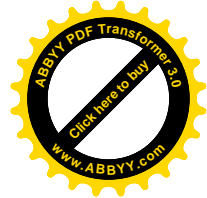
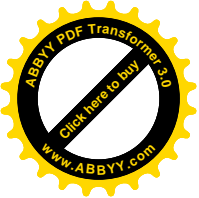
або

$$W'_S = W''_S \frac{\rho''}{S'_{34}} = -0.20''$$

В дальнішому визначають допустимість вільних членів умовних рівнянь.

В загальному випадку граничну величину вільного члена умовного рівняння

$$a_1 v_1 + a_2 v_2 + a_3 v_3 + \dots + a_n v_n + W = 0 \quad (3.2.1)$$



находять по формулі

$$W_{zp} = t\mu\sqrt{[aa]} \quad (3.2.2)$$

де μ – середня квадратична похибка одиниці ваги;

t - параметр, який залежить при заданій довірчій ймовірності від числа вимірів в мережі;

$[aa]$ - сума квадратів коефіцієнтів умовного рівняння.

В геодезичних мережах при довірчій ймовірності 0,95 приймають – 2,5 1. – с.1-6

Значення вільних членів базисного і умовного рівняння дирекційних кутів не повинна перевищувати величин, вирахованих по формулам

$$W_{баз} \leq 2,5\sqrt{m_{\beta}^2[BB] + 2\left(\frac{m_{\beta}}{b} \rho\right)^2} \quad (3.2.3)$$

і для умовного рівняння дирекційних кутів

$$W_{\alpha} \leq 2,5\sqrt{m_{\beta}^2[AA] + 2m_{\alpha}^2} \quad (3.2.4)$$

де m_{β} - середня квадратична похибка виміру кутів в триангуляції даного класу;

m_{β} m_{α} - середні квадратичні похибки базисних сторін і вихідних азимутів (дирекційних кутів) відповідно;

$[AA]$, $[BB]$ – суми квадратичних коефіцієнтів умовних рівнянь дирекційних кутів і сторін відповідно.

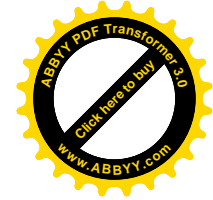
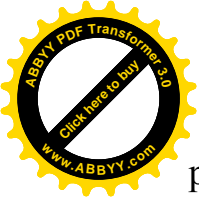
І в нашому випадку отримаємо

$$W_{донбаз} = 2,5\sqrt{1,5''^2 \cdot 28,769 + 2\left(\frac{2 \cdot 10^5}{3 \cdot 10^3}\right)^2} = 20,3''$$

Де прийнято $m_{\beta}/b = 1:300000$ і $m_{\beta}=1,5''$; $m_{\alpha}=1,1''$

$$W_{адон} = 2,5\sqrt{1,5^2 \cdot 8 + 2 \cdot 1,1^2} = 11,3''$$

Допустиме значення вільних членів координатних умовних рівнянь роз-



раховуєм по формулам

$$W_{x\partial on} = 2,5 \sqrt{\frac{m_{\beta}^2}{\rho^2} [CC] \cdot 10^6 + 2m_x^2} \quad (3.2.5)$$

$$W_{Y\partial\partial o} = 2 \sqrt{\frac{m_{\beta}}{\rho} [ДД] \cdot 10^6 + 2m_y^2} \quad (3.2.6)$$

m прийнято $m_x = m = 5 \text{ см}$

$$W_{Y\partial\partial o} = 2 \sqrt{\frac{15}{(2.06 \cdot 10^4)^2} \cdot 10^6 \cdot 861.4 + 2 \cdot 0.05^2} = 0.56 \text{ м}$$

$$W_{Y\partial\partial o} = 2 \sqrt{\frac{15}{(2.06 \cdot 10^4)^2} \cdot 10^6 \cdot 683,8 + 2 \cdot 0.05^2} = 0.51 \text{ м}$$

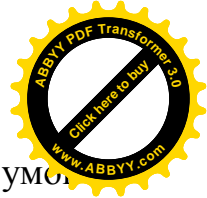
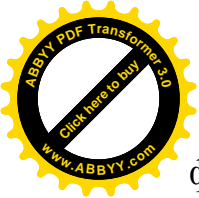
Квадратичні коефіцієнти взяті із таблиці коефіцієнтів нормальних рівнянь як в координатних умовних рівняннях всі коефіцієнти і вільні члени були зменшені в 10 раз, то ці квадратичні збільшені в 100 раз при підстановці у формули (3,Ю 2, 5) і (3, 2,6).

3.3. Розрахунок коефіцієнтів умовних рівнянь.

3.3.1. Принцип переходу від коефіцієнтів умовних рівнянь мереж спільних спостережень до коефіцієнтів умовних рівнянь мереж несучільних спостережень.

Спочатку на схемі мережі пунктирною лінією позначається ходова лінія як у звичайній триангуляції і визначаються коефіцієнти по формулам звичайної триангуляції.

Теорема. Якщо в трикутнику триангуляції є один невимірний кут то кое-



фіцієнти умовних рівнянь поправок даного кута вводяться у коефіцієнти умовних рівнянь двох других кутів алгебраїчно з протилежним знаком.

Оскільки в кожному трикутнику несущільних спостережень тріангуляції є один невимірний кут, який розраховується як доповнення до 180° суми двох вимірних кутів, то кінцевий диференціал невимірного кута буде, наприклад

$$dBi = d(180^\circ - Ai - Ci) \quad (3.3.1)$$

i

$$dBi = -dA - dC.$$

Тобто, заміна коефіцієнтів невимірного кута в умовних рівняннях змінює знаки даних коефіцієнтів на оберненні і вони вводяться в коефіцієнти вимірних кутів з оберненим знаком.

Це головне правило, яке дає можливість строго зрівноважити мережу несущільних спостережень.

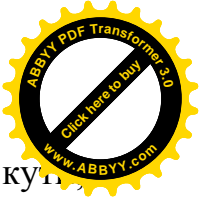
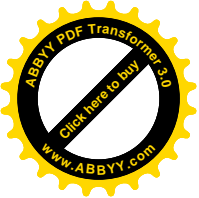
Таким чином, нам необхідно визначити коефіцієнти умовних рівнянь як в звичайній тріангуляції, а після перетворити їх з врахуванням невимірних кутів, крім цього, з метою зменшення похибок округлення мікрокалькулятора, розрахунок дирекційних кутів слід проводити в ручному розрахунку.

3.3.2. Розрахунок коефіцієнтів умовного рівняння сторін

Коефіцієнти умовного рівняння сторони, самі довжини зв'язуючих сторін з точністю до міліметра і координати пунктів ходової лінії визначають по розробленій автором програмі.

Базисне умовне рівняння виникає між вихідними сторонами S12 і S34. Взявши невимірні кути як доповнення до 180° і довжину вихідної сторони S12 вираховуємо довжину S'34 заданої сторони S34.

$$S'_{34} = S_{12} \frac{\sin 3 \sin 6 \sin 9 \sin 12 \sin 15 \sin 18 \sin 21 \sin(23 + 24)}{\sin 1 \sin 4 \sin 7 \sin 10 \sin 13 \sin 16 \sin 23 \sin 25} \quad (3.3.2)$$



Лінеаризуючи вираз (3.3.2) і переходячи до поправок в виміряні кути, одержимо базисне умовне рівняння

$$\begin{aligned}
 & -\delta_1(1) + \delta_3(3) - \delta_4(4) + \delta_6(6) - \delta_7(7) + \delta_{10}(10) + \\
 & + \delta_{12}(12) - \delta_{13}(13) + \delta_{15}(15) - \delta_{16}(16) + \delta_{18}(18) - \\
 & -\delta_{23}(23) + \delta_{21}(21) - \delta_{25}(25) + \delta_{23} + \\
 & + 24(23+24) + W = 0
 \end{aligned} \tag{3.3.3}$$

$$\text{де } \delta\beta_1 = \text{ctg}\beta_1 \text{ і } W = (S'_{34} - S_{34}) \frac{\rho''}{S'_{34}} \tag{3.3.4}$$

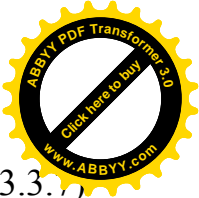
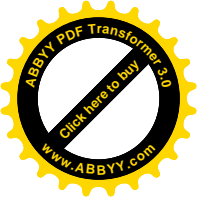
$$\begin{aligned}
 & [\delta_3 + \delta_1](3) + \delta_1(2) - \delta_4(4) + \delta_6(6) - \delta_8(8) + [-\delta_9 - \delta_7](7) + \\
 & + \delta_{10}(11) + [\delta_{10} + \delta_{12}](12) - \delta_{15}(14) + [-\delta_{15} + \delta_{13}](13) + \\
 & + \delta_{16}(17) + [\delta_{16} + \delta_{18}](18) + [-\delta_{23} - \delta_{21}](23) - [\delta_{21}](20 + \\
 & 26) + \\
 & + [\delta_{25}](26) + [\delta(23-21) + \delta_{26}](23+24) + WB = 0
 \end{aligned} \tag{3.3.5}$$

Підставляючи відповідні значення $\delta\beta_i = \text{ctg}\beta_i$, одержимо

$$\begin{aligned}
 & + 0,321\delta_2 + 0,808\delta_3 - 0,355\delta_4 + 0,522\delta_6 - 1,436\delta_7 - \\
 & - 1,051\delta_8 + 0,720\delta_{11} + 1,121\delta_{12} - 0,838\delta_{13} - 0,090\delta_{14} \tag{3.3.6} \\
 & + 0,036\delta_{17} + 0,927\delta_{18} - 1,076\delta_{23} - 0,647\delta(20+26) + \\
 & 2,117\delta(24+23) + 3,851\delta_{26} - 0,28 = 0
 \end{aligned}$$

Умовне рівняння дирекційних кутів виникає між вихідними дирекційними кутами α_{21} і α_{34} . Дирекційні кути передаються по ходовій лінії, яка проходить через вершини проміжних кутів S_i .

Для ряду триангуляції умова дирекційних кутів запишеться у вигляді



$$+(2) - (5) + (8) - (11) - (14) + (17) + (20) + W\alpha = 0, (3.3.7)$$

де вільний член $W\alpha = \alpha'34 - \alpha34$ вих,

для ряду несучільних спостережень умовне рівняння буде мати вигляд

$$(2) + (4) + (6) + (8) - (11) - (14) + (17) + (20) + 2,47 = 0, (3.3.8)$$

Представимо вільні члени координатних умовних рівнянь у вигляді

$$W_x = W'_x \cdot 206,265 = -0,142 \cdot 206,265'' = 29,29'';$$

$$W_y = W'_y \cdot 206,265 = +0,170 \cdot 206,265'' = +35,06''.$$

Замітимо, що вільні члени умовних рівнянь, обчислених по попередньо врівноважених кутах

$$W'_x = -0,15; \quad W'_y = +0,05.$$

Із цього слідує важливий вивід про те, що зрівнювання триангуляції за умови фігур підвищення точності визначення координат не дає.

Таблиця 3.3. Відомість розрахунку попередніх координат.

№ п-та	№ кутів	+ лів. - пр.	Кути передачі	Дирекційні кути	Сторони	X	Y	№ п-та
1				156°16'57,66''				1
2	2	+	43°45'14,2''	20°02'11,86''	7826,618	5701539,29	8404321,15	2
5	5	-	47°07'34,5''	152°54'37,36''	7361,205	5708892,193	8407002,712	5
6	8	+	67°27'45,6''	40°22'22,96''	5437,776	5702338,547	8410354,886	6
7	(11+14)	-	99°32'46,6''	120°49'36,26''	7734,938	5706481,280	8413877,268	7
3	(17+20)	+	84°25'59,5''	25°15'35,76''		5702517,558	8420519,420	3
4				25°15'33,29''				4
				$W\alpha = +2,47''$		5702517,70	8420519,25	
						$W'_x =$ -0,142	$W'_y =$ +0,170	

Вільний член умовного рівняння дирекційних кутів, розрахований по по-

передньому врівноважених кутах за умови фігур в триангуляції складав $W\alpha$ 3,27", а в мережі несущільних спостережень триангуляції $W\alpha$ м.с. = 0,08 і $W'\alpha$ м.с. = + 0,054, тобто попереднє врівноваження за умови фігур, як правило, зменшення величин вільних членів полігональних умовних рівнянь не забезпечує.

Умови координат виникають в нашій мережі між вихідними пунктами 2 і 3.

Для наміченої ходової лінії координатні умовні рівняння (абсцис і ординат) будуть мати наступний вигляд

$$\varphi_x = X_2 + S_{25} \cos \alpha_{25} + S_{56} \cos \alpha_{56} + S_{67} \cos \alpha_{67} + S_{73} \cos \alpha_{73} \quad (3.3.9)$$

$$\varphi_y = Y_2 + S_{25} \sin \alpha_{25} + S_{56} \sin \alpha_{56} + S_{67} \sin \alpha_{67} + S_{73} \sin \alpha_{73}, \quad (3.3.10)$$

В рівняннях (3.3.9) і (3.3.10) сторони і дирекційні кути визначають від вихідної сторони S_{12} і вихідного дирекційного кута α_{12} послідовно, тобто

$$S_{25} = S_{12} \frac{\sin 3}{\sin 1} ; \quad \alpha_{25} = \alpha_{25} + \angle 2, \quad (3.3.11)$$

$$S_{56} = S_{12} \frac{\sin 3 \sin 6}{\sin 1 \sin 4} ; \quad \alpha_{56} = \alpha_{21} + \angle 2 \pm 180 - \angle 5, \quad (3.3.12)$$

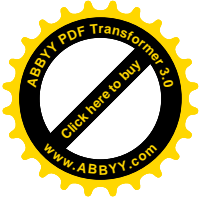
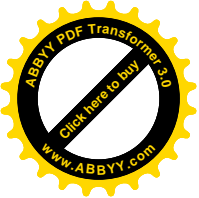
$$S_{67} = S_{12} \frac{\sin 3 \sin 6 \sin 9}{\sin 1 \sin 4 \sin 7} ; \quad (3.3.13)$$

$$\alpha_{67} = \alpha_{21} + \angle 2 \pm 180 - \angle 5 \pm 180 + \angle 8, \quad (3.3.14)$$

$$S_{73} = S_{12} \frac{\sin 3 \sin 6 \sin 9 \sin 12 \sin 15}{\sin 1 \sin 4 \sin 7 \sin 10 \sin 13} ;$$

$$\alpha_{67} = \alpha_{21} + \angle 2 \pm 180 - \angle 5 \pm 180 + \angle 8 \pm 180 - \angle (11+15)$$

Представимо рівняння (3.3.10) і (3.3.11) через поправки (β_1) в кути β_1 в лінійній формі



$$\sum \left(\frac{dp}{dA_1} \right)_0 (A_1) + \sum \left(\frac{dp}{dB_1} \right)_0 (B_1) + \sum \left(\frac{dp}{dC_1} \right)_0 (C_1) + W_x = 0 \quad (3.3.15)$$

$$\sum \left(\frac{d\varphi_y}{dA_1} \right)_0 (A_1) + \sum \left(\frac{d\varphi_y}{dB_1} \right)_0 (B_1) + \sum \left(\frac{d\varphi_y}{dC_1} \right)_0 (C_1) + W_x = 0 \quad (3.3.16)$$

В рівняннях (3.3.15) і (3.3.16) вільними членами W_x і W_y є приблизні значення шуканих функцій (3.3.11) і (3.3.10), вираховані по вимірним значенням кутів A' B' C' і ($i = 1, 2, 3, 4, 5$) з використанням виразів (3.3.11) і (3.3.15).

Візьмемо повний диференціал по в рівняннях (3.3.10) і (3.3.15)

$$d\varphi_x = dS_{25} \cos \alpha_{25} - S_{25} \sin \alpha_{25} \frac{d\alpha_{25}}{p} + dS_{56} \cos \alpha_{56} - S_{56} \sin \alpha_{56} \frac{d\alpha_{56}}{p} +$$

$$dS_{67} \cos \alpha_{67} - S_{67} \sin \alpha_{67} \frac{d\alpha_{67}}{p} + dS_{73} \cos \alpha_{73} - S_{73} \sin \alpha_{73} \frac{d\alpha_{73}}{p} \quad (3.3.17)$$

$$d\varphi_x = dS_{25} \sin \alpha_{25} - S_{25} \cos \alpha_{25} \frac{d\alpha_{25}}{p} + dS_{56} \sin \alpha_{56} - S_{56} \cos \alpha_{56} \frac{d\alpha_{56}}{p} +$$

$$dS_{67} \sin \alpha_{67} - S_{67} \cos \alpha_{67} \frac{d\alpha_{67}}{p} + dS_{73} \sin \alpha_{73} - S_{73} \cos \alpha_{73} \frac{d\alpha_{73}}{p} \quad (3.3.18)$$

Розглянемо диференціал $dS_{25} = S_{12} \left[\frac{\cos 3}{\sin 1} \frac{d3}{p} - \frac{\sin 3}{\sin^2 1} \cos 1 \frac{d1}{p} \right]$

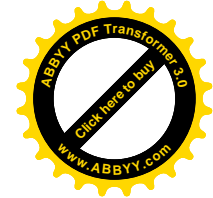
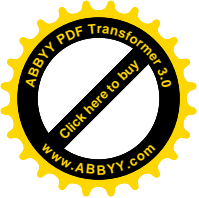
Помножимо праву частину на $\frac{\sin 3}{\sin 1}$

$$dS_{25} = S_{12} \frac{\sin 3}{\sin 1} \operatorname{ctg} 3 \frac{d3}{p} - S_{12} \frac{\sin 3}{\sin 1} \operatorname{ctg} 1 \frac{d1}{p}$$

або

$$dS_{25} = S_{25} \operatorname{ctg} 3 \frac{d3}{p} - S_{25} \operatorname{ctg} 1 \frac{d1}{p} \quad (3.3.19)$$

Диференціал буде $dS_{25} = d2 \quad (3.3.20)$



Розглядаючи по аналогії кожен елемент рівнянь (3.3.17) і (3.3.18) і підставляючи всі диференціали в ці рівняння з врахуванням виразів

$$\text{Sicos}\alpha_i = \Delta X_i \ ; \ \text{Sisin}\alpha_i = \Delta Y_i \quad (3.3.21)$$

отримаємо

$$dS_{56} = \Delta X_{56} \text{ctg}3 \frac{d3}{p} + \Delta X_{56} \text{ctg}6 \frac{d6}{p} - \Delta X_{56} \text{ctg}1 \frac{d1}{p} - \Delta X_{56} \text{ctg}4 \frac{d4}{p} \quad (3.3.22)$$

$$dS_{67} = \Delta X_{67} \text{ctg}3 \frac{d3}{p} + \Delta X_{67} \text{ctg}6 \frac{d6}{p} + \Delta X_{67} \text{ctg}9 \frac{d9}{p} - \Delta X_{67} \text{ctg}1 \frac{d1}{p} - \Delta X_{67} \text{ctg}4 \frac{d4}{p} - \Delta X_{67} \text{ctg}7 \frac{d7}{p} \quad (3.3.23)$$

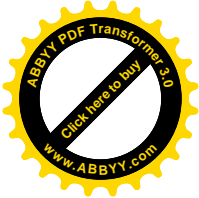
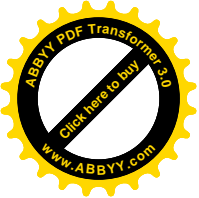
$$dS_{73} = \Delta X_{73} \text{ctg}3 \frac{d3}{p} + \Delta X_{73} \text{ctg}6 \frac{d6}{p} + \Delta X_{73} \text{ctg}9 \frac{d9}{p} + \Delta X_{73} \text{ctg}12 \frac{d12}{p} + \Delta X_{73} \text{ctg}15 \frac{d15}{p} - \Delta X_{73} \text{ctg}1 \frac{d1}{p} - \Delta X_{73} \text{ctg}4 \frac{d4}{p} - \Delta X_{73} \text{ctg}7 \frac{d7}{p} - \Delta X_{73} \text{ctg}10 \frac{d10}{p} - \Delta X_{73} \text{ctg}13 \frac{d13}{p} \quad (3.3.24)$$

Проводячи аналогічні викладки для ряду з n пунктів , в загальному вигляді умовні рівняння координат будуть:

$$\frac{\sum (X_n - X_i)_{MM} \text{ctg}A_i(A_i)''}{\rho''} - \frac{\sum (X_n - X_i)_{MM} \text{ctg}B_i(B_i)''}{\rho''} - \frac{\sum (Y_n - Y_i)_{MM} (\pm C_i)}{\rho''} + W_{X_{MM}} = 0 \quad (3.3.24)$$

$$\frac{\sum (Y_n - Y_i)_{MM} \text{ctg}A_i(A_i)''}{\rho''} - \frac{\sum (Y_n - Y_i)_{MM} \text{ctg}B_i(B_i)''}{\rho''} - \frac{\sum (X_n - X_i)_{MM} (\pm C_i)}{\rho''} + W_{Y_{MM}} = 0 \quad (3.3.25)$$

або



$$\frac{\sum (X_n - X_i)_{mm} \operatorname{ctg} A_i(A_i)''}{206,265} - \frac{\sum (X_n - X_i)_{mm} \operatorname{ctg} B_i(B_i)''}{206,265} - \frac{\sum (Y_n - Y_i)_{mm} (\pm C_i)}{206,265} + W_{Xmm} = 0 \tag{3.3.26}$$

$$\frac{\sum (Y_n - Y_i)_{mm} \operatorname{ctg} A_i(A_i)''}{206,265} - \frac{\sum (Y_n - Y_i)_{mm} \operatorname{ctg} B_i(B_i)''}{206,265} - \frac{\sum (X_n - X_i)_{mm} (\pm C_i)}{206,265} + W_{Ymm} = 0 \tag{3.3.27}$$

і розділивши рівняння на 1000 ,одержимо:

$$\sum (X_n - X_i)_{km} \operatorname{ctg} A_i(A_i) - \sum (X_n - X_i)_{km} \operatorname{ctg} B_i(B_i) - \sum (Y_n - Y_i)_{km} (C_i) + 206.265 W_{Xm} = 0 \tag{3.3.28}$$

$$\sum (Y_n - Y_i)_{km} \operatorname{ctg} A_i(A_i) - \sum (Y_n - Y_i)_{km} \operatorname{ctg} B_i(B_i) + \sum (X_n - X_i)_{km} (C_i) + 206.265 W_{Ym} = 0 \tag{3.3.29}$$

$$\text{де } W_{Xm} = X_n - X_i \qquad W_{Ym} = Y_n - Y_i \tag{3.3.30}$$

Умовне рівняння абцис

$$-1,589(2)+0,079(3)-1,126(4)-1,685(6)-0,026(7)-1,017(8)+ \\ +0,379(11)-0,4449(12)+0,332(13)+0,700(14)-2,93=0 \tag{3.3.31}$$

Умовне рівняння ординат

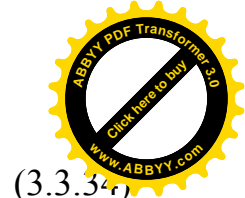
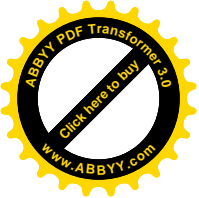
$$0,150(2)+0,841(3)-1,117(4)+0,069(6)-1,433(7)-1,031(8)+ \\ +0,874(11)+0,744(12)-0,557(13)+0,334(14)+3,51=0 \tag{3.3.32}$$

У координатах умовного рівняння х коефіцієнтів і вільні члени зменшені в 10 раз.

Вагові функції дирекційних кутів і зв'язуючої слабою сторони ряду

$$F_{\alpha 78} = (2)+(4)+(6)+(8)-(11) \tag{3.3.33}$$

$$F_{S78} = 0,321(2)+0,808(3)-0,355(4)+0,522(6)-1,436(7)-$$



$$-1,051(8)+0,720(11)+1,121(12)$$

(3.3.34)

Вагові функції координат слабого пункту ряду

$$\begin{aligned} F_{X8} = & (X_8 - X_2)_{KM} \text{ctg} 3(3) - (X_8 - X_2)_{KM} \text{ctg} 1(1) - (Y_8 - Y_2)_{KM}(2) + \\ & + (X_8 - X_5)_{KM} \text{ctg} 6(6) - (X_8 - X_5)_{KM} \text{ctg} 4(4) + (Y_8 - Y_5)_{KM}(5) + \\ & + (X_8 - X_6)_{KM} \text{ctg} 9(9) - (X_8 - X_6)_{KM} \text{ctg} 7(7) - (Y_8 - Y_6)_{KM}(8) + \\ & + (X_8 - X_7)_{KM} \text{ctg} 12(12) - (X_8 - X_7)_{KM} \text{ctg} 10(10) - (Y_8 - Y_2)_{KM}(11), \end{aligned} \quad (3.3.35)$$

$$\begin{aligned} F_{Y8} = & (Y_8 - Y_2)_{KM} \text{ctg} 3(3) - (Y_8 - Y_2)_{KM} \text{ctg} 1(1) + (X_8 - X_2)_{KM}(2) + \\ & + (Y_8 - Y_5)_{KM} \text{ctg} 6(6) - (Y_8 - Y_5)_{KM} \text{ctg} 4(4) - (X_8 - X_5)_{KM}(5) + \\ & + (Y_8 - Y_6)_{KM} \text{ctg} 9(9) - (Y_8 - Y_6)_{KM} \text{ctg} 7(7) + (X_8 - X_6)_{KM}(8) + \\ & + (Y_8 - Y_7)_{KM} \text{ctg} 12(12) - (Y_8 - Y_7)_{KM} \text{ctg} 10(10) - (X_8 - X_2)_{KM}(11), \end{aligned} \quad (3.3.36)$$

Для ряду суцільних спостережень триангуляції в числовому вираженні вагові функції мають вигляд

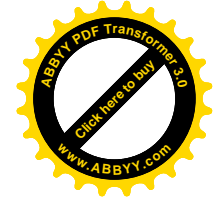
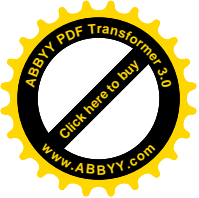
$$\begin{aligned} F_{X8} = & 0,320(1) - 11,403(2) - 0,485(3) + 2,964(4) + 8,721(5) - \\ & - 4,362(6) + 0,691(7) - 5,369(8) - 1,887(9) + 4,279(10) + \\ & + 1,847(11) - 2,384(12), \end{aligned} \quad (3.3.37)$$

$$\begin{aligned} F_{Y8} = & -3,660(1) - 0,997(2) + 5,551(3) - 3,096(4) + 8,350(5) + \\ & + 4,556(6) - 2,006(7) - 1,796(8) + 5,641(9) - 1,331(10) + \\ & + 5,939(11) + 0,742(12) \end{aligned} \quad (3.3.38)$$

По перетвореним коефіцієнтам для двохгрунтового зрівноваження

$$\begin{aligned} F_{X8} = & 4,176(1) - 7,547(2) + 3,371(3) + 0,523(4) + 6,280(5) - \\ & - 6,803(6) + 2,879(7) - 3,181(8) + 0,302(9) + 3,032(10) + \\ & + 0,600(11) - 3,632(12) \end{aligned} \quad (3.3.39)$$

$$F_{Y8} = -3,958(1) - 1,295(2) + 5,253(3) + 4,325(4) - 2,297(5) -$$



$$\begin{aligned} & -2,028(6)-2,659(7)-2,389(8)+5,048(9)-3,114(10)+ \\ & +4,155(11)-1,041(12) \end{aligned} \quad (3.3.40)$$

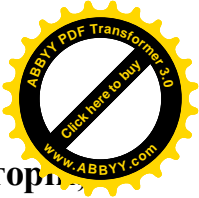
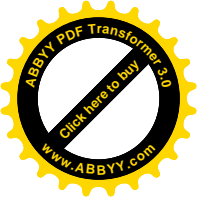
Для ряду несучільних спостережень триангуляції вагові функції по перетвореним коефіцієнтам набувають вигляду

$$\begin{aligned} F_{X_5} = & -11.72(2)-0.80(3)-5.76(4)-13.08(6)+2.58(7)- \\ & -3.48(8)-2.43(11)-6.66(12) \end{aligned} \quad (3.3.41)$$

$$\begin{aligned} F_{Y_5} = & 2.66(2)+9.21(3)-11.45(4)-3.79(6)-7.71(7)-7.44(8)+ \\ & +7.27(11)+2.07(12) \end{aligned} \quad (3.3.42)$$

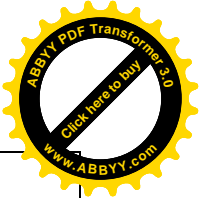
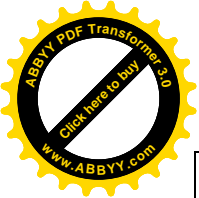
Розрахунок вагових функцій і рішення нормальних рівнянь раціонально виконувати способом краков'яків або квадратних коренів Холецького. При цьому матрицю коефіцієнтів нормальних рівнянь і вагових функцій					
N11	N12	N13	N14	F15	S11
	N22	N23	N24	F25	S22
		N33	N34	F35	S33
			N44	F45	S44
				F55	S55
Представимо у вигляді					
$t_{11}=(N_{11})^{1/2}$	$t_{12}=N_{12}/t_{11}$	$t_{13}=N_{13}/t_{11}$	$t_{14}=N_{14}/t_{11}$	$f_{15}=F_{15}/t_{11}$	$s_{11}=S_{11}/t_{11}$
	$t_{22}=(N_{22}-t_{12}^2)^{1/2}$	$t_{23}=(N_{23}-t_{12}t_{13})/t_{22}$	$t_{24}=(N_{24}-t_{12}t_{14})/t_{22}$	$f_{25}=(F_{25}-t_{12}f_{15})/t_{22}$	$s_{22}=(S_{22}-t_{12}s_{11})/t_{22}$
		$(N_{33}-t_{13}^2-t_{23}^2)^{1/2}$	$(N_{44}-t_{14}^2-t_{24}^2-t_{34}^2)^{1/2}$	$f_{35}=(F_{35}-t_{13}f_{15}-t_{24}f_{24})/t_{33}$	$s_{35}=(S_{35}-t_{13}s_{15}-t_{24}s_{24})/t_{33}$
				$(F_{42}-t_{14}f_{15}-t_{24}f_{23}-t_{34}f_{34})/t_{44}$	$(S_{44}-t_{14}s_{11}-t_{24}s_{22}-t_{34}s_{33})/t_{44}$
				$(1/P)^{1/2}=(f_{55}^2-f_{15}^2-f_{25}^2-f_{35}^2-f_{45}^2)^{1/2}$	
				$K_i=(1/t_{ii})[\sum(t_{ij}K_j)-i]$	

Корелати розраховуємо по формулі



Таблиця 3.4 Виміряні і обчислені кути, довжини зв'язуючих сторін, коефіцієнти базисного умовного рівняння, поправки, зрівноважені кути і сторони.

№пп	Назви вершин	№куті в	Виміряні кути і редуковані на площину	Виміряні і вираховані кути	δ_{i3H} $\delta_{iЧС}$	Попередні довжини сторін	V сек	Зрівноважені	
								Кути (сек)	сторони
	5	1В ₁ ^{3H}		72 12 08.3	-0.3	8288.08		9.88	8288.08
1	2	2С ₁	43 45 14.2	43 45 14.2			-0.9	13.27	6019.783
	1	3А ₁ ^{ЧіС}	64 02 37.5	64 02 37.5	0.49	7826.618	-0.65	36.85	7826.587
	6	4В ₂	70 27 22.0	70 27 22.0	-0.3	7826.618	0.30	22.30	7826.587
2	5	5С ₂		47 07 34.5				35.03	6086.428
	2	6А ₁	62 25 03.5	62 25 03.5	0.52	7361.205	-0.83	02.67	7361.156
	7	7	68 57 10.0	68 57 10.0	-0.4	7361.205	1.12	11.12	7361.156
3	6	8	67 27 45.6	67 27 45.6			0.09	45.69	7284.992
	5	9		43 35 04.4	1.1	5437.776		03.19	5437.695
	8	10		54 13 34.7	-0.7	5437.776		35.46	5437.695
4	7	11	57 38 51.5	57 38 51.5			-0.15	51.35	5661.804
	6	12	68 07 33.8	68 07 33.8	0.4	6219.755	-0.61	33.19	6219.638
	3	13	53 13 01.1	53 13 01.1	-0.7	6219.755	0.45	01.55	6219.638
5	7	14	41 53 55.2	41 53 55.2			0.29	55.49	5186.069
	8	15		84 53 03.7	0.09	7734.938		02.96	7734.779
	9	16		87 57 53.0	-0.1	7734.938		53.29	7734.779
6	3	17	43 44 30.4	43 44 30.4			-0.48	29.92	5351.261
	7	18	48 17 36.6	48 17 36.6	0.089	5778.261	-0.19	36.79	5778.147
	10	23	66 47	66 47 06.3	-0.43	5778.261	-0.22	06.08	5778.147



			06.3						
	3	20	40 41 29.1	40 41 29.1				-0.48	28.62
7	3	20+26	56 06 20.1	56 06 20.1				-0.14	19.96
	9	21		57 06 33.6	0.65	5279.522			33.96
	4	25		14 33 24.4	-3.8	5279.522			23.15
8	3	26	15 24 51.0	15 24 51.0				0.81	51.81
	10	23+24	50 01 44.6	50 01 44.6	-1.7	10493.56 6		0.44	45.04

10793.58

$W'_S = -0.014m$

$W_S = 0,28''$

$W_S = 0,003$

Таблиця 3.5 Коефіцієнти умовних рівнянь і вагових функцій ряду суцільних і несучільних спостережень триангуляції.

№тр	№кута	Триангуляція				Мережа несучільних спостережень								
		a(α)	b(S)	c(X)	d(Y)	A(α)	B(S)	C(X)	(Y)	F _{a78}	F _{S78}	F _{X78}	F _{Y9}	V''
	1B1	0	-0.321	-0.031	-0.05									
1	2C1	+1	0	-1.620	0.09	-1	0.32	-1.59	0.150	1	0.32	-1.1	0.3	-0.9
	3A1	0	-0.487	0.048	0.78	0	0.81	0.08	0.841	0	0.80	-0.1	0.9	-0.6
	4	0	-0.355	0.226	-0.48	1	-0.35	-1.13	-1.117	1	-0.3	-0.6	-1.2	0.3
2	5	-1	0	1.352	0.63									
	6	0	0.522	-0.333	0.70	1	0.52	-1.68	0.069	1	0.52	-1.3	-0.4	-0.8
	7	0	-0.385	-0.007	-0.38	0	-1.44	-0.03	-1.433	0	-1.4	0.26	-0.8	1.1
3	8	+1	0	-0.998	0.02	1	-1.05	-1.02	-1.031	1	-1.1	-0.3	-0.7	0.1
	9	0	1.051	0.019	1.05									
	10	0	-0.720	0.295	-0.48									
4	11	-1	0	0.664	0.40	-1	0.72	0.38	0.874	-1	0.72	-0.2	0.7	-0.2
	12	0	0.401	-0.159	0.27	0	1.12	-0.78	0.744	0	1.12	-0.7	0.2	-0.6
	13	0	-0.748	0.296	-0.50	0	-0.84	0.33	-0.557					0.5
5	14	-1	0	0.664	0.39	-1	-0.09	0.70	0.334					0.3
	15	0	0.090	-0.036	0.06									
	16	0	-0.036	0	0									
6	17	+1	0	0	0	1	0.04	0	0					-0.5
	18	0	0.891	0	0	0	0.93	0	0					0.2
	23	0	-0.429	0	0	0	-1.08	0	0					-0.2
7	20	+1	0	0	0	1	0	0	0					-0.5
	20+26	0	0	0	0	0	-0.65	0	0					-0.1

	21	0	0.647	0	0								
	25	0	-3.851	0	0	0							
8	26	0	0	0	0	0	3.85	0	0				0.8
	23+24	0	-1.734	0	0		2.12	0	0				0.4

$$W = +2.47 \quad -0.28 \quad -2.93 \quad +3.51$$

$$\sum VV = 5.44$$

Середня квадратична похибка одиниці ваги

$$\mu = \sqrt{\frac{5.44}{4}} = 1.16$$

3.4. Перехід до нормальних рівнянь і їх рішення

3.4.1. Формування зовнішніх діагональних

блоків розміром 4x4

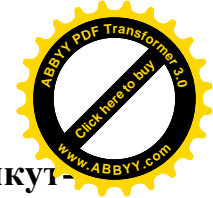
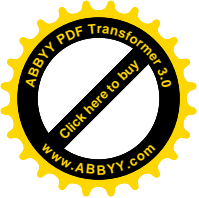
Нехай ,маємо систему з 8 умовних рівнянь .В загальному вигляді коефіцієнти нормальних рівнянь будуть мати вигляд.

Таблиця 3.6

Коефіцієнти нормальних рівнянь у загальному вигляді.Зовнішній діагональний блок				II		II	
1	2	3	4	5	6	7	8
[aa]	[ab]	[ac]	[ad]	[ae]	[af]	[ag]	[ah]
	[bb]	[bc]	[bd]	[be]	[bf]	[bg]	[bh]
		[cc]	[cd]	[ce]	[cf]	[cg]	[ch]
			[dd]	[de]	[df]	[dg]	[fh]
				[ee]	[ef]	[eg]	[eh]
					[ff]	[fg]	[fh]
						[gg]	[gh]
							[hh]
1				1			

Розрахунок зовнішніх діагональних блоків матриці коефіцієнтів нормальних рівнянь і вагових функцій.

$$A_{4 \times n} \cdot A_{n \times 4}^T = N_{4 \times 4}$$



Таблиця 3.7. Коефіцієнти нормальних рівнянь перших чотирьох трикутників для визначення коефіцієнтів вагових функцій.

	$f_{\alpha 78}]^{-1}$	$f_{s78}]$	$F_{x8}]$	$F_{y8}]$
$[f_{\alpha}$	5	-1.283	-5.796	-2.803
$[f_s$		6.096	-0.045	5.765
$[f_x$			8.014	2.056
$[f_y$				6.416

Таблиця 3.8. Коефіцієнти нормальних рівнянь.

	A]	B]	C]	D]	=W
[A	8	-1.157	-6.496	-3.137	-2.47
[B		28.555	-0.386	6.202	0.28
[C			8.614	2.105	2.93
[D				6.838	-3.51
K	-0.483500	0.209484	0.228147	-0.995351	

Таблиця 3.9 Рішення нормальних рівнянь методом квадратних коренів.

	A]	B]	C]	D]	$F_{\alpha 78}$	F_{s78}	W=L
[A	8	-1.157	-6.496	-3.137	5	-1.283	2.47
[B		28.555	-0.386	6.202	-1.283	6.069	-0.28
[C			8.614	2.105	-5.796	-0.045	-2.93
[D				6.838	-2.803	5.765	3.51
K	-0.4835	0.2095	0.2281	-0.9554	5	6.096	
t_{1i}	2.828	-0.409	-2.297	-1.109	1.768	-0.454	0.873
t_{2i}		5.328	-0.249	1.079	-0.105	1.109	0.014
t_{3i}			1.810	-0.095	-0.973	-0.451	-0.509
t_{4i}				2.106	-0.390	1.910	2.096
K	-0.4835	0.2096	0.2284	-0.9954	$\sqrt{\frac{1}{P_{\alpha}}} = 0.874$	$\sqrt{\frac{1}{P_{\alpha}}} = 0.899$	

Для оцінки точності не будемо зменшувати в 10 раз коефіцієнти координатних умовних рівнянь і вагових функцій.

8	26	0	3.85	0	0							
	23+24	0	2.12	0	0							
		8	-1.16	-64.9	-31.3	5	-1.28	-31.6	-27.2	2.47	142	
			28.55	-3.85	62.0	-1.28	6.096	-18.4	36.82	-0.2	108.	
				861.4	210.5	-57.9	-0.45	525.9	253.82	-2.9	1721	
					683.7	-28.0	57.64	-40.8	472.8	-3.5	1390	
			-0.41		$\sum ff$	5	6.069	411.290	409.3			
				-22.9	-11.0	1.768	-0.45	-11.17	-9.64	0.87	-50	-
											50.276	
			5.328	-2.487	10.788	-	1.109	-4.321	0.179	0.014	-	-
						0.105					16.498	16.498
				18.104	-0.960	-	-	14.279	2.629	0.948	33.579	33.579
						0.973	0.448					
					21.059	-	1.911	-4.962	14.331	0.662	32.609	32.609
						0.390						
					0.0314	0.874	0.899	3.564	8.114			

$$\sqrt{\frac{1}{P_{\alpha}}} \quad \sqrt{\frac{1}{P_s}} \quad \sqrt{\frac{1}{P_x}} \quad \sqrt{\frac{1}{P_y}}$$

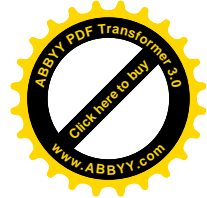
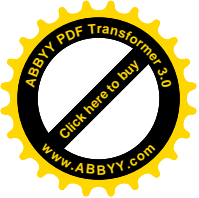
Таким чином для розробленої теорії згущення опорних мереж методом не-суцільних спостережень триангуляції:

-СКП дирекційного кута $m_{\alpha 76} = \mu \sqrt{\frac{1}{P_{F_{\alpha}}}} = 1,16 \cdot 0,84 = 1,01''$

-СКП сторони $m_{S76} = \mu \sqrt{\frac{1}{P_s}} = 1,16 \cdot 0,899 = 1,041$

$$m_{S78} = 1,04(6219,637/206265) = 0,031 \text{ м}$$

-СКП координат $m_{X8} = \mu \sqrt{\frac{1}{P_x}} = 1,16 \cdot 3,564 = 4,134$



$$m_{x8} = 4.136 / 206.265 = 0.046 \text{ м}$$

$$m_{y8} = \mu \sqrt{\frac{1}{P_Y}} = 1,16 \cdot 8,114 = 9,412$$

i

$$m_{y8} = 9,412 / 206,265 = 0,046 \text{ м.}$$

$$M_{X Y} = \sqrt{m^2_x + m^2_y} = 0,050 \text{ м.}$$

Дамо порівняльний аналіз традиційного метода триангуляції . Дані взяті на основі таблиці 3.11.

Середня квадратична похибка дирекційного кута $m_{\alpha 78}$

$$m_{\alpha 76} = \mu \sqrt{\frac{1}{P_{\alpha}}} = 1,2 \cdot 0,672 = 0,81''$$

Середня квадратична похибка сторони m_{S78}

$$m_{\alpha 76} = \mu \sqrt{\frac{1}{P_S}} = 1,2 \cdot 0,676 = 0,81''$$

$$m_{S78} = 0,81 (6219,637 / 206265) = 0,024 \text{ м.}$$

Середня квадратична похибка координат

$$m_{X8} = \mu \sqrt{\frac{1}{P_X}} = 1,2 \cdot 3,837 = 4,604$$

$$m_{x8} = 4,604 / 206.265 = 0,023 \text{ м}$$

$$m_{y8} = \mu \sqrt{\frac{1}{P_Y}} = 1,2 \cdot 10,472 = 12,57$$

i

$$m_{y8} = 12,57 / 206,265 = 0,061 \text{ м.}$$

$$M_{X Y} = \sqrt{m^2_x + m^2_y} = 0,065 \text{ м}$$

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
	25	0,500	-2,908	0	0								
	26	0,500	2,939	0	0								
		-2	-2,843	-0,500	-0,811	0	0	0	0	0	0	1,057	1,097
			19,559	-0,700	-1,437	0	0	0	0	0	0	-15,566	30,145
				4,750	-0,267	34,487	-14,823	2,667	-0,328	-17,608	-5,542	-0,521	-67,359
					5,005	-1,675	27,829	-0,328	2,471	-7,873	9,386	-0,943	33,243
						450,126	87,708	-30,927	-1,455	281,329	55,557	-0,950	805,266
							323,146	-10,74	24,151	-23,744	83,829	6,479	503,835
						Σff	2,667	2,471	212,996	139,336			
		1,414	-2,010	-0,354	-0,573	0	0	0	0	0	0	0,747	-0,776
			3,939	-0,358	-0,657	0	0	0	0	0	0	4,332	7,256
				-2,120	-0,332	-16,264	-6990	1,258	-0,155	-8,304	-2,614	0,610	-30,670
					2,033	-3,479	12,544	0,044	1,190	-5,228	4,189	2,174	13,466
						13,172	1,341	-0,783	0,012	9,724	2,096	1,255	26,818
							10,730	-0,135	0,757	-2,726	0,950	-1,697	7,882

Таблиця 3.12 Розрахунок зрівноважених координат по ходовій лінії для ряду ненесуцільних спостережень тріангуляції.

№п-та	№кутів	+лів -пр	Кути пере- дачі	Дирекційні кути	сторони	X	Y	№п-та
1				156°16'57,66"				1
2	∠2	+	43°45'13,27"	20°02'10,93"	7826,587	5701539,29	8404321,15	2
5	∠5	-	47°07'35,03"	152°54'35,90"	736,156	5708892,176	8407002,668	5
6	∠8	+	67°27'45,69"	40°22'21,59"	5437,695	5702338,598	8410354,867	6
7	∠(11+14)	-	99°32'46,84"	120°49'34,75"	7734,779	5706481,292	8413877,169	7
3	∠(17+20)	+	84°25'58,54"	25°15'33,29"		5702517,702	8420519,214	3
4				25°15'33,29"				4
				$W_{\alpha}=0$		5702517,70	8420519,25	

$$W_X = 2\text{мм} \quad W_Y = -36\text{мм}$$

Таблиця 3.13 Розрахунок зрівноважених координат по ходовій лінії для ряду тріангуляції

№п-та	№кутів	+лів -пр	Кути пере- дачі	Дирекційні кути	сторони	X	Y	№п-та
1				156°16'57,66"				1
2	2	+	43°45'12,8"	20°02'10,46"	7826,587	57011539,29	8404321,15	2
5	5	-	47°07'32,7"	152°54'37,76"	7361,15	5708892,18	8407002,65	5
6	8	+	67°27'44,2"	40°22'21,96"	5437,76	5702338,58	8410354,78	6

7	11+14	-	99°32'47,5"	120°49'34,46"	7734,84	5706481,32	8413877,13	7
3	17+20	+	84°25'58,9"	25°15'33,36"		5702517,71	8420519,23	3
4				25°15'33,29"				4
				$W_x=+0,07$		5702517,70	84205119,25	

$$W_X = 10\text{мм} \quad W_Y = -20\text{мм}$$

Таблиця 3.14 Порівняльна характеристика зрівноважених координат ряду суцільних і несучільних спостережень.

№пп	$X_{ис}$	X_c	δX (см.)		№пп	$Y_{ис}$	Y_c	δY (см.)
5	5708892,18	5708892,18	0		5	8407002,67	8407002,65	2
6	5702338,60	5702338,58	2		6	8410354,87	8410354,78	9
7	5706481,29	5706481,32	-3		7	8413877,17	8413877,13	4
8	5700542,22	5700542,17	5		8	8415724,16	8415724,11	5
9	5708087,54	5708087,62	-8		9	8418981,70	8418981,66	4
10	5706521,81	5706521,83	-1		10	8423960,12	8423960,12	0

$$\sum \delta x \delta x = 103$$

$$\sum \delta y \delta y = 142$$

Середня квадратична похибка координат

$$m_x = \sqrt{\frac{[\delta x \delta x]}{n-1}} = \sqrt{\frac{103}{5}} = 4,5\text{см.}$$

$$m_y = \sqrt{\frac{[\delta y \delta y]}{n-1}} = \sqrt{\frac{142}{5}} = 5,3\text{см.}$$

Середня квадратична похибка планового положення пункту

$$M_{X,Y} = \sqrt{m_x^2 + m_y^2} = \sqrt{4.5^2 + 5.3^2} = 6,95\text{см}$$

Таблиця 3.15 Порівняльна таблиця розрахунку зрівноважених координат ряду несучільних спостережень, розрахований по різним сторонам

№пп	$X_{ис}$	X'_c	δX (см.)		№пп	$Y_{ис}$	Y_c	δY (см.)
1	2	3	4		1	2	3	4
1	2	3	4			5	6	7
6	5702338,60	5702338,60	0		1	8410354,87	8410354,87	0

7	5706481,30	5706481,30	0	2	8413877,17	8413877,22	-5
8	5700542,22	5700542,23	-1	3	8415724,14	8415724,17	-3
9	5708087,53	5708087,54	-1	4	8418981,73	8418981,68	5
10	5706521,80	5706521,83	-3	5	8423960,12	8423960,11	1

Таблиця 3.16 Порівняльна таблиця розрахунку врівноважених координат ряду суцільних спостережень, розрахований по різним сторонам.

№пп	X _{ис}	X' _с	δX (см.)	№пп	X _{ис}	Y' _с	δY (см.)
5	5708892,18	5708892,17	1	5	8407002,65	8407002,65	0
6	5702332,57	5702332,58	-1	6	8410354,79	8410354,78	1
7	5706481,31	5706481,31	0	7	8413877,14	8413877,15	-1
8	5700542,17	5700542,17	0	8	8415724,11	8415724,11	0
9	5708087,59	5708087,65	-6	9	8418981,68	8418981,63	5
10	5706521,83	5706521,83	0	10	8423960,13	8423960,11	2

$$\mu = \sqrt{\frac{[vv]}{r}} = \sqrt{\frac{5.42}{4}} = 1.16''$$

В ряді триангуляції було одержано $\mu=1,2''$

СКП дирекційного кута

$$m_{\alpha_{78}} = \mu \sqrt{\frac{1}{P_{\alpha_{78}}}} = 1.16 \cdot 0.87 = 1.01''$$

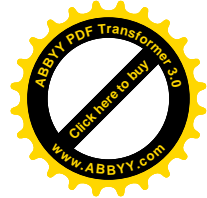
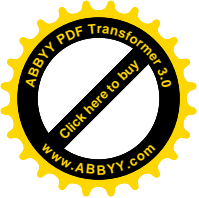
В триангуляції $m_{\alpha_{78}}=0.8''$

СКП сторони

$$m_{s_{78}} = \mu \sqrt{\frac{1}{P_{s_{78}}}} = 1.16 \cdot 0.90 = 1.04''$$

$$\text{або } m_{s_{78}} = 1.04 \frac{6219.637}{206265} = 0.031 \text{ м}$$

У триангуляції $m_{\alpha_{78}}=0.02 \text{ м}$ і розрахунок був виконаний від другого базиса по другій функції.



Розрахуємо похибку взаємного положення пунктів 7 і 8 по формулі:

$$m_S^2 = S_{78}^2 \frac{m_{\alpha_{78}}^2}{\rho^2} + m_{S_{78}}^2 \quad (3.4.1)$$

і для ряду триангуляції

$$m_S = \sqrt{6219637^2 \frac{0.8^2}{206265^2} + 20^2} = 36 \text{ мм}$$

Для ряду несучільних спостережень

$$m_S = \sqrt{6219637^2 \frac{1,01^2}{206265^2} + 31^2} = 43 \text{ мм}$$

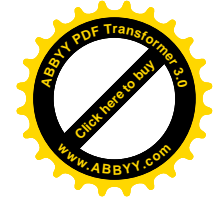
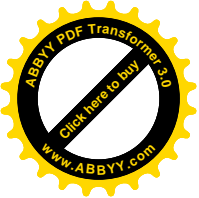
3.5 Розрахунок врівноважених сторін і координат.

Оцінка точності .

Таблиця 3.17. Розрахунок зрівноважених координат по ходовій лінії для ряду ненесучільних спостережень триангуляції.

№ п-та	№ кутів	+лів -пр	Кути пере- дачі	Дирекційні кути	сторони	X	Y	№п-та
1				156°16'57,66"				1
2	∠2	+	43°45'13,27 "	20°02'10,93"	7826,587	5701539,29	8404321,15	2
5	∠5	-	47°07'35,03 "	152°54'35,90"	736,156	5708892,176	8407002,668	5
6	∠8	+	67°27'45,69 "	40°22'2159"	5437,695	5702338,598	8410354,867	6
7	∠ (11+14)	-	99°32'46,84 "	120°49'34,75"	7734,779	5706481,292	8413877,169	7
3	∠ (17+20)	+	84°25'58,54 "	25°15'33,29"		5702517,702	8420519,214	3
4				25°15'33,29"				4
				W _α =0		5702517,70	8420519,25	

$$W_X = 2 \text{ мм} \quad W_Y = -36 \text{ мм}$$



**Таблиця 3.18. Розрахунок зрівноважених координат по ходовій лінії
для ряду тріангуляції**

№п-та	№кутів	+лів -пр	Кути пере- дачі	Дирекційні кути	сторони	X	Y	№п- та
1				156°16'57,66"				1
2	2	+	43°45'12,8"	20°02'10,46"	7826,587	57011539,29	8404321,15	2
5	5	-	47°07'32,7"	152°54'37,76"	7361,15	5708892,18	8407002,65	5
6	8	+	67°27'44,2"	40°22'21,96"	5437,76	5702338,58	8410354,78	6
7	11+14	-	99°32'47,5"	120°49'34,46"	7734,84	5706481,32	8413877,13	7
3	17+20	+	84°25'58,9"	25°15'33,36"		5702517,71	8420519,23	3
4				25°15'33,29"				4
				$W_{\alpha}=+0,07$		5702517,70	84205119,25	

$$W_X = 10\text{мм} \quad W_Y = -20\text{мм}$$

Таблиця 3.19. Порівняльна характеристика зрівноважених координат ряду суцільних і несуцільних спостережень.

№пп	$X_{ис}$	X_c	δX (см.)	№пп	$Y_{ис}$	Y_c	δY (см.)
5	5708892,18	5708892,18	0	5	8407002,67	8407002,65	2
6	5702338,60	5702338,58	2	6	8410354,87	8410354,78	9
7	5706481,29	5706481,32	-3	7	8413877,17	8413877,13	4
8	5700542,22	5700542,17	5	8	8415724,16	8415724,11	5
9	5708087,54	5708087,62	-8	9	8418981,70	8418981,66	4
10	5706521,81	5706521,83	-1	10	8423960,12	8423960,12	0

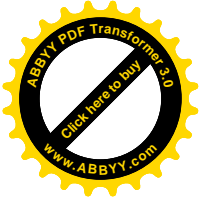
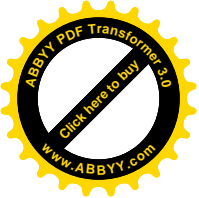
$$\sum \delta x \delta x = 103$$

$$\sum \delta y \delta y = 142$$

Середня квадратична похибка координат

$$m_x = \sqrt{\frac{[\delta x \delta x]}{n-1}} = \sqrt{\frac{103}{5}} = 4,5\text{см.} \quad m_y = \sqrt{\frac{[\delta y \delta y]}{n-1}} = \sqrt{\frac{142}{5}} = 5,3\text{см.}$$

Середня квадратична похибка планового положення пункту



$$M_{X,Y} = \sqrt{m_X^2 + m_Y^2} = \sqrt{4.5^2 + 5.3^2} = 6,95\text{см}$$

Таблиця 3.20. Порівняльна таблиця розрахунку зрівноважених координат ряду несучільних спостережень, розрахований по різним сторонам.

№пп	X _{ис}	X' _с	δX (см.)	№пп	Y _{ис}	Y _с	δY (см.)
1	2	3	4	1	2	3	4
1	2	3	4		5	6	7
6	5702338,60	5702338,60	0		8410354,87	8410354,87	0
7	5706481,30	5706481,30	0		8413877,17	8413877,22	-5
8	5700542,22	5700542,23	-1		8415724,14	8415724,17	-3
9	5708087,53	5708087,54	-1		8418981,73	8418981,68	5
10	5706521,80	5706521,83	-3		8423960,12	8423960,11	1

Таблиця 3.21. Порівняльна таблиця розрахунку врівноважених координат ряду суцільних спостережень, розрахований по різним сторонам.

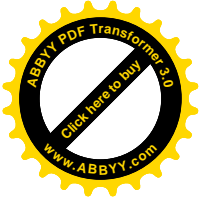
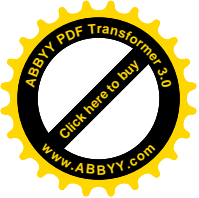
№пп	X _{ис}	X' _с	δX (см.)	№пп	X _{ис}	Y' _с	δY (см.)
5	5708892,18	5708892,17	1	5	8407002,65	8407002,65	0
6	5702332,57	5702332,58	-1	6	8410354,79	8410354,78	1
7	5706481,31	5706481,31	0	7	8413877,14	8413877,15	-1
8	5700542,17	5700542,17	0	8	8415724,11	8415724,11	0
9	5708087,59	5708087,65	-6	9	8418981,68	8418981,63	5
10	5706521,83	5706521,83	0	10	8423960,13	8423960,11	2

Дамо оцінку точності зрівноважених елементів. Середня квадратична похибка одиниці ваги.

$$\mu = \sqrt{\frac{[vv]}{r}} = \sqrt{\frac{5.42}{4}} = 1.16''$$

В ряді триангуляції було одержано $\mu=1,2''$

СКП дирекційного кута



$$m_{\alpha 78} = \mu \sqrt{\frac{1}{P_{\alpha 78}}} = 1.16 \cdot 0.87 = 1.01''$$

В триангуляції $m_{\alpha 78}=0.8''$

СКП сторони

$$m_{s 78} = \mu \sqrt{\frac{1}{P_{s 78}}} = 1.16 \cdot 0.90 = 1.04'' \text{ або}$$

$$m_{s 78} = 1.04 \frac{6219.637}{206265} = 0.031 \text{ м}$$

У триангуляції $m_{\alpha 78}=0.02 \text{ м}$ і розрахунок був виконаний від другого базису по другій функції.

Розрахуємо похибку взаємного положення пунктів 7 і 8 по формулі:

$$m_S^2 = S_{78}^2 \frac{m_{\alpha 78}^2}{\rho^2} + m_{s 78}^2 \tag{3.5.1}$$

і для ряду триангуляції

$$m_S = \sqrt{6219637^2 \frac{0.8^2}{206265^2} + 20^2} = 36 \text{ мм}$$

Для ряду несучільних спостережень

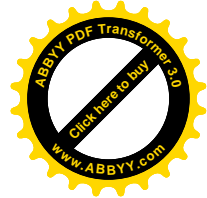
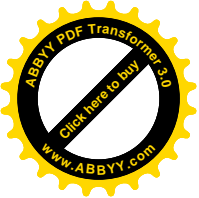
$$m_S = \sqrt{6219637^2 \frac{1.01^2}{206265^2} + 31^2} = 43 \text{ мм}$$

3.6 Попередній розрахунок точності

Величина оберненої ваги дирекційного кута для вільного ряду із 8 трикутників.

$$\sqrt{\frac{1}{P_{\alpha IC}}} = \sqrt{S} = 2.83$$

Для триангуляції:



$$\sqrt{\frac{1}{P_{\alpha T}}} = \sqrt{4,75} = 2.18$$

Середня квадратична похибка визначення дирекційного кута зв'язуючої сторони для вільного ряду.

$$m_{\alpha_{\text{нис}}} = \sqrt{\frac{8}{8}} \mu \sqrt{n} = \mu \sqrt{n} \quad (3.6.1)$$

$$m_{\alpha_{\text{нГ}}} = \sqrt{\frac{4.75}{8}} \mu \sqrt{n} = 0.77 \mu \sqrt{n} \quad (3.6.2)$$

Для ряду несучільних спостережень , який опирається на два вихідних дирекційних кути , величина оберненої ваги слабкої сторони буде:

$$\sqrt{\frac{1}{P_{\alpha_{uc}}}} = \sqrt{5 - 1,768^2} = 1,37$$

а ряди суцільних спостережень

$$\sqrt{\frac{1}{P_{\alpha_T}}} = \sqrt{2,667 - 1,258^2} = 1,04$$

І середня квадратична похибка слабкої сторони в середині ряду

$$m_{\alpha_{\text{нис}}} = \sqrt{\frac{1,37^2}{8}} \mu \sqrt{n} = 0,48 \mu \sqrt{n} \quad (3.6.3)$$

$$m_{\alpha_{\text{нГ}}} = \sqrt{\frac{1,04^2}{8}} \mu \sqrt{n} = 0.37 \mu \sqrt{n} \quad (3.6.4)$$

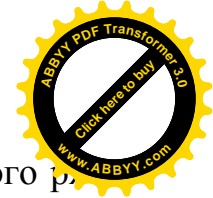
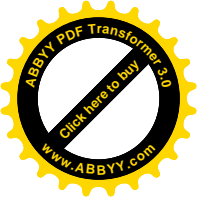
де n -число трикутників в ряді ,

μ - середня квадратична похибка одиниці ваги.

Для вільного ряду, який складається з 8 трикутників , на основі даних таблиці 10 і 11 , величина оберненої ваги зв'язуючої сторони.

$$\sqrt{\frac{1}{P_{S_{uc}}}} = \sqrt{28.555} = 5.34$$

$$\sqrt{\frac{1}{P_{ST}}} = \sqrt{5.005} = 2.24$$



Середня квадратична похибка визначення зв'язуючої сторони вільного р

ду :

$$m_{S_{\text{нис}}} = \sqrt{\frac{28.555}{8}} \mu \sqrt{n} = 1.89 \mu \sqrt{n} \quad (3.6.5)$$

$$m_T = \sqrt{\frac{5.005}{8}} \mu \sqrt{n} = 0,79 \mu \sqrt{n} \quad (3.6.6)$$

Для ряду , який опирається на дві вихідні сторони , величина оберненої ваги слабої сторони буде:

$$\sqrt{\frac{1}{P_{S_{uc}}}} = \sqrt{6.096 - 1.109^2} = 2.20$$

$$\sqrt{\frac{1}{P_{ST}}} = \sqrt{2,471 - 119^2} = 1,03$$

І середня квадратична похибка для ряду із n трикутників

$$m_{S_{\text{нис}}} = \sqrt{\frac{2.2^2}{8}} \mu \sqrt{n} = 0.78 \mu \sqrt{n} \text{ (сек)} \quad (3.6.7)$$

$$m_{ST} = \sqrt{\frac{1,03^2}{8}} \mu \sqrt{n} = 0,36 \mu \sqrt{n} \text{ (сек)} \quad (3.6.8)$$

Ряд який опирається на дві вихідні сторони з відомими дирекційними кутами із 8 трикутників має величину оберненої ваги дирекційного кута слабої зв'язуючої сторони ряду

$$\sqrt{\frac{1}{P_{\alpha_{uc}}}} = \sqrt{5 - 1,768^2 - 0.105^2} = 1,36$$

$$\sqrt{\frac{1}{P_{\alpha_{uc}}}} = \sqrt{2.667 - 1,258^2 - 0.044^2} = 1,04$$

Тобто , формули справедливі (3.6.3) і (3.6.4)

Для ряду , який опирається на два вихідних пункти на початку і два пункти в кінці ходу:

$$m_{\alpha_{\text{пис}}} = \sqrt{\frac{0.874^2}{8}} \mu \sqrt{n} = 0,31 \mu \sqrt{n} \quad (3.6.9)$$

$$m_{\alpha_{\Gamma}} = \sqrt{\frac{0.672^2}{8}} \mu \sqrt{n} = 0,24 \mu \sqrt{n} \quad (3.6.10)$$

$$m_{S_{\text{пис}}} = \sqrt{\frac{0.899^2}{8}} \mu \sqrt{n} = 0,32 \mu \sqrt{n} \quad (3.6.11)$$

$$m_{S_{\Gamma}} = \sqrt{\frac{0.676^2}{8}} \mu \sqrt{n} = 0,24 \mu \sqrt{n} \quad (3.6.12)$$

$$m_{X_{\text{пис}}} = \sqrt{\frac{3.564^2 / 8}{206.265}} \mu \sqrt{n} = 0.006 \mu \sqrt{n} \text{ (м)} \quad (3.6.13)$$

$$m_{X_{\Gamma}} = \sqrt{\frac{3.837^2 / 8}{206.265}} \mu \sqrt{n} = 0,006 \mu \sqrt{n} \text{ (м)} \quad (3.6.14)$$

$$m_{Y_{\text{пис}}} = \sqrt{\frac{8.114^2 / 8}{206.265}} \mu \sqrt{n} = 0.014 \mu \sqrt{n} \text{ (м)} \quad (3.6.15)$$

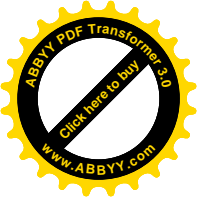
$$m_{Y_{\Gamma}} = \sqrt{\frac{10.472^2 / 8}{206.265}} \mu \sqrt{n} = 0.018 \mu \sqrt{n} \text{ (м)} \quad (3.6.16)$$

Для вільного ряду

$$m_{X_{\text{пис}}} = \sqrt{\frac{861.432 / 8}{206.265}} \mu \sqrt{n} = 0.050 \mu \sqrt{n} \text{ (м)} \quad (3.6.17)$$

$$m_{X_{\Gamma}} = \sqrt{\frac{450.126 / 8}{206.265}} \mu \sqrt{n} = 0.036 \mu \sqrt{n} \text{ (м)} \quad (3.6.18)$$

$$m_{Y_{\text{пис}}} = \sqrt{\frac{683.79 / 8}{206.265}} \mu \sqrt{n} = 0.045 \mu \sqrt{n} \text{ (м)} \quad (3.6.19)$$



$$m_{\text{ХТ}} = \sqrt{\frac{323.146/8}{206.265}} \mu \sqrt{n} = 0.031 \mu \sqrt{n} \text{ (м)} \quad (3.6.20)$$

Розрахунки поданим формулам в порівнянні з розрахунками по строгим формулам дають похибку до 12% і цілком можуть бути приміненні для попереднього розрахунку точності на стадії проектування триангуляції.

Замітимо, що дані наближені формули одержані на основі дослідження однієї моделі, яка проектується на даний район робіт. І як правило, відхилення від моделі буває незначним, тому данні формули приймають як робочі на стадії проектування.

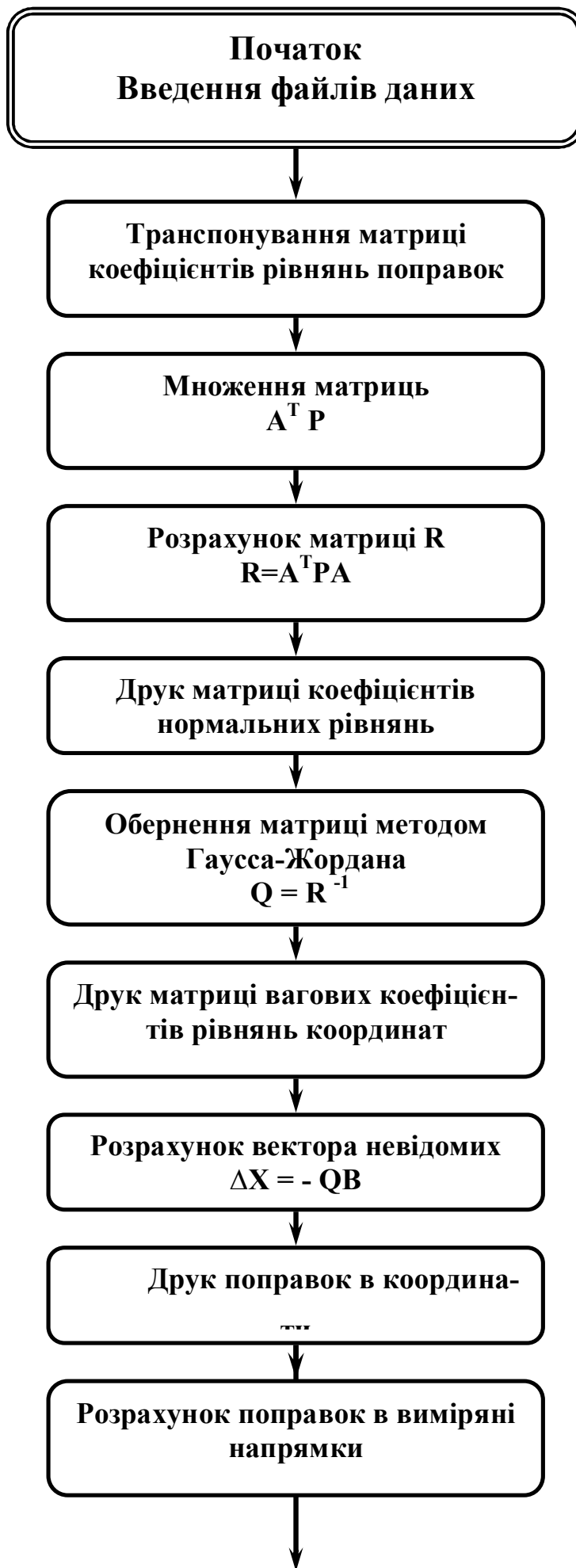
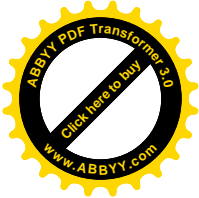
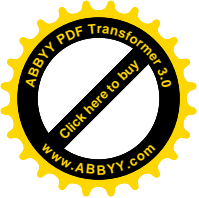
3.7 Методика дослідження та результати

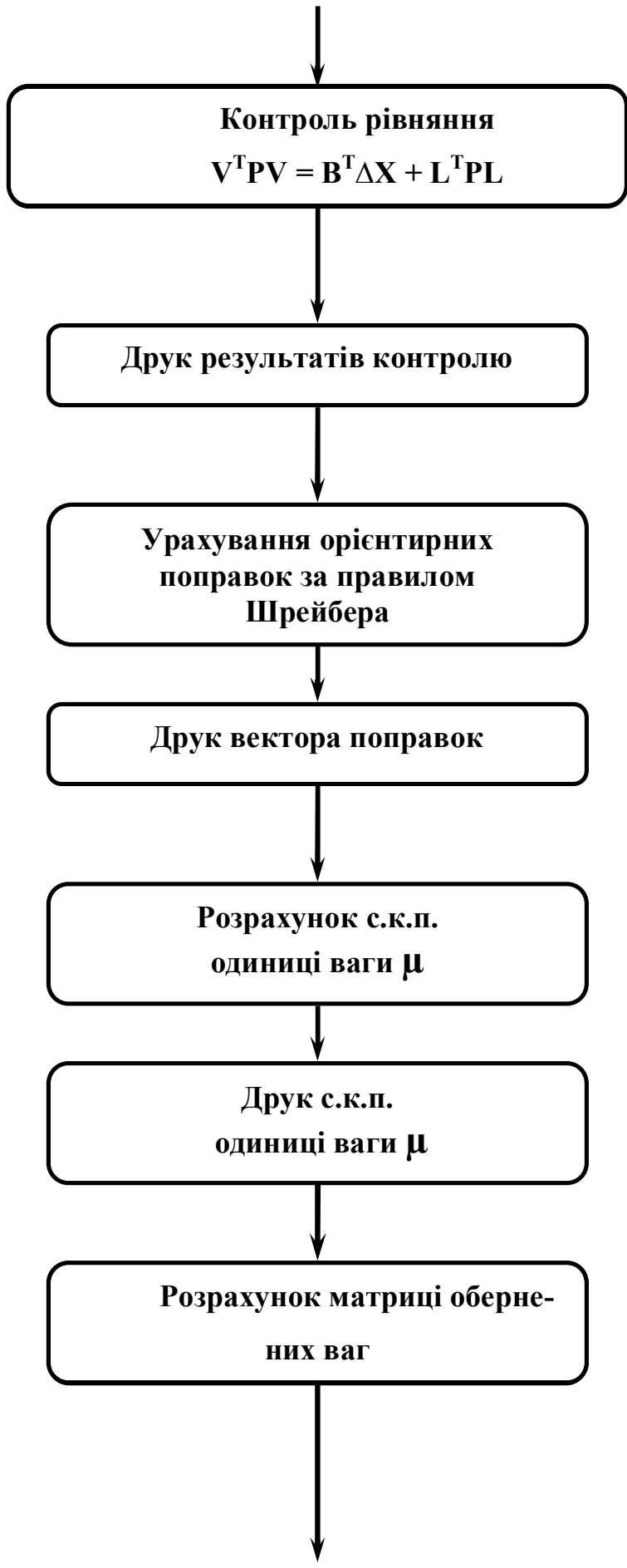
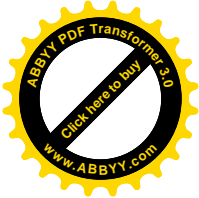
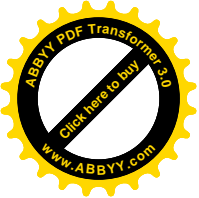
Мета даної глави – дати переконливі докази можливості створення мереж несучільних спостережень триангуляції.

