

Министерство образования и науки Украины  
ЧЕРНИГОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ИНСТИТУТ  
ЭКОНОМИКИ И УПРАВЛЕНИЯ

На правах рукописи  
УДК 528.31/35

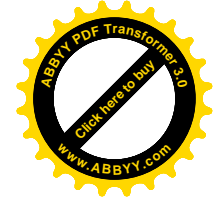
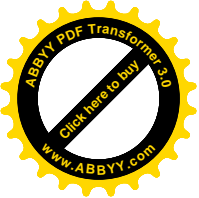
**ЛИТНАРОВИЧ РУСЛАН НИКОЛАЕВИЧ**

**ГЕОДЕЗИЧЕСКИЕ СЕТИ НЕСПЛОШНЫХ  
НАБЛЮДЕНИЙ**

Специальность 05.24.01. – Геодезия

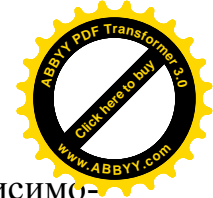
НА СОИСКАНИЕ УЧЕНОЙ СТЕПЕНИ  
ДОКТОРА ТЕХНИЧЕСКИХ НАУК

Чернигов 2003

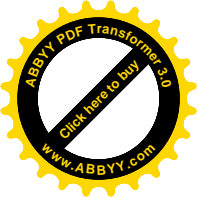


## СОДЕРЖАНИЕ

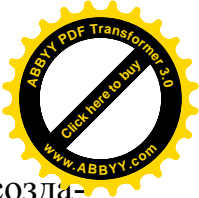
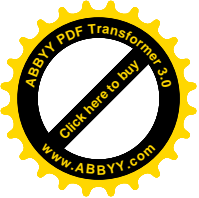
ВСТУПЛЕНИЕ.....	6
Классификация технологий создания опорных сетей.....	9
<b>РАЗДЕЛ I. Теоретические основы определения соотношения элементов типовой фигуры МПЗЗ</b>	
ВВЕДЕНИЕ.....	13
1.1. Теория передачи дирекционных углов в рядах МПЗЗ.....	14
1.2. Вывод дифференциальной формулы дирекционного угла связующей стороны ряда МПЗЗ.....	19
1.3. Средняя квадратическая погрешность передачи дирекционных углов неуравновешенного ряда.....	23
1.4. Теория передачи сторон в рядах МПЗЗ.....	28
1.5. Разработка условного уравнения стороны .....	31
1.6. Разработка условного уравнения дирекционных углов в ряде ПЗЗ..	39
1.7. Разработка координатных условных уравнений.....	43
1.8. Разработка методики проектирования и уравнивания геодезических сетей несплошных наблюдений.....	54
ВЫВОДЫ.....	60
<b>РАЗДЕЛ II. Построение и исследование экспериментальной сети. Полевой контроль.</b>	
2.1. Построение модели исследования.....	62
2.2. Полевой контроль при создании плановой геодезической основы методом ПЗЗ.....	66
2.3. Уравнивание ряда ПЗЗ упрощенным способом.....	74
2.4. Уравнивание ряда по измеренным углам и вспомогательным углам.....	82
2.5. Уравнивание ряда по измеренным углам .....	91
2.6. Уравнивание ряда ПЗЗ по направлениям.....	95



2.7. Исследование точности определения координат пунктов в зависимости от точности измерения углов.....	102
2.8. Оценка точности элементов ряда ПЗЗ.....	115
2.9. Предварительный расчет точности элементов в ПЗЗ.....	122
2.10. Исследование влияния избыточных наблюдений в несвободных рядах, которые развиваются методом парных звеньев засечек.....	127
2.11. Исследования несвободного ряда квадратов МПЗЗ.....	136
2.12. Разработка формул предварительного расчета точности в несвободных рядах МПЗЗ. Контроль исследований.....	148
2.13. Исследования несвободного ряда ромбов МПЗЗ.....	163
2.14. Исследования влияния дополнительно измеренных азимутов и сторон в ряде МПЗЗ.....	167
2.15. Разработка методики развития свободных рядов МПЗЗ.....	177
2.16. Сравнительный анализ экономической эффективности сетей сплошных и несплошных наблюдений.....	182
<b>ВЫВОДЫ.....</b>	<b>188</b>
<b>РАЗДЕЛ III. Разработка технологии создания плановой геодезической сети методом несплошных наблюдений триангуляции</b>	
<b>ВВЕДЕНИЕ.....</b>	<b>191</b>
3. Принципиальные схемы построения опорных сетей несплошных наблюдений триангуляции.....	192
3.1. Постановка проблемы исследования.....	201
3.2. Полевой контроль при сгущении сетей.....	203
3.3. Расчет коэффициентов условных уравнений.....	207
3.4. Переход к нормальным уравнениям и их решению.....	222
3.5. Расчет уравновешенных сторон и координат. Оценка точности.....	232
3.6. Предварительный расчет точности.....	236
3.7. Методика исследования и результаты.....	241
3.8. Оценка точности элементов несвободного ряда несплошных наблюдений триангуляции. Сравнительный анализ.....	254



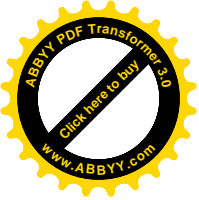
3.9. Рекуррентное уравнивание, рациональный принцип создания геодезических сетей.....	265
<b>ВЫВОДЫ.....</b>	<b>279</b>
<b>РАЗДЕЛ IV. Разработка технологии создания плановой геодезической сети линейно-угловым методом несплошных наблюдений</b>	
<b>ВВЕДЕНИЕ.....</b>	<b>281</b>
4.1. Принципиальные схемы построения линейно-угловых сетей несплошных наблюдений.....	282
4.2. Разработка рациональных формул решения линейной засечки для реализации программ на ЭВМ.....	293
4.2.1. Постановка проблемы исследования. Построение модели.....	297
4.3. Разработка условного уравнения треугольника.....	299
4.4. Вывод условного уравнения геодезического четырехугольника....	305
4.5. Вывод условного уравнения дирекционных углов.....	308
4.6. Разработка координатных условных уравнений.....	317
4.7. Расчет истинных значений координат.....	323
4.8. Расчет свободных членов и коэффициентов условных уравнений.....	324
4.9. Расчет коэффициентов нормальных уравнений.....	328
4.10. Контроль уравнивания.....	330
4.11. Результаты исследований.....	333
<b>ВЫВОДЫ.....</b>	<b>341</b>
<b>РАЗДЕЛ V. Разработка прецизионной сети города Ровно</b>	
5.1. Проект и исследования триангуляции.....	342
5.2. Метод несплошных наблюдений триангуляции.....	370
Общие выводы и рекомендации.....	384
<b>СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ.....</b>	<b>388</b>
<b>ПРИЛОЖЕНИЯ.....</b>	<b>400</b>
5.3. Трилатерация города Ровно.....	400
5.4. Линейно-угловая сеть несплошных наблюдений.....	416



5.5. Исследование прецизионной плановой основы города Ровно, создаваемой методом парных звеньев засечек.....439

5.6. Сравнительный анализ точности неуравновешенного ряда сплошных и несплошных наблюдений.....464

5.7. Сравнительный анализ точности определения координат пунктов сплошной и несплошной сети наблюдений в виде центральной системы.....481



## ВСТУПЛЕНИЕ

АКТУАЛЬНОСТЬ ТЕМЫ. На современном этапе в области топографо-геодезического производства можно выделить две основные тенденции. Первая состоит в широком применении метода определения координат пунктов по системе GPS. Вторая тенденция состоит в необходимости достижения учетной единицы площади на территории областных городов в 1 кв. м.

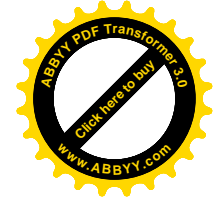
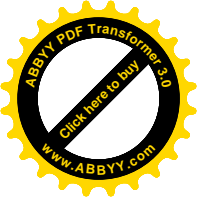
К сожалению, существующие государственные геодезические сети не могут решить данную проблему. Ведь точность координат пунктов государственной геодезической сети составляет 5 см, они могут обеспечить топографические съемки масштаба 1:500. Но погрешность 5 см на 1 га площади даст погрешность в 10 кв. м.

Поэтому, решению данной проблемы посвящается данная диссертационная работа.

Таким образом, актуальность темы определяется необходимостью разработки эффективной технологии создания плановой геодезической основы, которая бы обеспечила учетную единицу площади на территории областных центров с одной стороны, и учитывала прогресс в области, возможность объединения космических методов (GPS) с наземными (триангуляция, трилатерация, полигонометрия, линейно-угловые методы и т.п.).

ЦЕЛЬ РАБОТЫ - Разработка технологий создания плановой геодезической основы при минимальном объеме полевых работ:

- Принцип построения опорных плановых сетей сгущения несплошных наблюдений триангуляции;
- Принцип построения опорных плановых сетей сгущения линейно-угловым методом несплошных наблюдений;
- Распространение, разработанного ранее автором метода парных звеньев засечек на высокоточные сети;
- Методы полевых контролей;



- Оценка точности элементов сети;
- Методика строгого уравнивания данных сетей.

НАУЧНАЯ НОВИЗНА РАБОТЫ. Предложена идея создания плановой геодезической основы развитием сетей несплошных наблюдений. К данному времени не было теоретических исследований и данные сети не использовались в топографо-геодезическом производстве. Автором впервые проведен комплекс теоретических научных исследований, опубликовано по данной теме две монографии, четырнадцать учебных пособий, больше двадцати статей.

Впервые решена задача камеральной обработки сетей несплошных наблюдений.

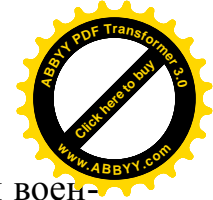
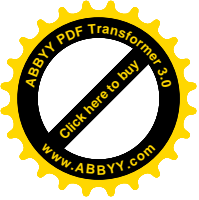
По составленной автором программе выполнены экспериментальные исследования на ряде эталонных и производственных сетей.

ПРАКТИЧЕСКАЯ ЦЕННОСТЬ РАБОТЫ. Внедрение геодезических сетей несплошных наблюдений в топографо-геодезическое производство даст возможность уменьшить число пунктов, из которых ведут наблюдение направлений до двух раз по сравнению с триангуляцией. Кроме того, взяв за опорные пункты конструктивные элементы сооружений, уменьшится число построенных знаков и центров, которые в значительной мере снизят прямые затраты на один пункт (от 20 до 40%).

Включение конструктивных элементов сооружений в качестве опорных пунктов решит проблему сохранения пунктов и повысит надежность функционирования опоры в целом.

Высокая эффективность и гибкость метода обуславливает практическую ценность работы.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РЕАЛИЗАЦИЯ РАБОТЫ. Разработки и исследования, проведенные в диссертации, практически введены в производство для определения деформаций и сдвигов нефтепровода "Дружба" на аварийных участках при переходе нитей нефтепровода через горные перевалы Карпат.



Данные методы приняты в производство топографо-геодезической военной частью как “оперативные методы определения координат”.

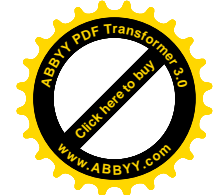
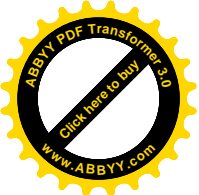
По данному методу выполнены три дипломных проекта, метод введен в курс "Основы высшей геодезии", курс "Инженерная геодезия" и курс "Методы научных исследований" для студентов-землеустроителей, строителей, гидромелиораторов, гидротехников.

АПРОБАЦИЯ РАБОТЫ. Отдельные разделы диссертации были изложены и получили одобрения на Международной научно-методической конференции "Проблемы многоуровневого высшего технического образования" в Киеве, 1993 г., на Международной научно-практической конференции "Актуальные проблемы развития городов и городского самоуправления", Ровно, 1993 г., на Всесоюзной научно-практической конференции “Повышение эффективности определения осадок инженерных сооружений и геодинамических исследований”, Воронеж, 1988 г. Всего сделано докладов больше чем на 30-ти научно-практических конференциях республиканских, всесоюзных, международных. В каждом году докладываются результаты исследований на университетских конференциях.

ПУБЛИКАЦИИ. Основные положения диссертации опубликованны в двух монографиях, 14 научных пособиях, больше чем 25 статьях и тезисах.

ОБЪЕМ РАБОТЫ. Диссертация состоит из вступления, 5 разделов, общих выводов и рекомендаций, списка литературы и приложений. Общий объем работы составляет 485 страниц машинописного текста, 56 рисунков и 192 таблицы. Список литературы включает 120 названий.





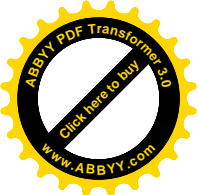
## Классификация технологий создания опорных сетей

Опорными геодезическими сетями несплошных наблюдений называются сети, в ряде которых не выполняется установка прибора и наблюдение, а координаты данных пунктов определяются и принимают участие в передаче координат по всей сети в результате общей обработки.

При этом следует заметить, что сети, которые развиваются методом геодезических засечек профессора А.И. Дурнева (28) не являются сетями несплошных наблюдений, хотя в ряде пунктов (вспомогательных) не выполняется установка теодолита, но их координаты не принимают участие в передаче координат на другие пункты. Так, например, координаты вспомогательных пунктов строительной сетки, создаваемой методом профессора А.И. Дурнева, определяют, как правило, из двух основных ходов. За окончательные координаты пунктов принимаются средне арифметические значения.

Характерной особенностью сети несплошных наблюдений есть строгое уравнивание координат всех пунктов, которые подлежат общему уравниванию. При этом отсутствует деление на основные и вспомогательные пункты.

Предложенная в данной диссертационной работе технология создания опорных геодезических сетей несплошных наблюдений ничего общего не имеет с засечками. Сети несплошных наблюдений можно назвать засечками в той или другой степени, как и полигонометрию. Ведь в полигонометрии координаты следующего пункта определяются по координатам предшествующего пункта и вымеренных расстояниях и углах, то есть методом полярной засечки. Но так как в полигонометрии определяют координаты пунктов по результатам уравнивания всего хода, так и в сети несплошных наблюдений определяют координаты пунктов по результатам уравнивания всей сети в целом.



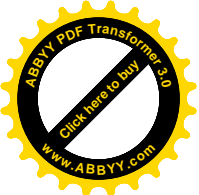
Поскольку и в сети профессора А.И. Дурнева координаты также определяются по результатам уравнивания всей сети и, возможно, метод тоже нельзя было бы назвать засечками, если бы передача сторон для определения координат не происходила путем засечек каких-то изъятых вспомогательных пунктов, которые и не включались в данную сеть. И именно через передачу сторон для расчета координат с помощью засечек вспомогательных пунктов и был назван методом геодезических засечек профессора А.И. Дурнева.

В сетях несплошных наблюдений пункты не засекаются. В ряде пунктов просто не проводятся наблюдения с целью повышения производительности труда и сокращения объемов полевых работ. Так как в целом, как правило, все пункты в сетях несплошных наблюдений доступные (например, в линейно-угловых сетях во всех пунктах, в которых не измеряют углов, устанавливают отражатели), тем не менее засечками метод несплошных наблюдений назвать нельзя. Это самостоятельный метод, самостоятельное направление. А если в угловых сетях несплошных наблюдений и могут определяться координаты доступных пунктов через недоступные и недоступные пункты через доступные, например, в разработанном автором методе парных засечек, то это лишь частный случай, который содержит в себе общий принцип несплошных наблюдений.

Итак, рассмотрим классификацию опорных геодезических сетей по технологии их создания.

До сих пор существовал единый принцип создания опорных геодезических сетей - принцип сплошных наблюдений. Соответственно этому принципу, в каждом из пунктов опорной геодезической сети, координаты которого определяют, устанавливался геодезический прибор, и выполнялись наблюдения.

В работах автора (49, ...,90) впервые был предложен и разработан новый принцип опорных геодезических сетей - принцип несплошных наблюдений (см. классификационную схему). Это сети триангуляции, трилатерации, полигонометрии, линейно-угловые построения, метод четырехугольников без



диагоналей. Полигонометрия, которая создается методом геодезических засечек А.И. Дурнева относится к принципу сплошных наблюдений, так как в каждом пункте хода устанавливается теодолит и выполняются измерения углов, хотя передача сторон и выполняется косвенным способом - с помощью засечек на вспомогательные пункты. Параллактическая и короткобазисная параллактическая полигонометрия относятся, также, к методу сплошных наблюдений.

Как видно из классификационной схемы, полигонометрия отвечает только принципу сплошных наблюдений. Несплошными наблюдениями полигонометрию не развивают.

Триангуляцией, трилатерацией и линейно - угловым методом могут создаваться сети как сплошных, так и несплошных наблюдений.

Сети сплошных наблюдений могут создаваться полюсным методом (60) и методом четырехугольников без диагоналей профессора И.В. Зубрицкого.

При развитии сетей четырехугольниками без диагоналей с измерением всех сторон и двух углов каждого четырехугольника получим линейно-угловой метод несплошных наблюдений.

Данная классификационная схема приведена впервые. Она указывает место каждого метода создания опорных геодезических сетей во всем арсенале методов их создания.

Каждый из методов сплошных наблюдений защищенный диссертационной работой. По глубокому убеждению автора, каждый из методов создания опорных геодезических сетей есть самостоятельным направлением в геодезии и требует самого серьезного теоретического обоснования на уровне докторской диссертации.

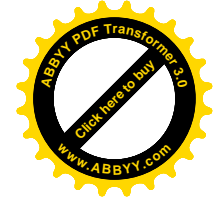
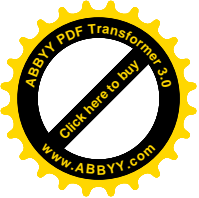
В данной работе представляется общее направление развития опорных геодезических сетей.

Таким образом, если классифицировать технологии создания опорных геодезических сетей, то получим следующий рисунок 1.

Примечание: Определение координат отдельных пунктов не является методом создания опорных геодезических сетей и здесь не приводится.



Рис. 1.1. Классификация технологии создания опорных сетей



## РАЗДЕЛ I

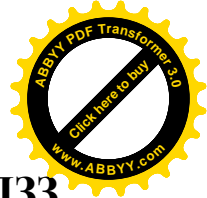
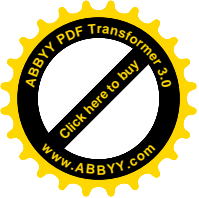
# Теоретические основы определения соотношения элементов типовой фигуры МПЗЗ

### ВВЕДЕНИЕ

Традиционные методы создания плановой геодезической сети - триангуляция, трилатерация, полигонометрия актуальные в тех случаях, если они могут конкурировать с методом космической геодезии GPS. На территории городов, когда не всегда можно обеспечить конус видимости в связи с высотной застройкой, в тех случаях, когда наземные методы дают адекватную точность, в маркшейдерии, туннелестроении, строительстве мостов и т.д., наземные методы будут использоваться и их необходимо развивать и исследовать.

Целью данной работы есть разработка рационального наземного метода создания плановой геодезической основы - МЕТОДА ПАРНЫХ ЗВЕНЬЕВ ЗАСЕЧЕК (МПЗЗ) применение которого дает возможность использования конструктивных элементов капитальных сооружений на территории данного города (шпиль соборов, антенны, громоотводы и т.д.). При этом, наблюдение на ряд пунктов не требует двусторонней видимости и на ряде пунктов не нужно устанавливать теодолит.

Предполагается возможность сгущения сети GPS методом парных звеньев засечек (МПЗЗ). В данном случае возникают координатные условные уравнения, которые будут надежным контролем полевых работ. Суть проблемы - в разработке и реализации координатных условных уравнений, которые представляют собой чрезвычайно нелегкую проблему, такую что не существует аналогий в ее решении и она не описанная в геодезической литературе, вследствие большого числа неизмеренных углов в сети.



### 1.1. Теория передачи дирекционных углов в рядах МПЗЗ

Координаты пунктов А и В определены приемниками GPS по сигналам трех и больше спутников. В пунктах 1 и 2 измерены углы  $\beta_{11}, \beta_{21}, \beta_{22}, \beta_{12},$  и  $\beta_{41}, \beta_{31}, \beta_{32}, \beta_{42}$ .

Необходимо по исходному дирекционному углу  $\alpha_{AB}$  определить дирекционные углы всех сторон двух геодезических четырехугольников, если измерены горизонтальные углы  $\beta$ .

Примем новую систему координат, сориентировав ось абсцисс по стороне 12 и поместив начало координат в точку 1 (рис. 1).

Рассчитаем координаты пунктов А и В по формулам Юнга решения прямых угловых засечек, будто были известны координаты пунктов 1 и 2.

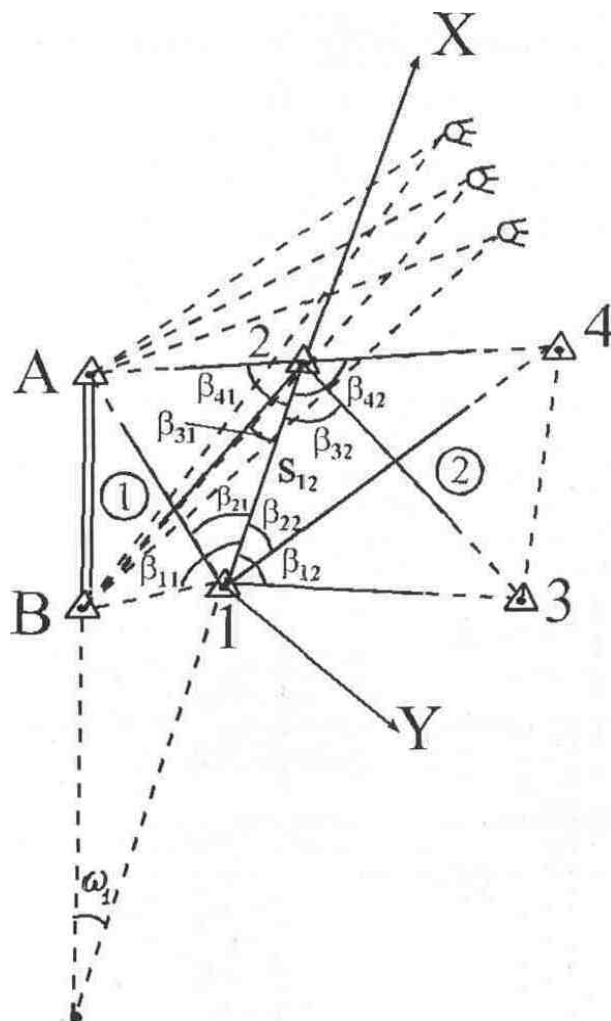


Рис. 1.2. Типовые фигуры метода парных звеньев засечек

$$X_A = \frac{x_2 \operatorname{ctg} \beta_{21} + x_1 \operatorname{ctg} \beta_{41} + y_2 - y_1}{\operatorname{ctg} \beta_{41} + \operatorname{ctg} \beta_{21}}, \quad (1.1.1)$$

$$Y_A = \frac{y_1 \operatorname{ctg} \beta_{41} + y_2 \operatorname{ctg} \beta_{21} - x_2 + x_1}{\operatorname{ctg} \beta_{41} + \operatorname{ctg} \beta_{21}}, \quad (1.1.2)$$

$$X_B = \frac{x_2 \operatorname{ctg} \beta_{11} + x_1 \operatorname{ctg} \beta_{31} + y_2 - y_1}{\operatorname{ctg} \beta_{31} + \operatorname{ctg} \beta_{11}}, \quad (1.1.3)$$

$$Y_B = \frac{y_1 \operatorname{ctg} \beta_{31} + y_2 \operatorname{ctg} \beta_{11} - x_2 + x_1}{\operatorname{ctg} \beta_{31} + \operatorname{ctg} \beta_{11}}, \quad (1.1.4)$$

Получим координаты пунктов 4 и 3:

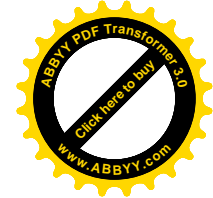
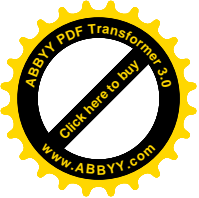
$$X_4 = \frac{x_1 \operatorname{ctg} \beta_{42} + x_2 \operatorname{ctg} \beta_{22} + y_1 - y_2}{\operatorname{ctg} \beta_{42} + \operatorname{ctg} \beta_{22}}, \quad (1.1.5)$$

$$Y_4 = \frac{y_2 \operatorname{ctg} \beta_{22} + y_1 \operatorname{ctg} \beta_{42} + x_2 - x_1}{\operatorname{ctg} \beta_{42} + \operatorname{ctg} \beta_{22}}, \quad (1.1.6)$$

$$X_3 = \frac{x_1 \operatorname{ctg} \beta_{32} + x_2 \operatorname{ctg} \beta_{12} + y_1 - y_2}{\operatorname{ctg} \beta_{32} + \operatorname{ctg} \beta_{12}}, \quad (1.1.7)$$

$$Y_3 = \frac{y_2 \operatorname{ctg} \beta_{12} + y_1 \operatorname{ctg} \beta_{32} + x_2 - x_1}{\operatorname{ctg} \beta_{32} + \operatorname{ctg} \beta_{12}}, \quad (1.1.8)$$

В принятой нами системе координат  $x_1=0$ ;  $y_1=0$   $x_2=S_{12}$ ;  $y_2=0$ , и формулы



(1.1.1-1.1.8) будут иметь вид:

$$X_A = \frac{S_{12} \operatorname{ctg} \beta_{21}}{\operatorname{ctg} \beta_{41} + \operatorname{ctg} \beta_{21}}, \quad (1.1.9)$$

$$Y_A = \frac{S_{12}}{\operatorname{ctg} \beta_{41} + \operatorname{ctg} \beta_{21}}, \quad (1.1.10)$$

$$X_B = \frac{S_{12} \operatorname{ctg} \beta_{11}}{\operatorname{ctg} \beta_{31} + \operatorname{ctg} \beta_{11}}, \quad (1.1.11)$$

$$Y_B = \frac{S_{12}}{\operatorname{ctg} \beta_{31} + \operatorname{ctg} \beta_{11}}, \quad (1.1.12)$$

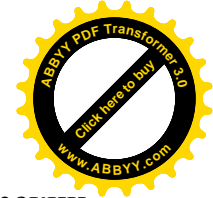
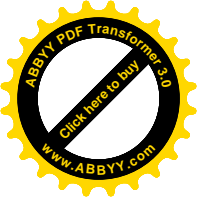
$$X_4 = \frac{S_{12} \operatorname{ctg} \beta_{22}}{\operatorname{ctg} \beta_{42} + \operatorname{ctg} \beta_{22}}, \quad (1.1.13)$$

$$Y_4 = \frac{S_{12}}{\operatorname{ctg} \beta_{42} + \operatorname{ctg} \beta_{22}}, \quad (1.1.14)$$

$$X_3 = \frac{S_{12} \operatorname{ctg} \beta_{12}}{\operatorname{ctg} \beta_{32} + \operatorname{ctg} \beta_{12}}, \quad (1.1.15)$$

$$Y_4 = \frac{S_{12}}{\operatorname{ctg} \beta_{32} + \operatorname{ctg} \beta_{12}}. \quad (1.1.16)$$





Обозначив дирекционный угол стороны  $S_{AB}$  через  $\omega_1^{(\text{омега})}$ , а дирекционный угол стороны  $S_{34}$  через  $\omega_2$ , в принятой системе координат получим:

$$tg \omega_1 = \frac{y_A - y_B}{x_A - x_B} \quad (1.1.17)$$

$$tg \omega_2 = \frac{y_4 - y_3}{x_4 - x_3} \quad (1.1.18)$$

Подставляя в выражение (1.1.17) их значения из (1.1.9-1.1.12), получим:

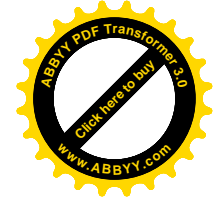
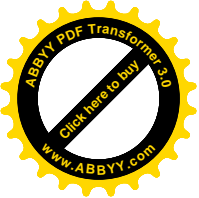
$$tg \omega_1 = \frac{\frac{S_{12}}{ctg \beta_{41} + ctg \beta_{21}} - \frac{S_{12}}{ctg \beta_{31} + ctg \beta_{11}}}{\frac{S_{12} ctg \beta_{21}}{ctg \beta_{41} + ctg \beta_{21}} - \frac{S_{12} ctg \beta_{21}}{ctg \beta_{31} + ctg \beta_{11}}},$$

ИЛИ

$$tg \omega_1 = \frac{\frac{S_{12}(ctg \beta_{31} + ctg \beta_{11}) - S_{12}(ctg \beta_{41} + ctg \beta_{21})}{(ctg \beta_{41} + ctg \beta_{21}) \cdot (ctg \beta_{31} + ctg \beta_{11})}}{\frac{S_{12}[ctg \beta_{21} ctg \beta_{31} + ctg \beta_{21} ctg \beta_{11}] - S_{12}[ctg \beta_{11} ctg \beta_{41} + ctg \beta_{11} ctg \beta_{21}]}{(ctg \beta_{41} + ctg \beta_{21})(ctg \beta_{31} + ctg \beta_{11})}},$$

И

$$tg \omega_1 = \frac{(ctg \beta_{31} + ctg \beta_{11}) - (ctg \beta_{41} + ctg \beta_{21})}{ctg \beta_{21} ctg \beta_{31} - ctg \beta_{11} ctg \beta_{41}}. \quad (1.1.19)$$



По аналогии запишем:

$$\operatorname{tg} \omega_2 = \frac{(\operatorname{ctg} \beta_{12} + \operatorname{ctg} \beta_{32}) - (\operatorname{ctg} \beta_{22} + \operatorname{ctg} \beta_{42})}{\operatorname{ctg} \beta_{22} \operatorname{ctg} \beta_{32} - \operatorname{ctg} \beta_{12} \operatorname{ctg} \beta_{42}}. \quad (1.1.20)$$

И в общем виде для  $i$ -го четырехугольника, получим:

$$\operatorname{tg} \omega_1 = \frac{(\operatorname{ctg} \beta_{1i} + \operatorname{ctg} \beta_{3i}) - (\operatorname{ctg} \beta_{2i} + \operatorname{ctg} \beta_{4i})}{\operatorname{ctg} \beta_{2i} \operatorname{ctg} \beta_{3i} - \operatorname{ctg} \beta_{1i} \operatorname{ctg} \beta_{4i}}. \quad (1.1.21)$$

Формула (1.1.21) и будет рабочей формулой определения дирекционных углов связующих сторон в ряде, который развивается МПЗЗ.

Переходя к старой системе координат, получим:

$$\alpha_{12} = \alpha_{BA} + \omega_1, \quad (1.1.22)$$

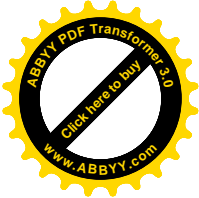
$$\alpha_{34} = \alpha_{BA} + \omega_2, \quad (1.1.23)$$

или 
$$\alpha_{34} = \alpha_{BA} + \omega_1 + \omega_2, \quad (1.1.24)$$

где  $\alpha_{BA}$ ,  $\alpha_{12}$ ,  $\alpha_{34}$  — дирекционные углы соответствующих сторон.

Заметим, что формула (1.1.21) строгая и справедливая независимо от выбора координат, то есть в любом случае по данной формуле определяют дирекционные углы связующих сторон ряда МПЗЗ.

Дирекционные углы всех других направлений определить теперь не представляет труда. С другой стороны, справедливо соотношение:



$$\operatorname{tg} \omega_i = \frac{(\operatorname{ctg} \gamma_{1i} + \operatorname{ctg} \gamma_{3i}) - (\operatorname{ctg} \gamma_{2i} + \operatorname{ctg} \gamma_{4i})}{\operatorname{ctg} \gamma_{2i} \operatorname{ctg} \gamma_{3i} - \operatorname{ctg} \gamma_{1i} \operatorname{ctg} \gamma_{4i}}, \quad (1.1.25)$$

где  $\gamma_i$  - неизмеренные углы гамма в  $i$ -м геодезическом четырехугольнике метода парных звеньев засечек.

Поэтому, угол омега  $\omega_i$  может однозначно определяться по углам  $\gamma$  и по углам  $\beta$  в геодезическом четырехугольнике произвольной формы.