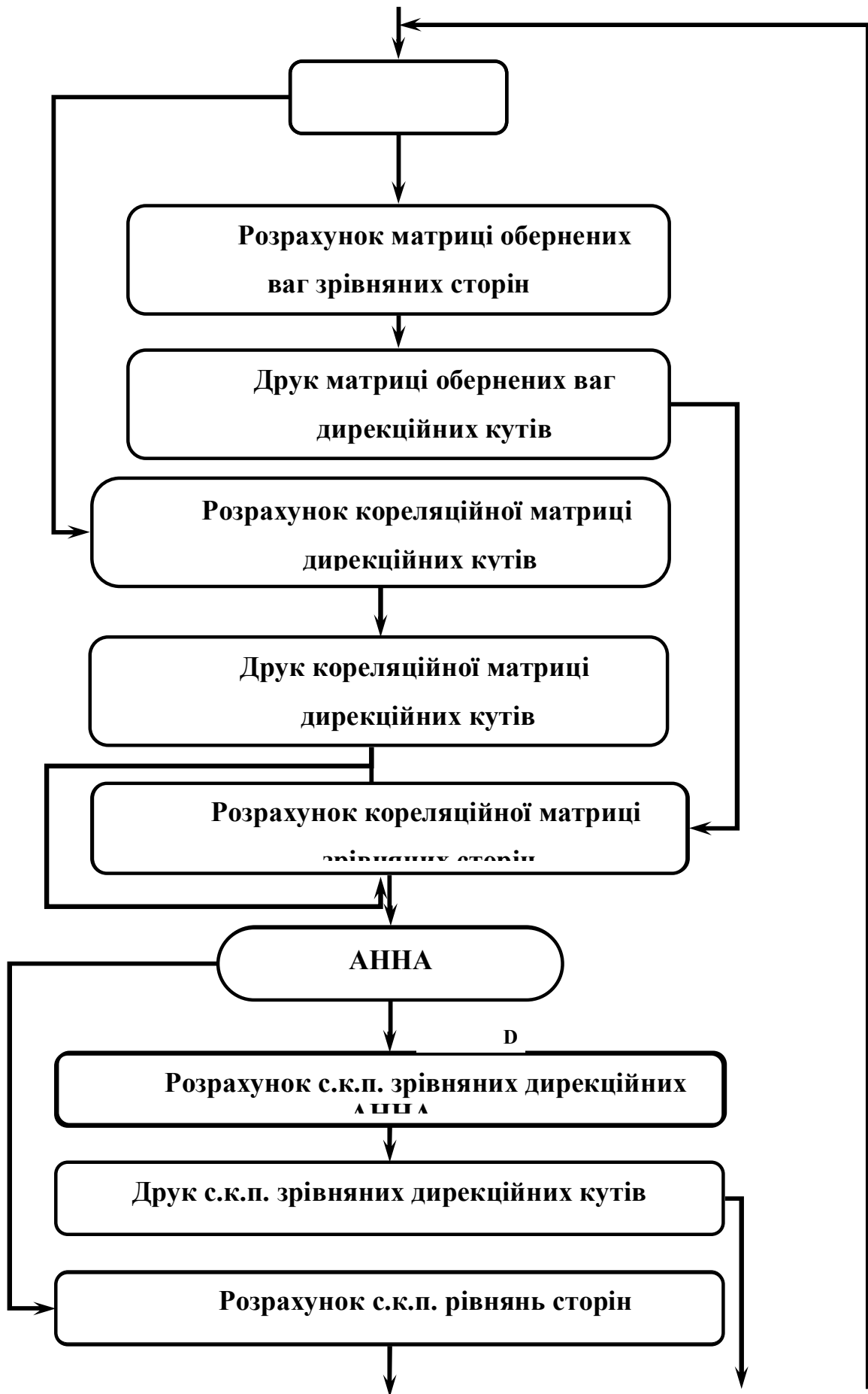
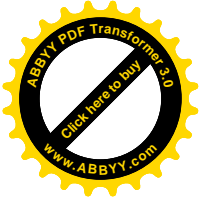
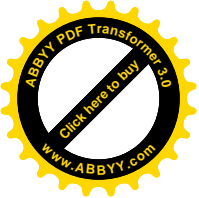
Для порівняльного аналізу мереж суцільних і несучільних спостережень автором складено програму строго зрівнювання мереж параметричним способом.

Особливістю програми є можливість роботи з окремими її блоками. Програма складена на мові БЕЙСІК. (Версія, сумісна з інтерпретатором BASIC АІВМ РС). Робота виконана на персональному комп'ютері „Іскра 1030”.

Блок-схема програми проектування та зрівнювання параметричним способом невірних геодезичних мереж, Ч.11, має вигляд:







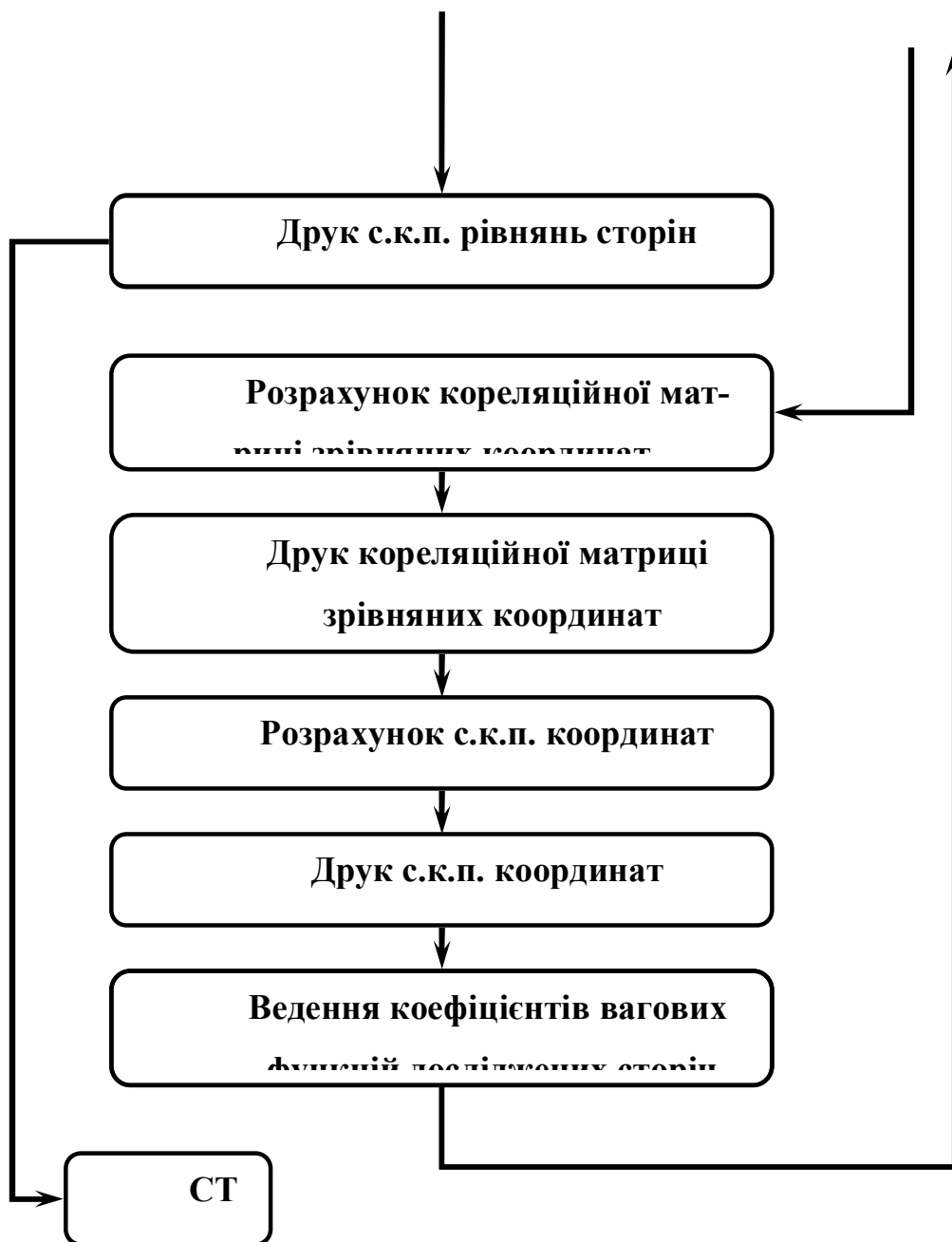
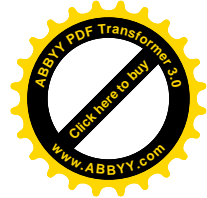
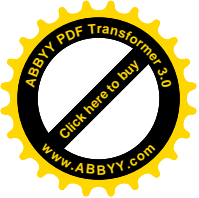


Рис. 3.12 Блок – схема зрівноваження мереж параметричним способом

За даною програмою зрівнювалась геодезична мережа суцільних спостережень, наведена в (119, --с.151 - 178).

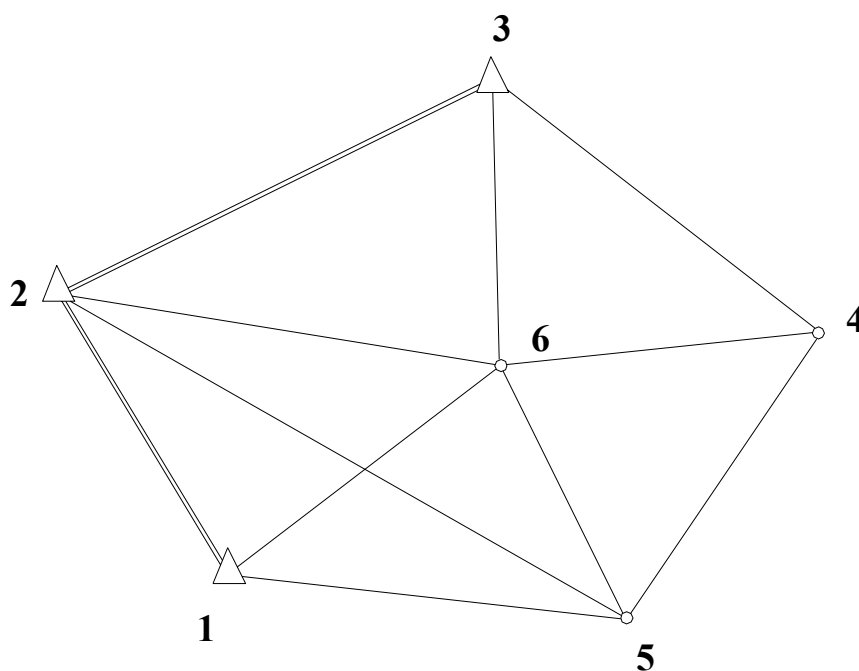
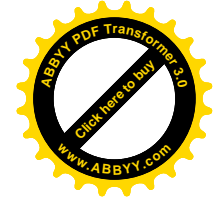
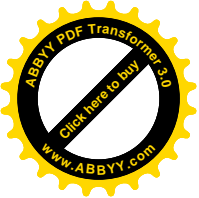


Рис.3.12 Мережа суцільних спостережень триангуляції

Наведений у (119, - с.174) обернена вага $\frac{1}{P_{\alpha_{4-5}}} 1.056$ знаходиться на відповідному діагональному елементі матриці обернених ваг зрівняних дирекційних кутів і підкреслений, а відповідна середня квадратична похибка становить $m_{\alpha_{4-5}} = 0.675$.

За зрівняними кутами і сторонам традиційним способом знаходились координати, які співпали з їх зрівняними значеннями, отриманих шляхом урахування поправок.

Розрахунок координат за зрівняними кутами з використанням складних функцій, навіть при подвоєній точності вирахованій заданій на ЕОМ, приводить до розходження до 3 см.

При цьому координати пунктів 5 і 6 були визначені з рішення задачі Ганзена, а координати 4 пункту - за формулами Юнга рішення прямих кутових засічок.

Дамо порівняльну таблицю визначення зрівняних координат, вирахованих різними способами.

Таблиця 3.7.1

№п/п	$X_{nonпер.}$	$X'_{TP.}$	$X''_{зас.}$	$X' - X$	$X'' - X$	$Y_{nonпер.}$	$Y'_{TP.}$	$Y''_{зас.}$	$Y' - Y$	$Y'' - Y$
4	20662,14	20662,14	20662,14	0	0	9240,10	9240,10	9240,07	0	-0,03
5	10999,81	10999,81	10999,80	0	-0,01	7008,83	7008,83	7008,82	0	-0,01
6	16684,23	16684,23	16684,23	0	0	2249,77	2249,78	2249,77	1	0

В таблиці 3.7.1 перші дві цифри по осі абсцис і три - по осі ординат не приводяться.

Таким чином, при розрахунку координат за складними функціями, контроль правильності рівняння „сходимістю значень однакових координат, вирахованих різними способами (с. 126, - с.172)” не завжди виконується.

Не виконання даної умови говорить про нелінійність функцій.

Однак, як буде вказано нижче, розходження координат при контролі можна пояснити впливом істинних похибок вимірів, які при наявності складних функцій проявляють себе.

Далі була зрівняна мережа несучільних спостережень на рис.3.13.

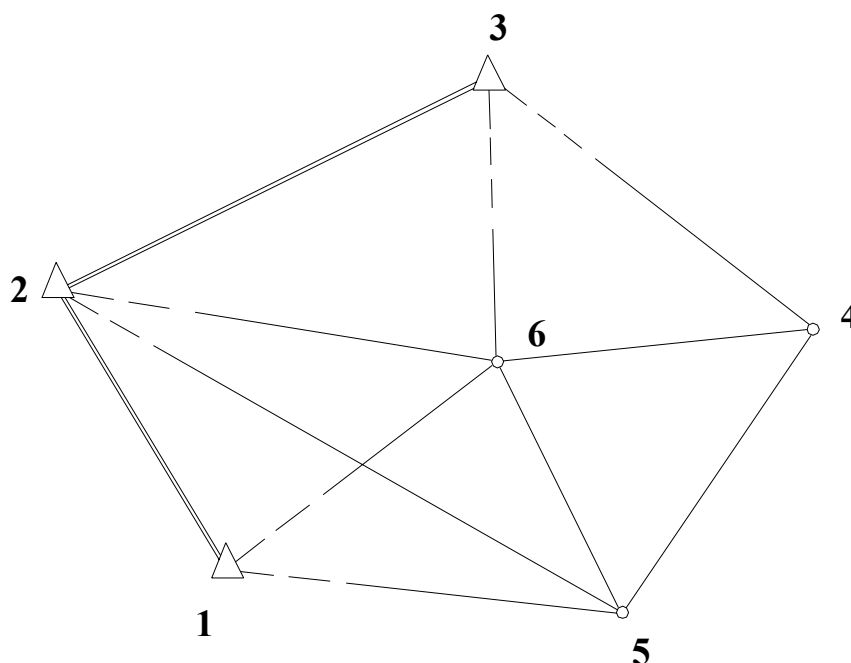
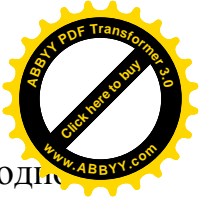
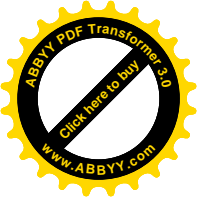


Рис. 3.13 Мережа несучільних спостережень триангуляції



На рис.3.13 суцільними лініями, перехідними в пунктирні показані одні сторони спостерегаємі напрямки. Спостереження напрямків виконані лише у пунктах 5,6 і 4.

При цьому середня квадратична похибка $\mu = 3,00$ одиниці ваги.

Кореляційна матриця зрівняних координат має вигляд:

$$\begin{bmatrix} -102,606 & -27,580 & +82,985 & +58,399 & +58,724 & +9,606 \\ & +9,990 & -24,044 & -14,927 & -16,333 & -2,291 \\ & & +70,199 & +47,444 & +48,364 & +8,125 \\ & & & +34,978 & +33,670 & +6,125 \\ & & & & +34,278 & +5,636 \\ & & & & & +1,566 \end{bmatrix}$$

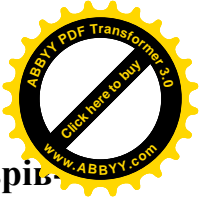
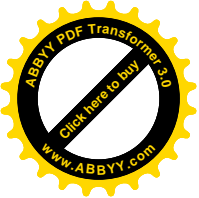
Діагональні елементи кореляційної матриці суть дисперсії рівноцінних координат, виражені в дм^2 .

Таблиця 3.7.2 Таблиця зрівняних координат пунктів.

№ п/п	$X_{\text{предв.}}$	δx	$X_{\text{ур}}$	$Y_{\text{предв.}}$	δy	$Y_{\text{ур}}$
4	5920662,18	-1,99	5920660,19	8509240,10	+0,53	8509240,63
5	5910999,84	-1,63	5910998,21	8507008,89	-1,17	8507007,72
6	5916684,25	-1,14	5916683,11	8502249,80	-0,21	8502249,59

Таблиця 3.7.3 Порівняльна таблиця середніх квадратичних похибок зрівняних координат суцільної і несцільної мережі спостережень.

№ п/п	X_{cn}	$X'_{\text{нсп}}$	$X'_{\text{нсп}} - X_{\text{cn}}$	Y_{cn}	$Y'_{\text{нсп}}$	$Y'_{\text{нсп}} - Y_{\text{cn}}$
4	5920662,14	5920660,19	-1,95	8509240,10	8509240,63	+0,53
5	5910999,81	5910998,21	-1,60	8507008,83	8507007,72	-1,11
6	5916684,23	5916683,11	-1,12	8502249,77	8502249,59	-0,18



Таблиця 3.7.4 Порівняльна таблиця середніх квадратичних похибок зрівняних координат суцільної і несучільної мережі спостережень має вигляд:

№ п/п	$m_{X_{cn}} (м)$	$m_{X_{исп}} (м)$	$m_{Y_{cn}} (м)$	$m_{Y_{исп}} (м)$
4	0,028	1,013	0,029	0,316
5	0,024	0,838	0,029	0,591
6	0,017	0,585	0,014	0,125

На основі даних таблиць 3.7.3, 3.7.4 приходимо до висновку, що спостереження тільки на пунктах 4, 5 та 6 забезпечують точність визначення координат пунктів порядку 1 метру.

Розглянемо мережу несучільних спостережень при виконанні вимірювань на пунктах 3, 4, 5 та 6.

при цьому середня квадратична похибка одиниці ваги складає 0,"73.

Таблиця 3.7.5 Таблиця зрівняних координат пунктів мережі несучільних спостережень, виконаних з чотирьох пунктів.

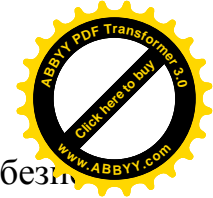
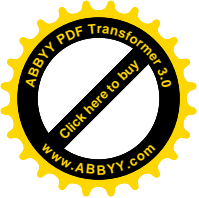
№ п/п	$X_{предв.}$	δx	$X_{ур.}$	$Y_{предв.}$	δy	$Y_{ур.}$
4	5920662,18	-0,05	5920662,13	8509240,10	+0,01	8509240,11
5	5910999,84	-0,05	5910999,79	8507008,89	-0,06	8507008,86
6	5916684,25	-0,02	5916684,23	8502249,80	-0,03	8502249,77

Таблиця 3.7.6. Порівняльна таблиця координат суцільної і несучільної мережі спостережень

№ п/п	X_{cn}	$X'_{исп}$	$X'_{исп} - X_{cn}$	Y_{cn}	$Y'_{исп}$	$Y'_{исп} - Y_{cn}$
4	5920662,14	5920662,13	-0,01	8509240,10	8509240,11	+0,01
5	5910999,81	5910999,79	-0,02	8507008,83	8507008,86	+0,03
6	5916684,23	5916684,23	0	8502249,77	8502249,77	0

Таблиця 3.7.7. Порівняльна таблиця точності визначення координат

№ п/п	$m_{X_{cn}} (м)$	$m_{X_{исп}} (м)$	$m_{Y_{cn}} (м)$	$m_{Y_{исп}} (м)$
4	0,028	0,040	0,029	0,039
5	0,024	0,049	0,029	0,035
6	0,017	0,028	0,014	0,017



Таким чином, спостереження на чотирьох пунктах замість шести забезпечує точність визначення координат пунктів не нижче 5 см. Додаткові спостереження на пунктах 1 і 2 дають незначне підвищення точності.

Цьому, спостереження на чотирьох пунктах повністю розв'язує задачу визначення координат з вимагаємою точністю.

Далі дослідження проведені на моделі. Побудуємо ряд триангуляції з сторонами, рівними 2 км і орієнтований по координатним осям (див. рис. 3.14)

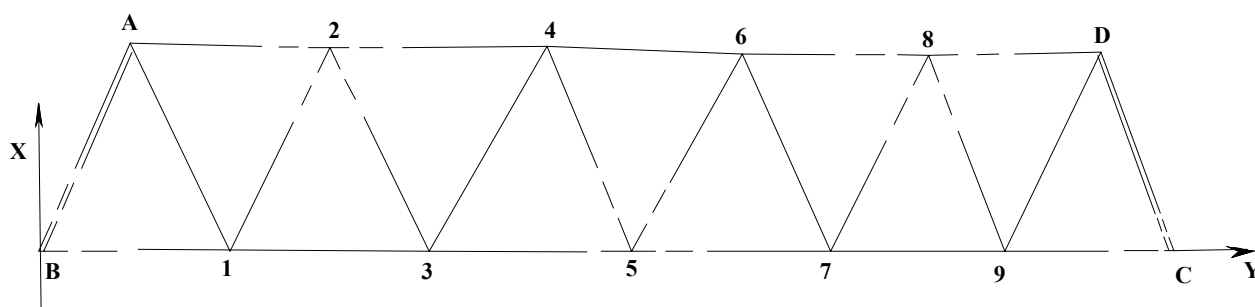
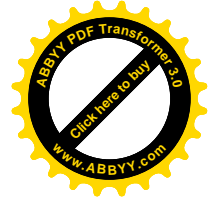
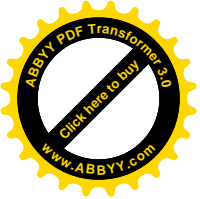


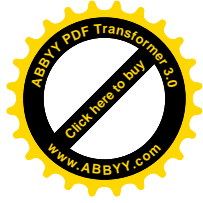
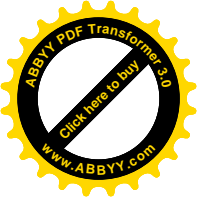
Рис. 3.14 Невільний ряд несучільних спостережень триангуляції

На ЕОМ були генеровані середні квадратичні похибки кутів порядку Строго зрівнювання проведено параметричним способом. Отримана середня квадратична похибка одиниці ваги $\mu = 3'',76$, максимальна середня квадратична похибка визначення координат пунктів не перевищила 10 см.

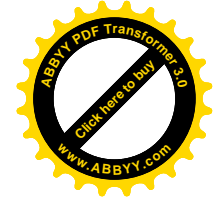
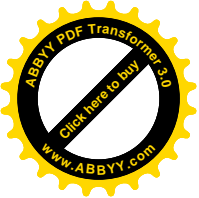
В цілях дослідження точності визначення сторін в ряді несучільних спостережень триангуляції була створена матриця коефіцієнтів вагової функції зрівняних сторін



$$\begin{bmatrix} -a_{1B} & -b_{1B} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -a_{1A} & -b_{1A} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -a_{12} & -b_{12} & a_{12} & b_{12} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -a_{13} & -b_{13} & 0 & 0 & a_{13} & b_{13} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ a_{31} & b_{31} & 0 & 0 & -a_{31} & -b_{31} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a_{32} & b_{32} & -a_{32} & -b_{32} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -a_{34} & -b_{34} & a_{34} & b_{34} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -a_{35} & -b_{35} & 0 & 0 & a_{35} & b_{35} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_{75} & b_{75} & 0 & 0 & -a_{75} & -b_{75} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_{76} & b_{76} & -a_{76} & -b_{76} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -a_{78} & -b_{78} & a_{78} & b_{78} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -a_{79} & -b_{79} & 0 & 0 & a_{79} & b_{79} \end{bmatrix}$$



$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -0,87 & 0,5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -0,87 & -0,5 & 0,87 & 0,5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,87 & -0,5 & -0,87 & 0,5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -0,87 & -0,5 & 0,87 & 0,5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,87 & -0,5 & -0,87 & 0,5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -0,87 & -0,5 & 0,87 & 0,5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$



Обернені ваги зрівняних елементів в таблиці 3.7.8

Таблиця 3.7.8

№ п/п	$\frac{1}{P_L}$	$\frac{1}{P_q}$	$\frac{1}{P_{\alpha_{св}}}$	$\frac{1}{P_{\alpha_{вн}}}$	$\frac{1}{P_{S_{cd}}}$	$\frac{1}{P_{S_{вн}}}$
1	0,011	0,005	0,755	0,513	0,009	0,011
2	0,028	0,006	1,215	0,636	0,722	
3	0,065	0,001	1,702	0,332	0,021	0,053
4	0,073	0,009	0,957	0,795	0,016	
5	0,062	0,009	1,777	1,133		0,026
6	0,070	0	1,353	0,630	0,016	0,025
7	0,051	0,006	0,264	0,479	0,021	
8	0,028	0,012	0,502	0,550		0,045
9	0,11	0,008	1,391	0,218		
10			0,946	1,305		
11				0,846		

Рішення трикутників з урахуванням координат і спрощене зрівнювання у мережах суцільних несучільних спостережень триангуляції виконує програма „LURTRN”.



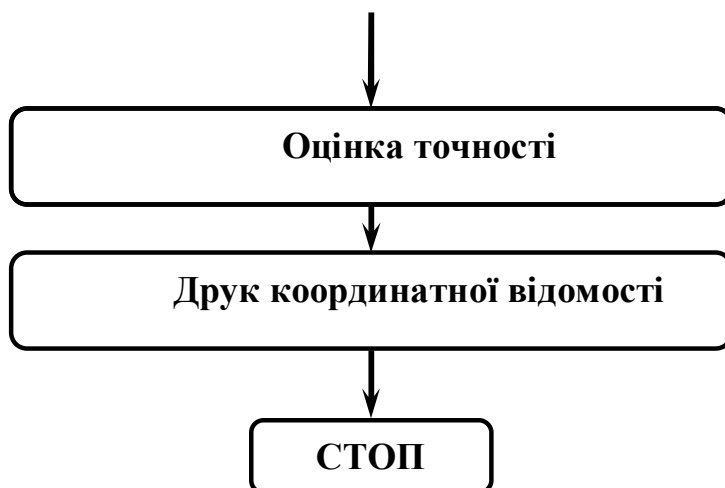
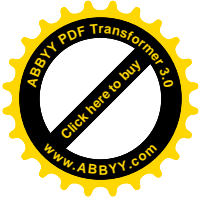
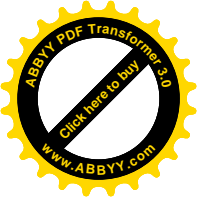


Рис 3.15 Блок – схема зрівноваження мереж спрощеним способом

3.8 Оцінка точності елементів невіЛЬНОГО ряду несучільних спостережень тріангуляції. Порівняльний аналіз.

При виконанні дослідження даного параграфу використано конспект лекцій професора Ю.М. Непмана, записаний автором на ФПК МІІГАиК у 1988 році.

Далі виникла необхідність апроксимації обернених ваг зрівняних елементів невіЛЬНОГО ряду несучільних спостережень.

Отже, в результаті зрівнювання маємо регулярну сітку значень (33).

X	0	1	2	3	4	5
$\frac{\tilde{I}}{P}$	$\frac{\tilde{I}}{P_0}$	$\frac{\tilde{I}}{P_1}$	$\frac{\tilde{I}}{P_2}$	$\frac{\tilde{I}}{P_3}$	$\frac{\tilde{I}}{P_4}$	$\frac{\tilde{I}}{P_5}$

або в графічному вигляді:

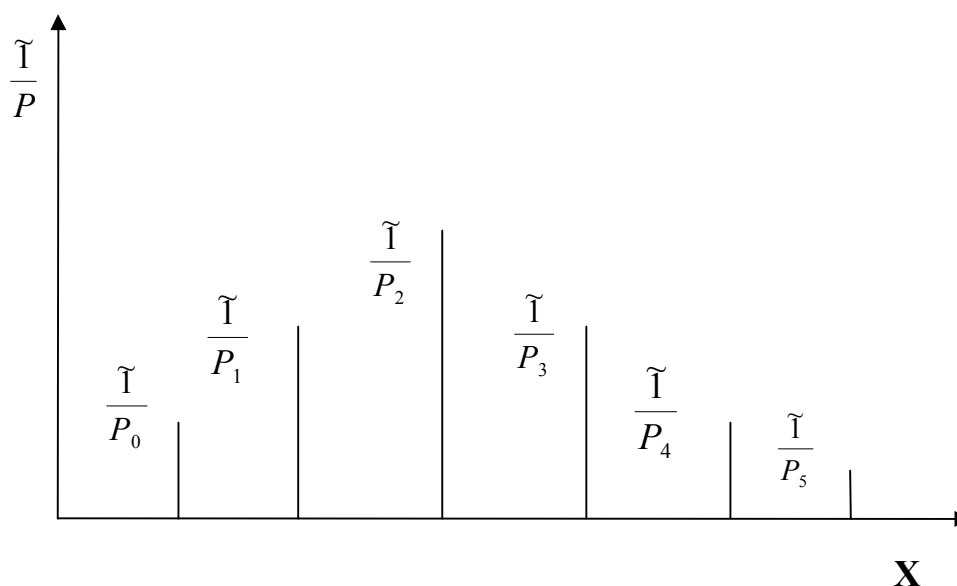
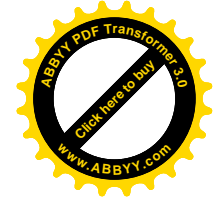
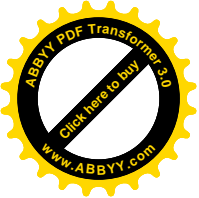


Рис. 3.8.1. Графік представлення обернених ваг

При цьому, вузлами мережі є номери досліджуваних фігур. Як правило, сітка регулярна, тобто всі вузли сітки рівносторонні.

$$x_i - x_{i-1} = const \quad \text{для } i=1,2,3,\dots,n.$$

Замітимо, що обернені ваги $\frac{\tilde{I}}{P_i}$ мають значні похибки.

$$\frac{1}{P} = f(x_i) + \Delta i, \quad \text{де } \Delta i \in N(\sigma, \sigma^2) \quad (3.8.1)$$

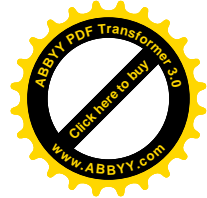
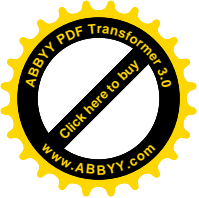
Необхідно знайти апроксимуючий поліном деякого ступеня $K \ll N_k$

$$\varphi_k(x) = a_0 + a_1 X + a_2 X^2 + \dots + a_k X^k \quad (3.8.2)$$

під умовою мінімального квадратичного критерія.

$$\{a_0, a_1, \dots, a_k\} : \sum_{i=0}^n V_i = \min \quad (3.8.3)$$

$$V_i = \frac{\tilde{I}}{P_i} - \varphi_k(x_i)$$

**Постановка задачі:**

Знайти такі коефіцієнти багаточлена, які задовольнили б (3.8.3).

Розв'язок задачі:

Щоб вирішити дану задачу будемо діяти за стандартною схемою метода найменших квадратів.

Складемо рівняння поправок

$$\varphi(x_i) - \frac{\tilde{I}}{P_i} = V_i, \quad \text{де} \quad i=1,2,3,\dots,n$$

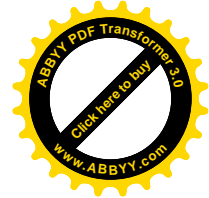
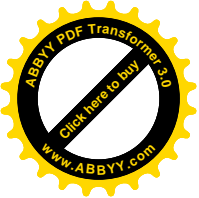
$$\Leftrightarrow \begin{cases} a_0 + a_1x_0 + a_2x_0^2 + \dots + a_kx_0^k - \frac{\tilde{I}}{P_0} = V_0 \\ a_0 + a_1x_1 + a_2x_1^2 + \dots + a_kx_1^k - \frac{\tilde{I}}{P_1} = V_1 \\ \dots \\ a_0 + a_1x_n + a_2x_n^2 + \dots + a_kx_n^k - \frac{\tilde{I}}{P_n} = V_n \end{cases}$$

В матричному вигляді ця система поправок має вигляд

$$X_a - \frac{\tilde{I}}{P} = V \quad (3.8.4)$$

де X - матриця відомих коефіцієнтів

$$X_{n=1,k=1} = \begin{bmatrix} 1 & X_0 & X_0^2 & \dots & X_0^k \\ 1 & X_1 & X_1^2 & \dots & X_1^k \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & X_n & X_n^2 & \dots & X_n^k \end{bmatrix} \quad (3.8.5)$$



a - шуканий вектор невідомих коефіцієнтів

$$a_{K+1,1} = \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \\ \dots \\ a_k \end{bmatrix} \quad (3.8.6)$$

V - вектор невідомих поправок.

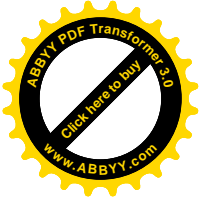
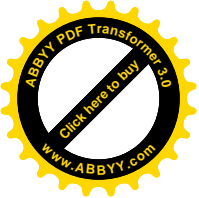
$$V_{n+1,1} = \begin{bmatrix} V_0 \\ V_1 \\ \dots \\ V_n \end{bmatrix} \quad (3.8.7)$$

$\frac{\tilde{I}}{P_i}$ відомі обернені ваги зрівняних елементів

$$\frac{\tilde{I}}{P}_{n+1,1} = \begin{bmatrix} \tilde{I} \\ \frac{P_0}{\tilde{I}} \\ \frac{P_1}{\tilde{I}} \\ \dots \\ \frac{P_n}{\tilde{I}} \end{bmatrix} \quad (3.8.8)$$

При рішенні необхідно забезпечити умову (3.8.3), яка в матричному вигляді має вид

$$V^T V = \min \quad (2.3.9)$$



$$V^T = (V_0 V_1 \dots V_n)^T \quad (2.3.10)$$

Згідно (2.3.4) запишемо

$$V^T V = \left(X_a - \frac{\tilde{1}}{P} \right)^T \left(X_a - \frac{\tilde{1}}{P} \right) = \left(a^T X^T - \frac{\tilde{1}^T}{P} \right) \left(X_a - \frac{\tilde{1}}{P} \right),$$

або

$$V^T V = a^T X^T X a - a^T X^T \frac{\tilde{1}}{P} - \frac{\tilde{1}^T}{P} X a + \frac{\tilde{1}^T}{P} \frac{1}{P};$$

$$V^T V = a^T X^T X a - 2a^T X^T \frac{\tilde{1}}{P} + \frac{\tilde{1}^T}{P} \frac{1}{P} \quad (3.8.11)$$

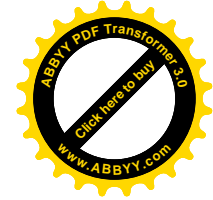
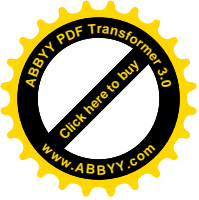
Для знаходження мінімуму цього виразу продиференціюємо за найменшим коефіцієнтом a і цю похідну прирівняємо до нуля:

$$\frac{d(V^T V)}{da} = 0 \Leftrightarrow 2X^T X a - 2X^T \frac{\tilde{1}}{P} = 0,$$

або

$$(X^T X) a = X^T \frac{\tilde{1}}{P} \quad (3.8.12)$$

Вираз (3.8.12) є системою нормальних рівнянь. Розв'язуючи систему (3.8.12), отримаємо



$$\hat{a} = (X^T X)^{-1} X^T \frac{\tilde{I}}{p}, \quad (3.8.13)$$

\hat{a} – вектор конкретних значень невідомих коефіцієнтів. Оцінка точності виконується за стаціонарною схемою параметричного способу зрівнювання ТМОГВ.

Надалі з знайденим коефіцієнтом \hat{a} вираховуються поправки V_i

$$V_i = \hat{a}_0 + \hat{a}_1 X_i + \hat{a}_2 X_i^2 + \dots + \hat{a}_k X_i - \frac{\tilde{I}}{P_i} \quad (3.8.14)$$

потім складається квадратична форма

$$\Phi = V^T V$$

і підраховується середня квадратична похибка одиниці ваги

$$m = \left(\frac{V^T V}{n - k} \right)^{1/2} \quad (3.8.15)$$

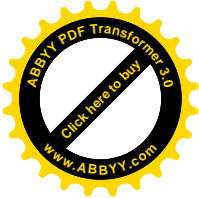
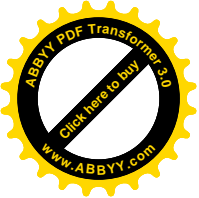
Дана методика повністю співпадає з традиційним методом найменших квадратів, але володіє одним вагомим, з практичної точки зору, недоліком.

Часто ступінь апроксимації поліному K зручно завищувати послідовно, починаючи з $K=1,2,3,\dots$ до тих пір, поки середня квадратична похибка одиниці ваги не виявиться достатньо малою.

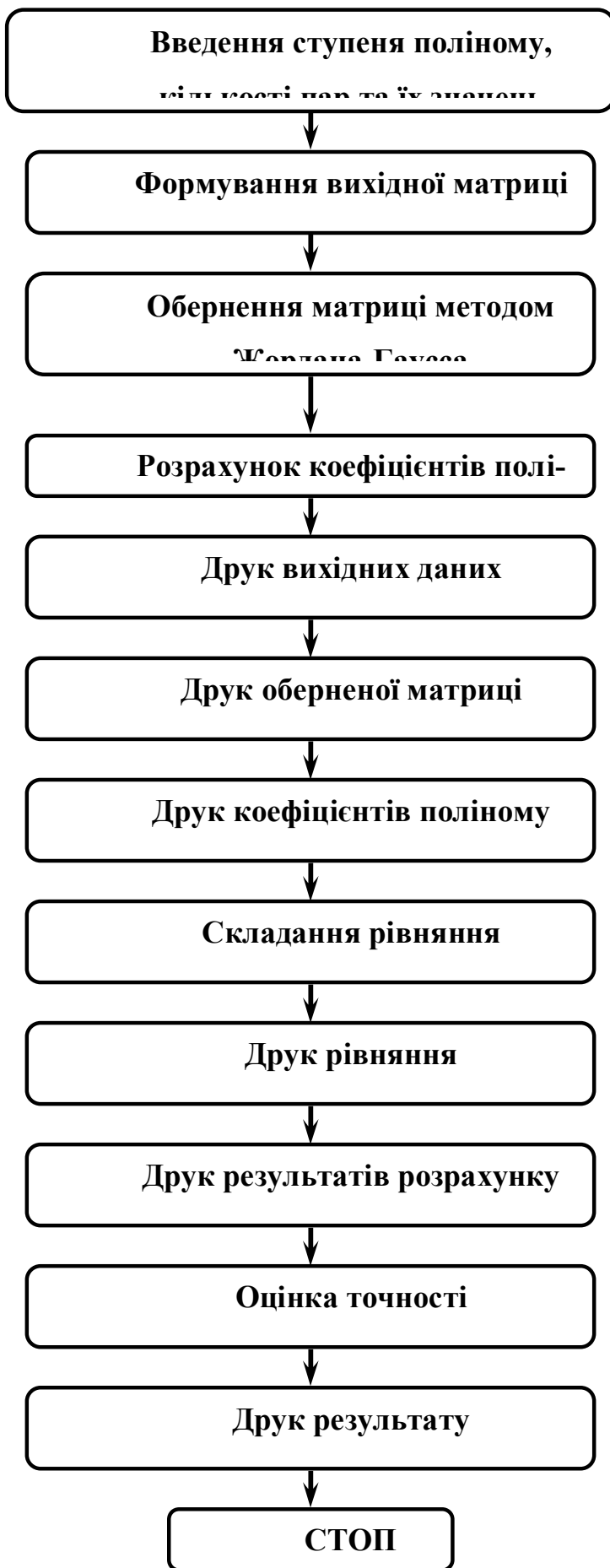
Але, при переході від ступеня K до ступеня $K+1$ вже знайдені коефіцієнти \hat{a} апроксимуючи багаточлен змінюються і їх потрібно перерахувати заново.

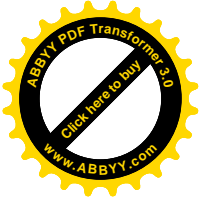
Вказаний недолік можна обійти, якщо використати деяку модифікацію метода найменших квадратів, а саме методом ортогональних функцій.

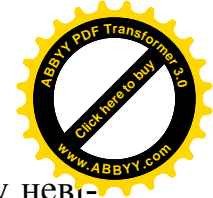
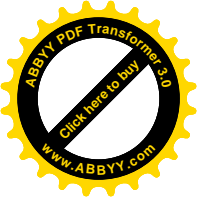
З урахуванням вищесказаного апроксимовані обернені ваги зрівняних дирекційних кутів, сторін і координат.



БЛОК-СХЕМА ПРОГРАМИ







Встановлено, що величина оберненої ваги $\frac{1}{P_L}$ продольного зсуву неві-
льного ряду несучільних спостережень триангуляції розраховується за фор-
мулою.

$$\frac{1}{P_L} = -0.004n^2 + 0.04n - 0.02 \quad (3.8.16)$$

де n - кількість трикутників ряду.

Обернена вага $\frac{1}{P_q}$ поперечного зсуву визначають з виразу:

$$\frac{1}{P_q} = 0.0001n^2 - 0.0006n + 0.006 \quad (3.8.17)$$

Апроксимуючи обернену вагу $\frac{1}{P_{\alpha_{св}}}$ дирекційного кута зв'язуючої сто-
рони ряду поліном другого порядку, отримана формула:

$$\frac{1}{P_{\alpha_{св}}} = -0,01n^2 + 0.09n + 1.024 \quad (3.8.18)$$

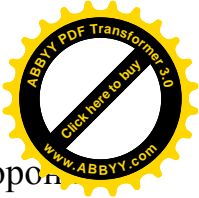
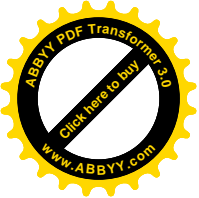
Формула оберненої ваги дирекційного кута зовнішньої сторони ряду

$$\frac{1}{P_{\alpha_{вн}}}$$

$$\frac{1}{P_{\alpha_{вн}}} = 0,003n^2 - 0.01n + 0.60 \quad (3.8.19)$$

Обернену вагу зв'язуючої сторони ряду $\frac{1}{P_{S_{св}}}$ розраховують за формулою:

$$\frac{1}{P_{S_{св}}} = -0,0003n^2 + 0.004n + 0.010 \quad (3.8.20)$$



Перерахунок точності визначення оберненої ваги зовнішньої сторони

ряду $\frac{1}{P_{S_{\text{вн}}}}$ виконують з виразу:

$$\frac{1}{P_{S_{\text{вн}}}} = -0,0003n^2 + 0.005n + 0.016 \quad (3.8.21)$$

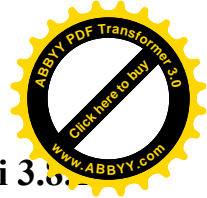
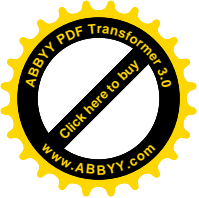
В таблиці 3.8.1 подано зрівняні значення координат.

Таблиця 3.8.1

№ п/п	$X_{\text{предв.}}$	δx	$X_{\text{ур.}}$	$Y_{\text{предв.}}$	δy	$Y_{\text{ур.}}$
1	999,993	-0,003	999,990	3000,021	-0,034	2999,987
2	2732,053	-0,024	2732,029	3999,975	-0,014	3999,961
3	1000,024	-0,046	999,978	5000,029	-0,067	4999,922
4	2732,081	-0,050	2732,030	6000,021	-0,026	5999,995
5	1000,077	-0,107	999,970	7000,048	-0,032	7000,016
6	2732,123	-0,080	2732,043	8000,052	-0,002	8000,050
7	1000,126	-0,140	999,986	9000,069	-0,014	9000,055
8	2732,139	-0,096	2732,043	10000,000	-0,0440	9999,956
9	1000,194	-0,184	1000,010	10999,990	-0,030	10999,960

Таблиця 3.8.2. Порівняльна таблиця визначення координат пунктів.

№ п/п	$X_{\text{іст}}$	$X'_{\text{неур}}$	$X''_{\text{нестр.ур}}$	$X'''_{\text{стр.ур.}}$	$X' - X$	$X'' - X$	$X''' - X$
1	1000,000	999,960	999,960	999,990	-0,006	-0,040	-0,010
2	2732,051	2732,053	2732,040	2732,029	+0,002	+0,010	-0,022
3	1000,000	1000,024	999,940	999,978	+0,024	-0,060	-0,022
4	2732,051	2732,081	2732,050	2732,030	-0,021	0	-0,002
5	1000,000	1000,076	999,940	999,970	+0,076	-0,060	-0,030
6	2732,051	2732,122	2732,070	2732,043	+0,071	+0,020	-0,008
7	1000,000	1000,126	999,940	999,986	-0,126	-0,060	-0,014
8	2732,051	2732,137	2732,070	2732,043	+0,086	+0,020	+0,008
9	1000,000	1000,192	999,950	1000,010	+0,192	-0,050	+0,010



№ п/п	Y_{icm}	$Y'_{неур}$	$Y''_{нестр.ур}$	$Y'''_{стр.ур}$	$Y' - Y$	$Y'' - Y$	$Y''' - Y$
1	3000,000	3000,020	2999,990	2999,987	+0,020	-0,010	-0,013
2	4000,000	3999,975	3999,920	3999,961	-0,025	-0,080	-0,039
3	5000,000	5000,028	4999,960	4999,922	+0,028	-0,040	-0,078
4	6000,000	6000,020	5999,950	5999,995	+0,020	-0,050	0,005
5	7000,000	7000,045	6999,980	7000,016	+0,045	-0,020	+0,016
6	8000,000	8000,049	8000,000	8000,050	+0,049	0	+0,050
7	9000,000	9000,066	9000,050	9000,055	+0,066	+0,050	+0,055
8	10000,000	9999,996	10000,020	9999,956	-0,004	+0,020	-0,044
9	11000,000	10999,980	11000,050	10999,960	-0,020	+0,050	-0,040

На основі даних таблиці 3.8.2 впливає, що максимальна істинна похибка поперечного зсуву незрівняного ряду становить 19,2 см. найбільший поперечний зсув отримав пункт 9. Найбільший повздовжній зсув отримав пункт 7, що становить 6,6 см.

При нестрогому зрівнювання поперечний зсув рівний 6см отримали пункти 3,5,7, найбільший повздовжній зсув, рівний 8,0 см отримав пункт 3.

Таким чином, на основі проведеного дослідження видно, що істинні похибки в ході строгого зрівнювання зменшились по осі абсцис приблизно в 6 раз, по осі ординат зменшення не відбулось.

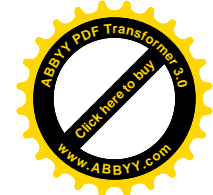
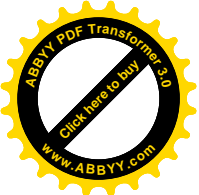
На основі проведених дослідів підтверджується теорема:

Теорема 1. *Якщо спостереження напрямків виконані з точністю 5" в необхідному ряді несучільних спостережень триангуляції при довжині сторін в 2 км і 11 трикутниках в ряді, то істинна похибка визначення координат пунктів не перевищує 10 см.*

$$(\forall PT_{11A})(m_H \leq 5''; S = 2\text{км}) \Rightarrow \Delta_{X,Y} \in \{0.10_{\text{см}}\} \quad (3.8.22)$$

де \forall - квантор общності;

PT_{11A} - позначення невірного ряду несучільних спостережень, що



складається з 11 трикутників.

⇒ - слідує (...якщо...то).

3.9 Рекурентне зрівноваження. Раціональний принцип створення геодезичних мереж.

При виконанні дослідження даного параграфу використовувався концепт лекцій професора Ю. І. Маркузе, записаний автором на ФПК МІІГАІК у 1988 році.

Великі можливості при дослідженні, проектуванні і зрівнюванні геодезичних мереж відкривають розроблений професором Ю.І. Маркузе рекурентний спосіб зрівнювання (99, 100, 101, 102, 103, 104, 106, 107, 10).

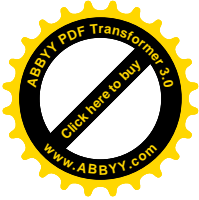
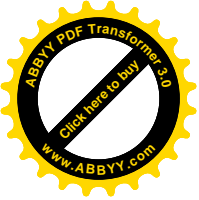
Як виявилось (83), рекурентний спосіб зрівнювання дозволяє забезпечити концепцію побудови геодезичних мереж несучільних спостережень в повній мірі.

Спочатку будуються мережі несучільних спостережень з мінімумом повних спостережень, необхідних для контролю визначення пунктів й оцінки точності.

Виконується рекурентне зрівнювання мережі. якщо точність зрівняних елементів мережі задовольняє цільовим установкам по створенню даної мережі, то на цьому процес побудови мережі і зрівнювання її закінчується.

При необхідності вводяться спостереження на кожному окремому пункті і відразу ж отримують зрівноваження з оцінкою точності.

Отже, запишемо матрицю коефіцієнтів рівнянь поправок, що має вигляд:



$$A = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \dots \\ a_n \end{bmatrix}, \quad (3.9.1)$$

де a_i - строчка відповідних коефіцієнтів.

Рівняння поправок будуть

$$\mathcal{G}_i = a_i \Delta x_i + l_i \quad (3.9.2)$$

де \mathcal{G}_s - поправки в виміряні кути;

a_i - коефіцієнти рівнянь поправок;

Δx_i - поправки в координати;

l_i - вільні члени рівнянь поправок.

Для випадку незалежних вимірів матриця коефіцієнтів нормальних рівнянь R буде:

$$R = A^T P A \quad (3.9.3)$$

де P - діагональна матриця вагових коефіцієнтів.

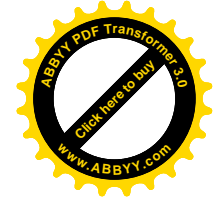
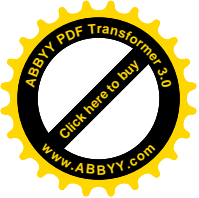
в основу рекурентного способу зрівнювання покладено вираз :

$$R = \sum_{i=1}^n P_i a_i^T a_i \quad (3.9.4)$$

При використанні виразу (3.9.4) відпадає необхідність в рівнянні матриці (3.9.3), матриці A^T , а також, матриці P .

Нехай в мережі несучільних спостережень виконано $i-1$ вимірів і отримана обернена матриця :

$$Q_{i-1} = R_{i-1}^{-1}, \quad (3.9.5)$$



вектор невідомих :

$$X_{i-1}$$

і квадратична форма:

$$\Phi_{i-1}^{i-1} = [P V V]_{i-1}. \quad (3.9.6)$$

На основі аналізу оберненої матриці вагових коефіцієнтів, виявилось, що один пункт визначений з помилкою, перевищуючою допуск. Виконано один додатковий і-й вимір.

Складено рівняння поправок:

$$\mathcal{G}_i = a_i \Delta x + l_i, \quad (3.9.7)$$

з вагою P_i .

Для врахування цього нового виміру використаємо відому з математики лему про обернення матриць, яка в нашому випадку прийме вигляд:

$$Q_i = Q_{i-1} - \frac{1}{q} Z_i^T Z_i, \quad (3.9.8)$$

формула Морисона-Шермана (3.9.8)

$$Z_i^T = Q_{i-1} \alpha_i^T, \quad (3.9.9)$$

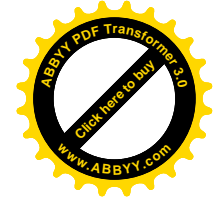
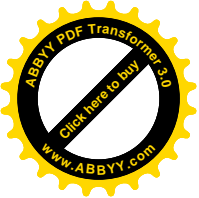
$$q_i = \frac{1}{P_i} + a_i Z_i^T, \quad (3.9.10)$$

$$Z_i = a_i Q_{i-1}, \quad (3.9.11)$$

де матриця q_i - буде оберненою матриці:

$$R_i = R_{i-1} + P_i a_i^T a_i, \quad (3.9.12)$$

В справедливості виразу (3.9.8) можна легко впевнитися, перевіривши рівність:



$$Q_i R_i = E, \quad (3.9.13)$$

де E - одинична матриця.

Шукана невідома X_i при цьому буде :

$$X_i = X_{i-1} - \frac{1}{q_i} Z_i^T l_s, \quad (3.9.14)$$

і квадратична форма:

$$\Phi_i = \Phi_{i-1} + \frac{l_i^2}{q_i}. \quad (3.9.15)$$

Розділивши всі виміри на два види - необхідні і надлишкові - відмітимо, що врахування за формулою (3.9.8) і-го необхідного виміру не міняє вже вирахований блок Q_{i-1} , вектор X і квадратичну форму Φ_{i-1} .

При цьому матриця Q_i виходить в результаті декількох арифметичних дій, минаючи складний процес обертання матриці R .

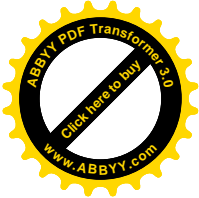
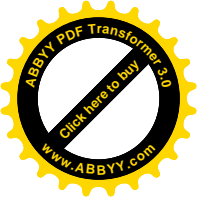
В розробленій автором програмі дослідження, проектування і зрівнювання геодезичних мереж рекурентним способом, спочатку вводиться вихідна матриця рекурентного рівняння в залежності від виду мереж і їх точності і має вигляд:

$$Q_0 = 10^m E, \quad (3.9.16)$$

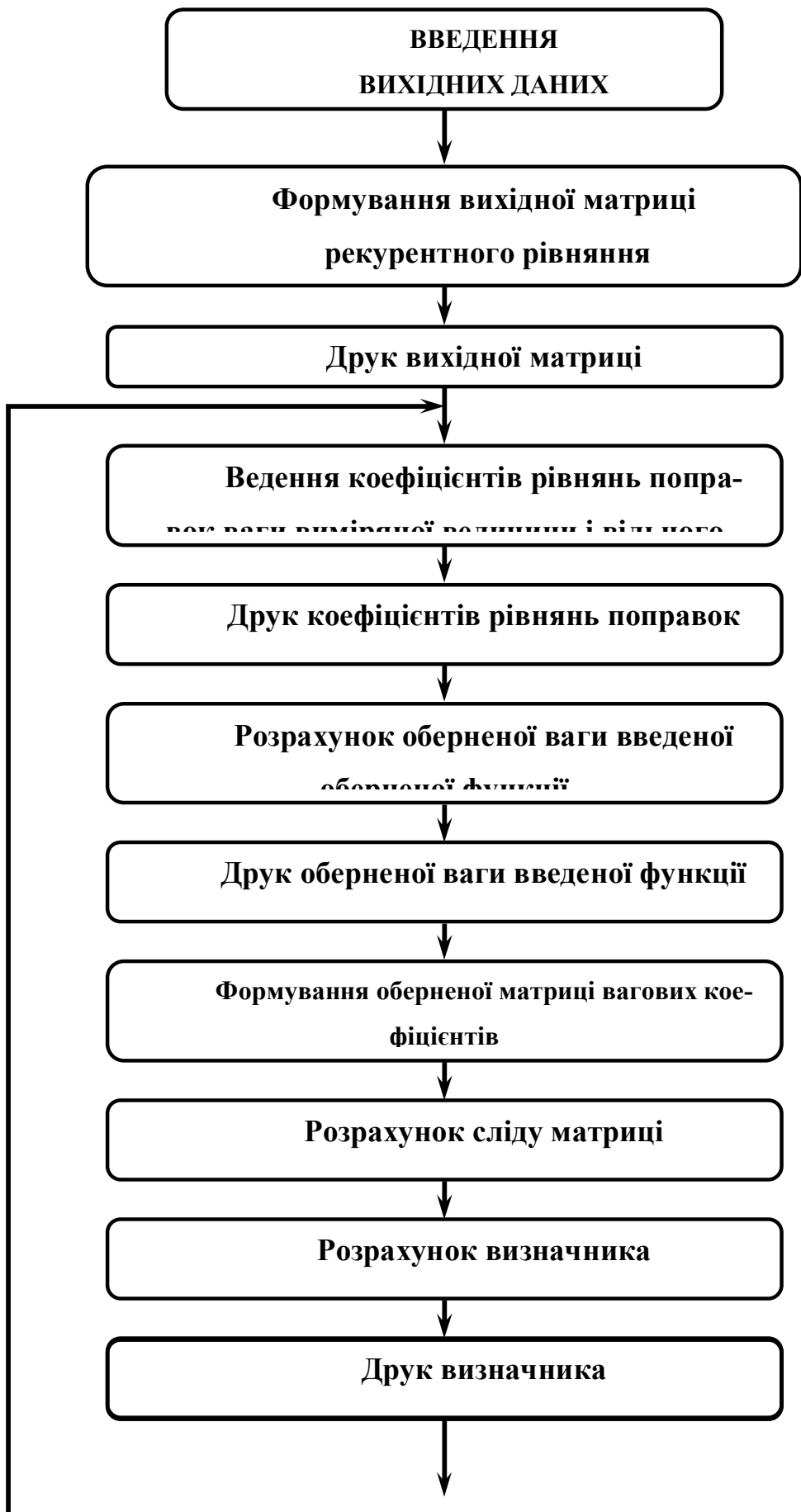
де $m \gg 0$.

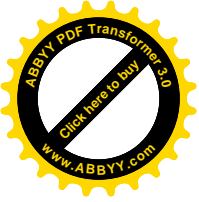
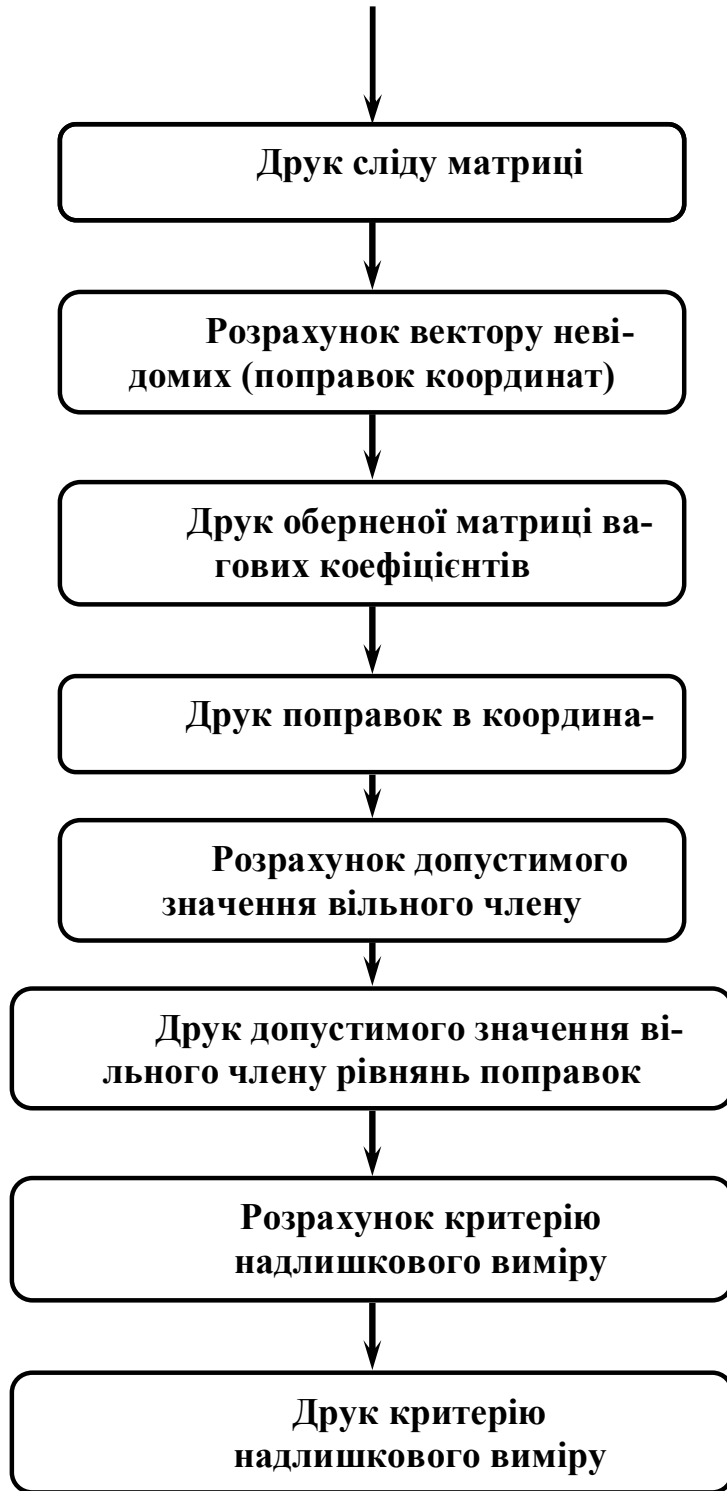
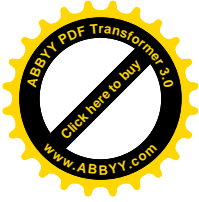
При цьому для мереж триангуляції 1 і 2 класів прийнято $m=6$, для триангуляції 3 класу - $m=5$; 4 класу і триангуляції 1 і 2 розрядів $m=3$. В нівелірних мережах і трилатерації прийнято $m=5$.

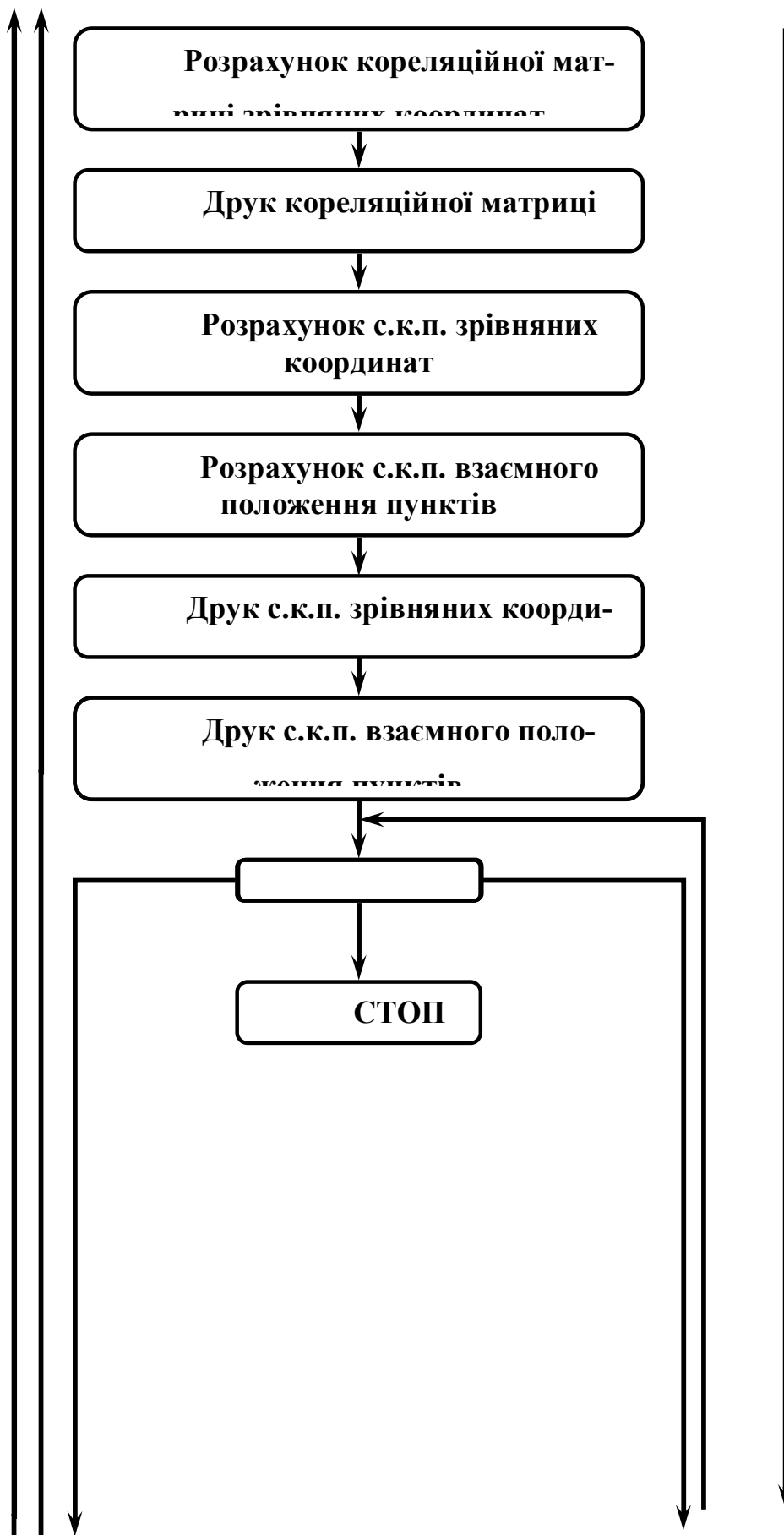
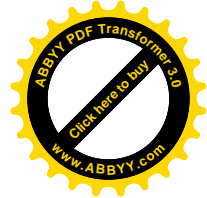
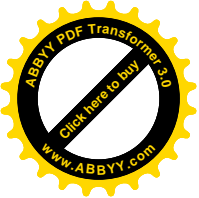
Програма рекурентного способу зрівнювання розроблена автором в даній дисертаційній роботі, що відноситься до концепції створення геодезичних мереж несучільних спостережень.

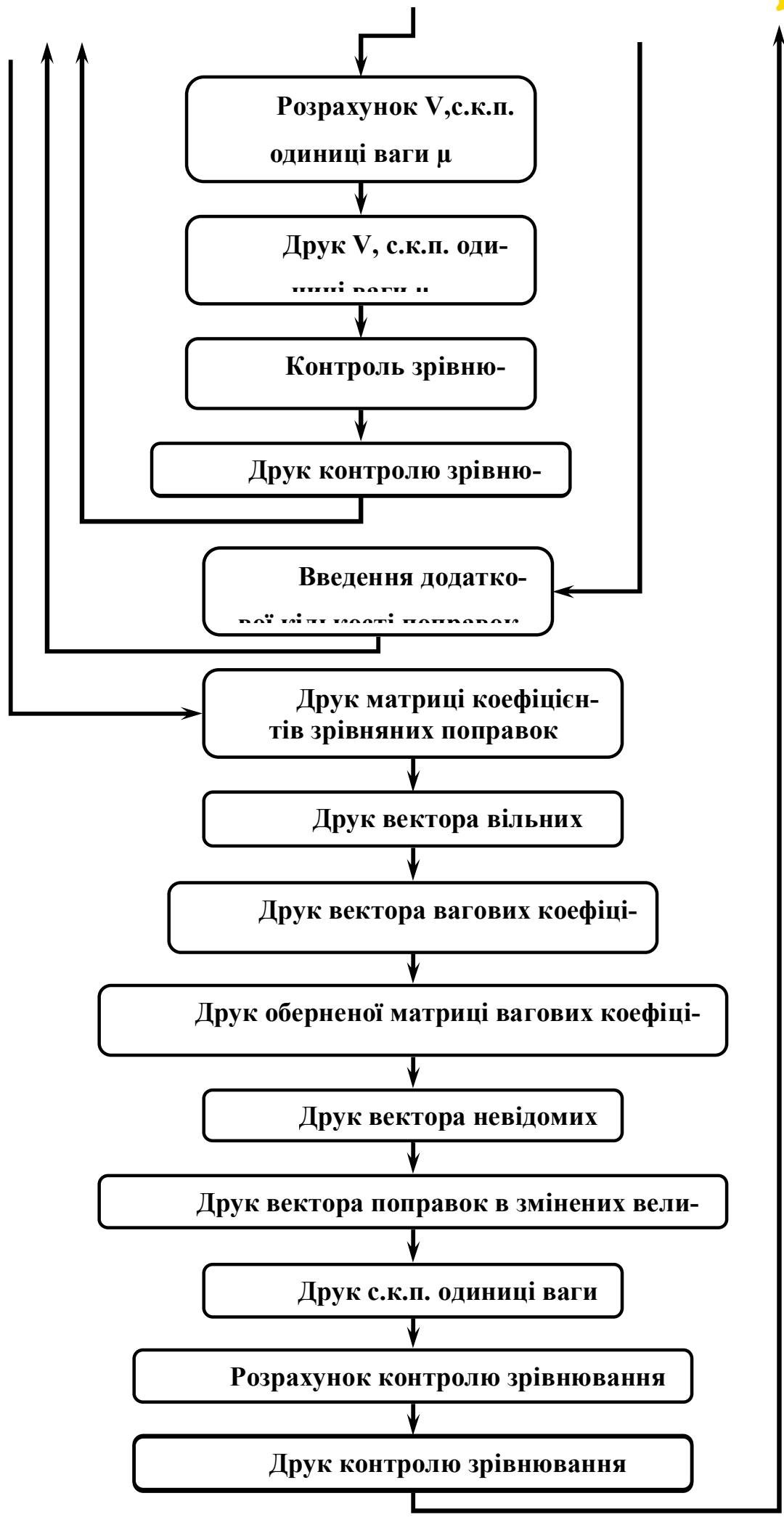
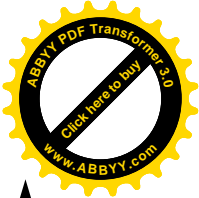
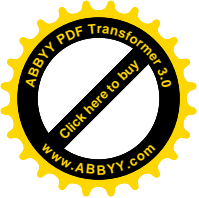


БЛОК-СХЕМА ПРОГРАМИ









Для прикладу розглянута можливість створення мережі несучільних спостережень за даними, наведеними в (10,-с.196-198).