## 1.2. Вывод дифференциальной формулы дирекционного угла связующей стороны ряда МПЗЗ

Представим формулу (1.1.21) в виде:

$$\omega_i = \operatorname{arctg} \frac{(\operatorname{ctg} \beta_{1i} + \operatorname{ctg} \beta_{3i}) - (\operatorname{ctg} \beta_{2i} + \operatorname{ctg} \beta_{4i})}{\operatorname{ctg} \beta_{2i} \operatorname{ctg} \beta_{3i} - \operatorname{ctg} \beta_{1i} \operatorname{ctg} \beta_{4i}}. \quad (1.2.1)$$

Дифференцируя формулу (1.2.1) по переменной  $\beta_1$ , получим:

$$\frac{\partial \omega_i}{\partial \beta_{1i}} = \frac{\frac{1}{\sin^2 \beta_{1i}} (\operatorname{ctg} \beta_{2i} \operatorname{ctg} \beta_{3i} - \operatorname{ctg} \beta_{1i} \operatorname{ctg} \beta_{4i}) + [(\operatorname{ctg} \beta_{1i} + \operatorname{ctg} \beta_{3i}) - (\operatorname{ctg} \beta_{2i} + \operatorname{ctg} \beta_{4i})] \frac{\operatorname{ctg} \beta_{3i}}{\sin^2 \beta_{1i}}}{\frac{(\operatorname{ctg} \beta_{2i} \operatorname{ctg} \beta_{3i} - \operatorname{ctg} \beta_{1i} \operatorname{ctg} \beta_{4i})^2}{1 + \left[ \frac{(\operatorname{ctg} \beta_{1i} + \operatorname{ctg} \beta_{3i}) - (\operatorname{ctg} \beta_{2i} + \operatorname{ctg} \beta_{4i})}{\operatorname{ctg} \beta_{2i} \operatorname{ctg} \beta_{3i} - \operatorname{ctg} \beta_{1i} \operatorname{ctg} \beta_{4i}} \right]^2}}$$

Дифференцируя формулу (1.2.1) по переменной  $\beta_2$ , запишем:

$$\frac{\partial \omega_i}{\partial \beta_{2i}} = \frac{-\frac{1}{\sin^2 \beta_{2i}} (ctg \beta_{2i} ctg \beta_{3i} - ctg \beta_{1i} ctg \beta_{4i}) + [(ctg \beta_{1i} + ctg \beta_{3i}) - (ctg \beta_{2i} + ctg \beta_{4i})] \frac{ctg \beta_{2i}}{\sin^2 \beta_{3i}}}{(ctg \beta_{2i} ctg \beta_{3i} - ctg \beta_{1i} ctg \beta_{4i})^2} \cdot \frac{1}{1 + \left[ \frac{(ctg \beta_{1i} + ctg \beta_{3i}) - (ctg \beta_{2i} + ctg \beta_{4i})}{ctg \beta_{2i} ctg \beta_{3i} - ctg \beta_{1i} ctg \beta_{4i}} \right]^2}$$

Дифференцируя формулу (1.2.1) по переменной  $\beta_3$ , запишем:

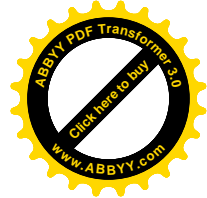
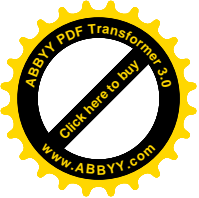
$$\frac{\partial \omega_i}{\partial \beta_{3i}} = \frac{-\frac{1}{\sin^2 \beta_{3i}} (ctg \beta_{2i} ctg \beta_{3i} - ctg \beta_{1i} ctg \beta_{4i}) + [(ctg \beta_{1i} + ctg \beta_{3i}) - (ctg \beta_{2i} + ctg \beta_{4i})] \frac{ctg \beta_{2i}}{\sin^2 \beta_{3i}}}{(ctg \beta_{2i} ctg \beta_{3i} - ctg \beta_{1i} ctg \beta_{4i})^2} \cdot \frac{1}{1 + \left[ \frac{(ctg \beta_{1i} + ctg \beta_{3i}) - (ctg \beta_{2i} + ctg \beta_{4i})}{ctg \beta_{2i} ctg \beta_{3i} - ctg \beta_{1i} ctg \beta_{4i}} \right]^2}$$

Дифференцируя формулу (1.2.1) по переменной  $\beta_4$ , получим

$$\frac{\partial \omega_i}{\partial \omega_{4i}} = \frac{-\frac{1}{\sin^2 \beta_{4i}} (ctg \beta_{2i} ctg \beta_{3i} - ctg \beta_{1i} ctg \beta_{4i}) - [(ctg \beta_{1i} + ctg \beta_{3i}) - (ctg \beta_{2i} + ctg \beta_{4i})] \frac{ctg \beta_{1i}}{\sin^2 \beta_{4i}}}{(ctg \beta_{2i} ctg \beta_{3i} - ctg \beta_{1i} ctg \beta_{4i})^2} \cdot \frac{1}{1 + \left[ \frac{(ctg \beta_{1i} + ctg \beta_{3i}) - (ctg \beta_{2i} + ctg \beta_{4i})}{ctg \beta_{2i} ctg \beta_{3i} - ctg \beta_{1i} ctg \beta_{4i}} \right]^2}$$

С учетом формулы (1.1.21) частные производные представим в виде

$$\frac{\partial \omega_i}{\partial \omega_{1i}} = \frac{1}{1 + tg^2 \omega_i} \left[ \frac{-\frac{1}{\sin^2 \beta_{1i}}}{A} - \frac{B ctg \beta_{4i} \frac{1}{\sin^2 \beta_{1i}}}{A^2} \right],$$



$$\frac{\partial \omega_i}{\partial \omega_{2i}} = \frac{1}{1 + \operatorname{tg}^2 \omega_i} \left[ \frac{1}{\sin^2 \beta_{2i}} \frac{1}{A} + \frac{B \operatorname{ctg} \beta_{3i}}{A^2} \frac{1}{\sin^2 \beta_{2i}} \right],$$

$$\frac{\partial \omega_i}{\partial \omega_{3i}} = \frac{1}{1 + \operatorname{tg}^2 \omega_i} \left[ -\frac{1}{\sin^2 \beta_{3i}} \frac{1}{A} + \frac{B \operatorname{ctg} \beta_{2i}}{A^2} \frac{1}{\sin^2 \beta_{3i}} \right],$$

$$\frac{\partial \omega_i}{\partial \omega_{4i}} = \frac{1}{1 + \operatorname{tg}^2 \omega_i} \left[ \frac{1}{\sin^2 \beta_{4i}} \frac{1}{A} - \frac{B \operatorname{ctg} \beta_{1i}}{A^2} \frac{1}{\sin^2 \beta_{4i}} \right],$$

$$A = \operatorname{ctg} \beta_{2i} \operatorname{ctg} \beta_{3i} - \operatorname{ctg} \beta_{1i} \operatorname{ctg} \beta_{4i}, \quad \left. \vphantom{A} \right\} (1.2.2)$$

где

$$B = (\operatorname{ctg} \beta_{1i} + \operatorname{ctg} \beta_{3i}) - (\operatorname{ctg} \beta_{2i} + \operatorname{ctg} \beta_{4i}) \quad \left. \vphantom{B} \right\}$$

Запишем выражение полного дифференциала

$$d\omega_i = \frac{\partial \omega_i}{\partial \beta_{1i}} d\beta_{1i} + \frac{\partial \omega_i}{\partial \beta_{2i}} d\beta_{2i} + \frac{\partial \omega_i}{\partial \beta_{3i}} d\beta_{3i} + \frac{\partial \omega_i}{\partial \beta_{4i}} d\beta_{4i} \quad (1.2.3)$$

И в нашем случае

$$\begin{aligned}
 d\omega_i = \frac{1}{A(1 + \operatorname{tg}^2 \omega_i)} & \left[ -\operatorname{csc}^2 \beta_{1i} d\beta_{1i} (1 - \operatorname{tg} \omega_i \operatorname{ctg} \beta_{4i}) + \right. \\
 & + \operatorname{csc}^2 \beta_{2i} d\beta_{2i} (1 + \operatorname{tg} \omega_i \operatorname{ctg} \beta_{3i}) - \\
 & - \operatorname{csc}^2 \beta_{3i} d\beta_{3i} (1 + \operatorname{tg} \omega_i \operatorname{ctg} \beta_{2i}) + \\
 & \left. + \operatorname{csc}^2 \beta_{4i} d\beta_{4i} (1 - \operatorname{tg} \omega_i \operatorname{ctg} \beta_{1i}) \right] \quad (1.2.4)
 \end{aligned}$$

или

$$\begin{aligned}
 \partial\omega_i = \frac{1}{A(1 + \operatorname{tg}^2 \omega_i)} & \left[ (1 + \operatorname{ctg}^2 \beta_{2i})(1 + \operatorname{tg} \omega_i \operatorname{ctg} \beta_{3i}) d\beta_{2i} - \right. \\
 & - (1 + \operatorname{ctg}^2 \beta_{1i})(1 - \operatorname{tg} \omega_i \operatorname{ctg} \beta_{4i}) d\beta_{1i} - \\
 & - (1 + \operatorname{ctg}^2 \beta_{3i})(1 + \operatorname{tg} \omega_i \operatorname{ctg} \beta_{2i}) d\beta_{3i} + \\
 & \left. + (1 + \operatorname{ctg}^2 \beta_{4i})(1 - \operatorname{tg} \omega_i \operatorname{ctg} \beta_{1i}) d\beta_{4i} \right] \quad (1.2.4)
 \end{aligned}$$

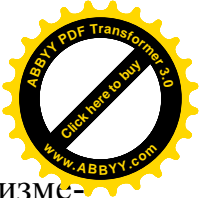
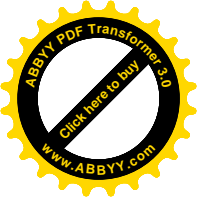
Формула (1.2.4) и будет рабочей дифференциальной формулой передачи дирекционного угла связующей стороны ряда, развиваемого МПЗЗ.

В матричном виде формула (1.2.4) примет вид:

$$d\omega_i = \frac{1}{A(1 + \operatorname{tg}^2 \omega_i)} \begin{bmatrix} 1 - \operatorname{tg} \omega_i \operatorname{ctg} \beta_{4i} \\ 1 + \operatorname{tg} \omega_i \operatorname{ctg} \beta_{3i} \\ 1 + \operatorname{tg} \omega_i \operatorname{ctg} \beta_{2i} \\ 1 - \operatorname{tg} \omega_i \operatorname{ctg} \beta_{1i} \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} - (1 + \operatorname{ctg}^2 \beta_{1i}) d\beta_{1i} \\ (1 + \operatorname{ctg}^2 \beta_{2i}) d\beta_{2i} \\ - (1 + \operatorname{ctg}^2 \beta_{3i}) d\beta_{3i} \\ (1 + \operatorname{ctg}^2 \beta_{4i}) d\beta_{4i} \end{bmatrix} \quad (1.2.5)$$

где Т-знак транспонирования матрицы.

Данные формулы дают возможность определить изменения дирекци-



онных углов связующих сторон ряда МПЗЗ по известным изменениям измеренных углов, что актуально при многоразовых наблюдениях за деформациями и сдвигами сооружений одной и той же плановой сети.

Формулы будут исходными при составлении условного уравнения дирекционных углов коррелятного способа уравнивания. По формуле (1.2.4) составлена программа, которая дает возможность в автоматическом режиме определять необходимые коэффициенты.

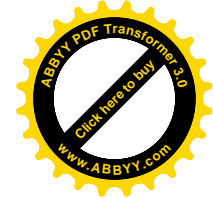
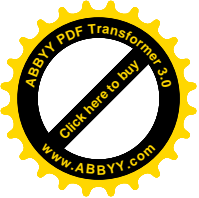
### 1.3. Средняя квадратическая погрешность передачи дирекционных углов неуравновешенного ряда

Переходя к средним квадратическим погрешностям, на основе формулы (1.2.4), получим

$$\begin{aligned}
 m_{\omega_i} = \frac{1}{A(1 + \operatorname{tg}^2 \omega_i)} & \sqrt{(1 + \operatorname{tg} \omega_i \operatorname{ctg} \beta_{3i})^2 (1 + \operatorname{ctg}^2 \beta_{2i})^2 m_{\beta_{2i}}^2 + \dots \longrightarrow} \\
 \longleftarrow \dots & \frac{\dots \longrightarrow}{+ (1 - \operatorname{tg} \omega_i \operatorname{ctg} \beta_{4i})^2 (1 + \operatorname{ctg}^2 \beta_{1i})^2 m_{\beta_{1i}}^2 +} \\
 \longleftarrow \dots & \frac{\dots \longrightarrow}{+ (1 + \operatorname{tg} \omega_i \operatorname{ctg} \beta_{2i})^2 (1 + \operatorname{ctg}^2 \beta_{3i})^2 m_{\beta_{3i}}^2 +} \\
 \longleftarrow \dots & \frac{\dots \longrightarrow}{+ (1 - \operatorname{tg} \omega_i \operatorname{ctg} \beta_{1i})^2 (1 + \operatorname{ctg}^2 \beta_{4i})^2 m_{\beta_{4i}}^2 +,}
 \end{aligned}
 \tag{1.3.1}$$

где  $m_{\omega_i}$  - средняя квадратическая погрешность передачи дирекционного угла связующей стороны ряда МПЗЗ;  
 $m_{\beta_i}$  - средняя квадратическая погрешность измерения соответствующего угла.

С учетом погрешности исходного дирекционного угла  $m_{\alpha_{AB}}$ , получим:



$$m_{\alpha_{12}} = \sqrt{m_{\alpha_{FD}}^2 + m_{\beta_1}}, \quad (1.3.2)$$

$$m_{\alpha_{34}} = \sqrt{m_{\alpha_{AB}}^2 + m_{\omega_1}^2 + m_{\omega_2}^2}. \quad (1.3.3)$$

Для неуравновешенного ряда наибольшую погрешность будет иметь дирекционный угол стороны наиболее отдаленной от исходной.

Измеряя горизонтальные углы с одинаковой точностью, то есть при  $m_{\beta_{1i}} = m_{\beta_{2i}} = m_{\beta_{3i}} = m_{\beta_{4i}} = m_{\beta}$ , формула (1.3.4) приобретет вид:

$$m_{\omega_i} = \frac{1}{A(1 + \text{tg}^2 \omega_i)} \sqrt{\left[ (1 + \text{tg} \omega_i \text{ctg} \beta_{3i})(1 + \text{ctg}^2 \beta_{2i}) \right]^2 +$$

$$\left[ (1 - \text{tg} \omega_i \text{ctg} \beta_{4i})(1 + \text{ctg}^2 \beta_{1i}) \right]^2 +$$

$$\left[ (1 + \text{tg} \omega_i \text{ctg} \beta_{2i})(1 + \text{ctg}^2 \beta_{3i}) \right]^2 +$$

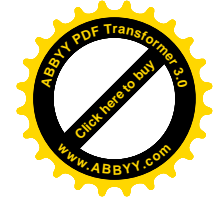
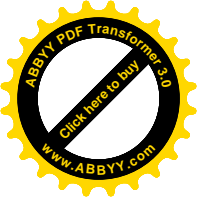
$$\left[ (1 - \text{tg} \omega_i \text{ctg} \beta_{1i})(1 + \text{ctg}^2 \beta_{4i}) \right]^2} \quad (1.3.4)$$

По формуле (1.3.4) составлена программа, которая дает возможность рассчитывать среднюю квадратическую погрешность передачи дирекционного угла связующей стороны ряда МПЗЗ.

Развивая ряды в виде квадратов строительной координатной сетки, получим:

$$\omega_i = 0^0; \beta_{1i} = 90^0; \beta_2 = 45^0; \beta_3 = 90^0; \text{ctg} 90^0 = 0; \text{tg} 0^0 = 0; \text{ctg} 45^0 = 1,$$





и формула (1.3.4) приобретает вид:

$$m_{\omega_i} = 3.16m_{\beta_i}. \quad (1.3.5)$$

По формуле (1.35) определяют среднюю квадратическую погрешность дирекционного угла стороны квадрата, противоположную к исходной.

Погрешность определения дирекционных углов всех вторых направлений рассчитывают по формуле:

$$m_{\alpha} = 3,32m_{\beta}. \quad (1.3.6)$$

Задаваясь погрешностью передачи дирекционного угла  $m_{\omega}$  можно рассчитать точность угловых измерений по формуле:

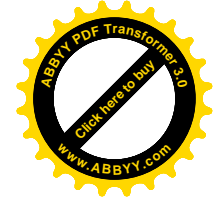
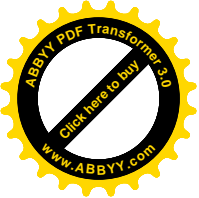
$$m_{\beta} = \sqrt{\frac{m_{\omega}}{3.16}}. \quad (1.3.7)$$

Рассчитывая в каждом четырехугольнике погрешности передачи дирекционного угла по формуле (1.3.4), погрешность определения дирекционного угла  $n$ -ой стороны ряда будет:

$$m_{\alpha'_n} = \sqrt{m_{\omega_1}^2 + m_{\omega_2}^2 + m_{\omega_3}^2 + \dots + m_{\omega_n}^2}. \quad (1.3.8)$$

С учетом погрешности исходного дирекционного угла, формула (1.3.8) примет вид:

$$m_{\alpha_n} = \sqrt{m_{\alpha_{вух.}}^2 + m_{\omega_1}^2 + m_{\omega_2}^2 + m_{\omega_3}^2 + \dots + m_{\omega_n}^2}. \quad (1.3.9)$$



Для ряда, образованного  $n$  квадратами, погрешность передачи дирекционного угла связующей стороны ряда рассчитывается по формуле:

$$m_{\alpha_n} = 3.16m_{\beta} \sqrt{n}, \quad (1.3.10)$$

а любой другой стороны:

$$m_{\alpha'_n} = 3.32m_{\beta} \sqrt{n}. \quad (1.3.11)$$

С учетом погрешности исходного дирекционного угла, формула (1.3.11) приобретет вид:

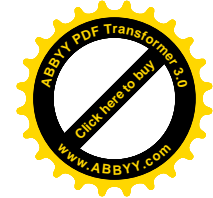
$$m_{\alpha_n} = \sqrt{m_{\alpha_{\text{вих.}}}^2 + 11nm_{\beta}^2}. \quad (1.3.12)$$

Так, для ряда из четырех квадратов, измеряя горизонтальные углы с погрешностью  $2''$ , получим по формуле (1.3.10)  $m_{\alpha} = 12.64''$ .

При наличии конечного исходного дирекционного угла слабым элементом будет средняя связующая сторона ряда. В данном случае погрешность определения исходного дирекционного угла слабой стороны ряда рассчитывается по формуле:

$$m_{\alpha} = \sqrt{2m_{\alpha_{\text{вих.}}}^2 + 5,5m_{\beta}^2 n}, \quad (1.3.13)$$

Пренебрегая погрешностями исходных данных, получим:



$$m_{\alpha_{зр}} = m_{\beta} \sqrt{5,5n},$$

и 
$$m_{\alpha} = 2,34m_{\beta} \sqrt{n}. \quad (1.3.14)$$

Уравновешенное значение дирекционного угла связующей стороны хода в его середине приближенно можно считать средним арифметическим значением из его определений с двух концов, то есть:

$$m_{\alpha_{зр}} = m_{\beta} \sqrt{\frac{10n}{2}} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}},$$

$$m_{\alpha_{зр}} = 1,58m_{\beta} \sqrt{n}. \quad (1.3.15)$$

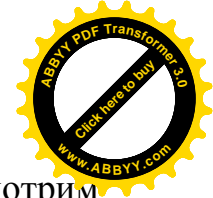
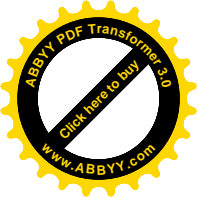
Заметим, что формулы (1.3.13), (1.3.14), не учитывают взаимного влияния условных уравнений на точность передачи дирекционных углов.

С учетом этого влияния погрешность передачи дирекционных углов связующей стороны ряда будет:

$$m_{\alpha} = 1,58m_{\beta} \sqrt{n}. \quad (1.3.16)$$

Как будет видно ниже, средняя квадратическая погрешность слабого элемента уравновешенного ряда за условие дирекционных углов будет меньше.

Очертим границы действия приближенной формулы (1.3.5) для расчета средней квадратической погрешности передачи дирекционных углов, когда фигуры геодезического четырехугольника отличаются от квадрата. Исходя из



того, что углы треугольников не должны быть меньшими  $30^\circ$ , рассмотрим максимальное отклонение угла  $\omega$  от  $0^\circ$ , равное  $\pm 15^\circ$ .

При этом, углы четырехугольника будут равны:

$$\beta_2 = 52^\circ; \beta_3 = 30^\circ; \beta_1 = 107^\circ; \beta_4 = 75^\circ.$$

Рассчитывая среднюю квадратическую погрешность определения дирекционного угла  $m_\omega$  по строгой формуле (1.3.4), получим  $m_\omega = 2,80m_\beta$ .

Расчет по приближенной формуле (1.3.5) для одного четырехугольника дает  $m_\omega = 3,16m_\beta$ .

Таким образом, расхождение от строгой формулы составляет 0,36, то есть 12,8 %.

Поэтому, при углах  $\omega \leq \pm 15^\circ$ , для расчета средней квадратической погрешности передачи дирекционных углов рассматриваемого ряда целиком можно использовать упрощенную формулу (1.3.10) вместо строгой формулы (1.3.1) на стадии предварительного расчета при проектировании сетей.

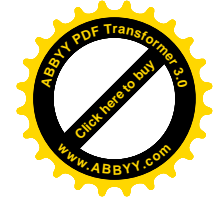
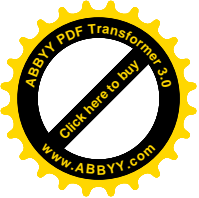
Заметим, что формула (1.3.10) дает запас точности, то есть большую погрешность, чем строгая формула (1.3.1).

## 1.4. Теория передачи сторон в рядах МПЗЗ

Выразим длину исходной стороны АВ через ее известные координаты:

$$S_{AB}^2 = (X_A - X_B)^2 + (Y_A - Y_B)^2. \quad (1.4.1)$$

С учетом формул (1.9) – (1.12) запишем:



$$S_{AB}^2 = S_{12}^2 \left[ \left( \frac{\operatorname{ctg} \beta_{21}}{\operatorname{ctg} \beta_{41} + \operatorname{ctg} \beta_{21}} - \frac{\operatorname{ctg} \beta_{11}}{\operatorname{ctg} \beta_{31} + \operatorname{ctg} \beta_{11}} \right)^2 + \left( \frac{1}{\operatorname{ctg} \beta_{41} + \operatorname{ctg} \beta_{21}} - \frac{1}{\operatorname{ctg} \beta_{31} + \operatorname{ctg} \beta_{11}} \right)^2 \right]. \quad (1.4.2)$$

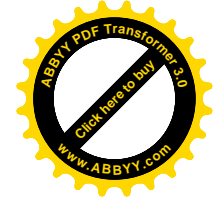
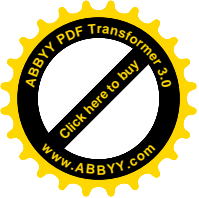
Откуда:

$$S_{12}^2 = \frac{S_{AB}^2}{\left[ \left( \frac{\operatorname{ctg} \beta_{21}}{\operatorname{ctg} \beta_{41} + \operatorname{ctg} \beta_{21}} - \frac{\operatorname{ctg} \beta_{11}}{\operatorname{ctg} \beta_{31} + \operatorname{ctg} \beta_{11}} \right)^2 + \left( \frac{1}{\operatorname{ctg} \beta_{41} + \operatorname{ctg} \beta_{21}} - \frac{1}{\operatorname{ctg} \beta_{31} + \operatorname{ctg} \beta_{11}} \right)^2 \right]}. \quad (1.4.3)$$

По аналогии

$$S_{34}^2 = (X_4 - X_3)^2 + (Y_4 - Y_3)^2. \quad (1.4.4)$$

С учетом формулы (1.13)-(1.16) получим:



$$S_{34}^2 = S_{12}^2 \left[ \left( \frac{\operatorname{ctg}\beta_{22}}{\operatorname{ctg}\beta_{42} + \operatorname{ctg}\beta_{22}} - \frac{\operatorname{ctg}\beta_{12}}{\operatorname{ctg}\beta_{32} + \operatorname{ctg}\beta_{12}} \right)^2 + \left( \frac{1}{\operatorname{ctg}\beta_{42} + \operatorname{ctg}\beta_{22}} - \frac{1}{\operatorname{ctg}\beta_{32} + \operatorname{ctg}\beta_{12}} \right)^2 \right] \quad (1.4.5)$$

Обобщая, формула передачи сторон в рядах МПЗЗ имеет вид:

$$S_n^2 = S_0^2 \frac{t_1 t_2 t_3 \dots t_n}{t'_1 t'_2 t'_3 \dots t'_n}, \quad (1.4.6)$$

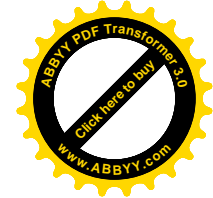
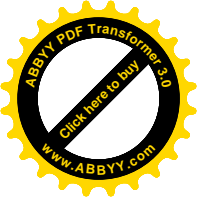
$$t_i = \left( \frac{1}{\operatorname{ctg}\beta_{2i} + \operatorname{ctg}\beta_{4i}} - \frac{1}{\operatorname{ctg}\beta_{1i} + \operatorname{ctg}\beta_{3i}} \right)^2 + \left( \frac{\operatorname{ctg}\beta_{2i}}{\operatorname{ctg}\beta_{2i} + \operatorname{ctg}\beta_{4i}} - \frac{\operatorname{ctg}\beta_{1i}}{\operatorname{ctg}\beta_{1i} + \operatorname{ctg}\beta_{3i}} \right)^2, \quad (1.4.7)$$

где

индексами  $i$  обозначаются номера геодезических четырехугольников, в которых измеряются углы  $\beta_{ji}$ ;

$t'_i$  - коэффициенты, которые получаются при решении задачи Ганзена;

$t_i$  - коэффициенты, которые получаются из решения прямых угловых засечек.



## 1.5. Разработка условного уравнения стороны

Для вывода условного уравнения базиса, или исходной стороны, прологарифмируем формулу (1.4.6)

$$2 \ln S_n = 2 \ln S_0 + \ln t_1 + \ln t_2 + \ln t_3 - \ln t'_1 - \ln t'_2 - \ln t'_3. \quad (1.5.1)$$

Дифференцируя (1.5.1), получим:

$$2 \frac{dS_n}{S_n} = 2 \frac{dS_0}{S_0} + \frac{dt_1}{\rho t_1} + \frac{dt_2}{\rho t_2} + \frac{dt_3}{\rho t_3} - \frac{dt'_1}{\rho t'_1} - \frac{dt'_2}{\rho t'_2} - \frac{dt'_3}{\rho t'_3}, \quad (1.5.2)$$

где  $\rho = 206265''$  – число секунд в одном радиане.

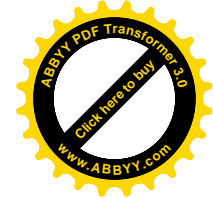
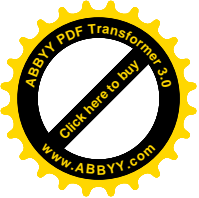
Как правило, погрешностью исходного базиса пренебрегают, измеряя его на порядок высшей точностью, чем все вторые измерения. При  $\frac{dS_0}{S_0} = 0$

и выражение (1.5.2) приобретет вид:

$$\frac{dt_1}{\rho t_1} + \frac{dt_2}{\rho t_2} + \frac{dt_3}{\rho t_3} - \frac{dt'_1}{\rho t'_1} - \frac{dt'_2}{\rho t'_2} - \frac{dt'_3}{\rho t'_3} - 2 \frac{dS_n}{S_n} = 0, \quad (1.5.3)$$

или

$$\frac{10^6}{2} \left[ \frac{dt_1}{\rho t_1} + \frac{dt_2}{\rho t_2} + \frac{dt_3}{\rho t_3} - \frac{dt'_1}{\rho t'_1} - \frac{dt'_2}{\rho t'_2} - \frac{dt'_3}{\rho t'_3} \right] + W_{\text{баз.}} = 0, \quad (1.5.4)$$



где 
$$W_{\text{баз.}} = \frac{S_{\text{кон.розр.}} - S_{\text{кон.изм.}}}{S_{\text{кон.изм.}}} 10^6. \quad (1.5.5)$$

В общем виде условное уравнение стороны:

$$\frac{S_n}{2\rho} \left[ \sum_{i=1}^n \frac{(t_i)}{t_i} - \sum_{i=1}^n \frac{(t'_i)}{t'_i} \right] + W_s = 0, \quad (1.5.6)$$

где 
$$W_s = S_{\text{кон.измер.}} - S_{\text{кон.измер.}};$$

$(t_i), (t'_i)$  - коэффициенты поправок в измеренные углы.

Для экспериментального ряда, который состоит из четырех четырехугольников, получим:

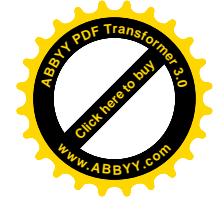
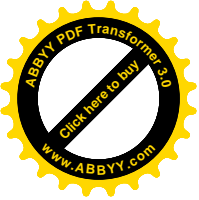
$$-\frac{S_{21}}{2\rho t_1}(t_1) + \frac{S_{43}}{2\rho t_2}(t_2) - \frac{S_{65}}{2\rho t_3}(t_3) + \frac{S_{CD}}{2\rho t_4}(t_4) + W_5 = 0. \quad (1.5.7)$$

Знаки изменяются на противоположные при определении стороны из решения задачи Ганзена. Знаки не изменяются при определении стороны прямыми угловыми засечками. При встречном расчете стороны знаки в коэффициентах, также изменяются на противоположные.

Так, например, при встречном расчете сторон, формула (1.5.7) будет

$$-\frac{S_{21}}{2\rho t_1}(t_1) + \frac{S_{43}}{2\rho t_2}(t_2) + \frac{S_{65}}{2\rho t_4}(t_4) - \frac{S_{43}}{2\rho t_3}(t_3) + W_5 = 0. \quad (1.5.8)$$





Дифференцируя формулу (1.4.5), получим:

$$\begin{aligned} dt_i = (t_i) &= \frac{2(1 + \operatorname{ctg}^2 \beta_{1i})}{(\operatorname{ctg} \beta_{1i} + \operatorname{ctg} \beta_{3i})^2} [\tau_i + q_i \operatorname{ctg} \beta_{3i}] (\beta_{1i}) + \\ &+ \frac{2(1 + \operatorname{ctg}^2 \beta_{2i})}{(\operatorname{ctg} \beta_{2i} + \operatorname{ctg} \beta_{4i})^2} [-\tau_i + q_i \operatorname{ctg} \beta_{4i}] (\beta_{2i}) + \\ &+ \frac{2(1 + \operatorname{ctg}^2 \beta_{3i})}{(\operatorname{ctg} \beta_{1i} + \operatorname{ctg} \beta_{3i})^2} [\tau - q_i \operatorname{ctg} \beta_{1i}] (\beta_{3i}) + \\ &+ \frac{2(1 + \operatorname{ctg}^2 \beta_{4i})}{(\operatorname{ctg} \beta_{2i} + \operatorname{ctg} \beta_{4i})^2} [-\tau + q_i \operatorname{ctg} \beta_{2i}] (\beta_{4i}), \end{aligned} \quad (1.5.9)$$

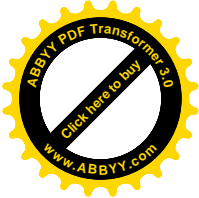
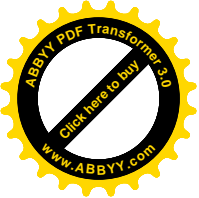
где

$$\tau_i = \frac{1}{\operatorname{ctg} \beta_{2i} + \operatorname{ctg} \beta_{4i}} + \frac{1}{\operatorname{ctg} \beta_{1i} + \operatorname{ctg} \beta_{3i}}, \quad (1.5.10)$$

$$q_i = \frac{1}{\operatorname{ctg} \beta_{2i} + \operatorname{ctg} \beta_{4i}} - \frac{1}{\operatorname{ctg} \beta_{1i} + \operatorname{ctg} \beta_{3i}}. \quad (1.5.11)$$

Представим коэффициенты условного уравнения сторон в виде:

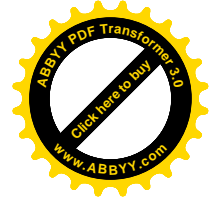
$$(S_i) = b_{1i}(\beta_{1i}) + b_{2i}(\beta_{2i}) + b_{3i}(\beta_{3i}) + b_{4i}(\beta_{4i}), \quad (1.5.12)$$



$$b_{1i} = \frac{S_{2i} \frac{2(1 + \text{ctg}^2 \beta_{1i})}{(\text{ctg} \beta_{1i} + \text{ctg} \beta_{3i})^2} [\tau + q \text{ctg} \beta_{3i}]}{2\rho \left[ \left( \frac{1}{\text{ctg} \beta_{2i} + \text{ctg} \beta_{4i}} - \frac{1}{\text{ctg} \beta_{1i} + \text{ctg} \beta_{3i}} \right)^2 + \left( \frac{\text{ctg} \beta_{2i}}{\text{ctg} \beta_{2i} + \text{ctg} \beta_{4i}} - \frac{\text{ctg} \beta_{1i}}{\text{ctg} \beta_{1i} + \text{ctg} \beta_{3i}} \right)^2 \right]} \quad (1.5.13)$$

$$b_{2i} = \frac{S_{2i} \frac{2(1 + \text{ctg}^2 \beta_{2i})}{(\text{ctg} \beta_{2i} + \text{ctg} \beta_{4i})^2} [-\tau - q \text{ctg} \beta_{4i}](\beta_{2i})}{2\rho \left[ \left( \frac{1}{\text{ctg} \beta_{2i} + \text{ctg} \beta_{4i}} - \frac{1}{\text{ctg} \beta_{1i} + \text{ctg} \beta_{3i}} \right)^2 + \left( \frac{\text{ctg} \beta_{2i}}{\text{ctg} \beta_{2i} + \text{ctg} \beta_{4i}} - \frac{\text{ctg} \beta_{1i}}{\text{ctg} \beta_{1i} + \text{ctg} \beta_{3i}} \right)^2 \right]} \quad (1.5.14)$$

$$b_{3i} = \frac{S_{2i} \frac{2(1 + \text{ctg}^2 \beta_{3i})}{(\text{ctg} \beta_{1i} + \text{ctg} \beta_{3i})^2} [\tau - q \text{ctg} \beta_{1i}](\beta_{3i})}{2\rho \left[ \left( \frac{1}{\text{ctg} \beta_{2i} + \text{ctg} \beta_{4i}} - \frac{1}{\text{ctg} \beta_{1i} + \text{ctg} \beta_{3i}} \right)^2 + \left( \frac{\text{ctg} \beta_{2i}}{\text{ctg} \beta_{2i} + \text{ctg} \beta_{4i}} - \frac{\text{ctg} \beta_{1i}}{\text{ctg} \beta_{1i} + \text{ctg} \beta_{3i}} \right)^2 \right]} \quad (1.5.15)$$



$$b_{4i} = \frac{S_{2i} \frac{2(1 + \operatorname{ctg}^2 \beta_{4i})}{(\operatorname{ctg} \beta_{2i} + \operatorname{ctg} \beta_{4i})^2} [-\tau + q \operatorname{ctg} \beta_{2i}](\beta_{4i})}{2\rho \left[ \left( \frac{1}{\operatorname{ctg} \beta_{2i} + \operatorname{ctg} \beta_{4i}} - \frac{1}{\operatorname{ctg} \beta_{1i} + \operatorname{ctg} \beta_{3i}} \right)^2 + \left( \frac{\operatorname{ctg} \beta_{2i}}{\operatorname{ctg} \beta_{2i} + \operatorname{ctg} \beta_{4i}} - \frac{\operatorname{ctg} \beta_{1i}}{\operatorname{ctg} \beta_{1i} + \operatorname{ctg} \beta_{3i}} \right)^2 \right]}. \quad (1.5.16)$$

При расчете по программе получают коэффициенты поправок в измененные углы  $b_{1i}, b_{2i}, b_{3i}, b_{4i}$  по формулам:

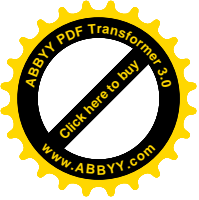
$$b_{1i} = b'_{1i} \frac{S_i}{2\rho t_i}, \quad (1.5.17)$$

$$b_{2i} = b'_{2i} \frac{S_i}{2\rho t_i}, \quad (1.5.18)$$

$$b_{3i} = b'_{3i} \frac{S_i}{2\rho t_i}, \quad (1.5.19)$$

$$b_{4i} = b'_{4i} \frac{S_i}{2\rho t_i}, \quad (1.5.20)$$

Кроме этого, по программе определяют сумму квадратов коэффициентов



$$\sum (b'_i)^2 = (b'_{1i})^2 + (b'_{2i})^2 + (b'_{3i})^2 + (b'_{4i})^2. \quad (1.5.21)$$

Значения величины обратного веса определяют по формуле:

$$\frac{1}{P_s} = \sum \frac{S_i}{2\rho t_i} (b'_i)^2, \quad (1.5.22)$$

а среднюю квадратическую погрешность определения связующей стороны ряда

$$m_s = \mu \sqrt{\frac{1}{P_s}}, \quad (1.5.23)$$

где  $\mu$  - средняя квадратическая погрешность единицы веса.

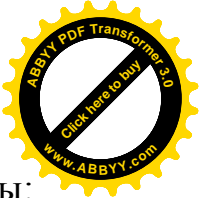
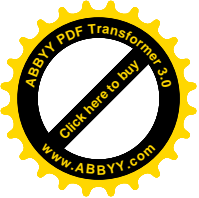
На основе приведенных данных и с учетом значений  $\frac{S}{2\rho t_i}$  получено

$$\frac{1}{P_s} = 5532,05.$$

Это значит, что при средней квадратической погрешности 1'' точность передачи сторон неуравновешенного ряда будет

$$m_s = \sqrt{\frac{1}{P_s}} = 74,37 \text{ мм.}$$

Как будет показано ниже, невязка стороны составила 88 мм при средних квадратических погрешностях измерения углов до 3''.



С сторон АВ и СД получено следующее условное уравнение стороны:

$$\begin{aligned}
 & -\frac{S_{12}}{2\rho t_1'} [ + 2,811(\beta_{11}) - 0,759(\beta_{21}) + 1,259(\beta_{31}) + 1,636(\beta_{41}) ] + \\
 & + \frac{S_{34}}{2\rho t_2} [ + 2,288(\beta_{12}) - 1,006(\beta_{22}) + 1,104(\beta_{32}) + 1,015(\beta_{42}) ] + \\
 & + \frac{S_{56}}{2\rho t_4} [ + 2,530(\beta_{14}) - 0,412(\beta_{24}) + 0,286(\beta_{34}) + 2,081(\beta_{44}) ] - \\
 & - \frac{S_{34}}{2\rho t_3} [ + 3,076(\beta_{13}) - 0,328(\beta_{23}) + 1,182(\beta_{33}) + 2,529(\beta_{43}) ] + 88\text{мм} = 0,
 \end{aligned}$$

где коэффициенты  $t_1'$  и  $t_4'$  определены для расчета стороны в задаче Ганзена, а коэффициенты  $t_2$  и  $t_3$  - для расчета стороны из прямых угловых засечек.

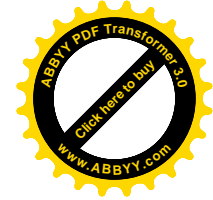
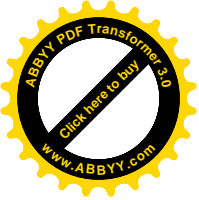
В дальнейшем полученные значения коэффициентов

$$\begin{aligned}
 & - 11,203 [ + 2,811(\beta_{11}) - 0,759(\beta_{21}) + 1,259(\beta_{31}) + 1,636(\beta_{41}) ] + \\
 & + 11,643 [ + 2,288(\beta_{12}) - 1,006(\beta_{22}) + 1,104(\beta_{32}) + 1,015(\beta_{42}) ] + \\
 & + 10,178 [ + 2,530(\beta_{14}) - 0,412(\beta_{24}) + 0,286(\beta_{34}) + 2,081(\beta_{44}) ] + \\
 & - 9,730 [ + 3,076(\beta_{13}) - 0,328(\beta_{23}) + 1,182(\beta_{33}) + 2,529(\beta_{43}) ] + 88 = 0,
 \end{aligned}$$

И в конечном виде:

$$\begin{aligned}
 & - 31,491(\beta_{11}) + 8,503(\beta_{21}) - 14,104(\beta_{31}) - 18,328(\beta_{41}) + \\
 & + 26,639(\beta_{12}) - 11,713(\beta_{22}) + 12,854(\beta_{32}) + 11,818(\beta_{42}) + \\
 & + 25,751(\beta_{14}) - 4,193(\beta_{24}) + 2,911(\beta_{34}) + 21,181[\beta_{44}] - \quad (1.5.24) \\
 & - 22,929(\beta_{13}) + 3,191(\beta_{23}) - 11,501(\beta_{33}) - 24,607(\beta_{43}) + 88 = 0.
 \end{aligned}$$

При известной погрешности логарифма стороны рассчитывают ее отно-



сительную погрешность по формуле

$$\frac{\Delta S}{S} = \frac{m_{\lg s}}{\mu 10^n}, \quad (1.5.25)$$

где  $\frac{\Delta S}{S}$  - относительная погрешность стороны;

$\mu$  - модуль десятичных логарифмов.

Допустимое значение свободного члена базисного условного уравнения будет

$$|W_B| \leq 2m_{\lg s}. \quad (1.5.26)$$

Принимая к вниманию (1.5.26), представим (1.5.25) в виде

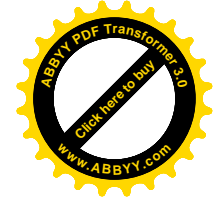
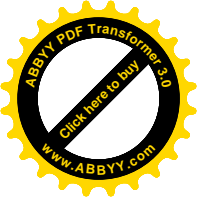
$$\frac{\Delta S}{S} = \frac{W_B}{2\mu 10^n}. \quad (1.5.27)$$

Свободный член базисного условного уравнения при развитии рядов парными звеньями засечек можно считать допустимыми, если он будет удовлетворять условию

$$\frac{W}{868600} \leq \frac{1}{T}, \quad (1.5.28)$$

где  $T$  – знаменатель предельной относительной невязки для данного класса или разряда сети.

В нашем случае получили:



$$\frac{W_{S34}}{S_{34}} = \frac{0,088}{4394,911} = \frac{1}{50000}.$$

## 1.6. Разработка условного уравнения дирекционных углов в ряде ПЗЗ

Условное уравнение поправок дирекционных углов для ряда из четырех четырехугольников, примет вид

$$(\omega_1) + (\omega_2) + (\omega_3) + (\omega_4) + W_\alpha = 0, \quad (1.6.1)$$

где свободный член

$$W_\alpha = \alpha_{\text{СДвыщит.}} - \alpha_{\text{СДизм.}}, \quad (1.6.2)$$

Поправки  $(\omega_i) = d\omega_i$  рассчитывают по формуле (1.2.4) для каждого четырехугольника. Представляя формулу (1.6.1) через поправки в измеренные углы, получим

$$\begin{aligned} & \frac{1}{A(1 + tg^2 \omega_i)} [(1 + tg \omega_1 ctg \beta_{31})(1 + ctg^2 \beta_{21})(\beta_{21}) - \\ & - (1 + tg \omega_1 ctg \beta_{41})(1 + ctg^2 \beta_{11})(\beta_{11}) - \\ & - (1 - tg \omega_1 ctg \beta_{21})(1 + ctg^2 \beta_{31})(\beta_{31}) + \\ & + (1 - tg \omega_1 ctg \beta_{11})(1 + ctg^2 \beta_{41})(\beta_{41})] + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{1}{A'(1 + \operatorname{tg}^2 \omega_2)} [(1 + \operatorname{tg} \omega_2 \operatorname{ctg} \beta_{32})(1 + \operatorname{ctg}^2 \beta_{22})(\beta_{22}) - \\
& \quad - (1 + \operatorname{tg} \omega_2 \operatorname{ctg} \beta_{42})(1 + \operatorname{ctg}^2 \beta_{12})(\beta_{12}) - \\
& \quad - (1 - \operatorname{tg} \omega_2 \operatorname{ctg} \beta_{22})(1 + \operatorname{ctg}^2 \beta_{32})(\beta_{32}) + \\
& \quad + (1 - \operatorname{tg} \omega_2 \operatorname{ctg} \beta_{12})(1 + \operatorname{ctg}^2 \beta_{42})(\beta_{42})] + \\
& + \frac{1}{A''(1 + \operatorname{tg}^2 \omega_3)} [(1 + \operatorname{tg} \omega_3 \operatorname{ctg} \beta_{33})(1 + \operatorname{ctg}^2 \beta_{23})(\beta_{23}) - \\
& \quad - (1 + \operatorname{tg} \omega_3 \operatorname{ctg} \beta_{43})(1 + \operatorname{ctg}^2 \beta_{13})(\beta_{13}) - \\
& \quad - (1 - \operatorname{tg} \omega_3 \operatorname{ctg} \beta_{23})(1 + \operatorname{ctg}^2 \beta_{33})(\beta_{33}) + \\
& \quad + (1 - \operatorname{tg} \omega_3 \operatorname{ctg} \beta_{13})(1 + \operatorname{ctg}^2 \beta_{43})(\beta_{43})] + \\
& + \frac{1}{A'''(1 + \operatorname{tg}^2 \omega_4)} [(1 + \operatorname{tg} \omega_4 \operatorname{ctg} \beta_{34})(1 + \operatorname{ctg}^2 \beta_{24})(\beta_{24}) - \\
& \quad - (1 + \operatorname{tg} \omega_4 \operatorname{ctg} \beta_{44})(1 + \operatorname{ctg}^2 \beta_{14})(\beta_{14}) - \\
& \quad - (1 - \operatorname{tg} \omega_4 \operatorname{ctg} \beta_{24})(1 + \operatorname{ctg}^2 \beta_{34})(\beta_{34}) + \\
& \quad + (1 - \operatorname{tg} \omega_4 \operatorname{ctg} \beta_{14})(1 + \operatorname{ctg}^2 \beta_{44})(\beta_{44})] + W_\alpha = 0.
\end{aligned} \tag{1.6.3}$$

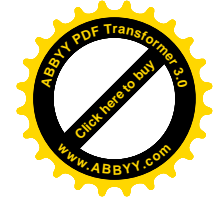
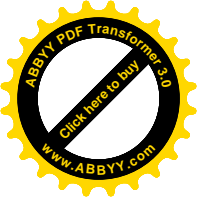
Представим коэффициенты поправок условного уравнения дирекционных углов в виде

$$(\omega_i) = [a_{1i}(\beta_{1i}) + a_{2i}(\beta_{2i}) - a_{3i}(\beta_{3i}) + a_{4i}(\beta_{4i})] \tag{1.6.4}$$

где 
$$a_{1i} = \frac{1}{A(1 + \operatorname{tg}^2 \omega_i)} [(1 + \operatorname{ctg}^2 \beta_{1i})(1 - \operatorname{tg} \omega_i \operatorname{ctg} \beta_{4i})(\beta_{1i})] \tag{1.6.5}$$

$$a_{2i} = \frac{1}{A(1 + \operatorname{tg}^2 \omega_i)} [(1 + \operatorname{ctg}^2 \beta_{2i})(1 + \operatorname{tg} \omega_i \operatorname{ctg} \beta_{3i})(\beta_{2i})] \tag{1.6.6}$$





$$a_{3i} = \frac{1}{A(1 + \operatorname{tg}^2 \omega_i)} \left[ (1 + \operatorname{ctg}^2 \beta_{3i}) (1 + \operatorname{tg} \omega_i \operatorname{ctg} \beta_{2i}) (\beta_{2i}) \right] \quad (1.6.7)$$

$$a_{4i} = \frac{1}{A(1 + \operatorname{tg}^2 \omega_i)} \left[ (1 + \operatorname{ctg}^2 \beta_{4i}) (1 - \operatorname{tg} \omega_i \operatorname{ctg} \beta_{1i}) (\beta_{4i}) \right] \quad (1.6.8)$$

Кроме этого, по программе рассчитывается значение

$$\frac{1}{P_\omega} = a_{1i}^2 + a_{2i}^2 + a_{3i}^2 + a_{4i}^2. \quad (1.6.9)$$

Таким образом, при расчете по программе получили

$$\frac{1}{P_\omega} = 52,211.$$

Средняя квадратическая погрешность передачи дирекционного угла при

$$m_{\beta_0} = 1'' \text{ будет } m_\beta = \sqrt{52,21} = 7,22''.$$

На основе проведенных расчетов получили условное уравнение дирекционных углов

$$\begin{aligned} & -1,006(\beta_{11}) + 1,602(\beta_{21}) - 2,374(\beta_{31}) + 0,996(\beta_{41}) - \\ & - 0,836(\beta_{12}) + 1,352(\beta_{22}) - 2,291(\beta_{32}) + 0,900(\beta_{42}) - \\ & - 1,354(\beta_{13}) + 1,904(\beta_{23}) - 2,808(\beta_{33}) + 1,301(\beta_{43}) - \\ & - 1,578(\beta_{14}) + 2,410(\beta_{24}) - 2,752(\beta_{34}) + 1,586(\beta_{44}) + 21,07'' = 0, \quad (1.6.10) \end{aligned}$$

где

$$(\omega_{\alpha_1}) = -1,1006(\beta_{11}) + 1,602(\beta_{21}) - 2,374(\beta_{31}) + 0,996(\beta_{41}), \quad (1.6.11)$$

$$(\omega_{\alpha_2}) = -0,836(\beta_{12}) + 1,352(\beta_{22}) - 2,291(\beta_{32}) + 0,900(\beta_{42}), \quad (1.6.12)$$

$$(\omega_{\alpha_3}) = -1,354(\beta_{13}) + 1,904(\beta_{23}) - 2,808(\beta_{33}) + 1,301(\beta_{43}), \quad (1.6.13)$$

$$(\omega_{\alpha_4}) = -1,578(\beta_{14}) + 2,410(\beta_{24}) - 2,752(\beta_{34}) + 1,586(\beta_{44}). \quad (1.6.14)$$

Допустимое значение свободного члена условного уравнения дирекционных углов рассчитывается по формуле:

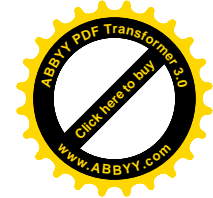
$$W_{\alpha_{дон.}} \leq 2 \cdot 3,16 m_{\beta} \sqrt{n}, \quad (1.6.15)$$

Так, при  $m_{\beta} = 2''$  и четырех четырехугольниках в ряду ( $n=4$ ), получим:

$$W_{\alpha_{дон.}} = 25,28''.$$

При определении коэффициентов при  $(\omega_i)$  знаки их при поправках в углы не меняются ни в первом ни во втором геодезическом четырехугольнике типовой фигуры МПЗЗ, которая состоит из двух геодезических четырехугольников. При встречном расчете дирекционных углов знаки в коэффициентах определяются формулой и не изменяются. При определении коэффициентов  $a_i$  по неизмеренным углам  $\gamma_i$ , а не измеренным  $\beta_i$  знаки, также, не меняются.

При встречной передаче дирекционных углов формула условного уравнения не изменяется.



## 1.7. Разработка координатных условных уравнений

Для ряда, представленного на рис.2, запишем:

$$X_1 = \frac{X_A \operatorname{ctg} \gamma_{21} + X_B \operatorname{ctg} \gamma_{41} - Y_A + Y_B}{\operatorname{ctg} \gamma_{41} + \operatorname{ctg} \gamma_{21}}, \quad (1.7.1)$$

$$Y_1 = \frac{Y_A \operatorname{ctg} \gamma_{21} + Y_B \operatorname{ctg} \gamma_{41} + X_A - X_B}{\operatorname{ctg} \gamma_{41} + \operatorname{ctg} \gamma_{21}}, \quad (1.7.2)$$

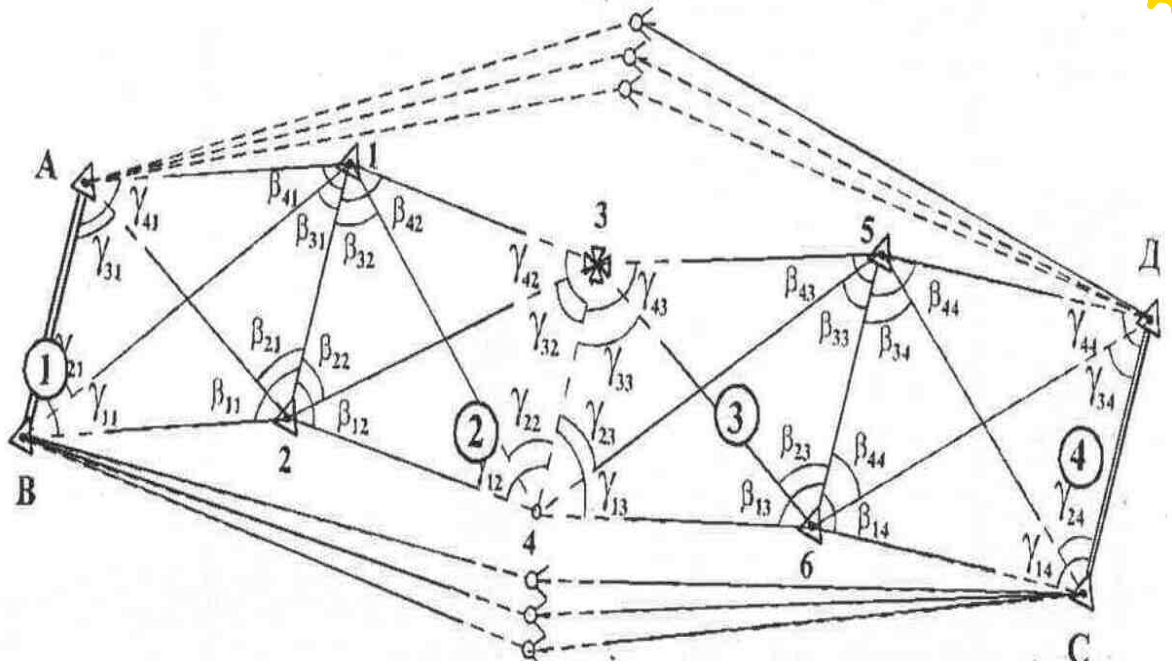
$$X_2 = \frac{X_A \operatorname{ctg} \gamma_{11} + X_B \operatorname{ctg} \gamma_{31} - Y_A + Y_B}{\operatorname{ctg} \gamma_{31} + \operatorname{ctg} \gamma_{11}}, \quad (1.7.3)$$

$$Y_2 = \frac{Y_A \operatorname{ctg} \gamma_{11} + Y_B \operatorname{ctg} \gamma_{31} + X_A - X_B}{\operatorname{ctg} \gamma_{31} + \operatorname{ctg} \gamma_{11}}, \quad (1.7.4)$$

Возьмем частные производные в формуле (1.7.1) по независимым переменным

$$\frac{\partial X_1}{\partial X_A} = \frac{\operatorname{ctg} \gamma_{21}}{\operatorname{ctg} \gamma_{41} + \operatorname{ctg} \gamma_{21}}, \quad (1.7.5)$$

$$\frac{\partial X_1}{\partial X_B} = \frac{\operatorname{ctg} \gamma_{41}}{\operatorname{ctg} \gamma_{41} + \operatorname{ctg} \gamma_{21}}, \quad (1.7.6)$$



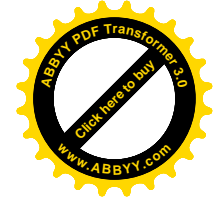
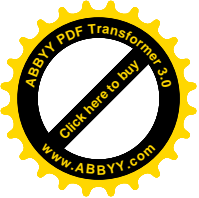
**Рис. 1.3. Экспериментальный ряд, который развивается методом парных звеньев засечек (МПЗЗ). Координаты исходных пунктов полученные по системе GPS.**

$$\frac{\partial X_1}{\partial Y_A} = \frac{1}{ctg\gamma_{41} + ctg\gamma_{21}}, \tag{1.7.7}$$

$$\frac{\partial X_1}{\partial Y_B} = \frac{1}{ctg\gamma_{41} + ctg\gamma_{21}}, \tag{1.7.8}$$

$$\frac{\partial X_1}{\partial \gamma_{41}} = \frac{-\frac{X_B}{\sin^2 \gamma_{41}} + \frac{X_1}{\sin^2 \gamma_{41}}}{ctg\gamma_{41} + ctg\gamma_{21}} = \frac{(X_1 - X_B)(ctg^2 \gamma_{41} + 1)}{ctg\gamma_{41} + ctg\gamma_{21}}, \tag{1.7.9}$$

$$\frac{\partial X_1}{\partial \gamma_{21}} = \frac{-\frac{X_A}{\sin^2 \gamma_{21}} + \frac{X_1}{\sin^2 \gamma_{21}}}{ctg\gamma_{41} + ctg\gamma_{21}} = \frac{(X_1 - X_A)(ctg^2 \gamma_{21} + 1)}{ctg\gamma_{41} + ctg\gamma_{21}}, \tag{1.7.10}$$



уравнение полного дифференциала приобретет вид:

$$dX_1 = \frac{ctg\gamma_{21}dX_A + ctg\gamma_{41}dX_B - dY_A + dY_B}{ctg\gamma_{21} + ctg\gamma_{41}} + \frac{(X_1 - X_B)(ctg^2\gamma_{41} + 1)d\gamma_{41} + (X_1 - X_B)(ctg^2\gamma_{21} + 1)d\gamma_{21}}{\rho(ctg\gamma_{21} + ctg\gamma_{41})}, \quad (1.7.11)$$

Дифференцируя (1.7.2) по независимым переменным, будем иметь:

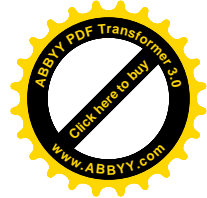
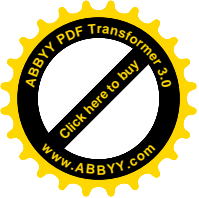
$$\frac{\partial Y_1}{\partial Y_A} = \frac{ctg\gamma_{21}}{ctg\gamma_{41} + ctg\gamma_{21}}, \quad (1.7.12)$$

$$\frac{\partial Y_1}{\partial Y_B} = \frac{ctg\gamma_{41}}{ctg\gamma_{41} + ctg\gamma_{21}}, \quad (1.7.13)$$

$$\frac{\partial Y_1}{\partial X_A} = \frac{1}{ctg\gamma_{41} + ctg\gamma_{21}}, \quad (1.7.14)$$

$$\frac{\partial Y_1}{\partial X_B} = \frac{1}{ctg\gamma_{41} + ctg\gamma_{21}}, \quad (1.7.15)$$

$$\frac{\partial Y_1}{\partial \gamma_{41}} = \frac{-\frac{Y_B}{\sin^2\gamma_{41}} + \frac{Y_1}{\sin^2\gamma_{41}}}{ctg\gamma_{41} + ctg\gamma_{21}} = \frac{(Y_1 - Y_B)(1 + ctg^2\gamma_{41})}{ctg\gamma_{41} + ctg\gamma_{21}}, \quad (1.7.16)$$



$$\frac{\partial Y_1}{\partial \gamma_{21}} = \frac{-\frac{Y_A}{\sin^2 \gamma_{41}} + \frac{Y_1}{\sin^2 \gamma_{41}}}{\operatorname{ctg} \gamma_{41} + \operatorname{ctg} \gamma_{21}} = \frac{(Y_1 - Y_A)(1 + \operatorname{ctg}^2 \gamma_{21})}{\operatorname{ctg} \gamma_{41} + \operatorname{ctg} \gamma_{21}}, \quad (1.7.17)$$

уравнения полного дифференциала будет

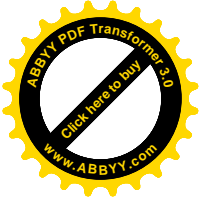
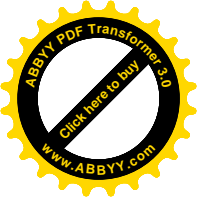
$$dY_1 = \frac{\operatorname{ctg} \gamma_{21} dY_A + \operatorname{ctg} \gamma_{41} dY_B + dX_A - dX_B}{\operatorname{ctg} \gamma_{41} + \operatorname{ctg} \gamma_{21}} + \frac{(Y_1 - Y_B)(1 + \operatorname{ctg}^2 \gamma_{41}) d\gamma_{41} + (Y_1 - Y_A)(\operatorname{ctg}^2 \gamma_{21}) d\gamma_{21}}{\rho(\operatorname{ctg} \gamma_{41} + \operatorname{ctg} \gamma_{21})}. \quad (1.7.18)$$

По аналогии для формул (1.7.3) и (1.7.4) запишем

$$dX_2 = \frac{\operatorname{ctg} \gamma_{11} dX_A + \operatorname{ctg} \gamma_{31} dX_B - dY_A + dY_B}{\operatorname{ctg} \gamma_{11} + \operatorname{ctg} \gamma_{31}} + \frac{(X_2 - X_B)(\operatorname{ctg}^2 \gamma_{31} + 1) d\gamma_{31} + (X_2 - X_A)(\operatorname{ctg}^2 \gamma_{11} + 1) d\gamma_{11}}{\rho(\operatorname{ctg} \gamma_{11} + \operatorname{ctg} \gamma_{31})}, \quad (1.7.19)$$

$$dY_2 = \frac{\operatorname{ctg} \gamma_{11} dY_A + \operatorname{ctg} \gamma_{31} dX_B + dX_A - dX_B}{\operatorname{ctg} \gamma_{11} + \operatorname{ctg} \gamma_{31}} + \frac{(Y_2 - Y_B)(1 + \operatorname{ctg}^2 \gamma_{31}) d\gamma_{31} + (Y_2 - Y_A)(\operatorname{ctg}^2 \gamma_{11} + 1) d\gamma_{11}}{\rho(\operatorname{ctg} \gamma_{11} + \operatorname{ctg} \gamma_{31})}, \quad (1.7.20)$$

Приняв координаты исходных пунктов А и В безошибочными и перейдя к поправкам, получим:



$$(X_1) = \frac{(X_1 - X_B)(1 + \operatorname{ctg}^2 \gamma_{41})}{\rho(\operatorname{ctg} \gamma_{41} + \operatorname{ctg} \gamma_{21})} (\gamma_{41}) + \frac{(X_1 - X_A)(1 + \operatorname{ctg}^2 \gamma_{21})}{\rho(\operatorname{ctg} \gamma_{41} + \operatorname{ctg} \gamma_{21})} (\gamma_{21}), \quad (1.7.21)$$

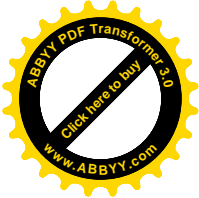
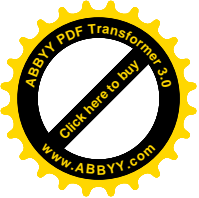
$$(Y_1) = \frac{(Y_1 - X_B)(1 + \operatorname{ctg}^2 \gamma_{41})}{\rho(\operatorname{ctg} \gamma_{41} + \operatorname{ctg} \gamma_{21})} (\gamma_{41}) + \frac{(Y_1 - Y_A)(1 + \operatorname{ctg}^2 \gamma_{21})}{\rho(\operatorname{ctg} \gamma_{41} + \operatorname{ctg} \gamma_{21})} (\gamma_{21}), \quad (1.7.22)$$

$$(X_2) = \frac{(X_2 - X_B)(1 + \operatorname{ctg}^2 \gamma_{31})}{\rho(\operatorname{ctg} \gamma_{31} + \operatorname{ctg} \gamma_{11})} (\gamma_{31}) + \frac{(X_2 - X_A)(1 + \operatorname{ctg}^2 \gamma_{11})}{\rho(\operatorname{ctg} \gamma_{31} + \operatorname{ctg} \gamma_{11})} (\gamma_{11}), \quad (1.7.23)$$

$$(Y_2) = \frac{(Y_1 - Y_B)(1 + \operatorname{ctg}^2 \gamma_{31})}{\rho(\operatorname{ctg} \gamma_{31} + \operatorname{ctg} \gamma_{11})} (\gamma_{31}) + \frac{(Y_2 - Y_A)(1 + \operatorname{ctg}^2 \gamma_{11})}{\rho(\operatorname{ctg} \gamma_{31} + \operatorname{ctg} \gamma_{11})} (\gamma_{11}), \quad (1.7.24)$$

Определив прямоугольные координаты пунктов 1 и 2, в дальнейшем определяют координаты пунктов 3 и 4 по формулам (1.7.1) – (1.7.4). Взяв полные дифференциалы, получим:

$$\begin{aligned} (X_4) = & \frac{\operatorname{ctg} \beta_{12}}{\operatorname{ctg} \beta_{32} + \operatorname{ctg} \beta_{12}} (X_1) + \frac{\operatorname{ctg} \beta_{32}}{\operatorname{ctg} \beta_{32} + \operatorname{ctg} \beta_{12}} (X_2) - \\ & - \frac{1}{\operatorname{ctg} \beta_{32} + \operatorname{ctg} \beta_{12}} (Y_1) + \frac{1}{\operatorname{ctg} \beta_{32} + \operatorname{ctg} \beta_{12}} (Y_2) + \\ & + \frac{(X_4 - X_2)(\operatorname{ctg}^2 \beta_{32} + 1)}{\rho(\operatorname{ctg} \beta_{32} + \operatorname{ctg} \beta_{12})} (\beta_{32}) + \frac{(X_4 - X_1)(\operatorname{ctg}^2 \beta_{12} + 1)}{\rho(\operatorname{ctg} \beta_{32} + \operatorname{ctg} \beta_{12})} (\beta_{12}), \quad (1.7.25) \end{aligned}$$

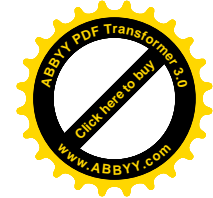
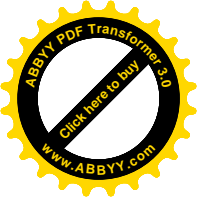


$$\begin{aligned}
(Y_4) &= \frac{\operatorname{ctg}\beta_{12}}{\operatorname{ctg}\beta_{32} + \operatorname{ctg}\beta_{12}}(Y_1) + \frac{\operatorname{ctg}\beta_{32}}{\operatorname{ctg}\beta_{32} + \operatorname{ctg}\beta_{12}}(Y_2) + \\
&+ \frac{1}{\operatorname{ctg}\beta_{32} + \operatorname{ctg}\beta_{12}}(X_1) - \frac{1}{\operatorname{ctg}\beta_{32} + \operatorname{ctg}\beta_{12}}(X_2) + \\
&+ \frac{(Y_4 - Y_2)(\operatorname{ctg}^2\beta_{32} + 1)}{\rho(\operatorname{ctg}\beta_{32} + \operatorname{ctg}\beta_{12})}(\beta_{32}) + \frac{(Y_4 - Y_1)(\operatorname{ctg}^2\beta_{12} + 1)}{\rho(\operatorname{ctg}\beta_{32} + \operatorname{ctg}\beta_{12})}(\beta_{12}), \quad (1.7.26)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
(X_3) &= \frac{\operatorname{ctg}\beta_{22}}{\operatorname{ctg}\beta_{42} + \operatorname{ctg}\beta_{22}}(X_1) + \frac{\operatorname{ctg}\beta_{42}}{\operatorname{ctg}\beta_{42} + \operatorname{ctg}\beta_{32}}(X_2) - \\
&- \frac{1}{\operatorname{ctg}\beta_{42} + \operatorname{ctg}\beta_{22}}(Y_1) + \frac{1}{\operatorname{ctg}\beta_{42} + \operatorname{ctg}\beta_{22}}(Y_2) + \\
&+ \frac{(X_3 - X_2)(\operatorname{ctg}^2\beta_{42} + 1)}{\rho(\operatorname{ctg}\beta_{32} + \operatorname{ctg}\beta_{12})}(\beta_{42}) + \frac{(X_3 - X_1)(\operatorname{ctg}^2\beta_{22} + 1)}{\rho(\operatorname{ctg}\beta_{32} + \operatorname{ctg}\beta_{12})}(\beta_{22}), \quad (1.7.27)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
(Y_3) &= \frac{\operatorname{ctg}\beta_{22}}{\operatorname{ctg}\beta_{42} + \operatorname{ctg}\beta_{22}}(Y_1) + \frac{\operatorname{ctg}\beta_{42}}{\operatorname{ctg}\beta_{42} + \operatorname{ctg}\beta_{32}}(Y_2) + \\
&+ \frac{1}{\operatorname{ctg}\beta_{42} + \operatorname{ctg}\beta_{22}}(X_1) - \frac{1}{\operatorname{ctg}\beta_{42} + \operatorname{ctg}\beta_{22}}(X_2) +
\end{aligned}$$





$$+ \frac{(Y_3 - Y_2)(\operatorname{ctg}^2 \beta_{42} + 1)}{\rho(\operatorname{ctg} \beta_{32} + \operatorname{ctg} \beta_{12})} (\beta_{42}) + \frac{(Y_3 - Y_1)(\operatorname{ctg}^2 \beta_{22} + 1)}{\rho(\operatorname{ctg} \beta_{32} + \operatorname{ctg} \beta_{12})} (\beta_{22}), \quad (1.7.28)$$

Выполняя встречное вычисление координат из пунктов С и Д, получим:

$$X_5 = \frac{X_c \operatorname{ctg} \gamma_{44} + X_D \operatorname{ctg} \gamma_{24} - Y_C + Y_D}{\operatorname{ctg} \gamma_{24} + \operatorname{ctg} \gamma_{44}}, \quad (1.7.29)$$

$$Y_5 = \frac{Y_c \operatorname{ctg} \gamma_{44} + Y_D \operatorname{ctg} \gamma_{24} + X_C - X_D}{\operatorname{ctg} \gamma_{24} + \operatorname{ctg} \gamma_{44}}, \quad (1.7.30)$$