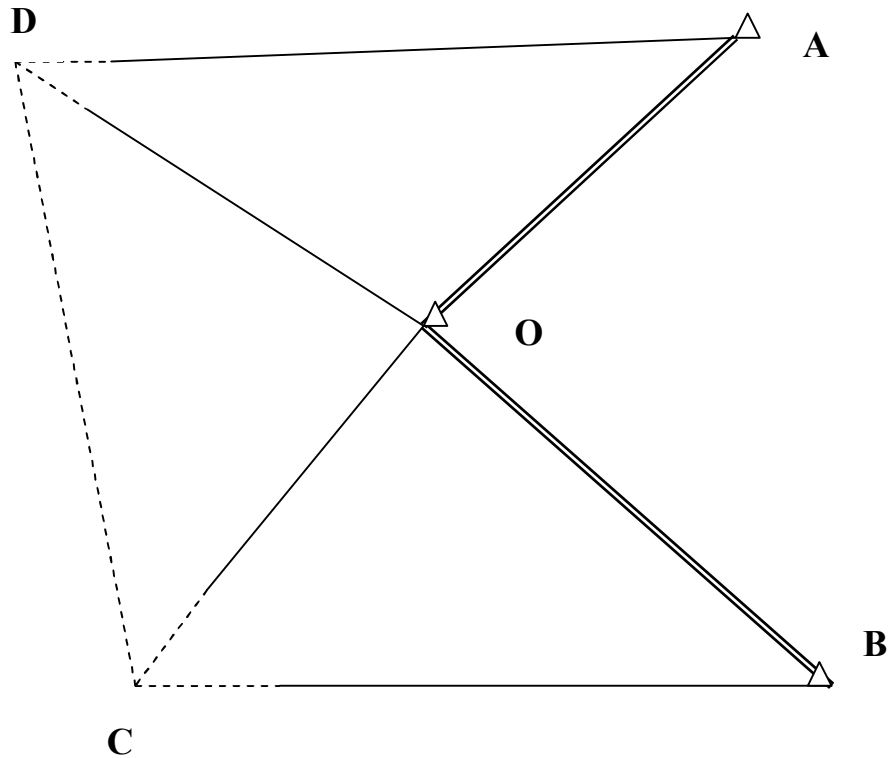
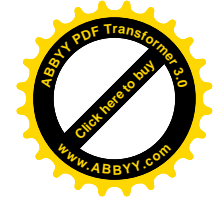
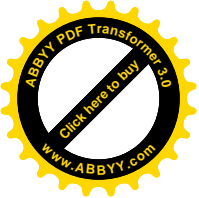


Рис. 3.9.2 Геодезична мережа несучільних спостережень

Початкові спостереження виконані на пунктах А,О,В (див. рис.3.9.2). На стор. 171 наведено результати рекурентного рівняння даної мережі. При спостереженнях на чотирьох пунктах, в результаті зрівнювання, середня квадратична похибка одиниці ваги становить 1,"85, а кореляційна матриця має вигляд :

$$K = \begin{bmatrix} 1,192 & -0,474 & 0,154 & -0,729 \\ & 3,632 & 0,181 & -0,856 \\ & & 4,417 & 6,379 \\ & & & 15,045 \end{bmatrix}$$



Таблиця зрівняних координат пунктів

Таблиця 3.9.1

№ п/п	$X_{предв.}$	δx	$X_{ур.}$	$Y_{предв.}$	δy	$Y_{ур.}$
D	623,360	+0,012	623,372	-1393,272	-0,006	-1393,278
C	-897,701	-0,044	-897,745	-1488,183	-0,056	-1488,239

Порівняльна таблиця координат суцільної і несцільної мережі спостережень:

Таблиця 3.9.2

№ п/п	$X_{сн}$	$X'_{нсн}$	$X'_{нсн} - X_{сн}$	$Y_{сн}$	$Y'_{нсн}$	$Y'_{нсн} - Y_{сн}$
D	623,379	623,372	-0,007	-1393,263	-1393,278	-0,015
C	-897,717	-897,745	-0,028	-1488,174	-1488,239	-0,065

При спостереженнях на чотирьох пунктах середня квадратична похибка одиниці ваги становить 1,"62 , а кореляційна матриця має вигляд :

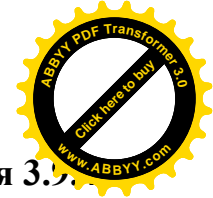
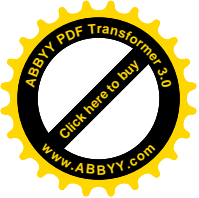
$$K = \begin{bmatrix} 0,845 & -0,214 & 0,087 & -0,408 \\ & 1,940 & 1,196 & 1,236 \\ & & 1,613 & 1,010 \\ & & & 2,401 \end{bmatrix}$$

Таблиця зрівняних координат пунктів

Таблиця 3.9.3

№ п/п	$X_{предв.}$	δx	$X_{ур.}$	$Y_{предв.}$	δy	$Y_{ур.}$
D	623,360	+0,010	623,370	-1393,272	-0,007	-1393,279
C	-897,701	-0,033	-897,734	-1488,183	-0,024	-1488,207

Порівняльна таблиця координат суцільної і несцільної мережі спостережень:



Таблиця 3.9

№ п/п	X_{cn}	$X'_{исп}$	$X'_{исп} - X_{cn}$	Y_{cn}	$Y'_{исп}$	$Y'_{исп} - Y_{cn}$
D	623,379	623,370	-0,009	-1393,278	-1393,279	-0,001
C	-897,717	-897,734	-0,017	-1488,239	-1488,207	+0,032

Розглянемо результати рекурентного зрівнювання мережі суцільних спостережень.

При цьому с.к.п. одиниці ваги складає 2,"94. Кореляційна матриця зрівняних координат має вигляд:

$$K_{СИ} = \begin{bmatrix} 2,487 & -0,669 & 0,084 & -2,037 \\ & 3,024 & 1,822 & 2,301 \\ & & 3,805 & 1,667 \\ & & & 5,222 \end{bmatrix}$$

Таблиця зрівняних координат пунктів

Таблиця 3.9.5

№ п/п	$X_{предв.}$	δx	$X_{ур.}$	$Y_{предв.}$	δy	$Y_{ур.}$
D	623,360	+0,019	623,379	-1393,272	+0,009	-1393,263
C	-897,701	-0,016	-897,717	-1488,183	+0,009	-1488,174

На основі вищесказаного сформулюємо теорему 2.

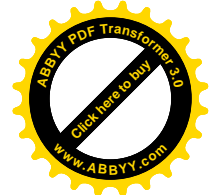
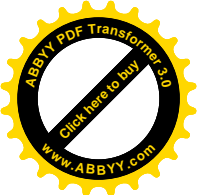
Теорема 2: *Не для всякої мережі несучільних спостережень зрівняні результати гірші зрівняних результатів суцільної мережі, т. б.*

$$\neg(\forall L_1)(L_1 \subset L_2) \Rightarrow \mu_1 > \mu_2, \quad (2.4.17)$$

де \neg - знак від'ємності;

\forall - квантор общності;

L_1 - вектор вільних членів мережі несучільних спостережень;



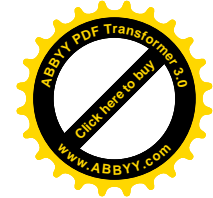
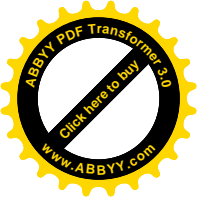
L_2 - вектор вільних членів мережі суцільних спостережень;

\subset - знак приналежності підмножини до множини;

μ_1 - с.к.п. одиниці ваги мережі несучільних спостережень;

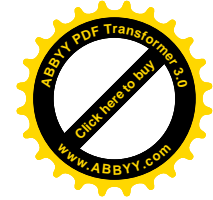
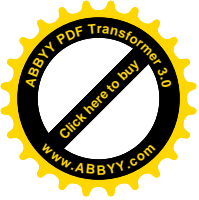
μ_2 - с.к.п. одиниці ваги мережі суцільних спостережень;

На заключення відмітимо, що поправки в зрівняні кути виведено на друк в залежності з порядком введених даних і послідовність введення не відповідає послідовності елементів в у векторі поправок.



Висновки по главі:

1. Досліджено можливість створення геодезичних мереж при мінімумі польових досліджень.
2. Запропоновані принципові схеми створення геодезичних мереж не-суцільних спостережень триангуляції.
3. Складено програму для проектування, дослідження і зрівнювання геодезичних мереж на ЕВМ „Іскра 1030”.
4. Розглянуто концепцію створення геодезичних мереж несуцільних спостережень на основі рекурентного способу зрівнювання.
5. Отримані формули оцінки точності зрівняних елементів невеликого ряду несуцільних спостережень триангуляції.
6. Встановлено, що при спостереженні напрямків виконаних з точністю 5" в необхідному ряді несуцільних спостережень триангуляції при довжині сторін в 2 км і 11 трикутниках в ряді, то істинна похибка визначення координат пунктів не перевищує 10 см.
7. Не для всякої мережі несуцільних спостережень зрівняні результати гірші зрівняних результатів суцільної мережі.
8. Приведені докази можливості створення мереж несуцільних спостережень триангуляції.



1. Автором запропонована концепція побудови і згущення мереж несучільних спостережень триангуляції, які не мають, як правило, умовних рівнянь фігур, а ряд пунктів закріплюється на конструктивних елементах капітальних споруд, таких, як шпилі соборів, антени телевізійних передаючих станцій і т.п.

2. Реалізувати дану проблему можна лише в тому випадку, коли буде доказано, що дані мережі не знижують точність елементів при надійному польовому контролі.

3. Розроблено методику польового контролю подвійним розрахунком координат пунктів і одержані формули визначення допустимого розходження координат пунктів, сторони і дирекційного кута.

4. Для переходу від мереж триангуляції до мереж несучільних спостережень запропонована і доказана теорема, яка дає можливість строго по методу найменших квадратів проводити обробку матеріалів корелатним способом.

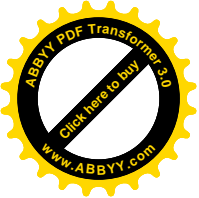
5. На основі даної теореми знаходяться обернені ваги вагових функцій і виконується оцінка точності мереж несучільних спостережень.

Доказано, що врахування умов фігур не підвищує точності елементів мережі.

6. Дослідження проведені на основі моделі мережі, взятої із відомого практикуму по вищій геодезії МПГА і К.

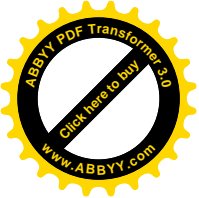
На основі детального дослідження мережі триангуляції і мережі несучільних спостережень доказано, що точність мереж несучільних спостережень лежить в межах дії похибок округлень відносно точності мереж триангуляції.

8. Автором розроблено ряд програм, які дають можливість не тільки проводити дослідження, але і використати на топографо-геодезичному виробництві при новій камеральній обробці невеликих мереж згущення.



9. Наявність полігональних умовних рівнянь, розроблених для мережі несучільних спостережень, дає можливість згущати даними мережами пункти, які визначають методом космічної геодезії GPS.

Дані ідеї і розробки автора являються частиною кваліфікаційної роботи на здобуття вченого ступеня доктора технічних наук.



РОЗДІЛ IV. Розробка технології створення планової геодезичної основи лінійно-кутовим методом несучільних спостережень

Введення

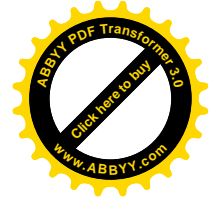
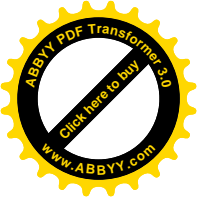
Процес топографо-геодезичного виробництва потребує розробки теоретичних основ для застосування точних і високоточних геодезичних приладів. Електронні тахеометри знаходять широке застосування для виконання землевпорядних робіт на території обласних центрів для забезпечення облікової одиниці площі в 1 кв.м. При цьому виконують блочну електронну тахеометрію, принципіві схеми якої співпадають з опублікованими раніше автором типовими схемами лінійно-кутового методу несучільних спостережень.

В даній частині посібника розробляються і досліджуються теоретичні основи методу несучільних спостережень, які цілком застосовні для блочної електронної тахеометрії.

Теоретичне дослідження випробовується на моделі, яка створювалася на реальній території для проведення землевпорядних робіт садово-городнього товариства.

При побудові моделі виключаються похибки вихідних даних, що дає переваги дослідження моделі польовим вимірам.

Модель будується по принципу генерування істинних похибок вимірювань методом статистичних випробувань Монте-Карло.



4.1 Принципові схеми побудови лінійно-кутових мереж несучільних спостережень

В даний час все ширше застосовуються електронні тахеометри в топографо-геодезичному виробництві. Використання тахеометрів Та 5, ЕОТ 2000, ДІ 35 + Т2, Reg Elta 14, Ельта 2, Ельта 4, НР 3820А, Геодиметр 710, ТАхимат ТСІ і т.п. в значній мірі підвищують точність робіт і кардинально міняють їх технологію.

При цьому забезпечується принцип робіт:

1. Відпадає необхідність розподілу на етапи. Створення планово-висотного обґрунтування здійснюється сумісно з проведенням зйомки рельєфу і ситуації. Зйомка ведеться на пункті відразу після спостережень розвитку опорної мережі.

2. Відсутність розподілу робіт на польові і камеральні. Полові матеріали подають в виїзний польовий центр, де проводиться обробка матеріалів з викреслюванням оригіналу або карти на графопобудувачі.

3. Зсув технічної точності від $m_{\beta} \leq 30."$ 0 до значення $m_{\beta} \leq 2."$ 0. Остання обставина дозволяє значно скоротити кількість надлишкових вимірів і різко підвищити виробничі здібності виконавця.

При цьому, характерною рисою сучасного етапу розвитку топографо-геодезичного виробництва є його універсалізація і інтенсифікація.

Наявність електронних тахеометрів вимагає розробки оптимальних схем і технологій створення опорних мереж. Нижче наведено оптимальні схеми створення опорних лінійно-кутових побудов.

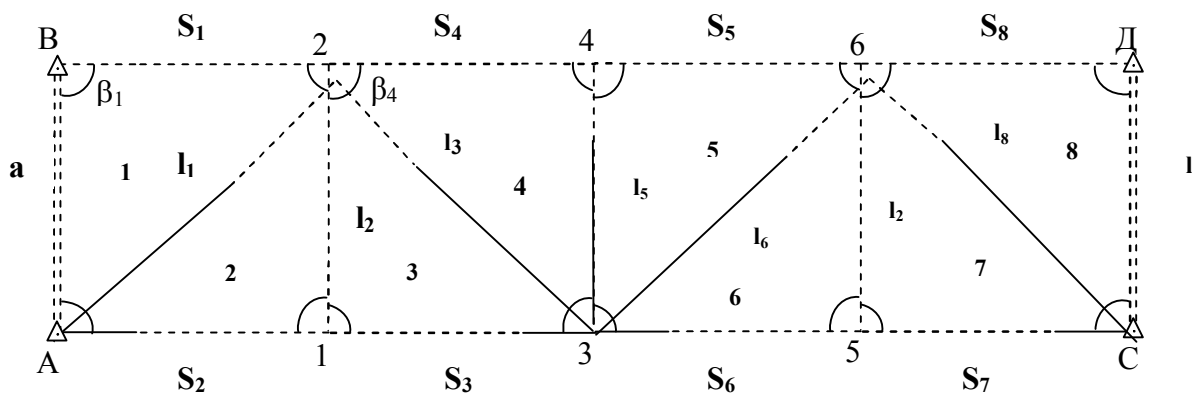
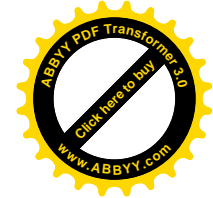
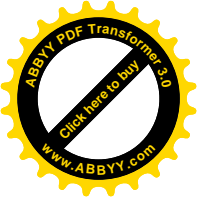


Рис. 4.1 Лінійно-кутовий ряд несучільних спостережень з установкою електронного тахеометру

Як видно на рис.4.1 електронним тахеометром на пункті А виміряні горизонтальні кути δ_1 і δ_2 , а також довжини ліній l_1 і S_2 . Сторона АВ визначена з рішення обернених геодезичних задач. Далі, прилад був встановлений в пункті 3, виміряні кути δ_3 δ_4 δ_5 і δ_6 , а також віддалі S_3 , l_3 , l_4 , l_5 , S_6 . Усі останні елементи ряду розраховані аналітично. Спостереження проведено на 3-х пунктах.

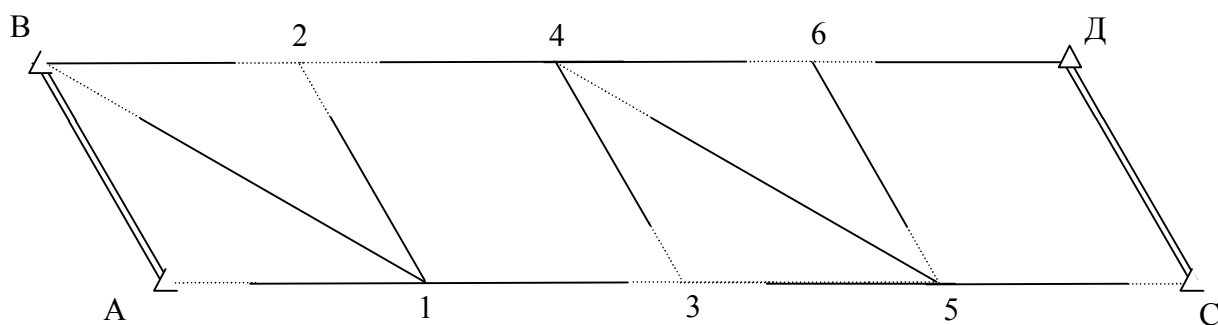


Рис. 4.2 Лінійно-кутовий ряд несучільних спостережень з установкою електронного тахеометру в вихідних пунктах В, Д і визначуваних пунктах 1, 4, 5.

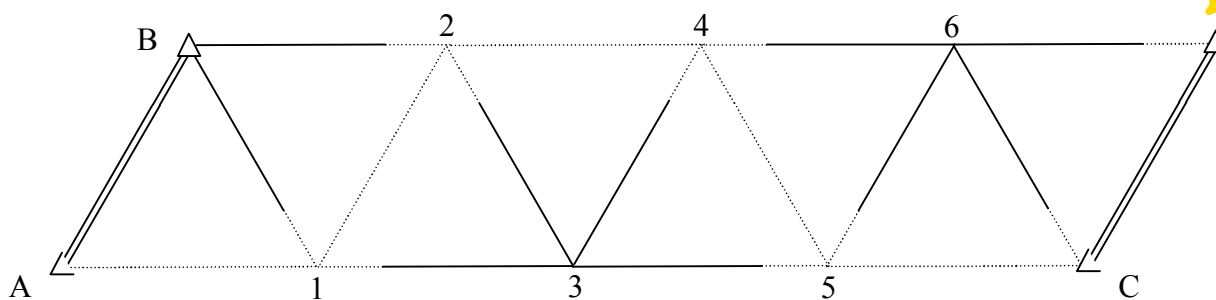
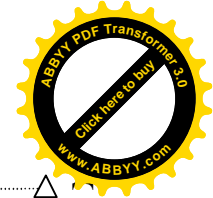
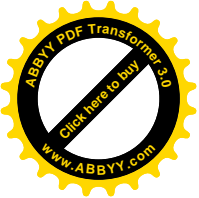


Рис. 4.3. Лінійно-кутовий ряд несучільних спостережень з встановленням електронного тахеометра в вихідному пункті В і в визначуваних пунктах 3 і 6

На рис 4.2 представлений лінійно-кутовий ряд несучільних спостережень, що сполучають трикутники АВ1, В12, 345, 456 і чотирикутники з невимірними діагоналями 1234, 56СД. Спостереження проведені на п'яти пунктах. Необхідних даних досить, щоб зробити зрівнювання й оцінку точності елементів ряду.

На рис 4.3 приведений лінійно-кутовий ряд, що складається з трикутників. Спостереження проведені усього лише на трьох пунктах замість десяти. Наявність надлишкових вимірів, також, дозволяє зробити зрівнювання з оцінкою точності зрівняних елементів.

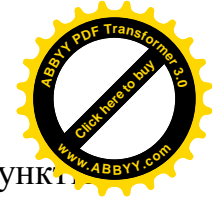
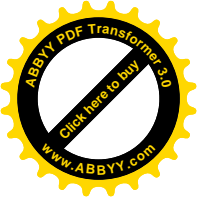
Необхідно відзначити, що дані схеми приводяться вперше, теорії побудови таких мереж немає. Відсутні також формули оцінки точності елементів таких мереж.

На рис 4.4 приведені два ряди лінійно-кутової мережі, що спираються на пункти полігонометрії II, III, IV, V, XIII, XIV, XV і XVI.

У розглянутих рядах спостереження проведені на 6 пунктах замість 28 пунктів традиційних лінійно-кутових побудов суцільних спостережень, що пропонують вимір усіх сторін і всіх кутів мережі.

Неважко побачити, що використавши принцип несучільних спостережень, продуктивність праці виконавця зростає в багато разів, тому що число пунктів, що спостерігаються, скорочується на 78% і складає 22% загального обсягу робіт суцільної мережі спостережень.

На представленій схемі кільцевої мережі (див. рис 4.5) установка елек-



тронного тахеометра і виміру кутів і сторін зроблено тільки з пунктів 3,7,11,15 і 19. На всіх інших пунктах були тільки установлені відбивачі.

Таким чином, для визначення координат двадцяти пунктів, спостереження зроблені тільки на п'яти пунктах.

Дані побудови раціонально застосовувати в будівельній практиці при будівництві різних споруд, що мають у плані форму кола.

На рис 4.6 представлений ряд чотирикутників. Установка приладу

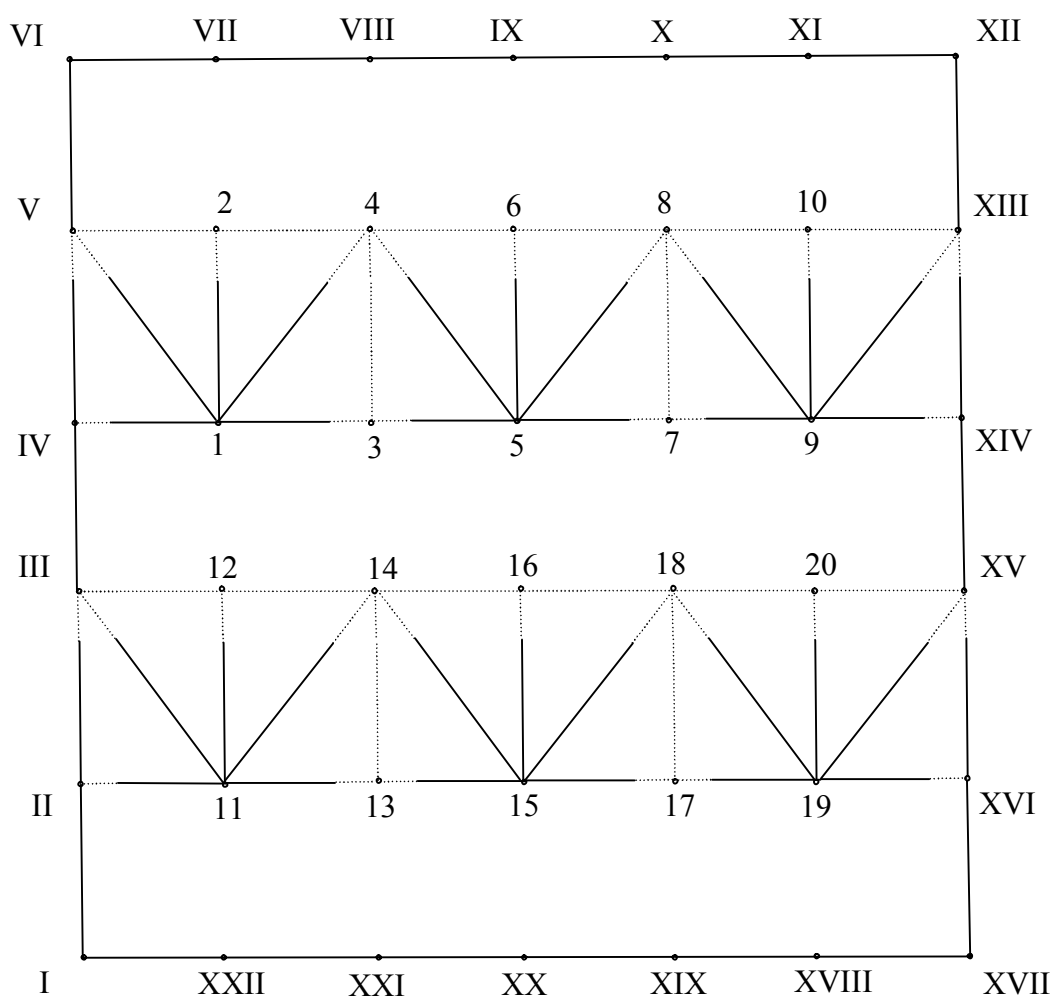
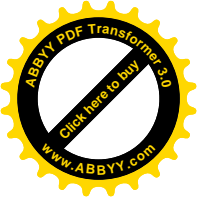


Рис. 4.4. Схема заповнюючої лінійно-кутової мережі несучільних спостережень каркасного ходу полігонометрії

зроблена на пунктах А, І, ІІ і С, на який виміряні горизонтальні кути $\delta_1, \delta_2, \delta_3, \delta_4, \delta_5, \delta_6$ і прив'язочні кути на вихідні пункти В і Д, а також відстані на пункти 1,2,3,4,5 і 6.



На рис 4.7 установка електронного тахеометра зроблена на пунктах 4, 7 і 10, з яких були виміряні кути і відстані на пункти А, У, 2, 3, 5, 6, 8, 9, С і Д.

На рис 4.8 приведений здвоєний ряд лінійно-кутової мережі несучільних спостережень, що спирається на вихідні пункти А, В, С, Д, Е, Ф. Установка електронного тахеометра і вимір кутів і відстаней зроблено з пунктів 1, 3, 7 і 9. В аналогічній лінійно-кутовій мережі суцільних спостережень установка приладу здійснюється на 15 пунктах. Використання принципу несучільних спостережень дозволяє робити спостереження на чотирьох пунктах замість п'ятнадцяти.

Помітимо, до речі, що при спостереженні аналогічної кутової мережі не суцільних спостережень, виміри роблять на дев'яти пунктах замість п'ятнадцяти.

Ряд, представлений на рис 4.9 розвивається в локальній системі координат. Установка електронного тахеометра робиться на пунктах А, З, С, у які вимірюють горизонтальні кути і відстані в усіх напрямках.

На відміну від невірального ряду, у якому виникають умовні рівняння довжин сторін, дирекційних кутів, базису і координатні умовні рівняння, у ряді, представленому на рис 4.9 виникають тільки умовні рівняння сторін і базисне умовне рівняння.

Розглянемо далі центральну систему, що розвивається лінійно-кутовим методом не суцільних спостережень (див. рис 4.10). У даному випадку представлена вільна центральна система, що розвивається лінійно-кутовим методом несучільних спостережень.

Установка електронного тахеометра провадиться в пункті 7 і вимірюються сторони в усіх напрямках. Сторони 1-2, 2-3, 3-4, 4-5 і 5-6 розраховуються по теоремі синусів. У даному випадку виникає умовне рівняння горизонту і полюсне умовне рівняння.

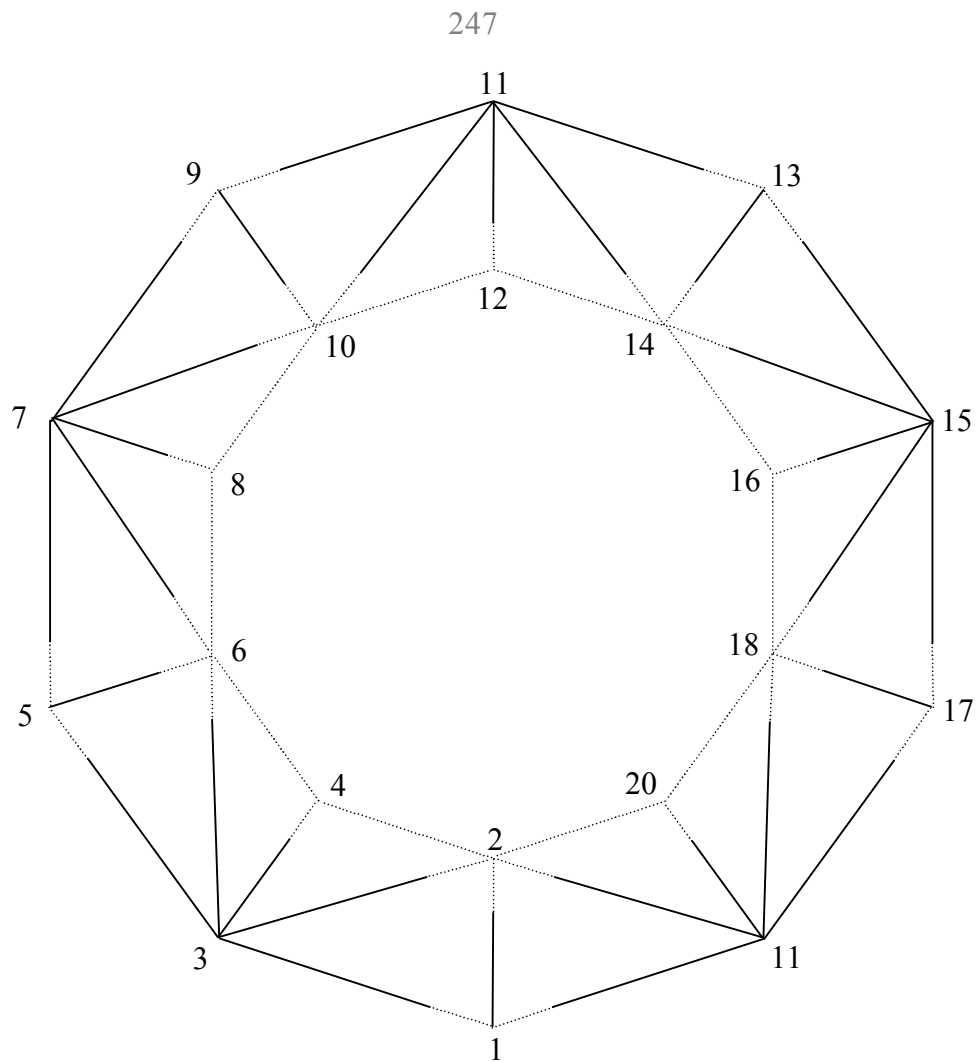
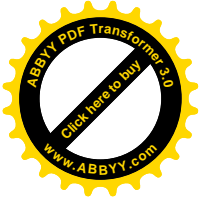
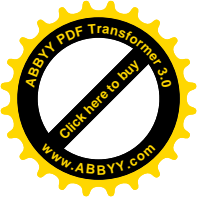
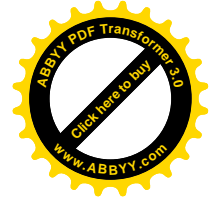
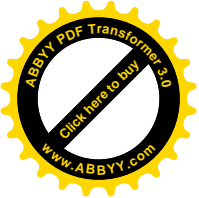


Рис. 4.5. Схема кільцевої сітки, що розвивається методом несучільних спостережень

На рис 4.11 представлений здвоєний вільний ряд лінійно-кутової мережі не суцільних спостережень. Спостереження зроблені на пунктах А,С,4,6,Д и F, тобто на 6 пунктах замість 15 аналогічної мережі суцільних спостережень.

На рис 4.14 представлена вільна лінійно-кутова мережа не суцільних спостережень, що складається з 19 пунктів. Установку електронного тахеометра і вимір кутів і сторін зроблено на вісьми пунктах. На одинадцяти пунктах установку приладу і вимір кутів не робили.

Менш економічний варіант мережі несучільних спостережень представлена на рис 4.15, де установку електронного тахеометра роблять на 11 пунк-



тах замість 19.

У порівнянні з мережею, представленої на рис 4.14 роблять додатково ще спостереження на трьох пунктах, що свідчить про менш економічно доцільний варіант.

Таким чином, надалі необхідно досліджувати можливість і доцільність даних побудов.

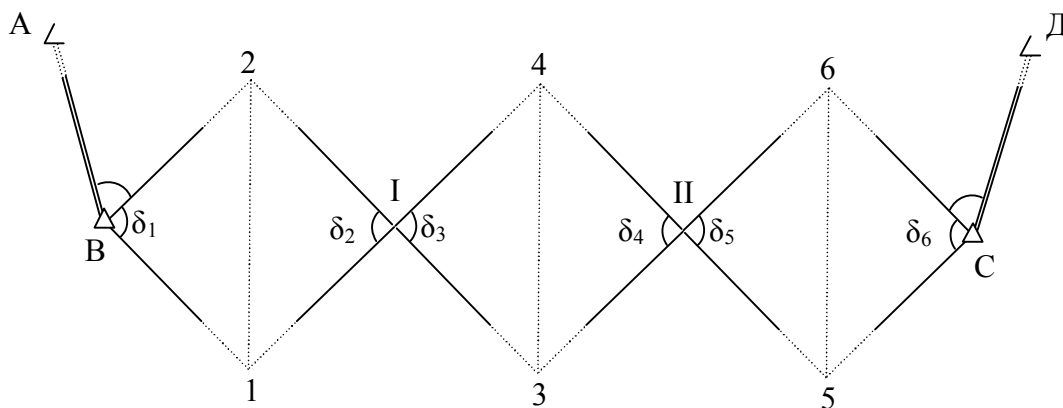


Рис. 4.6. Розвиток ряду трикутників з невимірними діагоналями за принципом несучільних спостережень, що мають один загальний пункт по одній із діагоналей і який опирається на два вихідні пункти з прив'язкою до двох інших вихідних пунктів старшого класу

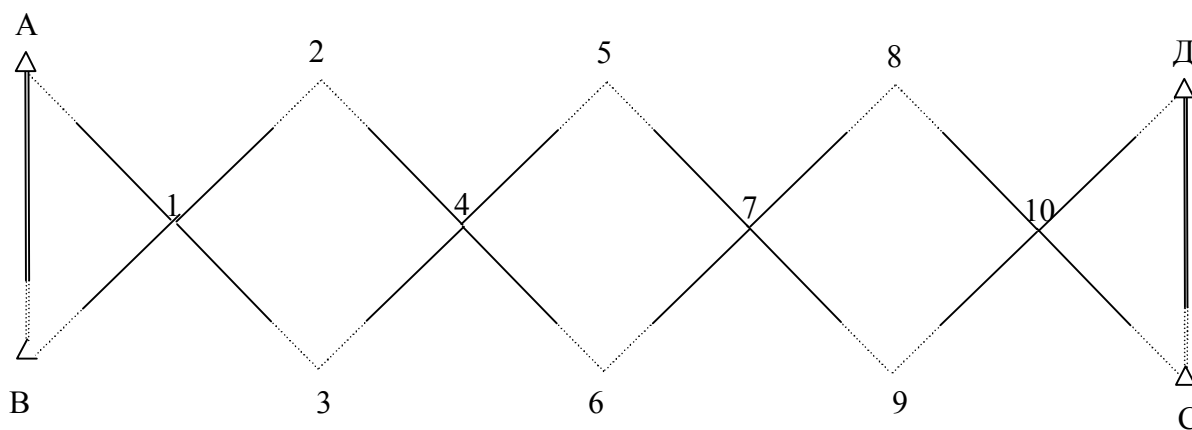


Рис. 4.7. Розвиток ряду трикутників з невимірними діагоналями за принципом несучільних спостережень, що мають один загальний пункт по одній із діагоналей і який опирається на два вихідні пункти з кожної сторони ряду

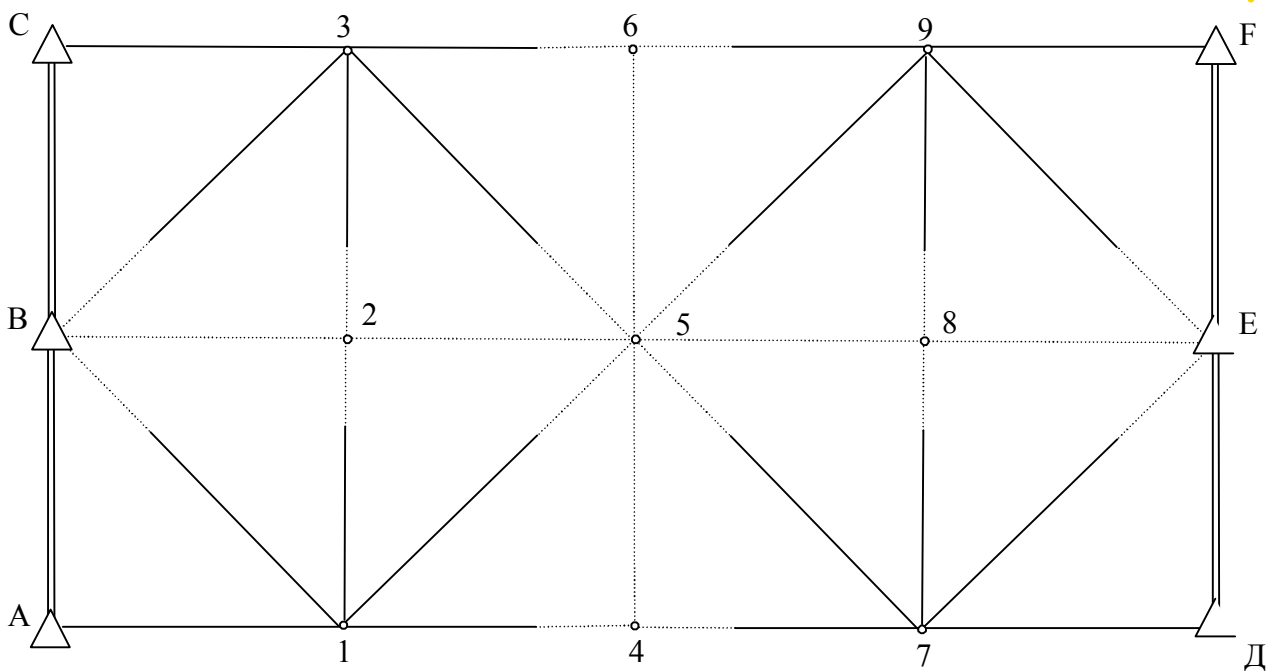


Рис. 4.8. Здвоєний невільний ряд лінійно-кутової мережі несучільних спостережень

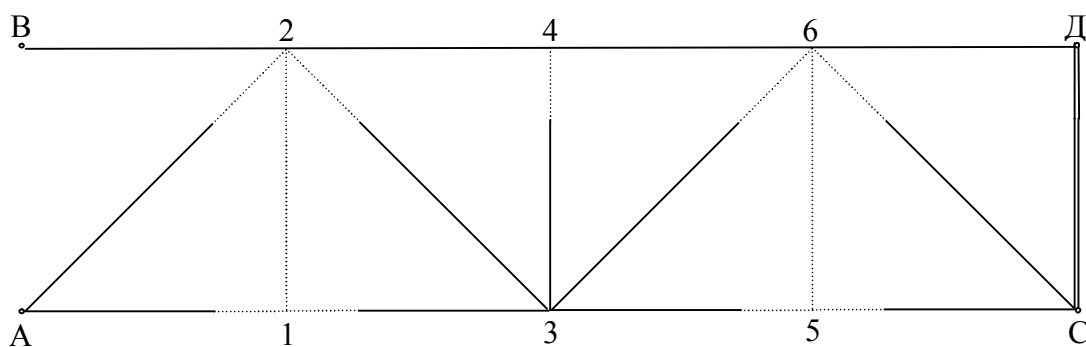


Рис. 4. 9. Вільний лінійно-кутовий ряд несучільних спостережень

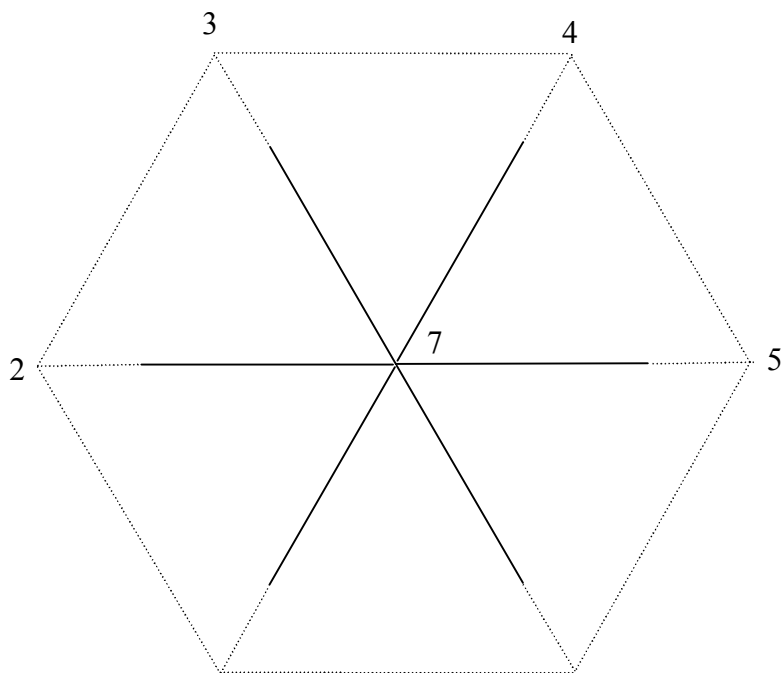
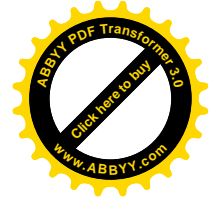
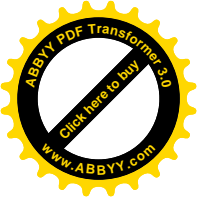


Рис. 4.10. Центральна система, що розвивається лінійно-кутовим методом несучільних спостережень

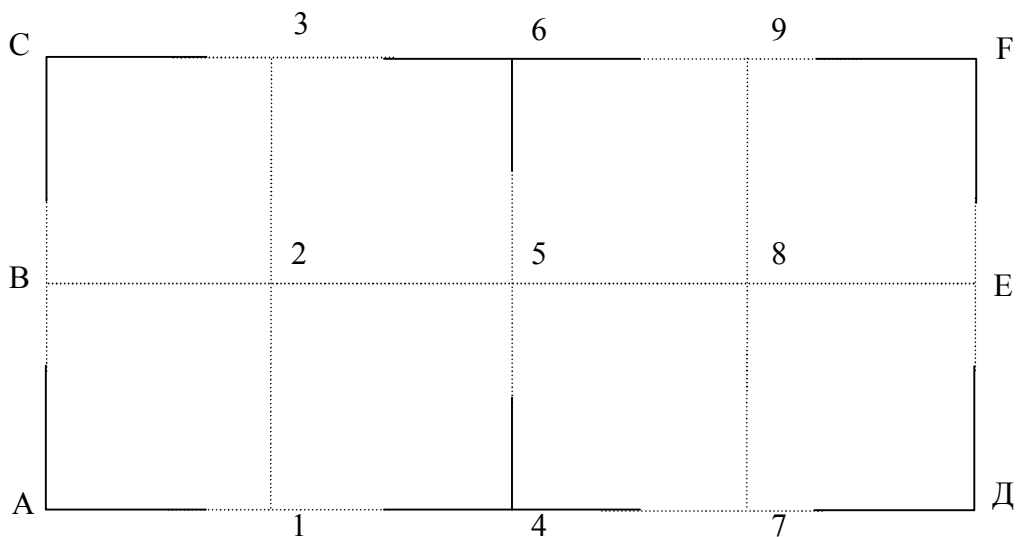


Рис. 4.11. Здвоєний вільний ряд лінійно-кутової мережі несучільних спостережень

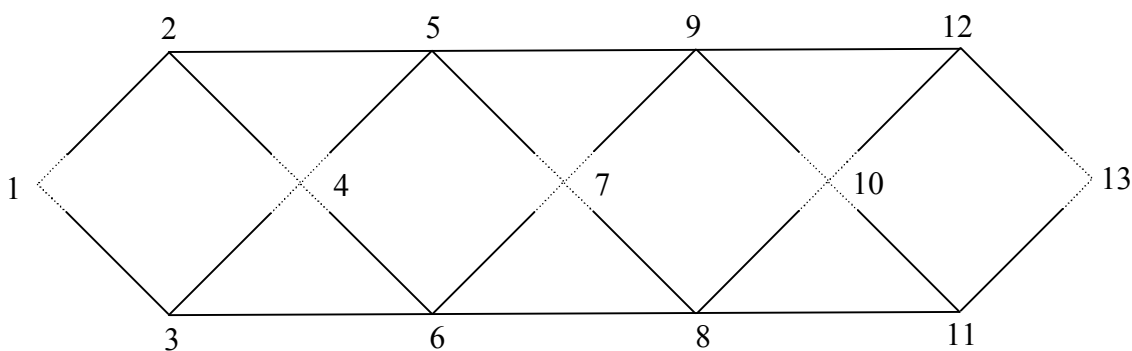
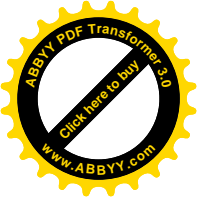


Рис. 4.12. Вільний ряд несучільних спостережень у вигляді геодезичних чотирикутників з невимірними діагоналями і кутами у загальних пунктах

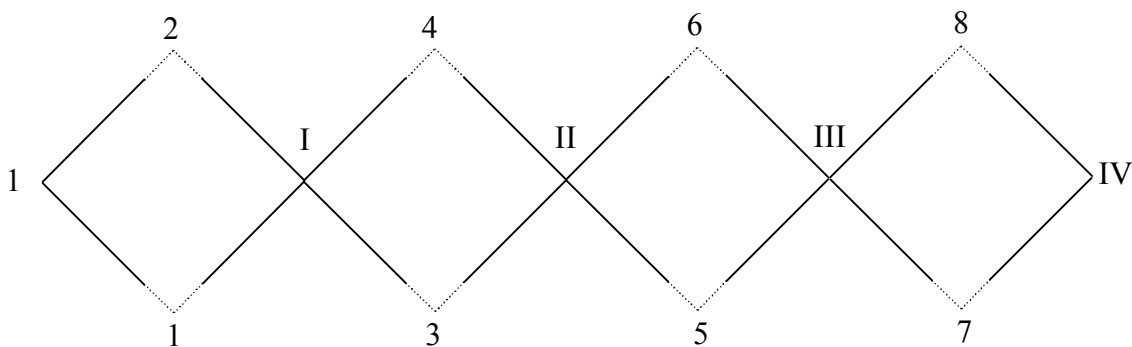


Рис. 4.13 Вільний ряд несучільних спостережень у вигляді геодезичних чотирикутників з невимірними діагоналями і вимірними кутами в їх загальних пунктах

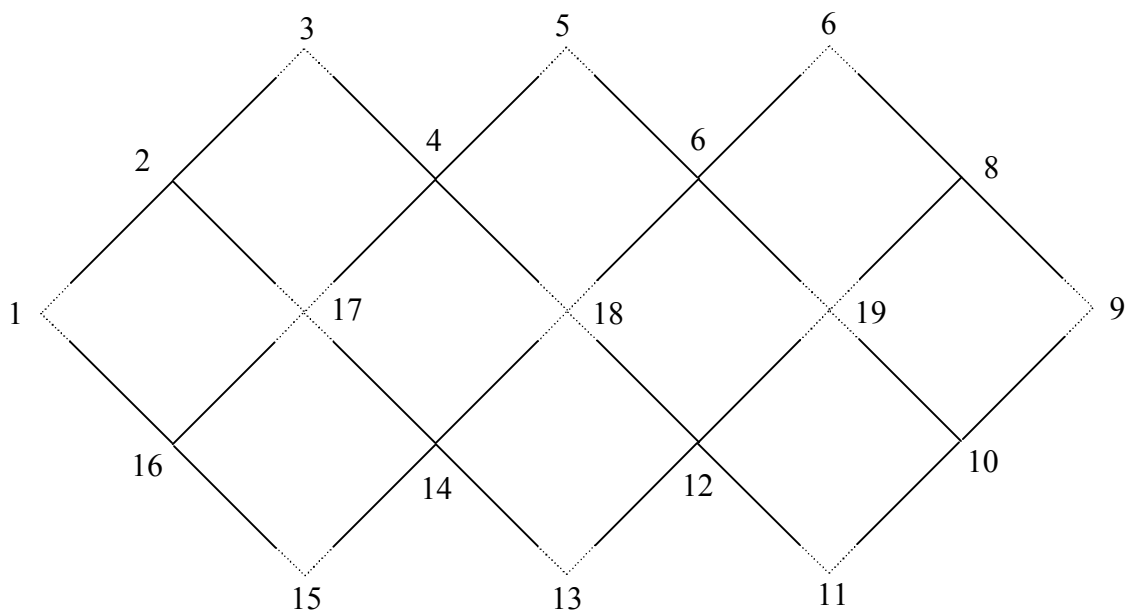
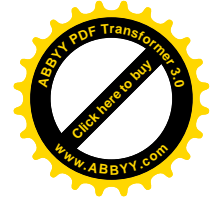
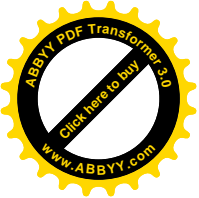


Рис. 4.14. Вільна лінійно-кутова мережа несучільних спостережень

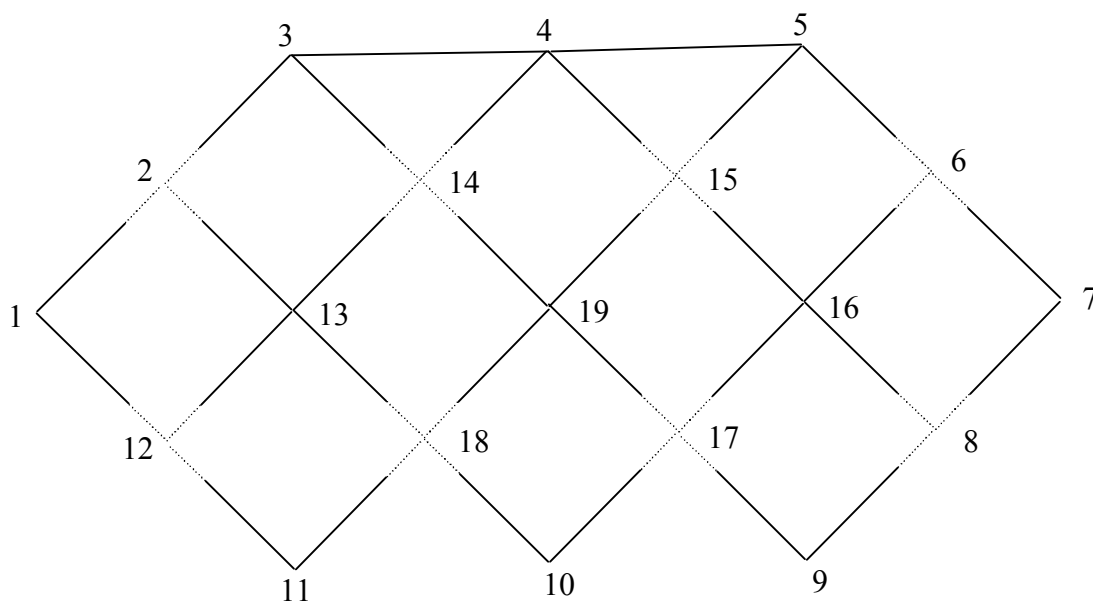
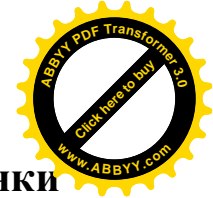
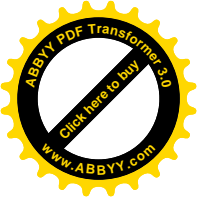


Рис. 4.15. Можливий варіант побудови лінійно-кутової мережі



4.2 Розробка раціональних формул рішення лінійної засічки для реалізації програми на ЕОМ

При створенні геодезичних мереж несучільних спостережень виникає необхідність визначення координат пунктів по відстанях, виміряних електронними віддалемірами.

Для реалізації програми на ЕОМ розроблені раціональні формули.

Розглянемо трикутник, у якого відомі довжини всіх сторін і координати двох вершин (див. рис 4.2.1)

Довжини сторін зв'язані з координатами співвідношеннями

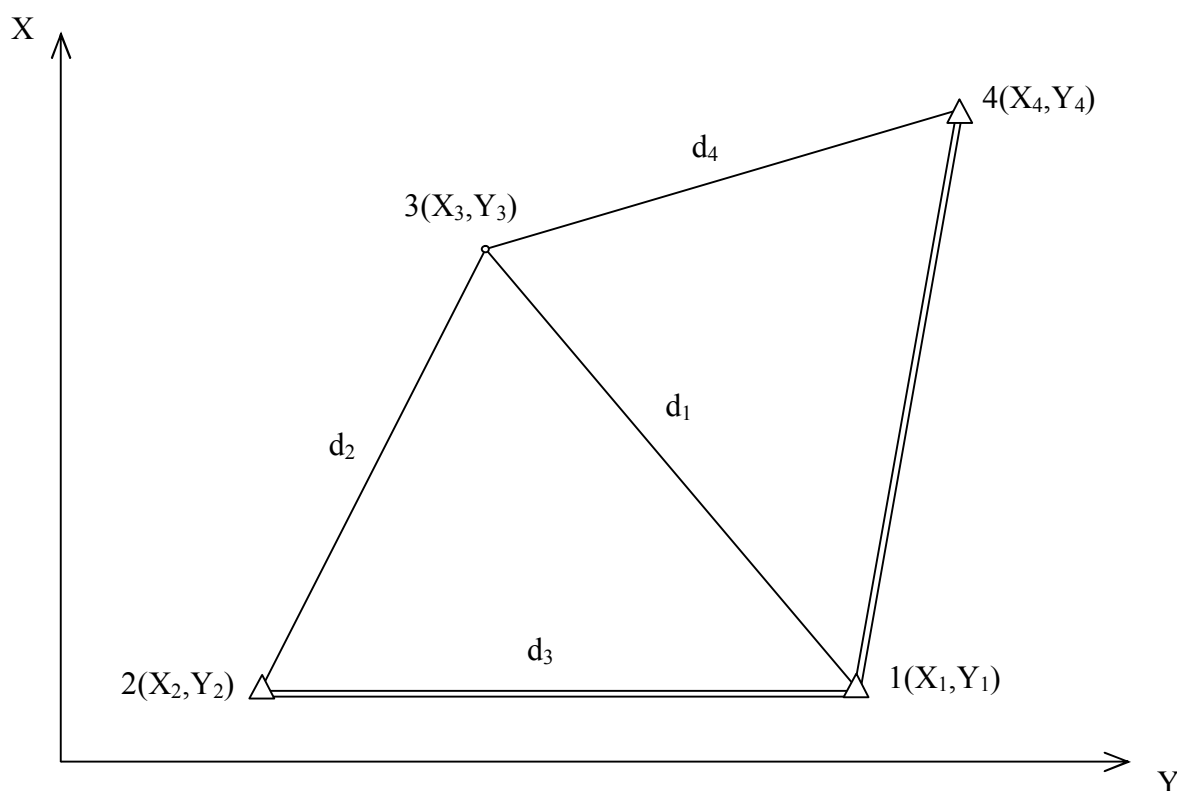
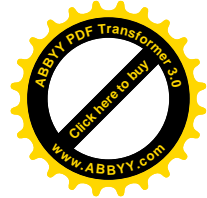
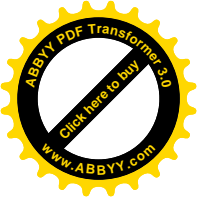


Рис. 4.2.1 Визначення координат за виміряними відстанями

$$\left. \begin{aligned} d_1^2 &= (x_3 - x_1)^2 + (y_3 - y_1)^2 \\ d_2^2 &= (x_3 - x_2)^2 + (y_3 - y_2)^2 \\ d_3^2 &= (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 \end{aligned} \right\}, \quad (4.2.1)$$

де d_1, d_2 – вимірювані відстані;



x_3, y_3 – координати обумовленого пункту;

x_1, y_1, x_2, y_2 – координати вихідних пунктів.

Віднімаючи з першого рівняння системи (3.2.1) друге і вирішуючи його щодо абсциси обумовленої крапки, після деяких перетворень будемо мати

$$x_3 = \frac{d_1^2 - d_2^2 + x_2^2 - x_1^2 + y_2^2 - y_1^2 - 2y_3(y_2 - y_1)}{2(x_2 - x_1)}. \quad (4.2.2)$$

формула визначення площі трикутника по координатах його вершин має вид

$$2S = x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2), \quad (4.2.3)$$

де S – площа трикутника

З рівняння (4.2.3) визначимо значення величини x_3

$$x_3 = \frac{2S + y_3(x_1 - x_2) + x_2y_1 - x_1y_2}{y_1 - y_2}. \quad (4.2.4)$$

Вирішуючи спільно рівняння (4.2.2) і (4.2.4) відносно y_3 і приймаючи в увагу третє рівняння системи (3.2.1), одержимо

$$y_3 = \frac{2(x_2 - x_1)(2S + x_2y_1 - x_1y_2) - (y_1 - y_2)(d_1^2 - d_2^2 + x_2^2 - x_1^2 + y_2^2 - y_1^2)}{2d_3^2}. \quad (4.2.5)$$

Площу трикутника обчислюють, використовуючи вираження

$$S = \sqrt{P(P - d_1)(P - d_2)(P - d_3)}, \quad (4.2.6)$$

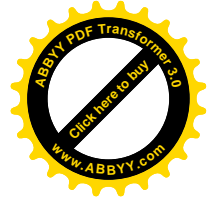
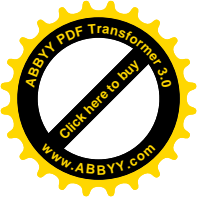
$$\text{де } P = \frac{1}{2}(d_1 + d_2 + d_3).$$

Абсцису шуканої крапки можна одержати по формулах (4.2.2) і (4.2.4). практично застосовувати рівність (4.2.5) незручно, тому переходять до нової системи координат

$$x'_i = x_i - x_1 \quad (4.2.7)$$

$$y'_i = y_i - y_1. \quad (4.2.8)$$

Після перетворення формули (4.2.5) і (4.2.4) приймуть вид



$$y_3' = \frac{4x_2'S + y_2'(d_1^2 - d_2^2 + x_2'^2 + y_2'^2)}{2d_3^2}, \quad (4.2.9)$$

$$x_3' = \frac{y_3'x_2' - 2S}{y_2'}, \quad (4.2.10)$$

де x_2' , y_2' , x_3' , y_3' , – перетворення координат.

При $y_2'=0$, x_3' знаходять з виразу

$$x_3' = \frac{d_1^2 - d_2^2 + x_2'^2 + y_2'^2 - y_3'y_2'}{2x_2'^2}. \quad (4.2.11)$$

Проконтролювати обчислення можна, використовуючи рівність

$$d_1 = \sqrt{x_3'^2 + y_3'^2} \quad (4.2.12)$$

Виконавши обчислення по формулах (4.2.9) і (4.2.10), переходять до старої системи координат

$$x_3 = x_3' + x_1, \quad (4.2.13)$$

$$y_3 = y_3' + y_1. \quad (4.2.14)$$

Правильність визначення положення третьої вершини трикутника можна здійснити шляхом виміру додаткової відстані d_4 і порівнянням його з обчисленим

$$d_4 = \sqrt{(x_3 - x_4)^2 + (y_3 - y_4)^2} \quad (4.2.15)$$

Розбіжності у відстанях вважаються припустимими, якщо

$$d_{4\text{выч.}} - d_{4\text{изм.}} \leq m_{d_4}, \quad (4.2.16)$$

де m_{d_4} - середня квадратична помилка виміру відстані d_4 .

Отримані вище формули покладені в основу програми розрахунку координат лінійно-кутової мережі не суцільних спостережень.

4.2.1 Постановка проблеми дослідження. Побудова моделі

На території конкретного садово-городнього товариства запроєктовано геодезичну опору у вигляді трьох чотирикутників $AB23$, 2356 , $56CD$. Посередині кожного чотирикутника запроєктовано центральні пункти 1, 4, і 7, у яких устанавлюється електронний тахеометр і вимірюються всі горизонтальні кути і сторони. Пунктирною лінією позначений напрям ходової лінії для передачі дирекційних кутів і координат. Пункти A, B, C, D є пунктами старшого класу, або визначені по системі GPS.

Необхідно дослідити точність визначення координат пунктів, розробити теоретичні положення строгого зрівнювання, виконати оцінку точності зрівноважених елементів мережі.

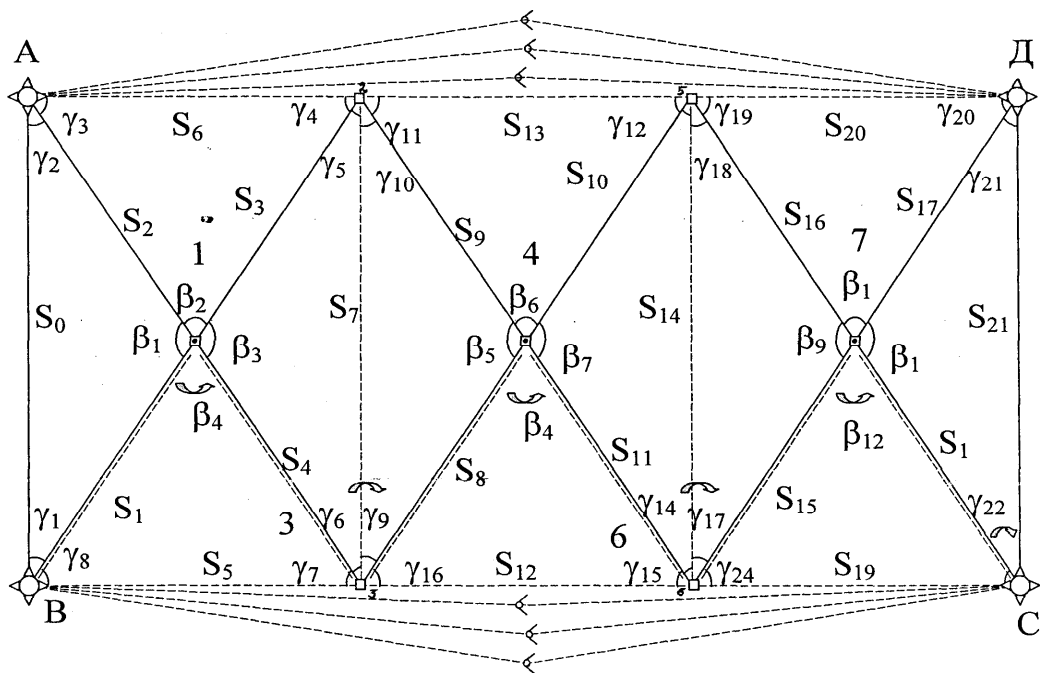
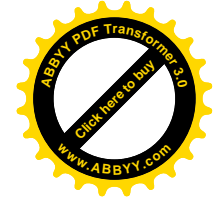
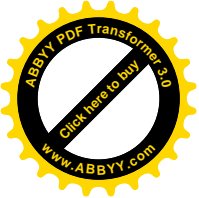


Рис.4.2.2. Принципова схема лінійно-кутового методу несучільних спостережень, реалізованого на прикладі блочної електронної тахеометрії

Розроблена автором технологія створення геодезичних мереж лінійно-кутовим методом несучільних спостережень знайшла застосування у блочній електронній тахеометрії, тому доцільно навести теоретичні положення і розглянути їх на практичному прикладі. Невиміряні сторони показано пунктирними лініями. Виміряні сторони показані суцільними лініями, які переходять



в пунктирні.

Якщо спостереження вихідних пунктів ведуться приймачами GPS по прийому сигналів із трьох і більше штучних супутників Землі, даються пунктирними лініями напрямки на супутники.

За нормальним законом розподілення генерувались істинні похибки вимірювання кутів $\Delta\beta=2''$ і сторін $\Delta S=5\text{мм}$.

Таблиця 4.1.

Побудова спотвореної моделі.

Лінійні величини $\Delta S=5\text{мм}$				Кутові величини $\Delta\beta=2''$			
сторони	істинні (м)	ΔS_i (мм)	Спотворені (м)	кути	істинні	$\Delta\beta_i''$ (сек)	Спотворені
S ₁	172.000	-3.8	171.9962	β_1	110°00' 00.00"	-1.51	109°59' 58.49"
S ₂	172.000	+1.5	172.0015	β_2	0°00' 00.00"	+0.61	70°00' 00.61"
S ₃	172.000	+3.7	172.0037	β_3	110°00' 00.00"	+1.48	110°00' 01.48"
S ₄	172.000	+2.3	172.0023	β_4	70°00' 00.00"	+0.92	70°00' 00.92"
S ₈	160.000	+3.0	160.0030	β_5	123°30' 00.00"	+1.20	123°30' 01.20"
S ₉	160.000	-4.3	159.9957	β_6	56°30' 00.00"	-1.71	56°29' 58.29"
S ₁₀	160.000	-0.1	159.9999	β_7	123°30' 00.00"	-0.04	123°29' 59.96"
S ₁₁	160.000	-0.4	159.9996	β_8	56°30' 00.00"	-0.18	56°29' 58.82"
S ₁₅	172.000	-3.9	171.9961	β_9	110°00' 00.00"	-1.57	109°59' 58.43"
S ₁₆	172.000	+4.5	172.0045	β_{10}	70°00' 00.00"	+1.80	70°00' 01.80"
S ₁₇	172.000	+2.0	172.0020	β_{11}	110°00' 00.00"	+0.80	110°00' 00.82"
S ₁₈	172.000	+0.3	172.0003	β_{12}	70°00' 00.00"	+0.13	70°00' 00.13"

4.3 Розробка умовного рівняння трикутника

В дослідженій мережі виникає два умовні рівняння трикутників, у яких виміряні дві сторони і кут між ними. Сторони опираються на вихідну сторону, визначену з більш високою точністю.

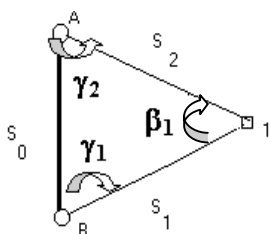


Рис.4.3.1. Трикутник лінійно-кутового методу несучільних спостережень в нашому випадку отримаємо

$$ctgX + ctgY = \frac{\sin(X + Y)}{\sin X + \sin Y}, \tag{4.3.1}$$

$$ctg\gamma_1 + ctg\beta_1 = \frac{\sin(\gamma_1 + \beta_1)}{\sin \gamma_1 \sin \beta_1}, \tag{4.3.2}$$

де γ_1 –невиміряний кут, β_1 -виміряний кут на пункті 1.

Представимо вираз (4.2) у вигляді

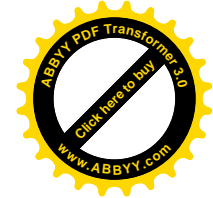
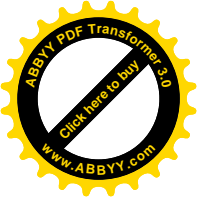
$$ctg\gamma_1 + ctg\beta_1 = \frac{\sin(180^\circ - \gamma_1)}{\sin \gamma_1 \sin \beta_1},$$

$$ctg\gamma_1 + ctg\beta_1 = \frac{\sin \gamma_2}{\sin \gamma_1 \sin \beta_1}, \tag{4.3.3}$$

Згідно теореми синусів запишемо

$$\frac{S_0}{\sin \beta_1} = \frac{S_1}{\sin \gamma_2} = \frac{S_2}{\sin \gamma_1}, \tag{4.3.4}$$

Звідки



$$\frac{\sin \gamma_2}{\sin \gamma_1} = \frac{S_1}{S_2}, \quad (4.3.5)$$

Підставляючи (4.5) у (4.4), запишемо

$$ctg \gamma_1 + ctg \beta_1 = \frac{S_1}{S_2 \sin \beta_1}, \quad (4.3.6)$$

Тому невимірний кут γ_1 можна розрахувати за формулою

$$ctg \gamma_1 = \frac{S_1}{S_2 \sin \beta_1} - ctg \beta_1, \quad (4.3.7)$$

або

$$ctg \gamma_1 = \frac{S_1}{S_2 \sin \beta_1} - \frac{\cos \beta_1}{\sin \beta_1},$$

тобто

$$ctg \gamma_1 = \frac{S_1 - S_2 \cos \beta_1}{S_2 \sin \beta_1},$$

$$tg \gamma_1 = \frac{S_2 \sin \beta_1}{S_1 - S_2 \cos \beta_1}, \quad (4.3.8)$$

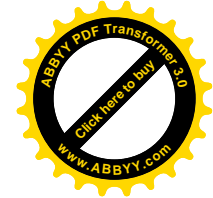
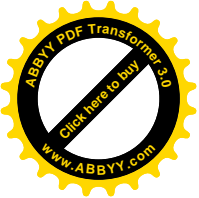
Міркуючи по аналогії

$$ctg \gamma_2 = \frac{S_2}{S_1 \sin \beta_1} - ctg \beta_1, \quad (4.3.9)$$

або

$$tg \gamma_1 = \frac{S_1 \sin \beta_1}{S_2 - S_1 \cos \beta_1}, \quad (4.3.10)$$

Формули (4.7), (4.8), (4.9), (4.10) будуть робочими формулами для визначення невимірних кутів в трикутнику лінійно-кутового методу не-суцільних спостережень.



Згідно теореми косинусів запишемо

$$S_0^2 = S_1^2 - 2S_1S_2 \cos \beta_1 + S_2^2, \quad (4.3.11)$$

Продиференціювавши (4.11) по незалежним змінним, будемо мати

$$2S_0 dS_0 = 2S_1 dS_1 + 2S_2 dS_2 - 2S_2 \cos \beta_1 dS_1 - \\ - 2S_1 \cos \beta_1 dS_2 + 2S_1S_2 \sin \beta_1 \frac{d\beta_1}{\rho} \quad (4.3.12)$$

або

$$S_0 dS_0 = (S_1 - S_2 \cos \beta_1) dS_1 + (S_2 - S_1 \cos \beta_1) dS_2 + \\ + S_1S_2 \sin \beta_1 \frac{d\beta_1}{\rho} \quad (4.3.13)$$

Представимо формули (4.3.7) (4.3.9) у вигляді

$$S_2 \operatorname{ctg} \gamma_1 \sin \beta_1 = S_1 - S_2 \cos \beta_1, \quad (4.3.14)$$

і

$$S_1 \operatorname{ctg} \gamma_2 \sin \beta_1 = S_2 - S_1 \cos \beta_1, \quad (4.3.15)$$

$$S_0 dS = dS_1 S_2 \operatorname{ctg} \gamma_1 \sin \beta_1 + dS_2 S_1 \operatorname{ctg} \gamma_2 \sin \beta_1 + S_1 S_2 \sin \beta_1 \frac{d\beta_1}{\rho}, \quad (4.3.16)$$

Тоді, вираз (4.3.13) з врахуванням формули (4.3.14) і (4.3.15) буде (4.2.16)

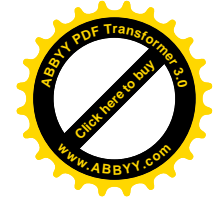
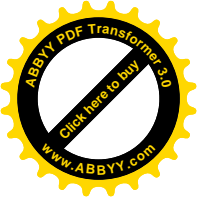
Якщо вихідна сторона S_0 відома на порядок з вищою точністю, то вона буде

const, і $S_0=0$, тоді вираз набуде вигляду

$$dS_1 S_2 \operatorname{ctg} \gamma_1 \sin \beta_1 + dS_2 S_1 \operatorname{ctg} \gamma_2 \sin \beta_1 + S_1 S_2 \sin \beta_1 \frac{d\beta_1}{\rho}, \quad (4.3.17)$$

Помножимо на $\frac{\rho}{(S_1 - S_2) \sin \beta_1}$ кожний член виразу (4.3.17) і

отримаємо



$$\frac{\rho}{S_1} \operatorname{ctg} \gamma_1 dS_1 + \frac{\rho}{S_2} \operatorname{ctg} \gamma_2 dS_2 + d\beta_1 = 0, \quad (4.3.18)$$

Формула (4.2.18) справедлива при безпомилкових вимірах S_1 S_2 β_1 .

При наявності додаткових похибок вимірів формула (4.3.18) набуває вигляду

$$\frac{\rho}{S_1} \operatorname{ctg} \gamma_1 dS_1 + \frac{\rho}{S_2} \operatorname{ctg} \gamma_2 dS_2 + d\beta_1 - W = 0, \quad (4.3.19)$$

І замінюючи диференціали поправками у виміряні величини, отримаємо

$$\frac{\rho}{S_1} \operatorname{ctg} \gamma_1 (S_1) + \frac{\rho}{S_2} \operatorname{ctg} \gamma_2 (S_2) + (\beta_1) - W = 0, \quad (4.3.20)$$

умовне рівняння трикутника лінійно-кутового методу несучільних спостережень де

(S_1) , (S_2) , β_1 - поправки у відповідні виміряні величини, які необхідно знайти за способом найменших квадратів.

Вільний член

$$W_1 = \beta_{1_{\text{виміряне}}} - \beta_{1_{\text{вираховане}}}, \quad (4.3.21)$$

По розробленій програмі вільний член розраховується за формулою

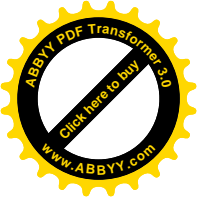
$$W'_1 = \beta_{1_{\text{вираховане}}} - \beta_{1_{\text{виміряне}}}, \quad (4.3.22)$$

Тоді формула (4.3.20) набуває вигляду

$$-\frac{\rho}{S_1} \operatorname{ctg} \gamma_1 (S_1) - \frac{\rho}{S_2} \operatorname{ctg} \gamma_2 (S_2) - (\beta_1) + W'_1 = 0, \quad (4.3.23)$$

Аналогічно для трикутника СД7 будемо мати

$$-\frac{\rho}{S_{17}} \operatorname{ctg} \gamma_{21} (S_{17}) - \frac{\rho}{S_{18}} \operatorname{ctg} \gamma_{22} (S_{18}) - (\beta_{11}) + W'_2 = 0, \quad (4.3.24)$$



$$\text{де } W_2' = \beta_{11_{\text{вирхуване}}} - \beta_{11_{\text{виміряні}}} , \quad (4.3.25)$$

Таким чином, розроблені умовні рівняння трикутників в лінійно-кутовому ряді несучільних спостережень, які дають можливість в подальшому примінити процедуру строгого зрівноваження для визначення імовірних значень елементів.

4.4. Вивід умовного рівняння геодезичного чотирикутника

В лінійно-кутовому методі несучільних спостережень розглядаються чотирикутники без діагоналей, у яких виміряні всі сторони і два протилежні кути. Аналогічні чотирикутники розглядаються в електронній блочній тахеометрії.

За теоремою косинусів для трикутника 123 запишемо

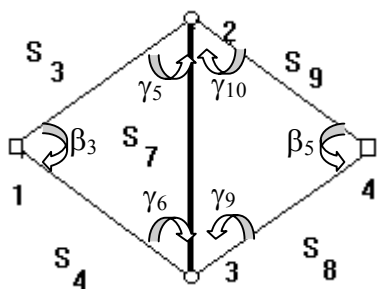


Рис.4.4.1. Схема чотирикутника 1234.

$$S_7^2 = S_3^2 + S_4^2 - 2S_3S_4 \cos \beta_3, \quad (4.4.1)$$

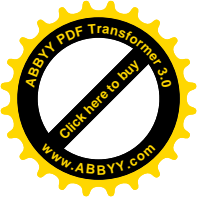
Диференціюючи (4.3.1) отримаємо

$$2S_7 dS_7 = 2S_3 dS_3 + 2S_4 dS_4 - 2S_4 \cos \beta_3 dS_3 - \\ - 2S_3 \cos \beta_4 dS_4 + 2S_3 \sin \beta_3 \frac{d\beta_3}{\rho}, \quad (4.4.2)$$

Або

$$S_7 dS_7 = (S_3 - S_4 \cos \beta_3) dS_3 + (S_4 - S_3 \cos \beta_3) dS_4 + S_3 S_4 \sin \beta_3 \frac{d\beta_3}{\rho}, \quad (4.4.3)$$

З врахуванням очевидних співвідношень, як і раніше отримаємо



$$S_3 \operatorname{ctg} \gamma_6 \sin \beta_3 = S_4 - S_3 \cos \beta_3, \quad (4.4.4)$$

$$S_4 \operatorname{ctg} \gamma_5 \sin \beta_3 = S_3 - S_4 \cos \beta_4, \quad (4.4.5)$$

Отримаємо

$$S_7 dS_7 + S_4 \gamma_5 \sin \beta_3 dS_3 + S_3 \operatorname{ctg} \gamma_6 \sin \beta_3 dS_4 + S_3 S_4 \sin \beta_3 \frac{d\beta_3}{\rho}, \quad (4.4.6)$$

Згідно теореми синусів запишемо

$$\frac{S_7}{\sin \beta_4} = \frac{S_3}{\sin \gamma_6} = \frac{S_4}{\sin \gamma_5}, \quad (4.4.7)$$

Звідки

$$S_4 = \frac{S_7 \sin \gamma_5}{\sin \beta_3}; \quad S_3 = \frac{S_7 \sin \gamma_6}{\sin \beta_3}, \quad (4.4.8)$$

Підставляючи (4.4.8) у (4.4.6) будемо мати

$$\begin{aligned} S_7 dS_7 = & S_7 \frac{\sin \gamma_5 \cos \gamma_5}{\sin \beta_3 \sin \gamma_5} \sin \beta_3 dS_3 + S_7 \frac{\sin \gamma_6 \cos \gamma_6}{\sin \beta_3 \sin \gamma_6} \sin \beta_3 dS_4 + \\ & + S_7 \frac{\sin \gamma_6}{\sin \beta_3} S_4 \sin \beta_3 \frac{d\beta_3}{\rho} \end{aligned} \quad (4.4.9)$$

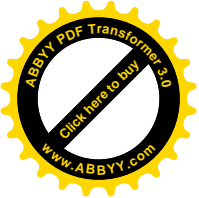
І після деяких перетворень

$$dS'_7 = \cos \gamma_5 dS_3 + \cos \gamma_6 dS_4 + \sin \gamma_6 \frac{S_4}{\rho} d\beta_3, \quad (4.4.10)$$

По аналогії для трикутника 234 запишемо

$$dS'_7 = \cos \gamma_{10} dS_9 + \cos \gamma_9 dS_8 + \sin \gamma_9 \frac{S_8}{\rho} d\beta_5, \quad (4.4.11)$$

Замінюючи диференціали поправками у виміряні величини, умовне рівняння чотирикутника представимо у вигляді



$$\cos \gamma_5 (S_3) + \cos \gamma_6 (S_4) + \frac{S_4}{\rho} \sin \gamma_6 (\beta_3) - \cos \gamma_{10} (S_9) - \cos \gamma_9 (S_8) - \sin \gamma_9 \frac{S_8}{\rho} (\beta_5) + W_3 = 0$$

(4.4.12)

$$\text{де} \quad W_3 = S_7 - S_7' \quad (4.4.13)$$

S_7 ,- діагональ вирахована із трикутника 123 , S_7' – діагональ вирахована із трикутника 234 , (S_3) , (S_4) , (β_3) – поправки у виміряні відповідні величини у трикутнику 123 , (S_9) , (S_8) , (β_5) – поправки у виміряні величини у трикутнику 234.

По аналогії для чотирикутника 4567 умовне рівняння буде

$$\cos \gamma_{13} (S_{10}) + \cos \gamma_{14} (S_{11}) + \frac{S_{11}}{\rho} \sin \gamma_{14} (\beta_7) - \cos \gamma_{18} (S_{16}) - \cos \gamma_{17} (S_{15}) - \sin \gamma_{17} \frac{S_{15}}{\rho} (\beta_9) + W_4 = 0$$

(4.4.14)

$$\text{де} \quad W_4 = S_{14} - S_{14}' \quad (4.4.15)$$

4.5. Вивід умовного рівняння дирекційних кутів

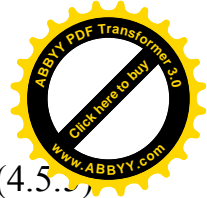
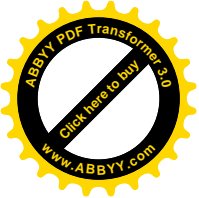
Передача дирекційних кутів виконується по ходовій лінії поміченій на рис.4.16. пунктирною лінією.

$$\alpha_{\beta 1} = \alpha_{AB} \pm 180^0 + \gamma_1, \quad (4.5.1)$$

$$\alpha_{13} = \alpha_{\beta 1} \pm 180^0 - \beta_4, \quad (4.5.2)$$

$$\alpha_{34} = \alpha_{13} \pm 180^0 + \gamma_6 + \gamma_9, \quad (4.5.3)$$

$$\alpha_{46} = \alpha_{34} \pm 180^0 - \beta_8, \quad (4.5.4)$$



$$\alpha_{67} = \alpha_{46} \pm 180^0 + \gamma_{14} + \gamma_{17}, \quad (4.5.5)$$

$$\alpha_{7c} = \alpha_{67} \pm 180^0 - \beta_{12}, \quad (4.5.6)$$

$$\alpha_{CD} = \alpha_{7C} \pm 180^0 + \gamma_{22}, \quad (4.5.7)$$

і

$$\alpha_{CD} = \alpha_{AB} \pm 180^0 + \gamma_1 \pm 180^0 + \gamma_6 + \gamma_9 \pm 180^0 - \beta_8 \pm 180^0 + \gamma_{14} + \gamma_{17} \pm 180^0 - \beta_{12} \pm 180^0 + \gamma_{22}, \quad (4.5.8)$$

Диференціюючи формули (4.5.1) – (4.5.7) і переходячи до поправок , умовне рівняння дирекційних кутів представимо у вигляді

$$(\gamma_1) + (\gamma_6) + (\gamma_9) + (\gamma_{14}) + (\gamma_{17}) + (\gamma_{22}) - (\beta_4) - (\beta_8) - (\beta_{12}) + W_\alpha = 0, \quad (4.5.9)$$

де

$$(\alpha_{B1}) = (\gamma_1), \quad (4.5.10)$$

$$(\alpha_{13}) = (\alpha_{B1}) - (\beta_4), \quad (4.5.11)$$

$$(\alpha_{34}) = (\alpha_{13}) + (\gamma_6) + (\gamma_9), \quad (4.5.12)$$

$$(\alpha_{46}) = (\alpha_{34}) - (\beta_8), \quad (4.5.13)$$

$$(\alpha_{67}) = (\alpha_{46}) + (\gamma_{14}) + (\gamma_{17}), \quad (4.5.14)$$

$$(\alpha_{7C}) = (\alpha_{67}) - (\beta_{12}), \quad (4.5.15)$$

$$(\alpha_{CD}) = (\alpha_{7C}) + (\gamma_{22}), \quad (4.5.16)$$

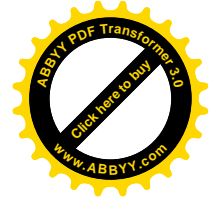
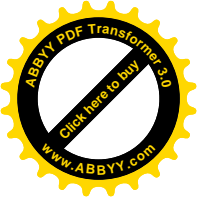
де вимірний член умовного рівняння дирекційних кутів

$$W_\alpha = \alpha_{CD \text{ вирах.}} - \alpha_{CD \text{ двихідн.}}, \quad (4.5.17)$$

Для трикутника АВ1 невимірний кут γ_1 розраховується за формулою

$$\gamma_1 = \text{arcctg} \left[\frac{S_1}{S_2 \sin \beta_1} - \text{ctg} \beta_1 \right], \quad (4.5.18)$$

Диференціюючи формулу (4.5.18) по змінній S_2 і враховуючи , що похідні



$$(\operatorname{arcctg} X)' = -\frac{1}{1+x^2},$$

$$\left(\frac{U}{V}\right)' = \frac{VU' - UV'}{V^2},$$

$$(\sin X)' = \cos X,$$

$$(\operatorname{ctg} X)' = -\frac{1}{\sin^2 X},$$

одержимо

$$\frac{\partial \gamma_1}{\partial S_2} = -\frac{\frac{S_1 \sin \beta_1}{S_2 \sin^2 \beta_1}}{1 + \left[\frac{S_1}{S_2 \sin \beta_1} - \operatorname{ctg} \beta_1 \right]^2},$$

або

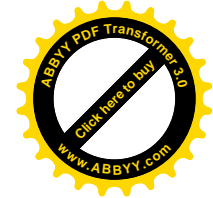
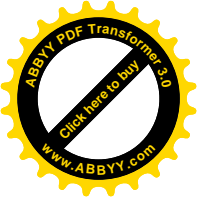
$$\frac{\partial \gamma_1}{\partial S_2} = \frac{1}{1 + \operatorname{ctg}^2 \gamma_1} \left[\frac{S_1}{S_2^2 \sin \beta_1} \right], \quad (4.5.19)$$

Диференціюючи формулу (4.5.18) по змінній S_1 , отримаємо

$$\frac{\partial \gamma_1}{\partial S_2} = -\frac{\frac{1}{S_2 \sin \beta_1}}{1 + \left[\frac{S_1}{S_2 \sin \beta_1} - \operatorname{ctg} \beta_1 \right]^2},$$

або

$$\frac{\partial \gamma_1}{\partial S_1} = -\frac{1}{1 + \operatorname{ctg}^2 \gamma_1} \frac{1}{S_2 \sin \beta_1}, \quad (4.5.20)$$



Диференціюючи формулу (4.5.18) по змінній β_1 , будемо мати

$$\frac{\partial \gamma_1}{\partial S_2} = - \frac{\frac{S_1 \cos \beta_1}{S_2^2 \sin^2 \beta_1} + \frac{1}{\sin^2 \beta_1}}{1 + \left[\frac{S_1}{S_2 \sin \beta_1} - \operatorname{ctg} \beta_1 \right]}$$

або

$$\frac{\partial \gamma_1}{\partial \beta_1} = \frac{1}{1 + \operatorname{ctg}^2 \gamma_1} \frac{1}{\sin^2 \beta_1} \left(\frac{S_1}{S_2} \cos \beta_1 - 1 \right), \quad (4.5.21)$$

Повний диференціал

$$d\gamma_1 = \frac{\partial \gamma_1}{\partial S_2} dS_2 + \frac{\partial \gamma_1}{\partial S_1} dS_1 + \frac{\partial \gamma_1}{\partial \beta_1} d\beta_1, \quad (4.5.22)$$

і в нашому випадку

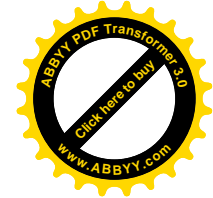
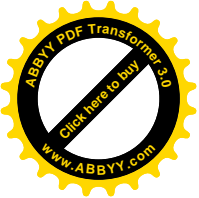
$$\partial \gamma_1 = \frac{\rho''}{1 + \operatorname{ctg}^2 \gamma_1} \left[\frac{S_1}{S_2^2 \sin \beta_1} dS_2 - \frac{dS_1}{S_2 \sin \beta_1} + \frac{d\beta}{\rho'' \sin \beta_1} \left(\frac{S_1}{S_2} \cos \beta_1 - 1 \right) \right], \quad (4.5.23)$$

або

$$d\gamma_1 = \frac{\rho''}{1 + \operatorname{ctg}^2 \gamma_1} \frac{1}{S_2 \sin \beta_1} \left[\frac{S_1}{S_2} dS_2 - dS_1 + \frac{d\beta_1}{\rho} \left(S_1 \operatorname{ctg} \beta_1 - \frac{S_2}{\sin \beta_1} \right) \right], \quad (4.5.24)$$

Переходячи до поправок у виміряні кути, отримаємо

$$(\gamma_1) = \frac{\rho}{1 + \operatorname{ctg}^2 \gamma_1} \frac{1}{S_2 \sin \beta_1} \left[\frac{S_1}{S_2} (S_2) - (S_1) + \frac{(\beta_1)}{\rho} \left(S_1 \operatorname{ctg} \beta_1 - \frac{S_2}{\sin \beta_1} \right) \right], \quad (4.5.25)$$



Формула (4.5.25) незручна для програмування .Приймаючи до уваги,
що

$$\frac{1}{1 + \operatorname{ctg}^2 \gamma_1} = \sin^2 \gamma_1, \quad (4.5.26)$$

$$\frac{S_1}{S_2 \sin \beta_1} = \operatorname{ctg} \gamma_1 + \operatorname{ctg} \beta_1, \quad (4.5.27)$$

$$\frac{1}{S_2 \sin \beta_1} = \frac{\operatorname{ctg} \gamma_1 + \operatorname{ctg} \beta_1}{S_1}, \quad (4.5.28)$$

$$\frac{1}{\sin^2 \beta_1} = \frac{S_2^2 (\operatorname{ctg} \gamma_1 + \operatorname{ctg} \beta_1)^2}{S_1^2}, \quad (4.5.29)$$

$$d\gamma_1 = \frac{\rho}{1 + \operatorname{ctg}^2 \gamma_1} \left[\frac{S_1}{S_2^2 \sin \beta_1} dS_2 - \frac{dS_1}{S_2 \sin \beta_1} + \frac{d\beta_1}{\rho \sin^2 \beta_1} \frac{S_1}{S_2 \cos \beta_1} - \frac{d\beta_1}{\rho} \frac{1}{\sin^2 \beta_1} \right],$$

буде

$$d\gamma_1 = \rho \sin^2 \gamma_1 \left[\begin{aligned} & (\operatorname{ctg} \gamma_1 + \operatorname{ctg} \beta_1) \frac{dS_2}{S_2} - \frac{\operatorname{ctg} \gamma_1 + \operatorname{ctg} \beta_1}{S_1} dS_1 + \\ & \frac{d\beta_1}{\rho} (\operatorname{ctg} \gamma_1 + \operatorname{ctg} \beta_1) \frac{\cos \beta_1}{\sin \beta_1} - \frac{d\beta_1}{\rho} \frac{S_2^2}{S_1^2} (\operatorname{ctg} \gamma_1 + \operatorname{ctg} \beta_1) \end{aligned} \right]$$

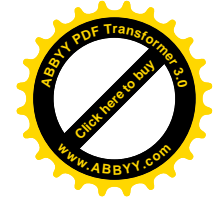
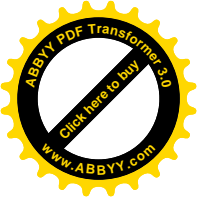
або

$$d\gamma_1 = \rho \sin^2 \gamma_1 (\operatorname{ctg} \gamma_1 + \operatorname{ctg} \beta_1) \left[\frac{dS_2}{S_2} - \frac{dS_1}{S_1} + \frac{d\beta_1}{\rho} \left(\operatorname{ctg} \beta_1 - \frac{S_2^2}{S_1^2} \frac{S_1}{S_2 \sin \beta_1} \right) \right],$$

із врахуванням формули (4.2.3)

$$d\gamma_1 = \rho \left(\frac{\sin^2 \gamma_1 \sin \gamma_2}{\sin \gamma_1 \sin \beta_1} \right) \left[\frac{dS_2}{S_2} - \frac{dS_1}{S_1} + \frac{d\beta_1}{\rho} \left(\operatorname{ctg} \beta_1 - \frac{S_2}{S_1 \sin \beta_1} \right) \right], \quad (4.5.30)$$

Приймаючи до уваги формулу (4.2.1) запишемо



$$\frac{\sin \beta_1}{\sin \gamma_1 \sin \gamma_2} = \operatorname{ctg} \gamma_1 + \operatorname{ctg} \gamma_2,$$

і

$$\frac{1}{\operatorname{ctg} \gamma_1 + \operatorname{ctg} \gamma_2} = \frac{\sin \gamma_1 \sin \gamma_2}{\sin \beta_1}, \quad (4.5.31)$$

а на основі формули (4.3.9) запишемо

$$\frac{S_2}{S \sin \beta_1} = \operatorname{ctg} \gamma_2 + \operatorname{ctg} \beta_1, \quad (4.5.32)$$

тоді формула (4.5.30) буде

$$d\gamma_1 = \frac{\rho}{\operatorname{ctg} \gamma_1 + \operatorname{ctg} \gamma_2} \left[\frac{dS_2}{S_1} - \frac{dS_1}{S_2} + \frac{d\beta_1}{\rho} (\operatorname{ctg} \beta_1 - \operatorname{ctg} \gamma_2 - \operatorname{ctg} \beta_1) \right],$$

і в кінцевому результаті формула набуде вигляду

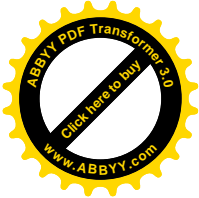
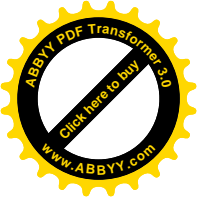
$$(\gamma_1) = \frac{\rho}{\operatorname{ctg} \gamma_1 + \operatorname{ctg} \gamma_2} \left[\frac{(S_2)}{S_1} - \frac{(S_1)}{S_2} - \frac{(\beta_1)}{\rho} \operatorname{ctg} \gamma_2 \right], \quad (4.5.33)$$

Формула (4.5.33) зручна для програмування і буде робочою формулою для умовного рівняння дирекційних кутів.

По аналогії отримали формули

$$(\gamma_6) = \frac{\rho}{\operatorname{ctg} \gamma_6 + \operatorname{ctg} \gamma_5} \left[\frac{(S_3)}{S_4} - \frac{(S_4)}{S_3} - \frac{(\beta_3)}{\rho} \operatorname{ctg} \gamma_5 \right], \quad (4.5.34)$$

$$(\gamma_9) = \frac{\rho}{\operatorname{ctg} \gamma_9 + \operatorname{ctg} \gamma_{10}} \left[\frac{(S_9)}{S_8} - \frac{(S_8)}{S_9} - \frac{(\beta_5)}{\rho} \operatorname{ctg} \gamma_{10} \right], \quad (4.5.35)$$



$$(\gamma_{14}) = \frac{\rho}{ctg\gamma_{14} + ctg\gamma_{13}} \left[\frac{(S_{10})}{S_{11}} - \frac{(S_{11})}{S_{10}} - \frac{(\beta_7)}{\rho} ctg\gamma_{13} \right], (4.5.36)$$

$$(\gamma_{17}) = \frac{\rho}{ctg\gamma_{17} + ctg\gamma_{18}} \left[\frac{(S_{16})}{S_{15}} - \frac{(S_{15})}{S_{16}} - \frac{(\beta_9)}{\rho} ctg\gamma_{18} \right], (4.5.37)$$

$$(\gamma_{22}) = \frac{\rho}{ctg\gamma_{22} + ctg\gamma_{21}} \left[\frac{(S_{17})}{S_{18}} - \frac{(S_{18})}{S_{17}} - \frac{(\beta_{11})}{\rho} ctg\gamma_{21} \right], (4.5.38)$$

Для перевірки коректності даних формул розробимо слідуєчу методику. Складаємо програму розрахунку невимірних кутів гама і сторони в трикутнику лінійно-кутового методу несучільних спостережень, а також розрахунок коефіцієнтів умовного рівняння дирекційних кутів.

Умовне рівняння дирекційного кута для трикутника АВ1 буде

$$\frac{\rho}{ctg\gamma_1 + ctg\gamma_2} \left[\frac{(S_2)}{S_1} - \frac{(S_1)}{S_2} - \frac{(\beta_1)}{\rho} ctg\gamma_2 \right] + W_1 = 0, (4.5.39)$$

$$W_1 = \gamma_{1\text{вирах.}} - \gamma_{1\text{вихід.}} (4.5.40)$$

І в нашому випадку нехай $W_1 = +14,01$ для $\gamma_{1\text{вихід.}} = 54^\circ 19' 00''$

Виразуємо корелату K'

$$K'_r = - \frac{W}{[K^2]}, (4.5.41)$$

І в нашому випадку

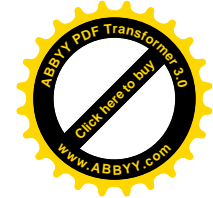
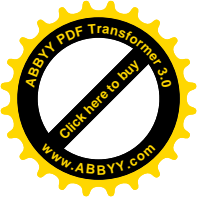
$$K'_r = - \frac{+14,01}{0,0101739} = -1377,053$$

Найдемо поправки у виміряні величини

$$v_{S2} = K_r \cdot K_{S2}, (4.5.42)$$

$$v_{S1} = K_r \cdot K_{S1}, (4.5.43)$$

$$v_{\beta 1} = K_r \cdot K_{\beta 1}, (4.5.44)$$



де K_{Si}, S, β_i -коефіцієнти умовного рівняння дирекційних кутів .

В нашому випадку отримаємо

$$v_{S2} = -73,9 \text{ мм}, \quad v_{S1} = +60,1 \text{ мм}, \quad v_{\beta1} = +101,07''$$

Тоді

$$S_{23P} = 4959534 - 73,9 = 4959460,1 \text{ мм},$$

$$S_{13P} = 6095745 + 60,1 = 6095807,1 \text{ мм}.$$

$$B_{13P} = 38^\circ 56' 04,98'' + 1' 41,07'' = 38^\circ 57' 46,0$$

4.6. Розробка координатних умовних рівнянь

Запишемо формули рішення прямої геодезичної задачі.

$$\Delta X_i = S_i \cos \alpha_i, \quad (4.6.1)$$

$$\Delta Y_i = S_i \sin \alpha_i, \quad (4.6.2)$$

Приймаючи до уваги , що похідні

$$(\cos \alpha)' = -\sin \alpha \quad \text{і} \quad (\sin \alpha)' = \cos \alpha,$$

диференціюючи формули (4.6.1), (4.6.2) по незалежним змінним , отримаємо

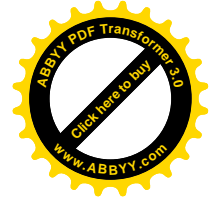
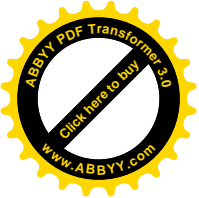
$$d\Delta X_i = \cos \alpha_i dS_i - S_i \sin \alpha_i \frac{d\alpha_i}{\rho} \quad (4.6.3)$$

$$d\Delta Y_i = \sin \alpha_i dS_i + S_i \cos \alpha_i \frac{d\alpha_i}{\rho} \quad (4.6.4)$$

Запишемо формулу передачі координат по ходовій лінії, показаній пунктиром

$$\begin{aligned} X_C = X_B + S_1 \cos \alpha_{B1} + S_4 \cos \alpha_{13} + S_8 \cos \alpha_{34} + \\ + S_{11} \cos \alpha_{46} + S_{15} \cos \alpha_{67} + S_{18} \cos \alpha_{7C}, \end{aligned} \quad (4.6.5)$$

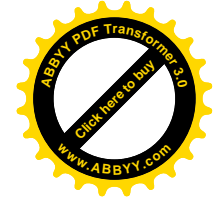
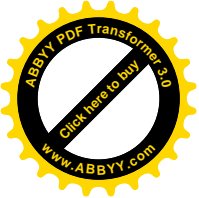
$$\begin{aligned} X_C = X_B + S_1 \sin \alpha_{B1} + S_4 \sin \alpha_{13} + S_8 \sin \alpha_{34} + \\ + S_{11} \sin \alpha_{46} + S_{15} \sin \alpha_{67} + S_{18} \sin \alpha_{7C}, \end{aligned} \quad (4.6.6)$$



Диференціюючи (4.6.5) і (4.6.6), отримаємо

$$\begin{aligned}dX_C = dX_B + & \left[\cos \alpha_{B1} dS_1 - S_1 \sin \alpha_{B1} \frac{d\alpha_{B1}}{\rho} \right] + \\ & + \left[\cos \alpha_{13} dS_4 - S_4 \sin \alpha_{13} \frac{d\alpha_{13}}{\rho} \right] + \\ & + \left[\cos \alpha_{34} dS_8 - S_8 \sin \alpha_{34} \frac{d\alpha_{34}}{\rho} \right] + \\ & + \left[\cos \alpha_{46} dS_{11} - S_{11} \sin \alpha_{46} \frac{d\alpha_{46}}{\rho} \right] + \\ & + \left[\cos \alpha_{67} dS_{15} - S_{15} \sin \alpha_{67} \frac{d\alpha_{67}}{\rho} \right] + \\ & + \left[\cos \alpha_{7C} dS_{18} - S_{18} \sin \alpha_{7C} \frac{d\alpha_{7C}}{\rho} \right], \quad (4.6.7)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}dY_C = dY_B + & \left[\sin \alpha_{B1} dS_1 - S_1 \cos \alpha_{B1} \frac{d\alpha_{B1}}{\rho} \right] + \\ & + \left[\sin \alpha_{13} dS_4 - S_4 \cos \alpha_{13} \frac{d\alpha_{13}}{\rho} \right] + \\ & + \left[\sin \alpha_{34} dS_8 - S_8 \cos \alpha_{34} \frac{d\alpha_{34}}{\rho} \right] + \\ & + \left[\sin \alpha_{46} dS_{11} - S_{11} \cos \alpha_{46} \frac{d\alpha_{46}}{\rho} \right] + \\ & + \left[\sin \alpha_{67} dS_{15} - S_{15} \cos \alpha_{67} \frac{d\alpha_{67}}{\rho} \right] +\end{aligned}$$



$$+ \left[\sin \alpha_{7C} dS_{18} - S_{18} \cos \alpha_{7C} \frac{d\alpha_{7C}}{\rho} \right], \quad (4.6.8)$$

Приймаючи до уваги ,що хід опирається на пункти старшого класу ,або отримані по системі GPS з більшою точністю ,тоді $dX_C=0$; $dX_B=0$; $dY_C=0$; $dY_B=0$.

Переходячі до поправок ,умовні рівняння координат в загальному випадку будуть

$$\sum_{i=1}^n \left[\cos \alpha_i (S_i) - S_i \sin \alpha_i \frac{(\alpha_i)}{\rho} \right] + W_X = 0, \quad (4.6.9)$$

$$\sum_{i=1}^n \left[\sin \alpha_i (S_i) + S_i \cos \alpha_i \frac{(\alpha_i)}{\rho} \right] + W_Y = 0, \quad (4.6.10)$$

або з врахуванням (4.6.1), (4.6.2)

$$\sum_{i=1}^n \left[\cos \alpha_i (S_i) - \Delta Y_i \frac{(\alpha_i)}{\rho} \right] + W_X = 0, \quad (4.6.11)$$

$$\sum_{i=1}^n \left[\sin \alpha_i (S_i) + \Delta X_i \frac{(\alpha_i)}{\rho} \right] + W_Y = 0, \quad (4.6.12)$$

де (S_i) - поправки у відповідні виміряні сторони, (α_i) - поправки у дирекційні кути.

При цьому

$$\left. \begin{aligned} (\alpha_{B1}) &= (\gamma_1), (\alpha_{13}) = -(\beta_4), (\alpha_{34}) = (\gamma_6) + (\gamma_9), \\ (\alpha_{46}) &= -(\beta_8), (\alpha_{67}) = (\gamma_{14}) + (\gamma_{17}), (\alpha_{7C}) = -(\beta_{12}), \end{aligned} \right\} \quad (4.6.13)$$

$$W_X = X_{\text{Свирах}} - X_{\text{Свихід}}, \quad (4.6.14)$$

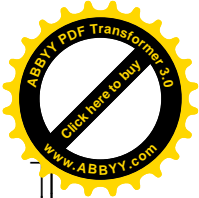
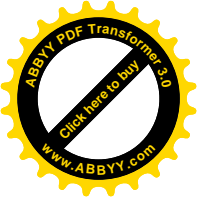
$$W_Y = Y_{\text{Свирах}} - Y_{\text{Свихід}}, \quad (4.6.14')$$

Коефіцієнти для поправок (γ_i) беруться на основі формул (4.5.33)-(4.5.38).

Представимо умовні рівняння координат у вигляді

$$\begin{aligned}
 & \left\{ \cos \alpha_{B1} - \frac{\Delta Y_{B1}}{\rho} \left[-\frac{\rho}{S_2(ctg \gamma_1 + ctg \gamma_2)} \right] \right\} (S_1) - \frac{\Delta Y_{B1}}{\rho} \left[\frac{\rho}{S_1(ctg \gamma_1 + ctg \gamma_2)} \right] (S_2) - \\
 & - \frac{\Delta Y_{B1}}{\rho} \left[-\frac{ctg \gamma_2(\beta_1)}{(ctg \gamma_1 + ctg \gamma_2)} \right] + \cos \alpha_{13}(S_4) - \frac{\Delta Y_{13}}{\rho}(-\beta_4) - \frac{\Delta Y_{34}}{\rho} \left[\frac{\rho}{S_4(ctg \gamma_6 + ctg \gamma_5)} \right] (S_3) - \\
 & - \frac{\Delta Y_{34}}{\rho} \left[-\frac{\rho(S_4)}{S_3(ctg \gamma_6 + ctg \gamma_5)} \right] - \frac{\Delta Y_{34}}{\rho} \left[-\frac{ctg \gamma_5}{ctg \gamma_6 + ctg \gamma_5} \right] (\beta_3) + \\
 & \left\{ \cos \alpha_{34} - \frac{\Delta Y_{34}}{\rho} \left[-\frac{\rho}{S_9(ctg \gamma_9 + ctg \gamma_{10})} \right] \right\} (S_8) - \frac{\Delta Y_{34}}{\rho} \left[\frac{\rho}{S_8(ctg \gamma_8 + ctg \gamma_{10})} \right] (S_9) - \\
 & - \frac{\Delta Y_{34}}{\rho} \left[-\frac{ctg \gamma_{10}(\beta_1)}{(ctg \gamma_9 + ctg \gamma_{10})} \right] (\beta_3) - \frac{\Delta Y_{46}}{\rho}(-\beta_8) + \cos \alpha_{46}(S_{11}) - \\
 & \left\{ \frac{\Delta Y_{67}}{\rho} \left[-\frac{\rho}{S_{10}(ctg \gamma_{14} + ctg \gamma_{13})} \right] \right\} (S_{11}) - \frac{\Delta Y_{67}}{\rho} \left[\frac{\rho(\beta_7)}{S_{11}(ctg \gamma_{14} + ctg \gamma_{13})} \right] + \\
 & + \left\{ \cos \alpha_{67} - \frac{\Delta Y_{67}}{\rho} \left[-\frac{\rho}{S_{11}(ctg \gamma_{14} + ctg \gamma_{13})} \right] \right\} (S_{10}) - \frac{\Delta Y_{67}}{\rho} \left[-\frac{ctg \gamma_{13}}{(ctg \gamma_{14} + ctg \gamma_{13})} \right] (\beta_7) + \\
 & + \left\{ \cos \alpha_{67} - \frac{\Delta Y_{67}}{\rho} \left[-\frac{\rho}{S_{16}(ctg \gamma_{17} + ctg \gamma_{18})} \right] \right\} (S_{15}) - \\
 & - \frac{\Delta Y_{67}}{\rho} \left[-\frac{\rho}{S_{15}(ctg \gamma_{17} + ctg \gamma_{18})} \right] (S_{16}) - \frac{\Delta Y_{67}}{\rho} \left[-\frac{ctg \gamma_{18}}{ctg \gamma_{17} + ctg \gamma_{18}} \right] (\beta_9) + \\
 & + \cos_{7C}(S_{18}) - \frac{\Delta Y_{7C}}{\rho}(\beta_{12}) + W_X = 0 \tag{4.6.16}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \left\{ \sin \alpha_{B1} - \frac{\Delta Y_{B1}}{\rho} \left[-\frac{\rho}{S_2(ctg \gamma_1 + ctg \gamma_2)} \right] \right\} (S_1) + \frac{\Delta Y_{B1}}{\rho} \left[\frac{ctg \gamma_5}{S_1(ctg \gamma_1 + ctg \gamma_2)} \right] (S_2) - \\
 & - \frac{\Delta X_{B1}}{\rho} \cdot \frac{ctg \gamma_2(\beta_1)}{(ctg \gamma_1 + ctg \gamma_2)} + \sin \alpha_{13}(S_4) + \frac{\Delta X_{13}}{\rho}(-\beta_4) + \sin \alpha_{34}(S_8) + \\
 & + \frac{\Delta X_{34}}{\rho} \left\{ \frac{\rho}{ctg \gamma_6 + ctg \gamma_5} \left[\frac{(S_3)}{S_4} - \frac{(S_4)}{S_3} - \frac{(\beta_3)}{\rho} ctg \gamma_5 \right] + \frac{\rho}{ctg \gamma_9 + ctg \gamma_{10}} \left[\frac{(S_9)}{S_8} + \frac{(S_8)}{S_9} - \frac{(\beta_5)}{\rho} ctg \gamma_{10} \right] \right\} + \\
 & + \sin \alpha_{46}(S_{11}) + \frac{\Delta X_{46}}{\rho}(-\beta_6) + \sin \alpha_{67}(S_{15}) +
 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
& + \frac{\Delta X_{67}}{\rho} \left\{ \frac{\rho}{ctg\gamma_{14} + ctg\gamma_{13}} \left[\frac{(S_{10})}{S_{11}} - \frac{(S_{11})}{S_{10}} - \frac{(\beta_7)}{\rho} ctg\gamma_{13} \right] + \frac{\rho}{ctg\gamma_{17} + ctg\gamma_{18}} \left[\frac{(S_{16})}{S_{15}} + \frac{(S_{15})}{S_{16}} - \frac{(\beta_9)}{\rho} ctg\gamma_{18} \right] \right\} + \\
& + \sin\alpha_{7C}(S_{18}) - \frac{\Delta X_{7C}}{\rho}(-\beta_{12}) + W_Y = 0, \tag{4.6.17}
\end{aligned}$$

В подальшому поставимо задачу на практиці перевірити дані теоретичної розробки.

Лише практична реалізація одночасного рішення даних умовних рівнянь під умовою мінімуму квадратів поправок підтвердить вартість даної теорії.

4.7. Розрахунок істинних значень координат

Перевагою проведення досліджень на математичній моделі є можливість врахування похибок вихідних даних .

С початку розрахуємо істинні значення невимірних кутів гамма.

Таким чином діагональні сторони S_{23} , S_{56} розрахованих з різних чотирикутників , будуть відрізнятися на 96,73 мм.

Таблиця 4.2. Розрахунок істинних координат пунктів хордової лінії

№ пунктів	Формули кутів	Кути передачі	Дирекційні кути	Сторони	Назви	Координати	
						X	Y
А			180°00'00,00"				
В	γ_1	35°00'00,00"	35°00'00,00"	172,000	S ₁	1000,000	1000,000
1	$-\beta_4$	70°00'00,00"	145°00'00,00"	172,000	S ₄	1140,8942	1098,6552
3	$\gamma_6 + \gamma_9$	63°15'00,00"	28°15'00,00"	160,000	S ₉	1000,000	1197,3104
4	$-\beta_8$	56°30'00,00"	151°45'00,00"	160,000	S ₁₁	1140,9425	1273,0415
6	$\gamma_{14} + \gamma_{17}$	63°15'00,00"	35°00'00,00"	172,000	S ₁₅	1000,000	1348,7726

7	$-\beta_{12}$	70°00'00,00"				1140,8942	1447,42
			145°00'00,00"	172,000	S ₁₈		
С	γ_{22}	35°00'00,00"				1000,000	1546,0830
			360°00'00,00"				
Д							

4.8. Розрахунок вільних членів і коефіцієнтів умовних рівнянь.

Таблиця 4.3. Розрахунок незрівноважених координат пунктів ходової лінії

№Пунктів	Формули кутів	Кути передачі	Дирекційні кути	Сторони	назви	Координати	
						X	Y
А			180°00'00.00"				
В	γ_1	35°00'03.01"	35°00'03.01"	171,9962	S ₁	1000.000	1000.000
1	$-\beta_4$	70°00'00.92'	145°00'02.09"	172,023	S ₄	1140.8896	1098.6550
3	$\gamma_6+\gamma_9$	63°14'56.76"	28°14'58.85"	160,036	S ₈	999.9926	1197.3101
4	$-\beta_8$	56°29'59.82"	151°44'59.03"	159,9996	S ₁₁	1140.9382	1273.0419
6	$\gamma_{14}+\gamma_{17}$	63°15'04.51"	35°00'03.54"	171,9961	S ₁₅	999.9964	1348.7737
7	$-\beta_{12}$	70°00'00.13"	145°00'03.41"	172,0003	S ₁₈	1140.8855	1447.4290
С	γ_{22}	35°00'00.37"	360°00'03.78"			999.9897	1546.0820
Д							

$$X_{\text{вих}}=1000,000$$

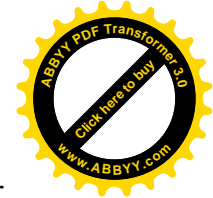
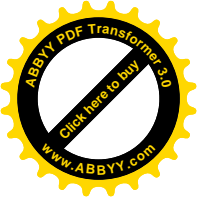
$$Y_{\text{вих}}=1546,0830$$

$$W_{\alpha}=+3.78''$$

$$W_x = -10.3\text{мм}$$

$$W_y = -1\text{мм}$$

Приймаючи до уваги, що кутові виміри виконано з точністю



$\Delta\beta=2''$, а лінії з точністю $\Delta S=5\text{мм}$, прийемо ваги кутових вимірів $\rho_\beta = 1$.

Тоді ваги лінійних вимірів будуть

І в нашому випадку

$$P_S = \frac{\Delta^2 \beta}{\Delta^2 S}, \quad (4.8.1)$$

тоді ,коєфіцієнти умовних рівнянь сторін $K_i (S_i)$ необхідно помножити на 2,5.

$$P_S = \frac{4}{25} = 0.16, \quad \text{а} \quad \frac{1}{\sqrt{P_S}} = 2.5.$$

Таблиця 4.4. Коєфіцієнти нормальних рівнянь (елементи формул).

Назва поправки	$\Delta AB1$	$\Delta CD7$	$\square 1234$	$\square 4567$	(α)	$(X^?)$	$(Y^?)$
	a	b	c	d	e	f	g
(S ₁)	$-\frac{[\rho/S_1]}{\text{ctg}\gamma_1}$				$-\rho \left[\frac{S_1(\text{ctg}\gamma_1 +)}{+ \text{ctg}\gamma_2} \right]$	$-\frac{[\Delta Y_{B1}/\rho]}{\cos \alpha_{B1}} +$	$\frac{[\Delta Y_{B1}/\rho]}{\sin \alpha_{B1}} +$
(S ₂)	$-\frac{[\rho/S_2]}{\text{ctg}\gamma_2}$				$\rho \left[\frac{S_1(\text{ctg}\gamma_1 +)}{+ \text{ctg}\gamma_2} \right]$	$-\Delta Y_{B1}/\rho$	$\Delta X_{B1}/\rho$
(S ₃)			$\cos\gamma_5$		$\rho \left[\frac{S_4(\text{ctg}\gamma_6 +)}{+ \text{ctg}\gamma_5} \right]$	$-\Delta Y_{34}/\rho$	$\Delta X_{34}/\rho$
(S ₄)			$\cos\gamma_6$		$-\rho \left[\frac{S_3(\text{ctg}\gamma_6 +)}{+ \text{ctg}\gamma_5} \right]$	$-\frac{[\Delta Y_{34}/\rho]}{\cos \alpha_{34}} +$	$\frac{[\Delta Y_{34}/\rho]}{\sin \alpha_{34}} +$
(S ₈)			$-\cos\gamma_9$		$-\rho \left[\frac{S_9(\text{ctg}\gamma_5 +)}{+ \text{ctg}\gamma_{10}} \right]$	$-\frac{[\Delta Y_{34}/\rho]}{\cos \alpha_{34}} +$	$\frac{[\Delta Y_{34}/\rho]}{\sin \alpha_{34}} +$
(S ₉)			$-\cos\gamma_{10}$		$\rho \left[\frac{S_8(\text{ctg}\gamma_9 +)}{+ \text{ctg}\gamma_{10}} \right]$	$-\Delta Y_{34}/\rho$	$\Delta X_{34}/\rho$
(S ₁₀)				$\cos\gamma_{13}$	$\rho \left[\frac{S_{11}(\text{ctg}\gamma_{14} +)}{+ \text{ctg}\gamma_{13}} \right]$	$-\Delta Y_{67}/\rho$	$\Delta X_{67}/\rho$
(S ₁₁)				$\cos\gamma_{14}$	$-\rho \left[\frac{S_{10}(\text{ctg}\gamma_{14} +)}{+ \text{ctg}\gamma_{13}} \right]$	$-\frac{[\Delta Y_{67}/\rho]}{\cos \alpha_{46}} +$	$\frac{[\Delta Y_{67}/\rho]}{\sin \alpha_{46}} +$
(S ₁₅)				$-\cos\gamma_{17}$	$-\rho \left[\frac{S_{16}(\text{ctg}\gamma_{17} +)}{+ \text{ctg}\gamma_{18}} \right]$	$-\frac{[\Delta Y_{67}/\rho]}{\cos \alpha_{67}} +$	$\frac{[\Delta Y_{67}/\rho]}{\sin \alpha_{67}} +$
(S ₁₆)				$-\cos\gamma_{18}$	$\rho \left[\frac{S_{15}(\text{ctg}\gamma_{17} +)}{+ \text{ctg}\gamma_{18}} \right]$	$-\Delta Y_{67}/\rho$	$\Delta X_{67}/\rho$

(S ₁₇)		$-\frac{[\rho / S_{17}]}{\text{ctgy}_{22}}$			$\rho / \left[\frac{S_{18}(\text{ctgy}_{22} +}{+ \text{ctgy}_{21}} \right]$		
(S ₁₈)		$-\frac{[\rho / S_{18}]}{\text{ctgy}_{22}}$			$-\rho / \left[\frac{S_{17}(\text{ctgy}_{22} +}{+ \text{ctgy}_{21}} \right]$	$\cos \alpha_{7C}$	$\sin \alpha_{7C}$
(β ₁)	-1				$-\text{ctgy}_2 / (\text{ctgy}_1 + \text{ctgy}_2)$	$-\Delta Y_{B1} / \rho$	$\Delta X_{B1} / \rho$
(β ₃)			$\frac{[S_4 / \rho]}{\sin \gamma_6}$		$-\text{ctgy}_5 / (\text{ctgy}_6 + \text{ctgy}_5)$	$-\Delta Y_{34} / \rho$	$\Delta X_{34} / \rho$
(β ₄)					-1	$-\Delta Y_{13} / \rho$	$\Delta X_{13} / \rho$
(β ₅)			$-\frac{[S_8 / \rho]}{\sin \gamma_9}$		$-\text{ctgy}_{10} / (\text{ctgy}_9 + \text{ctgy}_{10})$	$-\Delta Y_{34} / \rho$	$\Delta X_{34} / \rho$
(β ₇)				$\frac{[S_{11} / \rho]}{\sin \gamma_{14}}$	$-\text{ctgy}_{13} / (\text{ctgy}_{14} + \text{ctgy}_{13})$	$-\Delta Y_{67} / \rho$	$\Delta X_{67} / \rho$
(β ₈)				$\frac{[-S_{15} / \rho]}{\sin \gamma_{17}}$	-1	$-\Delta Y_{46} / \rho$	$\Delta X_{46} / \rho$
(β ₉)					$-\text{ctgy}_{18} / (\text{ctgy}_{17} + \text{ctgy}_{18})$	$-\Delta Y_{67} / \rho$	$\Delta X_{67} / \rho$
(β ₁₁)		-1			$-\text{ctgy}_{21} / (\text{ctgy}_{22} + \text{ctgy}_{21})$		
(β ₁₂)					-1	$-\Delta Y_{7C} / \rho$	$\Delta X_{7C} / \rho$
W	$\beta'_1 - \beta_1$	$\beta'_{11} - \beta_{11}$	$S_7 - S'_7$	$S_{14} - S'_{14}$	$\alpha'_{CII} - \alpha_{CII}$	$X'_C - X_C$	$Y'_C - Y_C$

Таблиця 4.5. Коефіцієнти умовних рівнянь без врахування ваг.

Назва попра- вки	ΔAB1	ΔCD7	Δ1234	(α)	(X')(α)+ cosα	(Y')(α) sinα	$V'' \frac{1}{\sqrt{P_s}}$ мм
	a	b	c	d	e	f	g
(S ₁)	-1,7126				-0,4199	+0,2008	-0,2867
(S ₂)	-1,7127				+0,4198	-0,2008	+0,2867
(S ₃)			0,8192		+0,4198	-0,1541	+0,2868
(S ₄)			0,8192		-0,4198	+0,1541	-0,2868
(S ₈)			-0,8809		-0,3464	+0,1272	-0,2367
(S ₉)			-0,8809		+0,3464	-0,1272	+0,2367
(S ₁₀)				0,8809	+0,3463	-0,1656	+0,2366
(S ₁₁)				0,8809	-0,3463	+0,1656	-0,2366
(S ₁₅)				-0,8191	-1,0495	+0,2008	-0,2867

						+0,8191	+0,5733
(S ₁₆)				-0,8192	+0,4198	-0,2008	+0,2867
(S ₁₇)		-1,7126			+0,4198		
(S ₁₈)		-1,7127			-0,4198	-0,8192	+0,5736
(β ₁)	-1				-0,5000	+0,2391	-0,3415
(β ₃)			0,4783		-0,5000	+0,1836	-0,3416
(β ₄)					-1	+0,4783	+0,6831
(β ₅)			-0,3672		-0,5000	+0,1836	-0,3417
(β ₇)				+0,3672	-0,5000	+0,2391	-0,3415
(β ₈)					-1	+0,3672	+0,6833
(β ₉)				-0,4783	-0,5000	+0,2391	-0,3415
(β ₁₁)					-0,5000		
(β ₁₂)					-1	+0,4783	+0,6831
	+5.47''	-4.64''	-90.4 MM	+96,6 MM	+3,78''	-10,3 MM	-1,0MM

Таблиця 4.6. коефіцієнти умовних рівнянь з врахуванням ваг вимірів і поправки зрівноваження.

Нава по- правки	ΔAB1	ΔCD7	□1234	□4567	(α)	(X')(α)+ cosα	(Y')(α) sinα	$V'' \frac{1}{\sqrt{P_s}}$ MM
	a	b	c	d	e	f	g	
(S ₁)	4.2815				-1.0498	2.5498	0.7172	+2,7
(S ₂)	4.2818				1.0495	-0.5020	0.7168	0,3
(S ₃)			2.0480		1.0495	-0.3852	0.7170	+ 24,3
(S ₄)			2.0480		- 1.0495	-1.6628	0.7170	+24,6
(S ₈)			-2.2022		-0.8660	2.5202	0.5915	-26,4
(S ₉)			-2.2022		0.8660	-0.3180	0.5918	-28,6
(S ₁₀)				2.2022	0.8658	-0.4140	0.5915	-29,4
(S ₁₁)				2.2022	- 0.8658	-1.7882	0.5918	-29,3
(S ₁₅)				-2.0478	-1.0495	2.5498	0.7172	+27,4
(S ₁₆)				-2.0480	1.0495	-0.5020	0.7168	+25,0
(S ₁₇)		-4.2815			1.0495			-0,7
(S ₁₈)		-4.2815			- 1.0495	-2.0480	1.4340	-2,0
(β ₁)	-1				-0.5000	0.2391	-0.3415	+0,41''
(β ₃)			0.4783		-0.5000	0.1836	-0.3416	+2.64''
(β ₄)					-1	0.4783	0.6831	+0.03''
(β ₅)			-0.3672		-0.5000	0.1836	-0.3417	-1.59''

(β_7)				0.3672	-0.5000	0.2391	-0.3415	-1.63
(β_8)					-1	0,3672	0,6833	+0,01
(β_9)				-0,4783	-0,5000	0,2391	-0,3415	+2,72
(β_{11})		-1			-0,5000			+0,07
(β_{12})					-1	0,4783	0,6831	+0,03
W	5.47''	-4.64''	-90.4мм	96,6мм	3,78''	-10.3''	-1.0мм	

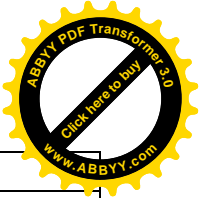
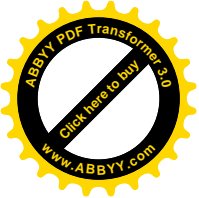
4.9 Розрахунок коефіцієнтів нормальних рівнянь.

Таблиця 4.7. Коефіцієнти нормальних рівнянь.

	a]	b]	c]	d]	e]	f]	g]	W	Σ
[a	37.6650	0	0	0	0.5010	-9.0066	-5.7984	5.47''	28.831
[b		37.6625	0	0	0.5000	8.7685	-6.1397	-4.64''	36.1513
[c			18.4516	0	-0.0556	-9.0236	0.2930	-90.4 мм	-80,7346
[d				18.4508	0,0556	-9,0696	-0,2929	96,6 мм	105,7436
[e					16,3114	-6,0504	-2,7016	3,78''	12,3401
[f						31,2674	-0,9342	10,3''	
[g							8..5246	-1.00''	-8.0492

Таблиця 4.8. Коефіцієнти нормальних рівнянь по схемі Гауса.

a	b	c	d	e	f	g	W	Σ	Конт.
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
37,6650, 0	0	0	0	0,5010	-9,0066	-5,7984	5,47	28,831	
-1	0	0	0	-0,01331	0,239124	0,15394 7	- 0,14522 8	-0,76546	0,76545 8
	37,6625	0	0	0,5000	8,7685	-6,1397	-4,64	36,1513	
	0	0	0	0	0	0	0	0	
	37,6625	0	0	0,5000	8,7685	-6,1397	-4,64	36,1513	
	-1	0	0	-0,01328	-0,23282	0,16301 9	0,1231 99	-0,95988	- 0,95988
		18,451 6	0	-0,0556	-9,0236	0,2930	-90,4	-80,7346	
		0	0	0	0	0	0	0	
		0	0	0	0	0	0	0	
		18,451 6	0	-0,0556	-9,0236	0,2930	-90,4	-80,7346	
		-1	0	0,003013	0,489042	- 0,01588	4,8993 04	4,375480	4,37548 0
			18,4508	0,0553	-9,0696	-0,2929	+96,6	105,7436	

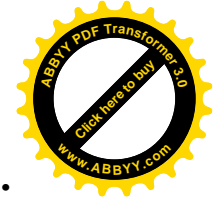
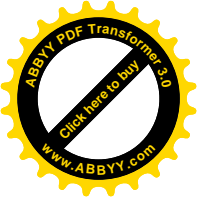


			0	0	0	0	0	0	
			0	0	0	0	0	0	
			0	0	0	0	0	0	
			18,4508	0,0553	-9,0696	-0,2929	+96,6	105,7436	
			-1	-0,00299	0,491556	0,01587 5	- 5,35545	-5,731112	- 5,73111
				16,3114	-6,0504	-2,7016	3,78	12,3401	
				-0,00666	0,119801	0,07712 7	- 0,07275 9	-0,383445	
				- 0,006638	-0,116409	0,08151 0	0,06160 0	-0,479938	
				- 0,000168	-0,027191	0,00088 3	- 0,27240 1	-0,243277	
				- 0,000166	0,027183	0,00087 8	- 0,28952 6	-0,316930	
				16,29776 4	-6,047016	- 2,541202	3,2069 14	10,91646	
				-1	0,371033	0,15592 3	- 0,19677 02	-0,669813	- 0,669814
					31,2674	-0,9342	-10,3	-4,34850	
					2,153694	- 1,386539	1,3080 10	6,894183	
					-2,041465	1,42943 2	1,0802 74	-8,416664	
					-4,412919	0,14328 6	- 44,2093 6	-39,482587	
					-4,458216	- 0,14390	47,048 430	51,97889	
					-2,243642	- 0,942869	0,9486 68	3,889173	
					15,95746	- 1,834870	- 3,68808 9	10,43450	
					-1	0,11498 5	0,2311 2	-0,653895	- 0,653895
						8,5246	-1,00	-8,0492	
						- 0,892646	0,8409 0	4,438438	
						- 1,000888	- 0,75640 5	5,893344	
						- 0,004652	1,4354 96	1,282016	

						- 0,004698	1,5334 91	1,678643	
						- 0,39623	0,5000 32	1,702130	
						- 0,210982	0,4240 75	1,19981	
						6,01455 0	2,1306 29	8,145183	
						-1	- 0,35424 6	-1,354246	- 1,354246
- 0,151825	0,023532	4,9974 490	- 5,14703 9	- 0,181365	0,190387	- 0,354246			
K ₁	K ₂	K ₃	K ₄	K ₅	K ₆	K ₇			

Таблиця 4.9. Розрахунок зрівноважених величин.

Назва сор.	Виміряна	V мм	Зрівноважена	Назва кута	виміряного		Зрівноважен.
S ₁	171,9962	+2,7	171,9989	β ₁	109°59'58.49"	0,41"	109°59'58.90"
S ₂	172,0015	+0,3	172,0018	β ₃	110°00'01.48"	2,64	110°00'04.12"
S ₃	172,0037	+24,3	172,0280	β ₄	70°00'00.92"	0,03	70°00'00.95"
S ₄	172,0023	+24,6	172,0269	β ₅	123°30'01.20"	-1,59	123°29'59.61"
S ₈	160,0030	-26,4	159,9766	β ₇	123°29'59.96"	-1,63	123°29'59.83"
S ₉	159,9957	-28,6	159,9671	β ₈	56°29'59.82"	0,01	56°29'59.83"
S ₁₀	159,9999	-29,4	159,9705	β ₉	109°59'58.43"	2,72	110°00'01.45"
S ₁₁	159,9996	-29,3	159,9703	β ₁₀	110°00'00.82"	0,07	110°00'00.89"
S ₁₅	171,9961	+27,4	172,0235	β ₁₂	70°00'00.13"	0,03	0°00'00.16"
S ₁₆	172,0045	+25,0	172,0295				
S ₁₇	172,0020	-0,7	172,0013				
S ₁₈	172,0003	-2,0	171,9983				

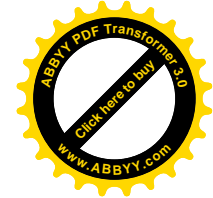
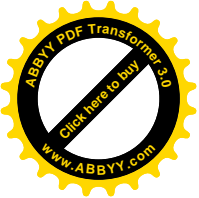


4.10. Контроль зрівноваження. Аналіз точності.

Таблиця 4.10. Розрахунок зрівноважених координат.

№ пункт	Формули кутів	Кути передачі	Дирекційні кути	Сторони	Назви	Координати	
						X	Y
А			180°00'00.00"				
В	γ_1	35°00'01.81"	35°00'01.81"	171.9989	S ₁	1000.000	1000.000
1	$-\beta_4$	70°00'00.95"	145°00'00.86"	172.0269	S ₄	1140.8924	1098.6558
3	$\gamma_6+\gamma_9$	63°14'55.45"	28°14'56.31"	159.9766	S ₈	999.9758	1197.3258
4	$-\beta_8$	56°29'59.83"	151°44'56.48"	159.9703	S ₁₁	1140.8991	1273.0434
6	$\gamma_{14}+\gamma_{17}$	63°15'02.91"	34°59'59.39"	172.0235	S ₁₅	999.9841	1348.7629
7	$-\beta_{12}$	70°00'00.16"	144°59'59.23"	171.9983	S ₁₈	1140.8978	1447.4311
С	γ_{22}	35°00'00.82"	360°00'00.05"			1000.0055	1546.0859
Д							

1000,0000	1546,0830
$W_x=+5.5\text{мм}$	$W_y=+2.9\text{мм}$
$W_\alpha=+0.05''$	

**Таблиця 4.11. Порівняльна таблиця зрівноважених координат моделі.**

Назви пунктів	X зрівнов.	Y _{мод.}	δX (мм)	Y зрівнов.	Y _{мод.}	δY (мм)
1	1140,892	1140,894	-2	1098,656	1098,655	+1
3	999,976	1000,000	-24	1197,326	1197,310	+16
4	114,899	1140,942	-43	1273,043	1273,041	+2
6	999,984	1000,000	-16	1348,763	1348,773	-10
7	1140,898	1140,894	+4	1447,431	1447,428	+3
С	1000,005	1000,000	+5	1546,086	1546,083	+3

Середня квадратична похибка визначення планового положення пункту буде

$$m_{X,Y} = \sqrt{\frac{\sum \delta x^2 + \sum \delta Y^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{3105}{11}} = 16,8 \text{ мм}$$

Назви пунктів	X зрівнов.	Y _{мод.}	δX (мм)	Y зрівнов.	Y _{мод.}	δY (мм)
1	1140,8896	1140,8942	-4,6	1098,6550	1098,6552	-0,2
3	999,9926	1000,0000	-7,4	1197,3101	1197,3104	-0,3
4	1140,9382	1140,9425	-4,3	1273,0419	1273,0415	+0,4
6	999,9964	1000,0000	-3,6	1348,7737	1348,7726	+1,1
7	1140,8857	1140,8942	-8,5	1447,4290	1447,4278	+1,2
С	999,9897	1000,0000	-10,3	1546,0820	1546,0830	+1,0

Причому середня квадратична похибка визначення координат планового положення пункту буде

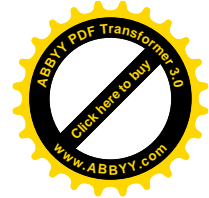
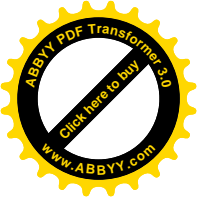
$$m_{X,Y} = \sqrt{\frac{289.65}{11}} = 5,13 \text{ мм}$$

Середня квадратична похибка одиниці ваги

$$\mu = \sqrt{\frac{[PV^2]}{\tau}} = \sqrt{\frac{931.368 + 19.7279}{7}} = 11,656$$

При цьому ми мали на увазі, що

$$P_{\beta}=1, \quad P_S = \frac{m_{\beta}^2}{m_S^2} = \frac{4}{25} = 0,16$$



Тому квадрати поправок сторони були помножені на 0,16.

Середня квадратична похибка визначення координат

$$m_y = \mu \sqrt{\frac{1}{P_y}} = 11.656 \sqrt{\frac{1}{6.0145}} = 4.75 \approx 5 \text{ мм}$$

Але при порівнянні не зрівноважених координат і координат моделі ми також отримали $m_{x,y} = 5 \text{ мм}$.

Таким чином, на основі проведених досліджень ми стверджуємо, що при вимірюванні кутів з точністю 2" і сторін з точністю 5 мм в електронній блочній тахеометрії із трьох блоків при довжинах сторін до 200 м, середня квадратична похибка визначення координат пунктів буде близько 5 мм.

Замітимо, що у не зрівноваженій, тобто у спотвореній і прийнятій (істинній моделі) була істинна похибка нестиковки блоків в 90 мм, але ця похибка в однаковій мірі позначилась на точність визначення координат. Практично можна вважати, що її не було. При зрівноваженні ж проходить узгодження умов. Тому ця похибка впливає і дає середню квадратичну похибку координат у 17 мм.

Залишкове значення вільного члена дирекційних кутів у 0,05" визвано похибками заокруглення мікрокалькулятора, а координат в 5 мм і 3 мм впливом істинних похибок, співвідношенням ваг і похибками вихідних даних.

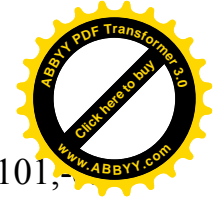
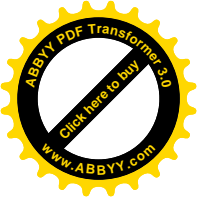
4.11. Результати досліджень

Розглянутий у другому розділі перший блок програми зрівнювання параметричним способом призначений для розрахунку коефіцієнтів рівнянь поправок і вільних членів у кутових, лінійних і лінійно-кутових мережах.

Наступним блоком йде формування масивів даних із записом на диску.

Блок-схема програми формування файлів даних.

У необхідних випадках, що вимагає зміни коректування файлів даних застосовується програма "KONTRISP".



Дослідженню підлягають лінійно-кутова мережа, приведена в (101, 216-239).

Спочатку була зрівняна лінійно-кутова мережа суцільних спостережень. При цьому отримані результати ідентичні результатам (101), і в додатках даної роботи не приводяться.

Потім зрівнювалася мережа не суцільних спостережень при вимірах тільки на пунктах 3 і 4. Дане зрівноваження в додатках не наводиться.

Таблиця 4.13. Таблиця зрівняних координат пунктів

№ п.	$X_{\text{предв.}}$	δx	$X_{\text{ур.}}$	$Y_{\text{предв.}}$	δy	$Y_{\text{ур.}}$
3	5832993,898	0,001	5832993,897	8513000,394	0,001	8513000,393
4	5830895,205	0,025	5830895,180	8514570,302	0,009	8514570,293
5	5834800,602	0,007	5834800,595	8514200,698	+0,004	8514200,702

Таблиця 4.14. Порівняльна таблиця зрівняних координат суцільної і не суцільної мережі спостережень

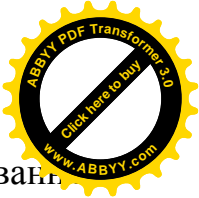
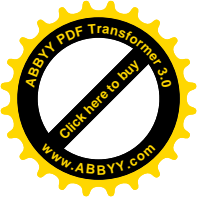
№ п.	$X_{\text{сп.}}$	$X'_{\text{нсп.}}$	$X'-X$	$Y_{\text{сп.}}$	$Y'_{\text{нсп.}}$	$Y'-Y$
3	5832993,902	5832993,897	-0,005	8513000,397	8513000,393	-0,004
4	5830895,203	5830895,180	-0,023	8514570,304	8514570,293	-0,011
5	5834800,608	5834800,595	-0,013	8514200,691	8514200,702	+0,011

Таблиця 4.15. Таблиця зрівняних координат пунктів не суцільної мережі спостережень (спостереження проведені з пунктів 2,3,4)

№ п.	$X_{\text{предв.}}$	δx	$X'_{\text{ур.}}$	$Y_{\text{предв.}}$	δy	$Y'_{\text{ур.}}$
3	5832993,898	-0,004	5832993,894	8513000,394	+0,003	8513000,397
4	5830895,205	-0,021	5830895,184	8514570,302	-0,007	8514570,295
5	5834800,602	-0,006	5834800,596	8514200,698	-0,001	8514200,697

Таблиця 4.16. Порівняльна таблиця зрівняних координат суцільної і не суцільної мережі спостережень

№ п.	$X_{\text{сп.}}$	$X'_{\text{нсп.}}$	$X'-X$	$Y_{\text{сп.}}$	$Y'_{\text{нсп.}}$	$Y'-Y$
3	5832993,902	5832993,894	-0,008	8513000,397	8513000,397	0
4	5830895,203	5830895,184	-0,019	8514570,304	8514570,295	-0,009
5	5834800,608	5834800,596	-0,012	8514200,691	8514200,697	+0,006



У табл. 4.17. наведені точні характеристики результатів зрівнювання мереж суцільних і несучільних спостережень

Таблиця 4.17.

№ п.	m_x спл. 5 пункт. (м)	$m'x$ 2 пункт. (м)	$m''x$ 3 пункт. (м)	m_y спл. 5 пункт. (м)	$m'y$ 2 пункт. (м)	$m''y$ 3 пункт. (м)
3	0,005	0,007	0,005	0,004	0,007	0,004
4	0,007	0,011	0,008	0,006	0,012	0,006
5	0,008	0,011	0,008	0,008	0,010	0,006
μ	0,54"	0,51"	0,40"	0,54"	0,51"	0,40"

Таким чином, навіть спостереження на двох пунктах при створенні даної лінійно-кутової мережі забезпечує точність визначення координат пунктів з точністю до 1см. Спостереження ж на трьох пунктах замість п'яти цілком вирішують не тільки задачу визначення координат, але і надійний контроль з оцінкою точності результатів рівняння.

Надалі дослідження проводилися на моделі. Побудовано ряд лінійно-кутової мережі не суцільних спостережень.

Спостереження напрямку і вимір сторін передбачено виконати електронним тахеометром “Рекота”, з точністю виміру сторін, рівної $5\text{мм}+2\cdot 10^{-6}D$ і кутів $-2''$.

Виміри проведені тільки на пунктах А,3,6 і 9. Середня квадратична похибка виміряних напрямків склала $2''/\sqrt{2}=1,41''$.

Приймаючи в увагу, що сторони трикутників рівні 2 км, те $m_s=5+4=9(\text{мм})$.

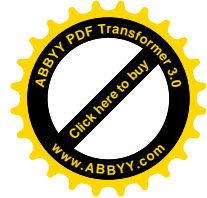
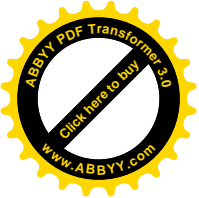
Ваги виміряних сторін P_s розраховувалися по формулі

$$P_s = \frac{\mu^2}{m_s^2}, \quad (4.11.1)$$

де μ – середня квадратична похибка виміру напрямків;

m_s – середня квадратична похибка виміру сторін.

І в нашому випадку дістанемо



$$P_s = \frac{2^2}{9^2} = 0.05$$

Ваги вимірюваних напрямків прийняті рівними одиниці.

Отримано обернені ваги зрівняних дирекційних кутів, сторін і координат, що апроксимовані поліномами n-ої ступені по методу найменших квадратів.

Зроблено порівняння зрівняних координат з їхніми істинними значеннями.

Робиться висновок про можливість створення лінійно-кутових мереж несучільних спостережень.

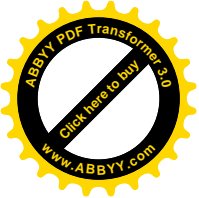
У результаті строгого зрівнювання отримані обернені ваги зрівняних елементів

Таблиця 4.18

№ тр.	$\frac{1}{P_L}$	$\frac{1}{P_q}$	$\frac{1}{P_{\alpha_{св.}}}$	$\frac{1}{P_{\alpha_{ен.}}}$	$\frac{1}{P_{S_{св.}}}$	$\frac{1}{P_{S_{ен.}}}$
1	6,778	20,269	1,996		2,351	
2	9,367	0,019		1,996		9,367
3	15,819	14,311	1943,897	1945,285	17,029	7,674
4	11,272	39,295	1944,729		11,772	
5	11,941	44,940		1944,351		12,058
6	13,539	24,310	1462,007	1461,729	12,319	14,094
7	14,310	30,411	1462,030		13,380	
8	14,175	36,819		1461,828		10,189
9	2,54	7,609	808,065	808,504	12,365	12,387
10				808,237	2,588	
11			808,762			2,540

За результатами строгого урівнювання апроксимовані обернені ваги зрівняних сторін, дирекційних кутів і координат по методу найменших квадратів.

При апроксимації величин подовжнього зсуву невіЛЬНОГО лінійно-кутового ряду не суцільних спостережень поліномом другого порядку отримана формула:



$$\frac{1}{P_L} = -0.52\pi^2 + 5,10\pi + 1,91, \quad (4.11.2)$$

де π – число трикутників ряду.

Формула забезпечує середню квадратичну похибку різниці обчислених коефіцієнтів від їхніх значень, рівну 0,873.

При апроксимації тих же значень поліномом третього порядку отримана формула

$$\frac{1}{P_L} = -0,008\pi^3 + 0,669\pi^2 + 0,108\pi + 7,122 \quad (4.11.3)$$

При цьому середня квадратична похибка різниці $m_r=0.808$.

Апроксимуючи ті ж значення поліномом четвертого порядку, отримане вираження

$$\frac{1}{P_L} = -0,0007\pi^4 + 1,419\pi^3 - 9,338\pi^2 + 25,258\pi - 11,243, \quad (4.11.4)$$

значення, що забезпечує, $m_r=0,495$.

Формула поперечного зрушення невірного лінійно-кутового ряду не суцільних спостережень при апроксимації поліномом другого порядку має вигляд

$$\frac{1}{P_q} = -1,406\pi^2 + 15,346\pi - 7,976, \quad (4.11.5)$$

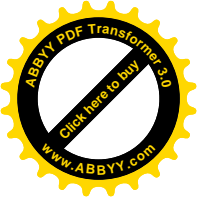
при $m_r=3,720$,

поліном 6 порядку

$$\frac{1}{P_q} = -0,034\pi^6 + 0,848\pi^5 - 7,531\pi^4 + 26,349\pi^3 - 16,487\pi^2 - 67,663\pi + 84,978, \quad (4.11.6)$$

при $m_r=0,947$.

Апроксимуючи значення зворотної ваги $\frac{1}{P_{\alpha_{св}}}$ дирекційних кутів поліномом другого порядку, отримана формула



$$\frac{1}{P_{\alpha_{св.}}} = -50,367\pi^2 + 598,587\pi - 49,382 , \quad (4.11.7)$$

при $m_r=164,173$,

і шостого порядку

$$\frac{1}{P_{\alpha_{св.}}} = 0,444\pi^6 - 14,791\pi^5 + 186,578\pi^4 - 1097,252\pi^3 + 2867,867\pi^2 - 2071,369\pi + 130,518 , \quad (4.11.8)$$

де $m_r=0,000$.

Формула оберненої ваги зовнішньої сторони ряду при апроксимації поліномами другого порядку суть

$$\frac{1}{P_{\alpha_{вн.}}} = -80,040\pi^2 + 951,741\pi - 994,322 , \quad (4.11.9)$$

при $m_r=164,568$

і поліномами п'ятого порядку

$$\frac{1}{P_{\alpha_{вн.}}} = 3,080\pi^5 - 100,554\pi^4 + 1267,186\pi^3 - 7691,197\pi^2 + 22260,330\pi - 22393,348 , \quad (4.11.10)$$

де $m_r=40,194$

Апроксимуючи величину оберненої ваги сполучної сторони ряду поліномом другого порядку, отримана формула

$$\frac{1}{P_{S_{св.}}} = -0,540\pi^2 + 5,974\pi - 1,365 , \quad (4.11.11)$$

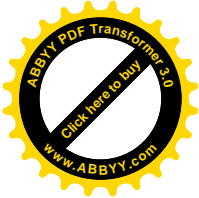
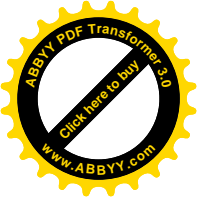
при $m_r=1,112$.

Формула зворотної ваги зовнішньої сторони ряду має вид

$$\frac{1}{P_{S_{вн.}}} = -0,369\pi^2 + 4,369\pi + 0,204 , \quad (4.11.12)$$

при $m_r=0,655$.

У табл.4.19. представлені зрівняні значення координат.



Таблиця 4.19.

№ п.	X _{предв.}	δx	X _{ур.}	У _{предв.}	δy	У _{ур.}
1	999,997	+0,003	1000,000	3000,003	-0,009	2999994
2	2732,058	-0,006	2732,052	4000,003	-0,005	3999,998
3	999,995	-0,009	999,986	5000,000	-0,014	4999,986
4	2732,051	-0,028	2732,023	5999,997	-0,015	5999,982
5	999,995	-0,019	999,976	6999,997	-0,026	6999,971
6	2732,049	-0,014	2732,035	7999,995	-0,011	7999,984
7	1000,016	-0,026	999,990	9000,014	-0,017	8999,997
8	2732,062	-0,023	2732,039	10000,000	-0,017	9999,983
9	1000,017	-0,021	999,996	11000,010	-0,018	10999,992

Порівняльна таблиця зрівняних і правдивих координат представлена в табл.4.20.

Таблиця 4.20.