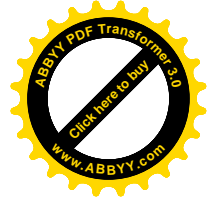
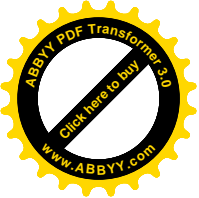
$$X_6 = \frac{X_c \operatorname{ctg} \gamma_{34} + X_D \operatorname{ctg} \gamma_{14} - Y_C + Y_D}{\operatorname{ctg} \gamma_{14} + \operatorname{ctg} \gamma_{34}}, \quad (1.7.31)$$

$$Y_6 = \frac{Y_c \operatorname{ctg} \gamma_{34} + Y_D \operatorname{ctg} \gamma_{14} + X_C - X_D}{\operatorname{ctg} \gamma_{14} + \operatorname{ctg} \gamma_{34}}, \quad (1.7.32)$$

$$X_3 = \frac{X_6 \operatorname{ctg} \beta_{43} + X_5 \operatorname{ctg} \beta_{23} - Y_6 + Y_5}{\operatorname{ctg} \beta_{23} + \operatorname{ctg} \beta_{43}}, \quad (1.7.33)$$

$$Y_3 = \frac{Y_6 \operatorname{ctg} \beta_{43} + Y_5 \operatorname{ctg} \beta_{23} + X_6 - X_5}{\operatorname{ctg} \beta_{23} + \operatorname{ctg} \beta_{43}}, \quad (1.7.34)$$

$$X_4 = \frac{X_6 \operatorname{ctg} \beta_{33} + X_5 \operatorname{ctg} \beta_{13} - Y_6 + Y_5}{\operatorname{ctg} \beta_{13} + \operatorname{ctg} \beta_{33}},$$



$$Y_4 = \frac{Y_6 \operatorname{ctg} \beta_{13} + Y_5 \operatorname{ctg} \beta_{33} + X_6 - X_5}{\operatorname{ctg} \beta_{13} + \operatorname{ctg} \beta_{33}}, \quad (1.7.36)$$

Взяв полный дифференциал по независимым переменным, и перейдя к поправкам, с учетом безошибочности координат исходных пунктов С и Д, запишем:

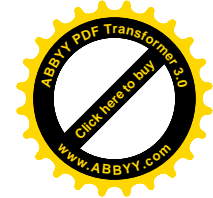
$$(X_5) = \frac{(X_5 - X_D)(1 + \operatorname{ctg}^2 \gamma_{24})}{\rho(\operatorname{ctg} \gamma_{24} + \operatorname{ctg} \gamma_{44})} (\gamma_{24}) + \frac{(X_5 - X_C)(1 + \operatorname{ctg}^2 \gamma_{44})}{\rho(\operatorname{ctg} \gamma_{24} + \operatorname{ctg} \gamma_{44})} (\gamma_{44}), \quad (1.7.37)$$

$$(Y_5) = \frac{(Y_5 - Y_D)(1 + \operatorname{ctg}^2 \gamma_{24})}{\rho(\operatorname{ctg} \gamma_{24} + \operatorname{ctg} \gamma_{44})} (\gamma_{24}) + \frac{(Y_5 - Y_C)(1 + \operatorname{ctg}^2 \gamma_{44})}{\rho(\operatorname{ctg} \gamma_{24} + \operatorname{ctg} \gamma_{44})} (\gamma_{44}), \quad (1.7.38)$$

$$(X_6) = \frac{(X_6 - X_D)(1 + \operatorname{ctg}^2 \gamma_{14})}{\rho(\operatorname{ctg} \gamma_{14} + \operatorname{ctg} \gamma_{34})} (\gamma_{14}) + \frac{(X_6 - X_C)(1 + \operatorname{ctg}^2 \gamma_{34})}{\rho(\operatorname{ctg} \gamma_{14} + \operatorname{ctg} \gamma_{34})} (\gamma_{34}), \quad (1.7.39)$$

$$(Y_6) = \frac{(Y_6 - Y_D)(1 + \operatorname{ctg}^2 \gamma_{14})}{\rho(\operatorname{ctg} \gamma_{14} + \operatorname{ctg} \gamma_{34})} (\gamma_{14}) + \frac{(Y_6 - Y_C)(1 + \operatorname{ctg}^2 \gamma_{34})}{\rho(\operatorname{ctg} \gamma_{14} + \operatorname{ctg} \gamma_{34})} (\gamma_{34}), \quad (1.7.40)$$

$$\begin{aligned} (X_4)' &= \frac{\operatorname{ctg} \beta_{33}}{\operatorname{ctg} \beta_{13} + \operatorname{ctg} \beta_{33}} (X_6) + \frac{\operatorname{ctg} \beta_{13}}{\operatorname{ctg} \beta_{13} + \operatorname{ctg} \beta_{33}} (X_5) - \\ &- \frac{1}{\operatorname{ctg} \beta_{13} + \operatorname{ctg} \beta_{33}} (Y_6) + \frac{1}{\operatorname{ctg} \beta_{13} + \operatorname{ctg} \beta_{33}} (Y_5) + \\ &+ \frac{(X_4 - X_5)(\operatorname{ctg}^2 \beta_{13} + 1)}{\rho(\operatorname{ctg} \beta_{13} + \operatorname{ctg} \beta_{33})} (\beta_{13}) + \frac{(X_4 - X_6)(\operatorname{ctg}^2 \beta_{33} + 1)}{\rho(\operatorname{ctg} \beta_{13} + \operatorname{ctg} \beta_{33})} (\beta_{33}), \quad (1.7.41) \end{aligned}$$

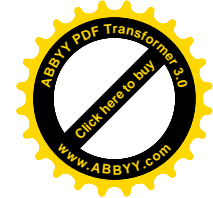
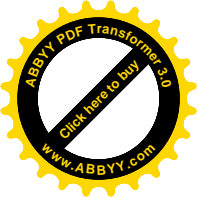


$$\begin{aligned}
(Y_4)' &= \frac{ctg\beta_{33}}{ctg\beta_{13} + ctg\beta_{33}}(Y_6) + \frac{ctg\beta_{13}}{ctg\beta_{13} + ctg\beta_{33}}(Y_5) + \\
&+ \frac{1}{ctg\beta_{13} + ctg\beta_{33}}(X_6) + \frac{1}{ctg\beta_{13} + ctg\beta_{33}}(X_5) + \\
&+ \frac{(Y_4 - Y_5)(ctg^2\beta_{13} + 1)}{\rho(ctg\beta_{13} + ctg\beta_{33})}(\beta_{13}) + \frac{(Y_4 - Y_6)(ctg^2\beta_{33} + 1)}{\rho(ctg\beta_{13} + ctg\beta_{33})}(\beta_{33}), \quad (1.7.42)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
(X_3)' &= \frac{ctg\beta_{43}}{ctg\beta_{23} + ctg\beta_{43}}(X_6) + \frac{ctg\beta_{23}}{ctg\beta_{23} + ctg\beta_{43}}(X_5) - \\
&- \frac{1}{ctg\beta_{23} + ctg\beta_{43}}(Y_6) + \frac{1}{ctg\beta_{23} + ctg\beta_{43}}(Y_5) + \\
&+ \frac{(X_3 - X_5)(ctg^2\beta_{23} + 1)}{\rho(ctg\beta_{23} + ctg\beta_{43})}(\beta_{23}) + \frac{(X_3 - X_6)(ctg^2\beta_{43} + 1)}{\rho(ctg\beta_{23} + ctg\beta_{43})}(\beta_{43}), \quad (1.7.43)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
(Y_3)' &= \frac{ctg\beta_{43}}{ctg\beta_{23} + ctg\beta_{43}}(Y_6) + \frac{ctg\beta_{23}}{ctg\beta_{23} + ctg\beta_{43}}(Y_5) + \\
&+ \frac{1}{ctg\beta_{23} + ctg\beta_{43}}(X_6) - \frac{1}{ctg\beta_{23} + ctg\beta_{43}}(X_5) + \\
&+ \frac{(Y_3 - Y_5)(ctg^2\beta_{23} + 1)}{\rho(ctg\beta_{23} + ctg\beta_{43})}(\beta_{23}) + \frac{(Y_3 - Y_6)(ctg^2\beta_{43} + 1)}{\rho(ctg\beta_{23} + ctg\beta_{43})}(\beta_{43}), \quad (1.7.44)
\end{aligned}$$

Условные уравнения координат представим в виде:



$$(X_4) - (X_4)' + W_{X_4} = 0, \quad (1.7.45)$$

$$(Y_4) - (Y_4)' + W_{Y_4} = 0, \quad (1.7.46)$$

$$(X_3) - (X_3)' + W_{X_3} = 0, \quad (1.7.47)$$

$$(Y_3) - (Y_3)' + W_{Y_3} = 0, \quad (1.7.48)$$

По составленной автором программе определяются коэффициенты координатных уравнений второй фигуры МПЗЗ. Согласно порядку вывода коэффициентов на дисплей микрокалькулятора, например, для поправок  $(X_4)$  и  $(Y_4)$  выводится

$$(X_4) = P2(X_1) + P3(X_2) - P1(Y_1) + P1(Y_2) + P4(\beta_{32}) + P6(\beta_{12}), \quad (1.7.49)$$

$$(Y_4) = P2(Y_1) + P3(Y_2) + P1(X_1) - P1(X_2) + P5(\beta_{32}) + P7(\beta_{12}). \quad (1.7.50)$$

В формулах (1.7.49) и (1.7.50) цифра при букве С означает номер вывода на дисплей калькулятора соответствующего коэффициенту.

Для  $(X_3)$  и  $(Y_3)$  получим соответственно:

$$(X_3) = P2(X_1) + P3(X_2) - P1(Y_1) + P1(Y_2) + P4(\beta_{42}) + P6(\beta_{22}), \quad (1.7.51)$$

$$(Y_3) = P2(Y_1) + P3(Y_2) + P1(X_1) - P1(X_2) + P5(\beta_{42}) + P7(\beta_{22}), \quad (1.7.52)$$

$$(X_4)' = P2(X_6) + P3(X_5) - P1(Y_6) + P1(Y_5) + P4(\beta_{13}) + P6(\beta_{32}), \quad (1.7.53)$$

$$(Y_4)' = P2(Y_6) + P3(Y_5) + P1(X_6) - P1(X_5) + P5(\beta_{13}) + P7(\beta_{33}). \quad (1.7.54)$$

$$(X_3)' = P2(X_6) + P3(X_5) - P1(Y_6) + P1(Y_5) + P4(\beta_{23}) + P6(\beta_{43}), \quad (1.7.55)$$

$$(Y_3)' = P2(Y_6) + P3(Y_5) + P1(X_6) - P1(X_5) + P5(\beta_{23}) + P7(\beta_{43}). \quad (1.7.56)$$

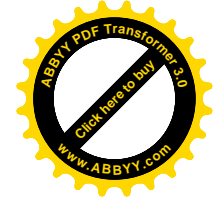
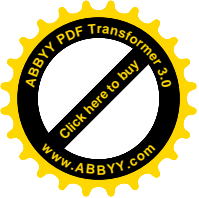
На основе выполненных расчетов условие абсцисс для пункта 3 запишется в виде:

$$\begin{aligned} &+13,564(\gamma_{11}) - 44,085(\gamma_{21}) + 32,347(\gamma_{31}) - 1,521(\gamma_{41}) + \\ &+ 0(\beta_{12}) - 10,043(\beta_{22}) + 0(\beta_{32}) + 14,662(\beta_{42}) - \\ &- 33,331(\gamma_{14}) + 60,462(\gamma_{24}) - 58,522(\gamma_{34}) + 15,914(\gamma_{44}) + \\ &+ 0 - 6(\beta_{13}), 716(\beta_{23}) + 0(\beta_{33}) + 19,765(\beta_{43}) + 398\Gamma = 0. \end{aligned} \quad (1.7.57)$$

Координатное условное уравнение ординат для пункта 3 будет:

$$\begin{aligned} &+ 23,131(\gamma_{11}) + 48,893(\gamma_{21}) + 4,882(\gamma_{31}) + 41,195(\gamma_{41}) + \\ &+ 0(\beta_{12}) + 29,869(\beta_{22}) + 0(\beta_{32}) + 17,866(\beta_{42}) + \\ &+ 34,509(\gamma_{14}) + 47,537(\gamma_{24}) + 7,250(\gamma_{34}) + 55,844(\gamma_{44}) + \\ &+ 0 - 40(\beta_{13}), 104(\beta_{23}) + 0 - 29(\beta_{33}), 704(\beta_{43}) - 55\Gamma = 0. \end{aligned} \quad (1.7.58)$$

При этом следует заметить, что в встречном счете знаки изменяются на обратные.



### 1.8. Разработка методики проектирования и уравнивания геодезических сетей несплошных наблюдений

Особенностью геодезических сетей несплошных наблюдений есть отсутствие наблюдений на целом ряде пунктов в отличие от традиционных сетей, где, как правило, наблюдения выполняются на всех пунктах. Используя материалы наблюдений на минимально возможном числе пунктов, необходимых для расчета координат, контроля измерений и выполнения процедуры уравнивания, как показали исследования, рационально применять параметрический способ уравнивания.

При этом традиционным способом составляется система линейных уравнений поправок вида

$$\begin{matrix} A_1 & X_1 & + & L_1 & = & 0 \\ n \times k & k \times 1 & & & & \end{matrix} \quad (1.8.1)$$

при  $n > k$ ,

где  $A_1$  - матрица коэффициентов уравнений поправок несплошной сети наблюдений;

$X_1$  - вектор неизвестных поправок в координатах;

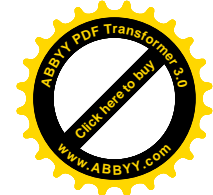
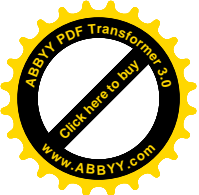
$L_1$  - вектор свободных членов.

Потом переходят к нормальным уравнениям

$$A_1^T P_1 A_1 X_1 + A_1^T P_1 L_1 = 0 \quad (1.8.2)$$

где  $P_1$  - диагональная матрица весовых коэффициентов;

T - знак транспонирования матриц.



Или в традиционных обозначениях

$$R_1 X_1 + b_1 = 0, \quad (1.8.3)$$

где

$$R_1 = A_1^T P_1 A_1, \quad (1.8.4)$$

$$b_1 = A_1^T P_1 L_1, \quad (1.8.5)$$

Решая выражение (1.8.3), получают поправки в координаты

$$X_1 = -R_1^{-1} b_1, \quad (1.8.6)$$

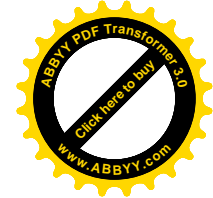
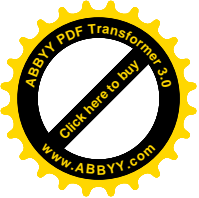
$$X_1 = -Q_1 b_1, \quad (1.8.7)$$

где  $Q_1 = R_1^{-1}$  - обратная матрица весовых коэффициен-

тов.

Вектор поправок в измерении величины  $V_1$  рассчитывают из выражения

$$V_1 = A_1 X_1 + L_1, \quad (1.8.8)$$



Выполняется контроль процедуры уравнивания

$$V_1^T P_1 V_1 = L_1^T P_1 L_1 + b_1^T X_1, \quad (1.8.9)$$

Определяется средняя квадратическая погрешность единицы веса

$$\mu_1 = \sqrt{\frac{V_1^T P_1 V_1}{r}}, \quad (1.8.10)$$

$r$  — количество избыточных измерений.

Определяют обратные веса дирекционных углов (при уравнивании несплошных наблюдений триангуляции).

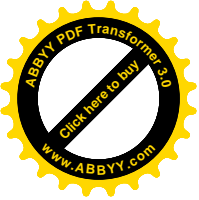
$$Q_{\alpha_1} = A_1^T Q_1 A_1, \quad (1.8.11)$$

$Q_{\alpha_1}$  - матрица обратных весов дирекционных углов.

Рассчитывают корреляционную матрицу дирекционных углов

$$K_{\alpha_1} = \mu_1^2 Q_{\alpha_1}, \quad (1.8.12)$$





диагональными элементами которой будут дисперсии уравненных дирекционных углов.

Потом находят обратные веса уравненных сторон

$$Q_{S_1} = D_1^T Q_1 D_1, \quad (1.8.13)$$

где  $D_1$  - матрица коэффициентов весовых функций оцениваемых сторон.

Определяется корреляционная матрица уравненных сторон

$$K_{S_1} = \mu_1^2 Q_{S_1}, \quad (1.8.14)$$

диагональными элементами которой будут дисперсии соответствующих сторон.

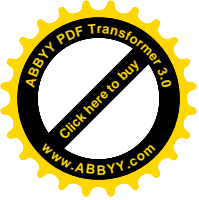
Далее получают корреляционную матрицу уравненных координат

$$K_{X_1} = \mu_1^2 Q_1, \quad (1.8.15)$$

и их дисперсии.

В случае удовлетворительных результатов, на этом заканчивается этап построения и уравнивания геодезических опорных сетей.

При неудовлетворительных результатах (ведь сеть обрабатывалась при минимуме наблюдений, необходимых для расчета координат, контроля и уравнивания), делают дополнительные наблюдения на некоторых пунктах,



точность определения которых неудовлетворительная, или сопредельных к ним.

В данном случае формируется новая матрица коэффициентов уравнений поправок  $A_2$  путем включения дополнительных строк к уже существующей матрице, число столбцов остается без перемен, так как общее количество пунктов остается без перемен, а все лишь проведенные наблюдения на тех или других пунктах сопредельных к ним, что определенные с недостаточной точностью.

На ЭВМ по специальной программе, открывается файл данных коэффициентов уравнений поправок первичной сети и дополнительно вносятся коэффициенты уравнений поправок дополнительных наблюдений. Аналогичные дополнения вносятся в файл данных свободных членов уравнений поправок и весовых коэффициентов.

Таким образом, получают новую систему линейных уравнений поправок

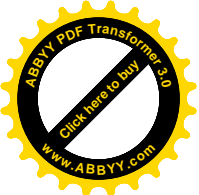
$$\begin{matrix} A_2 & \times & X_2 & + & L_2 & = & 0 \\ n+t \times k & & k \times 1 & & & & \end{matrix} \quad (1.8.16)$$

В дальнейшем делают решение системы (1.8.16) по ранее разработанному алгоритму (80, 81, 82).

При необходимости делают дополнительные наблюдения и решают систему.

$$A_3 X_3 + L_3 = 0 \quad (1.8.17)$$

и т.д.



В случае повторных наблюдений на каком-нибудь пункте, например, при необходимости повысить точность наблюдений, необходимые изменения вносятся на соответствующие места строчки и столбца соответствующего файла данных.

За данным алгоритмом выполняют, таким образом, и априорную оценку точности на стадии проектирования геодезических сетей несплошных наблюдений.

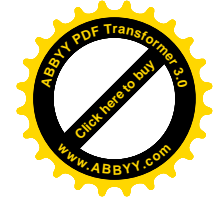
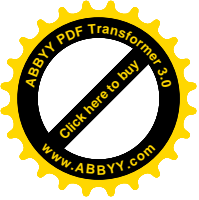
При этом координаты пунктов (в метрах) определяют по схеме проектируемой сети на карте крупного масштаба, за которыми высчитывают коэффициенты уравнений поправок весовых функций.

Задаваясь величиной погрешности единицы веса для данного разряда или класса триангуляции, можно генерировать погрешности измерений по разработанной автором программе, и определить свободные члены, рассчитать точность элементов сети.

Так свободные члены в уравнениях поправок не нужно знать для расчета обратных весов весовых функций, генерировать погрешности измерений не обязательно.

При исследовании сети изменяют веса и свободные члены, выполняют уравнивание и выполняют оценку точности уравненных элементов.

Рассмотренный алгоритм проектирования, уравнивания и исследования геодезических сетей сплошных и несплошных наблюдений реализованный в разработанной автором программе (50,51,48,49,64,66,69,70,71,s82).



## ВЫВОДЫ

1. Предложена идея создания плановых опорных геодезических сетей построением рядов геодезических четырехугольников с измерением горизонтальных углов из пунктов, которые фиксируют сопредельные стороны парных геодезических четырехугольников.

Предполагаются сгущения сетей GPS предложенным методом парных звеньев засечек (МПЗЗ).

2. Разработана теория передачи дирекционных углов и сторон в рядах ПЗЗ.

Получены дифференциальные формулы передачи дирекционных углов и связующих сторон в рядах ПЗЗ.

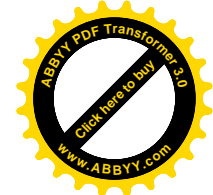
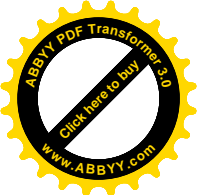
Разработаны условные уравнения дирекционных углов, сторон и координат.

3. Составлены программы, которые дают возможность на протяжении нескольких минут определить коэффициенты условных уравнений и обратные веса функций измеренных величин для предыдущей оценки точности и определения допустимых значений свободных членов условных уравнений.

4. Приведены формулы оценки точности передачи дирекционных углов в рядах ПЗЗ.

Получены формулы оценки точности передачи сторон в рядах ПЗЗ.

5. Построенный необходимый математический аппарат для обработки сетей сгущения методом парных звеньев засечек (МПЗЗ).



6. Предложена концепция создания геодезических сетей несплошных наблюдений при минимуме наблюдений, необходимых для расчета координат пунктов, контроля и выполнения процедуры уравнивания.

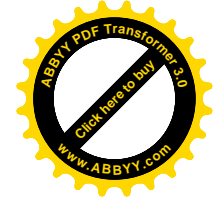
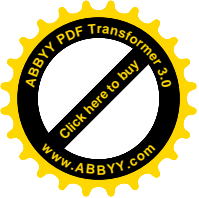
7. Разработана классификация технологий создания опорных сетей на основе предложенной концепции.

8. Рассмотрены методические аспекты проектирования, уравнивания и исследования геодезических сетей несплошных наблюдений.

9. Разработанный алгоритм уравнивания сетей несплошных наблюдений дает не только сплошную оценку точности координат определяемых пунктов, но и точно указывает, что пункты или направления необходимо донаблюдать или перенаблюдать для улучшения их точности или точности пунктов сопредельных с ними.

При этом отпадает необходимость наблюдений на целом ряде пунктов, точность которых удовлетворяет заданным требованиям.

По разработанной автором программе формируются файлы данных на внешних носителях. При этом предусмотрены внесения необходимых исправлений в файлы данных без нового набора матриц коэффициентов уравнений поправок, матриц коэффициентов весовых функций, диагональной матрицы весовых коэффициентов и вектора свободных членов.



## РАЗДЕЛ II

### Построение и исследование экспериментальной сети. Полевой контроль

#### 2.1. Построение модели исследования

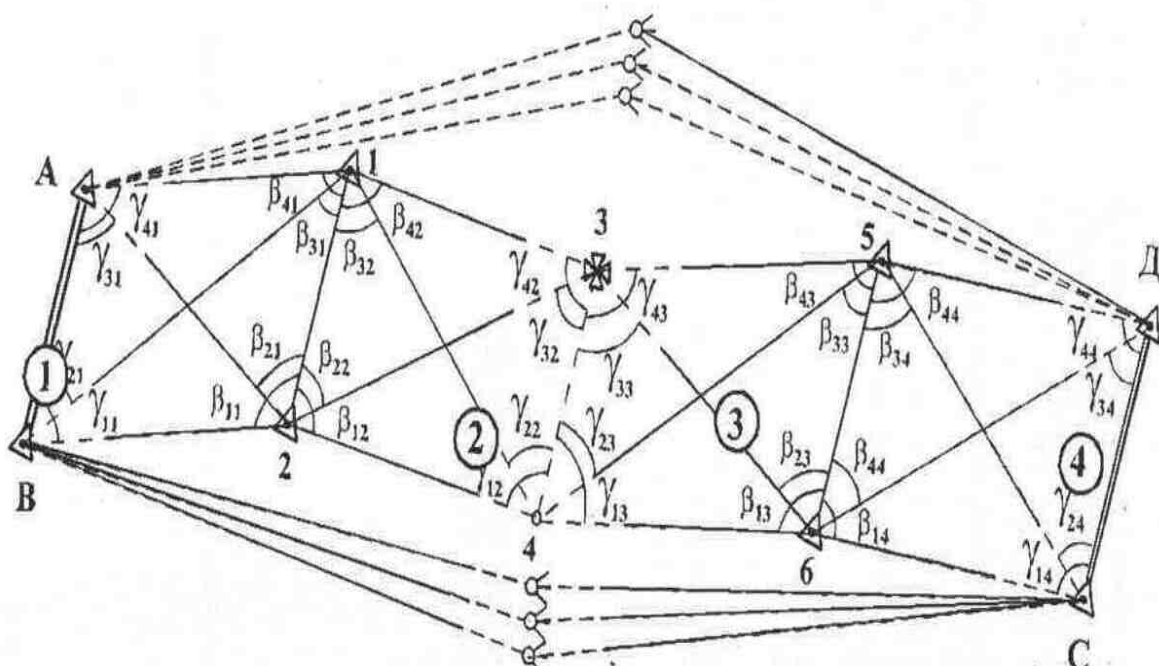
На плане крупного масштаба запроектированный ряд геодезических четырехугольников. Координаты пунктов определенные графически. По координатам решены обратные геодезические задачи и получены горизонтальные углы, которые приняты за истинные значения углов модели. За данными углами рассчитаны координаты пунктов, которые приняты за истинные.

В дальнейшем углы модели искажались истинными погрешностями в диапазонах 2", 4" и 5". По искаженным углам проводилось строгое уравнивание с оценкой точности результатов и сравнивались результаты с истинными значениями координат. Кроме этого, сравнивались результаты уравнивания сетей сплошных и несплошных наблюдений. Данные исследования проведены на семи моделях.

Случайные числа генерировались на персональном компьютере по следующей программе на языке BASIC.

#### **Программа №1.** Генератор случайных чисел

```
10 PRINT "Генератор случайных чисел в диапазоне от – M до +M"  
20 INPUT "Введите С.К.П. измерений и их число"; M; N  
30 DIM Z(N)  
40 X=-M; Y=+M; PRINT "M="; M; PRINT "N="; N;  
50 FOR I=1 TO N  
60 Z(I) = ((Y-X)* RND(I)+X)  
70 PRINT USING "Z(##.)=###.##"; I; Z(I);  
80 NEXT I  
90 END
```



**Рис. 2.1. Экспериментальный ряд, который развивается методом парных звеньев засечек (МПЗЗ).**

Координаты исходных пунктов А, В, С, Д получены по системе GPS.

$\beta_{ij}$  – измеренные углы;

$\gamma_{ij}$  – неизмеренные углы;

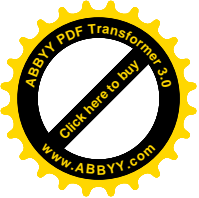
Кроме этого, генерировались псевдослучайные числа, распределенные по нормальному закону [27, - с. 251].

$$P(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}} \tag{2.1.1}$$

Значения  $\Delta_{2i-1}$ ,  $\Delta_{2i}$  генерируются из  $\zeta_i$  ( $i=1,2,3\dots$ ) за

$$\Delta_{2i-1} = (-2\text{Ln}\zeta_i)^{1/2} \cos(e^9 \zeta_i), \tag{2.1.2}$$

$$\Delta_{2i} = (-2\text{Ln}\zeta_i)^{1/2} \sin(e^9 \zeta_i), \tag{2.1.3}$$



Значения  $\zeta_i$  вырабатываются с помощью линейного конгруэнтного метода

$$\zeta_{i+1} = F(11\zeta_i + \pi), \quad (2.1.4)$$

где  $F(z)$  – дробная часть от  $z$ .

**Таблица 2.1. Псевдослучайные числа для исследования искаженной модели**

	01	02	03	04	05	06	07	08	09
00	-0,58	+1,19	-0,61	0,23	+0,20	+1,19	+0,89	+0,64	-0,75
10	-1,09	-1,59	+0,11	+0,09	-0,91	-1,61	-1,67	+0,30	-0,65
20	+0,35	+0,30	-1,53	+0,93	-0,23	+0,19	-0,12	-0,54	-0,19

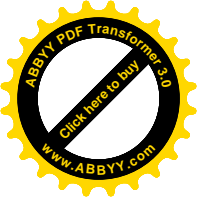
Истинные значения направлений искажались истинной погрешностью в 2", которая генерировалась по нормальному закону. Средняя квадратическая погрешность измеренных углов составляла  $2'' \sqrt{2} = 2,8''$ .

**Таблица 2.2. Построение модели №1 исследования ряда ПЗЗ**

Углы	Истинное значение	$\Delta''$	Значения искаженной модели	Углы	Истинное значение	$\Delta''$	Значения искаженной модели
$\beta_{11}$	100°00'08.54	-0,54	100°00'08.00"	$\beta_{13}$	108°02'15.00"	-1,00	100°00'08.54"
$\beta_{21}$	48°58'15.10	-0,60	48°58'14.50	$\beta_{23}$	59°03'02.17	+0,43	48°58'15.10
$\beta_{31}$	41°29'35.71	+0,39	41°29'36.10	$\beta_{33}$	38°28'03.05	-3,05	100°00'08.54
$\beta_{41}$	81°25'14.21	-0,11	81°25'14.10	$\beta_{43}$	77°48'09.25	-1,25	100°00'08.54
$\beta_{12}$	95°32'16.32	-2,52	95°32'13.80	$\beta_{14}$	92°27'12.19	+2,51	100°00'08.54
$\beta_{22}$	45°30'07.82	+2,28	45°30'10.10	$\beta_{24}$	53°31'07.21	+2,59	100°00'08.54
$\beta_{32}$	41°58'07.14	-0,94	41°58'06.20	$\beta_{34}$	49°32'18.09	-0,39	100°00'08.54
$\beta_{42}$	76°32'15.07	-1,17	76°32'13.90	$\beta_{44}$	85°27'17.05	+2,15	100°00'08.54

$$\sum VV = 44,45$$





При переходе от направлений к углам с учетом углов только на пунктах 1, 2, 5, 6 полученная средняя квадратическая погрешность угла модели

$$m_{\beta} = \sqrt{\frac{[\Delta\Delta]}{r}} = \sqrt{\frac{44,45}{4}} = 3,33''$$

**Таблица 2.3. Истинные погрешности при  $m_{\beta}=0,7''$   
(триангуляция 1 класса)**

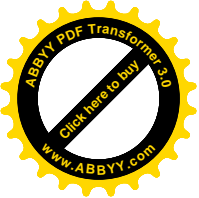
	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10
00	+0,30	+0,26	-0,03	+0,70	+0,21	-0,51	-0,18	+0,12	-0,51	+0,61
10	+0,39	-0,27	-0,37	+0,55	+0,12	-0,05	+0,69	+0,46	-0,66	-0,18
20	+0,01	+0,07	-0,54	-0,19	+0,45	+0,52	-0,12	+0,30	-0,70	+0,14
30	-0,03	+0,37	-0,56	+0,06	+0,53	+0,45	-0,45	+0,04	-0,45	-0,43

**Таблица 2.4. Истинные погрешности при  $m_{\beta}=1''$  (триангуляция 2 класса)**

	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10
00	+0,43	+0,37	-0,04	+1,00	+0,29	-0,74	-0,26	+0,17	-0,73	+0,87
10	-0,56	-0,38	-0,53	+0,79	+0,17	-0,08	-0,99	+0,65	-0,95	-0,25
20	+0,01	+0,10	+0,77	-0,28	+0,64	+0,75	-0,17	+0,42	-1,00	+0,20
30	-0,04	+0,53	-0,81	+0,09	+0,76	+0,65	-0,64	+0,06	-0,65	-0,60

**Таблица 2.5. Истинные погрешности при  $m_{\beta}=1,5''$   
(триангуляция 3 класса)**

	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10
00	+0,65	+0,55	-0,05	+1,50	+0,44	-1,10	-0,39	+0,26	-1,10	+1,30
10	-0,84	-0,57	-0,80	+1,19	+0,26	-0,11	-1,49	+0,98	-1,42	-0,38
20	+0,02	+0,15	-1,16	+0,42	+0,96	+1,12	-0,26	+0,63	-1,50	+0,30
30	-0,06	+0,80	+1,21	+0,43	+1,14	+0,97	-0,96	+0,08	-0,97	-0,91

**Таблица 2.6. Истинные погрешности при  $m_\beta=2''$  (триангуляция 4 класса)**

	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10
00	+0,86	+0,73	-0,07	+2,00	+0,59	-1,47	-0,52	+0,35	-1,46	+1,74
10	-1,12	-0,76	-1,07	+1,58	+0,34	-0,15	-1,99	+1,30	-1,89	-0,50
20	+0,03	+0,20	-1,54	-0,55	+1,28	+1,49	-0,34	+0,84	-2,00	+0,40
30	-0,09	+1,07	-1,61	+0,18	+1,52	+1,29	-1,28	+0,11	-1,29	-1,22

## 2.2. Полевой контроль при создании плановой геодезической основы методом ПЗЗ

Принцип метода парных звеньев состоит в построении и закреплении на местности рядов геодезических четырехугольников, измерения горизонтальных углов  $\beta_i$  только с двух углов парных четырехугольников.

Расчет неизмеренных углов  $\gamma_i$  выполняют по формулам:

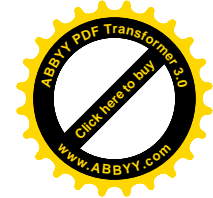
$$\gamma_{1i} = 180^\circ - \beta_{1i} + \omega_i, \quad (2.2.1)$$

$$\gamma_{2i} = \omega_i + \beta_{3i}, \quad (2.2.2)$$

$$\gamma_{2i} = \beta_{2i} - \omega_i, \quad (2.2.3)$$

$$\gamma_{4i} = 180^\circ - \omega_i - \beta_{4i}, \quad (2.2.4)$$

$$\operatorname{tg} \omega_i = \frac{(\operatorname{ctg} \beta_{1i} + \operatorname{ctg} \beta_{3i}) - (\operatorname{ctg} \beta_{2i} + \operatorname{ctg} \beta_{4i})}{\operatorname{ctg} \beta_{2i} \operatorname{ctg} \beta_{3i} - \operatorname{ctg} \beta_{1i} \operatorname{ctg} \beta_{4i}} \quad (2.2.5)$$



Передачу связующих сторон выполняют по формулам:

$$S_n = S_{\text{вих}} \frac{t_1 \cdot t_2}{t'_1 \cdot t'_2}, \quad (2.2.6)$$

$$t_i = \sqrt{\left( \frac{1}{\text{ctg}\beta_{2i} + \text{ctg}\beta_{4i}} - \frac{1}{\text{ctg}\beta_{1i} + \text{ctg}\beta_{34i}} \right)^2 - \left( \frac{\text{ctg}\beta_{2i}}{\text{ctg}\beta_{2i} + \text{ctg}\beta_{4i}} - \frac{\text{ctg}\beta_{1i}}{\text{ctg}\beta_{1i} + \text{ctg}\beta_{34i}} \right)^2}, \quad (2.2.7)$$

где  $t'_i$  - коэффициенты, которые определяются из решения задачи Ганзена, то есть при определении стороны из конечных пунктов которой выполняются наблюдения направлений;

$t_i$  коэффициенты для определения стороны, из конечных пунктов у которой наблюдения ведутся;

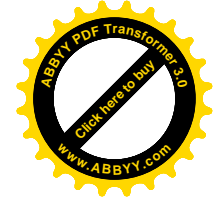
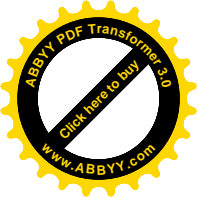
$i$  – номер четырехугольника.