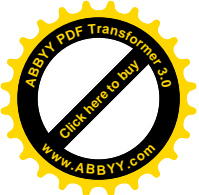
№ п.	X _{ист.}	X _{ур.}	X _{ур.} -X _{ист.} (мм)	У _{ист.}	У _{ур.}	У _{ур.} -У _{ист.} (мм)
1	1000,000	1000,000	0	3000,000	2999,994	-6
2	2732,051	2732,052	+1	4000,000	3999,998	-2
3	1000,000	999,986	-14	5000,000	4999,986	-14
4	2732,051	2732,023	-28	6000,000	5999,982	-18
5	1000,000	999,976	-24	7000,000	6999,971	-29
6	2732,051	2732,035	-16	8000,000	7999,984	-16
7	1000,000	999,990	-10	9000,000	8999,997	-3
8	2732,051	2732,039	-12	10000,000	9999,983	-17
9	1000,000	999,996	-4	11000,000	10999,992	-8

Таким чином, на підставі проведених досліджень стверджується теорема:

Теорема 3. При створенні лінійно-кутових геодезичних мереж не суцільних спостережень електронним тахеометром з точністю виміру сторін рівної $5\text{мм} + 2 \cdot 10^{-6}D$ і кутів при $m_\beta = 2''$ для невірного ряду з II трикутників при довжині сторін у 2 км, істинна помилка визначення координат пунктів не перевищить 3 см, тобто

$$(\forall PT_{11\Delta})(m_s \leq 5\text{мм} + 2 \cdot 10^{-6}D; S = 2\text{км}; m_\beta \leq 2'') \Rightarrow \Delta_{x,y} \in \{0; 3\text{см}\}, \quad (4.11.13)$$

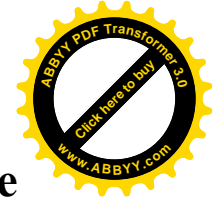
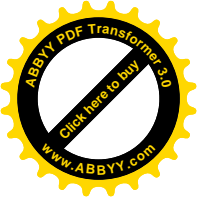
де \forall - квантор спільності



$PT_{11\Delta}$ – позначення невірного лінійно-кутового ряду не суцільних спостережень, що складаються з II трикутників.

Висновок по главі

1. Досліджена можливість створення лінійно-кутових мереж не суцільних спостережень.
2. Запропоновано принципові схеми створення лінійно-кутових мереж не суцільних спостережень.
3. Розроблено раціональні формули визначення координат пунктів по обмірюваних відстанях.
4. Розроблено програму визначення координат лінійно-кутової мережі не суцільних спостережень.
5. Отримано формули оцінки точності зрівняних елементів невірного лінійно-кутового ряду не суцільних спостережень.
6. Установлено, що при спостереженні напрямків з точністю 1,5" і вимірі сторін з точністю до 1 см при зразковій рівності сторін трикутників 2 км і II трикутників у ряді не суцільних спостережень, правдива помилка визначення координат пунктів не перевищить 3см.
7. Доведено можливість створення лінійно-кутових мереж не суцільних спостережень.



Розділ V. Розробка прецизійної мережі міста Рівне

5.1 Проект і дослідження триангуляції

Введення

В даній роботі вперше проектується триангуляція обласного центру з точністю визначення координат пунктів 3-5 мм для забезпечення облікової одиниці площі 1 кв. м.

На території міста проектується 9 пунктів триангуляції у вигляді центральної системи. Пункти передбачається закріплювати на дахах висотних будинків. Проектується схема мережі на топографічній карті масштабу 1:10000. Кути вимірюються транспортом і три рази проводиться зрівноваження для побудови істинної моделі, у якій задовільняють всі умовні рівняння.

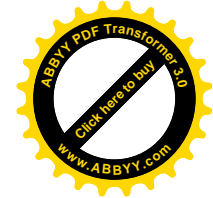
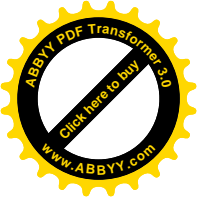
Генеруються середні квадратичні похибки 0,4", які відповідають точності вимірювання кутів у полігонометрії 1 класу і 0,7", що відповідає точності вимірювання кутів у триангуляції 1 класу.

Проводиться строге зрівноваження мережі з оцінкою точності результатів.

Дається порівняльний аналіз з елементами істинної моделі.

Центральний пункт А запроєктовану на даху 14 поверхового будинку по вулиці Кіквідзе з якого є добра видимість на 8 пунктів, що розташовані у різних частинах міста.

Вихідний базис АВ вимірюється з точністю 1:1000000. Довжина базисної сторони 2 900,000 м. Координати визначені у відносній системі координат. Пункт В запроєктовану на 14 поверховому будинку в пересіченні вулиць Січових стрільців і Макарова. Пункт С розташовується на даху 9 поверхового будинку по вулиці Макарова на відстані 2499,558 м. від пункту В. Пункт Д закріплюється на вулиці Золотіївській, пункт Е на даху 9 поверхового будинку по вулиці Черняка, пункт F на 9 поверховому будинку по вулиці Струтинського, пункт G на 14 поверховому будинку по вул. Данила Галицького, пункт H на 9 поверховому будинку по вул. Студентській і пункт I - на вул. Басівкутській.



1. Постановка проблеми дослідження.

Побудова істинної моделі.

На рис. 5.1. проведена схема тріангуляції міста Рівне. Геодезичним транспортиром виміряні кути запроєктованих трикутників з точністю до $0,5^\circ$. При цьому необхідно, щоб сума кутів на центральному пункті центральної системи дорівнювала 360° , а сума кутів трикутників була б рівною 180° .

Для побудови моделі геодезичної мережі необхідно підібрати так значення кутів, щоб виконувалися умови фігур, горизонту і полюса. Лише в цьому випадку визначені координати пунктів можна прийняти за істинні координати, кути - за істинні значення кутів.

Виконується попереднє рішення трикутників - визначаються довжини сторін і вільний член полюсного умовного рівняння.

Рішення трикутників виконується по теоремі синусів

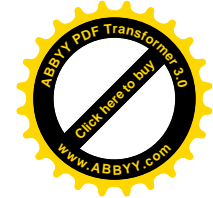
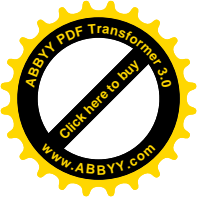
$$S_{BC} = S_{AB} \frac{\sin C_1}{\sin A_1} \quad (5.1.1)$$

$$S_{AC} = S_{AB} \frac{\sin B_1}{\sin A_1} \quad (5.1.2)$$

$$S_{AD} = S_{AC} \frac{\sin B_2}{\sin A_2} \quad (5.1.3)$$

Підставляючи (5.1.2) у (5.1.3), отримаємо

$$S_{AD} = S_{AB} \frac{\sin B_1 \sin B_2}{\sin A_1 \sin A_2} \quad (5.1.4)$$



Діючи по аналогії, отримаємо

$$S'_{AB} = S_{AB} \frac{\sin B_1 \sin B_2 \sin B_3 \sin B_4 \sin B_5 \cdot \sin B_6 \sin B_7 \sin B_8}{\sin A_1 \sin A_2 \sin A_3 \sin A_4 \sin A_5 \cdot \sin A_6 \sin A_7 \sin A_8} \quad (5.1.5)$$

де S_{AB} - довжина виміряного базиса,

S'_{AB} - розрахована довжина базиса при передачі сторін.

Полюсне умовне рівняння при цьому буде

$$\frac{10^6}{\rho^n} \left[\begin{array}{l} \text{ctg}B_1(B_1) + \text{ctg}B_2(B_2) + \text{ctg}B_3(B_3) + \text{ctg}B_4(B_4) + \text{ctg}B_5(B_5) + \text{ctg}B_6(B_6) + \\ + \text{ctg}B_7(B_7) + \text{ctg}B_8(B_8) - \text{ctg}A_1(A_1) - \text{ctg}A_2(A_2) - \text{ctg}A_3(A_3) - \text{ctg}A_4(A_4) - \\ - \text{ctg}A_5(A_5) - \text{ctg}A_6(A_6) - \text{ctg}A_7(A_7) - \text{ctg}A_8(A_8) \end{array} \right] + W_{\text{пол.}} = 0 \quad (5.1.6)$$

$$\text{де} \quad W_{\text{пол.}} = \frac{S'_{AB} - S_{AB}}{S_{AB}} * 10^6 \quad (5.1.7)$$

(B_i), (A_i) - невідомі поправки у виміряні відповідно кути B_i , A_i ,

ρ^n - число секунд в одному радіані.

Крім умовного рівняння полюса в даній мережі повинна задовільнятися умова горизонту, якщо вимірюються кути

$$(C_1) + (C_2) + (C_3) + (C_4) + (C_5) + (C_6) + (C_7) + (C_8) + W_r = 0, \quad (5.1.8)$$

де (C_i) - поправки в центральні кути C_i

$$\text{При цьому} \quad W_r = \sum_{i=1}^8 c_i - 360^\circ \quad (5.1.9)$$

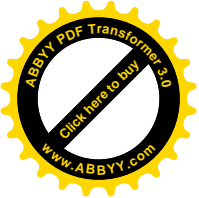
В даній мережі повинно задовільнятися вісім умовних рівнянь фігур

$$(A_1) + (B_1) + (C_1) + W_1 = 0 \quad (5.1.10)$$

$$(A_2) + (B_2) + (C_2) + W_2 = 0 \quad (5.1.11)$$

$$(A_3) + (B_3) + (C_3) + W_3 = 0 \quad (5.1.12)$$

$$(A_4) + (B_4) + (C_4) + W_4 = 0 \quad (5.1.13)$$



$$(A_5)+(B_5)+(C_5)+W_5=0 \tag{5.1.14}$$

$$(A_6)+(B_6)+(C_6)+W_6=0 \tag{5.1.15}$$

$$(A_7)+(B_7)+(C_7)+W_7=0 \tag{5.1.16}$$

$$(A_8)+(B_8)+(C_8)+W_8=0 \tag{5.1.17}$$

де $W_i = A_i + B_i + C_i - 180^\circ \tag{5.1.18}$

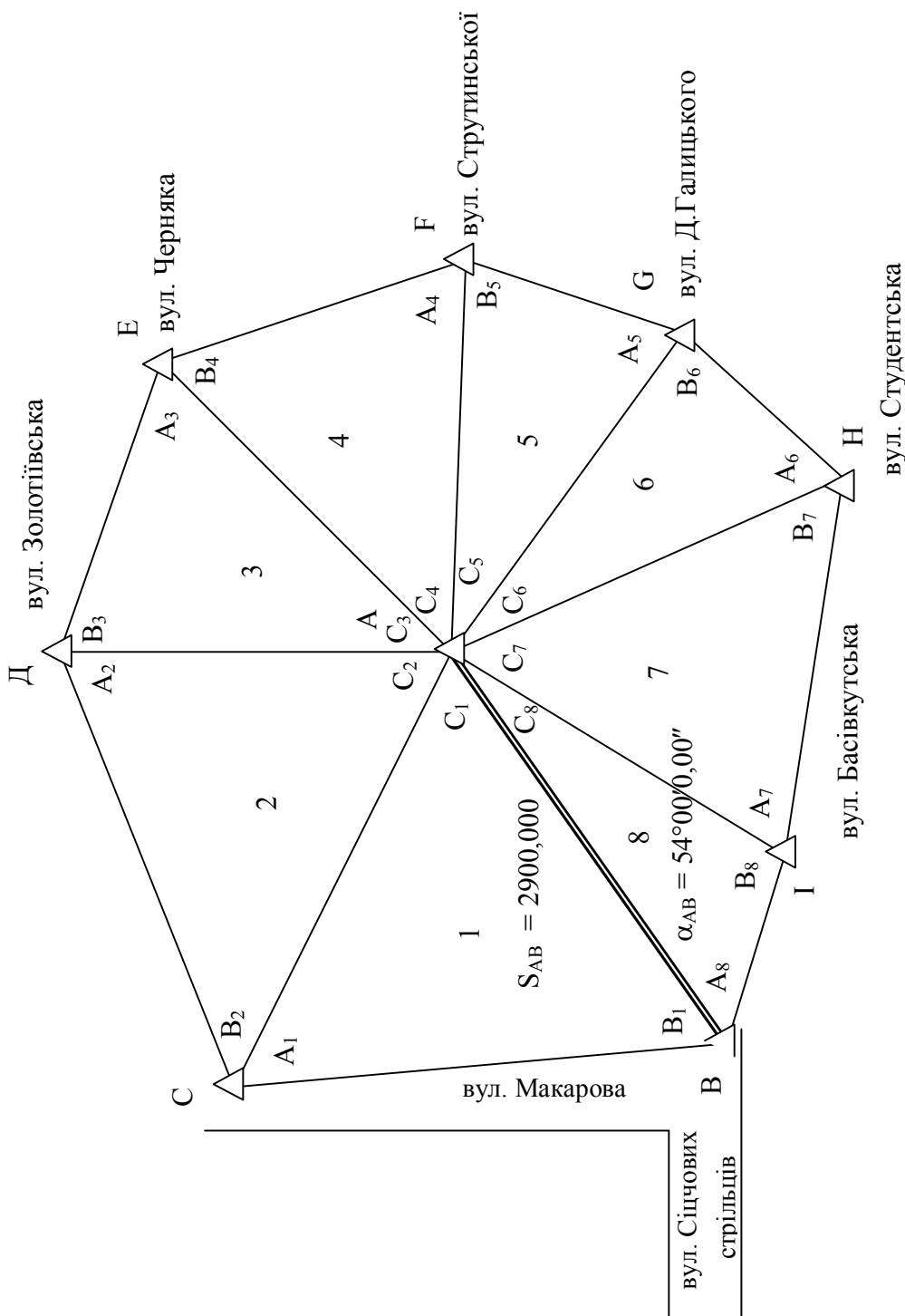
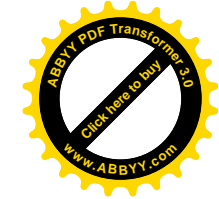
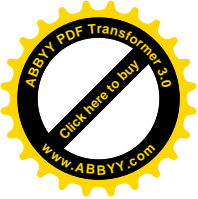


Рис. 5.1. Проект спеціальної мережі триангуляції м.Рівне



Таблиця 5.1. Побудова моделі мережі триангуляції

	Назви кутів	Вимір кутів	Sin	S	V ₁	$\beta'+V_1$	Sin	S	V ₂	Істинні значення кутів
1	A ₁	63°	0,89100654	2900. 00	-16'33. 83"	62° 43'26. 17"	0.8888 088	2900	-18.06"	62°43'08.11"
	C ₁	50°	0,76604452	2493. 28		50°	0.76604452	2499.44		50° 00' 00"
	B ₁	67°	0,92050489	2996.01	16'33. 83"	67° 16'33. 83"	0.92237677	3009.52	+18.06"	67° 16'51.89"
	Σ	180°				180°00'00"				180°00'00"
2	A ₂	68°	0,92718389	2996.01	-16'33. 83"	67°43'26.17"	0.92536816	3009.52	-18.06"	67°43'08,11"
	C ₂	75°	0,96592582	3121.20		75°	0.96592582	3141.43		75°00'00,00"
	B ₂	37°	0,60181503	1944.64	16'33. 83"	37° 16'33. 83"	0.60565602	1969.74	+18.06"	37°16'51,89"
	Σ	180°				180° 00'00"				180°00'00"
3	A ₃	64°	0,89879408	1944.64	-16'33. 83"	63° 43'26.17"	0.89667146	1969.74	-18.06"	63°43'08,11"
	C ₃	43°	0,68199835	1475..58		43°	0.68199835	1498.16		43°00'00,00"
	B ₃	73°	0,95630478	2069.08	16'33 .83"	73° 16'33. 83"	0.95770237	2103.81	+18.06"	73°16'51,89"
	Σ	180°				180°00'00"				180°00'00"
4	A ₄	50°	0,76604452	2069.08	-16'33 .83"	49°43'26.17"	0.76293846	2103.81	-18.06"	49°43'08,11"
	C ₄	44°	0,69465838	1876.26		44°	0.69465838	1915.53		44°00'00,00"
	B ₄	86°	0,9975641	2694.41	16'33 .83"	86° 16'33. 83"	0.99788862 -	2751. 69	+18.06"	86°16'51,890,00"
	Σ	180°				180°00'00"				180°00'00"

5	A ₅	57°	0,83867061	2694.41	-16'33.83"	56°43'26.17"	0.83603666	2751.69	-18.06"	56°43'08,110,00"
	C ₅	33°	0,54463905	1749.77		33°	0.54463905	1792.60		33°00'00,00"
	B ₅	90°	1	3212.71	16'33.83"	90° 16'33.83"	0.99998843	3291.31	+18.06"	90°16'51,890,00"
	∑	180°				180°00'00"				180°00'00"
6	A ₆	72°	0,95105655	3212.71	-16'33.83"	71°43'26.17"	0.94955657	3291.31	-18.06"	71°43'08,11"
	C ₆	27°	0,45399051	1533.60		27°	0.45399051	1573.60		27°00'00,00"
	B ₆	81°	0,98768835	3336.46	16'33.83"	81° 16'33.83"	0.98843061	3426.05	+18.06"	81°16'51,89 "
		180°				180°00'00"				180°00'000,00"
7	A ₇	99°	0,98768835	3336.46	-16'33.83"	98° 43'26.17"	0.98843061	3426.05	-18.06"	98°43'08,11"
	C ₇	32°	0,52991926	1790.09		32°	0.52991926	1836.78		32°00'00,000,00"
	B ₇	49°	0,75470957	2549.44	16'33.83"	49° 16'33.83"	0.75786185	2626.87	+18.06"	49°16'51,89"
		180°				180°00'00"				180°00'00"
8	A ₈	57°	0,83867061	2549.44	-16'33.83"	56° 43'26.17"	0.83603666	2626.87	-18.06"	56°43'08,11"
	C ₈	56°	0,82903761	2520.16		56°	0.82903761	2604.88		56°00'00,00"
	B ₈	67°	0,92050489	2798.21	16'33.83"	67° 16'33.83"	0.92237677	2898.151	+18.06"	57°16'51,89"
		180°				180°00'00"				180°00'00"

$$W_n = -35100,9$$

$$V = +16'33.83''$$

$$W_n = -637.6$$

$$V = +18.06''$$

№ трик	Назва Кутів	Істинні значення Кутів	Sin	Істинні значення Сторін
1	A ₁	62°43'08,11"	0,88876865	2900,000
	C ₁	50°00'00,00"	0,76604452	2499,558
	B ₁	67°16'51,89"	0,92241061	3009,772
2	A ₂	67°43'08,11"	0,92533499	3009,772
	C ₂	75°00'00,00"	0,96592582	3141,798
	B ₂	37°16'51,89"	0,60572565	1970,201
3	A ₃	63°43'08,11"	0,89663271	1970,201
	C ₃	43°00'00,00"	0,68199835	1498,578
	B ₃	73°16'51,89"	0,95772755	2104,446
4	A ₄	49°43'08,11"	0,76288189	2104,446
	C ₄	44°00'00,00"	0,69465838	1916,248
	B ₄	86°16'51,89"	0,99789432	2752,739
5	A ₅	56°43'08,11 "	0,83598861	2752,739
	C ₅	33°00'00,00"	0,54463905	1793,385
	B ₅	90°16'51,89"	0,99998798	3292,756
6	A ₆	71°43'08,11"	0,94952911	3292,756
	C ₆	27°00'00,00"	0,45399051	1574,338
	B ₆	81°16'51,89"	0,98844388	3427,703
7	A ₇	98°43'08,11"	0,9884439	3427,703
	C ₇	32°00'00,00"	0,52991926	1837,642
	B ₇	49°16'51,89"	0,75791894	2628,294
8	A ₈	56°43'08,11"	0,83598861	2628,294
	C ₈	50°00'00,00"	0,82903761	2606,440
	B ₈	67°16'51,89"	0,92241061	2899,999

$$W_{,,} = -0,3$$

$$V'' = + 0.008''$$

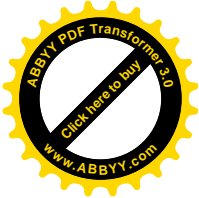
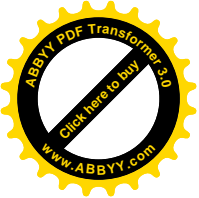
При розрахунку по програмі знаходяться вільні члени умовних рівнянь фігур за формулою (5.1.18). Визначається первинна поправка за умови фігур

$$V''_{\beta} = -W_{\phi} / 3 \quad (5.1.19)$$

І вводиться у виміряні кути

$$A'_i = A_i + V'_{\beta}; B'_i = B_i + V'_{\beta}; C'_i = C_i + V_{\beta} \quad (5.1.20)$$

Поправка за умову полюсу у звязуючі кути трикутників знаходяться за формулою



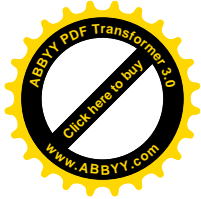
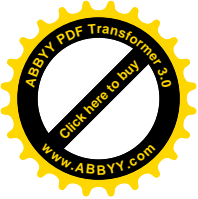
$$V'' = -W_{нол} / \sum \delta_i \tag{5.1.21}$$

Де

$$\sum \delta_i = \sum (\delta_{Ai} + \delta_{Bi}) \tag{5.1.22}$$

$$\delta_{Ai} = (ctgA_i / p'') * 10^6 \tag{5.1.23}$$

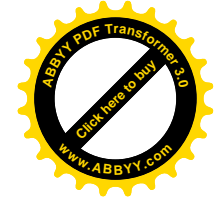
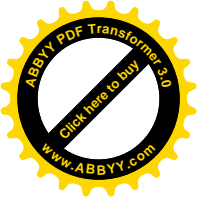
$$\delta_{Bi} = (ctgB_i / p'';) * 10^6 \tag{5.1.24}$$



2. Побудова і зрівноваження спотвореної моделі.

Таблиця 5.2. Побудова і розрахунок сторін спотвореної і зрівноваженої моделі при генеруванні кутів в 0,7 "

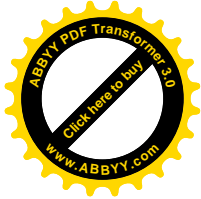
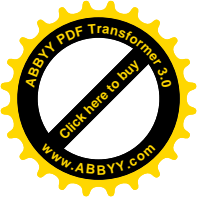
№	Назви	Істинні значення кутів	Δ 0,7"	Кути спотвореної моделі	V', Сек	$\beta + V$	Sin	Сторони	V''	Зрівноважені кути	sin	Зрівноважені сторони
1	A ₁	62°43'08,11"	-0,53	62°43'07.58"	-0.07	62°43'07.51"	0.88876729	2900.000	-0.18	62°43'07.33"	0.88876692	2900.000
	C ₁	50°00' 00"	+0,21	50°00'00.21"	-0.07	50°00'00.14"	0.76604489	2499,563	+0.04	50°00'00.18"	0.76604502	2499.565
	B ₁	67°16'51,89"	+0.52	67°16'52.41"	-0,06	67°16'52.35"	0.9224115	3009.779	+0.14	67°16'52.49"	0.92241173	3009.781
	Σ	180°00'00,0"	+0.20	180°00'00.20"	-0.20	180°00'00.0"			-0.20	180°00'00.0"		
2	A ₂	67°43'08,11"	+0.32	67° 43' 08.43"	-0.05	67°43'08.38"	0,92533546	3009.779	-0,26	67°43'08.12"	0.925335	3009.781
	C ₂	75°00'00,00"	+0.42	75°00'00.42"	-0.05	75°00'00.37"	0.9659263	3141.806	-0.08	75°00'00.29"	0.9659262	3141,810
	B ₂	37°16'51,89"	-0.60	37°16' 51.29"	-0,04	37°16'51.25"	0.60572319	1970.197	+0.34	37°16'51.59"	0,60572452	1970.204
	Σ	180°00'00,0"	+0.14	180°00'00,14"	-0.14	180°00'00.0"			-0.14	180°00'00.0"		
3	A ₃	63°43'08,11"	-0.01	61°43'08.10"	+0.21	63°43'08.31"	0.89663315	1970.197	-0.16	63°43'08.15"	0.89663275	1970,204
	C ₃	43°00'00.00	-0.06	42°59'59.94"	+0,21	43°00'00.15"	0.68199891	1498.575	+0.05	43°00'00.20"	0.68199905	1498.581
	B ₃	73° 16'51,89"	-0.55	73°16'51.34"	+0.20	73°16'51.54"	0.95772702		+0.11	73°16'51.65"	0,95772722	2104.448
	Σ	180°00'00,0"	-0.62	179°59'59.39"	+0.62	180°00'00.0"				180°00'00.0"		
4	A ₄	49°43' 08.11"	+0.63	49°43'08.74"	-0.32	49°43'08.42"	0.76288282	2104.440	-0.21	49°43'08.21"	0.7628821	2104,448
	C ₄	44°00'00,00"	+0.29	44°00'00.29"	-0.32	43°59'59.97"	0.69465829	1916.240	+0.11	44°00'00.08"	0.69465861	1916.250
	B ₄	86° 16'51,89"	+0,04	86°16'51.93"	-0.32	86°16'51.61"	0.9978942	2752.728	+0.11	86°16'51.71"	0,99789423	2752,741
	Σ	180°00'00,0"	+0.96	180°00'00.96"	-0.96	180°00'00.0"				180°00'00.0"		



5	A ₅	56°43'08,11"	+0.66	56°43'08.77"	-0.35	56°43'08.42"	0.835989421	2752.728	-0,16	56°43'08.26"	0.83598903	2752.741
	C ₅	33°00'00,00"	-0.25	32°59'59.75"	-0.35	32°59'59.40"	0.54463659	1793.367	+0.10	32°59'59.50"	0,544637	1793,178
	B ₅	90°16'51,89"	+0,64	90°16'52.53"	-0.35	90°16'52.18"	0.99998797	3292.738	+0.06	90°16'52.24"	0.99998797	1292.755
	Σ	180°00'00,00"	+1.05	180°00'01.05"	-1.05	180°00'00.0"				180°00'00.0"		
6	A ₆	71°43'08.00"	+0.61	71°43'08.72"	-0.25	71°43'08.47"	0.94952963	3292.718	-0.10	71°43'08,37"	0.94952953	3292.755
	C ₆	27°00'00.00"	+0.05	27°00'00.05"	-0.25	26°59'59.80"	0.4539896	1574,326	+0.04	26°59'59.84"	0.45398977	1574.334
	B ₆	81°16'51.89"	+0.09	81°16'51.98"	-0.25	81°16'51.73"	0.98844376		+0.06	81°16'51.79"	0,98844381	3427.701
	Σ	180°00'00.00"	+0.75	180°00'00.75"	-0.75	180°00'00.0"				180°00'00.0"		
7	A ₇	98°43'08.11"	+0.24	98°43'08.35"	-0.29	98°43'08.06"	0.98844393	3427.683	-0.08	98°43'07,98"	0.98844399	3427.701
	C ₇	32°00'00.00"	+0.28	32°00'00.28"	-0.29	31°59'59.99"	0.5299191	1817.630	-0,09	31°59'59.90"	0.52991881	1837,639
	B ₇	49°16'51.89"	+0.34	49°16'52.23"	-0.28	49°16'51.95"	0.75791917	2628.279	+0.17	49°16'52.12"	0.75791969	2628.295
	Σ	180°00'00.00"	+0.86	180°00'00.8"	-0.86	180°00'00.0"				180°00'00,0"		
8	A ₈	56°43'08.11"	+0.23	56°43'08.34"	+0,02	56°43'08.36"	0.8359892 5	2628.279	-0.21	56°43'08.15"	0.83598871	2628.295
	C ₈	56°00'00.00"	-0.06	55°59'59.94"	+0.02	55°59'59.96"	0.8290374 9	2606.423	+0.05	56°00'00.01"	0.82903761	2606.441
	B ₈	67°16'51.89"	-0.23	67°16'51.66"	+0.02	67°16'51.68"	0.9224102 3	2899.979	+0.16	67°16'51.84"	0.92241053	2899.999
	Σ	180°00'00"	-0.06	17°59'59.94"	+0.06	180°00'00.0"				180°00'00.0"		

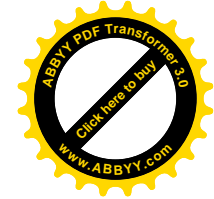
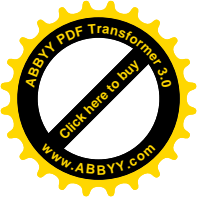
$$W_n = -7,2 \text{ V}'' = +0,20,3''$$

$$W_n = -0,3 \text{ V}'' = +0,008''$$



Таблиця 5.3. Побудова і розрахунок сторін спотвореної і зрівноваженої моделі при генеруванні кутів в 0,4 "

№	Назви	Істинні значення кутів	Δ 0,4"	Кути спотвореної моделі β'	V', Сек	$\beta +$	Sin	Сторони	V"	Зрівноважені кути	sin	Зрівноважені сторони
1	A ₁	62°43'08,11"	-0,30	62°43'07.81"	-0.04	62°43'07.77"	0.88876789	2900.000	-0.10	62°43'07.67"	0.88876768	2900.000
	C ₁	50°00'00.00"	+0,12	50°00'00.12"	-0.04	50°00'00.08"	0.76604474	2499,561	+0.02	50°00'00.10"	0.76604477	2499.562
	B ₁	67°16'51,89"	+0.30	67°16'52.19"	-0,04	67°16'52.15"	0.92241112	3009.776	+0.08	67°16'52.23"	0.92241127	3009.777
	Σ	180°00'00,0"	+0.12	180°00'00.12"	-0.12	180°00'00.0"			0	180°00'00.0"		
2	A ₂	67°43'08,11"	+0.18	67° 43' 08.29"	-0.03	67°43'08.26"	0,92533524	3009.776	-0,15	67°43'08.11"	0.925335	3009.781
	C ₂	75°00'00,00"	+0.24	75°00'00.24"	-0.03	75°00'00.21"	0.9659261	3141.803	-0.04	75°00'00.17"	0.1659262	3141,810
	B ₂	37°16'51,89"	-0.34	37°16' 51.55"	-0,02	37°16'51.53"	0.6057243	1970.199	+0.19	37°16'51.72"	0.60572503	1970.202
	Σ	180°00'00,0"	+0.08	180°00'00,08"	-0.08	180°00'00.0"			0.0	180°00'00.0"		
3	A ₃	63°43'08,11"	-0.01	63°43'08.10"	+0.12	63°43'08.22"	0.89663292	1970.199	-0.09	63°43'08.13"	0.8966327 5	1970,204
	C ₃	43°00'00.00	-0.04	42°59'59.96"	+0,12	43°00'00.08"	0.68199867	1498.576	+0.03	43°00'00.11"	0.6819990 5	1498.581
	B ₃	73° 16'51,89"	-0.31	73°16'51.58"	+0.12	73°16'51.70"	0.95772728	2104.443	+0.06	73°16'51.76"	0,95772735	2104.448
	Σ	180°00'00,0"	-0.36	179°59'59.64"	+0.36	180°00'00.0"			0	180°00'00.0"		
4	A ₄	49°43' 08.11"	+0.36	49°43'08.47"	-0.18	49°43'08.29"	0.76288235	2104.443	-0.12	49°43'08.17"	0.7628821	2104,448
	C ₄	44°00'00,00"	+0.16	44°00'00.16"	-0.18	43°59'59.98"	0.69465829	1916.244	+0.06	44°00'00.04"	0.69465861	1916.250
	B ₄	86° 16'51,89"	+0,03	86°16'51.92"	-0.19	86°16'51.73"	0.99789423	2752.733	+0.06	86°16'51.79"	0,99789423	2752,741
	Σ	180°00'00,0"	+0.55	180°00'00.55"	-0.55	180°00'00.0"			0	180°00'00.0"		



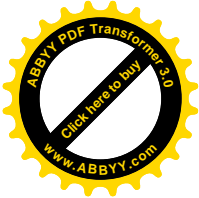
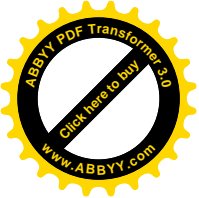
5	A ₅	56°43'08,11"	+0.38	56°43'08.49"	-0.20	56°43'08.29"	0.8359891	2752.733	-0,09	56°43'08.20"	0.83598903	2752.741
	C ₅	33°00'00,00"	-0.14	32°59'59.86"	-0.20	32°59'59.66"	0.54463659	1793.375	+0.06	32°59'59.72"	0,544637	1793,178
	B ₅	90°16'51,89"	+0,36	90°16'52.25"	-0.20	90°16'52.05"	0.99998797	3292.746	+0.03	90°16'52.08"	0.99998797	1292.755
	Σ	180°00'00,00"	+0.60	180°00'00.60"	-1.60	180°00'00.0"			0	180°00'00.0"		
6	A ₆	71°43'08.00"	+0.35	71°43'08.46"	-0.14	71°43'08.32"	0.94952943	3292.331	-0.06	71°43'08.26"	0.94952953	3292.755
	C ₆	27°00'00.00"	+0.03	27°00'00.03"	-0.14	26°59'59.89"	0.45398999	1574,636	+0.02	26°59'59.91"	0.45398977	1574.334
	B ₆	81°16'51.89"	+0.05	81°16'51.94"	-0.15	81°16'51.79"	0.98844381		+0.04	81°16'51.83"		
	Σ	180°00"00.00"	+0.43	180°00'00.43"	-0.43	180°00'00.0"			0	180°00'00.0"		
7	A ₇	98°43'08.11"	+0.14	98°43'08.25"	-0.16	98°43'08.09"	0.98844391	3427.692	-0.04	98°43'08.05"	0.98844394	3427.701
	C ₇	32°00'00.00"	+0.16	32°00'00.16"	-0.16	31°59'59.00"	0.52991906	1817.636	-0,05	31°59'59.95"	0.5299188	1837,639
	B ₇	49°16'51.89"	+0.19	49°16'52.08"	-0.17	49°16'51.91"	0.75791906	2628.286	+0.09	49°16'52.00"	0.75791969	2628.295
	Σ	180°00'	+0.49	180°00'00.49"	-0.49	180°00'00.0"			0	180°00'00.0"		
8	A ₈	56°43'08.11"	+0.13	56°43'08.24"	+0,01	56°43'08.25"	0.835989	2628.286	-0.12	56°43'08.13"	0.8359887	2628.295
	C ₈	56°00'00.00"	-0.04	55°59'59.96"	+0.01	55°59'59.97"	0.92241041	2606.431	+0.03	56°00'00.00"	0.8290376	2606.441
	B ₈	67°16'51.89"	-0.13	67°16'51.76"	+0.02	67°16'51.78"	0.82903751	2899.988	+0.09	67°16'51.87"	0.92241056	2899.999
	Σ	180°00'00"	-0.04	17°59'59.96"	+0.04	180°00'00.0"			0	180°00'00.0"		

$$W_n = -4,10$$

$$W_n = -0,2$$

$$V'' = +0,116''$$

$$V'' = +0,005''$$



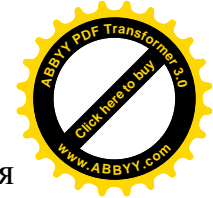
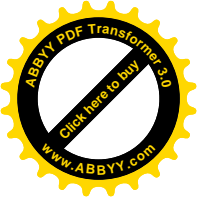
3. Таблиці коефіцієнтів умовних і нормальних рівнянь

Таблиця 5. 4. Розрахунок вільного члена умовного рівняння горизонту

Назви кутів	$\Delta\beta = 0,7''$	$\Delta\beta = 0,4''$
C ₁	50 ⁰ 00'00,14"	50 ⁰ 00'00,08"
C ₂	75 ⁰ 00'00,37"	75 ⁰ 00'00,21"
C ₃	43 ⁰ 00'00,15"	43 ⁰ 00'00,08"
C ₄	43 ⁰ 59'59,97"	43 ⁰ 59'59,98"
C ₅	32 ⁰ 59'59,40"	32 ⁰ 59'59,66"
C ₆	26 ⁰ 59'59,80"	26 ⁰ 59'59,89"
C ₇	31 ⁰ 59'59,99"	31 ⁰ 59'00,00"
C ₈	55 ⁰ 59'59,96"	55 ⁰ 59'59,97"
\sum	359 ⁰ 59'59,78"	359 ⁰ 59'59,87"
W	-0,22"	-0,13"

Таблиця 5. 5. Коефіцієнти умовних рівнянь і вагових функцій

По пр.	Умовні рівняння фігур								Р-ня II групи		Вагові функції		A ₁	B ₁	F ₁	F ₁
	1	2	3	4	5	6	7	8	A _{го} р	впол	F _a	f _s				
(A ₁)	1									-2.50		-2.50	-0.333	-2.343	-0.313	2.343
(C ₁)	1								+1		+1		+0.666	+0.157	+0.666	+0.157
(B ₁)	1									+2.03		+2.03	-0.333	+2.186	-0.133	+2.186
(A ₂)		1								-1.99		-1.99	-0.333	-1.450	-0.333	3.450
(C ₂)		1							+1		-1		+0.666	-1.460	+0.666	1.460
(B ₂)		1								+6.37		+6.37	-0.333	+4.910	-0.333	+4.910
(A ₃)			1							-2.39		-2.39	-0.333	-2.080	-0.333	2.080
(C ₃)			1						-1		+1		+0.666	+0.310	+0.666	+0.310
(B ₃)			1							+1.46		+1.46	-0.333	+1.770	-0.333	+1.770
(A ₄)				1						-4.11		-4.11	-0.333	-2.846	-0.333	2.846
(C ₄)				1					+1		+1		+0.666	+1.263	+0.666	+1.263
(B ₄)				1						+0.32		+0.32	-0.333	+1.583	-0.333	+1.583
(A ₅)					1					-3.18			-0.333	-2.113		
(C ₅)					1				+1				-0.666	+1.067		
(B ₅)					1					-1.02			-0.333	+1.046		
(A ₆)						1				-1.60			-0.331	-1.311		
(C ₆)						1			+1				+0.666	+0.286		
(B ₆)						1				+0.74			-0.333	+1.027		
(A ₇)							1			+0.74			-0.133	-0.897		
(C ₇)							1		+1				+0.666	-1.636		
(B ₇)							1			+4.17			-0.333	+2.533		
(A ₈)								1		-3.18			-0.333	-2.796		
(C ₈)								1	+1				+0.666	+0.383		
(B ₈)								1		+2.03			-0.333	+2.413		
$W\Delta\beta = 0.7$	+0.20	+0.14	-0.62	+0.96	+1.05	+0.75	+0.86	-0.06	-0.22	-7.20			-0.22	-7.20		
$W\Delta\beta = 0.4$	+0.12	+0.08	-0.36	+0.55	+0.60	+0.43	+0.49	-0.04	-0.13	-4.10			-0.13	-4.10		



Перетворено коефіцієнти при двогруповому способі зрівноваження

розрахуються за формулою

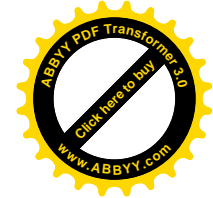
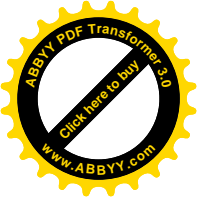
$$A_i = a_i - \frac{\sum ai}{3} \quad (5.3.1)$$

$$B_i = B_i \frac{\sum ei}{3} \quad (5.3.2)$$

I коефіцієнти вагових функцій аналогічно.

Продовження таблиці 5.5.

Назви попра- вок	Поправки зрівноваження		Зрівноважені кути	
	$V''(\Delta\beta = 0,7'')$	$V'' = (\Delta\beta = 0,4'')$	$\Delta\beta = 0,7''$	$\Delta\beta = 0,4''$
(A ₁)	-0,18	-0,10	62°43'07,33"	62°53'07,67"
(C ₁)	+0,04	+0,02	50°00'00,18"	50°00'00,10"
(B ₁)	+0,14	+0,08	67°16'52,49"	67°16'52,23"
(A ₂)	-0,26	-0,15	67°43'08,12"	67°43'18,11"
(C ₂)	-0,08	-0,04	75°00'00,29'	75°00'00,17"
(B ₂)	+0,34	+0,19	37°16'51,59"	37°16'51,72"
(A ₃)	-0,16	-0,09	63°43'08,15"	63°43'08,13"
(C ₃)	+0,05	+0,03	43°00'00,20"	43°00'00,11"
(B ₃)	+0,11	+0,06	73°16'51,65"	73°16'51,76"
(A ₄)	-0,21	-0,12	49°43'08,21"	49°43'08,17"
(C ₄)	+0,11	+0,06	44°00'00,08"	44°00'00,04"
(B ₄)	+0,10	+0,06	86°16'51,71"	86°16'51,79"
(A ₅)	-0,16	-0,09	56°43'08,26"	56°43'08,20"
(C ₅)	+0,10	+0,06	32°59'59,50"	32°59'59,72"
(B ₅)	+0,06	+0,03	90°16'52,24"	90°16'52,08"
(A ₆)	-0,10	-0,06	71°43'08,37"	71°43'08,26"
(C ₆)	+0,04	+0,02	26°59'59,84"	26°59'59,91"
(B ₆)	+0,06	+0,04	81°16'51,79"	81°16'51,83"
(A ₇)	-0,08	-0,04	98°43'07,98"	98°43'08,05"
(C ₇)	-0,09	-, 0,05	31°59'59,90"	31°59'59,95"
(B ₇)	+0,17	+0,09	49°16'52'12"	49°16'52,00"



(A ₈)	-0,21	-0,12	56°43'08,15"	56°43'08,13"
(C ₈)	+0.05	+0,03	56°00'00,01"	56°00'00,00"
(B ₈)	+0,16	+0.09	67°16'51,84"	67°16'51,87"

Поправки в кути розраховані за формулою

$$V''\beta_i = K_1 A_i + K_2 B_i, \quad (5.3.3)$$

де K₁ і K₂ – корелати;

A_i і B_i – перетворені коефіцієнти умовних рівнянь;

a_i і b_i – неперетворені коефіцієнти умовних рівнянь;

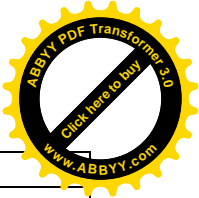
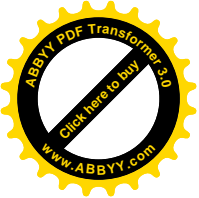
Зрівноважені кути отримані шляхом додавання вторинної поправки до попередньо виправлених кутів за умови фігур.

Таблиця 5.6. Коефіцієнти нормальних рівнянь.

	A]	B]	Cy]	D ₂]	$W\Delta$ $\beta = 0,7$	Σ	$W\Delta$ $\beta = 0,4$	Σ
[A	5.323	+0.370	+2.661	+0.270	-0.22	+8.404	-0.13	+8.494
[B		101.433	+0.270	+68.191	-7.20	+163.064	-4.10	+166.164
[c a			2.661	+0.270		+5.862		+5.862
[D				+68.191		+136.922		+136.92 2

Таблиця 5.7. Рішення нормальних рівнянь і вагових функцій.

№	K ₁	K ₂	F _A	F _λ	W	Σ	W	Σ
1	5.323	+0,370	+2.661	+0.270	-0.22	+8.404	-0.13	+8.494
2	-1	-0.0695	-0.4999	-0.0507	+0.0413	-1.5788	+0.0244	-1.5957
3						-1.5788		-1.5957
4		101.433	+0.270	+68.191	-7.20	+163.064	-4.10	+166.164
5		-0.0257	-0.1850	-0.0188	+0.0153	-05842	-0,00903	-0.5904
6		+101.4073	+0.0850	+68.1722	-7.1847	+162.4798	-4.10903	165.5736
7		-1	-0.0008	-0.6723	+0.0708	-1.6022	0.04052	-1.6328
8						-1.6016		-1.6326
9			+2.661	+68.191				



10			-1.3302	-0.0137			
11			-0.0001	-45.8322			
12		Σ	1.3307	22.3451			
13	K_1	K_2	I/Pa	I/Ps			
14	+0.03638	+0.0708	Для $\Delta\beta = 0.7''$				
15	0.021584	0.040520	Для $\Delta\beta = 0.4''$				

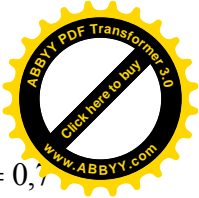
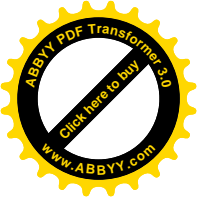
Помітимо, що точність вимірювання кутів $0,4''$ прийнята у полігонометрії 1 класу, а точність $0,7''$ -у триангуляції 1 класу.

Автором пропонується ідея побудови на території міст спеціальних опорних мереж з точністю вимірювання кутів $0.7''$ і $0.4''$. Мережі створюються у місцевій системі координат.

4. Порівняльний аналіз точності елементів мережі.

Таблиця 5.8. Розрахунок істинних значень координат.

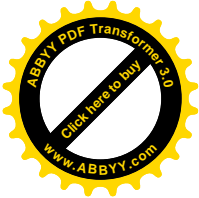
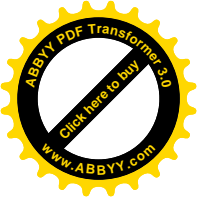
Назва	Формули кутів	Істинні значення кутів	Дирекційні кути	Сторони	X	Y
A			214°00'00,00"	2900.000	10000000	10000.000
B	$-B_1$	67° 16'51,89"	346°43'08,11"	2499.5 S8	8295.423	7653.851
c	$-(A_1+B_2)$	100°00'00.00"	"		10728.130	7079.632
D	$-(A_2+B_3)$	141°00'00.00"	66°43'08.11"	3141.798	11969.701	9965615
E	$-(A_3+B_4)$	150°00'00.00"	105°43'08.11"	1498,578	11563,909	11408,150
F	$-(A_4+B_5)$	140°00'00.00"	135°43'08.11"	1916,248	10192,022	12746,034
G	$-(A_5+B_6)$	138°00'00.00"	175°43'08.11"	1793,385	8403.641	12879,909
H	$-(A_6+B_7)$	121°00'00.00"	217°43'08,11"	1574,331	7158,306	11916.747
I	$-A_7$	98°43'08.11 "	276°43'08,11"	1837,642	7373,307	10091.726
A	$+C_8$	56°00'00.00"	358°00'00,00"	2626,294	10000,000	10000.000
B			234°00'00,00"			
				P-19789,841		

Таблиця 5.9. Розрахунок зрівноважених значень координат при $\Delta\beta = 0,7$

Назва	Формули кутів	Зрівноважени кути	Дирекційні кути	Зрівноважени сторони	X	Y
A			234°00'00,00"	2900.000	10000000	10000.000
B	-B ₁	67° 16'51,49"	346°43'07,51	2499.565	8295.4228	7653.8507
C	-(A ₁ +B ₂)	99°59'58.92"	"	3141.810	10728.1347	7079.6226
D	-(A ₂ +B ₃)	140°59'59.77"	66°43'08.59"	1498,581	11969.9039	9965.6198
E	-(A ₃ +B ₄)	149°59'59.86"	105°43'08.82"	1916,250	11563,9059	11408,1559
F	-(A ₄ +B ₅)	140°00'00.45"	135°43'08.96"	1793,378	10192,0123	12746,0356
G	-(A ₅ +B ₆)	138°00'00.05"	175°43'08.51"	1574,334	8403.6379	12879,9068
H	-(A ₆ +B ₇)	121°00'00.49"	217°43'08,46"	1837,639	7158,3074	11916.7456
I	-A ₇	98°43'07.98 "	276°43'07,97 "	2628,295	7373,3075	10091.7273
A	+C ₈	56°00'00.01"	357°59'59,99"		10000,000	10000.000
B			234°00'00,00			
				P-19789,852		

Таблиця 5.10. Розрахунок незрівноважених значень координат.

Назва	Формули кутів	Незрівноважени кути	Дирекційні кути	Незрівноважени сторони	X	Y
A			234°00'00,00"	2900,000	10000.000	10000.000
B	-B ₁	67°16'52,41"	346°43'07,59"	2499.563	8295,423	7653,851
C	-(A ₁ +B ₂)	99°59'58,87"	66°43'08.72"	3141,806	10728,133	7079,625
D	-(A ₂ +B ₃)	140°59'59,77"	105°43' 08,95"	1498,575	11969.898	9965,619
E	-(A ₃ +B ₄)	150°00'00,03"	135°43'08,92"	1916,240	11563,900	11408.149
F	-(A ₄ +B ₅)	140°00'01,27"	175°43'07.65"	1793,367	10192,013	12746,021
G	-(A ₅ +B ₆)	138°00'00,75"	217°43'06.90"	1574.326	8403,650	12879,898
H	-(A ₆ +B ₇)	121°00'00,95"	276°43'05,95"	1837,630	7158.319	11916,750
I	-A ₇	98°43'08,35"	357°59'57,60"	2628,279	7373,302	10091,739
A	+C ₈	55°59'59,94"	233°59'57.54"		9999.979	9999,985
B						
				P-19789,786		



$$W_{\alpha\delta\theta n} = 2 \cdot 0.7 \sqrt{9} = 4.2''; \quad W_{\alpha} = -2.46''$$

$$W_x = -21mm \quad W_y = -15mm$$

Таблиця 5.11. Порівняльна таблиця істинних і зрівноважених значень координат ($\Delta\beta = 0.7'$)

Назва пунктів	$X_{зрівноваж}$	$X_{іст}$	ΔX	$Y_{зрівноваж}$	$Y_{іст}$	ΔY
A	10000,000	10000,000	0,000	10000,000	10000,000	0,000
B	8295,423	8295,423	0,000	7653,851	7653,851	0,000
C	10728,135	10728,130	+0,005	7079,623	7079,631	-0,008
D	11969,904	11969,901	+0,003	9965,620	9965,615	+0,005
E	11563,906	11563,909	-0,003	11408,156	11408,150	+0,006
F	10192,012	10192,021	-0,009	12746,036	12746,034	+0,002
G	8403,638	8403,640	-0,002	12879,907	12879,909	-0,002
H	7158,307	7158,305	+0,002	11916,746	11916,748	-0,002
I	7373,307	7373,307	0,000	10091,727	10091,726	+0,001

$$\sum \Delta x^2 = 132mm^2$$

$$\sum \Delta Y^2 = 138m^2$$

Середня квадратична похибка розрахунку координат :

$$m_{xy} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^7 \Delta X^2 + \sum_{i=1}^7 \Delta Y^2}{14}} = \sqrt{\frac{270}{14}} = 4.39mm$$

Середня квадратична похибка розрахунку одиниці ваги

$$\mu = \sqrt{\frac{[v^1 v^1]}{r^1} + \frac{[v'' v'']}{r^2}} = \sqrt{\frac{1.2582}{8} + \frac{0.5196}{2}} = 0.64''$$

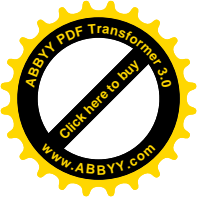
де $v^1 v''$ - первинні і вторинні поправки.

Розраховуючи сумарну поправку

$$v = v^1 + v'',$$

середня квадратична похибка одиниці ваги буде

$$\mu' = \sqrt{\frac{[vv]}{r}} = \sqrt{\frac{1.7886}{10}} = 0.42''$$



середня квадратична похибка моделювання кута, розрахована по формуле ГАУССА

$$m_{\beta}' = \sqrt{\frac{[\Delta\Delta]'}{n}} = \sqrt{\frac{1.7886}{10}} = 0.42''$$

середня квадратична похибка моделювання кута, розрахована по формуле ФЕРЕРО

$$m_{\beta}' = \sqrt{\frac{[ww]'}{3 \cdot 8}} = \sqrt{\frac{3.7738}{24}} = 0.40''$$

Середня квадратична похибка дирекційного кута m_{aAF} в найбільшому слабому місті мережі

$$m_{aAF} = \mu \sqrt{\frac{1}{P_{AF}}} = 0.64 \cdot 1.15 = 0.736''$$

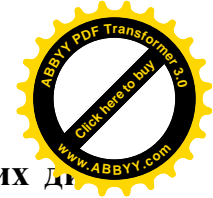
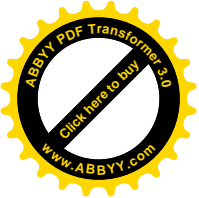
Середня квадратична похибка сторони AF в найбільш слабому місті буде

$$m_{aAF} = \mu \sqrt{\frac{1}{P_{S_{AF}}}} = 0.64 \cdot 4.73 = 3.027$$

$$m_{SAF} = 3.027 \left(\frac{S_{AF}}{10^6} \right) = 3.027 \left(\frac{2752.74}{10^6} \right) = 0.0083m$$

Відносна похибка

$$f_{відн} = \frac{1}{\frac{2752.74}{0.0083}} = \frac{1}{330000}$$

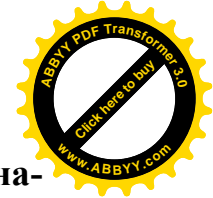
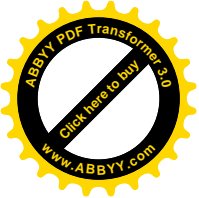


Таблиця 5.12. Порівняльна таблиця істинних і зрівноважених дирекційних кутів і сторін

Назви сторін	S зрів(м)	S іст(м)	$\Delta S_{(мм)}$	α зрівн	α іст	$\Delta\alpha$ (сек.)
AB	29000,000	29000,000	0	234°00'00 00"	234°00'00.00"	0
BC	2499 .565	2499 .558	+7	346°43'07.51"	346°43'08.11"	-0/60
CD	3141.810	3141. 798	+12	66°43'08.59"	66°43'08.11"	+0.48
DE	1498.581	1498.578	+3	105°43'08.82"	105°43'08.11"	+0.71
EF	1916.250	1916.248	+2	135°43'08.96"	135°43'08.11"	+0.85
FG	1793 .378	1793 .385	-7	175°43'08.51"	175°43'08.11"	+1. 40
GH	1574.334	1574 .338	-4	217°43'08 46"	217°43'08.11"	+0,35
HI	1817.639	1837.642	-3	276°43'07 97"	276°43'08.11"	-0.14
IA	2628.295	2628 .294	+1	357°59'59.99"	358°00'00.00"	-0.01
AC	3009.781	3009.772	+9			
AD	1970.204	1970.201	+3			
AE	2104.448	2104.446	+2			
AF	2752.741	2752 .739	+2			
AG	3292.755	3292.756	- .1			
AH	3427.701	3427.703	-2			
BI	2606.441	2606 .440	+1			

Таблиця 5.13. Розрахунок зрівноважених координат при $\Delta\beta = 0.4''$

Назва	Формули кутів	Зрівноважені кути	Дирекційні кути	Зрівноважені сторони	X	Y
A			234°00'00,00"	2900.000	10000000	10000.000
B	-B ₁	67° 16'52,23"	346°43'07,77 "	2499.562	8295.4227	7653.8507
c	-(A ₁ +B ₂)	99°59'59.39"	66°43'08.38"	3141.805	10728.1325	7079.6264
D	-(A ₂ +B ₃)	140°59'59.87"	105°43'08.51"	1498,580	11969.9026	9965.6176
E	-(A ₃ +B ₄)	149°59'59.92"	135°43'08.59"	1916,250	11563,9071	11408,1535
F	-(A ₄ +B ₅)	140°00'00.25"	175°43'08.34"	1793,381	10192,0159	12746,0356
G	-(A ₅ +B ₆)	138°00'00.03"	217°43'08,31"	1574,336	8403.6386	12879,9085
H	-(A ₆ +B ₇)	121°00'00.26"	276°43'08,05 "	1837,641	7158,3058	11916.7470
I	-A ₇	98°43'08.05 "	358°00'00,00"	2628,295	7373,3068	10091.7268
A	+C ₈	56°00'00.00"	234°00'00,00		10000,000	10000.000
B						



Таблиця 5.14. Порівняльна таблиця істинних і зрівноважених значень координат

чень координат

Назва пунктів	X _{зрівноваж}	X _{ист}	ΔX	Y _{зрівноваж}	Y _{ист}	ΔY
A	10000,000	10000,000	0,000	10000,000	10000,000	0,000
D	8295,423	8295,423	0,000	7653,851	7653,851	0,000
C	10728,132	10728,130	+0,002	7079,626	7079,631	+0,005
D	11969,903	11969,901	+0,002	9965,618	9965,615	+0,003
E	11563,907	11563,909	-0,002	11408,153	11408,150	+0,003
F	10192,016	1092,021	+0,005	12746,036	12746,034	+0,002
G	8403,638	8403,640	-0,002	12879,908	12879,909	-0,001
H	7158,306	7158,305	+0,001	11916,747	11916,748	-0,001
I	7373,307	7373,307	0,000	10091,727	10091,726	+0,001

$$\sum \Delta Y^2 + \sum \Delta X^2 = 92 \text{ mm}^2$$

Середня квадратична похибка визначення координат пунктів

$$m_{x,y} = \sqrt{\frac{92}{18}} = 2,26 \text{ мм.}$$

5. Дослідження необхідної точності визначення координат пунктів.

Положення по земедігю-кадастровій інвентаризації земель населених пунктів [1] регламентує облікову одиницю площі в містах республіканського і обласного значення рівну 1 кв м.

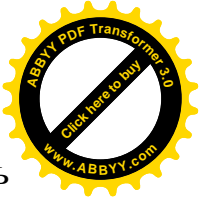
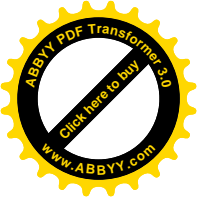
Приймаючи до уваги, що найбільш поширеним способом розмічування контурів ділянок і знімання меж землекористування є полярний спосіб, то середня квадратична похибка визначення контурної точки p буде

$$m_p = \sqrt{m_d^2 + \frac{m_B^2}{p^2} d^2} \quad (5.5.1)$$

де m_B - середня квадратична похибка виміру горизонтальних кутів (або їх побудови);

p - число секунд в 1 радіані;

d — полярна віддаль. Розглянемо точність визначення положення точки



р при використанні самих сучасних засобів виміру, які забезпечать

$$m_d = 1 \text{ мм і } m_B = 2''$$

Тоді, при $d=100$ м, отримаємо

$$m_p = \sqrt{1^2 + \left(\frac{2 \cdot 100000}{206265}\right)^2} = 1.39 \text{ мм}$$

При $d = 200$ м $m_p = 2,18$ мм; при $d=300$ м середня квадратична похибка визначення положення контурної точки складе 3,07 мм; при $d=400$ м $m_p = 4$ мм і при $d=500$ м $m_p = 4,95$ мм. Помітимо, що формула (5.5.1) не враховує середньої квадратичної похибки визначення геодезичного пункту, над яким центровано електронний тахеометр для визначення планового положення контурних точок границь землекористування- Якщо контури визначаються з різних пунктів геодезичної опори, то необхідно врахувати похибку вихідних даних (геодезичного пункту). Тоді формула (5.5.1) набуде вигляду

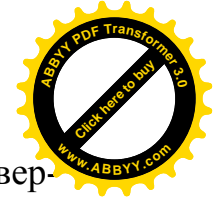
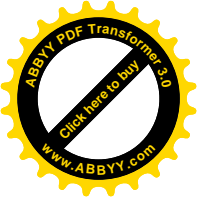
$$m_p = \sqrt{m_d^2 + \frac{m_\beta^2}{p^2} d^2 + m_r^2} \quad (5.5.2)$$

Нехай нам відома точність опорного геодезичного пункту $m_r = 5$ мм.

Тоді точність визначення контурної точки приводиться в таблиці №15.

Таблиця 5.15. Точність визначення планового положення контурних точок.

D(м)	100	200	300	400	500
$m_r = 5$ мм m_p (мм)	5.19	5.45	5,87	6,40	7,03
$m_r = 3$ мм m_p (мм)	3.31	3.71	4.29	5.00	5.75
$m_r = 3$ мм m_F (кв.м)	Для полігону і з 9 точок 0.993 2.226 . 3 86				8.685
$m_r = 3$ мм m_F (кв.м)	Для полігону і з 4 точок 0.6 1.2 1.8			2.4	3



Аналітичним способом площі F розраховуються по координатам вершин X_i, Y_i за формулою:

$$F = 0,5 \sum_{i=1}^n X_i (Y_{i+1} - Y_{i-1}) \quad (5.5.3)$$

де n - число вершин полігону;

i – поточна точка.

Диференціюючи (5.5.3) по незалежним змінним, отримаємо:

$$dF = 0,5 \sum_{i=1}^n [dX_i (Y_{i+1} - Y_{i-1}) + X_i (dY_{i+1} - dY_{i-1})] \quad (5.5.4)$$

Переходячи до середніх квадратичних похибок, будемо мати:

$$m_F = 0.5 \sqrt{\sum_{i=1}^n [m_{X_i}^2 (Y_{i+1} - Y_{i-1})^2 + X_i^2 (m_{Y_{i+1}}^2 + m_{Y_{i-1}}^2)]} \quad (5.5.5)$$

Формула (5.5.5) і буде строго формулою для розрахунку середньої квадратичної похибки визначення площ.

Вважаючи середні квадратичні похибки визначення координат однаковими, тобто

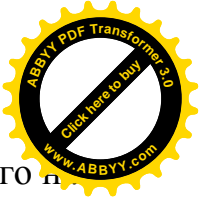
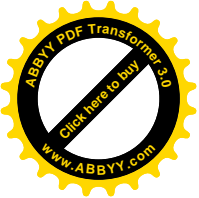
$$m_{X_i} = m_{Y_i} = m_{Y_{i-1}} = m_{X_{i-1}},$$

формула (5.5.5) буде :

$$m_F = 0.5 m_{X,Y} \sqrt{\sum_{i=1}^n [(Y_{i+1} - Y_{i-1})^2 + 2X_i^2]} \quad (5.5.6)$$

Для того, щоб великі значення асцис не впливали на точність визначення площ, представимо формулу (5.5.6) у вигляді:

$$m_F = 0.5 m_{X,Y} \sqrt{\sum_{i=1}^n [(Y_{i+1} - Y_{i-1})^2 + 2(X_i - X_{\min})^2]} \quad (5.5.7)$$



де X_{\min} – найменша абсциса полігону. Для квадрату, зорієнтованого по координатних осях, запишемо :

$$\Delta Y = X = d_{in} = 4, \text{ тоді}$$

$$m_F = 0,5m_d \sqrt{8d^2} \quad (5.5.8)$$

В загальному випадку для незорієн-

$$m_F = 0.5 m_{XY} \sqrt{16d^2} \quad \text{тованого квадрату}$$

$$\text{або} \quad m_F = 2dm_{XY} \quad (5.5.9)$$

Поширюючи дану формулу в загальному випадку на багатокутник з n сторонами, отримаємо

$$m_F = 0,5dm_{XY} \sqrt{4n}$$

$$\text{або} \quad m_F = dm_{XY} \sqrt{n} \quad (5.5.10)$$

Де m_{XY} – середня квадратична похибка координат вершин ділянки землекористуваннч.

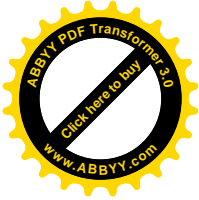
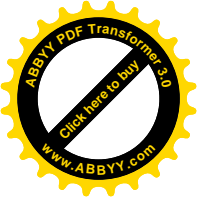
Для квадрату 100.05x100.05 одержимо

$$F_{кв} = 10010.00 \text{ кв.м. за формулою (5.5.10):}$$

$$M_{Fkk} = 100 \cdot 0,05 \sqrt{4} = 10 \text{ кв.м.}$$

Тобто, маючи координати чотирьох пунктів полігону у вигляді чотирикутника з точністю до 5 см, отримаємо точність визначення площі в 10 кв м. Маючи координати пунктів з точністю 5 мм отримаємо пи значення площі в 1 кв м.

Нехай полігон складається із 9 контурних точок, тоді отримаємо середню квадратичну похибку площі, приведену у табл. 15 на основі спрощеної формули (5.5.10).



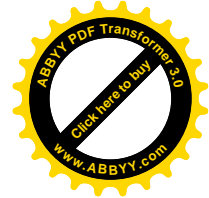
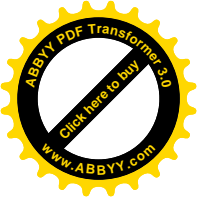
Висновки

Таким чином, на основі даних табл.15 робимо висновок, що маючи координати пунктів з точністю 3 мм. і визнаючи координати контурних точках електронним тахеометром з точністю вимірювання кутів "2" і віддалей 1мм при чотирьох точках полігону, можливе віддалення визначувальних контурних точок до 200м від пункту. При цьому"необхідно досягати густоту пунктів - 1 пункт на 4" га. площі.

Якщо маємо точність опорних пунктів в 5 мм., то віддаленість відбивача електронного тахеометра від пункту не повинна перевищувати 100 м і густота пунктів повинна бути 1 пункт на 1 га.

Приймаючи до уваги, що державні геодезичні мережі мають точність координат пунктів в кращому випадку 5-Ю см, на основі проведених досліджень можна зробити висновок, що існуючі державні мережі не забезпечують облікової одиниці площі 1 кв. м. на території міст республіканського і обласного значення.

Генеруючи істинні похибки вимірювання сторін 1 мм + 1 мм на км і кутів з точністю "0,4" як в полігонометрії 1 класу і "0,7" як в тріангуляції 1 класу забезпечується похибка координат пунктів 3-5 мм.



5.2. Метод несучільних спостережень триангуляції

Введення

У другій частині навчального посібника з курсу «Методи наукових досліджень» розглядався проект і дослідження триангуляції обласного центру методом статистичних випробувань Монте-Карло. На території міста було запроєктовано 9 пунктів триангуляції на дахах високих будинків у вигляді центральної системи. На кожному із пунктів проводились кутові вимірювання. З високою точністю вимірювався базис АВ світловіддалеміром.

З часів Гаусса було прийнято в триангуляції вимірювати всі кути трикутників і інструкція регламентує допустиму нев'язку в трикутниках, яку розраховують по формулі Ферреро. Вважалось, що основним польовим контролем в триангуляції є визначення вільних членів умов фігур.

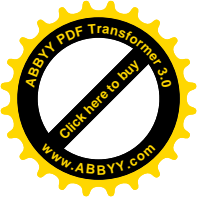
В даному проекті розглядається спосіб створення геодезичної опори методом триангуляції, але в ряді пунктів спостереження не ведуться.

Такий підхід був вперше запропонований автором даної роботи, опублікований в ряді робіт, опробований на ряді виробничих мереж і впроваджений в навчальний процес.

Але точність визначення координат пунктів знаходилась в межах 5-10см.

В даній роботі робиться спроба дослідити створення мережі несучільних спостережень обласного центру для забезпечення облікової одиниці площі в 1 кв.м з точністю визначення координат пунктів 5 мм.

Дана проблема ставиться і реалізується вперше.



1. Постановка проблеми

На відміну від центральної системи, запроектованої в другій частині навчального посібника, пункти Д та І запроектуємо на місці розташування храмів по вулиці Золотіївській та вулиці Басівкутській відповідно.

Звичайно замість фазових циліндрів приймаються шпилі соборів, які добре видимі і цілком пригодні для візування на них теодолітів.

Фіксація пунктів на конструктивних елементах капітальних споруд забезпечує велику надійність їх збереження. Крім цього, їх видимість з різних частин міста дозволяє проводити прив'язку мереж згущення і орієнтування на них приладів.

Проблема заключається в побудові математичного апарату який би дав можливість строго по способу найменших квадратів провести обробку матеріалів і провести надійну оцінку точності даних матеріалів.

Відсутність умов фігур не дає можливості проведення оперативного польового контролю по визначенню вільних членів умовних рівнянь фігур.

Тому, польовим контролем буде визначення вільного члена умов полюса і порівняння його з допустимими значеннями. Крім цього, в запроектованій мережі виникають 4 умовні рівняння фігур і умовне рівняння горизонту, що дає можливість надійно контролювати результати польових спостережень і виконати обробку матеріалів з оцінкою точності результатів.

Не має основи твердження про втрату інформації в таких мережах, тому, що в трилатерації в даному випадку виникає лише одне умовне рівняння горизонту

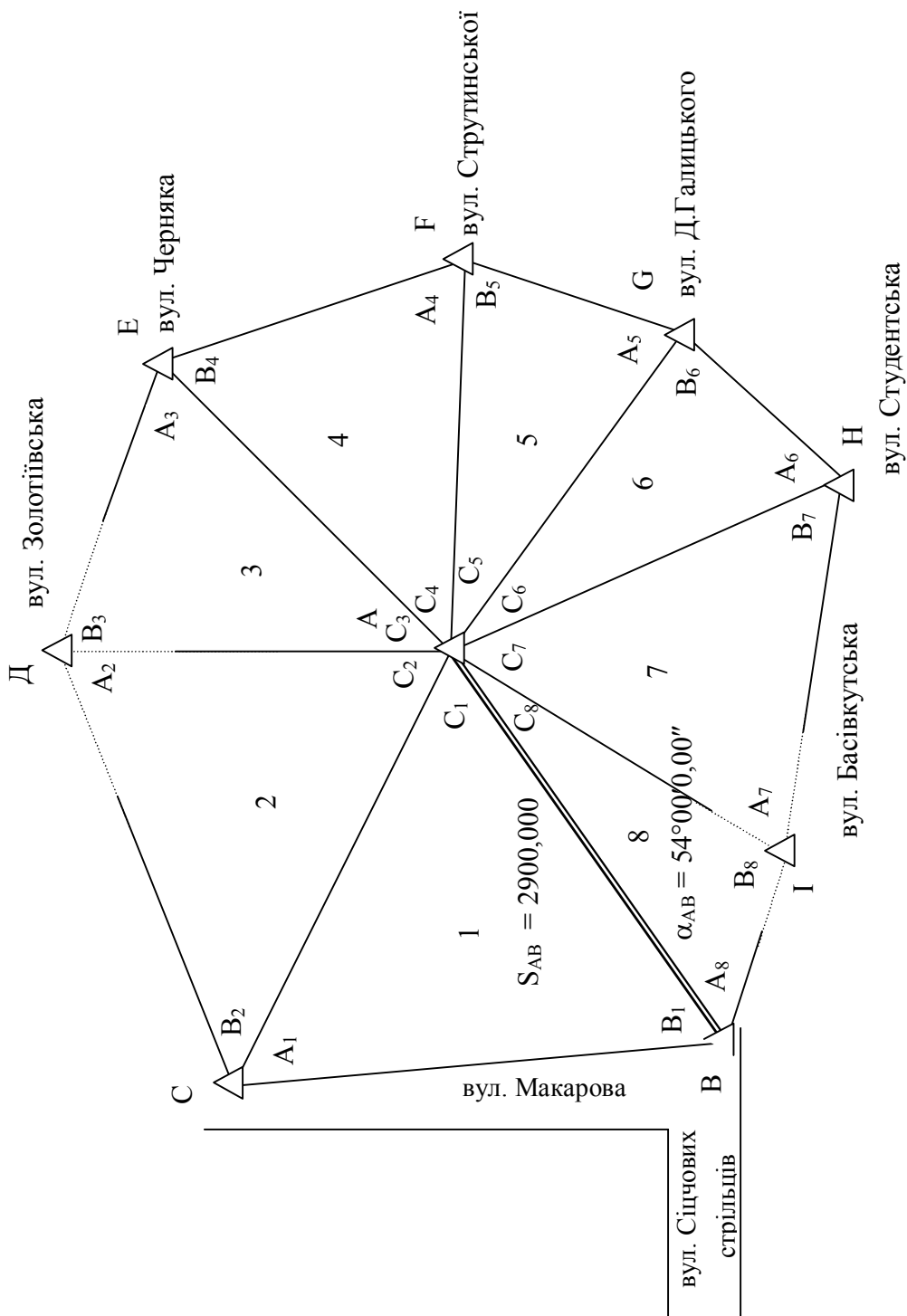
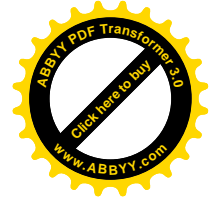
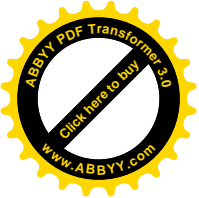
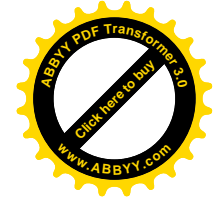
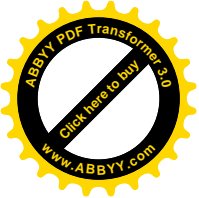


Рис. 5.2. Проект спеціальної мережі триангуляції м.Рівне

Технічні умови.

1. Кути виміряні з похибкою 0,7''.
2. Якщо слаба сторона S_{AF} отримана з похибкою 1:500000, то необхідно вихідну сторону виміряти з похибкою 1:1000000 з тим, щоб похибки вихідних даних не впливали на точність визначення сторін і координат.



2. Побудова моделі геодезичної мережі.