Так, например,

$$S_{12} = S_{AB} \frac{1}{t'_1}, \quad (2.2.8)$$

$$S_{34} = S_{AB} \frac{t_1}{t'_1}, \quad (2.2.9)$$

$$S_{56} = S_{AB} \frac{t_1}{t'_1 \cdot t'_2}, \quad (2.2.10)$$



$$S_{CD} = S_{AB} \frac{t_1 \cdot t_2}{t'_1 \cdot t'_2}. \quad (2.2.11)$$

Расчет стороны  $S_{CD}$  и сравнение ее с исходной и будет первым полевым контролем, то есть

$$W_S = S_{CD} - S_{CD \text{ исх.}}, \quad (2.2.12)$$

Относительная погрешность передачи стороны  $f_{\text{отн.}}$  и даст информацию о качестве полевых измерений

$$f_{\text{отн.}} = \frac{W_S}{S_{CD}}. \quad (2.2.13)$$

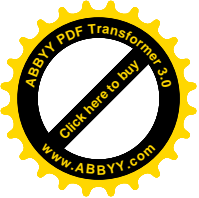
Потом сравнивают полученную погрешность с допустимой для данного класса или разряда триангуляции

$$F_{\text{отн.}} \leq f_{\text{доп}} \quad (2.2.14)$$

Вторым полевым контролем будет расчет дирекционного угла  $\alpha_{CD}$  исходной стороны

$$\alpha_{CD} = \alpha_{AB} + \omega_1 + \omega_2 + \omega_3 + \omega_4, \quad (2.2.15)$$

Свободный член условного уравнения дирекционных углов находят из выражения



$$W_{\alpha} = \alpha_{\text{кон.вычис.}} - \alpha_{\text{кон.исх.}} \quad (2.2.16)$$

Принимая к вниманию, что средняя квадратическая погрешность передачи дирекционных углов уравновешенного ряда, проложено между двумя исходными сторонами с известными дирекционными углами, рассчитывается по формуле:

$$m_{\alpha} = 1,58m_{\beta} \sqrt{n}, \quad (2.2.17)$$

допустимое значение свободного члена условного уравнения дирекционных углов рассчитывается по формуле:

$$W_{\alpha\text{доп.}} \leq 2,5 m_{\alpha}, \quad (2.2.18)$$

Или

$$W_{\alpha\text{доп.}} = 4\mu\sqrt{n} \quad (2.2.19)$$

где  $n$  – число четырехугольников в ряде;

$\mu$  - средняя квадратическая погрешность единицы веса.

При этом следует учитывать, что в формулах (2.2.18) и (2.2.19) не учтены погрешности исходных дирекционных углов.

При средней квадратической погрешности измерения углов в триангуляции 1 разряда равной 5", допустимое значение свободного члена условного уравнения дирекционных углов

$$W_{\alpha} = 4 \times 5\sqrt{4} = 40''$$

при

$$W_{\alpha\text{факт}} = 21,08''$$

Таким образом, разработанная методика полевого контроля дает возможность на последнем пункте наблюдения на протяжении нескольких минут выполнить надежный полевой контроль.

Безосновательны утверждения в слабости полевого контроля из-за отсутствия условных уравнений фигур. В полигонометрии и трилатерации они также отсутствуют, но данные методы являются в арсенале геодезии.

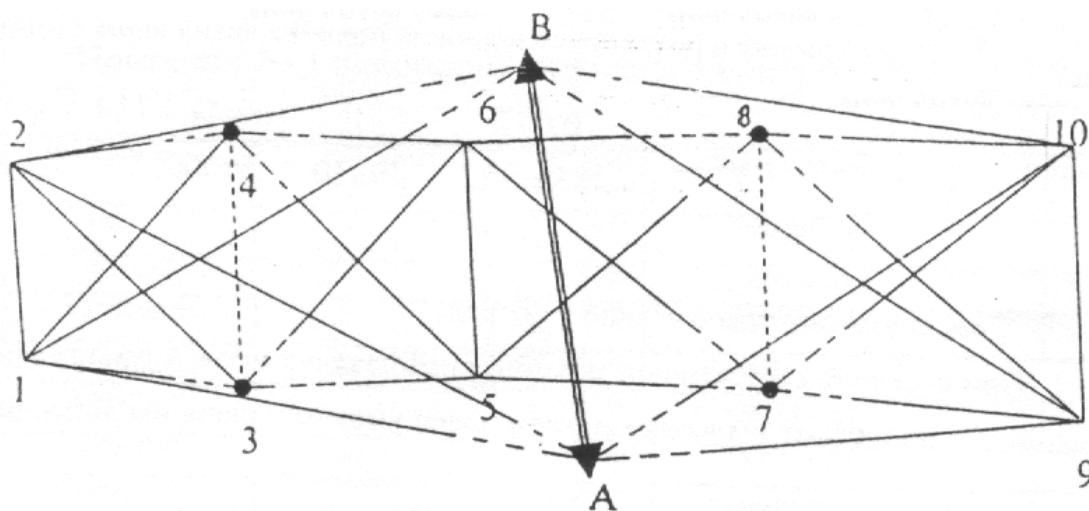
В особенности актуальным есть развитие данных сетей при наблюдении за деформациями и сдвигами, где необходимо поквартально или ежемесячно определять координаты пунктов.

По данной методике в кратчайшее время наблюдается сеть, на ряд пунктов которой доступ затруднен.

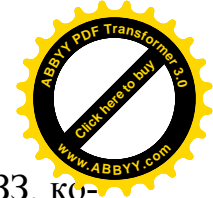
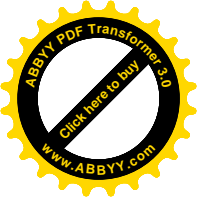
Наземные методы дают возможность в кратчайшее время развивать сети независимо от широкого применения метода космической геодезии GPS.

Заметим, что мы рассмотрели выше несвободную сеть ПЗЗ, которая опирается на две исходных стороны.

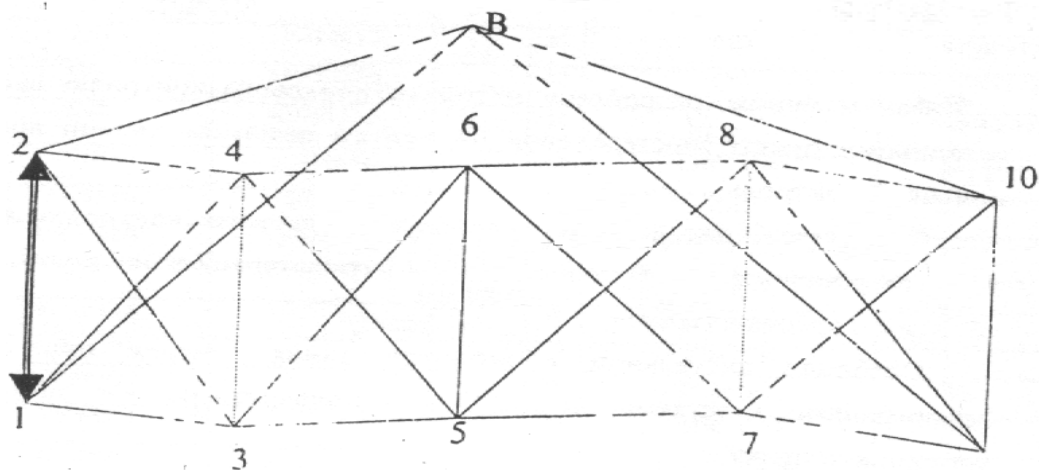
Аналогичные контроли будут и в свободной сети, представленной на рис.2.2.



**Рис. 2.2. Свободный ряд, развиваемый ПЗЗ.**



На рис.2.2. Приведена принципиальная схема свободного ряда ПЗЗ, который опирается на исходные пункты А и В. Полевым контролем в данном случае, также, будет определение свободных членов базисного и условного уравнения дирекционных углов.



**Рис. 2.3. Свободный ряд, развивает МПЗЗ. Пункты 1 и 2 исходные.**

Полевой контроль в свободном ряде, приведенном на рис.3 выполняется расчетом координат произвольного пункта хорошо видимого с стороны 1-2 и 9-10.

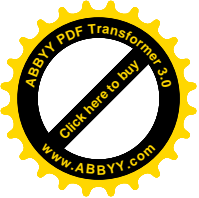
При известных координатах четырех пунктов А, В, С и Д автором разработана программа, которая дает возможность выполнить полевой контроль расчетом координат пунктов.

В основу программы положен алгоритм решения задачи Ганзена и прямых угловых засечек по формулам Гаусса.

Абсциссы пунктов рассчитываются по формулам:

$$X_i = \frac{X_{лев} \operatorname{tg} \alpha_{лев} - X_{пр} \operatorname{tg} \alpha_{пр} - Y_{лев} + Y_{пр}}{\operatorname{tg} \alpha_{лев} - \operatorname{tg} \alpha_{пр}}, \quad (2.2.20)$$

ординаты пунктов



$$Y_i = Y_{\text{пр}} + (X_i - X_{\text{пр}}) \operatorname{tg} \alpha_{\text{пр}}, \quad (2.2.21)$$

где  $X_i, Y_i$  – абсцисса и ордината определяемого пункта;

$X_{\text{л}}, Y_{\text{л}}$  – абсцисса и ордината левого пункта базисной стороны;

$X_{\text{п}}, Y_{\text{п}}$  – абсцисса и ордината правого пункта базисной стороны;

$\alpha_{\text{лев}}, \alpha_{\text{пр}}$  – дирекционные углы из левого и правого базисного пункта на определяемый.

Исходными данными являются измеренные углы  $\beta_i$  в данном геодезическом четырехугольнике и известные координаты двух пунктов.

Из решения обратной геодезической задачи определяется румб исходной стороны, например:

$$\operatorname{tg} Y_{AB} = \frac{Y_A - Y_B}{X_A - X_B}, \quad (2.2.22)$$

где  $Y_A, X_A$  – ордината и абсцисса левого пункта базиса;

$Y_B, X_B$  – ордината и абсцисса правого пункта базиса.

Рассчитывается угол  $\omega$  между стороной исходного базиса и стороной, образованной определяемыми пунктами по формуле (2.2.25).

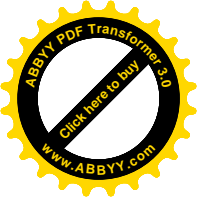
Дирекционный угол  $\alpha_{21}$  стороны  $S_{12}$  находят из выражения:

$$\alpha_{21} = \alpha_{AB} + \omega_1, \quad (2.2.23)$$

а для определения координат пункта 2, получим

$$\alpha_{2 \text{ лев}} = \alpha_{21} - \beta_{21}, \quad (2.2.24)$$





$$\alpha_{2 \text{ пр}} = \alpha_{21} - \beta_{11}, \quad (2.2.25)$$

При определении же координат пункта 1 дирекционные углы засечки будут

$$\alpha_{1 \text{ лев}} = \alpha_{12} + \beta_{41}, \quad (2.2.26)$$

$$\alpha_{1 \text{ пр}} = \alpha_{12} - \beta_{31}, \quad (2.2.27)$$

Для определения координат пункта 4 имеем:

$$\alpha_{4 \text{ лев}} = \alpha_{12} - \beta_{32}, \quad (2.2.28)$$

$$\alpha_{4 \text{ пр}} = \alpha_{21} + \beta_{42}, \quad (2.2.29)$$

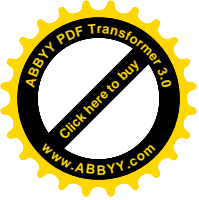
При определении же координат пункта 3 будем иметь:

$$\alpha_{3 \text{ лев}} = \alpha_{12} - \beta_{42}, \quad (2.2.30)$$

$$\alpha_{3 \text{ пр}} = \alpha_{21} + \beta_{32}, \quad (2.2.31)$$

Принимая к вниманию, что  $\text{tg}(180^\circ \pm \alpha) = \pm \alpha$  и  $\text{tg}(360^\circ - \alpha) = -\text{tg} \alpha$ , при расчете координат по формулам Гаусса переход от румбов к дирекционным углам не выполнялся.

Кроме расчета координат пунктов по этой программе при необходимости определяют приращения координат между определяемыми пунктами и румб направления, что дает возможность сразу определить длину стороны и



ее дирекционный угол. А это и будет полевым контролем при развитии ряда между известными сторонами, дирекционные углы которых также известные. При наличии же известных координат конечных пунктов, сразу определяют свободные члены координатных условных уравнений. В данном случае выполняют встречное вычисление координат.

Вероятным значением координат пунктов 3 и 4 при упрощенном уравнении будет среднее арифметическое из двух значений. Полученная невязка от этого среднего распределяется пропорционально по пунктам внешних сторон по каждому от середины.

Ниже приводится блок-схема программы, которая показывает структуру и принцип действия при расчете координат пунктов в рядах ПЗЗ.

Поскольку программированный микрокалькулятор Электроника МК 52 имеет долгосрочную память, то один раз набрав данную программу можно ее многократно использовать как в полевых условиях, так и при дальнейшей камеральной обработке.

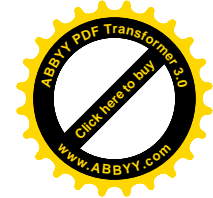
### 2.3. Уравнивание ряда ПЗЗ упрощенным способом

Принимая во внимание, что координаты пунктов 1, 2, 5 и 6 невозможно определить через измеренные углы  $\beta_i$ , рассчитаем их координаты через неизмеренные углы  $\gamma_i$  по формулам Юнга. Для этого автором разработана программа .

Свободные члены координатных условных уравнений будут:

$$W_{X4} = 558,062 - 557,797 = +0,265$$

$$W_{Y4} = 11290,142 - 11290,636 = -0,494$$



$$W_{X3} = 4933,514 - 4933,116 = +0,398$$

$$W_{Y3} = 10876,986 - 10877,041 = -0,055$$

Принимая углы  $\gamma_i$  за измеренные величины, проведем уравнивание коррелятным способом. Хотя в данном случае это и будет нарушением строгости уравнивания, но для многих целей данного способа вполне достаточно для обработки рядов ПЗЗ. Данный способ уравнивания целиком достаточный и для научных исследований считал профессор В.Д.Большаков.

На основе данных результатов с учетом расчета коэффициентов условного уравнения дирекционных углов через углы  $\beta_i$  для четырехугольников 1234 и 3456 получим условное уравнение дирекционных углов.

$$\begin{aligned} & -1,032(\gamma_{11})+2,437(\gamma_{21})-1,644(\gamma_{31})+1,022(\gamma_{41})-0,836(\beta_{12})+1,352(\beta_{22})- \\ & -2,291(\beta_{32})+0,900(\beta_{42})-1,581(\gamma_{14})+2,757(\gamma_{24})-2,414(\gamma_{34})+1,589(\gamma_{44})- \\ & -1,354(\beta_{13})+1,904(\beta_{23})-2,808(\beta_{33})+1,301(\beta_{43})+20,59'' = 0. \end{aligned} \quad (2.3.1)$$

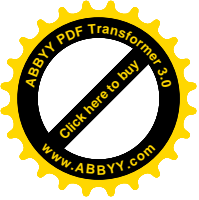
где

$$(\omega_1) = -1,032(\gamma_{11})+2,437(\gamma_{21})-1,644(\gamma_{31})+1,022(\gamma_{41}), \quad (2.3.2)$$

$$(\omega_2) = -0,836(\beta_{12})+1,352(\beta_{22})-2,291(\beta_{32})+0,900(\beta_{42}), \quad (2.3.3)$$

$$(\omega_3) = -1,581(\gamma_{14})+2,757(\gamma_{24})-2,414(\gamma_{34})+1,589(\gamma_{44}), \quad (2.3.4)$$

$$(\omega_4) = -1,354(\beta_{13})+1,904(\beta_{23})-2,808(\beta_{33})+1,301(\beta_{43}), \quad (2.3.5)$$



Приведем результаты расчета коэффициентов условного уравнения сторон через углы  $\gamma_i$ .

На основе выполненных расчетов условное уравнение сторон будет:

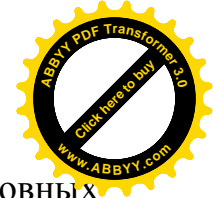
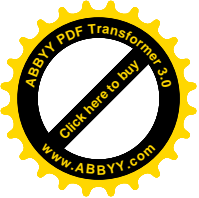
$$\begin{aligned} & \frac{S_{12}}{2pt_1} [ + 1,664(\gamma_{11}) + 0,618(\gamma_{12}) - 0,537(\gamma_{31}) + 2,140(\gamma_{41}) ] + \\ & + \frac{S_{34}}{2pt_2} [ + 2,288(\beta_{12}) - 1,006(\beta_{22}) + 1,104(\beta_{32}) + 1,015(\beta_{42}) ] - \\ & - \frac{S_{56}}{2pt_4} [ + 2,558(\gamma_{14}) + 0,480(\gamma_{24}) - 0,226(\gamma_{34}) + 2,966(\gamma_{44}) ] - \\ & - \frac{S_{34}}{2pt_3} [ + 3,076(\beta_{13}) - 0,328(\beta_{23}) + 1,182(\beta_{33}) + 2,529(\beta_{44}) ] + 88 \text{ мм} = 0 \end{aligned} \quad (2.3.6)$$

или

$$\begin{aligned} & 12,101[ + 1,664(\gamma_{11}) + 0,681(\gamma_{21}) - 0,573(\gamma_{31}) + 2,140(\gamma_{41}) ] + \\ & + 11,643[ + 2,288(\beta_{12}) - 1,006(\beta_{22}) + 1,104(\beta_{32}) + 1,015(\beta_{42}) ] - \\ & - 9,301[ + 2,558(\gamma_{14}) + 0,480(\gamma_{24}) - 0,226(\gamma_{34}) + 2,966(\gamma_{44}) ] - \\ & - 9,730[ + 3,076(\beta_{13}) - 0,328(\beta_{23}) + 1,182(\beta_{33}) + 2,529(\beta_{43}) ] + 88 = 0, \end{aligned} \quad (2.3.7)$$

и в конечном виде

$$\begin{aligned} & + 20,137(\gamma_{11}) + 8,241(\gamma_{21}) - 6,489(\gamma_{31}) + 25,897(\gamma_{41}) + \\ & + 26,640(\beta_{12}) - 11,713(\beta_{22}) + 12,854(\beta_{32}) + 11,818(\beta_{42}) - \\ & - 23,792(\gamma_{14}) - 4,464(\gamma_{24}) + 2,12(\gamma_{34}) - 27,587(\gamma_{44}) - \\ & - 29,929(\beta_{13}) + 3,191(\beta_{23}) - 11,500(\beta_{33}) - 24,606(\beta_{43}) + 88 = 0, \end{aligned} \quad (2.3.8)$$



Все результаты вычислений сведем в таблицу коэффициентов условных уравнений.

Систему условных уравнений и весовой функции, которые приведены в таблице ниже, запишем в матричной форме

$$AV + W = 0, \quad (2.3.9)$$

где  $A$  – прямоугольная матрица коэффициентов условных уравнений и весовой функции;

$V$  – вектор-столбец поправок измеренных с весами  $p$  углов или направлений;

$W$  – вектор-столбец свободных членов условных уравнений.

От уравнений поправок перейдем к системе нормальных уравнений коррелат:

$$ACA^TK + W = 0, \quad (2.3.10)$$

где  $C$  – диагональная матрица обратных весов  $q = \frac{1}{p}$  измеренных направлений;

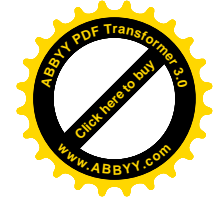
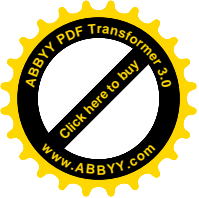
$A^T$  – транспонированная по отношению к  $A$  матрица коэффициентов условных уравнений;

$K$  – вектор-столбец коррелат нормальных уравнений.

Систему нормальных уравнений запишем в виде:

$$NK + W = 0, \quad (2.3.11)$$

где  $N$  – квадратная матрица коэффициентов нормальных уравнений:



$$N = ACA^T = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{23} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{24} & a_{43} & a_{44} \end{bmatrix}, \quad (2.3.12)$$

$$K = \begin{bmatrix} k_1 \\ k_2 \\ k_3 \\ k_4 \end{bmatrix}, \quad (2.3.13)$$

$$W = \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ w_3 \\ w_4 \end{bmatrix}, \quad (2.3.14)$$

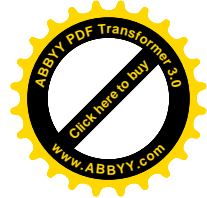
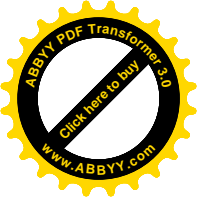
При равноточных измерениях направлений  $C=E$ , где  $E$ -единичная матрица, и поэтому:

$$N=AA^T, \quad (2.3.15)$$

Умножив уравнение (2.3.11) слева на матрицу  $N^{-1}=Q$ , получим вектор  $K$  искоемых коррелат

$$K=-QW, \quad (2.3.16)$$

где  $Q$  – матрица весов коэффициентов, обратная к матрице  $N$  коэффициентов нормальных уравнений



$$Q = N^{-1} = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & Q_{13} & Q_{14} \\ Q_{21} & Q_{22} & Q_{23} & Q_{24} \\ Q_{31} & Q_{23} & Q_{33} & Q_{34} \\ Q_{41} & Q_{24} & Q_{43} & Q_{44} \end{bmatrix}, \quad (2.3.17)$$

Вектор поправок измеренных направлений:

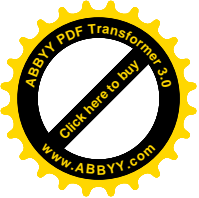
$$V = CA^T K, \quad (2.3.18)$$

Или, при равноточных измеренных направлениях:

$$V = A^T K, \quad (2.3.19)$$

**Таблица 2.7. Коэффициенты условных уравнений,  
поправки и уравненные углы**

Назва- ние по- правки	( $\alpha$ )	(S)	(S)	( $X_4$ )	( $Y_4$ )	$V''$	Измеренные углы	Уравненные углы
( $\gamma_{11}$ )	-1,032	+1,664	+20,137	-3,424	+46,830	+0,29	76°12'42,70"	76°12'42,99"
( $\gamma_{21}$ )	+2,437	+0,681	+8,241	-56,768	-2,056	+0,75	37°42'26,72"	37°42'27,47"
( $\gamma_{31}$ )	-1,644	-0,537	-6,498	+41,792	+39,177	+0,08	52°45'23,86"	52°45'23,94"
( $\gamma_{41}$ )	+1,022	+2,140	+25,897	-28,086	+21,826	0	102°21'55,30"	102°21'55,30"
( $\beta_{12}$ )	-0,836	+2,288	+26,640	-27,304	+20,461	+0,17	95°32'13,80"	95°32'13,97"
( $\beta_{22}$ )	+1,352	-1,006	-11,713	0	0	0,25	45°30'10,10"	45°30'10,35"
( $\beta_{32}$ )	-2,291	+1,104	+12,854	-9,392	+49,908	+0,90	41°58'06,20"	41°58'07,10"
( $\beta_{42}$ )	+0,900	+1,015	+11,818	0	0	-0,53	76°32'13,90"	76°32'13,37"
( $\gamma_{14}$ )	-1,581	+2,558	-23,792	-5,369	+65,694	+2,29	86°44'45,06"	86°44'47,35"
( $\gamma_{24}$ )	+2,757	+0,480	-4,404	+59,580	-11,374	-1,83	48°44'17,45"	48°44'15,62"
( $\gamma_{34}$ )	-2,414	-0,226	+2,102	-55,874	+58,665	+2,59	54°19'10,04"	54°19'12,63"
( $\gamma_{44}$ )	+1,589	+2,966	-25,587	+41,467	+19,434	+0,10	95°20'41,06"	95°20'41,16"
( $\beta_{13}$ )	-1,354	+3,076	-29,929	+29,919	+26,153	+0,95	108°02'14,00"	108°02'14,95"
( $\beta_{23}$ )	+1,904	-0,328	+3,191	0	0	-0,35	59°03'02,60"	59°03'02,25"
( $\beta_{33}$ )	-2,808	+1,182	-11,500	+16,076	+58,576	+1,36	38°28'00,00"	38°28'01,36"
( $\beta_{43}$ )	+1,301	+2,529	-24,606	0	0	+0,71	77°48'08,00"	77°48'08,71"



Коэффициенты нормальных уравнений определяются по разработанной автором программе.

**Таблица 2.8. Коэффициенты нормальных уравнений.**

	a]	b]	c]	d]	-W
a]	52,8256	+2,8091	+99,9928	-672,7341	-20,59"
b]		5333,1461	-4863,7278	-958,0606	-88мм
c]			16177,046	-1824,9669	-265мм
d]				19497,407	+494мм

Расчет поправок в углы выполняется по разработанной автором программе, которая реализует формулу:

$$V_i = K_1(a_i) + K_2(b_i) + K_3(c_i) + K_4(d_i). \quad (2.3.20)$$

**Таблица № 2.9. Сравнительная таблица уравненных и истинных координат.**

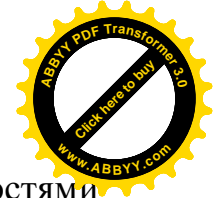
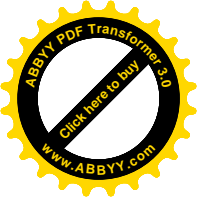
№ пунктов	X уравн.	X ист.	Δ	B уравн.	B ист.	Δ
1	6221,585	6221,548	+0,037	7046,028	7046,007	+0,021
2	1437,480	1437,462	+0,018	6617,259	6617,735	+0,024
3	4933,477	4933,491	-0,014	10877,029	10876,947	+0,082
4	558,014	557,932	+0,082	11290,211	11290,212	-0,001
5	5765,030	5765,233	-0,203	15841,513	15841,507	+0,006
6	1755,585	1755,716	-0,131	15653,225	15653,358	-0,133
4'	558,002			11290,204		
3'	4933,467			10877,016		

Окончательные значения свободных членов:

$$Wx'_4 = +12\text{мм}; Wx'_3 = +10\text{мм}; Wy'_4 = +7\text{мм}; Wy'_3 = +13\text{мм}; Ws'_4 = -3\text{мм};$$

Принимая предельные значения в два раза большие за средние квадратические погрешности, можем сказать, что при измерениях углов с точностью 3" получают координаты с точностью +10 см.





Окончательные значения свободных членов вызваны погрешностями округления, они не превышают 1 см и ими можно пренебречь.

Интересно проследить расхождение предварительных и истинных координат пунктов.

**Таблица 2.10. Сравнительная таблица неуравненных и истинных координат.**

№ пунктов	X неурavn.	X ист.	Δ	B неурavn.	B ист.	Δ
1	6221,582	6221,548	+0,034	7045,984	7046,007	-0,023
2	1437,486	1437,462	+0,024	6617,249	6617,235	-0,014
3	4933,514	4933,491	+0,023	10876,986	10876,947	+0,039
4	558,062	557,932	+0,130	11290,142	11290,212	-0,070
5	5765,040	5765,233	-0,193	15841,420	15841,507	-0,087
6	1755,623	1755,716	-0,093	15653,419	15653,358	+0,061
4'	557,797	557,932	-0,135	11290,636	11290,212	+0,424
3'	4933,116	4933,491	-0,375	10877,041	10876,947	+0,094

Свободные члены координатных условных уравнений будут:

$$W_{X'_4} = +12\text{мм}, \quad W_{X'_3} = +10\text{мм}$$

$$W_{Y'_4} = +7\text{мм}, \quad W_{Y'_3} = +13\text{мм}$$

Из сравнительных таблиц видим, что наибольшие расхождения уравненных координат составляют:

$$\Delta x_5 = -0,203 \quad \text{и} \quad \Delta b_6 = -0,133$$

а неуравненных координат:

$$\Delta x'_3 = -0,375 \quad \text{и} \quad \Delta b_4 = +0,424$$

таким образом, уравнивания почти в два раза уменьшило расхождение координат пунктов с их истинными значениями.

Средняя квадратическая погрешность единицы веса  $\mu$  по результатам уравнивания составила:

$$\mu = \sqrt{\frac{v^2}{\mu}} = 2,26''$$

Средняя квадратическая погрешность средней квадратической погрешности единицы веса будет:

$$m_{\mu} = \frac{\mu}{\sqrt{2v}} = 0,80''$$

Таким образом, средняя квадратическая погрешность моделирования углов составляет 3,32". Все направления на каждом пункте моделировались с средней квадратической погрешностью в 2". При переходе к углам с учетом углов только на пунктах 1, 2, 5, 6 точность определения координат пунктов составляет 10см.

## 2.4. Уравнивание ряда по измеренным углам $\beta$ и вспомогательным углам $\omega$

Рассмотрим способ уравнивания с выявлением истинных погрешностей уравненных величин.

Возьмем полный дифференциал из формул:

$$\gamma_{li} = 180^{\circ} - \beta_{li} + \omega_i \tag{2.4.1}$$



$$\gamma_{2i} = \omega_i + \beta_{3i} \quad (2.4.2)$$

$$\gamma_{3i} = \beta_{2i} - \omega_i \quad (2.4.3)$$

$$\gamma_{4i} = 180^\circ - \omega_i - \beta_{4i} \quad (2.4.4)$$

и перейдя к поправкам, получим

$$(\gamma_{1i}) = (\omega_i) - (\beta_{1i}) \quad (2.4.5)$$

$$(\gamma_{2i}) = (\omega_i) + (\beta_{3i}) \quad (2.4.6)$$

$$(\gamma_{3i}) = (\omega_i) - (\beta_{2i}) \quad (2.4.7)$$

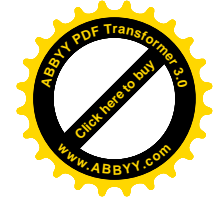
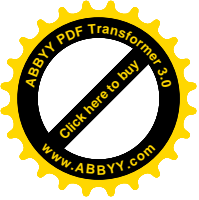
$$(\gamma_{4i}) = -(\omega_i) - (\beta_{4i}) \quad (2.4.8)$$

Подставляя далее значения формулы поправок (1.7.21) – (1.7.24) и (1.7.37) – (1.7.40), получим:

$$(x_1) = \frac{(x_1 - x_B)(1 + \operatorname{ctg}^2 \gamma_{41})}{p(\operatorname{ctg} \gamma_{41} + \operatorname{ctg} \gamma_{21})} [-(w_1) - (\beta_{41})] + \frac{(x_1 - x_A)(1 + \operatorname{ctg}^2 \gamma_{21})}{p(\operatorname{ctg} \gamma_{41} + \operatorname{ctg} \gamma_{21})} [(w_1) + (\beta_{31})] \quad (2.4.9)$$

$$(y_1) = \frac{(y_1 - y_B)(1 + \operatorname{ctg}^2 \gamma_{41})}{p(\operatorname{ctg} \gamma_{41} + \operatorname{ctg} \gamma_{21})} [-(w_1) - (\beta_{41})] + \frac{(y_1 - y_A)(1 + \operatorname{ctg}^2 \gamma_{21})}{p(\operatorname{ctg} \gamma_{41} + \operatorname{ctg} \gamma_{21})} [(w_1) + (\beta_{31})] \quad (2.4.10)$$

$$(x_2) = \frac{(x_2 - x_B)(1 + \operatorname{ctg}^2 \gamma_{31})}{p(\operatorname{ctg} \gamma_{31} + \operatorname{ctg} \gamma_{11})} [-(w_1) + (\beta_{21})] + \frac{(x_2 - x_A)(1 + \operatorname{ctg}^2 \gamma_{11})}{p(\operatorname{ctg} \gamma_{31} + \operatorname{ctg} \gamma_{11})} [(w_1) - (\beta_{11})] \quad (2.4.11)$$



$$(y_2) = \frac{(y_2 - y_B)(1 + \text{ctg}^2 \gamma_{31})}{p(\text{ctg} \gamma_{31} + \text{ctg} \gamma_{11})} [-(w_1) - (\beta_{21})] + \frac{(y_2 - y_A)(1 + \text{ctg}^2 \gamma_{11})}{p(\text{ctg} \gamma_{31} + \text{ctg} \gamma_{11})} [(w_1) + (\beta_{11})] \quad (2.4.12)$$

$$(x_5) = \frac{(x_5 - x_D)(1 + \text{ctg}^2 \gamma_{24})}{p(\text{ctg} \gamma_{24} + \text{ctg} \gamma_{44})} [(w_4) + (\beta_{34})] + \frac{(x_5 - x_C)(1 + \text{ctg}^2 \gamma_{44})}{p(\text{ctg} \gamma_{24} + \text{ctg} \gamma_{44})} [-(w_4) - (\beta_{44})] \quad (2.4.13)$$

$$(y_5) = \frac{(y_5 - y_D)(1 + \text{ctg}^2 \gamma_{24})}{p(\text{ctg} \gamma_{24} + \text{ctg} \gamma_{44})} [(w_4) + (\beta_{34})] + \frac{(y_5 - y_C)(1 + \text{ctg}^2 \gamma_{44})}{p(\text{ctg} \gamma_{24} + \text{ctg} \gamma_{44})} [-(w_4) - (\beta_{44})] \quad (2.4.14)$$

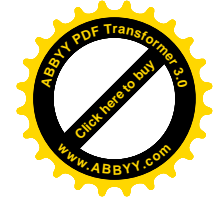
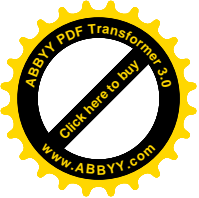
$$(x_6) = \frac{(x_6 - x_D)(1 + \text{ctg}^2 \gamma_{14})}{p(\text{ctg} \gamma_{14} + \text{ctg} \gamma_{34})} [(w_4) + (\beta_{14})] + \frac{(x_6 - x_C)(1 + \text{ctg}^2 \gamma_{34})}{p(\text{ctg} \gamma_{14} + \text{ctg} \gamma_{34})} [-(w_4) - (\beta_{24})] \quad (2.4.15)$$

$$(y_6) = \frac{(y_6 - y_D)(1 + \text{ctg}^2 \gamma_{14})}{p(\text{ctg} \gamma_{14} + \text{ctg} \gamma_{34})} [(w_4) + (\beta_{14})] + \frac{(y_6 - y_C)(1 + \text{ctg}^2 \gamma_{34})}{p(\text{ctg} \gamma_{14} + \text{ctg} \gamma_{34})} [-(w_4) - (\beta_{24})] \quad (2.4.16)$$