Передача сторін в запроєктованій мережі виконується за формулою (5.2.1):

$$S'_{AB} = S_{AB} \sin B_1 \sin B_2 \sin [180^\circ - (A_3 + C_3)] \sin B_4 \sin B_5 \sin B_6 \sin B_7 \sin [180^\circ - (A_8 + C_8)] \sin A_1 \sin [180^\circ - (B_2 + C_2)] \sin A_3 \sin A_4 \sin A_5 \sin A_6 \sin [180^\circ - (B_7 + C_7)] \sin A_8$$

де S_{AB} - довжина вимірюного базиса;

S'_{AB} - розрахована довжина базиса при передачі сторін;

Полюсне умовне рівняння при цьому буде

$$\begin{aligned} & \frac{10^6}{S_{AB}} [\operatorname{ctg} B_1(B_1) + \operatorname{ctg} B_2(B_2) + \operatorname{ctg} [180^\circ - (A_3 + C_3)] [(A_3) - \\ & - (-C_3)] + \operatorname{ctg} B_4(B_4) + \operatorname{ctg} B_5(B_5) + \operatorname{ctg} B_6(B_6) + \operatorname{ctg} B_7(B_7) + \operatorname{ctg} [180^\circ - (A_8 + C_8)] [(-A_8) + (C_8)] - \\ & \operatorname{ctg} A_1(A_1) - \operatorname{ctg} [180^\circ - (B_2 + C_2)] [(-B_2) + (C_2)] - \operatorname{ctg} A_3(A_3) - \operatorname{ctg} A_4(A_4) - \\ & \operatorname{ctg} A_5(A_5) - \operatorname{ctg} A_6(A_6) - \operatorname{ctg} [180^\circ - (B_7 + C_7)] \\ & [(-B_7) + (-C_7)] - \operatorname{ctg} A_8(A_8) + W_{\text{пол}} = 0, \end{aligned} \quad (5.2.2)$$

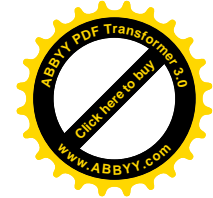
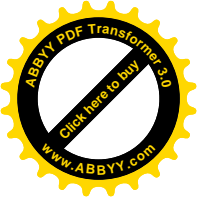
де

$$W_{\text{пол}} = \frac{S'_{AB} - S_{AB}}{S_{AB}} 10^6$$

При виводі формули (5.2.2) і в загалі при визначенні коефіцієнтів умовних рівнянь в трикутниках триангуляції з одним невимірним кутом слід використовувати слідуєчу теорему:

Теорема. Якщо в трикутнику триангуляції є один невимірний кут, то коефіцієнти умовних рівнянь, що відповідають даному куту, вводяться в два інші кути з протилежним знаком.

Доказом даної теореми буде виконання процедури врівноваження, що



нам необхідно зробити.

В формулі (5.2.2) A_i, B_i, C_i виміряні кути (змодельовані), $(A_i), (B_i), (C_i)$ - відповідні їм поправки коррелятного способу зрівноваження.

Крім умовного рівняння полюса в даній мережі повинна задовольнятися умова горизонту, якщо вимірюються кути або напрямки

$$(C_1)+(C_2)+(C_3)+(C_4)+(C_5)+(C_6)+(C_7)+(C_8)+W_i=0, \quad (5.2.3)$$

де (C_i) - поправки в центральні кути C_i

$$\text{При цьому} \quad W_i = \sum C_i - 360^\circ \quad (5.2.4)$$

В даній мережі повинні задовольнятися чотири умовні рівняння фігур

$$(A_1)+(B_1)+(C_1)+ W_1 = 0; \quad (5.2.5)$$

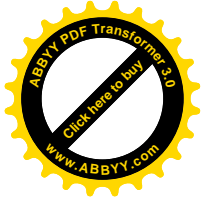
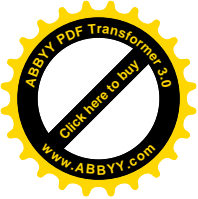
$$(A_4)+(B_4)+(C_4)+ W_4 = 0; \quad (5.2.6)$$

$$(A_5)+(B_5)+(C_5)+ W_5 = 0; \quad (5.2.7)$$

$$(A_6)+(B_6)+(C_6)+ W_6 = 0; \quad (5.2.8)$$

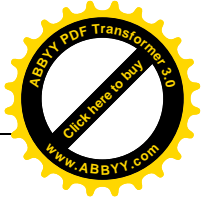
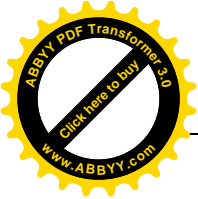
$$\text{де} \quad W_i = A_i+B_i+C_i-180^\circ \quad (5.2.9)$$

В вихідній моделі повинні задовольнятися всі ці умови. Тоді в даній мережі можна прийняти всі її елементи за істинні величини і в подальшому створювати цю ідеальну модель, генеруючи істинні похибки на персональному комп'ютері в залежності від точності польових робіт. В нашому випадку ми будемо генерувати істинні похибки, рівні точності вимірювання горизонтальних кутів в триангуляції першого класу. З метою забезпечення більшої точності і зменшення похибок округлень модель створимо на програмованому мікрокалькуляторі для наукових розрахунків CITIZEN SRP-175, який забезпечує 10 значущих цифр.



Таблиця 5.16. Побудова істинної моделі.

№ три к	Нзва кутів	Кути з другого наближення	sin	Сторони	Поправка	Істинні значення кутів	sin	Істинні сторони
1	A ₁	62*43'26,17''	0,8888087624	2900,000000	-18,0488''	6243'08,1212''	0,8887686582	2900,000000
	C ₁	50*	0,7660444431	2499,445302		50*	0,7660444431	2499,558085
	B ₁	67*16'33,83	0,9223767913	3009,525567	+18,0488	+67*16'51,8788	0,9224105895	3009,771648
	Σ	180*00'00,00						
2	A ₂	67*43'26,17	0,9253681607	3009,525567	-18,0488	67*43'08,1212	0,9253349875	3009,771648
	C ₂	75*	0,9659258263	3141,429102		75*	0,9659258263	3141,798598
	B ₂	37*16'33,83	0,6056560273	1969,74289	+18,0488	37*16'51,8788	0,6057256534	1970,200979
	Σ	180*00'00,00						
3	A ₃	63*43'26,17	0,8966714513	1969,74289	-18,0488	63*43'08,1212	0,8966327106	1970,200979
	C ₃	43*	0,6819983601	1498,164548		43*	0,6819983601	1498,577758
	B ₃	73*16'33,83	0,9577023624	2103,811111	+18,0488	73*16'51,8788	0,9577275387	2104,446684
	Σ	180*00'00,00						
4	A ₄	49*43'26,17	0,7629384686	2103,811111	-18,0488	49*43'08,1212	0,7628818975	2104,446684
	C ₄	44*	0,6946583705	1915,527998		44*	1915,527998	1916,248779
	B ₃	86*16'33,83	0,9978885719	2751,68857	+18,0488	86*16'51,8788	0,9978942514	2752,739651
	Σ	180*00'00,00						
5	A ₅	56*43'26,17	0,8360366504	2751,68857	-18,0488	56*43'08,1212	0,8359886366	2752,739651
	C ₅	33*	0,544639035	1792,59,597259		33*	0,544639035	1793,384984
	B ₅	90*16'33,83	0,9999883924	3291,311007	+18,0488	90*16'51,8788	0,9999879669	3292,755914
	Σ	180*00'00,00						
6	A ₆	71*43'26,17	0,9495565695	3291,311007	-18,0488	71*43'08,1212	0,9495291253	3292,755914
	C ₆	27*	0,4539904997	1573,601802		27*	0,4539904997	1574,338125
	B ₆	81*16'33,83	0,9884306092	3426,054485	+18,0488	81*16'51,8788	0,988443877 4	3427,703623
	Σ	180*00'00,00						



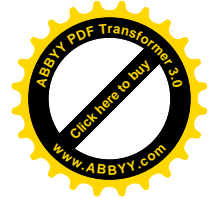
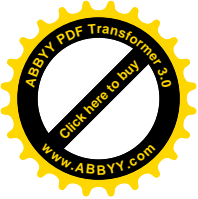
7	A ₇	98*43'26,17''	0,9884306092	3426,054485	-18,0488	98*43'08,1212	0,9884438774	3427,703623
	C ₇	32*	0,5299192642	1836,782729		32*	0,5299192642	1837,642201
	B ₇	49*16'33,83''	0,7578618468	2626,867233	+18,0488	49*16'51,8788	0,7579189323	2628,294362
	Σ	180*00'00,00''						
8	A ₈	56*43'26,17''	0,8360366504	2626,867233	-18,0488	56*43'08,1212	0,8359886366	2628,294362
	C ₈	56*	0,8290375726	2604,875795		56*	0,8290375726	2606,440665
	B ₈	67*16'33,83	0,9223767913	2898,152095	+18,0488	67*16'51,8788	0,9224105895	2899,999409
	Σ	180*00'00,00	W=-637,2087103					W=-0,203

$$V'' = +18,0487614$$

$$V'' = +0,0057''$$

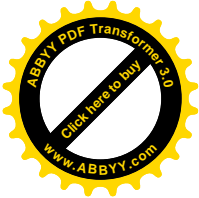
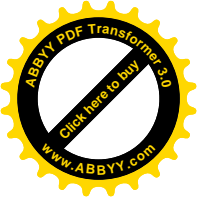
Таблиця 5.17. Зрівноваження спотвореної моделі.7

№ трик	Назва кутів	Вимірювані В' Кути = 0,7	V'	B'+V'	sin	Незрівноважені сторони	V''	Врівноважені кути	sin	Врівноважені сторони
1	A ₁	62*43'07,58''	-0,07	62*43'7,51''	0,88876729	2900,0000	-0,17	62*43'7,34''	0,88876692	2900,000
	C ₁	50*00'0,21''	-0,07	50*00'0,14''	0,76604489	2499,563	+0,02	50*00'00,16''	0,76604492	2499,564
	B ₁	67*16'2,41''	-0,06	67*16'2,35''	0,9224115	3009,779	+0,15	67*16'52,50''	0,92241173	3009,781
	Σ	180*00'00,20''	-0,20	180*00'00,20''				180*00'00,00''		
2	A ₂			[67*43'08,29	0,9253353	3009,779		67*43'08,29''	0,9253353	3009,781
	C ₂	75*00'00,42''		75*00'0,42	0,96592636	3141,807	-0,22	75*00'00,20	0,96592610	3141,808
	B ₂	37*16'51,29''		37*16'1,29	0,60572334	1970,198	+0,22	37*16'51,51''	0,60572415	1970,202
	Σ			180*00'00,00				180*00'00,00''		
3	A ₃	63*43'08,10''		63*43'08,10	0,89663271	1970,198	-0,09	63*43'08,01''	0,89663241	1970,202
	C ₃	42*59'59,94		42*59'59,94	0,68199816	1498,575	+0,09	43*00'00,03''	0,68199858	1498,579
	B ₃			[73*16'51,96	0,95772767	2104,443		73*16'51,96''	0,95772767	2104,448
	Σ			180*00'0,00				180*00'00,00''		



4	A ₄	49*43'08,74	-0,32	49*43'08,42''	0,7628828 2	2104,443	-0,21	49*43'08,21''	0,76288218	2104,448
	C ₄	44*00'00,29	-0,32	43*59'59,97''	0,69465829	1916,243	+0,10	44*00'00,07''	0,69465863	1916,250
	B ₃	86*16'51,93	-0,32	86*16'51,61''	0,99789421	2752,732	+0,11	86*16'51,72''	0,99789423	2752,7405
	∑	180*00'00,96	-0,96	180*00'00,00''				180*00'00,00''		
5	A ₅	56*43'08,77	-0,35	56*43'08,42''	0,83598943	2752,732	-0,16	56*43'08,26''	0,83598903	2752,7405
	C ₅	32*59'59,75	-0,35	32*59'59,40''	0,54463659	1793,370	+0,09	32*59'59,49	0,54463688	1793,377
	B ₅	90*16'52,53	-0,35	90*16'52,18''	0,99998797	3292,743	+0,07	90*16'52,25''	0,99998797	3292,755
	∑	180*00'01,05	-1,05	180*00'00,00''				180*00'00,00''		
6	A ₆	71*43'08,72	-0,25	71*43'08,47	0,9495263	3292,743	-0,10	71*43'08,37''	0,94952950	3292,755
	C ₆	27*00'00,05	-0,25	26*59'59,80	0,45398960	1574,328	+0,03	26*59'59,83''	0,45398972	1574,334
	B ₆	81*16'51,98	-0,25	81*16'51,73	0,98844376	3427,688	+0,07	81*16'51,80''	0,98844381	3427,701
	∑	180*00'00,75''	-0,75	180*00'00,00''				180*00'00,00''		
7	A ₇			[98*43'7,49	0,98844435	3427,688		98*43'07,49''	0,98844435	3427,701
	C ₇	32*00'0,28		32*00'00,28	0,52992041	1837,637	-0,14	32*00'00,14''	0,52991980	1837,642
	B ₇	49*16'52,23		49*16'52,23	0,75792009	2628,285	+0,14	49*16'52,37''	0,75792043	2628,296
	∑			180*00'00,00''				180*00'00,00''		
8	A ₈	56*43'08,34		56*43'08,36	0,83598925	2628,285	-0,12	56*43'08,24''	0,83598900	2628,296
	C ₈	55*59'59,94		55*59'59,96	0,82903749	2606,429	+0,12	56*00'00,08''	0,82903779	2606,442
	B ₈			[67*16'51,68	0,92241023	2899,9858		67*16'51,68''	0,92241023	2899,9991
	∑		0,8756	180*00'00,00''		W=-4,90		180*00'00,00''		W=-0,30

 $V'' = +0,138''$
 $V'' = +0,00849''$



Таблиця 5.18. Коефіцієнти умовних рівнянь і поправки зрівноваження кутів.

Назва запра вок	Умовні рівняння фігур								α гор	β пол	Вагові функції		$A_1=a_1$	$B_1=b_1$	$F\alpha$	F_s	Вто- ринні по- пра- вки
	1	2	3	4	5	6	7	8			f_α	f_s					
(A ₁)	1									-2,50		-2,50	-0,333	-2,343	-0,333	-2,343	-0,17
(C ₁)	1								+1		+1	0	+0,666	+0,157	+0,666	+0,157	+0,02
(B ₁)	1									+2,03		+2,03	-0,333	+2,186	-0,333	+2,186	+0,15
(A ₂)		■															
(C ₂)									+1	+1,99	+1	+1,99	-0,500	-3,185	+0,500	-3,185	-0,22
(B ₂)		0								+8,36		+8,36	-0,500	+3,185	-0,500	+3,185	-0,22
(A ₃)		0								-3,85		-3,85	-0,500	-1,195	-0,500	-1,195	0,09
(C ₃)			0						+1	-1,46	+1	-1,46	-0,500	+1,195	+0,500	+1,195	+0,09
(B ₃)			■														
(A ₄)				1						-4,11		-4,11	-0,333	-2,846	-0,333	-2,846	-0,21
(C ₄)				1					+1		+1	0	-0,666	+1,263	+0,666	+1,263	+0,10
(B ₄)				1						+0,32		+0,32	-0,333	+1,583	-0,333	+1,583	+0,11
(A ₅)					1					-3,18			0,333	-2,113	0	0	-0,16
(C ₅)					1				+1				-0,666	+1,067	0	0	+0,09
(B ₅)					1					-0,02			-0,333	+1,046	0	0	+0,07
(A ₆)						1				-1,60			-0,333	-1,313	0	0	-0,10
(C ₆)						1			+1				0,666	+0,286	0	0	+0,03
(B ₆)						1				+0,74			-0,333	+1,027	0	0	+0,07
(A ₇)							■										
(C ₇)							0		+1	-0,74			-0,500	-2,085	0	0	-0,14
(B ₇)							0			+3,43			-0,500	+2,085	0	0	+0,14
(A ₈)							0			-5,21			-0,500	-1,59	0	0	-0,12
(C ₈)							0	+1		-2,03			-0,500	+1,59	0	0	+0,12
(B ₈)							■										
W									-	0,09			-0,09	-4,90			

Умовні рівняння фігур мають вигляд:

$$(A_1)+(B_1)+(C_1)+0,20''=0 \quad (5.2.10)$$

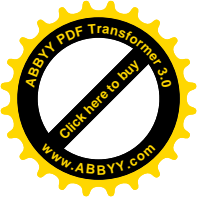
$$(A_4)+(B_4)+(C_4)+0,96''=0 \quad (5.2.11)$$

$$(A_5)+(B_5)+(C_5)+1,05''=0 \quad (5.2.12)$$

$$(A_6)+(B_6)+(C_6)+0,75''=0 \quad (5.2.13)$$

Для другого трикутника з невимірним кутом A_2 маємо:

$$+1-1+1-1+0=0$$



При цьому коефіцієнт при невимірному куті A_2 з оберненим знаком введено в коефіцієнти кутів C_2 і B_2 .

Для полюсного умовного рівняння коефіцієнт при поправці (B_2) буде $+6,37+1,99=8,36$

де $+6,37$ коефіцієнт при поправці (B_2), $\alpha - 1,99$ є коефіцієнт при невимірному куті (A_2), який з оберненим знаком вводиться в коефіцієнти при поправках (C_2) і (B_2).

Аналогічно для коефіцієнта (A_3) одержимо $-2,39=1,46=3,85$
 при поправці (B_7) $+4,17=0,74=+3,43$
 при поправці (A_8) $-3,18-2,03=-5,21$

Таким чином, полюсне умовне рівняння набуде виду:

$$-2,50(A_1)+2,03(B_1)+1,99(C_2)+8,36(B_2)-3,85(A_3)-1,46(C_3)-4,11(A_4)+0,32(B_4)-3,18(A_5)-0,02(B_5)-1,60(A_6)+0,74(B_6)-0,74(C_7)+3,43(B_7)-5,21(A_8)-2,03(C_8)-4,90=0(3,5)$$

Умова горизонту

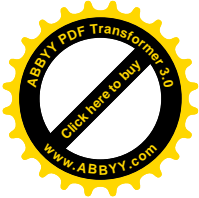
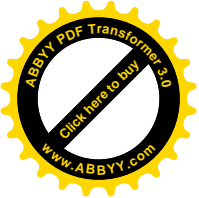
$$(C_1)+(C_2)+(C_3)+(C_4)+(C_5)+(C_6)+(C_7)+(C_8)-0,09=0$$

Таблиця 5.19. Коефіцієнти нормальних рівнянь

	A]	B]	F α]	F s]	W	Σ
A]	4,6613	+0,28552	+2,3307	0,5714	-0,09	+6,6158
B]		68,9467	-0,5714	+45,6382	-4,90	+109,3987
F α]			2,3307	-0,0714	0	+3,5186
F s]				45,6382	0	+90,1336

$$K_1=+0,01495$$

$$K_2=+0,071007$$



Таблиця 5.20. Рішення нормальних рівнянь по схемі Гаусса.

Умова горизонту	Умова полюса	F α	F s	W	Σ	Контроль
4,6613 -1	+0,2852 -0,0612	+2,3307 -0,50001	-0,5714 +0,1226	-0,09 +0,01931	+6,6158 -1,4193	-1,4193
	68,9467 -0,0174 68,9293 -1	-0,5714 -0,1426 -0,7140 +0,0104	+45,6382 +0,0350 +45,6732 =-,6626	-4,90 +0,055 -4,8945 +0,071007	+109,3987 -0,4048 +108,9938 -1,5812	-1,5812
		2,3307 -1,16537 -0,0074	45,6382 -0,0699 -30,2631			
	$\underline{l}=+1,1579$ P α K $_2=+0,07'007$	$\underline{l}=15,3052$ P s				
K $_1=+0,014954$						

Нами примінений двугруповий спосіб зрівноваження Крюгера-Урмаєва.

Коефіцієнти умовних рівнянь другої групи розраховувались по формулі:

$$A_i = a_i - \sum_3 a_i \quad (5.2.14)$$

$$B_i = b_i - \sum_3 b_i \quad (5.2.15)$$

Для трикутників з усіма вимірними кутами.

Таблиця 5.21. Розрахунок координат пунктів. Порівняльний аналіз. Оцінка точності.

Назва пункт	Формули кутів	Значення кутів	Дирекційні кути	Сторони	X	Y
A					10000.000	10000.000
B	-B $_1$	67*16'52.50	234*00'00,00''	2900.000	8295.423	7653.851
C	-(A $_1$ +B $_2$)	99*59'58.84	346*43'07.50	2499.564	10728.134	7079.623
D	-(A $_2$ +B $_3$)	141*00'00.25	66*43'08.66	3141.808	11969.901	9965.618
E	-(A $_3$ +B $_4$)	149*59'59.70	105*43'08.41	1498.579	11969.901	995.618
F	-(A $_4$ +B $_5$)	140*00'00.47	135*43'08.71	1916.250	11563.9065	11408.154
G	-(A $_5$ +B $_6$)	138*00'00.07	175*43'08.24	1793.377	10192.0145	12746.0348
H	-(A $_6$ +B $_7$)	121*00'00.75	217*43'08.17	1574.334	8403.6411	12879.9083
I	-A $_7$	98*43'07.49	276*43'07.42	1837.642	7158.3094	11916.7489
A	+C $_8$	56*00'00.07	357*59'59.93	2628.296	7373.3050	10091.7270
B			234*00'00,00''		9999.9999	9999.9988

Таблиця 5.22. Порівняльна таблиця істинних і зрівноважених кутів та ординат пунктів.

Назва пункт	ΔX	$X_{зрівн}$	$X_{іст}$	Δy	$Y_{зрівн}$	$Y_{іст}$
A	0	10000,000	10000,000	0	10000,000	10000,000
B	0	8295,423	8295,423	0	7653,851	7653,851
C	+0,004	10728,134	10728,130	-0,008	7079,623	7079,631
D	0	11969,901	11969,901	+0,003	9965,618	9965,615
E	-0,003	11563,906	11563,909	+0,004	11408,154	11408,150
F	-0,006	10192,015	10192,021	+0,001	12746,035	12746,034
G	+0,001	8403,641	8403,640	-0,001	12879,908	12879,909
H	+0,004	7158,309	7158,305	+0,001	11916,749	11916,748
I	-0,002	7373,305	7373,307	+0,001	10091,727	10091,726

$$\sum \Delta x^2 = 82$$

$$\sum \Delta y^2 = 93$$

Середня квадратична похибка одиниці ваги

$$\mu = \sqrt{\frac{0,8756}{4} + \frac{0,3534}{2}} = -0,63''$$

Середня квадратична похибка дирекційного кута слабкої сторони

$$m_{\alpha AF} = 0,63'' \cdot 1,1579 = -0,68$$

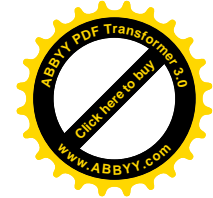
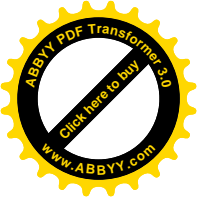
Середня квадратична похибка слабкої сторони

$$m_{SAF} = 0,63 \cdot 3,91 = 2,46$$

$$m_{SAF} = 2,46 \cdot \frac{2752,74}{10^6} = 0,0067\text{м}$$

Відносна похибка

$$f_{\text{відн.}} = \frac{1}{\frac{2752,74}{0,0067}} = \frac{1}{410857}$$



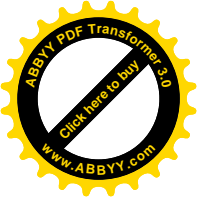
ВИСНОВКИ

Таким чином, похибка сторони в слабому місці мережі складає 6,7мм. А середня квадратична похибка сторони взагалі складає $6,7:2,5=2,68$ мм \approx 3 мм.

Середня квадратична похибка координат

$$m_{xy} = \sqrt{\frac{\Sigma\Delta x^2 + \Sigma\Delta y^2}{18}} = \sqrt{\frac{82+93}{18}} = 3,118 \text{ мм}$$

Таким чином, на основі проведених нами досліджень ми стверджуємо, що при створенні опорної геодезичної мережі обласного центру при $m_{\beta} = 0,7''$, методом не суцільних спостережень Літнаревича буде забезпечена середня квадратична похибка координат пунктів 3 мм. При вимірюванні вихідного базиса з точністю 1:1000000.



Загальні висновки і рекомендації.

Основні результати дисертаційної роботи сформулюємо у наступних висновках.

1. Запропонована концепція побудови планових геодезичних мереж несучильних спостережень, яка не потребує проведення спостережень на ряді пунктів. До даного часу використовувались мережі, на кожному пункті яких обов'язково виконувались спостереження.

Для реалізації даного напрямку в геодезії побудовано необхідний математичний апарат досліджень на основі відомого корелатного способу зрівноваження, який вдалося автору доповнити рядом нових не розроблених раніше питань.

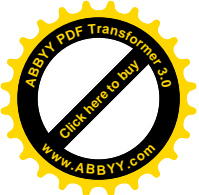
В даній роботі вперше вдалося виразити коефіцієнти координатних умовних рівнянь МПЛЗ через безпосередньо виміряні кути β і j . Коректність даного представлення доказана виконанням всіх необхідних контролей строго зрівноваження моделі ряду корелатним способом.

Вперше доказано, що при точності вимірювання кутів $0,7''$ середня квадратична похибка координат пунктів, які створюються методом парних ланок засічок (МПЛЗ) буде 24 мм, при $m_{\beta} = 1'', m_{x,y} = 59$ мм, при $m_{\beta} = 1,5'', m_{x,y} = 75$ мм, при $m_{\beta} = 2'', m_{x,y} = 106$ мм, при $m_{\beta} = 3,3'', m_{\beta} = 196$ мм довжинах сторін до 5 км.

Розроблена теорія, яка дає можливість згущати мережі GPS запропонованим автором МПЛЗ.

Розроблена теорія і програми для передачі дирекційних кутів, сторін і координат в рядах МПЛЗ.

Складені програми, які дають можливість визначити коефіцієнти умовних рівнянь і обернені ваги функцій виміряних величин для попередньої оцінки точності і визначення допустимих значень вільних членів умовних рівнянь.



Отримані формули попередньої оцінки точності .

Вперше досліджується можливість створення геодезичних мереж несучільних спостережень тріангуляції . Реалізувати дану проблему можна лише в тому випадку , коли буде доказано , що дані мережі не знижують точність елементів при надійному польовому контролі .

Розроблено методику польового контролю подвійним розрахунком координат пунктів і одержані формули визначення допустимого розходження координат пунктів сторони і дирекційного кута .

Для переходу від мережі тріангуляції до мереж несучільних спостережень запропонована і доказана теорема , яка дає можливість строго по методу найменших квадратів проводити обробку матеріалів корелатним способом .

На основі даної теореми знаходяться обернені ваги вагових функцій і виконується оцінка точності мереж несучільних спостережень .

Доказано , що врахування умов фігур не підвищує точності елементів мережі .

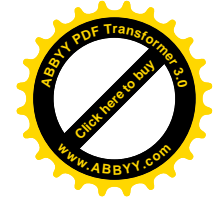
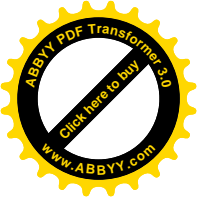
Дослідження проведені на основі двох моделей , взятих із відомих практикумів по вищій геодезії МіїГАіК . На основі детальних досліджень мереж тріангуляції і мереж несучільних спостережень доказано , що точність мереж несучільних спостережень лежить в межах дії похибок округлень відносно точності мереж тріангуляції .

Розроблена методика дослідження на основі програмованих мікрокалькуляторів Електроніка МК61 і МК 52 .

Автором розроблено ряд програм , які дають можливість не тільки проводити дослідження , але і використовувати на топографо – геодезичному виробництві при повній камеральній обробці невеликих мереж згущення .

Наявність полігональних умовних рівнянь , розроблених для мережі

несучільних спостережень , дає можливість згущати даними мережами



пункти , які визначаються методами космічної геодезії GPS.

1. Запропонована ідея розвитку рядів при одній постановці електронного тахеометра або світловіддалеміра на два геодезичні чотирикутники.

Розроблена методика польового контролю в лінійно – кутових рядах несучільних спостережень .

Досліджена точність елементів невідного ряду .

Розроблена методика корелатного зрівноваження даних рядів .

Розроблена методика двогрупового зрівноваження з реалізацією програми на програмованих мікрокалькуляторах МК61 і МК52 .

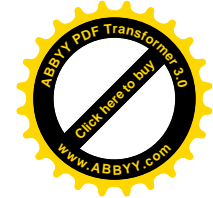
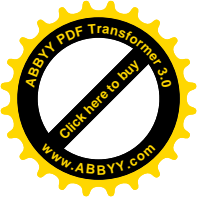
В результаті проведених досліджень встановлено , що на точність визначення поперечного зсуву зорієнтованого ряду основний вплив надає умовне рівняння першого примикаючого трикутника . Це пояснюється тим , що розвиток ряду проходить без вимірювання примкнутих кутів на вихідних пунктах .

Другим компонентом по значимості є умовне рівняння абсциса.

На поздовжній зсув ряду основний вплив , також , надає умова примикаючого трикутника ABC .

2. Доказано , що точність сучасних геодезичних мереж не може забезпечити облікової одиниці площі 1 м.кв. Для забезпечення точності облікової одиниці площі контурів необхідно на порядок підвищити точність геодезичної мережі з тим , щоб середня квадратична похибка планового положення пункту не перевищувала 5 мм.
3. Розроблена технологія створення триангуляції обласного центру з точністю визначення координат пунктів 2,26 мм.
4. Розроблена технологія створення опорної геодезичної мережі обласного центру методом несучільних спостережень триангуляції , яка забезпечує точність визначення координат з пунктів 3 мм.
5. Розроблена технологія трілатерації обласного центру з точністю визначення координат пунктів 2,26 мм.

6. Розроблена технологія створення опорної мережі обласного центру лінійно – кутовим методом несучільних спостережень з точністю визначення координат пунктів 1,45 мм.
7. Розроблена технологія побудови опорної мережі обласного центру методом парних ланок засічок з точністю визначення координат пунктів 6 мм.
8. Розроблена методика згущення мережі обласного центру для забезпечення облікової одиниці площі землекористувачів 1 м. кв.



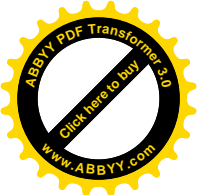
СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Аникст Д.А. Высокоточные теодолиты Т1 и Т05. – М.: Недра, 1978. - 159 с.
2. Батраков Ю.Г. К уравниванию линейно-угловых систем на ЭВМ, - Геодезия и картография, 1970, №12, - с. 20-27.
3. Батраков Ю.Г. Геодезические сети сгущения. – М.: Недра; 1987. – 255 с.
4. Бахурин И.М. Курс маркшейдерского дела. Специальная часть. – М.: Высшая школа, 1962. – 494 с.
5. Белугин Д.А. Теория обработки результатов геодезических и астрономических измерений. – М.: Недра, 1984. – 112 с.
6. Большаков В.Д., Маркузе Ю.И. Практикум по теории математической обработки геодезических измерений. – М.: Недра, 1984. – 352 с.
7. Большаков В.Д. Теория ошибок наблюдений. – М.: Недра, 1983. – 223 с.
8. Большаков В.Д., Маркузе Ю.И. Городская полигонометрия. – М.: Недра, 1979. – 303 с.
9. Большаков В.Д., Гадаев П.А. Теория математической обработки геодезических измерений. – М.: Недра, 1977. – 367 с.
10. Большаков В.Д., Маркузе Ю.И., Голубев В.В. Уравнивание геодезических построений. Справочное пособие. – М.: Недра, 1989. – 413 с.
11. Боровий В.О., Літнарівч Р.М., Мардієва Л.П. До питання створення і дослідження геодезичної мережі методом несучільних спостережень чотирикутників без діагоналей. Інженерна геодезія. Вип. 44. Київ, КНУБА, 2000, - с. 116...120.
12. Боровий В.О., Літнарівч Р.М., Мардієва Л.П. Особливості зрівноваження лінійно-кутової мережі з недостатньою кількістю вимірів. Інженерна геодезія. Вип. 45. Київ, КНУБА, 2001, - с. 17...26.
13. Бронштейн Г.С. Строительные геодезические сетки. – М.: Недра, 1984. – 158 с.

14. Буденков Н.А., Ганьшин В.Н. Геодезические работы при речных озерных изысканиях. – М.: Недра, 1979. – 159 с.
15. Грейм И.А. Оптические дальномеры и высотомеры геодезического типа. – М.: Недра, 1983. – 320 с.
16. Гайдаев П.А. Некоторые замечания об уравнивании триангуляции групповыми способами: - Геодезия и картография, 1978, №5, - с. 35-36.
17. Гайдаев П.А. Математическая обработка геодезических сетей. М.: Недра, 1977. – 228 с.
18. Гайдаев П.А. О проектировании оптимальной геодезической сети 2 класса. - Геодезия и картография, 1970, №1, - с. 7-11.
19. Гайдаев П.А. Уравнивание геодезической сети 3 и 4 классов. М.: Недра, 1965, - 162 с.
20. Гельфанд Р.Е. Уравнивание и предвычисление точности линейно-угловых сетей. Инженерная геодезия , часть I, Ленинград, 1975, - с. 23-27.
21. Гринберг Г.М., Решетов Е.А. некоторые вопросы технологии построения сетей полигонометрии. - Геодезия и картография, 1971, №10, - с. 13-19.
22. Гринберг Г.М. О результатах сравнения методов сгущения геодезической сети 3 и 4 классов. - Геодезия и картография, 1977, №3, - с. 14-17.
23. Геодезические работы при создании комплексов инженерных объектов. – М.: Недра, 1985. – 223 с.
24. Даниленко Т.С. Организация и производство геодезических работ при крупном строительстве. – М.: Недра, 1975, - 320 с.
25. Дворянков С.М., Юношев Л.С. Построение линейно-угловой аналитической сети в полузакрытой местности. – Геодезия и картография, 1964, №8, - с. 27-32.
26. Дворянков С.М. Уравнивание сети трилатерации. – Геодезия и картография, 1967, №5, - с. 29-35.

27. Дьяконов В.П. Справочник по расчетам на микрокалькуляторах. – М.: Наука, 1986, - 224 с.
28. Дурнев А.И. Новые системы построения геодезических сетей. – М.: Геодезиздат, 1952, - 249 с.
29. Епанечников В.А., Цветков А.Н. Справочник по прикладным программам для микрокалькуляторов. – М.: Финансы и статистика. 1988, - 320 с.
30. Журкин И.Г., Нейман Ю.М. Методы вычислений в геодезии. – М.: Недра, 1988, - 304 с.
31. Захаров А.И. Новые теодолиты и оптические дальномеры. – М.: Недра, 1978, – 261 с.
32. Зацаринный А.В. Автоматизация высокоточных инженерно- геодезических измерений. – М.: Недра, 1976, - 247 с.
33. Звонарев К.А. Минимум работ при геодезическом обосновании крупномасштабного картографирования Л.: ЛГУ, 1970, - 184 с.
34. Злотин В.В. О трилатерации с косвенно определенными сторонами. – Геодезия и картография, 1971, №1, - с. 22-28.
35. Измерение вертикальных смещений сооружений и анализ устойчивости реперов. В.Н. Гальшин, А.Ф. Стороженко, А.Г. Ильин и др. – М.: Недра, 1981, - 215 с.
36. Инструкция по топографо-геодезическим работам при инженерных изысканиях для промышленного, сельскохозяйственного и поселкового строительства. (СН 212-73). – М.: Стройиздат, 1973, - 152 с.
37. Инструкция по топографической съемке в масштабах 1:5000, 1:2000, 1:1000 и 1:500. /Главное управление геодезии и картографии при Совете Министров СССР. – М.: Недра, 1985, - 152 с.
38. Инструкция о построении государственной геодезической сети СССР. – М.: Недра, 1966, - 340 с.

39. Инструкция по топографической съемке в масштабах 1:10000, 1:25000 (полевые работы). /Главное управление геодезии и картографии при Совете Министров СССР. – М.: Недра, 1978, - 80 с.
40. Інструкція з топографічного знімання у масштабах 1:5000, 1:2000, 1:1000 та 1:500. ГКНТА – 2,04-02-98. Київ, 1999, - 155 с.
41. Кала В.В. Углы зданий в качестве пунктов постоянного съемочного обоснования. Геодезия и картография. – 1989, - №7, с. 20-21.
42. Кемниц Ю.В. Математическая обработка зависимых результатов измерений. – М.: Недра, 1970, - 104 с.
43. Коробков С.А. Вычисление координат пунктов, определяемых методом засечек. Информационно-технический сборник ВТС ВС СССР №11, 1946, - с. 21-26.
44. Кузнецов П.Н., Васютинский И.Ю., Ямбаев Х.К. Геодезическое инструментоведение. – М.: Недра, 1984, - 364 с.
45. К вопросу уравнивания линейно-угловых построений инженерно-геодезических сетей. – Геодезия и картография, 1977, №3, - с. 24-31.
46. Лебедев Н.Н., Барков Д.П. Уравнивание линейно-угловых сетей инженерно-геодезического обоснования. – М.: Недра, 1980, - 104 с.
47. Лебедь Г.И., Литнарлович Р.Н., Мануйлик А.Т. разработка методики исследования устойчивости оползней на трассе нефтепровода «Дружба» в районе Карпат и аварийных участков нефтепроводов, расположенных на оползнях / Н.Т. Отчет УИИВХ по теме 1-4. № Гос. рег. 01 86 0090 109. Ровно, 1986, - 86 с. Фонд ВНТИЦ, Инв. №02870042836-38.
48. Литнарлович Р.Н. Программа обработки замкнутого и разомкнутого линейно-углового хода. Информационный листок №13-86, серия 01.00. Ровенский МТ ЦНТИ, 1986-4 с.
49. Литнарлович Р.Н. Создание опорных геодезических сетей несплошных наблюдений и автоматизированная система их обработки. Информационный листок №87-099. Ровенский МТ ЦНТИ, 1987, - 4 с.



50. Литнарович Р.Н. Исследование метода создания планового геодезического обоснования парными звеньями засечек. Ч.І. Деп. ВИНТИ, №5076-84, 1984, - 182 с. РЖ Геодезия и аэросъемка. 9.52.38, 1984.
51. Литнарович Р.Н. Исследование метода создания планового геодезического обоснования парными звеньями засечек. Ч.ІІ. Деп. ВИНТИ, №4096-84, 1984, - 210 с. РЖ Геодезия и аэросъемка. 9.52.38, 1984.
52. Литнарович Р.Н. к вопросу оценки точности урвненных элементов сети, развиваемой методом парных звеньев засечек. Сб: Пути повышения эффективности сельскохозяйственного производства Нечерноземной зоны РСФСР на основе коллективного порядка. Брянск, 1984. Обл-тип. с. 137-138.
53. Литнарович Р.Н. Геодезические работы при планировке поливных участков. Межвуз. Сб. Мелиорация и орошаемое земледелие. Кишинев, 1977.
54. Литнарович Р.Н. Оптимизация геодезического обслуживания линейных мелиоративных сооружений теоретико-игровыми методами. Межвуз. Сб. Совершенствование технологических процессов орошаемого земледелия. Кишинев, 1978.
55. Литнарович Р.Н. Исследование статистических характеристик погрешности триангуляционных наблюдений. Межвуз. Сб. Усовершенствование технологических процессов и устройств, улучшающих условия труда в сельском хозяйстве. Кишинев, 1978.
56. Литнарович Р.Н. Одномерные статистические характеристики погрешности триангуляционных наблюдений. Инженерная геодезия, вып. 21. Киев: Будівельник, 1978.
57. Литнарович Р.Н. Метод создания планового геодезического обоснования для объектов мелиоративного строительства. Межвуз. Сб. Совершенствование методов гидравлических и гидрологических расчетов для с/х водоснабжения и орошения. Кишинев, 1979, с. 33-36.

58. Литнарлович Р.Н. Оценка точности элементов ряда парных звеньев съесечек для целей мелиорации. Межвуз. Сб. Совершенствование технологических процессов орошаемого земледелия. Кишинев, 1979, - с. 56-61.
59. Литнарлович Р.Н., Бутенко В.Ф. Производство изыскательных работ в мелиоративном строительстве и эксплуатации оросительных систем. Учебное пособие для гидромелиоративных факультетов. Кишинев, 1978, - 60 с.
60. Литнарлович Р.Н. Создание планового съемочного геодезического обоснования по принципу радиальной спирали. Геодезия и фотограмметрия при мелиоративном строительстве. Новочеркасск, 1981, - с. 29-33.
61. Литнарлович Р.Н. Эффективный метод создания планово-высотного обоснования для проектирования садов и виноградников. Межвузовский сборник научных статей. Интенсификация виноградарства. Кишинев, 1980, с. 92-99.
62. Литнарлович Р.Н. Изыскательные работы в мелиоративном строительстве и эксплуатации мелиоративных систем. Кишинев, КСХИ, 1980, - 63 с.
63. Литнарлович Р.Н., Туркулец М.Л. К вопросу проведения исполнительных съемок водопроводных очистных станций. Тезисы республиканской научно-технической конференции. Актуальные проблемы водохозяйственного строительства. Ровно, 1980, с. 64-65.
64. Литнарлович Р.Н. Создание опорных геодезических сетей несплошных наблюдений линейно-угловым методом при изыскании мелиоративных систем с целью их проектирования и строительства. Тезисы республиканской конференции «Достижения научно-технического прогресса в мелиорацию и водное хозяйство». Ч.І. Ровно, 1987, - с. 54.
65. Литнарлович Р.Н., Лебедь Г.И. Эффективная технология наблюдений в районе крупного инженерного объекта. Тезисы докладов Всесоюзной

научно-практической конференции. «Повышение эффективности опр деления осадок инженерных сооружений и геодинамических исследо ваний». Воронеж, 1988,- с. 25-26.

66. Литнарлович Р.Н. Разработка программы уравнивания геодезических сетей, развиваемых в мелиоративном строительстве, на программируемом калькуляторе Электроника МК 52. Сб. Мелиорация и освоение тяжелых минеральных почв. / Материалы республиканской научно-технической конференции. г. Ровно, 1980, с. 86-87.
67. Літнарлович Р.М. картографування міст в історичному аспекті. Зб. Актуальні проблеми розвитку міст та міського самоврядування (історія та сучасність). Тези міжнародної науково-технічної конференції. Рівне, 1993, с. 204-206.
68. Літнарлович Р.М. Прогресивна технологія створення планової геодезичної основи. Тези доповідей Міжнародної науково-методичної конференції. „Проблеми багаторівневої вищої технічної освіти”. Київ, 1993, с. 238-241.
69. Літнарлович Р.М. Польовий контроль під час створення планової геодезичної основи методом парних ланок засічок. – Геодезія, картографія і аерофотознімання. Міжвідомчий науково-технічний збірник. Випуск 56. Львів. Видавництво Львівська політехніка, 1995, - с. 26-32.
70. Літнарлович Р.М. Розрахунок попередніх координат пунктів при створенні планової геодезичної основи методом парних ланок засічок. – Геодезія, картографія і аерофотознімання. Міжвідомчий науково-технічний збірник. Випуск 57. Львів. Видавництво Львівська політехніка, 1996, - с. 40-48.
71. R. Litnarovici, S. Popescu. Calculul problemelor geodezice de baza la microcalculator. LUCRARI STIINTIFICE. Volumul 6'. HIDROAMELIORATIE, CHISINAU, 1998, S. 75-82.
72. Літнарлович Р.М. Дослідження точності геодезичних робіт для забезпечення облікової одиниці площі при інвентаризації земель. Навчальний

посібник з курсу „Методи наукових досліджень”, Частина I. УДАВ, Рівне, 1998, -14 с.

73. Літнарівич Р.М. Проект і дослідження тріангуляції міста Рівне для забезпечення облікової одиниці площі. Навчальний посібник з курсу „Методи наукових досліджень”, Частина II, РДТУ, Рівне, 1999, - 27 с.
74. Літнарівич Р.М. Проект і дослідження геодезичної основи міста Рівне методом несучільних спостережень тріангуляції. Навчальний посібник з курсу „Методи наукових досліджень”, Частина III. РДТУ, Рівне, 1998, - 14 с.
75. Літнарівич Р.М. Проектування і дослідження трилатерації міста Рівне методом статистичних випробувань Монте Карло. Навчальний посібник з курсу „Методи наукових досліджень”, Частина IV. РДТУ, Рівне, 1998, -16 с.
76. Літнарівич Р.М. Створення геодезичної опори міста Рівне лінійно-кутовим методом несучільних спостережень для земельно-кадастрової інвентаризації земель. Навчальний посібник з курсу „Методи наукових досліджень”, Частина V. РДТУ, Рівне, 1998, -16 с.
77. Літнарівич Р.М. Проект і дослідження геодезичної основи міста Рівне методом парних ланок засічок. Навчальний посібник з курсу „Методи наукових досліджень”, Частина VI. РДТУ, Рівне, 1998, - 32 с.
78. Літнарівич Р.М. Розробка технології створення планової геодезичної мережі методом парних ланок засічок. Навчальний посібник з курсу „Методи наукових досліджень”, Частина VII. РДТУ, Рівне, 1998, - 34 с.
79. Літнарівич Р.М. Розробка технології створення планової геодезичної мережі методом парних ланок засічок. Навчальний посібник з курсу „Методи наукових досліджень”, Частина VIII. РДТУ, Рівне, 1998, - 79 с.
80. Літнарівич Р.М. Розробка технології створення планової геодезичної мережі методом несучільних спостережень тріангуляції. Навчальний

посібник з курсу „Методи наукових досліджень”, Частина ІХ. РДТУ, Рівне, 1999, - 42 с.

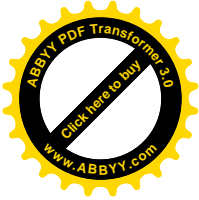
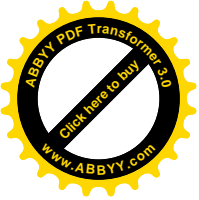
81. Літнарівич Р.М. Розробка технології створення планової геодезичної мережі методом несучільних спостережень тріангуляції. Навчальний посібник з курсу „Методи наукових досліджень”, Частина Х. РДТУ, Рівне, 1999, - 40 с.
82. Літнарівич Р.М. Розробка технології створення планової геодезичної мережі методом несучільних спостережень тріангуляції. Навчальний посібник з курсу „Методи наукових досліджень”, Частина ХІ. РДТУ, Рівне, 1999, - 45 с.
83. Літнарівич Р.М. Розробка технології створення планової геодезичної мережі лінійно-кутовим методом несучільних спостережень. Навчальний посібник з курсу „Методи наукових досліджень”, Частина ХІІ. РДТУ, Рівне, 1999, - 65 с.
84. Літнарівич Р.М. Попередня оцінка точності елементів геодезичних мереж несучільних спостережень. Навчальний посібник з курсу „Методи наукових досліджень”, Частина ХІV. РДТУ, Рівне, 1999, - 27 с.
85. Літнарівич Р.М. Теоретичне обґрунтування точності геодезичних робіт при інвентаризації земель. Інженерна геодезія. Випуск 43. Київ, КНУБА, 2000, - с. 102...109.
86. Літнарівич Р.М. Дослідження точності визначення площ за результатами геодезичних вимірів. Інженерна геодезія. Випуск 44. Київ, КНУБА, 2000, - с. 170...176.
87. Літнарівич Р.М. Теорія ряду парних ланок засічок, який прокладається між пунктами, визначеними по системі GPS. Інженерна геодезія. Випуск 45. Київ, КНУБА, 2001, - с. 141...148.
88. Літнарівич Р.М., Кравцов М.І., Яроцький П.П. Попередній розрахунок точності в мережах несучільних спостережень тріангуляції. Сучасні досягнення геодезичної науки та виробництва. Збірник наукових праць

Західного Геодезичного Товариства. Львів, Ліга – Прес, 2002, - 161...163.

89. Літнарівич Р.М., Кравцов М.І., Яроцький П.П. Порівняльний аналіз точності елементів суцільних і несучільних спостережень триангуляції. Інженерна геодезія. Випуск 47. Київ, КНУБА, 2002, - с. 83...89.
90. Літнарівич Р.М., Кравцов М.І. Дослідження точності визначення площ аналітичним способом. VII Міжнародний науково-технічний симпозиум. Геоінформаційний моніторинг навколишнього середовища GPS і GIS-технології (7-14 вересня 2002 р.). Алушта (Крим). Львівське астрономо-геодезичне товариство, - с. 123...128.
91. Літнарівич Р.М. Проектування і дослідження трилатерації обласного міста методом статистичних випробувань Монте – Карло. Інженерна геодезія. Випуск 48. Київ, КНУБА, 2002, - с. 144...147.
92. Мовенко В.І., Літнарівич Р.М. Моніторинг стану водосховищ з використанням ГІС – технологій. Інженерна геодезія. Випуск 47. Київ, КНУБА, 2002, - с. 104...108.
93. Огнев В.О. о полевом контроле и его роли в управлении качеством. – Геодезия и картография, 1977, №2, - с. 19-21.
94. Основные положения по аэрофотосъемке, выполняемой для создания и обновления топографических карт и планов. – М.: Недра, 1982, - 16 с.
95. Основы геодезических разбивочных работ. /Н.Г. Видуев, Д.И. Ракитов, В.П. Грижбовский, - К.: Госстройиздат, 1960, - 471 с.
96. Пискунов М.Е. Методика геодезических наблюдений за деформациями сооружений. – М.: Недра, 1980, - 248 с.
97. Поволоцкий Е.С. О строгом уравнивании строительных сеток, выполненных способом четырехугольников. – Геодезия и картография, 1970, №11, - с. 32-37.
98. Пособие по производству геодезических работ в строительстве (к СНиП 3.0103-84) /ЦНИИОМТП. – М.: Стройиздат, 1985, - 123 с.

99. Пособие по инженерным изысканиям для строительства. – М.: Стройиздат, 1974, - 116с.
100. Практическое руководство по вычислению триангуляции. Выпуск 2./ Н.В. Аваев, Е.Е. Бирюков, И.М. Ландис и др. Ред. изд. Отдел ВТС. М. 1961, - 446 с.
101. Практикум по высшей геодезии / Н.В. Яковлев, Н.А. Беспалов, В.П.Глумов и др. – М.: Недра, 1982, - 368 с.
102. Рабинович Б.Н. Практикум по высшей геодезии. – М.: Геодезиздат, 1951, - 304 с.
103. Розміри оплати земельно-кадастрових робіт та послуг. Держкомзем України. 2001, - 105 с.
104. Руководство по расчету точности геодезических работ в промышленном строительстве / ГУГК при СМ СССР. Геодезические и картографические инструкции, нормы и правила. – М.: Недра, 1979, - 55 с.
105. Руководство по обновлению топографических карт. – М.: Недра, 1978, - 60 с.
106. Руководство по аэрофототопографической съемке в масштабах 1:1000 и 1:500 застроенных территорий и промышленных объектов при инженерных изысканиях для строительства. – М.: Стройиздат, 1977, - 60 с.
107. Руководство по топографическим съемкам в масштабах 1:5000, 1:2000, 1:1000 и 1:500. Наземные съемки. – М.: Недра, 1977, - 135 с.
108. Руководство по определению экономической эффективности мероприятий по новой технике в инженерных изысканиях для строительства. – М.: Стройиздат, 1977, - 69 с.
109. Руководство по производству геодезических работ в жилищно-гражданском строительстве. – М.: Стройиздат, 1977, - 78 с.
110. Руководство по рациональному выбору геодезического оборудования для инженерных изысканий в строительстве. – М.: Стройиздат, 1977, - 112 с.

111. Рязанов В.П. Оценка точности линейно-угловых систем из четырех угольников без диагоналей. Научные труды МИИЗа «Геодезия и фотограмметрия», 1976, вып. 85, - с. 54-62.
112. Сборник цен на изыскательные работы для капитального строительства / Госстрой СССР. – М.: Стройиздат, 1982, - 568с.
113. Сильницкий И.Л. Применение боковых засечек без измерения сторон. – Геодезия и картография, 1964, №8, - с. 32-35.
114. Спиридонов А.И., Кулагин Ю.Н., Крюков Г.С. Справочник-каталог геодезических приборов. – М.: Недра, 1984, - 238 с.
115. Справочник геодезиста. /под ред. В.Д. Большакова и Г.П. Левчука. – М.: Недра, 1975. Кн. 1 – 527 с., Кн. 2 – с. 528-1056.
116. Справочное пособие по прикладной геодезии. / В.Д. Большаков, Г.П. Левчук, Е.Б. Ключин и др. – М.: Недра, 1987, - 543 с.
117. Тамутис З.П. Оптимальные методы проектирования геодезических сетей. – М.: Недра, 1979, - 133 с.
118. Тарци-Хорнох А., Хетени М.В. К уравниванию трилатерационных сетей. – Геодезия и картография, 1969, №10, - с. 24-29.
119. Чеботарев А.С., Селиханович В.Г., Соколов М.Н. Геодезия. Часть вторая. – М.: Геодезиздат, 1962, - 614 с.
120. Положення по земельно-кадастровій інвентаризації земель населених пунктів, - Київ, 1997, - 14 с.



ДОДАТКИ

5.3. Трилатерація міста Рівне

ВВЕДЕННЯ

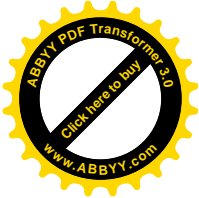
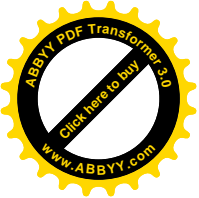
Широкі можливості по створенню опорної геодезичної мережі на території міст дають світловіддалеміри. Так, світловіддалемір D_i - 2002, швейцарської фірми Leica вагою 1,1 кг при часі вимірювання однієї віддалі в 3,5 сек і температурному діапазоні $\pm 50^0$, забезпечує до 7 км точність вимірювання сторони $1\text{мм}+1\text{мм}$ на 1 км ходу.

Так як в запроектованій нами мережі найбільші сторони становлять 3 км, то ми будемо генерувати істинну похибку вимірювання сторін в 4 мм.

В запроектованій на територію обласного центру виміряні всі сторони. Кути на пунктах не вимірювались. Всі пункти розташовані на дахах будинків.

В подальшому необхідно врівноважити мережу і порівняти її з істинною моделлю. Мета дослідження трилатерації обласного центру — забезпечення облікової одиниці площі землекористувачів в 1 кв.м.

В результаті вимірювання сторін трилатерації одержують похилі дальності між прийомо-передатчиком (ведучою станцією) і відбивачем (веденою станцією), виправлені поправками за метеорологічні умови, які впливають на швидкість поширення електромагнітних хвиль в атмосфері, за кривизну траєкторії цих хвиль і за вплив похибок прикладу, включаючи постійну похибку віддалеміра.



1. ПОБУДОВА ІСТИННОЇ І СПОТВОРЕННОЇ МОДЕЛІ.

Попередня обробка польових матеріалів.

Істинну модель мережі трилатерації з врахуванням уточненої моделі, яку ми побудували у третій частині навчального посібника для мережі несучільних спостережень триангуляції.

Таким чином ми будемо мати істинні значення сторін центральної системи. Замітимо, що дослідження триангуляції, мережі несучільних спостережень триангуляції, трилатерації, лінійно-кутового метода несучільних спостережень і метода парних ланок засічок проведені на одних і тих же пунктах і у всіх цих методах одна і та ж істинна модель.

Перед тим як виконувати зрівноваження, необхідно виконати попередні обчислення:

1) попереднє рішення трикутників, тобто обчислення наближених значень кутів по вимірним похилим дальностям;

2) обчислення поправок за центрування і редукцію в вимірній віддалі;

3) редукування приведених до центрів знаків похилих дальностей на поверхню референцеліпсоїда;

4) редукування довжин сторін трикутників з еліпсоїда на площину в проекції Гаусса-Крюгера, включаючи обчислення наближених значень прямокутних координат пунктів в мережі.

Таблиця 5.23. Список вихідних даних

Назва пункта	x, м	y, м	S, м	α	на пункт
A	10000,000	10000,000	2900,00000	234°00'0000"	B
B	8295,423	7653,851			

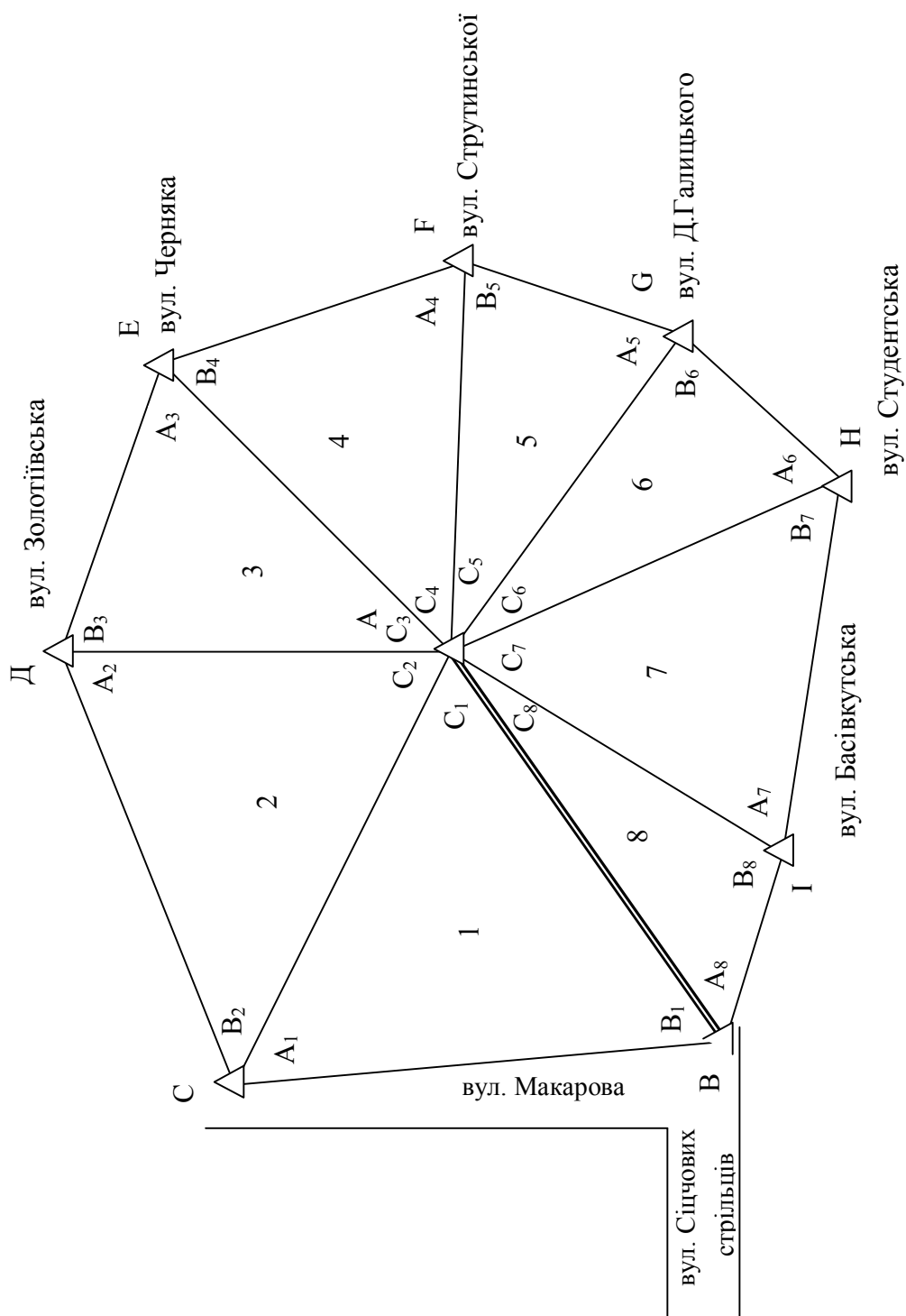
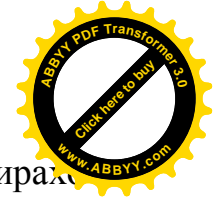
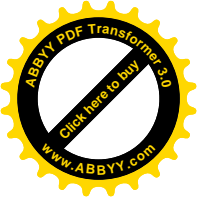


Рис. 5.1. Схема триагерації обласного центру



В трикутнику з вимірними сторонами a , b , c протилежні кути виражаються за формулами

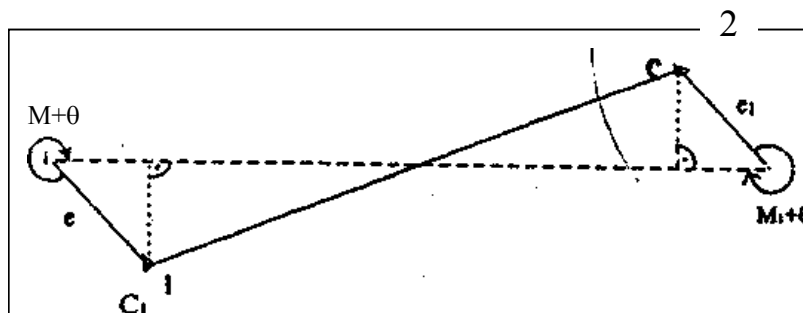
$$\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}, \quad (5.1.1)$$

$$\cos B = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac}, \quad (5.1.2)$$

$$\cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}, \quad (5.1.3)$$

В кожному трикутнику сума обчислених кутів повинна бути рівною 180° .

На кінцях кожної вимірної сторони $D'_{\text{Пік}}$ визначаються елементи центрування (e, θ) ведучої станції і елементи редукції (e_1, θ_1) відбивача світловіддалеміра відносно центрів знаків в точках C_1 і C_2 .



Поправки $\delta_c = iC_1'$ за центрування і поправки $\delta_r = iC_2'$ за редукцію обчислюють для кожної вимірної сторони по формулам

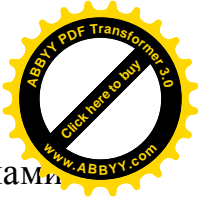
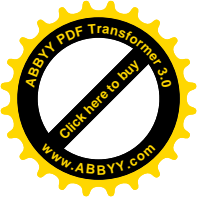
$$\delta_c = -e \cos(M + \theta) + \frac{e^2 \sin^2(M + \theta)}{2D_n' - e \cos(M + \theta)}; \quad (5.1.4)$$

$$\delta_r = -e_1 \cos(M_1 + \theta_1) + \frac{e_1^2 \sin^2(M_1 + \theta_1)}{2D_n' - e_1 \cos(M_1 + \theta_1)}; \quad (5.1.5)$$

При e і $e_1 < 1$ м поправки обчислюють за формулами

$$\delta_c = -e \cos(M + \theta); \quad (5.1.6)$$

$$\delta_r = -e_1 \cos(M_1 + \theta_1); \quad (5.1.7)$$



Довжини сторін, приведені до центрів знаків обчислюють за формулами

$$D_{\Pi} = D_{\Pi}' + \delta_c + \delta_r; \quad (5.1.8)$$

При редукуванні віддалей до декількох десятків кілометрів поверхню референц-еліпсоїда достатньо апроксимувати сферою, радіус кривини якої рівний радіусу кривини еліпсоїда в середній точці вимірної сторони вздовж її напрямку.

Спочатку надходять поправки δ_h за приведення похилих відстаней до горизонту середньої точки відповідної сторони.

$$\delta_h = -\frac{h^2}{2D_{\Pi}} - \frac{h^4}{8D_{\Pi}^3}; \quad (5.1.9)$$

де $h=H_2-H_1$ – перевищення відбивача віддалеміра над прийомо-передатчиком, визначене, наприклад, методом тригонометричного нівелювання;

D_{Π} – виміряна віддаль, заокруглена до цілого метра.

Проекцію приведенної до центрів знаків похилої віддалі на горизонтальну площину, яка проходить через середню точку вимірної сторони, вираховують за формулою $D_r = D_{\Pi} + \delta_h$; (5.1.10)

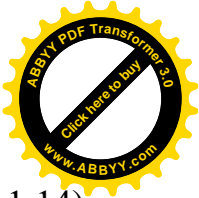
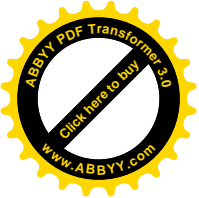
Після проектують віддаль D_r на еліпсоїд по радіусам сфери, яка апроксимує його поверхню, розраховують довжину хорди D , яка проходить через точки пересічення радіусів зі сферою.

$$D = D_r - \frac{H_m}{R_a + H_m} D_r = D_r + \delta_{\Pi}; \quad (5.1.11)$$

де
$$\delta_{\Pi} = -\frac{H_m}{R_a + H_m} D_r; \quad (5.1.12)$$

$$H_m = 0,5(H_1 + H_2); \quad (5.1.13)$$

Від довжини хорди D переходять до шуканої довжини віддалі S на поверхні референц-еліпсоїда по формулі



$$S = D + D^3 / 24R_{A^2} = D + \delta_r; \quad (5.1.14)$$

$$\text{де} \quad \delta_r = D^3 / 24R_{A^2}; \quad (5.1.15)$$

або по формулі

$$S = D_{\Pi} + \sum \delta; \quad (5.1.16)$$

$$\text{де} \quad \sum \delta = \delta_{\Pi} + \delta_h + \delta_r; \quad (5.1.17)$$

Геодезичні висоти H_1 і H_2 точок встановлення блоків віддалеметра на геодезичних пунктах розраховують по формулі.

$$H_1 = H_1^j + \xi_1 + l_i; \quad (5.1.18)$$

де H^j – нормальна висота центра знака над рівнем моря (над квазігеоїдом), ξ - аномалія висоти в цій точці (перевищення квазігеоїда над референц-еліпсоїдом), l – висота становлення блока віддалеміра (прийомопередатчика, відбивача) над центром знака геодезичного пункта;

Для визначення величини радіуса кривизни референц-еліпсоїда R_A для кожної сторони з точністю до півградуса і широту її середньої точки з точністю до декількох мінут дуги.

В мережі трилатераці, зображеної на рис. 1 геодезичний азимут вихідної сторони може бути вирахований по формулі

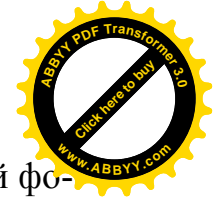
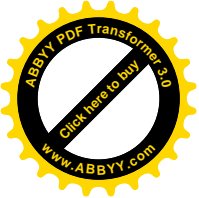
$$A_{BA} = \alpha_{BA} + (\pm\gamma_1) - (\pm\delta_{BA}); \quad (5.1.19)$$

де α_{BA} – дифекційний кут цієї сторони; γ_1 - гаусове зближення меридіанів на пункті В; δ_{BA} -поправка на напрямок за кривину зображення сторони ВА на площині, визначається за формулами (5.1.20), (5.1.21):

$$\delta_{ik} = \frac{1}{3} f(x_i - x_k)(2y_i + y_k);$$

$$\delta_{ki} = -\frac{1}{3} f(x_i - x_k)(y_i + 2y_k);$$

де x, y – наближені координати пунктів на площині, виражені в кілометрах; коефіцієнт $f = r''/2R_m^2$, береться із спеціальних таблиць.



В нашому випадку поправкою δ_{BA} можна нехтувати; по наближеній формулі

$$\gamma = (L - L_0) \sin B; \quad (5.1.22)$$

де L_0 – довгота осьового меридіана зони, L – довгота точки; B – геодезична широта точки.

В нашому випадку необхідно, щоб відмінність в довжинах сторін геодезичної мережі, обчислених за координатами пунктів і одержаних із безпосередніх вимірів на місцевості між однойменними точками, були як можна меншими.

З цією метою по-перше вводять місцеву систему координат, в якій осьовий меридіан трьохградусної зони проекції Гаусса-Крюгера проходить через середину даної мережі і по-друге, всі виміряні віддалі між пунктами мережі редукують на середню висоту H_0 даної території над рівнем моря (над геоїдом) або, що все рівно на висоту $H_0 - \xi$ над поверхнею референц-еліпсоїда.

Редукування довжин сторін трилатерації з поверхні референц-еліпсоїда на середню висоту території міста H виконують по формулах (5.1.23), (5.1.24):

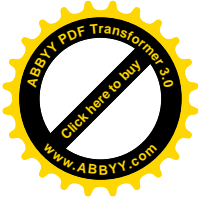
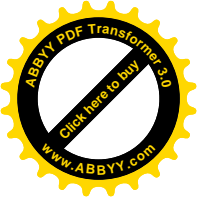
$$S_H = S \left(1 + \frac{H}{R_m + H} \right) = KS;$$

або

$$S_H = S + \frac{H}{R_m + H} S = S + \delta_S;$$

де S – довжина сторони на поверхні референц-еліпсоїда, R_m – середній радіус кривизни референц-еліпсоїда на широті даної території, H – середнє значення геодезичної висоти місцевості.

Перехід від віддалей S на поверхні референц-еліпсоїда до віддалей S на площині в проекції Гаусса-Крюгера виконують по формулах (5.1.25), (5.1.26), (5.1.27):



$$\Delta S = Sf'(Y_m^2 + \frac{\Delta Y^2}{12} + \frac{\Delta Y_m^3}{12R_m^2}) = Sf'Q;$$

$$s' = S + \Delta S;$$

де $f' = \frac{1}{2R_m^2}; Y_m = \frac{1}{2}(Y_2 - Y_1); \Delta Y = Y_2 - Y_1;$

R_m - середній радіус референц-еліпсоїда на середній широті трилатерації.

Для нашої мережі достатньо обмежитися лише першим членом формули (5.1.25).

Величини Y_m і ΔY розраховують до цілого метра і виражають в кілометрах. Коефіцієнт $f' = \frac{1}{2R_m^2}$ дається в таблицях.

2. Зрівноваження мережі корелатним способом

В запроєктованій вільній мережі виникає одне умовне рівняння горизонту:

$$(C_1)+(C_2)+(C_3)+(C_4)+(C_5)+(C_6)+(C_7)+(C_8)+W_r=0 \quad (5.2.1)$$

де (C_1) – поправки у відповідні центральні кути.

Для сторони a трикутника ABC запишемо

$$a^2=b^2+c^2-2bc \cos A \quad (5.2.2)$$

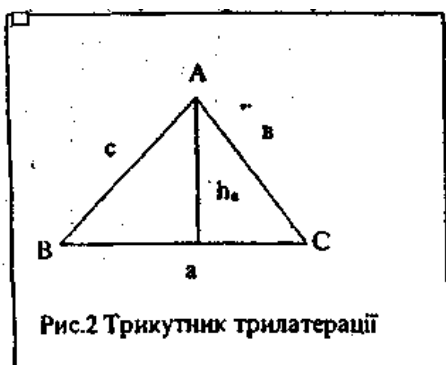
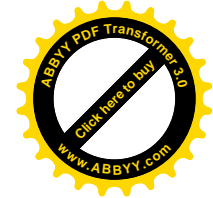
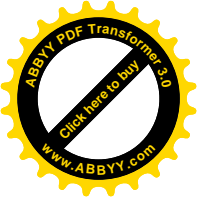


Рис.2 Трикутник трилатерації

Диференціюючи цей вираз по всім змінним a, b, c, A і переходячи до кінцевих приростів, одержим формулу, яка встановлює зв'язок між поправками в кути і поправками в сторони. І по аналогії запишемо формули поправок у два інші кути.

$$(A'') = \frac{p''}{h_a} [(a) - (b) \cos C - (c) \cos B]; \quad (5.2.3)$$



$$(B'') = \frac{p''}{h_b} [(b) - (a) \cos C - (c) \cos A]; \quad (5.2.4)$$

$$(C'') = \frac{p''}{h_c} [(c) - (a) \cos B - (b) \cos A]; \quad (5.2.5)$$

де $p'' = 206265''$, h_i - висота трикутника, опущена на протилежну сторону із вершини j кута ($j=A, B, C$), поправка якого визначається.

Висоти трикутника обчислюються по формулам:

$$h_a = c \sin B = b \sin C; \quad (5.2.6)$$

$$h_b = a \sin C = b \sin A; \quad (5.2.7)$$

$$h_c = a \sin B = b \sin A; \quad (5.2.8)$$

Згідно умовного рівняння горизонту (5.2.1), поправки в кути (C_i) розраховуються по формулі (5.2.5), причому коефіцієнти сторони (C) для кожного трикутника розраховуються по формулі

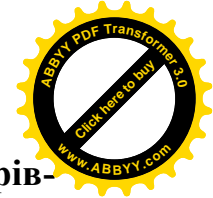
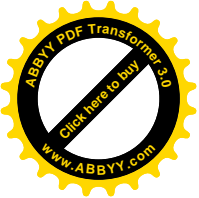
$$K_{C_s} = p'' / h_c; \quad (5.2.9)$$

це будуть сторони, протилежні центральним кутам C_i . Коефіцієнти для поправок в радіальні сторони розраховуються по формулі:

$$R_{ipra} = -\rho \left(\frac{\cos A_i}{h_{c_i}} + \frac{\cos B_{i-1}}{h_{c_{i+1}}} \right)$$

Таблиця 5.24. Розрахунок вшнього члена умовного рівняння

Назви кутів	Значення кутів
C_1	49°59' 59,74"
C_2	75°00' 00,16"
C_3	43°00'00,38"
C_4	44° 00' 00,05"
C_5	32° 59' 59,65"
C_6	27°00' 00,04"
C_7	32° 00' 00,29"
C_8	56° 00' 00,33"
$\sum c_i$	360° 00' 00,64"
W_r	+0,64"



Таблиця 5.25. Коефіцієнти поправок в сторони і поправки у врівноважені сторони

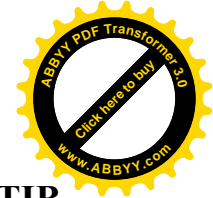
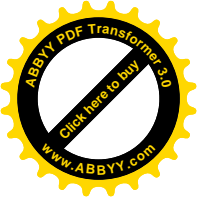
(CA)	-72,677	+0,44
(CD)	+113,140	-0,68
(AD)	-138,423	+0,83
(AE)	-94,951	+0,57
(AF)	-47,490	+0,28
(AO)	-19,511	+0,12
(AH)	+2,428	-0,01
(AI)	-84,653	+0,51
(DE)	+109,313	-0,65
(E1)	+98,221	-0,59
(FG)	+74,932	-0,449
(GH)	+63,374	-0,379
(HI)	+79,396	-0,475
(BI)	+85,080	-0,509

$$k = -\frac{W_r \cdot 10^3}{[kk]}; V_i = k \cdot K_i; k = -\frac{0.64 \cdot 10^3}{106782.97} = -5.993465 \cdot 10^{-3}$$

Таблиця 5.26. Контроль виконання умови горизонту для врівноважених кутів

Назви кутів	Значення кутів
C ₁	49° 59' 59,67"
C ₂	75° 00' 00,01"
C ₃	43° 00' 00,25"
C ₄	43° 59' 59,96"
C ₅	32° 59' 59,59"
C ₆	27° 00' 00,03"
C ₇	32° 00' 00,23"
C ₈	56° 00' 00,26"
ΣC _i	360° 00' 00,00"
W _r	0° 00' 00,00"

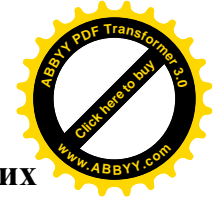
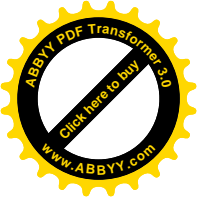
З метою визначення кутів з точністю до десятитисячних і більше долей секунди автором складена програма на мікрокалькуляторі CITIZEN SPR -175.



3. РОЗРАХУНОК ЗРІВНОВАЖЕНИХ КООРДИНАТ ПУНКТІВ. ПОРІВНЯЛЬНИЙ АНАЛІЗ, ОЦІНКА ТОЧНОСТІ.

Таблиця 5.27. Зрівноважені координати

Назви пункт.	Формули кутів	Зрівноважені кути	Дирекційні кути	Сторони	X	Y
A					10000,0000	10000,0000
			234° 00' 00,00"	2900,0000		
B	- B ₁	67° 16' 52,18"			8295,4230	7653,8510
			346° 43' 07,82"	2499,5546		
C	- (A ₁ +B ₂)	100° 00' 00,12"			10728,1260	7079,6291
			66° 43' 07,70"	3141,8009		
D	- (A ₂ +B ₃)	140° 59' 59,05"			11969,9030	9965,6131
			105° 43' 08,65"	1498,5796		
E	- (A ₃ +B ₄)	150° 00' 00,91"			11563,9050	11408,1480
			135° 43' 07,74"	1916,2481		
F	- (A ₄ +B ₅)	140° 00' 00,51"			10192,0190	12746,033
			175° 43' 07,23"	1793,3815		
G	- (A ₅ +B ₆)	137° 59' 59,16"			8403,642	12879,913
			217° 43' 08,07"	1574,3393		
H	- (A ₆ +B ₇)	121° 00' 00,36"			7158,3071	11916,749
			276° 43' 07,71"	1837,6455		
I	- A ₇	98° 43' 07,95"			7373,3089	10091,724
			357° 59' 59,76"	2628,2935		
A	+ C ₈	56° 00' 00,26"			10000,001	10000,000
			234° 00' 00,02"			
B						



Таблиця 5.28. Порівняльна таблиця зрівноважених і істинних координат пунктів

Назва	Хзр	Хіст.	ΔX	Yзр	Yіст.	ΔY
A	10000,0	10000,0	0	10000,0	10000,0	0
B	8295,42	8295,42	0	7653,85	7653,85	0
C	10728,1	10728,1	-4	7079,62	7079,63	-2
D	11969,9	11969,9	+2	9965,61	9965,61	-2
E	11563,9	11563,9	-4	11408,1	11408,1	-2
F	10192,0	11192,0	-2	12746,0	12746,0	-1
G	8403,64	8403,64	+2	12879,9	12879,9	+4
H	7158,30	7158,30	+2	11916,7	11916,7	+1
I	7373,30	7373,30	+2	10091,7	10091,7	-2

Середня квадратична похибка визначення координат визначення координат пунктів (планового положення пункта) буде

$$m_{x,y} = \sqrt{\frac{\sum \Delta x^2 + \sum \Delta y^2}{n}}; \quad (5.3.1)$$

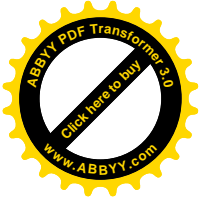
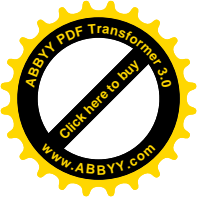
де Δx і Δy істинні похибки зрівноважених координат, n - число пунктів мережі. 1 для запроєктованої мережі одержимо

$$m_{x,y} = \sqrt{\frac{86}{18}} = 2,26 \text{ мм} \text{ тобто, з точжстю } 2,26 \text{ мм одержані коорди-}$$

нати

пунктів в трилатерації міста .

Замітимо, що при проектуванні тріангуляції обласного центру з точністю вимірювання горизонтальних кутів, раніше нами одержана середня квадратична похибка координат пунктів 2,26 мм.



Таблиця 5.29. Порівняльна таблиця зрівноважених і істинних дирекційних кутів і сторін

Назва	Зрівнова-	Істинна	ΔS	Зрівноваже-	Істинний	$\Delta\alpha''$
AB	2900,0000	2900,0000	0	234° 00'	234° 00'	0
BC	2499,5546	2499,5581	-3,5	346° 43'	346°43'	-
CD	3141,8009	3141,7986	+2,3	66° 43' 07,70"	66° 43'	-
DE	1498,5796	1498,5778	+1,8	105° 43'	105° 43'	+0,5
EF	1916,2481	1916,2488	-0,7	135° 43'	135° 43'	-
FG	1793,3815	1793,3850	-3,5	175° 43'	175° 43'	-
GH	1574,3393	1574,3381	+1,2	217° 13'	217" 13'	-
HI	1837,6455	1837,6422	+3,3	276° 43'	276° 43'	-
IA	2628,2935	2628,2944	-0,9	357° 59'	358°00'	-
AC	3009,7732	3009,7716	+1,6			
AD	1970,2036	1970,2010	+2,6			
AE	2104,4439	2104,4467	-2,8			
AF	2752,7395	2752,7396	-0,1			
AG	3292,7596	3292,7559	+0,7			
AH	3427,7039	3427,7036	+0,3			
BI	2606,4438	2606,4407	+3,1			

Розрахуємо середню квадратичну похибку врівноважених сторін

$$m_s = \sqrt{\frac{\sum \Delta S^2}{n}}; \quad (5.3.2)$$

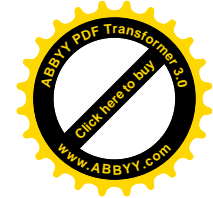
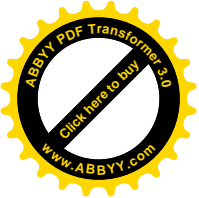
де ΔS_i – істинні похибки врівноважених величин.

І в іншому випадку $m_s = \sqrt{\frac{74,02}{16}} = 2,15 \text{ мм}$

Відносна похибка слабої сторони мережі $f_{DE\text{відн.}} = \frac{m_s}{S_{DE}};$

і $f_{DE\text{відн.}} = \frac{1}{\frac{1498,5778}{2,15 \cdot 10^{-3}}} = \frac{1}{697012};$

Середня квадратична похибка врівноваженого дирекційного кута



360

$$m_{\alpha} = \sqrt{\frac{[\Delta\alpha^2]}{n}}; \quad (5.3.3)$$

i

$$m_{\alpha} = \sqrt{\frac{1,6743}{8}} = 0,46''$$

ЗАКЛЮЧЕННЯ

1. Для забезпечення облікової одиниці площі землекористувачів на території обласних центрів в 1 кв.м необхідно на порядок підвищити точність координат пунктів геодезичної мережі.

2. З цією метою запроектована на території обласного центру центральна система трилатерації.

3. Генеровані середні квадратичні похибки 4мм вимірювання сторін із розрахунку 1м+1мм на 1 км.

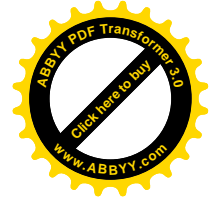
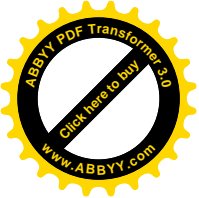
4. Проведено строге зрівноваження мережі з оцінкою точності результатів.

5. На основі проведених нами досліджень встановлено, що координати пунктів будуть визначені з точністю 2,26 мм.

6. Точність врівноважених сторін буде складати 2,15 мм.

7. Точність дирекційних сторін буде 0,46".

8. Відносна похибка сторони в найбільш слабому місці мережі складає 1:690000.



5.4. Лінійно-кутова мережа несучільних спостережень

Вступ

Для забезпечення облікової одиниці площі землекористувачів необхідно обчислити одиницю площі 1 м^2 .

Як було показано у попередніх випусках посібника, державні геодезичні мережі не забезпечують необхідної точності облікової площі. Точність пунктів таких мереж 5 см, а для забезпечення облікової одиниці площі необхідно, щоб точність пунктів геодезичної опори була на порядок вища і складала 3-5 мм.

У другій частині посібника був розглянутий проект триангуляції, який забезпечував дану точність.

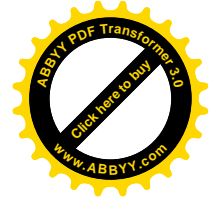
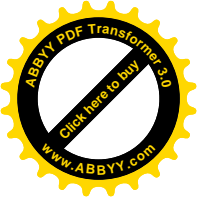
Третя частина посібника була присвячена методу несучільних спостережень триангуляції, який, також забезпечував вирішення даної проблеми.

У четвертій частині посібника розглядався проект трилатерації.

П'ята частина посібника присвячена лінійно-кутовому методу несучільних спостережень, яким також можна вирішити дану проблему.

Система пунктів утворює центральну систему. Передбачено вимірювання 5 радіальних сторін світловіддалеміром Di-2002 швейцарської фірми Leica, який вагою 1.1 кг при часі вимірювання однієї віддалі за 3.5 сек і температурному діапазоні $\pm 50^{\circ}\text{C}$ забезпечує до 7 км точність вимірювання сторони $1\text{мм} + 1 \text{ мм на } 1 \text{ км ходу}$.

Кути в даній мережі вимірюються теодолітом Т 05 по спеціальній програмі, забезпечуючи точність $0.4''$, як у полігонометрії 1 класу.



1. Постановка проблеми дослідження.

На дахах висотних будинків запроектовано ряд пунктів опорної геодезичної мережі. Опорними геодезичними пунктами І, Д прийняті шпилі соборів. За пункт F, також, взяті конструктивні елементи капітальної споруди. Ці пункти недоступні для встановлення на них теодоліта або світловіддалеміра чи відбивача. Але вони добре видимі для спостереження на них.

Приймаючи до уваги, що сучасні світловіддалеміри можуть забезпечити точність вимірювання сторін в $1 \text{ мм} + 1 \text{ мм на } 1 \text{ км}$, запроектовано вимірювання сторін, показаних на рис. 1 подвійними лініями. При цьому генерується істина похибка вимірювання при лежачими кутами. Суцільна лінія, яка переходить у пунктирну означає одностороннє спостереження мий напрямом.

Таким чином, у даній центральній системі виникає два умовні рівняння фігур, два умовні рівняння сторони у цих же трикутниках, три умовні рівняння чотирикутників і одне умовне рівняння горизонту.

Вимірювання кутів генеруються істиною похибкою $0.4''$, що відповідає регламентованій інструкцією точності вимірювання кутів у полігонометрії 1 класу.

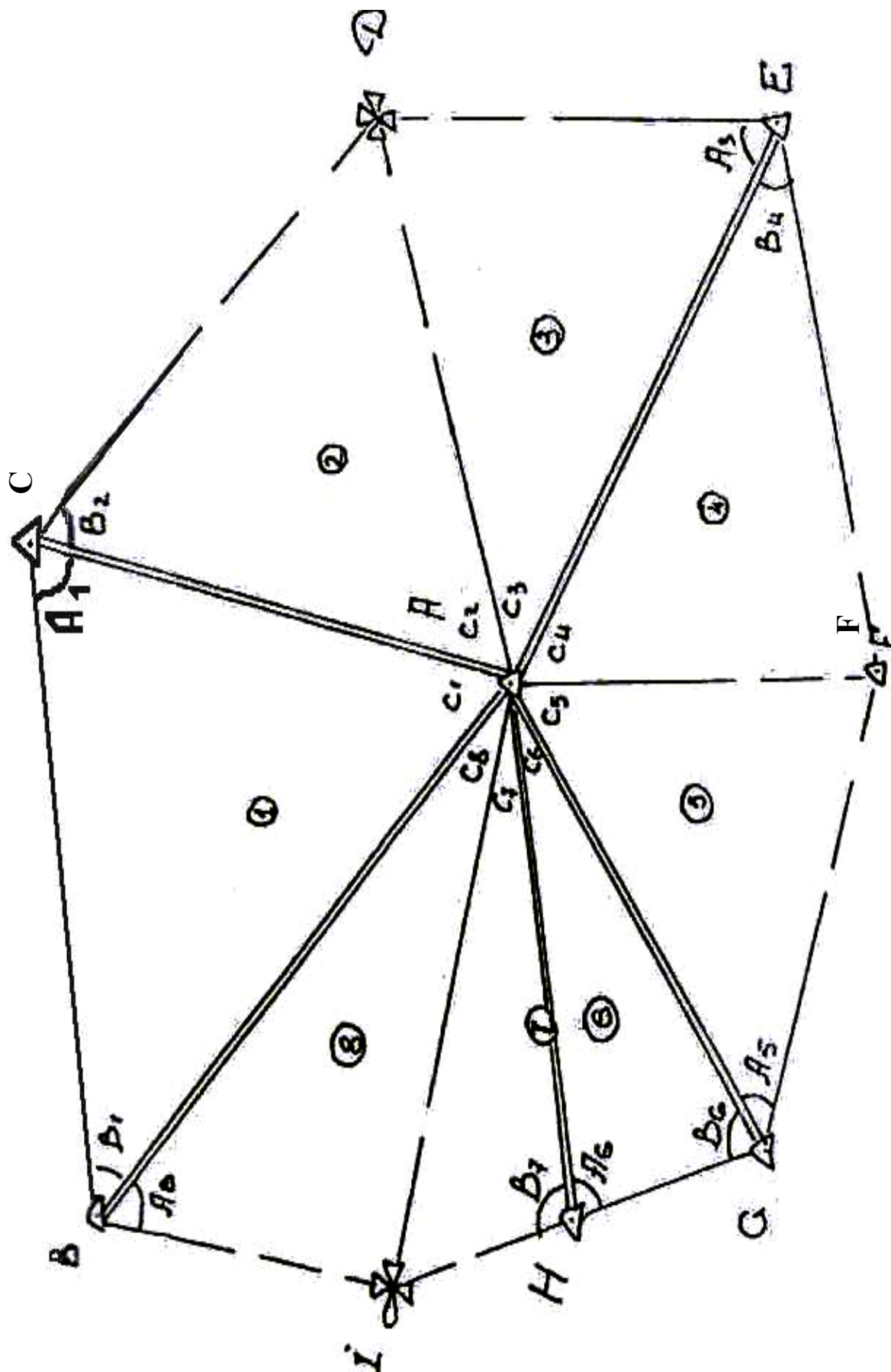
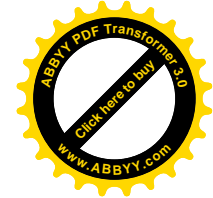
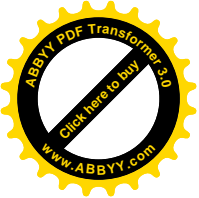


Рис. 1. Проект специальной линейно-кутовой сети несущих спостережень для забезпечення облікової одиниці площі 1 кв. м.



2. Умовні рівняння

В запроєктованій центральній системі виникає два умовні рівняння фігур

$$(A_1) + (B_1) + (C_1) + W_1 = 0 \quad (5.2.1)$$

$$(A_6) + (B_6) + (C_6) + W_2 = 0 \quad (5.2.2)$$

де

(A_1) , (B_1) , (C_1) – поправки у відповідні кути;

$$W_i = A_i + B_i + C_i - 180^0: \quad (5.2.3)$$

Два умовні рівняння сторін, які отримаємо на основі теореми синусів

$$\frac{BC}{\sin C_1} = \frac{AB}{\sin A_1} = \frac{AC}{\sin B_1} \quad (5.2.4)$$

звідки

$$AC = AB \frac{\sin B_1}{\sin A_1}, \quad (5.2.5)$$

по аналогії

$$AH = AG \frac{\sin B_6}{\sin A_6}. \quad (5.2.6)$$

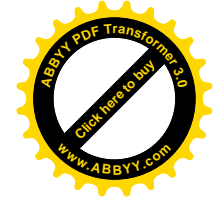
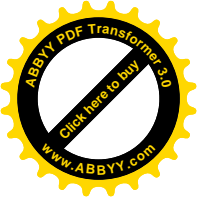
Логарифмуючи (5.2.7), будемо мати

$$\ln AC = \ln AB + \ln \sin B_1 - \ln \sin A_1 \quad (5.2.7)$$

Диференціюючи (5.2.7), будемо мати

$$\frac{AC}{AC} = \frac{dAB}{AB} + \frac{\cos B_1}{\cos B_1} \cdot \frac{dB_1}{\rho} - \frac{\cos A_1}{\sin A_1} \cdot \frac{dA_1}{\rho} \quad (5.2.8)$$

переходячи до поправок, представимо формулу (5.2.8) у вигляді



$$\operatorname{ctg} B_1 \frac{(B_1)}{\rho} - \operatorname{ctg} A_1 \frac{(A_1)}{\rho} + \frac{(AB)}{AB} - \frac{(AC)}{AC} = 0, \quad (5.2.8)$$

Приймаючи, що вихідна сторона відома на порядок вищою точністю, тому що при розрахунку сторони AC додатково впливають похибки вимірювання

кутів, тобто $(AB)/AB=0$, і

$$\frac{(AC)}{AC} = \frac{AC - AC'}{AC}, \quad (5.2.9)$$

де AC – вимірювана довжина сторони; AC' – вирахувана довжина сторони, умовне рівняння набуде вигляду

$$\frac{10^6}{\rho} [\operatorname{ctg} B_1 - \operatorname{ctg} A_1] + \frac{10^6}{AC} (AC' - AC) = 0, \quad (5.2.10)$$

$$\text{або } \frac{10^6}{\rho} [\operatorname{ctg} B_1 - \operatorname{ctg} A_1] + W_3 = 0 \quad (5.2.11)$$

І по аналогії

$$\frac{10^6}{\rho} [\operatorname{ctg} B_6 - \operatorname{ctg} A_6] + W_4 = 0. \quad (5.2.12)$$

На основі вищі приведенного запишемо три умовні рівняння чотирикутника

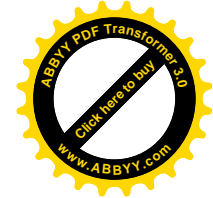
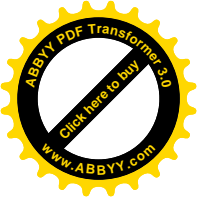
$$\frac{10^6}{\rho} \{[\operatorname{ctg} B_2 - \operatorname{ctg} A_2] + [\operatorname{ctg} B_3 - \operatorname{ctg} A_3]\} + \frac{(AE' - AE)10^6}{AE} = 0, \quad (5.2.13)$$

або

$$AE \frac{10^6}{\rho} \{[\operatorname{ctg} B_2 - \operatorname{ctg} A_2] + [\operatorname{ctg} B_3 - \operatorname{ctg} A_3]\} + (AE' - AE)10^6 = 0, \quad (5.2.14)$$

і

$$AE \frac{10^6}{\rho} \{[\operatorname{ctg} B_2 - \operatorname{ctg} A_2] + [\operatorname{ctg} B_3 - \operatorname{ctg} A_3]\} + W_5 = 0, \quad (5.2.15)$$



По аналогії

$$AG \frac{10^6}{\rho} \{[\text{ctg}B_4 - \text{ctg}A_4] + [\text{ctg}B_5 - \text{ctg}A_5]\} + W_6 = 0, \quad (5.2.16)$$

$$AE \frac{10^6}{\rho} \{[\text{ctg}B_7 - \text{ctg}A_7] + [\text{ctg}B_8 - \text{ctg}A_8]\} + W_7 = 0. \quad (5.2.17)$$

Восьмим умовним рівнянням у даній мережі буде умовне рівняння горизонту

$$(C_1) + (C_2) + (C_3) + (C_4) + (C_5) + (C_6) + (C_7) + (C_8) + W_8 = 0 \quad (5.2.18)$$

Таблиця 5.30. Знаходження вільного члену умовного рівняння горизонту

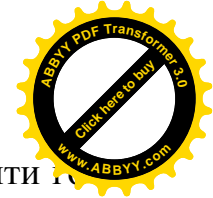
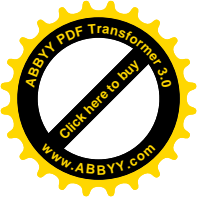
Назви кутів	Значення
C ₁	50 ⁰ 00'00,12''
C ₂	75 ⁰ 00'00,24''
C ₃	42 ⁰ 59'59,96''
C ₄	44 ⁰ 00'00,16''
C ₅	32 ⁰ 59'59,86''
C ₆	27 ⁰ 00'00,03''
C ₇	32 ⁰ 00'00,16''
C ₈	59 ⁰ 59'59,96''
C _i	360 ⁰ 00'00,49''
$W_8 = \sum C_i - 360^0$	+0,49''

В подальшому приймемо умову

$$\frac{m_\beta}{\rho} = \frac{m_y}{s} \quad (5.2.19)$$

В нашому випадку

$$\frac{0,4}{206265} = \frac{4\text{мм}}{2000000\text{мм}} = \frac{1}{500000}$$



У тому випадку, коли є один невимірний кут у трикутнику, коефіцієнти лівих рівнянь розраховуються на основі слідуючої теореми.

ТЕОРЕМА. Якщо в трикутнику є один невимірний кут, то коефіцієнти умовних рівнянь поправок у цей кут вводяться у коефіцієнти двох інших поправок у вимірні кути з оберненим знаком.

Доказом цієї теореми буде виконання контрольних умов при строгому зрівноваженні мережі.

На основі вищеприведеного умовні рівняння фігур

$$(A_4) + (B_4) + (C_4) + 0,12 = 0 \quad (5.2.20)$$

$$(A_6) + (B_6) + (C_6) + 0,43 = 0 \quad (5.2.21)$$

Умовне рівняння горизонту

$$(C_1) + (C_2) + (C_3) + (C_4) + (C_5) + (C_6) + (C_7) + (C_8) + 0,49 = 0 \quad (5.2.22)$$

Умовні рівняння сторін:

у трикутнику 1

$$-2,500(A_1) + 2,030(B_1) + 0,300 = 0, \quad (5.2.23)$$

у чотирикутнику АСДЕ

$$-1,985(A_2) + 6,368(B_2) - 2,394(A_3) + 1,456(B_3) - 2,000 = 0$$

або з врахуванням невимірних кутів A_2 і B_3 , на основі приведеної теореми

$$1,986(C_2) + [1,936 + 6,368](B_2) + [-2,394 - 1,456](A_3) - 1,456(C_3) - 2,000 = 0,$$

$$1,986(C_2) + 8,354(B_2) - 3,850(A_3) - 1,456(C_3) - 2,000 = 0. \quad (5.2.24)$$

для чотирикутника АЕFG ,будемо мати

$$4,109(A_4) + 0,315(B_4) - 3,182(A_5) - 0,024(B_5) + 0,300 = 0,$$

з врахуванням невимірних кутів A_4 і B_5

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
(A ₇)	//	//	//	///	///	///	///	///	///
(C ₇)			+1					0.743	-0.07
(B ₇)								-3.430	-0.06
(A ₈)								5.212	+0.09
(C ₈)			+1					2.030	-0.03
(B ₈)	//	//	//	///	///	///	///	///	///
W	+0.12	+0.43	+0.49	+0.300	-0.200	+0.30	-1.600	-0.600	ΣC _i = -0.49

$$0,743(A_7) + 4,173(B_7) - 3,182(A_8) + 2,03(B_8) + 0,600 = 0,$$

З врахуванням невимірних кутів (A₇), (B₈), отримаємо

$$0,743(C_7) + [4,173-0,743](B_7) + [-3,182 - 2,030](A_8) - 2,030(C_8) + 0,600 = 0,$$

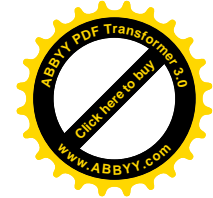
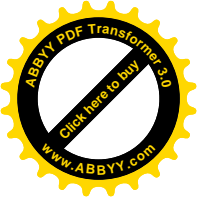
або

$$0,743(C_7) + 3,430(B_7) - 5,212(A_8) - 2,03(C_8) + 0,600 = 0. \quad (5.2.26)$$

Умовне рівняння сторони для б трикутника буде

$$0,602(A_6) + 0,744(B_6) - 1,600 = 0 \quad (5.2.27)$$

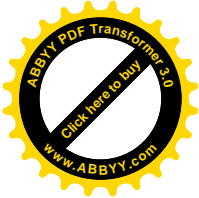
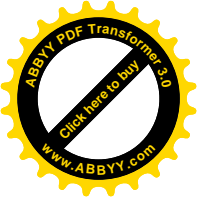
В подальшому постає задача сумісного рішення системи із 8 умовних рівнянь.



3. Зрівноваження мережі

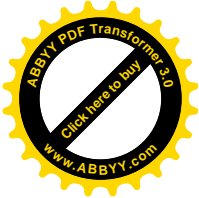
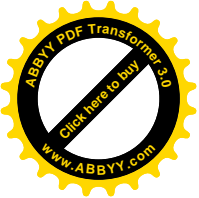
Таблиця 5.32. Істинна і спотворена моделі.

№	Назви	Іс тинні зна- чення	В иміряні	Іс тинні зна- чення	Іс тинні	В иміряні	Іс тинні зна- чення	Іс тинні	і м і р я ні	SIN	∞	Сторони
1	1	0°00'00,00" 5 6	2°43'07,82" 6 5	0.30	2,7	2°43'07,82" 6 5	0.30	29 00,0000	899,9973	0,8 8876797	2,500	28 99,9973
2	2	7°16'51,878" 7 3	7°43'08,22" 6 7	0.24	0,3	7°43'08,22" 6 7	0.24	30 09,7716	009,7719	0,9 2533521	1,986	30 09,7719
3	3	3°43'08,121" 4 6	3°43'08,11" 6 4	0.01		3°43'08,11" 6 4	0.01	21		0,8 9663271	2,394	19 70,1964
4	4	4°00'00,000" 4 8	9°43'07,93" 4 4	0.16	0,6	9°43'07,93" 4 4	0.16	21 04,4467	104,4461	0,7 628813	4,109	21 04,4461
5	5	6°43'08,121" 3 3	6°43'08,50" 5 3	0.38		6°43'08,50" 5 3	0.38	32		0,8 3598965	3,182	27 52,7411
6	6	7°00'00,000" 2 8	1°43'08,47" 7 2	0.35	3,6	1°43'08,47" 7 2	0.35	32 92,7559	292,7523	0,9 4952963	1,602	32 92,7523
7	7	2°00'00,000" 3 4	8°43'07,77" 9 3	0.16	0,1	8°43'07,77" 9 3	0.16	34 27,7036	427,7037	0,9 8844414	0,743	34 27,7037
8	8	6°43'08,121" 5 5	6°43'08,25" 5 5	0.13		6°43'08,25" 5 5	0.13	29		0,8 3598900	3,182	26 28,2957



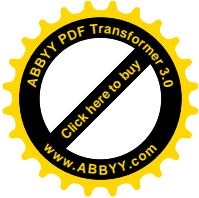
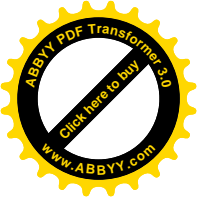
Таблиця 5.33. Коефіцієнти нормальних рівнянь.

	[a]	[b]	[c]	[d]	[e]	[f]	[g]	[h]	W	Σ
[a]		0	1	-0.470	0	0	0	0	+0.12	+3.6500
[b]		0	1	0	0	0	-0.8580	0	+0.43	+3.5720
[c]			8	0	+0.5300	+4.1331	0	-2.7730	+0.49	+12.3800
[d]				10.3709	0	0	0	0	+0.300	+10.2009
[e]					90.6759	0	0	0	-2.000	+89.2059
[f]						46.4292	0	0	+3.000	+50.8622
[g]							3.1199	0	-1.600	+0.6619
[h]								43.6028	+0.600	+41.4299
K	- 0.021198	+0.02893	- 0.06986	- 0.0298952	+0.022469	- 0.000238	+0.520794	- 0.018203		



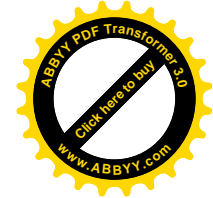
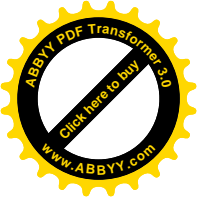
Таблиця 5.34. Рішення нормальних рівнянь.

№	K ₁	K ₂	K ₃	K ₄	K ₅	K ₆	K ₇	K ₈	W	Σ	Контр
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	3	0	1	-0.470	0	0	0	0	+0.12	+3.600	
2	-1	0	-0.3333	+0.1567	0	0	0	0	-0.0100	-1.2167	1,2166
3		3	1	0	0	0	-0.8580	0	+0.43	+3.572	
4		0	0	0	0	0	0	0	0	0	
5		3	1	0	0	0	-0.8580	0	+0.43	+3.572	
6		-1	-0.3333	0	0	0	+0.286	0	-0.1433	-1.1907	1,1906
7			8	0	+0.5300	+4.1330	0	-2.7730	+0.49	+12.3800	
8			-0.3333	+0.1567	0	0	0	0	-0.04	-1.2167	
9			-0.3333	0	0	0	+0.2860	0	-0.1433	-1.1907	
10			+4.3334	+0.1567	+0.5300	+4.1330	+0.2860	-2.7730	+0.3067	+9.9726	
11			-1	-0.02136	-0.07227	-0.56358	-0.03900	+0.37813	-0.04182	-1.35990	-1,35990
12				10.3709	0	0	0	0	+0.300	+10.2009	
13				-0.07365	0	0	0	0	+0.0188	+0.5718	
14				0	0	0	0	0	0	0	
15				-0.00335	-0.011324	-0.088313	-0.00611	+0.05925	-0.00655	-0.21310	
16				10.29390	-0.011324	-0.088313	-0.00611	+0.05925	+0.31225	+10.55960	
17				-1	+0.00110	+0.00858	+0.00059	-0.00576	-0.03033	-1.02581	-1,02582
18					90.6759	0	0	0	-2.0000	+89.2059	
19					0	0	0	0	0	0	
20					0	0	0	0	0	0	
21					-0.038303	-0.29870	-0.02067	+0.20041	-0.02216	-0.72075	
22					-0.00001	-0.00010	-0.00001	+0.00006	+0.00031	+0.01162	
23					+90.63759	-0.29879	-0.02068	+0.20047	-2.02182	+88.49667	
24					-1	+0.00330	+0.00023	-0.002212	+0.02231	-0.97638	-0,97638
25						46.4292	0	0	+0.300	+50.8622	
26						0	0	0	0	0	
27						-2.32928	-0.10119	+1.56281	-0.17284	-5.6204	



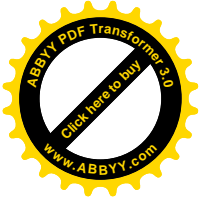
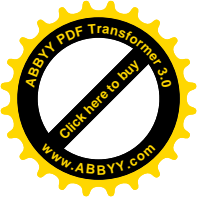
Продовження таблиці 5.34. Рішення нормальних рівнянь.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
28						-0.00076	-0.00009	+0.00061	-0.00768	+0.09	
29						-0.00098	-0.00007	+0.00066	-0.00667	+0.29174	
30						+44.09818	-0.16131	+1.56398	+0.12317	+45.62409	
31						-1	+0.00366	-0.03547	-0.00279	-1.03460	-1.03460
32							3.1199	0	-1.600	-0.6619	
33							0	0	0	0	
34							-0.24539	0	+0.12295	+1.02162	
35							-0.01115	+0.10814	-0.01196	-0.38893	
36							-0.00300	+0.00004	+0.00018	+0.00627	
37							0	+0.00005	-0.00046	+0.02019	
38							-0.00059	+0.00572	+0.00045	+0.16692	
39							+2.86276	+0.11395	-1.48884	+1.48797	
40							-1	-0.03980	+0.52007	-0.51976	-0.51973
41								43.6029	+0.600	+41.4299	
42								0	0	0	
43								0	0	0	
44								-1.04855	+0.11597	+3.77100	
45								-0.00034	-0.00180	-0.06078	
46								-0.00044	+0.00447	-0.19547	
47								-0.05547	-0.00437	-1.61810	
48								-0.00454	+0.05926	-0.05923	
49								42.49356	+0.77353	+43.2670	
50								-1	-0.018203	-1.018203	-1.018203
51			-0.069865	-0.0298952	+0.022469	-0.000238	+0.520794	-0.018203			



Таблиця 5.35. Зрівноважені значення кутів і сторін.

№ трик.	Назви кутів	Виміряні значення Кутів	v'' (сек.)	Зрівноважені кути	Sin	Зрівноважені сторони	Контроль
1	A ₁	62°43'07,82''	+0.05	62°43'07,87''	0.88876812	2899.9973	3009.7719
	C ₁	50°00'00,12''	-0.09	50°00'00,03''	0.76604455	2499.5573	
	B ₁	67°16'52,18''	-0,08	67°16'52,10''	0.92241100	3009.7719	
2	A ₂			67°43'08,05''	0,92533486	3009.7719	
	C ₂	75°00'00,24''	0.02	75°00'00,22''	0,9652611	3141,8001	
	B ₂	37°16'51,54''	+0.19	37°16'51,73''	0,60572507	1970,1995	
3	A ₃	63°43'08,11''	-0.09	63°43'08,02''	0,89663249	1980,1995	2104,4461
	C ₃	42°59'59,96''	-0.10	42°59'59,86''	0,68199788	1498,5758	
	B ₃			73°16'52,12''	0,95772786	2104.4461	
4	A ₄			49°43'08,00''	0,76288154	2104.4461	
	C ₄	44°00'00,16''	-0,07	44°00'00,09''	0,69465372	1916,2500	
	B ₄	86°16'51,91''	0	86°16'51,91''	0,99789432	2752,7402	
5	A ₅	56°43'08,50''	0	56°43'08,50''	0,83598965	2752,7402	3292,7523
	C ₅	32°59'59,86''	-0.07	32°59'59,79''	0,54463819	1793,3796	
	B ₅			90°16'51,91''	0,99998798	3293.7523	
6	A ₆	71°43'08,47''	-0,81	71°43'07,66''	0,949528400	3292.7523	3427,7037
	C ₆	27°00'00,03''	-0.04	26°59'59,99''	0,45399043	1574,3372	
	B ₆	81°16'51,93''	+0.42	81°16'52,35''	0,98844421	3427.7034	
7	A ₇			98°43'07,90''	0,98844405	3427.7037	
	C ₇	32°00'00,16''	-0,07	32°00'00,09''	0,52991963	1837,6431	
	B ₇	49°16'52,07''	-0,06	49°16'52,01''	0,75791934	2628,2954	
8	A ₈	56°43'08,25''	-0,09	56°43'08,34''	0,8359823	2628,2954	2899,9973
	C ₈	55°59'59,95''	-0.03	55°59'59,93''	0,82903739	2606,4391	
	B ₈			67°16'51,73''	0,92241032	2899.9975	

**Таблиця 5.36. Розрахунок зрівноважених координат.**

Назви пунктів	Формули кутів	Зрівноважені кути	Дирекційні кути	Сторони	X	Y	
A			234 ⁰ 00'00,00"	2899.9973	10000.000	10000.000	A
B	-B ₁	67 ⁰ 16'52,10"	346 ⁰ 43'07,90"	2499.5573	8295.424	7653.853	B
C	-(A ₁ +B ₂)	99 ⁰ 59'59,60"	66 ⁰ 43'08,30"	3141.8001	10728.129	7079.631	C
D	-(A ₂ +B ₃)	141 ⁰ 00'00,17"	105 ⁰ 43'08,13"	1498.5758	11969.899	9965.617	D
E	-(A ₃ +B ₄)	149 ⁰ 59'59,93"	135 ⁰ 43'08,20"	1916.2500	11563.908	11408.150	E
F	-(A ₄ +B ₅)	139 ⁰ 59'59,71"	175 ⁰ 43'08,49"	1793.3796	10192.020	12746.036	F
G	-(A ₅ +B ₆)	138 ⁰ 00'00,85"	217 ⁰ 43'07,64"	1574.3372	8403.644	12879.908	G
H	-(A ₆ +B ₇)	120 ⁰ 59'59,67"	276 ⁰ 43'07,97"	1837.6431	7158.307	11916.750	H
I	-A ₇	98 ⁰ 43'07,90"	358 ⁰ 00'00,07"	2628.2954	7373.306	10091.728	I
A	+C ₈	55 ⁰ 59'59,93"	234 ⁰ 00'00,00"		10000.000	10000.002	A
B							B

4. Оцінка точності. Порівняльний аналіз.

Середня квадратична похибка одиниці ваги

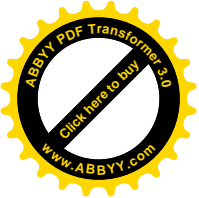
$$\mu = \sqrt{\frac{[VV]}{n}} = \sqrt{\frac{0.933}{18}} = 0.23''$$

Таблиця 5.37. Порівняльна таблиця зрівноважених і істинних координат пунктів.

Назви пунктів	X зрівн.	X іст.	X (мм)	Y зрівн.	Y іст.	Y (мм)
B	8295.424	8295.423	+1	7653.853	7653.851	+2
C	10728.129	10728.130	-1	7079.631	7079.632	-1
D	11969.899	11969.901	-2	9965.617	9965.615	+2
E	11563.908	11563.909	-1	11408.150	11408.150	0
F	10192.020	10192.022	-2	12746.036	12746.034	+2
G	8403.644	8403.641	+3	12879.908	12879.909	-1
H	7158.307	7158.306	+1	11916.750	11916.747	+3
I	7373.306	7373.307	-1	10091.728	10091.126	+2

Середня квадратична похибка визначення координат пунктів, розрахована по формулі Гауса

$$m_{x,y} = \sqrt{\frac{[\Delta x^2] + [\Delta y^2]}{n}} = \sqrt{\frac{49}{16}} = 1.75 \text{ мм}$$



Таблиця 5.38. Порівняльна характеристика істинних і зрівноважених дирекційних кутів.

Назви напрям.	α зрівн.	α іст.	$\Delta\alpha$ (сек.)
BC	346 ⁰ 43'07,90"	346 ⁰ 43'08,11"	-0.21
CD	66 ⁰ 43'08,30"	66 ⁰ 43'08,11"	+0.19
DE	105 ⁰ 43'08,13"	105 ⁰ 43'08,11"	+0.02
EF	135 ⁰ 43'08,20"	135 ⁰ 43'08,11"	+0.09
FG	175 ⁰ 43'08,49"	175 ⁰ 43'08,11"	+0.38
GH	217 ⁰ 43'07,64"	217 ⁰ 43'08,11"	-0.47
HI	276 ⁰ 43'07,97"	276 ⁰ 43'07,97"	-0.14
IA	358 ⁰ 00'00,07"	358 ⁰ 00'00,07"	+0.07
AB	234 ⁰ 00'00,00"	234 ⁰ 00'00,00"	0

Середня квадратична похибка визначення дирекційних кутів

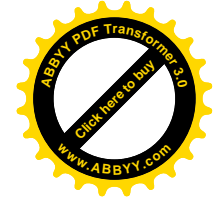
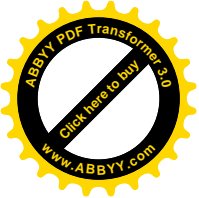
$$m_L = \sqrt{\frac{[\Delta\alpha^2]}{n}} = \sqrt{\frac{0.4785}{9}} = 0.23''$$

Таблиця 5.39. Порівняльна таблиця істинних і зрівноважених сторін.

Назви сторін	S зрівн.	S іст.	ΔS мм
BC	2499,557	2499,558	-1
CD	3141.800	3141.798	+2
DE	1498.576	1498.578	-2
EF	1916.250	1916.248	+2
FG	1793.380	1793.385	-5
GH	1574.337	1574.338	-1
HI	1837.643	1837.642	+1
IA	2628.295	2628.294	+1
AB	2899.998	2900.000	-2
AC	3009.772	3009.772	0

Середня квадратична похибка визначення сторін.

$$m_S = \sqrt{\frac{[\Delta S^2]}{n}} = \sqrt{\frac{45}{10}} = 2.12 \text{ мм}$$



5. Розробка технології знімання контурів для забезпечення облікової одиниці площі.

Аналітичним способом площі F розраховуються по координатам вершин X_i, Y_i за формулою

$$F = 0.5 \sum_{i=1}^n X_i (Y_{i+1} - Y_{i-1}), \quad (5.4.1)$$

де n - число вершин полігону;

i - поточна точка.

Диференціюючи (5.1) по незалежним змінним отримаємо

$$EF = 0.5 \sum_{i=1}^n [dX_i (Y_{i+1} - Y_{i-1}) + X_i (dy_{i+1} - dy_{i-1})]. \quad (5.4.2)$$

Для квадрату зрівноваженому по координатним осям, запишемо

$$\Delta Y = x = d \quad i \quad n = 4$$

де Y - прирости координат, d - сторона квадрату,

Тоді

$$m_F = 0.5 m_d \sqrt{8d^2}. \quad (5.4.3)$$

В загальному випадку для незорієнтованого квадрату

$$m_F = 0.5 m_{x,y} \sqrt{16d^2}, \quad (5.4.4)$$

або

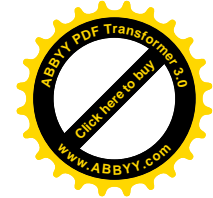
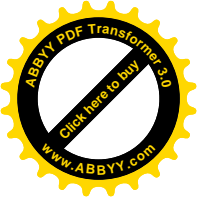
$$m_F = 0.5 \cdot 2d \cdot m_{x,y}, \quad (5.4.5)$$

Поширюючи дану формулу в загальному випадку на багатокутник з n сторонами, отримаємо

$$m_F = 0.5 d m_{x,y} \sqrt{4n},$$

або

$$m_F = d \cdot m_{x,y} \sqrt{n}, \quad (5.4.6)$$



де n - число сторін полігону;

$m_{x,y}$ - середня квадратична похибка координат вершин ділянки землекористування.

У нашому випадку при середній довжині сторони $d = 2198,8711$ м і середній квадратичній похибці визначення координат пунктів $m_{x,y} = 0,00175$ м при 8 пунктах полігону по зовнішньому контуру, отримаємо

$$m_F = 2198,8711 \cdot 0,00175 \sqrt{8} = 10,88 \text{ м}^2.$$

Переходячи до середніх квадратичних похибок, будемо мати

$$m_F = 0.5 \sqrt{\sum_{i=1}^n [m_{x_i}^2 (Y_i - Y_{i-1})^2 + X_i^2 (m_{Y_{i+1}}^2 + m_{Y_{i-1}}^2)]}. \quad (5.4.7)$$

Формула (5.4.7) і буде строгою формулою для розрахунку середньої квадратичної похибки визначення площ.

Вважаючи середні квадратичні похибки визначення координат однако-вими, тобто

$$m_{x_i} = m_{Y_i} = m_{Y_{i-1}} = m_{xY},$$

Формулу (5.3) представимо у вигляді

$$m_F = 0.5 m_{xy} \sqrt{\sum_{i=1}^n [(Y_i - Y_{i-1})^2 + 2X_i^2]}. \quad (5.4.8)$$

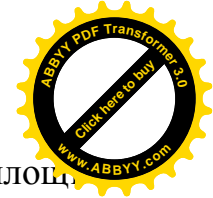
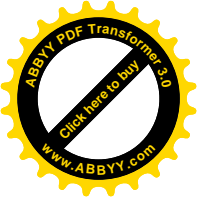
Для того, щоб великі значення абсцис X_i не впливали на точність визначення площ, представимо формулу (5.4) у вигляді

$$m_F = 0.5 m_{xy} \sqrt{\sum_{i=1}^n [(Y_{i+1} - Y_{i-1})^2 + 2(X_i - X_{\min})^2]}, \quad (5.4.9)$$

де X_{\min} – найменша абсциса полігону.

Приймаючи до уваги, що нам відомі істинні похибки визначення координат пунктів X_i , Y_i , представимо робочу формулу визначення похибки площі ділянки

$$m_F = 0.5 m_{xy} \sum_{i=1}^n [X_i (Y_{i+1} - Y_{i-1}) + (X_i - X_{\min})(Y_{i+1} - Y_{i-1})], \quad (5.4.10)$$



По формулам (5.4.5), (5.4.10) складена програма для визначення площі по координатам пунктів з оцінкою точності результатів. Контрольна формула визначення площі має вигляд

$$F = 0.5 \sum_{i=1}^n Y_i (Y_{i-1} - Y_{i+1}) . \quad (5.4.11)$$

По строгій формулі отримали 11,26 м². Похибка в 0,38 м² складає 3,37%, що дає можливість рекомендувати спрощену формулу для попереднього розрахунку на стадії проектування мереж.

Знайдемо за формулою визначення точності контурної точки полярною засічкою з пунктів запроектованої мережі.

$$m_{x,y} = \sqrt{m_d^2 + \frac{m_\beta^2}{\rho} d^2 + m_r^2} , \quad (5.4.12)$$

де m_d – середня квадратична похибка вимірювання віддалі (приймемо $m_d = 1$ мм)

m_β - середня квадратична похибка вимірювання кутів (приймемо $m_\beta = 1''$)

m_r - точність опорного пункту (у нас $m_r = 2$ мм)

ρ - число секунд в одному радіані.

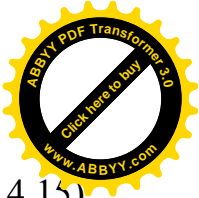
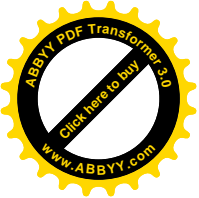
В нашому випадку

$$m_{x,y} = \sqrt{1 + 4 + \frac{1}{206265^2} d^2} , \quad (5.4.13)$$

З геодезичного пункту контурні точки визначаються по колу на віддалі d , яка дорівнює полярному радіусу R . При цьому площа кола

$$F = \pi \cdot R^2 . \quad (5.4.14)$$

Диференціюючи (5.4.14) і переходячи до середніх квадратичних похибок, отримаємо



$$m_F = 2\pi \cdot R \cdot m_R . \quad (5.4.15)$$

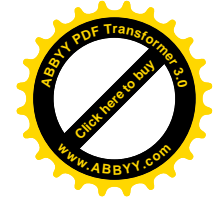
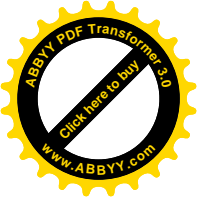
Задаючись середньою квадратичною похибкою визначення облікової одиниці площі для обласного міста $m_F = 1 \text{ м}^2$. Знайдемо, на яку віддаль r від пункту згущення можна віддалятися при відомій $m_{x,y} = m_R$. При цьому ми пропонуємо слідууючу технологію знімання контурів.

З пункту геодезичної основи на віддалі R закріплюється пункт згущення геодезичної опори, з якого на віддалі r знімаються контури місцевості. При цьому

$$r \leq \frac{1\text{м}^2}{2\pi \cdot m_{x,y}} \quad (5.4.16)$$

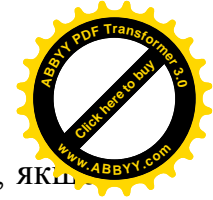
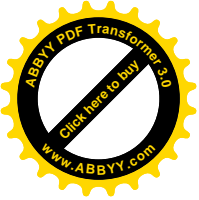
Таблиця 5.40. Результати розрахунку $m_{x,y}$ і при заданому R , $m_d = 1$ мм, $m = 1''$ і $m_r = 2$ мм.

R(м)	100	200	300	400	500	900	1000
$m_{x,y}$ (мм)	2,29	2,41	2,67	2,96	3,30	4,90	5,33
r(м)	69,4	65,2	59,6	53,8	48,2	32,5	29,9



ВИСНОВКИ

1. Розроблено проект геодезичної основи, створюваний лінійно-кутовим методом несучільних спостережень у вигляді центральної системи із 9 пунктів з точністю визначення координатних пунктів 1,75 мм.
2. Розроблено технологію знімання контурів місцевості землекористувачів з забезпеченням облікової одиниці площі 1 м².
3. Отримані формули, які дають можливість в залежності від прийнятої облікової одиниці площі розрахувати максимальну віддаль r віддаленості відбивача від електронного тахометра, який встановлено на пункті згущення геодезичної опори.
4. Отримана строга і наближена формули визначення середньої квадратичної похибки площі, яку розраховують аналітичним способом по координатам вершин полігону.
5. Встановлено, що віддаленість відбивача від електронного тахометра не повинна перевищувати 30 м при віддаленості пункту згущення на 1 км від опорного геодезичного пункту і 69,4 м, при віддаленості пункту згущення на 100 м від опорного геодезичного пункту.
6. В даному проекті передбачається точність визначення площ, обмеженої радіальними пунктами центральної системи 11 і 26 кв. м. при відносній похибці 1:1800000.
7. Розроблена програма для програмованих мікрокалькуляторів МК61, МК52 по визначенню площі з контролем і оцінкою точності за координатами вершин полігону.
8. Приведений контрольний розрахунок площі на прикладі зовнішнього полігона триангуляції з контролем (це не вся площа території, а лише її частина).
9. Проект базується на основі існуючих високоточних світловіддалемірів швейцарської фірми Leica і високоточних теодалітів TO5.



10. Примінення методу GPS може бути альтернативним варіантом, якщо забезпечить точність пунктів 1-2 мм, поєднання методів можливе, якщо GPS забезпечить на порядок вищу точність, тобто 0,1-0,2 мм.

5.5 Дослідження прецизійної планової основи міста Рівне, створеної методом парних ланок засічок

Вступ

Положення по земельно-кадастровій інвентаризації земель каселеніих пунктів [2] регламентує облікову одиницю площі в містах республіканського і обласного значення, рівну 1 кв.м., для садово-городніх товариств 2,5 кв.м., у містах районного підпорядкування і селищах 15 кв.м., у селах 100 кв.м.

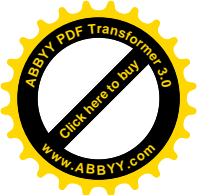
У зв'язку з цим виникає проблема забезпечення інвентаризації земель геодезичними роботами відповідної точності.

В навчальному посібнику з курсу "Методи наукових досліджень" [3] показано, що точність сучасних опорних мереж не може забезпечити точність визначення площ землекористувачів, рівну 1 кв.м.

В даних дослідженнях дається шлях для забезпечення даної облікової одиниці площі. На прикладі обласного центру створюється проект планової геодезичної основи і досліджується точність визначення координат пунктів методом статистичних випробувань Монте-Карло.

Пункти геодезичної основи проектуються на дахах висотних будинків. Ряд пунктів являють собою шпильні соборів, на які ведуть спостереження напрямків і які недоступні для встановлення на них теодоліта і вимірювання горизонтальних кутів. При цьому застосовується розроблений автором метод парних ланок засічок, який забезпечує визначення положення 9 пунктів з проведенням спостережень лише на 4 пунктах. В традиційних методах триангуляції, трилатерації, полігонометрії для визначення координат 9 пунктів слід проводити спостереження на 9 пунктах. Отже даний метод є більш ефективним.

Проблема полягає в досягненні відповідної точності. В даній роботі розроблена методика, яка дає можливість забезпечити необхідну точність.



Всі математичні викладки забезпечені необхідним математичним апаратом, який дає строге рішення даної проблеми. Роботу формул опробовано на фактичному цифровому матеріалі, розроблений комплект програм, який в польових умовах забезпечує повну камеральну обробку.

1. Постановка проблеми.

На топографічній карті обласного центру масштабу 1:10 000 запроектовано 9 пунктів опорної геодезичної мережі на дахах висотних будинків. Центральним пунктом A є опорний пункт на даху чотирнадцятиповерхового будинку. Передбачено вимірювання двох базисів між пунктами F і G , A і F .

Геодезичним транспортом з точністю до $0,5^\circ$ виміряні кути. За допомогою поперечного масштабу виміряна одна базисна сторона. По цим даним побудована модель опорної мережі. Тричі проводилося зрівноваження мережі. В кінцевому вигляді в даній мережі задовільняються всі умовні рівняння. Таку модель прийнято за істинну. Координати пунктів цієї моделі є істинними координатами, кути - істинними кутами, сторони - істинними сторонами.

Побудова моделі приводиться в другій частині навчального практикуму.

В даній роботі генеруються середні квадратичні похибки вимірювання напрямків і кутів, рівні $0,4''$, методом найменших квадратів проводиться обробка матеріалів, строге зрівноваження по кутам і напрямкам і дається оцінка точності результатів.

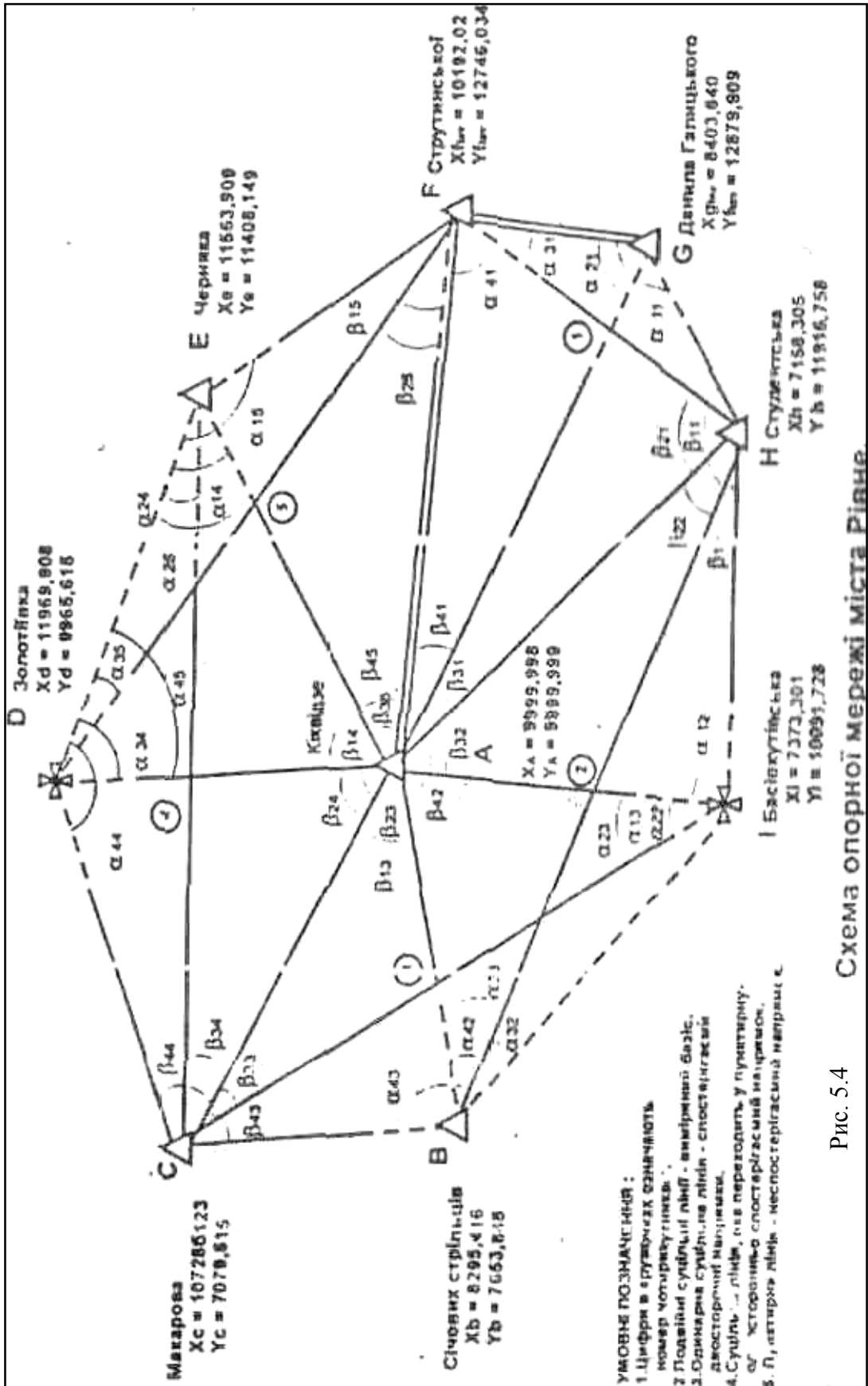
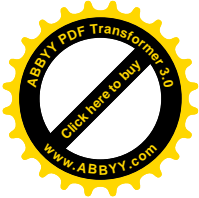
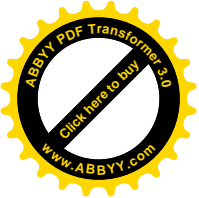
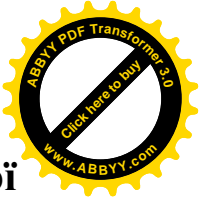
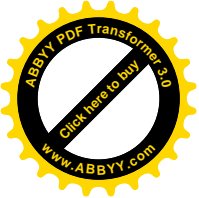


Рис. 5.4



2. Побудова моделі геодезичної основи, створюваної методом парних ланок засічок .

За основу мережі взята модель триангуляції обласного центра, яка приводиться у другій частині посібника.

Таблиця 5.41. Побудова моделі опорної мережі обласного центра, для її створення методом парних ланок засічок Літнарівича

№ п/п	Назва і напрямки	Істинні значення напрямків	Формули розрахунку кутів	Істинні значення кутів	Істинні похибки напрямків m	Напрямки спотвореної моделі (виміряні)	Назва кутів	Спотворені кути (виміряні)
1	HG	121° 00'00,00"	$\beta_{11} = HG - HA$	71°43'08,12"	+0,30"	120°59'59,70"	β_{11}	71°43'07,52"
2	HF	98°34'11,12"	$\beta_{21} = HF - HA$	49°17'19,24"	+0,12"	98°34'11,24"	β_{21}	49°17'19,06"
3	HA	49°16'51,89"	$\beta_{31} = AH - AG$	27°00'00,00"	+0,30"	49°16'52,18"	β_{31}	26°59'59,22"
4	HB	8°13'00,59"	$\beta_{41} = AH - AF$	60°00'00,00"	+0,18"	8°13'00,77"	β_{41}	59°59'59,66"
5	HI	0°00'00,00"	$S_{Ahict} =$	3427,703634		0°00'00,00"	$SAh =$	=3427,699231
			$\beta_{12} = HA - HI$	49°16'51,88"			β_{12}	49°16'52,18"
6	AF	0°00'00,00"	$\beta_{22} = HA - HB$	41°03'51,29"		0°00'00,00"	β_{22}	41°03'51,41"
7	AG	33°00'00,00"	$\beta_{32} = AI - AH$	32°00'00,00"	+0,24"	33°00'00,24"	β_{32}	32°00'00,33"
8	AH	60°00'00,00"	$\beta_{42} = AB - AH$	88°00'00,00"	-0,34"	59°59'59,66"	β_{42}	88°00'00,30"
9	AI	92°00'00,00"	$SB_{licr} =$	2606,440901	-0,01 "	91°59'59,99"	$SBI =$	=2606,44168
10	AB	148°00'00,00"	$\beta_{13} = AC - AI$	106°00'00,00"	-0,04"	147°59'59,96"	β_{13}	105°59'59,70
11	AC	198°00'00,00"	$\beta_{23} = AC - AB$	50°00'00,00"	-0,31"	197°59'59,69"	β_{23}	49°59'59,73"

12	AD	273° 00'00,00"	β33 =CI-CA	34°04'52,43"	+0,36"	273°00'00,36"	β33	34°04'51,
13	AE	316°00'00,00"	β43=CB-CA	62°43'08,12"	+0,16"	316°00'00,16"	β43	62°43'08,10"
			SACict=	3009,771603			sAC	=3009,78403
14	CD	0°00'00,00"	β14=AE-AC	118°00'00,00"		0°00'00,00"	β14	118°00'0,47"
15	CE	12°21'09,07"	β24=AB-AC	75°00'00,00"	+0,03"	12°21'09,10"	β24	75°00'00,67"
16	CA	371651,88	β34=CA -CE	24°55'42,81"	+0,38"	37°16'52,26"	β34	24°55'43,16"
17	CI	71°21'44,31"	β44=CA -CD	37°16'51,88"	-0,14"	71°21'44,17"	β44	37°16'52,26"
18	CB	100°00'00,00"	SDEict=	1498,577703'	+0,36"	100°00'00,36"	sDE	=1498,59292
			β15=FE-FA	49°43'08,12"			β15	49°43'08,15"
19	FA	00°00'00,00"	β25=FD-FA	36°35'45,65"		0°00'00,00"	β25	36°35'46,00"
20	ID	36°35'45,65"	β35=AF-AE	44°00'00,00"	+0,35"	36°35'46,00"	β35	43°59'59,84"
21	FE	49°43'08,12"	β45=AF-AD	87°00'00,00"	+0,03"	49°43'08,15"	β45	86°59'59,64"
			SAFiict=	2752,7396			SAF	2752,768378
			SAGiict=	1793,384984			SACT	=2752,7396
							WB'	= + 28,8

Моделювання середньоквадратичних похибок вимірювання напрямків проводилося по розробленій автором програмі на основі оператора RND комп'ютера на мові BASIC.

Зв'язуючі сторони розраховувались по формулі

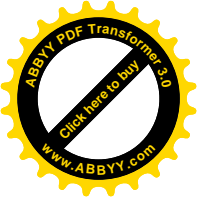
$$S_i = S_0 * \frac{t'_1 * t'_2 * t'_3}{t_1 * t_2 * t_3}; \quad (5.2.1)$$

$$\text{де } i = \sqrt{\left(\frac{1}{ctg\beta_{2i} + ctg\beta_{4i}} - \frac{1}{ctg\beta_{1i} + ctg\beta_{3i}}\right)^2 + \left(\frac{ctg\beta_{2i}}{ctg\beta_{2i} + ctg\beta_{4i}} - \frac{ctg\beta_{1i}}{ctg\beta_{1i} + ctg\beta_{3i}}\right)^2}; \quad (5.2.2)$$

індексами i позначаються номери геодезичних чотирикутників, у яких вимірюються кути β ;

t_i - отримуються при рішенні задачі Ганзена;

t'_i - при рішенні прямих кутових засічок.



Розрахунок зв'язуючих сторін проводиться на програмованому мікрокалькуляторі CITIZEN SRP - 175 по розробленій автором програмі. Необхідність створення даної програми виникла, у зв'язку із забезпеченням десятизначних цифр, чого не змогли давати вітчизняні мікрокалькулятори.

Дж зручності розрахунків розвернемо центральну систему в ряд геодезичних чотирикутників.

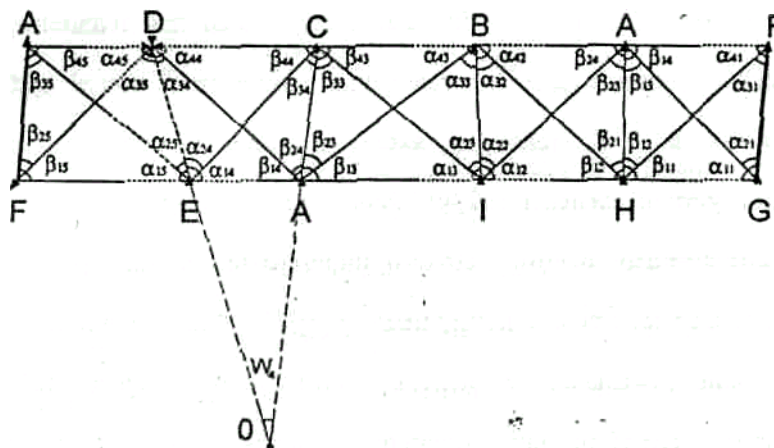
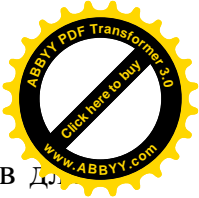
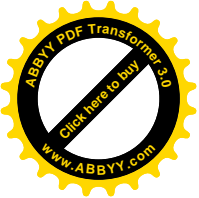


Рис 5.5. Схема опорної геодезичної мережі обласного центру, яка розгорнута в

ряд геодезичних чотирикутників для ясності математичних викладок.

Кути β_{1i} , β_{2i} , β_{3i} , β_{4i} розраховані по вимірним напрямкам з точністю $0,4''$ на пунктах А, F, C, H. На пунктах D, E, B, I, C не встановлювався теодоліт і напрямки не спостерігались. Таким чиним, в даній мережі, яка складається із дев'яти пунктів вимірювання напрямків проводилося лише на чотирьох пунктах замість дев'яти пунктів традиційного методу триангуляції. З розробленим автором методом парних ланок засічок (МПЛЗ) не може конкурувати ні один із відомих методів (триангуляція, трилатерація, полігонометрія) відносно строків проведення польових робіт, так як в даному методі для конкретного міста і конкретної схеми більше ніж у два рази скорочується час проведення польових робіт по спостереженню напрямків на пунктах. Крім цього на пунктах D і I немає необхідності будувати металічні пірамідки з фа-



зовими циліндрами і столиками для теодоліта, так як замість циліндрів для спостереження використані шпилі храмів. На пунктах В і Е, також в якості фазових циліндрів використані конструктивні елементи споруд, хоча на даних пунктах і можна будувати пірамідки з переносними фазовими циліндрами і металічними столиками для теодоліта, однак в цьому немає потреби. Фіксація опорних пунктів на конструктивних елементах капітальних споруд забезпечить довготривале зберігання геодезичних пунктів, що є значною перевагою метода парних ланок засічок Літнарівича перед відомими методами створення геодезичної основи.

Важливим елементом створення геодезичної основи є питання польового контролю. Головним польовим контролем на даній мережі парних ланок засічок є розрахунок вільного члена базисного умовного рівняння по розробленій автором програмі №1, який розраховується безпосередньо на останньому пункті спостереження після отримання горизонтальних кутів β_{1i} , β_{2i} , β_{3i} , β_{4i} , $i = 1 \dots 5$. Допустимий вільний член базисного умовного рівня розраховується по формулі

$$W_{\text{баз.дон.}} = 2,5m_{\beta} * \sqrt{\sum A^2}; \quad (5.2.3)$$

де m_{β} - середня квадратична похибка вимірювання кутів;

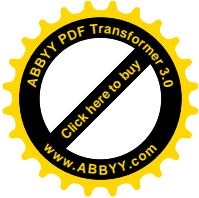
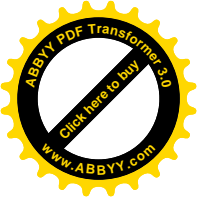
A – коефіцієнти базисного умовного рівня, які розраховуються по програмі №2 для кожного геодезичного ботирикутника.

В нашому випадку отримуємо:

$$W_{\text{баз.дон.}} = 2,5m_{\text{напр.}} * \sqrt{377,055} = 2,5 * 0,4 * 19,418 = 19,42$$

Але для нашої моделі ми отримали:

$$W_{\text{баз.факт.}} = \frac{S_{AF \text{ .впр.}} - S_{AF \text{ .впр.}}}{S_{AF \text{ .впр.}}} * 10^6; \quad (5.2.4)$$



$$i \quad W_{\text{баз.факт.}} = \frac{2752,7684 - 2752,7396}{2752,7396} * 10^6 = 10,46.$$

В нашому випадку $W_{\text{баз.факт.}} < W_{\text{баз.доп.}}$, що говорить про те, що при вимірюванні напрямків з точністю 0,4", а таку точність вимірювання кутів, а не напрямків, регламентує Інструкція з полігонометрії 1 класу, ми забезпечимо необхідну точність передачі сторін в мережі парних ланок засічок. При цьому ми не враховували похибки вихідних базисів. З врахуванням похибок вихідних базисів допустимий вільний член базисного умовного рівня розраховується по формулі:

$$W_{\text{баз.доп.}} = 2,5m_{\text{напр.}} \sqrt{(A * A) + \left(2 \frac{m_{\epsilon}}{b}\right)^2}; \quad (5.2.5)$$

де $\frac{m_{\epsilon}}{b}$ - відносна похибка вимірювання одного з двох базисів.

Зауважимо, що в даному методі не виникають умовні рівняння фігур і польовий контроль по формулі Ферреро не виконується. А середня квадратична похибка розраховується на останньому пункту спостереження по результатам врівноваження за розробленою автором методикою.

3. Зрівноваження мережі корелатним способом

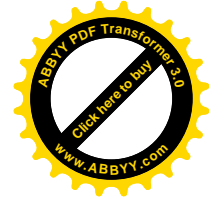
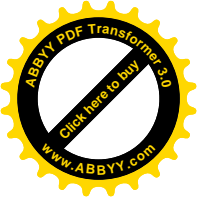
При вимірюванні на пунктах кутів в даній мережі виникає чотири умовних рівняння. Два умовних рівняння суми кутів

$$(\beta_{42}) - (\beta_{32}) + (\beta_{23}) - (\beta_{13}) + W_1 = 0, \quad (5.3.1)$$

$$(\beta_{14}) - (\beta_{24}) - (\beta_{45}) + (\beta_{35}) + W_2 = 0, \quad (5.3.2)$$

де $(\beta_{1i}), (\beta_{2i}), (\beta_{3i}), (\beta_{4i})$ - поправки у відповідні вимірні

кути:



Одне умовне рівняння горизонту

$$(\beta_{41}) + (\beta_{32}) + (\beta_{23}) + (\beta_{35}) + W_3 = 0, \quad (5.3.3)$$

одне умовне рівняння базису.

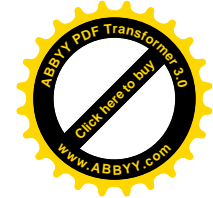
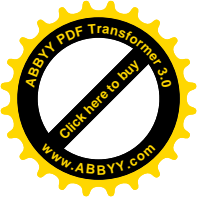
Поскільки в одному параграфі розглядаються виміряні напрямки, а не кути, то умовних рівнянь суми кутів і горизонту не повинно бути. Відсутність даних умов і буде контролем побудованої моделі мережі.

	β_{24}	10 5°59'59,7 0"
	β_{23}	49 °59'59,73 "
I	$\beta = \angle BA$	55 °59'59,97 "

	β_{45}	86°59'59,64"
	β_{35}	43°59'59,84"
	$d = \angle DAE = \beta_{45} - \beta_{35}$	42°59'59,80"
	β_{42}	80°00'00,30"
	β_{32}	32°00'00,33"
	$a = \angle BAI = \beta_{42} - \beta_{32}$	55°59'59,97"

$$W_1 = a - b = 0 \quad (5.3.4)$$

	β_{14}	118°00'00,47"
	β_{24}	75°00'00,67"
	$c = \angle DAI = \beta_{14} - \beta_{24}$	42°59'59,80"



β_{41}	59°59'59,66"
β_{42}	88°00'00,30"
β_{23}	49°59'59,73"
β_{14}	118°00'00,47"
β_{35}	43°59'59,84"
Σ	360°00'00,00"

$$W_3 = \beta_{41} + \beta_{42} + \beta_{23} + \beta_{14} + \beta_{35} - 360^\circ \quad (5.3.5)$$

І в нашому випадку $W_3 = 0$.