Подставляя значение ( $\gamma_i$ ) в условные уравнения координат, получим:

$$\begin{aligned} & -3,424[(w_1) - (\beta_{11})] - 56,768[(w_1) - (\beta_{31})] + 41,792[-(w_1) + (\beta_{21})] - \\ & -28,086[-(w_1) - (\beta_{41})] - 27,304(\beta_{12}) - 9,392(\beta_{32}) - 5,369[(w_4) - \\ & - (\beta_{14})] + 59,580[(w_2) + (\beta_{34})] - 55,874[-(w_4) + (\beta_{24})] + \\ & + 41,467[-(w_4) - (\beta_{44})] + 29,919(\beta_{13}) + 16,076(\beta_{33}) + 265 = 0, \quad (2.4.17) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & +46,830[(w_1) - (\beta_{11})] - 2,056[(w_1) + (\beta_{31})] + 39,177[-(w_1) + (\beta_{21})] + \\ & + 21,826[-(w_1) - (\beta_{41})] + 20,461(\beta_{12}) + 49,908(\beta_{32}) + 26,153(\beta_{13}) + \\ & + 58,579(\beta_{33}) + 65,694[-(w_4) - (\beta_{14})] - 11,374 [(w_4) + (\beta_{34})] + \\ & + 58,665[-(w_4) + (\beta_{24})] + 19,434[-(w_4) - (\beta_{44})] - 494 = 0, \quad (2.4.18) \end{aligned}$$



Принимая во внимание, что:

$$(\omega_1) = -3,424 - 56,768 - 41,792 + 28,086 = -73,898, \quad (2.4.19)$$

$$(\omega'_1) = +46,830 - 2,056 - 39,177 - 21,862 = -16,229, \quad (2.4.20)$$

$$(\omega_4) = -5,369 + 59,580 + 55,874 - 41,467 = -73,898, \quad (2.4.21)$$

$$(\omega'_4) = +65,694 - 11,374 - 58,665 - 19,434 = -23,779, \quad (2.4.22)$$

и координатные условные уравнения примут вид:

$$\begin{aligned} &+3,424(\beta_{11}) + 41,792(\beta_{21}) - 56,768(\beta_{31}) + 28,086(\beta_{41}) - 73,898(\omega_1) - \\ &-27,304(\beta_{12}) - 9,392(\beta_{32}) + 29,919(\beta_{13}) + 16,076(\beta_{33}) + 5,369(\beta_{14}) - \\ &-55,874(\beta_{24}) + 59,580(\beta_{34}) - 41,467(\beta_{44}) + 68,618(\omega_4) + 65 = 0, \quad (2.4.23) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &-46,830(\beta_{11}) + 39,177(\beta_{21}) - 2,056(\beta_{31}) - 21,826(\beta_{41}) - 16,229(\omega_1) + \\ &+20,461(\beta_{12}) + 49,908(\beta_{32}) + 26,153(\beta_{13}) + 58,576(\beta_{33}) - 65,694(\beta_{14}) + \\ &+58,665(\beta_{24}) - 11,374(\beta_{34}) - 19,434(\beta_{44}) - 23,779(\omega_4) - 494 = 0, \quad (2.4.24) \end{aligned}$$

**Таблица 2.11. Коэффициенты условных уравнений, поправки в углы и их уравненные значения.**

Название попр.	( $\alpha$ )	(Si)	( $x_4$ )	( $v_4$ )	V	Измеренные углы	Уравненные углы
( $\beta_{11}$ )	-1,006	-31,491	+3,424	-46,830	-0,16	100°00'08,0	100°00'07,84
( $\beta_{21}$ )	+1,602	+8,503	+41,79	+39,177	-0,47	48°58'14,5	48°58'14,03
( $\beta_{31}$ )	-2,374	-14,104	-56,768	-2,056	+1,93	41°29'31,1	41°29'38,03
( $\beta_{41}$ )	+0,996	-18,328	+28,086	-21,826	-0,99	81°25'14,1	81°25'13,11
( $\omega_1$ )	0	0	-73,898	-16,229	+0,54	-3°47'09,37	-3°47'08,83
( $\beta_{12}$ )	-0,836	+26,639	-27,304	+20,461	+0,75	95°32'13,8	95°32'14,55
( $\beta_{22}$ )	+1,352	-11,713	0	0	-0,41	45°С'10,1	45°30'09,69
( $\beta_{32}$ )	-2,291	+12,854	-9,392	+49,908	+2,06	41°58'06,2	41°58'08,26
( $\beta_{42}$ )	+0,900	+11,818	0	0	-0,59	76°32'13,9	76°32'13,31
( $\beta_{13}$ )	-1,578	+25,751	+5,369	-65,694	-1,27	92°27'14,7	92°27'13,43
( $\beta_{23}$ )	+2,410	-4,193	-55,874	+58,665	+1,02	53°31'09,8	53°31'10,82
( $\beta_{33}$ )	-2,752	+2,911	+59,580	-11,374	+0,18	49°32'17,7	49°32'17,88
( $\beta_{43}$ )	+1,586	+21,181	-41,467	-19,434	-0,97	85°27'19,20	85°27'18,23
( $\omega_4$ )	0	0	+68,61	-23,779	-1,39	-0°48'00,25	-0°48'01,64
( $\beta_{14}$ )	-1,354	-29,929	+29,91	+26,153	+1,31	108°02'14,0	108°02'15,31
( $\beta_{24}$ )	+1,904	+3,191	0	0	-0,90	59°03'02,6	59°03'01,70
( $\beta_{34}$ )	-2,808	-11,501	+16,076	+58,576	+2,56	38°28'08,0	38°28'02,56
( $\beta_{44}$ )	+1,301	-24,607	0	0	-0,18	77°48'08	77°48'07,82

$$\sum VV = 25,24.$$

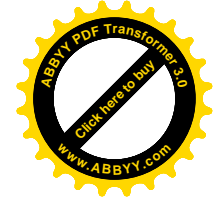
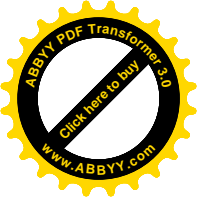
**Таблица 2.12. Коэффициенты нормальных уравнений**

	a]	b]	c]	d]	-W
[a	52.2149	+25,3339	-187,98	+7.1972	-21,07
[b'		5532,0525	-1727,3223	-415,4195	-88
[c			26346,390	-2257,5139	-265
[d				20326.216	+494
Корелаты	-0,4432285	-0,0160145	-0,0123190	+0,0227650	
	d	c	b	a	

Уравновешенные значения углов  $\gamma$  рассчитываются по формулам:

$$\gamma_{11} = 180^\circ - [\beta_{11} + (\beta_{11})] + \omega_1 + (\omega_1) = \gamma_{11\text{неур}} - (\beta_{11}) + (\omega_1), \quad (2.4.25)$$

$$\gamma_{21} = \omega_1 + (\omega_1) + \beta_{31} + (\beta_{31}) = \gamma_{21\text{неур}} + (\beta_{31}) + (\omega_1), \quad (2.4.26)$$



$$\gamma_{31} = \beta_{21} + (\beta_{21}) - [\omega_1 + (\omega_1)] = \gamma_{31\text{неур}} + (\beta_{21}) - (\omega_1), \quad (2.4.27)$$

$$\gamma_{41} = 180^\circ - [\omega_1 + (\omega_1)] - [\beta_{41} + (\beta_{41})] = \gamma_{41\text{неур}} - (\beta_{41}) - (\omega_1), \quad (2.4.28)$$

$$\gamma_{14} = 180^\circ - [\beta_{14} + (\beta_{14})] + \omega_4 + (\omega_4) = \gamma_{14\text{неур}} - (\beta_{14}) + (\omega_4), \quad (2.4.29)$$

$$\gamma_{24} = \omega_4 + (\omega_4) + \beta_{34} + (\beta_{34}) = \gamma_{24\text{неур}} + (\beta_{34}) + (\omega_4), \quad (2.4.30)$$

$$\gamma_{34} = \beta_{24} + (\beta_{24}) - [\omega_4 + (\omega_4)] = \gamma_{34\text{неур}} + (\beta_{24}) - (\omega_4), \quad (2.4.31)$$

$$\gamma_{44} = 180^\circ - [\omega_4 + (\omega_4)] - [\beta_{44} + (\beta_{44})] = \gamma_{44\text{неур}} - (\beta_{44}) + (\omega_4), \quad (2.4.32)$$

Таким образом, так как в условные уравнения сторон и дирекционных углов не входили вспомогательные углы омега, то при расчете их уравновешенных значений поправки в углы омега не учитываются.

При расчете же уравновешенных координат необходимо к предварительно рассчитанным углам гамма ввести поправки в углы омега и бета по формулам (2.4.25) - (2.4.32).

$$\gamma_{11} = 76^\circ 12' 36.72'' + 0.16'' + 0.54'' = 76^\circ 12' 43.40'',$$

$$\gamma_{21} = 37^\circ 42' 22.5'' + 1.93'' + 0.54'' = 37^\circ 42' 29.19'',$$

$$\gamma_{31} = 54^\circ 45' 29.54'' - 0.47'' - 0.54'' = 54^\circ 45' 22.85'',$$

$$\gamma_{41} = 102^{\circ}21'02.4'' + 0.99'' - 0.54'' = 102^{\circ}21'55.75'',$$

$$\gamma_{14} = 86^{\circ}44'48.77'' + 1.27'' - 1.39'' = 86^{\circ}44'44.94'',$$

$$\gamma_{24} = 48^{\circ}44'20.08'' + 0.18'' - 1.39'' = 48^{\circ}44'16.24'',$$

$$\gamma_{34} = 54^{\circ}19'08.62'' + 1.02'' + 1.39'' = 54^{\circ}19'12.45'',$$

$$\gamma_{44} = 95^{\circ}20'39.59'' + 0.97'' + 1.39'' = 95^{\circ}20'43.42''.$$

Это и будут конечными значениями неизмеренных углов гамма, полученных по результатам уравнивания.

$$\alpha_{43} = \alpha_{BA} + \sum \omega_{1,2} = 8^{\circ}54'25.00'' - 14^{\circ}18'16.87'' = -5^{\circ}23'51.87''.$$

$$\alpha_{43} = \alpha_{CD} - \sum \omega_{3,4} = 1^{\circ}53'04.32'' - 7^{\circ}16'56.18'' = -5^{\circ}23'51.86''.$$

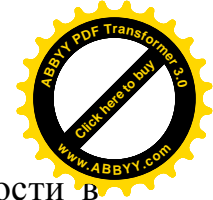
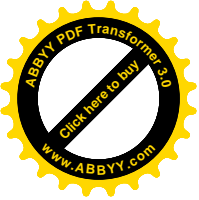
$$W_{\alpha} = -0^{\circ}00'00.01''.$$

Углы омега, определенные по уравниваемым углам бета удовлетворяют условиям дирекционных углов и сторон.

Так, после уравнивания получили:

$$W'_{x4} = +11\text{мм}; W'_{y4} = +1\text{мм}; W'_{x3} = 87\text{мм}; W'_{y3} = +117\text{мм}.$$





На этом можно утверждать, что предельные истинные погрешности в уравнишенном ряде составляют

$$\Delta x = +87 \text{ мм};$$

$$\Delta y = +117 \text{ мм}.$$

Уравнишенные координаты пункта 3 определим по уравнишенным элементам по формулам:

$$x_{3\text{пр}} = x_{4\text{пр}} + S_{43} \cos \alpha_{43} = (557.832 + 557.821) * 0.5 *$$

$$* \cos 354^{\circ}36'08.13'' = 4933.290,$$

$$y_{3\text{пр}} = y_{4\text{пр}} + S_{43} \sin \alpha_{43} = 11290.260 + 4394.952 *$$

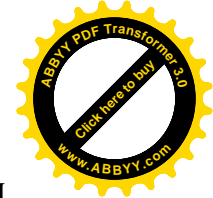
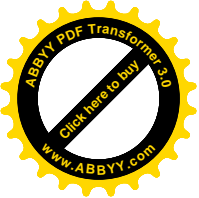
$$* \sin 354^{\circ}36'08.13'' = 10876.830,$$

Значения  $W'_{x3}=87\text{мм}$ ;  $W'_{y3}=+117\text{мм}$  говорит о наличии истинных погрешностей в ряде .

Вероятнейшими значениями координат третьего пункта возьмем среднее арифметическое:

$$x_3 = 0,5(4933,375 + 4933,289) = 4933,332,$$

$$y_3 = 0,5(10877,111 + 10876,994) = 10877,052.$$



**Таблица 2.13. Сравнительная таблица уравновешенных и истинных значений координат**

№ п/п	$X_{ур}$	$X_{ист}$	$\Delta X(\text{мм})$	$Y_{ур}$	$Y_{ист}$	$\Delta B(\text{мм})$
1	6221,600	6221,548	+52	7046,136	7046,007	+129
2	1437,467	1437,462	+5	6617,225	6617,235	-10
3	4933,332	4933,491	-159	10877,052	10876,947	+105
4	557,826	557,932	-106	11290,260	11290,212	+48
5	55765,097	55765,233	-136	15841,413	15841,507	-84
6	1755,635	1755,716	-81	15653,310	15653,358	-48
3'	4933,290	4933,491	-201	10876,830	10876,947	-117

Не имея истинных значений погрешностей для реальной сети рассчитывают координаты, например, третьего пункта из нескольких определений.

**Таблица 2.14. Сравнительная таблица вероятнейших окончательных погрешностей.**

№ п/п	X	X'	$\delta X(\text{мм})$	Y	Y'	$\delta Y(\text{мм})$
3	4933,376	4933,332	+44	10877,111	10877,052	+59
	4933,289	4933,332	-43	10876,994	10877,052	-58
	4933,376	4933,289	+87	10877,111	10876,994	+117

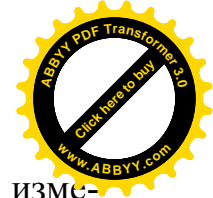
Большая невязка в координатах 3 пункта вызвана тем, что углы  $\beta_{22}$ ,  $\beta_{42}$ ,  $\beta_{23}$  и  $\beta_{43}$  не учитывают поправки ориентирных направлений  $\omega$  за координатные условия на 3 пункт.

Однако, данным способом уравнивания можно обнаружить окончательные вероятнейшие погрешности, которые находятся в реальных сетях ПЗЗ.

Данным способом можно уравнивать, если вместо условных уравнений дирекционных углов и сторон взять еще два координатных условных уравнения на пункт 3.

Но данную процедуру полезно провести при исследовании точности реальных рядов парных звеньев засечек.

Предельные истинные погрешности точных предварительных координат для данной модели  $\Delta x_3 = -375$  мм  $\Delta y_3 = +424$  мм. В результате уравнивания предельные истинные погрешности составили  $\Delta x_3 = -201$  мм;  $\Delta y_1 = +129$  мм.



Таким образом, в результате уравнивания истинные погрешности изменились приблизительно в два раза, но совсем они не исключены из уравненных элементов.

Для уменьшения истинных погрешностей необходимо повысить точность наблюдений.

Средняя квадратическая погрешность единицы веса уравновешенного угла:

$$\mu = \sqrt{\frac{[vv]}{r}} = \sqrt{\frac{25.24}{4}} = 2.51''$$

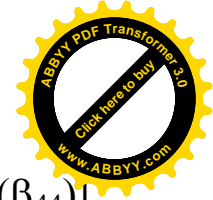
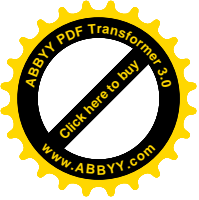
## 2.5. Уравнивание ряда по измеренным углам $\beta$

Представим поправки  $(\omega_{1x4})$  и  $(\omega_{1y4})$ ,  $(\omega_{4x4})$  и  $(\omega_{4y4})$  в координаты за ориентирный угол Омега через поправки в измеренные углы.

$$-73,898(\omega_{1x4}) = -73,898[-1,006(\beta_{11}) + 1,602(\beta_{21}) - 2,374(\beta_{31}) + 0,996(\beta_{41})], \quad (2.5.1)$$

$$+68,618(\omega_{4x4}) = +68,618[-1,578(\beta_{14}) + 2,410(\beta_{24}) - 2,752(\beta_{34}) + 1,586(\beta_{44})], \quad (2.5.2)$$

$$-16,229(\omega_{1y4}) = -16,229[-1,006(\beta_{11}) + 1,602(\beta_{21}) - 2,374(\beta_{31}) + 0,996(\beta_{41})], \quad (2.5.3)$$



$$-23,779(\omega_{4B4}) = -23,779[-1,578(\beta_{14}) + 2,410(\beta_{24}) - 2,752(\beta_{34}) + 1,586(\beta_{44})], \quad (2.5.4)$$

ИЛИ

$$-73,898(\omega_{1x4}) = +74,341(\beta_{11}) - 118,385(\beta_{21}) + 175,385(\beta_{31}) - 73,602(\beta_{41}), \quad (2.5.5)$$

$$+68,618(\omega_{4x4}) = -108,279(\beta_{14}) + 165,369(\beta_{24}) - 188,837(\beta_{34}) + 108,828(\beta_{44}), \quad (2.5.6)$$

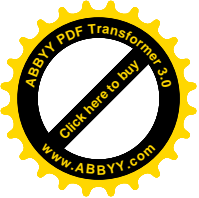
$$-16,229(\omega_{1B4}) = +16,526(\beta_{11}) - 25,999(\beta_{21}) + 38,528(\beta_{31}) - 16,164(\beta_{41}), \quad (2.5.7)$$

$$-23,779(\omega_{4B4}) = +37,523(\beta_{14}) - 57,307(\beta_{24}) + 65,440(\beta_{34}) - 37,713(\beta_{44}), \quad (2.5.8)$$

Подставляя данные выражения в координатные условные уравнения, получим:

$$\begin{aligned} &+77,765(\beta_{11}) - 76,593(\beta_{21}) + 118,666(\beta_{31}) - 45,516(\beta_{41}) - 27,304(\beta_{12}) - \\ &\quad - 9,392(\beta_{22}) + 29,919(\beta_{13}) + 16,076(\beta_{33}) - 102,910(\beta_{14}) + \\ &+ 109,495(\beta_{24}) - 129,257(\beta_{34}) + 67,351(\beta_{44}) + 265 = 0, \quad (2.5.9) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &-30,504(\beta_{11}) + 13,178(\beta_{21}) + 36,472(\beta_{31}) - 37,990(\beta_{41}) + 20,461(\beta_{12}) + \\ &+ 49,908(\beta_{22}) + 26,153(\beta_{13}) + 58,576(\beta_{33}) - 28,171(\beta_{14}) + 1,358(\beta_{24}) + \end{aligned}$$



$$+54,066(\beta_{34}) - 57,147(\beta_{44}) - 494 = 0, \quad (2.5.10)$$

Условные уравнения дирекционных углов и сторон не имеют изменений. В условных уравнениях координат нам впервые удалось выразить неизмеренные углы  $\gamma$  и  $\omega$  через измеренные углы  $\beta$ .

Такого решения не видели ни профессор Н.Г.Видусв, ни профессор В.Д.Большаков.

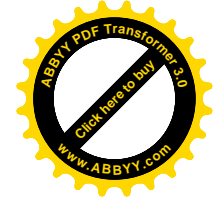
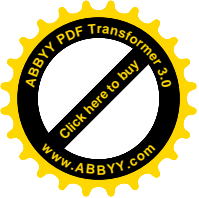
Проблема заключается в решении системы условных уравнений. Только решив условные уравнения под условием  $[PVV]=\min$ , можно будет сказать о верности данной идеи.

Итак, таблица коэффициентов условных уравнений будет иметь вид:

**Таблица 2.15. Коэффициенты условных уравнений, поправки и уравновешенные углы (встречное вычисление координат).**

Название попр.	$(\alpha_i)$	$(S_i)$	$(x_4)$	$(y_4)$	$V$	Измеренные углы	Уравновешенные углы
$(\beta_{11})$	-1,006	-31,491	+77,765	-30,504	-0,27	100°00'08,0	100°00'07,734
$(\beta_{21})$	+1,602	+8,503	-76,593	+13,178	+0,22	48°58'14,5	48°58'14,77
$(\beta_{31})$	-2,374	-14,104	+118,666	+36,472	+0,91	41°29'36,1	41°29'37,01
$(\beta_{41})$	+0,996	-18,328	-45,516	-37,990	-0,47	81°25'14,1	81°25'13,63
$(\beta_{12})$	-0,836	+26,639	-27,304	+20,461	+0,19	95°32'13,8	95°32'13,99
$(\beta_{22})$	+1,352	-11,713	0	0	+0,04	45°30'10,1	45°30'10,14
$(\beta_{32})$	-2,291	+12,854	-9,392	+49,908	+1,18	41°58'06,2	41°58'07,38
$(\beta_{42})$	+0,900	+11,818	0	0	-0,32	76°32'13,9	76°32'13,58
$(\beta_{14})$	-1,578	+25,751	-102,910	-28,171	-0,49	92°27'14,7	92°27'14,21
$(\beta_{24})$	+2,410	-4,193	+109,495	+3,358	-0,59	53°31'09,8	53°31'09,21
$(\beta_{34})$	-2,752	+2,911	-129,257	+54,066	+1,94	49°32'17,7	49°32'19,04
$(\beta_{44})$	+1,586	+21,181	+67,361	-57,147	-2,05	85°27'19,20	85°27'17,15
$(\beta_{13})$	-1,354	-29,929	+29,919	+26,153	+1,15	108°02'14,0	108°02'15,15
$(\beta_{23})$	+1,904	+3,191	0	0	-0,29	59°03'02,6	59°03'02,31
$(\beta_{33})$	-2,808	-11,501	+16,076	+58,576	+1,77	38°28'00,0	38°28'01,77
$(\beta_{43})$	+1,301	-24,607	0	0	+0,26	77°48'08,0	77°48'08,26

$$\Sigma VV = 15,86.$$

**Таблица 2.16. Коэффициенты нормальных уравнений.**

	a]	b]	c]	d]	-W
[a	52.2149	+25,3339	+319,5356	-595,6597	-21,07
[b'		5532,0525	-7926,6694	-799,4741	-88
[c			73879,01	-4417,7269	-265
[d				17886,55	+494
Корелаты	-0,4432285	-0,0160145	-0,0036074	+0,0218180	
	d	c	b	a	

По уравновешенным углам определены координаты и дана сравнительная характеристика с истинными.

**Таблица 2.17. Сравнительная таблица уравновешенных и истинных координат.**

№ п/п	X <sub>ур</sub>	X <sub>ист</sub>	Δ(мм)	Y <sub>ур</sub>	Y <sub>ист</sub>	Δ(мм)
1	6221,638	6221,548	+90	7046,992	7046,007	-15
2	1437,529	1437,462	+67	6617,298	6617,235	+63
3	4933,595	4933,491	+104	10877,009	10876,947	+62
4	557,134	557,932	+202	11290,273	11290,212	+61
5	55765,304	55765,233	+71	15841,473	15841,507	-34
4'	558,135			11290,269		
3'	4933,597			10876,003		

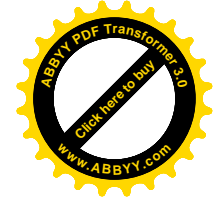
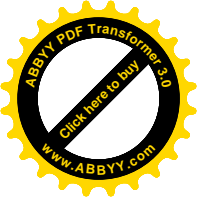
Окончательные значения свободных членов координатных условных уравнений:

$$W'_{x4} = -1 \text{ мм}; W'_{y4} = +4 \text{ мм};$$

$$W'_{x3} = -2 \text{ мм}; W'_{y3} = +6 \text{ мм}.$$

Окончательные значения свободных членов вызваны погрешностями округления, они не превышают 6 мм и ими можно пренебречь.

Из сравнительной таблицы видно, что наибольшие расхождения уравновешенных координат составляют:



$$\Delta X_4 = +202\text{мм} \text{ и } \Delta Y_4 = -66\text{мм}.$$

А по результатам упрощенного уравнивания:

$$\Delta X_{\text{max}} = -203\text{мм} \text{ и } \Delta Y_{\text{max}} = -0.133\text{мм}.$$

так что можно сказать, что строгое уравнивание не повысило точность определения координат пунктов по сравнению с упрощенным уравниванием.

Средняя квадратическая погрешность единицы веса измеренного угла по результатам уравнивания составляет:

$$\mu = \sqrt{\frac{[vv]}{r}} = \sqrt{\frac{15.84}{4}} = 1.99''$$

## 2.6. Уравнивание ряда ПЗЗ по направлениям

Представим каждый измеренный угол как разность двух направлений (рис.1), которые подписаны на каждой стороне.

Тогда, условные уравнения будут:

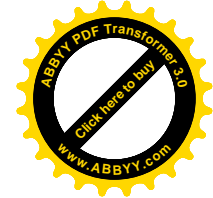
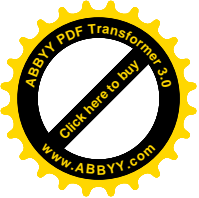
- дирекционных углов

-

$$-1,006[(3)-(1)] + 1,602[(3)-(2)] - 2,374[(9)-(8)] + 0,996[(10)-(8)] -$$

$$-0,836[(5)-(3)] + 1,352[(4)-(3)] - 2,291[(8)-(7)] + 0,900[(8)-(6)] +$$

$$+ 1,354[(13)-(10)] + 1,904[(13)-(12)] - 2,808[(19)-(18)] +$$



$$\begin{aligned}
 &+1,301[(20)-(18)] -1,578[(15)-(13)]+2,410[(14)-(13)] - \\
 &-2,752[(18)-(17)]+1,586[(18)-(16)]+ 21,07=0, \qquad (2.6.1)
 \end{aligned}$$

- сторон

-

$$\begin{aligned}
 &-31,491[(3)-(1)]+8,503[(3)-(2)] -14,104[(9)-(8)]-18,328[(10)- \\
 &(8)] +26,639[(5)-(3)]+11,713[(4)-(3)]+12,854[(8)-(7)] + \\
 &+11,818[(8)-(6)]+25,751[(15)-(13)]-4,193[(14)-(13)]+ \\
 &+2,911[(18)-(17)]+21,181[(18)-(16)] -29,929[(13)-(11)]+ \\
 &+3,191[(13)-(12)]-11,501[(19)-(18)]- \\
 &-24,607[(20)-(18)]+88=0, \qquad (2.6.2)
 \end{aligned}$$

- абсцисс

-

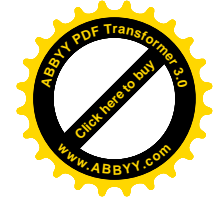
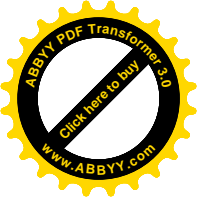
$$\begin{aligned}
 &+77,765[(3)-(1)]-76,593[(3)-(2)] +118,666[(9)-(8)]- \\
 &45,516[(10)-(8)] -27,304[(5)-(3)]- \\
 &-9,392[(8)-(7)]+29,911[(13)-(11)]+16,076[(19)-(18)]- \\
 &102,910[(15)-(13)]+109,495[(14)-(13)] - \\
 &-129,257[(18)-(17)]+67,361[(18)-(16)]+ 265=0, \qquad (2.6.3)
 \end{aligned}$$

- ординат

-

$$-30,504[(3)-(1)]+13,178[(3)-(2)] +36,472[(9)-(8)]-37,990[(10)-$$



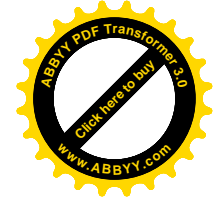
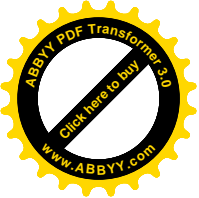


$$\begin{aligned} &-(8)] +20,461[(5)-(3)]+49,908[(8)-(7)]+26,153[(13)- \\ &-(11)]+58,576[(19)-(18)]-28,171[(15)-(13)]+1,358[(14)-(13)]+ \\ &+54,066[(18)-(17)]-57,147[(18)-(16)]- 494=0, \end{aligned} \quad (2.6.4)$$

**Таблица 2.18. Коэффициенты условных уравнений**

Назва- ния по- правок	p	(α)	(S)	(X <sub>4</sub> )	(Y <sub>4</sub> )	V'' <sub>напр.</sub>
(1)	1	+1,006	+31,491	-77,765	+30,504	+0,12
(2)	1	-1,602	-8,503	+76,593	-13,178	-0,06
(3)	1	+0,080	-37,914	+28,476	-37,787	-0,26
(4)	1	+1,352	-11,713	0	0	-0,26
(5)	1	-0,836	+26,639	-27,304	+20,461	+0,34
(6)	1	-0,900	-11,818	0	0	+0,30
(7)	1	+2,291	-12,854	+9,392	-49,908	-1,04
(8)	1	-0,013	+54,104	-82,542	+51,426	+0,44
(9)	1	-2,374	-14,104	+118,666	+36,472	+0,69
(10)	1	+0,996	-18,328	-45,516	-37,990	-0,38
(11)	1	+1,354	+29,929	-29,919	-26,153	-0,72
(12)	1	-1,904	-3,191	0	0	+0,49
(13)	1	-0,282	-48,296	+23,334	+52,966	+0,89
(14)	1	+2,410	-4,193	+109,495	+1,358	-0,90
(15)	1	-1,578	+25,751	-102,910	-28,171	+0,24
(16)	1	-1,586	-21,181	-67,361	+57,147	+1,36
(17)	1	+2,757	-2,911	+129,257	-54,066	-1,66
(18)	1	+0,341	+60,200	-77,972	-61,657	-0,90
(19)	1	-2,808	-11,501	+16,076	+58,576	+1,35
(20)	1	1+,301	-24,607	0	0	-0,16

$$\Sigma VV=11,936$$

**Таблица 2.19. Коэффициенты нормальных уравнений**

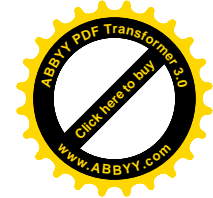
	a]	b]	c]	d]	-W
a]	52,4448	+55,6915	+290,3644	-635,5830	-21,07
b]		16186,934	-19540,640	-2699,9848	-88
c]			88127,184	-3695,1262	-265
d]				28566,024	+494
Коррелаты К. 0,2462551					
	d	c	b	a	

**Таблица 2.20. Результаты уравнивания углов**

Формула поправки	V"	Измеренные углы	Уравновешенные уг-
$(\beta_{11})=(3)-(1)$	-0,38	100°00'08,0"	100°00'07.62"
$(\beta_{21})=(3)-(2)$	-0,32	48°58'14,5"	48°58'14.18"
$(\beta_{31})=(9)-(8)$	+0,25	41°29'36.1"	41°29'36.35"
$(\beta_{41})=(10)-(8)$	-0,82	81°25'14,1"	81°25'13.28"
$(\beta_{12})=(5)-(3)$	+0,60	95°32'13.8"	95°32'14.40"
$(\beta_{22})=(4)-(3)$	0	45°30'10.1"	45°30'10,10"
$(\beta_{32})=(8)-(7)$	+1,48	41°58'06.2"	41°58'07.68"
$(\beta_{42})=(8)-(6)$	+0,14	76°32'13.9"	76°32'14.04"
$(\beta_{14})=(15)-(13)$	-0,65	92°27'14.7"	92°27'14,05"
$(\beta_{24})=(14)-(13)$	-1,79	53°31'09.8"	53°31'08.01"
$(\beta_{34})=(18)-(17)$	+0,76	49°32'17.7"	49°32'18.46"
$(\beta_{44})=(18)-(16)$	-2,26	85°27'19.20"	85°27'16.94"
$(\beta_{13})=(13)-(11)$	+1,61	108°02'14.0"	108°02'15.61"
$(\beta_{23})=(13)-(12)$	+0,40	59°03'02.6"	59°03'03.00"
$(\beta_{33})=(19)-(18)$	+2,25	38°28'00.0"	38°28'02.25"
$(\beta_{43})=(20)-(18)$	+0,74	77°48'08.0"	77°48'08.74"

По уравновешенным углам определены координаты и дана сравнительная характеристика с истинными.

**Таблица 2.21. Сравнительная таблица уравновешенных и**

**истинных координат**

№ пункт-	X <sub>урав</sub>	X <sub>ист</sub>	Δ(мм)	Y <sub>урав</sub>	Y <sub>ист</sub>	Δ(мм)
1	6221,637	6221,548	+89	7045,974	7046,007	-33
2	1437,516	1437,462	+54	6671,268	6617,235	+33
3	4933,588	4933,491	+97	10877,003	10876,947	+56
4	558,095	557,932	+163	11290,274	11290,212	+62
5	5765,296	5765,233	+63	15841,526	15841,507	+19
6	1755,830	1755,716	+114	15653,347	15653,358	-11
4'	558,090			11290,276		
3'	4933,589			10876,999		

$$[\Delta_x \Delta_x] = 63780$$

$$[\Delta_y \Delta_y] = 9640$$

Окончательные значения свободных членов:

$$W_{x'4} = 5 \text{ мм}; \quad W_{y'4} = -2 \text{ мм};$$

$$W_{x'4} = -1 \text{ мм}; \quad W_{y'4} = +4 \text{ мм}.$$

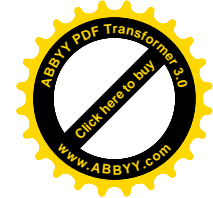
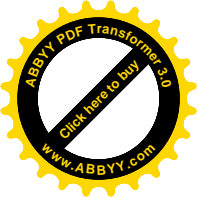
Средняя квадратическая погрешность определения абсцисс:

$$m_x = \sqrt{\frac{[\Delta_x \Delta_x]}{n}} = 103 \text{ мм},$$

средняя квадратическая погрешность определения ординат:

$$m_y = \sqrt{\frac{[\Delta_y \Delta_y]}{n}} = \sqrt{\frac{9640}{6}} = 40 \text{ мм}.$$

Средняя квадратическая погрешность единицы веса направления по ре-



результатам уравнивания составляет:

$$\mu = \sqrt{\frac{[vv]}{r}} = \sqrt{\frac{11,936}{4}} = 1,73''$$

Среднюю квадратичную погрешность уравниваемого угла найдем из выражения:

$$m_{\text{угл}} = \mu \sqrt{2} = 2,44''$$

При расчете предыдущих координат встречным ходом средние значения координат пунктов 3 и 4 будут:

$$X_{3\text{ср}} = 4933,315; Y_{3\text{ср}} = 10877,014;$$

$$X_{4\text{ср}} = 557,9295; Y_{4\text{ср}} = 11290,386.$$

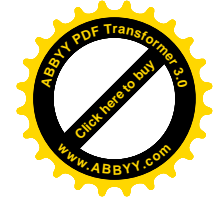
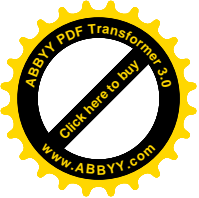
Приняв среднее значение координат пунктов 3 и 4 за их вероятнейшее значение, половину полученной невязки с обратным знаком введем в координаты пунктов 1, 2, 5 и 6.