Таким чином необхідні три умови задовільняються, що говорить про правильність побудови даної мережі.

Для виводу умовного рівняння базиса, або вихідної сторони, прологарифмуємо формулу (5.2.1), представивши її спочатку у вигляді:

$$S_n^2 = S_0^2 \frac{t'_1 * t'_2 * t'_3}{t_1 * t_2 * t_3} \quad (5.3.6)$$

$$2 \ln S_n = 2 \ln S_0 + \ln t'_1 + \ln t'_2 + \ln t'_3 - \ln t_1 - \ln t_2 - \ln t_3 \quad (5.3.7)$$

Диференціюючи формулу (5.3.7), отримаємо:

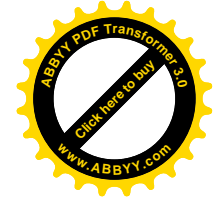
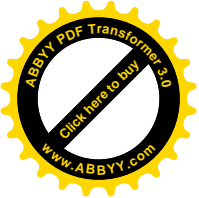
$$2 \frac{dS_n}{S_n} = 2 \frac{dS_0}{S_0} + \frac{dt'_1}{pt'_1} + \frac{dt'_2}{pt'_2} + \frac{dt'_3}{pt'_3} - \frac{dt_1}{pt_1} - \frac{dt_2}{pt_2} - \frac{dt_3}{pt_3}, \quad (5.3.8)$$

де $p = 206265''$ – число секунд в одному радіані.

Як правило, похибкою вихідного базису нехтують, вимірюючи його на порядок вище, ніж всі другі виміри. Прицьому $\frac{dS_0}{S_0} = 0$ і вираз (5.3.8) набуває

вигляду:

$$\frac{dt'_1}{pt'_1} + \frac{dt'_2}{pt'_2} + \frac{dt'_3}{pt'_3} - \frac{dt_1}{pt_1} - \frac{dt_2}{pt_2} - \frac{dt_3}{pt_3} - 2 \frac{dS_n}{S_n} = 0 \quad (5.3.9)$$



або

$$\frac{dt'_1}{pt'_1} * 10^6 + \frac{dt'_2}{pt'_2} * 10^6 + \frac{dt'_3}{pt'_3} * 10^6 - \frac{dt_1}{pt_1} * 10^6 - \frac{dt_2}{pt_2} * 10^6 - \frac{dt_3}{pt_3} * 10^6 + W_{\text{баз}} = 0 \quad (5.3.10)$$

$$\text{де } W_{\text{баз}} = \frac{S_{\text{кінц. розроб.}} - S_{\text{кінц. вимір.}}}{S_{\text{кінц. вимір.}}} * 10^6 \quad (5.3.11)$$

Формула (5.3.10) з врахуванням формул (5.3.11) і буде умовним рівнянням базиса в методі парних ланок засічок.

Диференціюючи формулу (5.2.2), отримаємо:

$$dt_1 = \frac{2(1 + ctg^2 \beta_{1i})}{(ctg\beta_{1i} + ctg\beta_{3i})^2} * [\tau + qctg\beta_{3i}] d\beta_{1i} + \frac{2(1 + ctg^2 \beta_{2i})}{(ctg\beta_{2i} + ctg\beta_{4i})^2} * [\tau + qctg\beta_{4i}] d\beta_{2i} +$$

$$+ \frac{2(1 + ctg^2 \beta_{3i})}{(ctg\beta_{1i} + ctg\beta_{3i})^2} * [\tau + qctg\beta_{1i}] d\beta_i + \frac{2(1 + ctg^2 \beta_{4i})}{(ctg\beta_{2i} + ctg\beta_{4i})^2} * [\tau + qctg\beta_{2i}] d\beta_{2i} \quad (5.3.12)$$

$$\text{де } \tau = -\frac{1}{ctg\beta_{2i} + ctg\beta_{4i}} + \frac{1}{ctg\beta_{1i} + ctg\beta_{3i}} \quad ; \quad (5.3.13)$$

$$q = \frac{ctg\beta_{2i}}{ctg\beta_{2i} + ctg\beta_{4i}} - \frac{ctg\beta_{1i}}{ctg\beta_{1i} + ctg\beta_{3i}} \quad ; \quad (5.3.14)$$

Таким чином, ми отримали всі необхідні формули для визначення коефіцієнтів базисного умовного рівняння при створенні опорних геодезичних мереж методом парних ланок засічок.

Таблиця 5.42. Коефіцієнти базисного умовного рівня для вимірних кутів і напрямків.

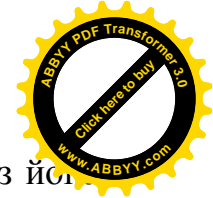
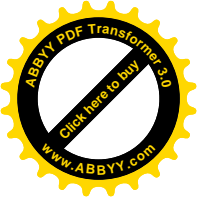
№ чотирик.	Назви поправки в кути	Коефіцієнти при поправках в кути $dt * 10^6 / 2pt$	Назви поправок в напрямки	Розрахунок поправок в напрямки	Загальна поправка Σ

	(β11)	-(+1,2362)	(HG)	-1,2362	-1,2362
1	(β21)	+(-0,0231)	(HF)	+0,0231	+0,0231
	(β31)	+(-3,5015)	(HA)	+1,2362+1,01560,0231+4,4103	+6,639
	(β41)	-(+3,8867)	(HB)	-4,4103	-4,4103
	(β12)	+1,0156	(HI)	-1,0156	-1,0156
	(β22)	+4,4103	(AF)	-3,8867-3,9864+3,2166	-4,6565
2	(β32)	-3,6492	(AG)	+3,5015	+3,5015
	(β42)	+5,2559	(AH)	+3,8867+5,2559-3,5015 -3,6492	+1,9919
	(β13)	-(-2,3952)	(AI)	-5,8594+3,6492	-2,2102
3	(β23)	-(+4,3710)	(AB)	-5,2559+2,8319	-2,4240
	(β33)	+(-2,8319)	(AC)	+5,8594+2,6654-2,8319-5,0261	+0,6668
	(β43)	-(+5,8594)	(AD)	-2,6654+3,9864	+1,3210
	(β14)	+1,5733	(AE)	+5,0261-3,2166	+1,8095
4	(β24)	+5,2160	(CD)	-1,5733	-1,5733
	(β34)	-2,6654	(CE)	-5,2160	-5,2160
	(β44)	+5,0261	(CA)	+2,3959+1,5733+4,3710+5,2160	+13,5555
	(β15)	-(+3,9864)	(CI)	-4,3710	-4,3710
5	(β25)	+(-3,2166)	(CB)	-2,3952	-2,3952
	(β35)	-(+2,0074)	(FA)	+1,4975+2,0074	+3,5049
	(β45)	-(+1,4975)	(FD)	-2,0074	-2,0074
			(FE)	-1,4975	-1,4975

Спочатку по програмі розраховуються коефіцієнти для вимірних кутів, а потім від поправок у вимірні кути переходять до поправок у вимірні напрямки, наприклад:

$$(\beta_{21}) = (HF)_{\text{правий}} - (HA)_{\text{лівий}} \quad (5.3.15)$$

$$+ 0.0231 = +0.0231_{(HF)} - 0.0231_{(HA)}$$



тобто правий напрямок кута рзі отримує поправку даного кута з йот знаком, а лівий напрямок кута отримує ту ж поправку з протилежним знаком.

Таку процедуру виконують для кожного кута, а після збирають всі коефіцієнти по кожному напрямку. Замітимо, що для того геодезичного чотирикутника, в якому сторону розраховують із рішення задачі Ганзена, коефіцієнти умовних рівнянь міняють знаки на протилежні. В таблиці 2 вони показані в дужках. Якщо ланку ділимо на дві частини і проводимо зустрічне обчислення сторін, то при зустрічному обчисленні коефіцієнти ще раз міняють знак на протилежний.

Єдина корелата в даному методі і для даної мережі розраховується по формулі:

$$K = -\frac{W_{\text{баз}}}{\sum A^2} \quad (5.3.16)$$

де A - коефіцієнти умовних рівнянь.

В нашому випадку отримаємо:

$$K = -\frac{2752.7684 - 2752.7396 * 10^6}{377.05573} = -0.027747367$$

де сума квадратів коефіцієнтів по напрямкам складає 377,05573. Поправки в напрямки V_i , по результатам зрівноваження розраховують по формулі:

$$V_i = K * A_i, \quad (5.3.17)$$

де A_i - коефіцієнти умовного рівняння базиса для відповідного напрямку.

Таблиця 5.43. зрівноважені напрямки, кути і зв'язуючі сторони. Контроль зрівноваження.

Назви напрямків	Коефіцієнти А поправок у виміряні напрямки	Поправки у виміряні напрямки V	Незрівноважені напрямки	Зрівноважені напрямки	Назви кутів	Зрівноважений кут і зв'язуючі сторони
HG	-1,2362	+0,03"	120°59'59,70"	120°59'59,73"	β_{11}	71°43'07,73"
HF	+0,0231	0	98°34'11,24"	98°34'11,24"	β_{21}	49°17'19,24"
HA	+6,6390	-0,18"	49°16'52,18"	49°16'52,00"	β_{31}	26°59'59,46"
HB	-4,4103	+0,12"	8°13'00,77"	8°13'00,89"	β_{41}	59°59'59,47"
HI	-1,0156	+0,03"	0°00'00,00"	0°00'00,03"	S_{AH}	=3427,707901
AF	-4,6565	+0,13"	0°00'00,00"	0°00'00,13"	β_{12}	49°16'51,97"
AG	+3,5015	-0,10"	33°00'00,24"	33°00'00,14"	β_{22}	41°03'51,11"
AH	+1,9919	-0,06"	59°59'59,66"	59°59'59,60"	β_{32}	32°00'00,45"
AI	-2,2102	+0,06"	91°59'59,99"	92°00'00,05"	β_{42}	88°00'00,43"
AB	-2,4240	+0,07"	14°59'59,96"	148°00'00,03"	S_{BI}	=2606,443855
AC	+0,6668	-0,02"	197°59'59,69"	197°59'59,67"	β_{13}	105°59'59,62"
AD	+1,3210	-0,04"	273°00'00,36"	273°00'00,32"	β_{23}	49°59'59,64"
AE	+1,8095	-0,05"	316°00'00,16"	316°00'00,16"	β_{33}	34°04'52,41"
CE	-1,5733	+0,04"	0°00'00,00"	0°00'00,04"	β_{43}	62°43'08,55"
CA	-5,2160	+0,14"	12°21'09,10"	12°21'09,24"	S_{AC}	=3009,775935
CA	+13,5555	-0,38"	37°16'52,26"	37°16'51,88"	β_{14}	118°00'00,44"
CI	-4,3710	+0,12"	71°21'44,17"	71°21'44,29"	β_{24}	75°00'00,65"
CB	-2,3952	+0,07"	100°00'00,36"	100°00'00,43"	β_{34}	24°55'42,64"
FA	+3,5049	-0,10"	0°0'00,00"	0°00'00,10"	β_{44}	37°16'51,54"

D	-2,0074	+0,06"	36°35'46,00"	36°35'46,06"	S_{DE}	=1498,578443
					β_{15}	36°35'46,16"
FE	-1,4975	+0,04"	49°43'08,15"		β_{25}	36°35'46,16"

	$\sum A^2 = 377,05573$				β_{35}	44°00'00,02"
	$W = +10,462304$				β_{45}	86°59'59,81"
К	-0,027747367				$S_{AF} S_{AFIC}$	=2752,738604

Таким чином, в результаті зрівноваження отримали значення $S_{AF.sp} = 2752,7386$, а істинне значення цієї сторони складає $S_{AF.icm} = 2752,7396$, тобто залишкова нев'язка складає +1мм, що визвано впливом залишкових істинних похибок.

Нев'язкою в один міліметр можна нехтувати, а результати врівноваження слід вважати задовільними.

Для остаточного контролю перевіримо виконання сум кутів і горизонту.

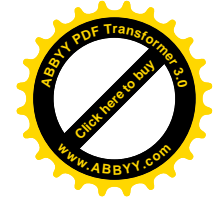
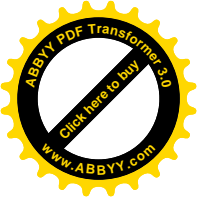
β_{42} 88°00'00,43" β_{32} 32°00'00,45" <hr style="width: 80%; margin: 0;"/> a 55°59'59,98"	$W_1 = 0$	β_{13} 105°59'59,62" β_{23} 49°59'59,64" <hr style="width: 80%; margin: 0;"/> b 55°59'59,9	β_{41} 105°59'59,62" β_{42} 88°00'00,43" β_{23} 49°59'59,64" <hr style="width: 80%; margin: 0;"/> β_{14} 118°00'00,44" β_{35} 44°00'00,00" <hr style="width: 80%; margin: 0;"/> Σ 360°00'00,00"
β_{14} 118°00'00,44" β_{24} 75°00'00,65" <hr style="width: 80%; margin: 0;"/> c 42°59'59,79"	$W_2 = 0$	β_{45} 86°59'59,81" β_{35} 44°00'00,02" <hr style="width: 80%; margin: 0;"/> d 42°59'59,79"	$W_3 = 0$

Таким чином, врівноважена мережа задовільняє всім умовам.

4. Побудова і зрівноваження мережі при вимірних кутах на пунктах.

Поскілки в розглянутій вище моделі розглядались вимірні напрямки, доцільно дослідити модель з вимірними кутами на пунктах.

При цьому, в розглянутій другій моделі вимірний лише один базис S_{FG} , а необхідна для врівноваження сторона S_{AF} найдена із рішення трикутника AFH по визначеній стороні S_{FG} із рішення першого



трикутника.

$$S_{AF} = S_{AH} * \frac{\sin \beta_{21}}{\sin[180^\circ - (\beta_{41} + \beta_{21})]} \quad (5.4.1)$$

і в такому випадку

$$S_{AF} = 3427.701665 * \frac{\sin 49^\circ 17' 19,40''}{\sin 109^\circ 17' 19,48''} = 2752,741059$$

Істина похибки сторони S_{AF} , $\Delta S_{AF} = 2752,741059 - 2752,739651 = +0,001408$ м при істинній довжині сторони 2752,739651.

Таблиця 5.44. Побудова моделі опорної мережі міста Рівне методом парних ланок засічок з виміряними кутами на пунктах

Назви Ку-	Істинні значення кутів	Істинні Похибки	Кути спотвореної Моделі (ви-	Коефіцієнти умовних рів-				Поправки Врів-	Зрівноважені кути
				а	в	с	dt/td Базиса		
β_{11}	71°43'08,12"	+ 0.14"	71°43'08,26"	0	0	0	-	+0,01	71°43'08,27"
β_{21}	49°17'19,24"	+ 0.16"	49°17'19,40"	0	0	0	+(-0,0095)	0	49°17'19,40"
β_{31}	27°00'00,00"	+ 0.05"	27°00'00,05"	0	0	0	+(-1,4445)	-0,04	27°00'00,01"
β_{41}	60°00'00,00"	+ 0.08"	60°00'00,08"	0	0	+1	+(-1,6034)	-0,13	59°59'59,9"
		$S_{AH} =$	3427.701665					$S_{AH} =$	3427,7039
β_{12}	49°16'51,88"	+ 0.35"	49°16'52,23"	0	0	0	+0,4189	-0,01	49°16'52,"
β_{22}	41°03'51,29"	+ 0.36"	41°03'51,65"	0	0	0	+1,8194	-0,05	41°03'51,6 "
β_{32}	32°00'00,00"	- 0.14"	31°59'59,86"	-1	0	0	-1,5054	+0,06	31°59'59,92"
β_{42}	88°00'00,00"	+ 0.38"	88°00'00,38"	+1	0	+1	+2,1682	-0,26	88°00'00,12"
		$S_{B1} =$	2606.45466					$S_{B1} =$	2606,45019
β_{13}	106°00'00,00"	+ 0.03"	106°00'00,03"	-1	0	0	+(-2,4172)	+0,09	106°00'00, "
β_{23}	50°00'00,00"	+ 0.16"	50°00'00,16"	+1	0	+1	+(-1,1682)	-0,23	49°59'59,93"
β_{33}	34°04'52,43"	+ 0.36"	34°04'52,79"	0	0	0	+(-1,8032)	+0,05	34°04'52,84"
β_{43}	62°43'08,12"	- 0.31"	62°43'07,81"	0	0	0	+(-0,9881)	+0,03	62°43'07,84"
		$S_{B1} =$	3009.785568					$S_{B1} =$	3009,77530
β_{14}	118°00'00,00"	+ 0.18"	118°00'00,18"	0	+1	+1	+2,0734	+0,07	118°00'00,2

β_{24}	75°00'00,00"	+ 0.30"	75°00'00,30"	0	-1	0	-1,0995	-0,28	75°00'00,00"
β_{34}	24°55'42,81"	+ 0.12"	24°55'42,93"	0	0	0	+2,1517	-0,06	24°55'42,87"
β_{44}	37°16'51,88"	- 0.30"	37°16'51,58"	0	0	0	+0,6490	-0,02	37°16'51,56"
		$S_{DE} =$	1498.585436					$S_{DE} =$	1498,58259
β_{15}	49°43'08,12"	- 0.04"	49°43'08,08"	0	0	0	-(+0,6178)	+0,02	49°43'08,10"
β_{25}	36°35'45,65"	- 0.01"	36°35'45,64"	0	0	0	-(+0,8281)	+0,02	36°35'45,66"
β_{35}	44°00'00,00"	- 0.34"	43°59'59,66"	0	+ 1	+ 1	-(+0,8281)	+0,02	36°35'45,66"
β_{45}	87°00'00,00"	+ 0.24"	87°00'00,24"	0	- 1	0	-(+0,8281)	+0,02	36°35'45,66"

$$S_{AFd.вим} = 2752.741059$$

$$S_{AFd.вух} = 2752.741059$$

$$W_S = + 0.002735$$

$$W_S = + 0.0039м$$

В даному випадку умовне рівняння базиса представимо у вигляді:

$$\sum_{i=1}^n \frac{dt'_i}{t_i} - \sum_{i=1}^n \frac{dt_i}{t_i} + \frac{2p}{1} * \frac{S_{нвви} - S_{нвви}}{S_n} = 0 \quad (5.4.2)$$

$$W_{баз} = \frac{2 * 206264'' * 2,735мм}{2752741,059мм} = 0,410''$$

Таблиця 5.45. Коефіцієнти нормальних рівнянь

	A]	B]	C]	D]	W	Σ
[A	4	0	+2	+7,259	+0,65	+13,909
[B		4	+2	+6,1443	-0,70	+11,4443
[C			5	+5,1333	+0,46	+14,5933
[D				42,8974	+0,41	+61,844

Таблиця 5.46. Рішення нормальних рівнянь по схемі Гаусса.

Перше рівняння суми	Друге рівняння суми	Умова горизонту	Умова базису	W	Σ	Контроль

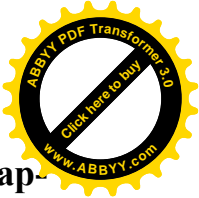
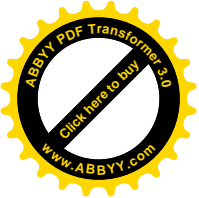
4	0	+2	+7.259	+0,65	+13,909	
-1	0	-0.5	-1,81475	-0,1625	-3,47725	-3,47725
	4	+2	+6,1443	-0,70	+11,444	
	4	0	0	0	0	
	4	+2	+6,1443	-0,70	+11,4443	
	-1	-0,5	-1,536075	+0,175	-2,861075	-2,861075
		5	+5,1333	+ 0,46	+14,5933	
		-1	-3,6295	-0,325	-6,9545	
		-1	-3,07215	+0,35	-5,72215	
		+3	-1,56835	+0,485	+1,91665	
		-1	+0,522783	-0,161666	-0,638883	-0,638883
			42,8974	+0,41	+61,844	
$K_1 =$ $= -$ 0,02202417	$K_2 =$ $= +0.307470$	$K_3 =$ $= -$ 0.17668489	-13,173270	-1,179587	-25,241358	
			-9,438106	+1,075252	-17,579303	
			-0,819907	+0,25355	+1,001993	
			+19,466177	+0,5592145	+20,025332	
			-1	-0,028727583	-1,0287276	-1,0287276
						K<=-0,028727583

Поправки у виміряні кути розраховуються по формулі:

$$V_i = a_i * k_i + b_i k_2 + c_i k_3 + d_i k_4 \quad (5.4.3)$$

Хоча у даній моделі у результаті зрівноваження задовільняються умовні рівняння сум і горизонту, в результаті залишкового впливу істинних похибок добитися виконання умови базису у другій моделі не вдалось. Очевидно, порогом чутливості у другій моделі при врівноваженні по кутам буде 2-3 мм. При цьому слід додатково враховувати корельованість кутів. Тому складні мережі, на основі даних досліджень слід врівноважувати лише по напрямкам.

В подальшому будемо розглядати лише першу модель.



5. Розрахунок невимірних кутів гама і координат в методі парних ланок засічок.

Для розрахунку кутів, які не вимірялись, спочатку розраховується допоміжний кут омега в кожному чотирикутнику:

$$tgW_i = \frac{(ctg\beta_{1i} + ctg\beta_{3i}) - (ctg\beta_{2i} + ctg\beta_{4i})}{ctg\beta_{2i}ctg\beta_{3i} - ctg\beta_{1i}ctg\beta_{4i}} \quad (5.5.1)$$

i

$$\left. \begin{aligned} \gamma_{1i} &= 180^\circ - \beta_{1i} + w_i \\ \gamma_{2i} &= w_i + \beta_{3i} \\ \gamma_{3i} &= \beta_{2i} + w_i \\ \gamma_{4i} &= 180^\circ - w_i - \beta_{4i} \end{aligned} \right\} \quad (5.5.2)$$

По даним формулам складена програма.

Таблиця 5.47. Невимірні кути гама.

Назва кутів	Значення кутів	Назва кутів	Значення кутів	Назва кутів	Значення кутів	Назва кутів	Значення кутів
γ_{11}	138°00'01,07"	γ_{12}	160°59'59,50"	γ_{13}	67°16'52,64"	γ_{14}	63°43'08,65"
γ_{21}	56°43'08,26"	γ_{22}	67°16'51,91"	γ_{23}	27°21'44,67"	γ_{24}	26°38'51,64"
γ_{31}	99°34'10,44"	γ_{32}	5°46'59,64"	γ_{33}	56°43'07,38"	γ_{34}	73°16'51,63"
γ_{41}	90°16'51,73"	γ_{42}	56°43'08,10"	γ_{43}	123°39'59,19"	γ_{44}	140°59'59,25"
γ_{15}	150°00'00,83"						
γ_{25}	63°43'09,14"						
γ_{35}	16°52'37,04"						

γ_{45}	$73^{\circ}16'51,07''$						
Задаючись істинними значеннями координат пунктів F і G $X_{F_{іcm}} = 10192.022$							
$Y_F = 12746.034$ $Y_F = 8403.641$ $Y_F = 12879.909$ розраховують координати останніх пунктів по формулам Юнга рішення прямих кутових засічок:							
$X_c = \frac{X_B \operatorname{ctg} A + X_A \operatorname{ctg} B - Y_A + Y_B}{\operatorname{ctg} A + \operatorname{ctg} B} \quad (5.5.3)$							
$Y_c = \frac{Y_A \operatorname{ctg} B + Y_B \operatorname{ctg} A + X_A + X_B}{\operatorname{ctg} A + \operatorname{ctg} B} \quad (5.5.4)$							

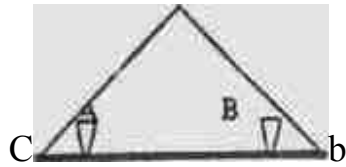


Рис.5.6. Схема засічки.

A - лівий пункт базиса, B - правий, C - визначаємий.

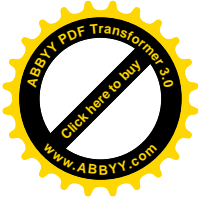
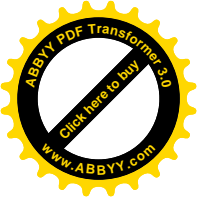
6. Оцінка точності.

Середня квадратична похибка одиниці ваги зрівноваженого напрямку:

$$\mu = \sqrt{\frac{[VV]}{r}} = \sqrt{\frac{0.2922}{1}} = 0.54''$$

Таблиця 5.48. Порівняльна таблиця зрівноважених та істинних координат пунктів.

Назва пункту	$X_{зр}$	$X_{іcm}$	$fX_{мм}$	$Y_{зр}$	$Y_{іcm}$	$fY_{мм}$
A	9999,998	10000,000	-2	9999,999	10000,000	-1
B	8295,416	8295,423	-7	7653,848	8653,851	-3
C	10728,123	10728,130	-7	7079,615	7079.631	-16
D	11969,908	11969,901	+7	9965,615	9965,615	0



E	11563,909	11563,909	0	11408,149	11408150	-1
F	10192.021	10192,021	0	12746,034	12746,034	0
G	6403.640	8403.640	0	12879.909	12879.909	0
H	7158.305	7158.305	0	11916.758	11916.748	+10
I	7373.301	7373.307	-6	10091.728	10091.726	+2

$$\sum f_x^2 = 187$$

$$\sum f_y^2 = 373$$

$$m_x = \sqrt{\frac{[f_x^2]}{n}} = \sqrt{\frac{187}{9}} = 4.56 \text{ мм}$$

$$m_y = \sqrt{\frac{[f_y^2]}{n}} = \sqrt{\frac{371}{9}} = 6.42 \text{ мм}$$

$$m_{x,y} = \sqrt{m_x^2 + m_y^2} = 7.87 \text{ мм}$$

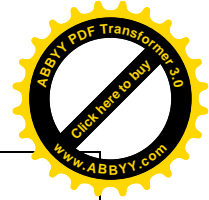
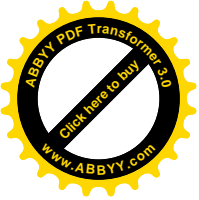
Точність визначення кутів гама $\gamma_{45} - \gamma_{34} = 0,56''$; $\gamma_{42} - \gamma_{33} = 0,72''$;

$$\gamma_{13} - \gamma_{22} = 0,73''$$

$\gamma_{14} - \gamma_{25} = -0,49''$. Це і буде точністю дирекуйних кутів в мережі.

Таблиця 5.49. Порівняльна таблиця зрівноважених та істинних зв'язуючих сторін.

Назва сторони	$S_{зрівн.}$	$S_{іст.}$	fмм	Назва сторони	$S_{зрівн.}$	$S_{іст.}$	fSмм
АН	3427,7079	3427,7036	+4.3	DE	1498,5784	1498,5777	+0,7
ВІ	2606,4438	2606,4409	+2,3	AP	2752,7396	2752,7396	0



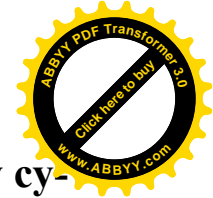
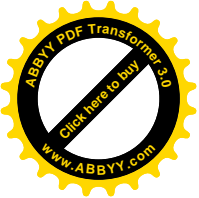
AC	3009,7759	3009,7716	+4,3				
----	-----------	-----------	------	--	--	--	--

Відносна похибка сторони в найбільш слабому місці складає:

$$f_{\text{відн. AC}} = \frac{4,3}{3009755,9} = \frac{1}{700000}.$$

Висновки

1. Розроблений проект планової геодезичної основи обласного центру, в якому при вимірюванні напрямків з точністю $0.4''$. кутів із точністю $0,4\sqrt{2} = 5,6''$ забезпечується точність координат пунктів до 8мм,
2. Відносна похибка сторони в найслабшому місці мережі не перевищує $1/700000$.
3. При побудові складних мереж слід вимірювати напрямки, а не кути, щоб не було корельованості останніх.



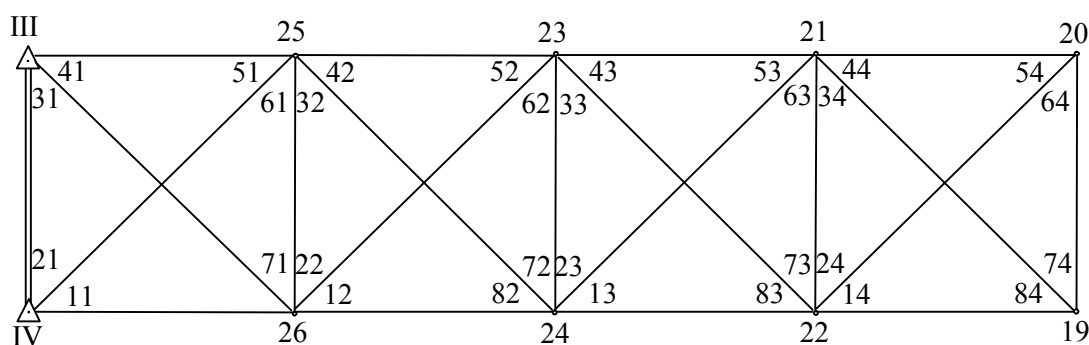
5.6. Порівняльний аналіз точності незрівноваженого ряду суцільних і несучільних спостережень.

В вільному ряді геодезичних чотирикутників суцільних спостережень мають місце 3 умови фігур і одна полюсна умовне рівняння в кожному чотирикутнику.

В вільному ряді геодезичних чотирикутників несучільних спостережень відсутні умовні рівняння взагалі.

Мета даного параграфу – прослідкувати і дати порівняльну оцінку точності суцільної і несучільної мереж спостереження.

На рис. 5.1 наведений ряд геодезичних чотирикутників спеціальної мережі, що складена на одному із гірських перевалів деякого району Карпат для



спостереженнями за зсувними явищами ділянки нафтопроводу “Дружба”.

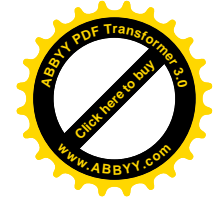
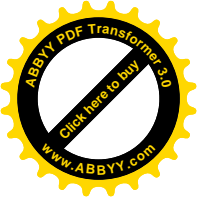
Рис. 5.1 Ряд суцільних спостережень

На рис.5.1 кружечками обведені номери чотирикутників ряду, десятки в назвах кутів означають номер кута, одиниці – номер чотирикутника.

Довжини сторін лежать в діапазоні від 50 до 8 метрів. Ряд прокладений на гірському схилі.

Наявність дуже коротких сторін вимагає центрування теодоліта з точністю 0,05 мм. Тому спостереження проведені за марками, які встановлені на кожному напрямку, що спостерігається. Так, наприклад, при спостереженні на пункті I марки встановлені на штативах в пунктах III, IV, 25, 23 і 24.

Координати пунктів 19...26 суцільної мережі спостережень розраховані за формулами Юнга рішення прямої кутової засічки за спеціально розробленою програмою (див. п. 4.6).



Кути виміряні теодолітом Т2 способом кутових прийомів.

Зведення вимірних кутів наводиться нижче.

Таблиця 5.1. Зведення вимірних кутів ряду суцільних спостережень

№ кута	Номери чотирикутників			
	1	2	3	4
1	9°49'09"2	12°34'48"1	30°34'50"7	17°05'04"1
2	25°45'06"7	22°28'38"6	27°24'51"3	70°13'52"6
3	99°36'38"0	121°59'37"5	89°43'09"7	62°34'20"6
4	37°27'32"1	23°02'08"0	44°22'35"3	13°23'45"2
5	17°10'52"1	12°29'42"3	18°29'19"9	33°48'07"0
6	14°25'16"2	41°58'35"1	55°34'14"6	84°11'42"6
7	110°56'04"6	102°29'11"4	61°33'52"5	48°36'06"7
8	44°49'37"8	22°57'06"4	32°16'53"2	30°06'35"3

Вихідні координати пунктів А і В (III і IV)

X = 898,27; Y = 872,46

X = 920,06; Y = 869,97

Далі наведений ряд оброблявся за програмою несучільних спостережень (див. рис. 5.2).

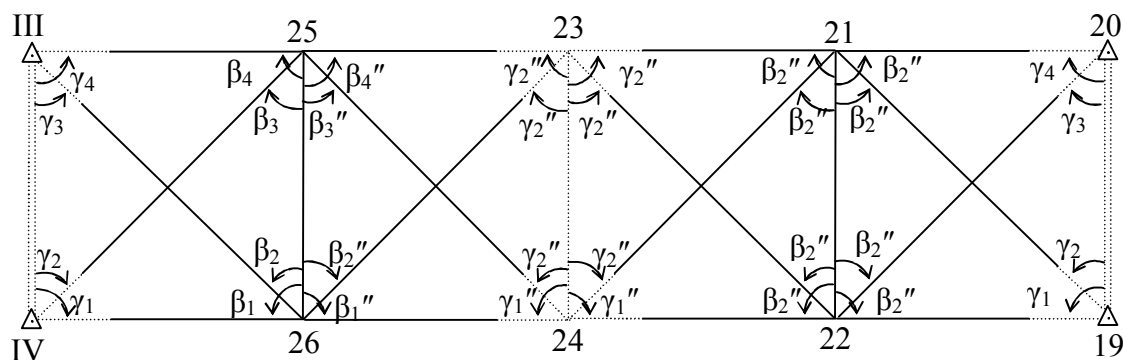
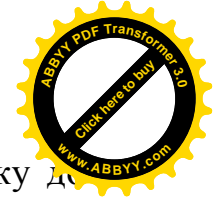
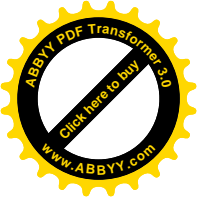


Рис. 5.2 Ряд несучільних спостережень

В ряді, що складається із десяти пунктів, вимірювання кутів відбулися із чотирьох пунктів 25, 26, 21 і 22. Координати пунктів 25 і 26 визначенні із вирішення задачі Ганзена, координати пунктів 23 і 24 – за формулами Юнга рішення прямих кутових засічок. Координати пунктів 21 і 22 визначені із вирішення задачі Ганзена, координати пунктів 19 і 20 – за формулами Юнга.



Передача дирекційних кутів здійснена за допомогою розрахунку допоміжного кута ω за формулою:

$$\alpha_n = \alpha_0 + \sum_1^n \omega;$$
$$\omega = \operatorname{arctg} \frac{(\operatorname{ctg}\beta_1 + \operatorname{ctg}\beta_3) - (\operatorname{ctg}\beta_2 + \operatorname{ctg}\beta_4)}{\operatorname{ctg}\beta_2 \operatorname{ctg}\beta_3 - \operatorname{ctg}\beta_1 \operatorname{ctg}\beta_4}. \quad (5.1.1)$$

Принцип передачі дирекційних кутів за допомогою допоміжного кута ω наведений на рисунку 5.3.

Кут ω розраховується для кожного чотирикутника за формулою (5.1.1), що дозволяє визначити дирекційні кути всіх сторін ряду.

Нижче наведені результати розрахунку ряду несучільних спостережень за спеціально розробленою програмою (див. дод. 4.1).

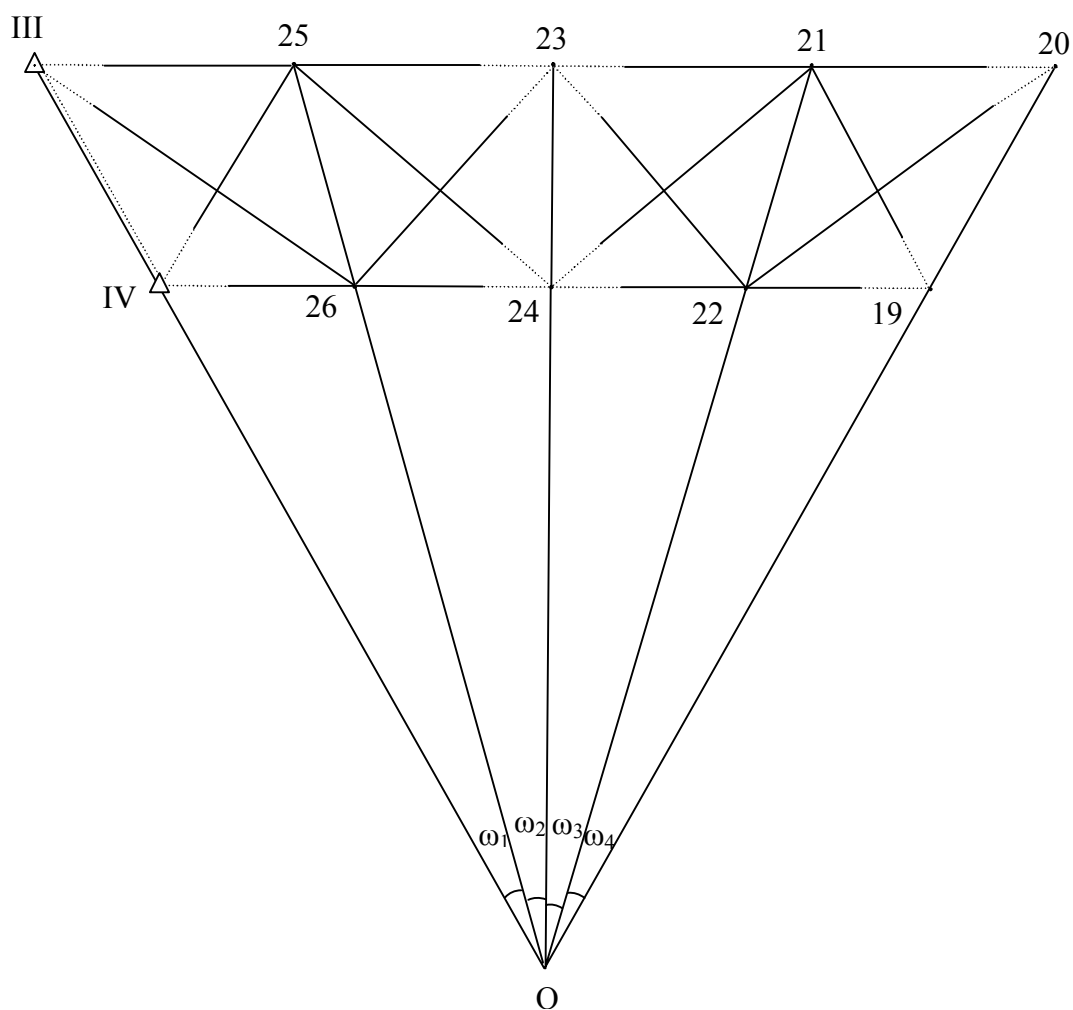
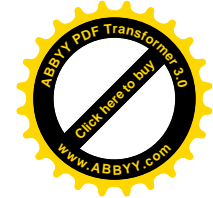
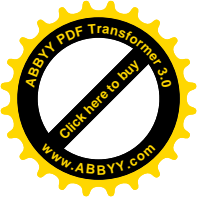


Рис. 5.3 принципова схема передачі дирекційних кутів за допомогою допоміжного кута ω



По [58, с. 68] (див. рис. 5.2)

$$S_{26-25} = \frac{S_{IV-III}}{\sqrt{\left(\frac{1}{ctg\beta_2 + ctg\beta_4} - \frac{1}{ctg\beta_1 + ctg\beta_3}\right)^2 + \left(\frac{ctg\beta_2}{ctg\beta_2 + ctg\beta_4} - \frac{ctg\beta_1}{ctg\beta_1 + ctg\beta_3}\right)^2}}; \quad (5.1.2)$$

Результати счёта незрівноваженого ряду геодезичних чотирикутників спеціальної мережі несучільних спостережень наведений в порівняльній таблиці.

Порівняльна таблиця визначення координат пунктів незрівноваженого ряду суцільних і несучільних спостережень

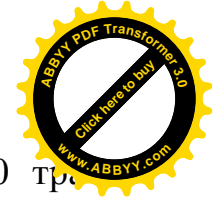
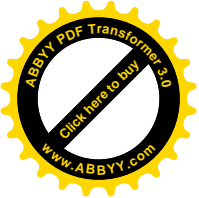
Таблиця 5.2

№ пункту	суцільні спостереження X	не-суцільні спостереження X	f_x	суцільні Y	не-суцільні X	f_y
III	898.27	898.27	0	672.46	872.46	0
IV	920.06	920.06	0	869.97	869.97	0
26	893.2416	893.2427	-0.0011	855.0725	855.0810	-0.0085
25	872.3059	872.3169	-0.0110	853.3096	853.3235	-0.0139
24	858.1679	858.1798	-0.0119	825.7768	825.8072	-0.0304
23	848.7720	843.7918	-0.0198	829.5496	829.5813	-0.0317
22	837.8943	837.9128	-0.0185	806.6637	806.7045	-0.0388
21	825.2949	825.3173	-0.0224	818.3513	818.3876	-0.0363
19	816.1987	816.2220	-0.0233	785.3674	785.4129	-0.0455
20	811.2845	811.3095	-0.0250	792.8806	792.9244	-0.0438

З таблиці 5.2 випливає, що максимальне розходження абсцис ряду суцільних і несучільних спостережень досягає 2 см, а ординат – 4.5 см.

Розходження в визначенні координат обумовлені наявністю залишкових похибок центрування теодоліта Т2 і зміни фокусування труби внаслідок великих різниць довжин сторін.

При цьому слід зазначити, що в випадку мереж несучільних спостережень помилки за центрування зведені до мінімуму, так як центрування



теодоліта виконується всього на всього на 4 пунктах замість 10 триангуляційного способу триангуляції.

Помилки за редукцію візирних цілей в даному випадку відсутні, так як спостереження проведені на добре видимі центри знаків.

Таким чином на основі проведених досліджень робимо висновок, що розходження координат, визначуваних двома різними методами суттєві і задача визначення контрольних пунктів з метою спостереження зміщення зсуву не вирішена, так як допустиме розходження координат не повинно перевищувати 1 см.

Для використання даного ряду в якості знімального обґрунтування при проведенні топографічного знімання масштабу 1:500, необхідно, щоб гранична розбіжність значень координат не перевищувало б 10 см.

Виходячи з вищенаведеного робимо висновок, що створення віток несуцільних спостережень забезпечує точність планового обґрунтування будь-яких масштабів і масштабу 1:500 включно.

Розглянемо в подальшому попередній розрахунок точності вільного ряду суцільних і несуцільних спостережень і наведемо результати досліджень при створенні спостережної мережі на 259 км. нафтопроводу „Дружба”.

5.2 Порівняльний аналіз точності ряду суцільних і несуцільних спостережень

На одному із гірських перевалів Карпат прокладений ряд, який складений із 6 геодезичних чотирикутників вздовж яких проходить нитка нафтопроводу „Дружба” (див. рис. 5.4).

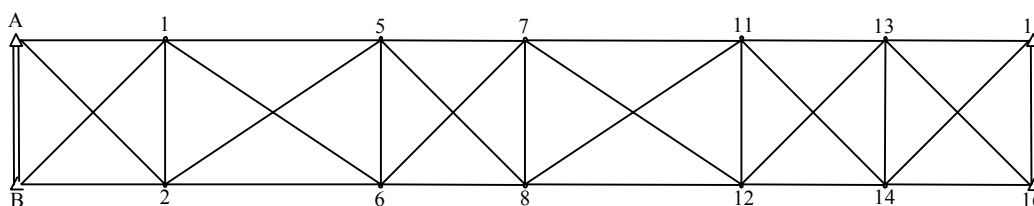
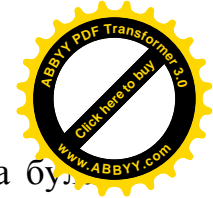
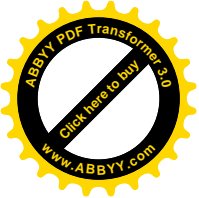


Рис. 5.4 Спостережувана мережа на 259 км нафтопроводу „Дружба”.



Вимірювання кутів проведені теодолітом 2Т2. Спочатку мережа була відспостережена як мережа суцільних спостережень.

Координати пунктів визначені із результатів строгого зрівнювання.

Базис 15-16 вимірювався інварною рулеткою і слугував для контролю.

На стадії проектування був розрахований поздовжній зсув ряду (117, - с.110)

$$M_L = 0,8L \sqrt{\frac{m_b^2}{b^2} + \frac{1}{\rho^2} m_\beta^2 \frac{4K^2 \pm 3K + 5}{9K}}, \quad (5.2.1)$$

де k – число проміжних сторін, які складають довжину ряду трикутників;

m_β – середня квадратична помилка виміряного кута;

m_b – середня квадратична помилка вихідної сторони;

ρ – число секунд в одному радіані.

Поперечний зсув в розглянутому ряді геодезичного чотирикутника для непарної кількості трикутників буде:

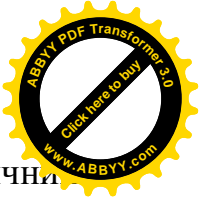
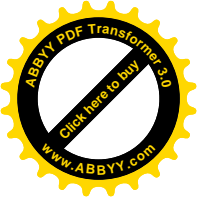
$$M_V = 0,8 \frac{L}{\rho''} \sqrt{m_{\alpha_0}^2 + \frac{2}{15} m_\beta^2 \frac{K^2 + K + 3}{K}}, \quad (5.2.2)$$

і для парної кількості трикутників:

$$M_V = 0,8 \frac{L}{\rho''} \sqrt{m_{\alpha_0}^2 + \frac{2}{15} m_\beta^2 \frac{2K^2 + 5K + 5}{K}}, \quad (5.2.3)$$

де m_{α_0} – середня квадратична помилка вихідного дирекційного кута;

В випадку нерівносторонніх трикутників в ці формули водиться коефіцієнт 1.3.



При цьому слід враховувати, що в ряді, який складається з геодезичних чотирикутників, що близькі до квадратів, точність передачі довжин сторін і дирекційних кутів підвищується на 14-15% в порівнянні з простою ланкою рівносторонніх трикутників (117. – с. 110).

Середня квадратична помилка дирекційного кута для вільного ряду триангуляції розраховується за формулою:

$$m_a = \mu \sqrt{\frac{2}{3} n}, \quad (5.2.4)$$

де n – число трикутників.

Для ряду геодезичних чотирикутників формула (5.2.4) буде мати вигляд:

$$m_a = \mu \sqrt{\frac{4}{3} k}, \quad (5.2.5)$$

де k – число чотирикутників ряду.

З врахуванням 15% підвищення точності, отримаємо:

$$m_a = 0,85 \mu \sqrt{\frac{4}{3} k} = 1,36 \mu \sqrt{k}, \quad (5.2.6)$$

а в нашому випадку:

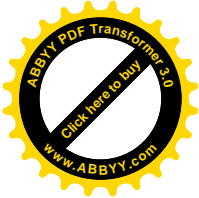
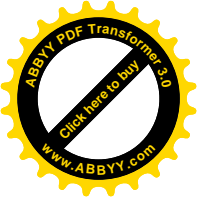
$$m_a = 1,36 \cdot 2'' \sqrt{6} = 6,66''.$$

Беручи до уваги, що обернена вага сторони в вільному ряді триангуляції розраховується за формулою:

$$\frac{1}{P_s} = \frac{2}{3} n, \quad (5.2.7)$$

з врахуванням вищенаведеного, отримаємо для ряду чотирикутників (5.2.8) і (5.2.9):

$$\frac{1}{P_s} = \frac{4}{3} k,$$



і

$$m_S = 0,85 \frac{S}{\rho} \mu \sqrt{k},$$

або

$$\frac{m_S}{S} = \frac{0,85 \mu \sqrt{k}}{\rho}, \quad (5.2.10)$$

і в нашому випадку:

$$\frac{m_S}{S} = \frac{0,85 \cdot 2 \cdot 2,45}{206265} = \frac{4,16}{206265} = \frac{1}{49000}.$$

Розрахуємо поздовжній зсув нашого ряду, приймаючи точність вимірювання горизонтальних кутів, рівною 1". Згідно (5.2.1), отримаємо:

$$M_L = 0,8 \cdot 197790_{\text{мм}} \sqrt{\left(\frac{1}{50000}\right)^2 + \frac{3,09}{206265^2}} = 1,58 \cdot 10^5 \sqrt{4 \cdot 10^{-10} + 7,26 \cdot 10^{-11}} = 3,43 \text{ мм}.$$

Зазначимо, що при $\frac{m_b}{b} = \frac{1}{50000}$ і при $m_b = 1''$, отримаємо $M_L = 32 \text{ см}$.

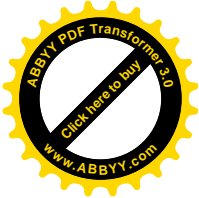
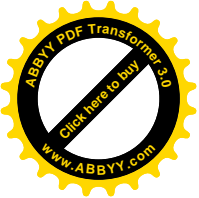
При вимірюванні горизонтальних кутів з точністю 2", при $\frac{m_b}{b} = \frac{1}{50000}$,

поздовжній зсув ряду буде:

$$M_L = 0,8L \sqrt{4,00 \cdot 10^{-9} + \left(\frac{2}{206265}\right)^2} \cdot 3,09 = 1,58 \cdot 10^5 \sqrt{6,90 \cdot 10^{-10}} = 4,16 \text{ мм}.$$

Вимірювання горизонтальних кутів з точністю 10" при $\frac{m_b}{b} = \frac{1}{20000}$

спричиняє поздовжній зсув:



$$M_L = 0.8L \sqrt{2.5 \cdot 10^{-9} + \left(\frac{10}{206265}\right)^2 \cdot 3.09} = 1.58 \cdot 10^5 \sqrt{9.76 \cdot 10^{-9}} = 15.61 \text{ мм.}$$

Поперечний зсув ряду при забезпеченні секундної точності і при відсутності помилки вихідного дирекційного кута буде складати:

$$M_V = 0,8 \frac{197790}{206265} \sqrt{\frac{1}{15} \cdot 17,833} = 0,84 \text{ мм.}$$

Вимірювання кутів з точністю 2" забезпечить:

$$M_V = 0,767 \sqrt{4 \cdot 1,188} = 2,11 \text{ мм.}$$

При десятисекундній точності вимірюванні кутів отримаємо:

$$M_V = 8,36 \text{ мм.}$$

Ввівши коефіцієнт 1.3 будемо мати для нашого ряду значення зсувів, наведених в табл. 5.3

Таблиця 5.1

Поздовжній і поперечний зсуви ряду	Середня квадратична помилка кута		
	1"	2"	10"
M_L (мм)	4.46	5.41	20.29
M_V (мм)	1.09	2.74	10.87

В подальшому обробка мережі проводилась за методом парних ланок засічок (див. рис. 5.5).

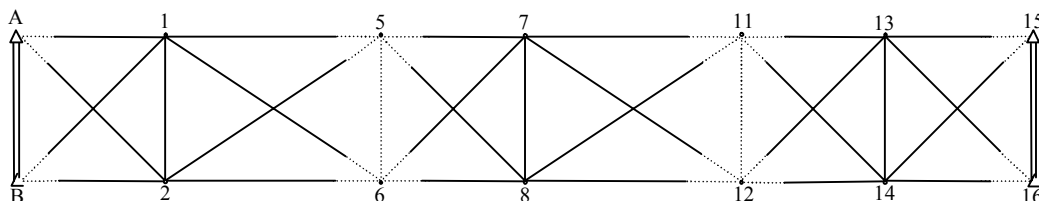
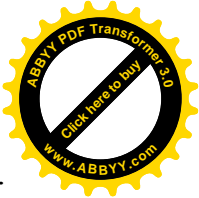
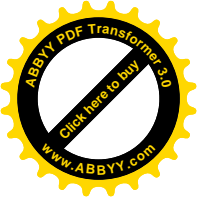


Рис. 5.5. Ряд несучільних спостережень.



Спостерігаючи на пунктах А, В, 5, 6, 11, 12, 15, 16 не проводились.

Координати пунктів 1 і 2 визначені із рішення задачі Ганзена.

Передача координат на пункти 5 і 6 проведена із рішення прямих кутових засічок. В подальшому процедура передачі координат повторювалась.

Для вільного ряду (див. рис. 5.5), (а вимірjana сторона слугувала лише тільки для оцінки якості мережі і в рівняння не вводилась), відповідно [59, - с.26] розрахуємо із виразу (5.2.11):

$$\frac{1}{P_a} = 10k,$$

де k – число чотирикутників в ряді.

І середня квадратична помилка дирекційного кута кінцевої сторони вільного ряду при $m_\beta = 2''$ і $k = 6$ буде:

$$m_a = m_\beta \sqrt{\frac{1}{P_a}} = 2'' \sqrt{60} = 15,49''.$$

Обернена вага сторони кінцевого пункту вільного ряду парних ланок засічок розраховують за формулою [59, - с.27]

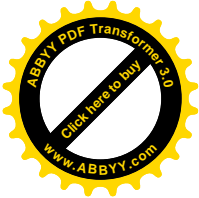
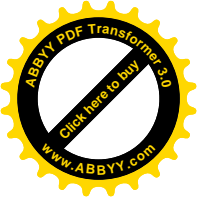
$$\frac{1}{P_s} = 2k, \quad (5.2.12)$$

Відносну помилку передачі сторін розраховують із виразу:

$$\frac{m_{S'}}{S'} = \frac{m_\beta}{\rho} \sqrt{\frac{1}{P_s}}, \quad (5.2.13)$$

де m_s – середня квадратична помилка визначення кінцевої сторони S' вільного ряду.

І в нашому випадку при двохсекундній точності вимірювання кутів, отримаємо:



$$\frac{m_{S'}}{S'} = \frac{2}{206265} \cdot 3,46 = \frac{1}{30000},$$

Враховуючи помилки вихідної сторони, будемо мати:

$$\frac{m_S}{S} = \sqrt{\frac{m_b^2}{b^2} + \frac{m_{S'}^2}{S'^2}}, \quad (5.2.14)$$

або

$$\frac{m_S}{S} = \sqrt{\frac{1}{50000^2} + \frac{1}{30000^2}} = \frac{1}{26000}.$$

Поздовжній зсув вільного ряду парних ланок засічок розраховуємо за формулою [59, - с.100]

$$M_L = m_\beta \frac{S}{M} \sqrt{1,47k(5k^2 + 13)}, \quad (5.2.15)$$

де S – середня лінія сторони чотирикутника; $M = 434294$.

Так, при $m_\beta = 2''$, $S = 30\text{м}$ і $k = 6$, отримаємо:

$$M_L = 2 \cdot \frac{30000_{\text{мм}}}{434294} \cdot \sqrt{1702,26} = 2 \cdot 0,069 \cdot 41,26 = 5,70 \text{ од.6 зн.lg.}$$

З врахуванням помилки вихідного базиса

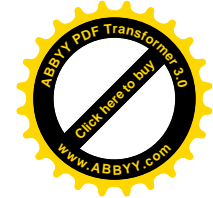
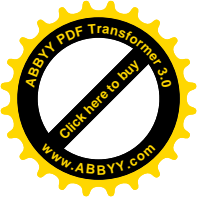
$$M_L = \sqrt{M_L^2 + M_{\text{баз.}}^2} = \sqrt{5,7^2 + 8,6^2} = 10,32 \text{ од.6 зн.lg.} = 4.70 \text{ мм.}$$

Поперечний зсув вільного ряду парних ланок засічок розраховується за формулою[59, - с.100]:

$$m_V = m_\beta \frac{S}{\rho''} \sqrt{1,667k^3 + 0,333k}, \quad (5.2.16)$$

і в нашому випадку

$$M_V = 2'' \frac{30000}{206265} \sqrt{60,1 + 2} = 0,29 \cdot 7,87 = 2,28 \text{ мм.}$$



а сумарний зсув M

$$M = \sqrt{M_L^2 + M_V^2}, \quad (5.2.17)$$

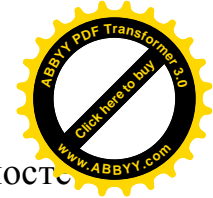
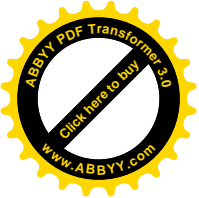
буде дорівнювати: $\sqrt{37,33 + 8,76} = 6,79 \text{ мм}$.

Сумарний зсув ряду чотирикутників суцільних спостережень буде складати $\sqrt{29,27 + 7,51} = 6,06 \text{ мм}$.

При розвитку ж ряду трикутників точність передачі координат зменшилась би на 25% і сумарний зсув склав би $6,06 \cdot 1,25 = 7,58 \text{ мм}$.

Таким чином, розвиток ряду методом парних ланок засічок збільшує помилку зсуву кінцевого пункту ряду, який складається із шести геодезичних чотирикутників при вимірюванні горизонтальних кутів з точністю 2" і довжинах сторін від 20 до 30 м. на 0.73 мм в порівнянні з рядом геодезичних чотирикутників і на 0.79 мм зменшує в порівнянні з ланцюгом трикутників, що практично не є суттєвим обмеженням і підтверджує можливість і доцільність розвитку мереж несцільних спостережень при дослідженні зсувних явищ в районах існуючих інженерних комунікацій.

Правомірність теоретичних досліджень прослідкуємо на фактичному матеріалі.



Порівняльна таблиця координат суцільної і несучільної мережі спостереження.

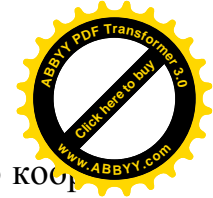
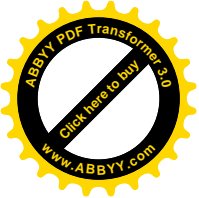
Таблиця 5.4

№ Т.	$X_{зр. \text{ суціл.}}$	$X_{несуціл.}$	$f =$ $X_{несуціл.} -$ $X_{зр. \text{ суціл.}}$ (м)	$Y_{зр. \text{ суціл.}}$	$Y_{несуціл.}$	$f =$ $Y_{несуціл.} -$ $Y_{зр. \text{ суціл.}}$ (м)
1	1027.3058	127.3060	+0.0002	1033.1316	1033.1329	+0.0013
2	1005.4688	1005.4675	-0.0013	1052.3444	1052.3444	+0.0012
5	1052.4766	1052.4802	+0.0036	1064.4625	1064.4684	+0.0059
6	1039.0408	1039.0427	+0.0019	1082.7492	1082.7564	+0.0072
7	1064.6032	1064.6072	+0.0040	1077.3338	1077.3420	+0.0082
8	1050.9553	1050.9589	+0.0036	1102.1608	1102.1683	+0.0075
11	1111.0146	1111.0067	-0.0079	1121.6419	1121.6451	+0.0032
12	1096.1021	1096.0987	-0.0034	1136.7578	1136.7593	+0.0015
13	1137.7196	1137.7082	-0.0114	1144.7176	1144.7154	-0.0022
14	1122.2264	1122.2175	-0.0089	1155.8002	1155.7971	-0.0031
15	1155.3314	1155.3211	-0.0103	1152.8006	1152.7966	-0.0040
16	1140.6796	1140.6693	-0.0103	1165.8768	1165.8723	-0.0045

На підставі даних табл. 5.4 отримано максимальне розходження координат пунктів, яке дорівнює 11.4 мм.

Таким чином, розвиток мереж методом парних ланок засічок забезпечує відповідну точність визначення координат пунктів спостережуваних станцій порядку 1 см, що повністю узгоджується з результатами теоретичних розрахунків. При цьому, для даної мережі несучільних спостережень спостереження напрямів проводяться з 6 пунктів замість 14 пунктів традиційного метода триангуляції, тобто в 2.3 рази скорочується кількість пунктів, з яких ведуться спостереження (69).

Створення геодезичних мереж несучільних спостережень особливо доцільно розвивати при необхідності повторних циклів спостережень, коли геометрія мережі не змінюється, при необхідності створення мережі в найкоротший термін, при відсутності доступу і видимості до ряду пунктів і т.д.



В підтвердження вищевикладеному надамо порівняльну таблицю координат вільного ряду, розглянутого в попередньому параграфі(56).

Таблиця 5.5

№ Т.	$X_{зр. \text{ суціл.}}$	$X_{несуціл.}$	$f = X_{несуціл.} - X_{зр. \text{ суціл.}}$ (м)	$Y_{зр. \text{ суціл.}}$	$Y_{несуціл.}$	$f = Y_{несуціл.} - Y_{зр. \text{ суціл.}}$ (м)
26	893.2434	893.2427	+0.0007	855.0759	855.0810	-0.0051
25	872.3152	872.3169	-0.0017	853.3154	853.3235	-0.0081
24	858.1832	858.1798	+0.0034	858.7982	852.8072	-0.0090
23	843.7962	843.7918	+0.0044	829.5712	829.5813	-0.0101
22	837.9173	837.9128	+0.0045	806.6992	806.7045	-0.0053
21	825.3246	825.3173	+0.0073	818.3807	818.3876	-0.0069
19	816.2304	816.2220	+0.0084	785.4127	785.4129	-0.0002
20	811.3189	811.3095	+0.0094	792.9234	792.9234	-0.0010

Як видно із табл. 5.5 максимальне розходження абсцис складає 9.4 мм, а ординат – 10.1 мм, що повністю підтверджує зроблені вище висновки.

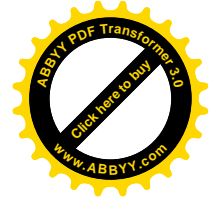
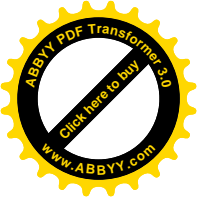
5.3 Порівняльний аналіз точності несучільної мережі спостережень із двох циклів вимірів

Спостереження досліджуваної мережі проводяться поквартально на протязі декількох років.

Дамо зведення кутів другого циклу спостережень.

Таблиця 5.6

№ ку- та	Номери чотирикутників			
	1	2	3	4
1	9°49'17.4"	12°34'30.7"	30°34'44.4"	17°05'25.2"
2	25°44'42.7"	22°28'48.0"	27°24'39.9"	70°14'06.3"
3	99°37'03.0"	121°59'13.7"	89°44'30.7"	62°33'43.8"
4	37°28'07.6"	23°02'04.8"	44°22'56.0"	13°23'47.0"
5	17°10'40.8"	12°29'55.8"	18°28'54.5"	33°48'08.0"
6	14°25'16.2"	41°57'33.0"	55°35'04.2"	84°11'40.4"
7	110°55'37.0"	102°30'22.4"	61°33'25.2"	48°34'27.9"
8	44°49'50.4"	22°57'26.8"	32°16'49.4"	30°06'41.0"



В мережі несучільних спостережень помилки проявляють себе у меншій мірі, ніж в мережі суцільних спостережень, так як спостереження для ряду, що спостерігався виконувались всього лише на чотирьох пунктах замість десяти, отже з'являється можливість виключити з результатів спостережень різко різносторонні спостереження, тим самим уникнувши впливу помилки за перефокусування зорової труби.

Дамо порівняльну таблицю координат пунктів ряду несучільних спостережень, отриманих із двох видів вимірів.

Порівняльна таблиця координат пунктів ряду несучільних спостережень із двох серій спостережень

Таблиця 5.7

№ п/п	X_I	X_{II}	f_{X_I-II}	Y_I	Y_{II}	f_{Y_I-II}
26	893.2427	893.2449	-0.0022	855.0810	855.0795	+0.0015
25	872.3169	872.3111	+0.0058	853.3235	853.3212	+0.0023
24	858.1798	858.1778	+0.0020	825.8072	825.8042	+0.0030
23	843.7918	843.7861	+0.0057	829.5813	829.5725	+0.0088
22	837.9128	837.69065	+0.0063	806.7045	806.6989	+0.0056
21	825.3173	825.3150	+0.0023	818.3876	818.3826	+0.0050
19	816.2220	816.2208	+0.0012	785.4129	785.4131	-0.0002
20	811.3095	811.3106	-0.0011	792.9244	792.9267	-0.0013

Із порівняльної таблиці 5.7 видно, що максимальне розходження координат пунктів несучільної мережі із двох серій спостережень не перевищує 8.8 мм, що знаходиться в межах необхідної точності, а середня квадратична помилка визначення координат пунктів складає 4.4 мм.

Отже, нами встановлено, що в межах гарантованого рівня забезпеченості точності визначення координат пунктів, розвиток несучільної мережі спостережень цілком забезпечують поставлену задачу.

5.7 Порівняльний аналіз точності визначення координат пунктів суцільної і несучільної мережі спостережень у вигляді центральної системи

Загальний вид мережі, яка закладена на гірському перевалі Карпатських гір має вигляд:

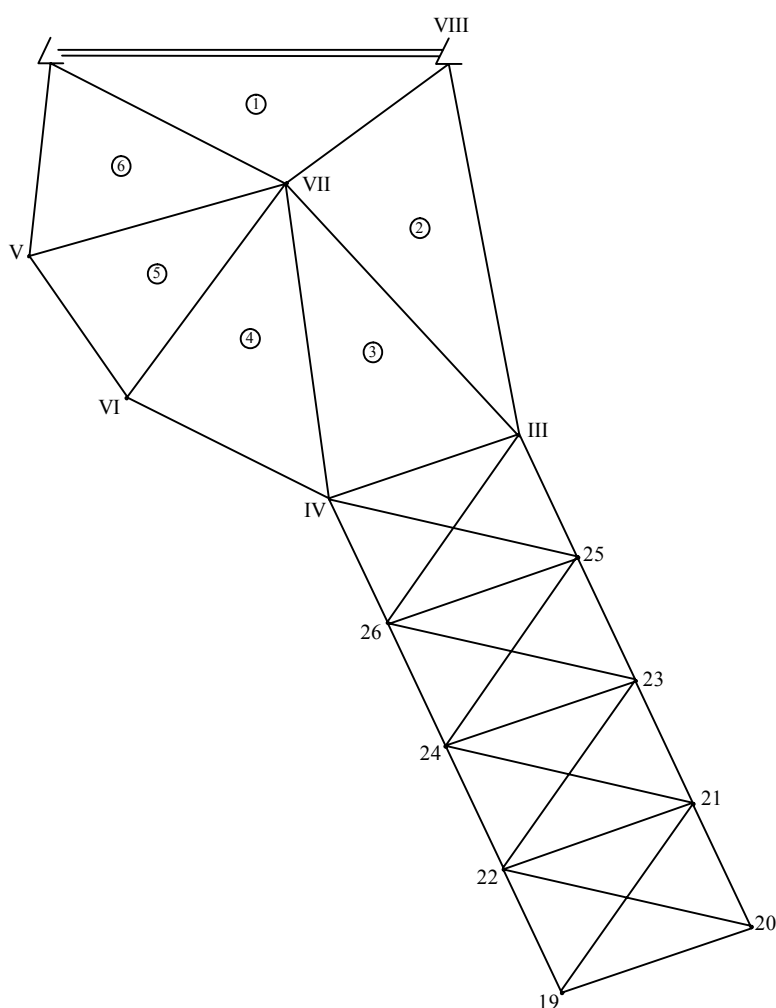
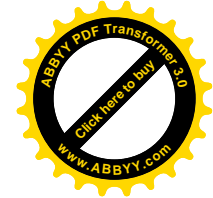
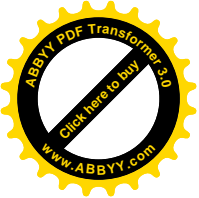


Рис. 5.6 Схема спостережуваної мережі на Уклінському перевалі

Раніше нами була досліджена точність визначення координат пунктів ряду геодезичних чотирикутників, і встановлено, що найбільш віддалена сторона за результатами обчислень відрізняється від вимірної на 4 мм.



Наведемо зведення вимірних кутів центральної системи.

Зведення вимірних кутів центральної системи

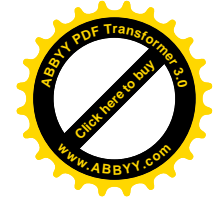
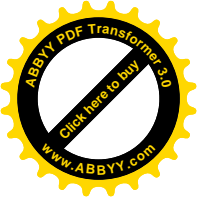
Таблиця 5.8

№ трикутника	№ кута	Вимірні кути	№ трикутника	№ кута	Вимірні кути
1	I	37°14'58.0"	2	VIII	57°21'13.2"
	VIII	55°47'06.6"		III	31°01'43.9"
	VII	86°58'15.8"		VII	91°30'58.2"
3	III	57°14'29.7"	4	IV	30°05'50.9"
	IV	109°17'21.4"		VI	56°02'19.4"
	VII	13°27'47.3"		VII	93°51'41.3"
5	VI	91°49'53.8"	6	V	84°0'54.2"
	V	45°03'10.3"		I	64°54'50.2"
	VII	43°06'42.0"		VII	31°04'35.4"

Нижче наведені результати розрахунку на ЕОМ координат пунктів суцільної і несуцільної мережі спостережень.

Результати розрахунку координат пунктів суцільної мережі спостережень

№ пункту	Абсциса	Ордината
I	1000.000	1000.000
VIII	913.375	976.789
III	898.270	872.462
IV	920.056	869.973
VI	998.954	823.390
V	1017.594	965.708
VII	954.533	941.282



Результати розрахунку координат пунктів несуцільної мережі спостережень

№ пункту	Абсциса	Ордината
I	1000.000	1000.000
VIII	913.375	976.789
III	898.269	872.463
IV	920.057	869.981
VI	998.955	923.388
V	1017.597	965.707
VII	954.534	941.280

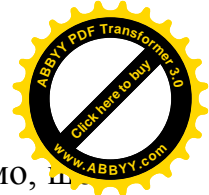
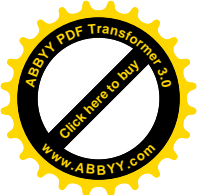
В подальшому необхідно порівняти отримані результати і зробити висновки про степінь розходження координат і можливості створення опорних геодезичних мереж несуцільних спостережень адекватних за точністю триангуляції 1 і 2 розрядів, мікротриангуляції і можливості побудови спеціальних мереж.

Результати розрахунку зведені в порівняльну таблицю.

Порівняльна таблиця координат пунктів суцільної і несуцільної мережі спостережень у вигляді центральної системи

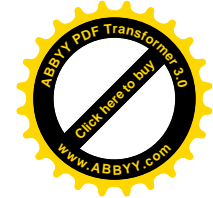
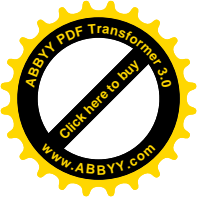
Таблиця 5.9

№ пункту	Суцільні спостереження	Несуцільні спостереження	f_x	Суцільні спостереження	Несуцільні спостереження	f_y
	X	X		Y	Y	
I	1000.00	1000.00	0	1000.00	1000.00	0
VIII	913.375	913.375	0	976.789	976.789	0
III	898.270	898.269	-0.001	872.462	872.463	+0.001
IV	920.056	920.057	+0.001	869.973	869.981	+0.008
VI	998.954	998.955	+0.001	923.390	923.388	-0.002
V	1017.594	1017.597	+0.003	965.708	965.707	-0.001
VII	954.553	954.534	+0.001	941.282	941.280	-0.002



На основі результатів розрахунків, наведений в табл. 5.9 помічаємо, що граничне розходження координат складає 8 мм., а середня квадратична помилка складає 4 мм., що цілком відповідає точності визначення координат пунктів рядів геодезичних чотирикутників.

Таким чином, на основі проведених дослідів дійдемо висновку, що створення опорних геодезичних мереж несучільних спостережень забезпечує не тільки точність визначення координат пунктів згущення опорної мережі для цілей великомасштабних знімань, але і для створення спеціальних опорних мереж, які вимагають на порядок вищу точність.



Висновки по главі

1. Встановлено максимальне розходження абсцис незрівноваженого ряду суцільних і несучільних спостережень, прокладеного на Уклінському перевалі, в 2 см., а ординат – в 4.5 см.
2. Отримано найбільше розходження для даного ряду зрівноважених координат $f_X = -9.5$ мм, $f_Y = 10.5$ мм, що відповідає граничній точності визначення координат пунктів, яка дорівнює 1 см.
3. Для ряду, прокладеного на 259 км нафтопроводу „Дружба” максимальне розходження координат суцільної і несучільної мережі спостережень склало $f_X = 11.4$ мм, $f_Y = 8.2$ мм. При цьому розрахункова середньоквадратична помилка априори склала $m_X = 6.11$ мм, $m_Y = 2.96$ мм для мережі несучільних спостережень і $m_X = 5.41$ мм, $m_Y = 2.74$ мм для аналогічного ряду несучільних спостережень.

При цьому орієнтування не співпала з координатними осями.

4. максимальне розходження координат пунктів несучільної мережі із двох серій не перевищує 8.8 мм.
5. Для спеціальної мережі в виді центральної системи найбільше розходження координат суцільної і несучільної мережі спостережень складає 8 мм.
6. Розвиток спеціальних мереж несучільних спостережень забезпечує точність визначення координат пунктів в 1 см.