Раньше было определено:

$$W_{x_4} = +0,265; W_{y_4} = -0,494; W_{x_3} = +0,398; W_{y_3} = -0,055.$$

Результаты приближенного уравнивания сведем в таблице 22 и 23.

**Таблица 2.22. Приближенное уравнивание и сравнительная**

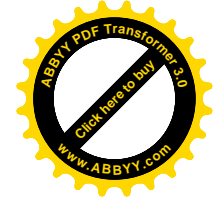
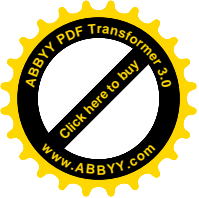
**характеристика с истинными координатами абсцисс**

№ пункт	X пред.	$V_x$	$X_{ур}$	$X_{ист}$	$\Delta$
1	6221,582	-0,099	6221,483	6221,548	-0,065
2	1437,486	-0,066	1437,420	1437,462	-0,042
3	4933,514	-0,199	4933,315	4933,491	-0,176
4	558,062	-0,132	557,930	557,932	-0,002
5	5765,040	+0,099	5765,139	5765,233	-0,094
6	1755,623	+0,066	1755,689	1755,716	-0,027
4'	557,797	+0,132	557,929	557,932	-0,003
3'	4933,116	+0,199	4933,315	4933,491	-0,176

**Таблица 2.23. Приближенное уравнивание и сравнительная характеристика с истинными значениями ординат**

№ пункт.	Y пред.	$V_y$	$Y_{ур}$	$Y_{ист}$	$\Delta$
1	7045,984	+0,014	7045,998	7046,407	-0,009
2	6617,249	+0,124	6617,373	6617,235	+0,138
3	10876,986	+0,028	10877,014	10876,947	+0,067
4	11290,142	+0,247	11290,389	11290,212	+0,177
5	15841,420	-0,014	15841,406	15841,507	-0,101
6	15653,419	-0,124	15653,295	15653,358	-0,063
4'	11290,636	-0,247	11290,389	11290,212	+0,177
3	10877,041	-0,028	10877,013	10876,947	+0,066

Таким образом, приближенное уравнивание обеспечивает наибольшее отклонение координат от их истинных значений в 177 мм при средней квадратической погрешности измерения угла в 3,32". При строгом уравнивании по направлениям наибольшее расхождение составляет 163 мм, что не намного повышает точность результатов. Однако, строгое уравнивание обеспечивает согласованность всех возникающих условий и оно необходимо как аппарат проведения исследований.



## 2.7. Исследования точности определения координат пунктов в зависимости от точности измерения углов

Построим модель исследования при средних квадратичных погрешностях  $0,7''$ , что отвечает точности измерения углов в триангуляции 1 класса.

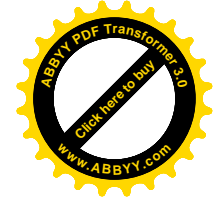
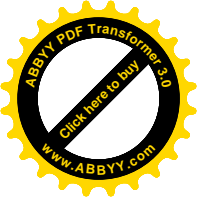
**Таблица 2.24. Модель ряда ПЗЗ при  $m_\beta = 0,7''$**

Название угла	Истинное значение	$\Delta$	Значения искаженной модели	Название угла	Истинное значение	$\Delta$	Значения искаженной модели
$\beta_{11}$	100°00'08.54	+0,30	100°00'08.84	$\beta_{13}$	108°02'15.00	-0.51	108°02'14.49
$\beta_{21}$	48°58'15.10	+0,26	48°58'15.36	$\beta_{23}$	59°03'02.17	+0.61	59°03'02.78
$\beta_{31}$	41°29'35.71	-0,03	41°29'35.68	$\beta_{33}$	38°28'03.05	+0.39	38°28'03.44
$\beta_{41}$	81°25'14.21	+0,70	81°25'14.91	$\beta_{43}$	77°48'09.25	-0.27	77°48'08.98
$\beta_{12}$	95°32'16.32	+0,21	95°32'16.53	$\beta_{14}$	92°27'12.19	-0.37	92°27'11.82
$\beta_{22}$	45°30'70.82	-0,51	45°30'70.31	$\beta_{24}$	53°31'07.21	+0.55	53°31'07.76
$\beta_{32}$	41°58'07.14	-0,18	41°58'06.96	$\beta_{34}$	49°32'18.09	+0,12	49°32'18.21
$\beta_{42}$	76°32'15.07	+0,12	76°32'15.19	$\beta_{44}$	85°27'17.05	-0,05	85°27'17.00

**Таблица 2.25. Сравнительная таблица предварительных и истинных координат при  $m_\beta=0,7''$**

№ п/п	$X_{\text{пред.}}$	$X_{\text{ист}}$	$\Delta$	$Y_{\text{пред.}}$	$Y_{\text{ист}}$	$\Delta$
1	6221,511	6221,548	-0,037	7046,015	7046,007	+0,008
2	1437,444	1437,462	-0,018	6617,224	6617,235	-0,011
3	4933,448	4933,491	-0,043	10876,921	10876,947	-0,026
4	557,892	557,932	-0,040	11290,182	11290,212	-0,030
5	55765,215	55765,233	-0,018	15841,451	15841,507	-0,056
6	1755,687	1755,716	-0,029	15653,344	15653,358	-0,014
3'	4933,410	4933,491	-0,081	10876,873	10876,947	-0,074
4'	557,867	557,932	-0,065	11290,193	11290,212	-0,019

Построим модель исследования при средних квадратических погрешностях измерения углов  $1''$ , что отвечает точности измерения углов в триангуляции 2 класса.

**Таблица 2.26. Модель ряда ПЗЗ при  $m_{\beta} = 1''$** 

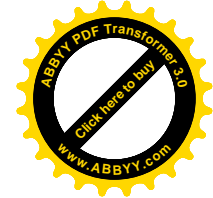
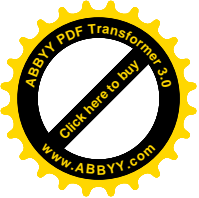
Название угла	Истинное значение	$\Delta$	Значения искаженной модели	Название угла	Истинное значение	$\Delta$	Значения искаженной модели
$\beta_{11}$	100°00'08.54	+0,43	100°00'08.97	$\beta_{13}$	108°02'15.00	-0.73	108°02'14.27
$\beta_{21}$	48°58'15.10	+0,37	48°58'15.47	$\beta_{23}$	59°03'02.17	+0.87	59°03'03.04
$\beta_{31}$	41°29'35.71	-0,04	41°29'35.67	$\beta_{33}$	38°28'03.05	+0.56	38°28'02.49
$\beta_{41}$	81°25'14.21	+1,00	81°25'15.21	$\beta_{43}$	77°48'09.25	-0.38	77°48'08.87
$\beta_{12}$	95°32'16.32	+0,29	95°32'16.61	$\beta_{14}$	92°27'12.19	-0.53	92°27'11.66
$\beta_{22}$	45°30'07.82	-0,74	45°30'07.08	$\beta_{24}$	53°31'07.21	+0.76	53°31'08.00
$\beta_{32}$	41°58'07.14	-0,26	41°58'06.88	$\beta_{34}$	49°32'18.09	+0,17	49°32'18.26
$\beta_{42}$	76°32'15.07	+0,17	76°32'15.24	$\beta_{44}$	85°27'17.05	-0,08	85°27'16.97

Построим модель исследования при средних квадратических погрешностях измерения углов  $1,5''$ , что отвечает точности измерения углов в триангуляции 3 класса.

**Таблица 2.27. Модель ряда ПЗЗ при  $m_{\beta} = 1,5''$** 

Название угла	Истинное значение	$\Delta$	Значения искаженной модели	Название угла	Истинное значение	$\Delta$	Значения искаженной модели
$\beta_{11}$	100°00'08.54	+0,65	100°00'09.19	$\beta_{13}$	108°02'15.00	-1.10	108°02'13.90
$\beta_{21}$	48°58'15.10	+0,55	48°58'15.65	$\beta_{23}$	59°03'02.17	+1.30	59°03'03.47
$\beta_{31}$	41°29'35.71	-0,05	41°29'35.66	$\beta_{33}$	38°28'03.05	-0.84	38°28'02.21
$\beta_{41}$	81°25'14.21	+1,50	81°25'15.71	$\beta_{43}$	77°48'09.25	-0.57	77°48'08.68
$\beta_{12}$	95°32'16.32	+0,44	95°32'16.76	$\beta_{14}$	92°27'12.19	-0.80	92°27'11.39
$\beta_{22}$	45°30'07.82	-1,10	45°30'06.72	$\beta_{24}$	53°31'07.21	+1.19	53°31'08.40
$\beta_{32}$	41°58'07.14	-0,39	41°58'06.75	$\beta_{34}$	49°32'18.09	+0,26	49°32'18.35
$\beta_{42}$	76°32'15.07	+0,26	76°32'15.33	$\beta_{44}$	85°27'17.05	-0,11	85°27'16.94

Построим модель исследования при средних квадратических погрешностях измерения углов  $2''$ , что отвечает точности измерения углов в триангуляции 4 класса.

**Таблица 2.28. Модель ряда ПЗЗ при  $m_\beta = 2''$** 

Название угла	Истинное значение	$\Delta$	Значения искаженной модели	Название угла	Истинное значение	$\Delta$	Значения искаженной модели
$\beta_{11}$	100°00'08.54	+0,86	100°00'09.40	$\beta_{13}$	108°02'15.00	-1.46	108°02'13.54
$\beta_{21}$	48°58'15.10	+0,73	48°58'15.83	$\beta_{23}$	59°03'02.17	+1.74	59°03'03.91
$\beta_{31}$	41°29'35.71	-0,07	41°29'35.64	$\beta_{33}$	38°28'03.05	-1.12	38°28'01.93
$\beta_{41}$	81°25'14.21	+2,00	81°25'16.21	$\beta_{43}$	77°48'09.25	-0.76	77°48'08.49
$\beta_{12}$	95°32'16.32	+0,59	95°32'16.91	$\beta_{14}$	92°27'12.19	-1.07	92°27'11.12
$\beta_{22}$	45°30'07.82	-1,74	45°30'06.35	$\beta_{24}$	53°31'07.21	+1.58	53°31'08.79
$\beta_{32}$	41°58'07.14	-0,52	41°58'06.62	$\beta_{34}$	49°32'18.09	+0,34	49°32'18.43
$\beta_{42}$	76°32'15.07	+0,35	76°32'15.42	$\beta_{44}$	85°27'17.05	-0,15	85°27'16.90

**Таблица 2.29. Коэффициенты нормальных уравнений.**

	a]	b]	c]	d]	$m_\beta=0,7''$ -W	$m_\beta=1''$ -W	$m_\beta=1,5''$ -W	$m_\beta=2''$ -W
[a	52,448	+55,6915	+290,3644	-635,5830	-2,82	-7,69	-10,50	-13,67
[b		16186,934	-19540,640	-2699,9848	-7	-12	-20	-22
[c			88127,184	-3695,1262	-25	-32	-46	-67
[d				28566,024	+11	+88	+124	+160
$m_\beta=0,7''$	-	-	-	$1,1854 \cdot 10^{-3}$				
$m_\beta=1''$	-0,150119	-	$8,29635 \cdot 10^{-4}$	-				
$m_\beta=1,5''$	-0,202222	-	$1,09695 \cdot 10^{-4}$	-				
$m_\beta=2''$	-0,263887	0,00053218	$2,23674 \cdot 10^{-5}$	-				

**Таблица 2.30. Коэффициенты условных уравнений и поправки в направлении.**

Название напр.	P	$(\alpha)$	$(S)$	$(X_4)$	$(Y_4)$	Поправки и направления			
						$m_\beta = 0,7''$	$m_\beta = 1''$	$m_\beta = 1,5''$	$m_\beta = 2''$
(1)	1	+1,006	+31,491	-77,765	+30,504	-0,10	-0,17	-0,23	-0,29
(2)	1	-1,602	-8,503	+76,593	-13,178	+0,10	+0,25	+0,33	+0,43
(3)	1	+0,080	-37,914	+28,476	-37,787	+0,06	+0,01	+0,01	+0,01
(4)	1	+1,352	-11,713	0	0	-0,08	-0,20	-0,27	-0,35
(5)	1	-0,836	+26,639	-27,304	+20,461	+0,02	+0,11	+0,15	+0,20
(6)	1	-0,900	-11,818	0	0	+0,07	+0,14	+0,19	+0,24
(7)	1	+2,291	-12,854	+9,392	-49,908	-0,08	-0,33	-0,44	-0,58
(8)	1	-0,013	+57,104	-82,542	+51,426	-0,08	-0,03	-0,04	-0,04

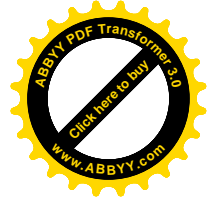
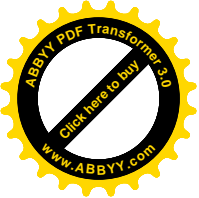


Продолжение таблицы 2.30.

(9)	1	-2,374	-14,104	+118,661	-36,472	+0,09	+0,36	+0,48	+0,62
(10)	1	+0,996	-18,328	-45,516	-37,990	0	-0,14	-0,18	-0,24
(11)	1	+1,354	+29,929	-29,919	-26,153	-0,07	-0,20	-0,28	-0,36
(12)	1	-1,904	-3,191	0	0	+0,13	+0,29	+0,39	+0,50
(13)	1	-0,282	-48,296	+23,334	+52,966	-0,01	+0,04	+0,07	+0,08
(14)	1	+2,410	-4,193	+109,495	+1,358	-0,19	-0,35	-0,48	-0,64
(15)	1	-1,578	+25,751	-102,910	-28,171	+0,15	+0,23	+0,31	+0,41
(16)	1	-1,586	-21,181	-67,361	+57,147	+0,07	+0,20	+0,32	+0,42
(17)	1	+2,757	-2,911	+129,257	-54,066	-0,15	-0,39	-0,54	-0,71
(18)	1	+0,341	+60,200	-77,972	-61,657	+0,03	-0,05	-0,09	-0,10
(19)	1	-2,808	-11,501	+16,076	+58,576	+0,12	+0,41	+0,56	+0,73
(20)	1	+1,301	-24,607	0	0	-0,07	-0,19	-0,25	-0,33
					$\Sigma VV$	0,184	1,130	2,092	3,565
					$\mu$	0,21	0,53	0,72	0,94

Таблица 2.31. Поправки в углы

Формула поправки	$m_{\beta} = 0,7''$	$m_{\beta} = 1''$	$m_{\beta} = 1,5''$	$m_{\beta} = 2''$
$(\beta_{11})=(3)-(1)$	+0,16	+0,18	+0,24	+0,30
$(\beta_{21})=(3)-(2)$	-0,04	-0,24	-0,32	-0,42
$(\beta_{31})=(9)-(8)$	+0,17	+0,39	+0,52	+0,66
$(\beta_{41})=(10)-(8)$	+0,08	-0,11	-0,14	-0,20
$(\beta_{12})=(5)-(3)$	-0,04	+0,10	+0,14	+0,19
$(\beta_{22})=(4)-(3)$	-0,14	-0,21	-0,28	-0,36
$(\beta_{32})=(8)-(7)$	0	+0,30	+0,40	+0,54
$(\beta_{42})=(8)-(6)$	-0,15	-0,17	-0,23	-0,28
$(\beta_{14})=(15)-(13)$	+0,16	+0,19	+0,24	+0,33
$(\beta_{24})=(14)-(13)$	-0,18	-0,39	-0,55	-0,72
$(\beta_{34})=(18)-(17)$	+0,18	+0,34	+0,45	+0,61
$(\beta_{44})=(18)-(16)$	-0,04	-0,27	-0,41	-0,52
$(\beta_{13})=(13)-(11)$	+0,06	+0,24	+0,35	+0,44
$(\beta_{23})=(13)-(12)$	-0,14	-0,25	-0,35	-0,42
$(\beta_{33})=(19)-(18)$	+0,09	+0,46	+0,65	+0,83
$(\beta_{43})=(20)-(18)$	-0,10	-0,14	-0,16	-0,22

**Таблица 2.32. Уравновешенные углы моделей**

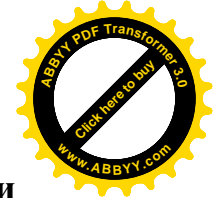
Название углов	Углы модели $m_{\beta}=0,7''$	$V''$	Уравновешенные углы	Углы модели $m_{\beta}=1''$	$V''$	Уравновешенные углы (секунды)	Углы модели $m_{\beta}=1,5''$	$V''$	Уравновешенные углы (секунды)	Углы модели $m_{\beta}=2''$	$V''$	Уравновешенные углы (секунды)
$\beta_{11}$	100°00'08.84	+0,16	100°00'09.00	08,97	+0,18	09,15"	09,19	+0,24	09,43	09,40	+0,30	09,70
$\beta_{21}$	48°58'15.36	-0,04	48°58'15.32	15,47	-0,24	15,23	15,65	-0,32	15,33	15,83	-0,42	15,41
$\beta_{31}$	41°29'35.68	+0,17	41°29'35.85	35,67	+0,39	36,06	35,66	+0,52	36,18	35,64	+0,66	36,30
$\beta_{41}$	81°25'14.91	+0,08	81°25'14.99	15,21	-0,11	15,10	15,71	-0,14	15,57	16,21	-0,20	16,01
$\beta_{12}$	95°32'16.53	-0,04	95°32'16.49	16,61	+0,10	16,71	+0,14	+0,14	16,90	+16,19	+0,19	17,10
$(\beta_{22})$	45°30'07.31"	-0,14	45°30'07.17	07,08	-0,21	06,87	06,72	-0,28	06,44	06,35	-0,36	05,99
$(\beta_{32})$	41°58'06,96"	0	41°58'06.96	06,88	+0,30	06,58	06,75	+0,40	07,15	06,62	+0,54	07,16
$(\beta_{42})$	76°32'15.19"	-0,15	76°32'15.04	15,24	-0,17	15,07	15,33	-0,23	15,10	15,42	-0,28	15,14
$(\beta_{13})$	92°27'11.82"	+0,16	92°27'11.98	11,66	+0,19	11,85	11,39	+0,24	11,63	11,12	+0,33	11,45
$(\beta_{23})$	53°31'07.76"	-0,18	53°31'07.58	08,00	-0,39	07,61	08,40	-0,55	07,85	08,79	-0,72	08,07
$(\beta_{33})$	49°32'18.21"	+0,18	49°32'18.39	18,26	+0,34	18,60	18,35	+0,45	18,80	18,43	+0,61	19,04
$(\beta_{43})$	85°27'17.00"	-0,04	85°27'16.96	16,97	-0,27	16,70	16,94	-0,41	16,53	16,90	-0,52	16,48
$(\beta_{14})$	108°02'14.49"	+0,06	108°02'14.55	14,27	+0,24	14,51	13,90	+0,35	14,25	13,54	+0,44	13,98
$(\beta_{24})$	59°03'02,78	-0,14	59°03'02.64	03,04	-0,25	02,79	03,47	-0,32	03,15	03,91	-0,42	03,49
$(\beta_{34})$	38°28'03.44"	+0,09	38°28'03.53	02,49	+0,46	02,95	02,21	+0,65	02,86	01,93	+0,83	02,76
$(\beta_{44})$	77°48'08.98"	-0,10	77°48'08.88	08,87	-0,14	08,73	08,68	-0,16	08,50	08,49	-0,22	08,27

**Таблица 2.33. Сравнительная таблица неуравновешенных и истинных координат модели №2 при  $m_{\beta}=2''$** 

№ пункт.	$X_{МПЗЗ}$	$X_{ист}$	$\Delta$ мм	$Y_{МПЗЗ}$	$Y_{ист}$	$\Delta$ мм
1	6221,448	6221,548	-100	7046,025	7046,007	+18
2	1437,422	1437,462	-40	6617,202	6617,235	-33
3	4933,381	4933,491	-110	10876,868	10876,947	-79
4	557,835	557,932	-97	11290,107	11290,212	-105
5	5765,160	5765,233	-73	15841,369	15841,507	-138
6	1755,604	1755,716	-112	15653,316	15653,358	-42

**Таблица 2.34. Сравнительная таблица неуравновешенных и истинных значений связующих сторон и их дирекционных углов**

Направление	$\omega_{и}$	$\alpha_{МПЗЗ}$	$\alpha_{ист}$	$\Delta\alpha$ сек	$S_{МПЗЗ}$	$S_{ист}$	$\Delta S$ мм
2-1	$\omega_1$	-3°47'05.51"	-3°47'07,91	+2,40	4803,207	4803,258	-51
4-3	$\Gamma_{34}$	-5°23'42.63"	-5°23'43,79	+1,16	4395,016	4395,032	-16
6-5	$\omega_4$	-0°48'02.68	-0°48'07,01	+4,33	4013,964	4013,928	+36



**Таблица 2.35. Сравнительная таблица уравновешенных и истинных координат**

№ пункт	X <sub>МПЗЗ</sub>	X <sub>ист</sub>	ΔX мм	Y <sub>МПЗЗ</sub>	Y <sub>ист</sub>	ΔY мм
1	6221,512	6221,548	-36	7045,984	7046,007	-23
2	1437,497	1437,462	+35	6617,227	6617,235	-8
3	4931,500	4933,491	+9	10876,814	10876,947	-33
4	557,965	557,932	+33	11290,159	11290,212	-53
5	5765,272	5765,2,13	+39	15841,433	15841,507	-74
6	1755,725	1755,716	+9	15653,291	15653,358	-67

$$[\Delta x \Delta x] = 5293$$

$$[\Delta y \Delta y] = 14456$$

**Таблица 2.36 Сравнительная таблица уравновешенных и истинных значений связующих сторон и их дирекционных углов**

Направление	ω <sub>и</sub>	α <sub>МПЗЗ</sub>	α <sub>ист</sub>	Δα сек	S <sub>МПЗЗ</sub>	S <sub>ист</sub>	ΔS мм
2-1	ω <sub>1</sub>	-3°47'08.20"	-3°47'07.91"	-0,29	4803,200	4803,258	-58
4-3	γ <sub>34</sub>	-5°23'47.63"	-5°23'43.79"	-3,84	4395,014	4395,032	-18
6-5	ω <sub>4</sub>	-0°48'07.25"	-0°48'07,01"	-0,24	4013,959	4013,928	+31

Средняя квадратическая погрешность единицы веса уравновешенного направления:

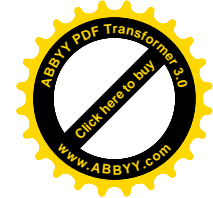
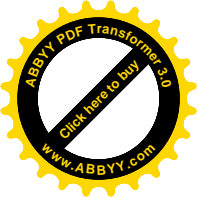
$$\mu = 0,94''$$

Средняя квадратическая погрешность дирекционного угла  $m_{\alpha 43}$

$$m_{\alpha 43} = 0,94 * 2,46 = 23''$$

Средняя квадратическая погрешность дирекционного угла  $m_{43}$

$$m_{43} = 0,94 * 59 = 55 \text{ мм}$$



Средняя квадратическая погрешность координат пункта 4 по результатам уравнивания

$$m_{x4} = 0,94 * 99 = 93 \text{ мм}$$

$$m_{y4} = 0,94 * 55 = 52 \text{ мм}$$

Средняя квадратическая погрешность координат по истинным погрешностям:

$$m_{x4} = \sqrt{\frac{[\Delta x \Delta x]}{n}} = \sqrt{\frac{5293}{6}} = 30 \text{ (мм)}$$

$$m_{y4} = \sqrt{\frac{[\Delta y \Delta y]}{n}} = \sqrt{\frac{14456}{6}} = 49 \text{ (мм)}$$

$$m_{xy} = \sqrt{m_x^2 + m_y^2} = 57 \text{ (мм)}$$

**Таблица 2.37. Сравнительная таблица неуравновешенных и истинных координат модели №3 при  $m_B = 1,5''$**

№ пункт	$X_{МПЗ}$	$X_{ист}$	$\Delta X$ мм	$Y_{МПЗ}$	$Y_{ист}$	$\Delta Y$ мм
1	6221,471	6221,548	-77	7046,022	7046,007	-15
2	1437,429	1437,462	-31	6617,211	6617,235	-24
3	4933,405	4933,491	-36	10876,889	10876,947	-58
4	557,856	557,932	-76	11290,133	11290,212	-79
5	5765,180	5765,233	-53	15841,400	15841,507	-107
6	1755,635	1755,716	-81	15653,327	15653,358	-31

**Таблица 2.38. Сравнительная таблица неуравновешенных и истинных значений связующих сторон и их дирекционных углов**

Направление	$\omega_n$	$\alpha_{МПЗЗ}$	$\alpha_{ист}$	$\Delta\alpha$ сек	$S_{МПЗЗ}$	$S_{ист}$	$\Delta S$ мм
2-1	$\omega_1$	-3°47'05.05"	-3°47'07,91	+1,86	4803,222	4803,258	-36
4-3	$\tau_{34}$	-5°23'42.85"	-5°23'43.79	-0,94	4395,021	4395,032	-11
6-5	$\omega_4$	-0°48'03.72	-0°48'07,01	+3,29	4013,954	4013,928	+26

**Таблица 2.39. Сравнительная таблица уравновешенных и истинных координат**

№ пункт.	$X_{МПЗЗ}$	$X_{ист}$	$\Delta$ мм	$Y_{МПЗЗ}$	$Y_{ист}$	$\Delta$ мм
1	6221,521	6221,548	-27	7046,990	7046,007	-17
2	1437,490	1437,462	+28	6617,229	6617,235	-6
3	4933,498	4933,491	+7	10876,845	10876,947	-2
4	557,958	557,932	+26	11290,173	11290,212	-39
5	5765,270	5765,233	+37	15841,450	15841,507	-57
6	1755,730	1755,716	+14	15653,306	15653,358	-52

$$[\Delta x \Delta x] = 3830$$

$$[\Delta y \Delta y] = 7803$$

**Таблица 2.40. Сравнительная таблица уравновешенных и истинных значений связующих сторон и их дирекционных углов**

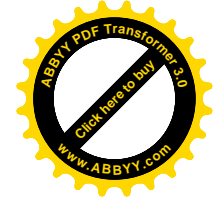
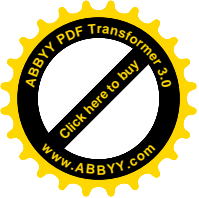
Направление	$\omega_n$	$\alpha_{МПЗЗ}$	$\alpha_{ист}$	$\Delta\alpha$ сек	$S_{МПЗЗ}$	$S_{ист}$	$\Delta S$ мм
2-1	$\omega_1$	-3°47'08.17"	-3°47'07,91	-0,26	4803,206	4803,258	-52
4-3	$\tau_{34}$	-5°23'46.81"	-5°23'43.79	-3,02	4395,019	4395,032	-13
6-5	$\omega_4$	-0°48'07.32	-0°48'07,01	-0,31	4013,952	4013,928	+24

Средняя квадратическая погрешность единицы веса уравновешенного направления:

$$\mu = 0,72''$$

Средняя квадратическая погрешность дирекционного угла  $m_{\alpha_{43}}$

$$m_{\alpha_{43}} = 0,72 * 2,46 = 1,77''$$



Средняя квадратическая погрешность дирекционного угла  $m_{43}$

$$m_{43} = 0,72 * 59 = 42 \text{ мм}$$

Средняя квадратическая погрешность координат пункта 4 по результатам уравнивания

$$m_{x4} = 0,72 * 99 = 71 \text{ мм}$$

$$m_{y4} = 0,72 * 55 = 40 \text{ мм}$$

Средняя квадратическая погрешность координат по истинным погрешностям:

$$m_{x4} = \sqrt{\frac{[\Delta x \Delta x]}{n}} = \sqrt{\frac{3803}{6}} = 25 \text{ (мм)}$$

$$m_{y4} = \sqrt{\frac{[\Delta y \Delta y]}{n}} = \sqrt{\frac{7803}{6}} = 36 \text{ (мм)}$$

$$m_{xy} = \sqrt{m_x^2 + m_y^2} = 43 \text{ (мм)}$$

**Таблица 2.41. Сравнительная таблица неуравновешенных и истинных координат модели №4 при  $m_B = 1''$**

№	$X_{МПЗЗ}$	$X_{ист}$	$\Delta$ мм	$Y_{МПЗЗ}$	$Y_{ист}$	$\Delta$ мм
1	6221,499	6221,548	-49	7046,014	7046,007	+7
2	1437,446	1437,462	-16	6617,218	6617,235	-17
3	4933,436	4933,491	-55	10876,899	10876,947	-48
4	557,888	557,932	-44	11290,159	11290,212	-53
5	5765,202	5765,233	-31	15841,433	15841,507	-74
6	1755,668	1755,716	-48	15653,338	15653,358	-20

**Таблица 2.42. Сравнительная таблица неуравновешенных и истинных значений связующих сторон и их дирекционных углов**

Направление	$\omega_i$	$\alpha_{МПЗЗ}$	$\alpha_{ист}$	$\Delta\alpha$ сек	$S_{МПЗЗ}$	$S_{ист}$	$\Delta S$ мм
2-1	$\omega_1$	-3°47'06.78"	-3°47'07,91	+1,13	4803,231	4803,258	-27
4-3	$r_{34}$	-5°23'43.61"	-5°23'43.79	+0,18	4395,020	4395,032	-12
6-5	$\omega_4$	-0°48'04.84	-0°48'07,01	+2,17	4013,944	4013,928	+16

**Таблица 2.43. Сравнительная таблица уравновешенных и истинных координат**

№ пункт.	$X_{МПЗЗ}$	$X_{ист}$	$\Delta$ мм	$Y_{МПЗЗ}$	$Y_{ист}$	$\Delta$ мм
1	6221,535	6221,548	-13	7046,993	7046,007	-14
2	1437,486	1437,462	+24	6617,232	6617,235	-3
3	4933,506	4933,491	+15	10876,867	10876,947	+20
4	557,960	557,932	+28	11290,174	11290,212	-38
5	5765,268	5765,233	+35	15841,468	15841,507	-39
6	1755,738	1755,716	+22	15653,323	15653,358	-35

$$[\Delta x \Delta x] = 3463$$

$$[\Delta y \Delta y] = 4795$$

**Таблица 2.44. Сравнительная таблица уравновешенных и истинных значений связующих сторон и их дирекционных углов**

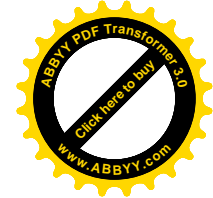
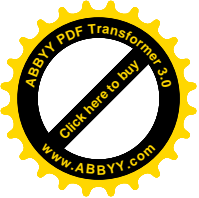
Направление	$\omega_i$	$\alpha_{МПЗЗ}$	$\alpha_{ист}$	$\Delta\alpha$ сек	$S_{МПЗЗ}$	$S_{ист}$	$\Delta S$ мм
2-1	$\omega_1$	-3°47'08.26"	-3°47'07,91	-0,35	4803,224	4803,258	-34
4-3	$r_{34}$	-5°23'46.80"	-5°23'43.79	-2,01	4395,023	4395,032	-9
6-5	$\omega_4$	-0°48'07.48	-0°48'07,01	-0,47	4013,942	4013,928	+14

Средняя квадратическая погрешность единицы веса уравновешенного направления:

$$\mu = 0,53''$$

Средняя квадратическая погрешность дирекционного угла  $m_{\alpha 43}$

$$m_{\alpha 43} = 0,53 * 2,46 = 1,3''$$



Средняя квадратическая погрешность дирекционного угла  $m_{43}$

$$m_{43} = 0,53 * 59 = 31 \text{ мм}$$

Средняя квадратическая погрешность координат пункта 4 по результатам уравнивания

$$m_{x4} = 0,53 * 99 = 52 \text{ мм}$$

$$m_{y4} = 0,53 * 55 = 29 \text{ мм}$$

Средняя квадратическая погрешность координат по истинным погрешностям:

$$m_{x4} = \sqrt{\frac{[\Delta x \Delta x]}{n}} = \sqrt{\frac{3463}{6}} = 24 (\text{мм})$$

$$m_{y4} = \sqrt{\frac{[\Delta y \Delta y]}{n}} = \sqrt{\frac{4795}{6}} = 28 (\text{мм})$$

$$m_{xy} = \sqrt{m_x^2 + m_y^2} = 37 (\text{мм})$$

В таблице 26 приведен сравнительный анализ неуравновешенных и истинных координат модели №5 при  $m_{\beta} = 0,7''$



**Таблица 2.45. Сравнительная таблица неуравновешенных и истинных значений связующих сторон и их дирекционных углов**

Направление	$\omega_n$	$\alpha_{МПЗЗ}$	$\alpha_{ист}$	$\Delta\alpha$ сек	$S_{МПЗЗ}$	$S_{ист}$	$\Delta S$ мм
2-1	$\omega_1$	-3°47'06.99"	-3°47'07,91	+0,92	4803,245	4803,258	-13
4-3	$\tau_{34}$	-5°23'46.43"	-5°23'43.79	-2,64	4395,028	4395,032	-5
6-5	$\omega_4$	-0°48'05.51	-0°48'07,01	+1,50	4013,938	4013,928	+10

**Таблица 2.46. Сравнительная таблица уравновешенных и истинных координат**

№	$X_{МПЗЗ}$	$X_{ист}$	$\Delta$ мм	$Y_{МПЗЗ}$	$Y_{ист}$	$\Delta$ мм
1	6221,524	6221,548	-24	7046,002	7046,007	-5
2	1437,469	1437,462	+7	6617,229	6617,235	-6
3	4933,478	4933,491	-13	10876,896	10876,947	+51
4	557,936	557,932	+4	11290,175	11290,212	-37
5	5765,242	5765,233	+9	15841,470	15841,507	-37
6	1755,720	1755,716	+4	15653,340	15653,358	-18

$$[\Delta x \Delta x] = 907$$

$$[\Delta y \Delta y] = 5724$$

**Таблица 2.47. Сравнительная таблица уравновешенных и истинных значений связующих сторон и их дирекционных углов**

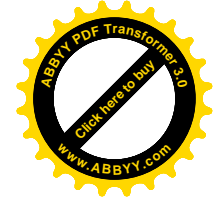
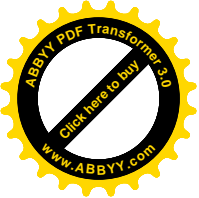
Направление	$\omega_n$	$\alpha_{МПЗЗ}$	$\alpha_{ист}$	$\Delta\alpha$ сек	$S_{МПЗЗ}$	$S_{ист}$	$\Delta S$ мм
2-1	$\omega_1$	-3°47'07.68"	-3°47'07,91	-0,23	4803,231	4803,258	-27
4-3	$\tau_{34}$	-5°23'44.26"	-5°23'43.79	-0,47	4395,015	4395,032	-17
6-5	$\omega_4$	-0°48'06.71	-0°48'07,01	-0,30	4013,933	4013,928	+5

Средняя квадратическая погрешность единицы веса уравновешенного направления:

$$\mu = 0,21''$$

Средняя квадратическая погрешность дирекционного угла  $m_{\alpha 43}$

$$m_{\alpha 43} = 0,21 * 2,46 = 0,52''$$



Средняя квадратическая погрешность дирекционного угла  $m_{43}$

$$m_{43} = 0,21 * 59 = 12 \text{ мм}$$

Средняя квадратическая погрешность координат пункта 3,4:

$$m_{x4} = 0,21 * 99 = 21 \text{ мм}$$

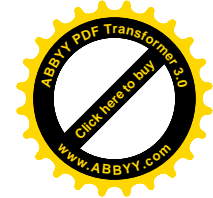
$$m_{y4} = 0,21 * 55 = 12 \text{ мм}$$

по истинным погрешностям:

$$m_{x4} = \sqrt{\frac{[\Delta x \Delta x]}{n}} = \sqrt{\frac{907}{6}} = 12 (\text{мм})$$

$$m_{y4} = \sqrt{\frac{[\Delta y \Delta y]}{n}} = \sqrt{\frac{5724}{6}} = 31 (\text{мм})$$

$$m_{XY} = \sqrt{m_x^2 + m_y^2} = 33 (\text{мм})$$



## 2.8. Оценка точности элементов ряда ПЗЗ

Весовая функция для определения обратного веса дирекционного угла стороны  $S_{43}$  будет:

$$\begin{aligned}
 F_{\alpha_{43}} = & \frac{1}{A_1(1 + \operatorname{tg}^2 \omega_1)} [(1 + \operatorname{tg} \omega_1 \operatorname{ctg} \beta_{31})(1 + \operatorname{ctg}^2 \beta_{21})(\beta_{21}) - (1 - \operatorname{tg} \omega_1 \operatorname{ctg} \beta_{41})(1 + \operatorname{ctg}^2 \beta_{11})(\beta_{11}) - \\
 & - (1 + \operatorname{tg} \omega_1 \operatorname{ctg} \beta_{21})(1 + \operatorname{ctg}^2 \beta_{31})(\beta_{31}) + (1 - \operatorname{tg} \omega_1 \operatorname{ctg} \beta_{11})(1 + \operatorname{ctg}^2 \beta_{41})(\beta_{41})] + \\
 & + \frac{1}{A_1(1 + \operatorname{tg}^2 \omega_2)} [(1 + \operatorname{tg} \omega_2 \operatorname{ctg} \beta_{32})(1 + \operatorname{ctg}^2 \beta_{22})(\beta_{22}) - (1 + \operatorname{tg} \omega_2 \operatorname{ctg} \beta_{42})(1 + \operatorname{ctg}^2 \beta_{12})(\beta_{12}) - \\
 & - (1 - \operatorname{tg} \omega_2 \operatorname{ctg} \beta_{22})(1 + \operatorname{ctg}^2 \beta_{32})(\beta_{32}) + (1 - \operatorname{tg} \omega_2 \operatorname{ctg} \beta_{12})(1 + \operatorname{ctg}^2 \beta_{42})(\beta_{42})], \quad (2.8.1)
 \end{aligned}$$

где

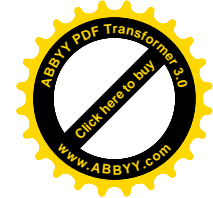
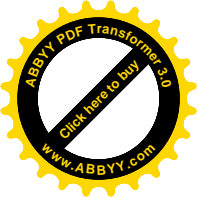
$$A_i = \operatorname{ctg} \beta_{2i} \operatorname{ctg} \beta_{3i} - \operatorname{ctg} \beta_{1i} \operatorname{ctg} \beta_{4i} \quad (2.8.2)$$

$$\operatorname{tg} \omega_i = \frac{(\operatorname{ctg} \beta_{3i} + \operatorname{ctg} \beta_{1i}) - (\operatorname{ctg} \beta_{4i} + \operatorname{ctg} \beta_{2i})}{A_i} \quad (2.8.3)$$

Весовая функция для определения обратного веса стороны  $S_{43}$  имеет вид:

$$F_{S_{43}} = -\frac{S_{21}}{2pt_1}(t_1) + \frac{S_{43}}{2pt_2}(t_2), \quad (2.8.4)$$

где



$$t_i = \left( \frac{1}{\operatorname{ctg}\beta_{2i} + \operatorname{ctg}\beta_{4i}} - \frac{1}{\operatorname{ctg}\beta_{1i} + \operatorname{ctg}\beta_{3i}} \right)^2 +$$

$$+ \left( \frac{\operatorname{ctg}\beta_{2i}}{\operatorname{ctg}\beta_{2i} + \operatorname{ctg}\beta_{4i}} - \frac{\operatorname{ctg}\beta_{1i}}{\operatorname{ctg}\beta_{1i} + \operatorname{ctg}\beta_{3i}} \right)^2, \quad (2.8.5)$$

$$S_{21}^2 = \frac{S_{AB}^2}{t_1}; S_{43}^2 = S_{21}^2 \cdot t_2; \quad (2.8.6)$$

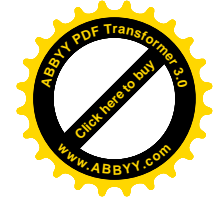
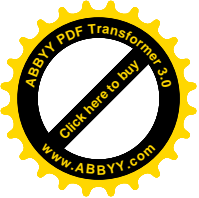
$$t_i = \frac{2(1 + \operatorname{ctg}^2\beta_{1i})}{(\operatorname{ctg}\beta_{1i} + \operatorname{ctg}\beta_{3i})^2} [r_i + q_i \operatorname{ctg}\beta_{3i}] (\beta_{1i}) +$$

$$+ \frac{2(1 + \operatorname{ctg}^2\beta_{2i})}{(\operatorname{ctg}\beta_{2i} + \operatorname{ctg}\beta_{4i})^2} [-r_i + q_i \operatorname{ctg}\beta_{4i}] (\beta_{2i}) +$$

$$t_i = \frac{2(1 + \operatorname{ctg}^2\beta_{1i})}{(\operatorname{ctg}\beta_{1i} + \operatorname{ctg}\beta_{3i})^2} [r_i + q_i \operatorname{ctg}\beta_{1i}] (\beta_{3i}) +$$

$$+ \frac{2(1 + \operatorname{ctg}^2\beta_{2i})}{(\operatorname{ctg}\beta_{2i} + \operatorname{ctg}\beta_{4i})^2} [-r_i + q_i \operatorname{ctg}\beta_{2i}] (\beta_{4i}), \quad (2.8.7)$$

где



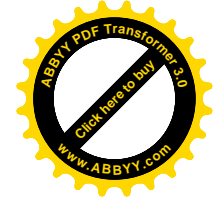
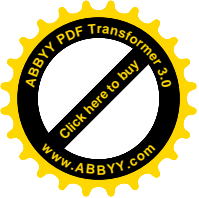
$$r_i = -\frac{1}{\operatorname{ctg}\beta_{2i} + \operatorname{ctg}\beta_{4i}} + \frac{1}{\operatorname{ctg}\beta_{1i} + \operatorname{ctg}\beta_{3i}} \quad (2.8.8)$$

$$q_i = \frac{\operatorname{ctg}\beta_{2i}}{\operatorname{ctg}\beta_{2i} + \operatorname{ctg}\beta_{4i}} - \frac{\operatorname{ctg}\beta_{1i}}{\operatorname{ctg}\beta_{1i} + \operatorname{ctg}\beta_{3i}} \quad (2.8.9)$$

Весовые функции для определения обратных весов координат пункта 4 будут:

$$\begin{aligned} (x_4) = & \frac{\operatorname{ctg}\beta_{12}}{\operatorname{ctg}\beta_{32} + \operatorname{ctg}\beta_{12}}(x_1) + \frac{\operatorname{ctg}\beta_{32}}{\operatorname{ctg}\beta_{32} + \operatorname{ctg}\beta_{12}}(x_2) - \\ & - \frac{1}{\operatorname{ctg}\beta_{32} + \operatorname{ctg}\beta_{12}}(y_1) + \frac{1}{\operatorname{ctg}\beta_{32} + \operatorname{ctg}\beta_{12}}(y_2) + \\ & + \frac{(x_4 - x_2)(\operatorname{ctg}^2\beta_{32} + 1)}{p(\operatorname{ctg}\beta_{32} + \operatorname{ctg}\beta_{12})}(\beta_{32}) + \frac{(x_4 - x_1)(\operatorname{ctg}^2\beta_{12} + 1)}{p(\operatorname{ctg}\beta_{32} + \operatorname{ctg}\beta_{12})}(\beta_{12}), \quad (2.8.10) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (y_4) = & \frac{\operatorname{ctg}\beta_{12}}{\operatorname{ctg}\beta_{32} + \operatorname{ctg}\beta_{12}}(y_1) + \frac{\operatorname{ctg}\beta_{32}}{\operatorname{ctg}\beta_{32} + \operatorname{ctg}\beta_{12}}(y_2) + \\ & + \frac{1}{\operatorname{ctg}\beta_{32} + \operatorname{ctg}\beta_{12}}(x_1) + \frac{1}{\operatorname{ctg}\beta_{32} + \operatorname{ctg}\beta_{12}}(x_2) + \\ & + \frac{(y_4 - y_2)(\operatorname{ctg}^2\beta_{32} + 1)}{p(\operatorname{ctg}\beta_{32} + \operatorname{ctg}\beta_{12})}(\beta_{32}) + \frac{(y_4 - y_1)(\operatorname{ctg}^2\beta_{12} + 1)}{p(\operatorname{ctg}\beta_{32} + \operatorname{ctg}\beta_{12})}(\beta_{12}), \quad (2.8.11) \end{aligned}$$



$$(x_1) = \frac{(x_1 - x_B)(1 + \text{ctg}^2 \gamma_{41})}{p(\text{ctg} \gamma_{41} + \text{ctg} \gamma_{21})} (\gamma_{41}) + \frac{(x_1 - x_A)(1 + \text{ctg}^2 \gamma_{21})}{p(\text{ctg} \gamma_{41} + \text{ctg} \gamma_{21})} (\gamma_{21}), \quad (2.8.12)$$

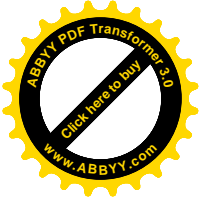
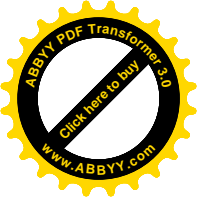
$$(y_1) = \frac{(y_1 - y_B)(1 + \text{ctg}^2 \gamma_{41})}{p(\text{ctg} \gamma_{41} + \text{ctg} \gamma_{21})} (\gamma_{41}) + \frac{(y_1 - y_A)(1 + \text{ctg}^2 \gamma_{21})}{p(\text{ctg} \gamma_{41} + \text{ctg} \gamma_{21})} (\gamma_{21}), \quad (2.8.13)$$

$$(x_2) = \frac{(x_2 - x_B)(1 + \text{ctg}^2 \gamma_{31})}{p(\text{ctg} \gamma_{31} + \text{ctg} \gamma_{11})} (\gamma_{31}) + \frac{(x_2 - x_A)(1 + \text{ctg}^2 \gamma_{11})}{p(\text{ctg} \gamma_{31} + \text{ctg} \gamma_{11})} (\gamma_{11}), \quad (2.8.14)$$

где

$$\begin{aligned} (\gamma_{11}) &= (\omega_1) - (\beta_{11}); & (\gamma_{21}) &= (\omega_1) + (\beta_{31}); \\ (\gamma_{31}) &= -(\omega_1) + (\beta_{21}); & (\gamma_{41}) &= -(\omega_1) - (\beta_{41}); \end{aligned} \quad (2.8.15)$$

$$\begin{aligned} (\omega_i) &= \frac{1}{A_1(1 + \text{tg}^2 \omega_1)} [(1 + \text{tg} \omega_1 \text{ctg} \beta_{31})(1 + \text{ctg}^2 \beta_{21})(\beta_{21}) - \\ &\quad - (1 - \text{tg} \omega_1 \text{ctg} \beta_{41})(1 + \text{ctg}^2 \beta_{11})(\beta_{11}) - \\ &\quad - (1 + \text{tg} \omega_1 \text{ctg} \beta_{21})(1 + \text{ctg}^2 \beta_{31})(\beta_{31}) + \\ &\quad + (1 - \text{tg} \omega_1 \text{ctg} \beta_{11})(1 + \text{ctg}^2 \beta_{41})(\beta_{41})], \end{aligned} \quad (2.8.16)$$

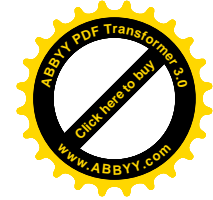
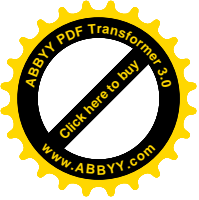


**Таблица 2.48. Коэффициенты условных уравнений и весовых функций**

Назва-ний	P	(α)	(S)	(X <sub>4</sub> )	(Y <sub>4</sub> )	Fα <sub>34</sub>	F <sub>S34</sub>	F <sub>X34</sub>	F <sub>Y34</sub>
(1)	1	+1,006	+31,491	-77,765	+30,504	+1,006	+31,491	-77,765	+30,504
(2)	1	-1,602	-8,503	+76,593	-13,178	-1,602	-8,503	+76,593	-13,178
(3)	1	+0,080	-37,914	+28,476	-37,787	+0,080	-37,914	+28,476	-37,787
(4)	1	+1,352	-11,713	0	0	+1,352	-11,713	0	0
(5)	1	-0,836	+26,639	-27,304	+20,461	-0,836	+26,639	-27,304	+20,461
(6)	1	-0,900	-11,818	0	0	-0,900	-11,818	0	0
(7)	1	+2,291	-12,854	+9,392	-49,908	+2,291	-12,854	+9,392	-49,908
(8)	1	-0,013	+57,104	-82,542	+51,426	-0,013	+57,104	-82,542	+51,426
(9)	1	-2,374	-14,104	+118,661	-36,472	-2,374	-14,104	+118,661	-36,472
(10)	1	+0,996	-18,328	-45,516	-37,990	+0,996	-18,328	-45,516	-37,990
(11)	1	+1,354	+29,929	-29,919	-26,153				
(12)	1	-1,904	-3,191	0	0				
(13)	1	-0,282	-48,296	+23,334	+52,966				
(14)	1	+2,410	-4,193	+109,495	+1,358				
(15)	1	-1,578	+25,751	-102,910	-28,171				
(16)	1	-1,586	-21,181	-67,361	+57,147				
(17)	1	+2,757	-2,911	+129,257	-54,066				
(18)	1	+0,341	+60,200	-77,972	-61,657				
(19)	1	-2,808	-11,501	+16,076	+58,576				
(20)	1	+1,301	-24,607	0	0				

**Таблица 2.49. Коэффициенты нормальных уравнений и весовых функций**

	a]	b]	c]	d]	Fα <sub>34</sub> ]	F <sub>S34</sub> ]	F <sub>X34</sub> ]	F <sub>Y34</sub> ]	W	S
[a	52.445	+55.692	+290.364	-635.5830	18.798	-0.164	-480.286	-207.760	+21,07	-885,424
[b		16186.934	-19540.640	-2699.985	-0.164	+7448.882	-1058.81	+6810.398	+88	-2231,693
[c			88127.184	-3695.126	-480.286	-10580.81	+36524.99	-3672.578	+265	+87238,099
[d				28566.024	-207.760	+6810.398	-3672.578	+10859.553	-494	+34830,943
FF					+18.798	+7448.882	+36524.99	+10859.533		
t <sub>1i</sub>	7,242	+7,690	+40,095	-87,765	+2,596	-0,023	-66,320	-28,689	+2,909	-122,264
t <sub>2i</sub>		126,995	-156,297	-15,946	-0,138	+58,656	-79,301	+55,364	+0,517	-10,170
t <sub>3i</sub>			249,180	-10,709	-2,444	-5,667	+107,511	+24,604	+0,920	+363,394
t <sub>4i</sub>				143,158	-0,060	+53,668	-67,103	+66,276	1,540916	+194,399
K: $\sqrt{\frac{1}{P_F}}$	-0,24625	-6,695 10 <sup>-3</sup>	-3,23 10 <sup>-3</sup>	+1,07637 10 <sup>-2</sup>	$\sqrt{\frac{1}{P_{\alpha 34}}} = 2,46$	$\sqrt{\frac{1}{P_{S34}}} = 58,65$	$\sqrt{\frac{1}{P_{X4}}} = 98,876$	$\sqrt{\frac{1}{P_{Y4}}} = 55,364$		



Для первой модели при точности измерения горизонтальных углов  $m_{\beta}=3,3''$  получена средняя квадратическая погрешность дирекционного угла  $\alpha_{34}$ :

$$m_{\alpha_{43}} = \mu \sqrt{\frac{1}{P_{\alpha_{34}}}} = 1,73 * 2,46 = 1,77''$$

Средняя квадратическая погрешность дирекционного угла  $m_{43}$

$$m_{43} = \mu \sqrt{\frac{1}{P_{S_{34}}}} = 1,73 * 59 = 102 \text{ мм}$$

Средняя квадратическая погрешность координат пункта 4:

$$m_{X4} = \mu \sqrt{\frac{1}{P_{X4}}} = 1,73 * 99 = 171 \text{ мм}$$

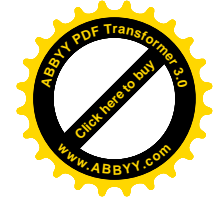
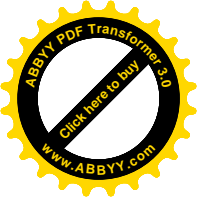
истинная же погрешность была =163 мм;

$$m_{Y4} = \mu \sqrt{\frac{1}{P_{Y4}}} = 1,73 * 55 = 95 \text{ мм}$$

Рассчитаем фактические средние квадратические погрешности по их истинным погрешностям по формулам Гаусса:

$$m_X = \sqrt{\frac{[\Delta x \Delta x]}{n}} = \sqrt{\frac{63780}{6}} = 103 (\text{мм})$$





$$m_y = \sqrt{\frac{[\Delta y \Delta y]}{n}} = \sqrt{\frac{9640}{6}} = 40(\text{мм})$$

Определим на наибольшем обратном весе необходимую точность измерения направлений, чтобы средняя квадратическая погрешность координат пунктов была равна 50 мм.

$$\mu = \frac{m_{XY}}{\sqrt{P_{XY}}} = \frac{50}{\sqrt{\frac{99^2 + 55^2}{2}}} = \frac{50}{80} = 63''$$

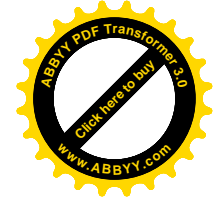
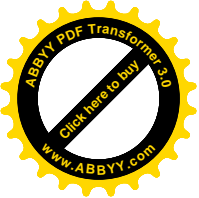
Как было показано в предыдущем параграфе, при средней квадратической погрешности единицы веса 0,72" по результатам уравнивания была получена средняя квадратическая погрешность планового положения пункта 4:

$$m_{XY} = \sqrt{71^2 + 40^2} = 81\text{мм},$$

а по истинным погрешностям:

$$m_{XY} = 43\text{мм}.$$

Предельные истинные погрешности неуравновешенных координат при средней квадратической погрешности измерения углов в  $\Delta x=40\text{мм}$ ;  $\Delta y=-30\text{мм}$ . Так как данные значения погрешностей находятся на границе округлений, то увеличения точности в два раза, то есть уменьшения истинных погрешностей в два раза добиваться не следует. Эти результаты целиком удовлетворяют топографические съемки любого масштаба.



## 2.9. Предварительный расчет элементов в МПЗЗ

На основе оценки точности ряда ПЗЗ получим формулы предварительного расчета точности на стадии проектирования сетей.

Для свободного ряда из четырех четырехугольников для четвертого четырехугольника величины обратных весов будут:

$$\frac{1}{P_{\alpha 4}} = \sqrt{52,445} = 7,24;$$

для одного четырехугольника:

$$\frac{1}{P_{\alpha 1}} = \sqrt{\frac{1}{P_{\alpha 4}}/4} = 3,62.$$

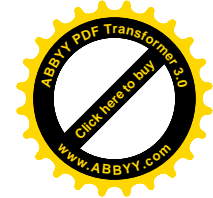
Средняя квадратическая погрешность определения дирекционного угла связующей стороны свободного ряда определяется по формуле:

$$m_{\alpha_n} = 3,62 \cdot m_{\beta} \sqrt{n} \quad (2.9.1)$$

где  $n$  - число четырехугольников ряда;

$m_{\beta}$  - средняя квадратическая погрешность измерения горизонтальных углов.

Для ряда, который опирается на два исходных дирекционных угла, величина обратного веса слабой стороны будет:



$$\frac{1}{P_{\alpha}} = \sqrt{18,798 - 2,595^2} = 3,47;$$

и средняя квадратическая погрешность  $m_{\alpha}$  слабой стороны для четырехугольников рассчитывается по формуле:

$$m_{\alpha} = 3,47 * \mu \quad (2.9.2)$$

где  $\mu$  - средняя квадратическая погрешность единицы веса.

Для ряда из  $n$  четырехугольников:

$$m_{\alpha} = \frac{3,47}{2} \mu \sqrt{n} = 1,73 \mu \sqrt{n} \quad (2.9.3)$$

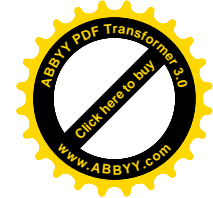
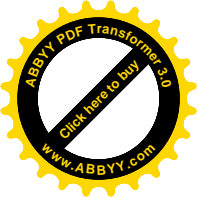
Заметим, что в предыдущей части диссертации была получена формула средней квадратической погрешности передачи дирекционного угла в уравновешенном ряде:

$$m_{\alpha} = 1,58 m_{\beta} \sqrt{n}. \quad (2.9.4)$$

Для свободного ряда обратный вес связующей стороны:

$$\sqrt{\frac{1}{P_s}} = \sqrt{16186,934} = 127,23.$$

Для одного четырехугольника:



$$\sqrt{\frac{1}{P_s}} / 4 = 63,61.$$

Средняя квадратическая погрешность определения связующей стороны свободного ряда рассчитывается по формуле:

$$m_s = 63,61 \mu \sqrt{n}. \quad (2.9.5)$$

Для ряда, который опирается на две исходных стороны, величина обратного веса слабой стороны будет:

$$\sqrt{\frac{1}{P_s}} = \sqrt{7448,882 - 58,656^2} = 63,61.$$

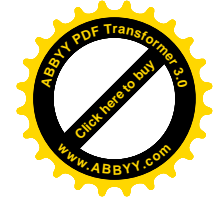
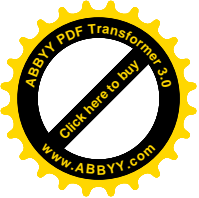
и средняя квадратическая погрешность слабой стороны ряда для 4 четырехугольников рассчитывается по формуле:

$$m_s = 63,61 \mu \quad (2.9.6)$$

для ряда из n четырехугольников:

$$m_s = \frac{63,61}{2} \mu \sqrt{n} = 31,6 \mu \sqrt{n} (\text{мм}) \quad (2.9.7)$$

Так, для ряда из четырех геодезических четырехугольников при  $\mu=1''$  получим  $m=63,2$  мм.



Ряд, который опирается на две исходных стороны с известными дирекционными углами и состоит из 4 четырехугольников имеет величину обратного веса дирекционного угла слабой связующей стороны:

$$\frac{1}{P_{\alpha}} = \sqrt{18,798 - 2,595^2 - 0,158^2} = 3,47;$$

то есть условное уравнение сторон не влияет на точность определения дирекционных углов. В данном случае для оценки точности справедливы формулы (2.9.2) и (2.9.3).

Для того же ряда величина обратного веса связывающей стороны:

$$\sqrt{\frac{1}{P_S}} = \sqrt{7448,882 - 58,656^2 - 0,023^2} = 63,61.$$

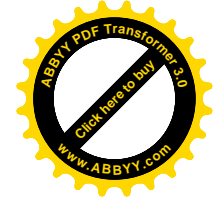
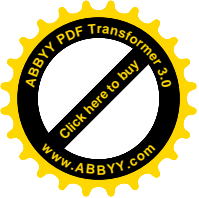
то есть, условное уравнение дирекционных углов не влияет на точность определения сторон. При этом справедливы формулы (2.9.6) и (2.9.7).

Ряд, который опирается на два исходных пункта в начале и конце ряда при четырех четырехугольниках в ряде имеет обратные веса:

$$\frac{1}{P_{\alpha}} = 2,461", \quad (2.9.8)$$

и ряд из  $n$  четырехугольников:

$$m_{\alpha} = \frac{2,461}{2} \mu \sqrt{n} = 1,23 \mu \sqrt{n} (\text{секунд}) \quad (2.9.9)$$



$$m_s = \frac{58,656}{2} \mu \sqrt{n} = 29,33 \mu \sqrt{n} (\text{мм}) \quad (2.9.10)$$

$$m_x = \frac{98,876}{2} \mu \sqrt{n} = 49,44 \mu \sqrt{n} (\text{мм}) \quad (2.9.11)$$

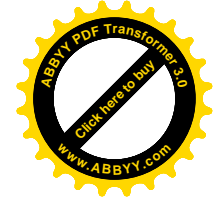
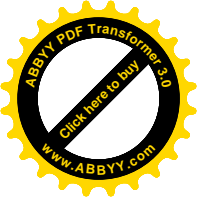
$$m_y = \frac{55,364}{2} \mu \sqrt{n} = 27,68 \mu \sqrt{n} (\text{мм}) \quad (2.9.12)$$

Для свободного ряда:

$$m_x = \mu \sqrt{\frac{36524,991}{4}} \sqrt{n} = 95,55 \mu \sqrt{n} (\text{мм}) \quad (2.9.13)$$

$$m_y = \mu \sqrt{\frac{10859,553}{4}} \sqrt{n} = 52,1 \mu \sqrt{n} (\text{мм}) \quad (2.9.14)$$

При углах  $\omega \leq \pm 15^\circ$  для предыдущего расчета точности элементов ряда парных звеньев засечек целиком можно использовать эти упрощенные формулы, которые дают расхождения от строгих формул не больше 12%.

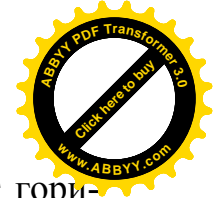
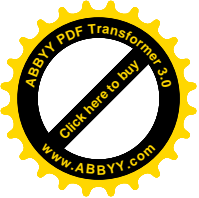


## **2.10. Исследования влияния избыточных наблюдений в несвободных рядах, которые развиваются методом парных звеньев засечек**

Рассмотрим способ создания опорных геодезических сетей путем построения и закрепления на местности рядов геодезических четырехугольников, установке теодолита в каждой из их вершин, измерении всех горизонтальных углов и некоторых исходных сторон или базисов с привязкой к исходным пунктам, расчетом сторон, дирекционных углов и координат, который отличается тем, что с целью повышения эффективности полевых работ теодолит устанавливают через один пункт по каждой стороне ряда только на концах сторон парных геодезических четырехугольников, определении координат пунктов установки теодолита из решения задачи Ганзена и координат пунктов, на которые проводят наблюдения из решения прямых угловых засечек по формулам Гауса или Юнга.

Данный способ создания опорных геодезических сетей был предложен автором в 1976 году и опубликованный в его работах (57, 58, 61, 62), защищенный его кандидатской диссертацией.

В дальнейшем, когда был обоснованный принцип несплошных наблюдений создания опорных геодезических сетей и установлено, что только данный метод из всех известных методов, названный автором методом парных звеньев засечек (МПЗЗ), удовлетворяет данному принципу, возникла необходимость дальнейшего исследования его. Результатом такого исследования появились монографии (50,51) и работа (68).



Устанавливая теодолит в пунктах 1 и 2 (см. рис 2.1), измеряют горизонтальные углы  $\beta_1, \beta_2, \beta_3, \beta_4, \beta'_1, \beta'_2, \beta'_3, \beta'_4$  на стороны соприкасающихся четырехугольников  $S_{A-B}$  и  $S_{3-4}$ . Из решения задачи Ганзена определяют координаты пунктов 1 и 2 по следующему алгоритму.

Вычисляют вспомогательный угол  $\omega$  (см. рис 1.1) под которым пересекаются стороны  $S_{AB}$  и  $S_{1-2}$  по формуле:

$$\operatorname{tg}\omega_1 = \frac{(\operatorname{ctg}\beta_1 + \operatorname{ctg}\beta_3) - (\operatorname{ctg}\beta_2 + \operatorname{ctg}\beta_4)}{\operatorname{ctg}\beta_2 \operatorname{ctg}\beta_3 - \operatorname{ctg}\beta_1 \operatorname{ctg}\beta_4} . \quad (2.10.1)$$

Рассчитывают дирекционный угол  $\alpha_{12}$  стороны  $S_{12}$  из выражения

$$\alpha_{12} = \alpha_{BA} + \omega_1 . \quad (2.10.2)$$

Примыкающие углы рассчитывают по формулам

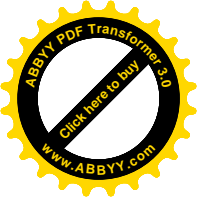
$$B_1 = 180^\circ - \beta_1 + \omega_1, \quad (2.10.3)$$

$$B_2 = \omega_1 + \beta_3, \quad (2.10.4)$$

$$B_3 = \beta_2 - \omega_1, \quad (2.10.5)$$

$$B_4 = 180^\circ - \omega_1 - \beta_4. \quad (2.10.6)$$





Координаты всех пунктов определяют по формулам Юнга решения прямых угловых засечек.

Исследование точности сделано на модели произвольного ряда, который состоит из четырех геодезических четырехугольников. Генерированы средние квадратичные погрешности измерения углов при  $m_\beta=2'',4'',5''$ . Стороны четырехугольников равны 4-5 км (см. рис 2.1). Ряд сориентирован вдоль координатных осей.

Разработана программа расчета предыдущих координат и приближенного уравнивания ряда, который развивается МПЗЗ.

По данной программе сделано встречное вычисление координат из пунктов А,В и С,Д.

Сравнительная таблица неуравненных и истинных координат несвободного ряда, который развивается МПЗЗ при  $m_\beta=2''$ . За предыдущие координаты пунктов 3 и 4 взяты их средние значения, рассчитанные из левого и правого базисов.

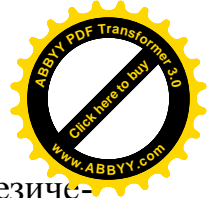
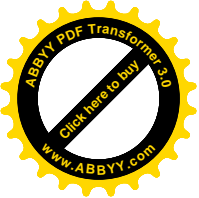
**Таблица 2.50**

№ г.	$X_{ист.}$	$X'_{неур.}$	$X'-X$	$Y_{ист.}$	$Y'_{неур.}$	$Y'-Y$
1	6221,55	6221,57	+0,02	7045,92	7045,92	0
2	1437,53	1737,51	-0,02	6617,21	6617,19	-0,02
3	4933,55	4933,41	-0,14	10876,91	10876,93	+0,02
4	557,97	557,96	-0,01	11290,18	11290,23	+0,05
5	5765,28	5765,15	-0,13	15841,45	15841,45	0
6	1755,78	1755,68	-0,10	15653,35	15653,38	+0,03

На основании данных табл.2.50 утверждается следующая теорема 4:

$$(\forall Z_{4н})(5км \rangle d) 4км; m_\beta = 2''; \omega \leq 10^\circ) \Rightarrow (f_x, f_y) \leq 0,14см ,$$

(2.10.7)



то есть для несвободного ряда МПЗЗ, который состоит с 4 геодезических четырехугольников при длинах сторон от 4 до 5км и с.к.п измерения углов  $m_{\beta}=2''$  и углах  $\omega$  до  $10^{\circ}$ , вероятная ошибка определения координат пунктов не превысит 14см.

В обозначениях  $Z$  – геодезический четырехугольник с измеренными четырьмя углами вместо восьми.

Индекс  $n$  – означает несвободный ряд геодезических четырехугольников;

$\forall$  - квантор общности.

При измерении горизонтальных углов с средней квадратичной погрешностью не превышающей  $4''$ , сравнительная таблица неуравненных и истинных координат принимает вид

**Таблица 2.51**

№ г.	$X_{ист.}$	$X'_{неур.}$	$X'-X$	$Y_{ист.}$	$Y'_{неур.}$	$Y'-Y$
1	6221,55	6221,58	+0,03	7045,92	7045,84	-0,08
2	1437,53	1437,55	+0,02	6617,21	6617,14	-0,07
3	4933,55	4933,31	-0,24	10876,91	10876,92	+0,01
4	557,97	557,96	-0,01	11290,18	11290,26	+0,08
5	5765,28	5765,03	-0,25	15841,45	15841,40	-0,05
6	1755,78	1755,61	-0,17	15653,35	15653,42	+0,07

На основании данных табл. 2.51 утверждается следующая теорема 5:

$$(\forall Z_{4n})(5\text{км} > d > 4\text{км}; m_{\beta} = 4''; \omega \leq 10^{\circ}) \Rightarrow (f_x, f_y) \Rightarrow 0,24\text{м} , \quad (2.10.8)$$

то есть для несвободного ряда, который развивается МПЗЗ, который состоит из 4 геодезических четырехугольников, при длине сторон от 4 до 5км и с.к.п. измерения углов  $m_{\beta}=4''$ , при углах  $\omega$  до  $10^{\circ}$ , вероятная ошибка определения координат пунктов не превышает 24 см.



Разумеется, все теоремы справедливые для случая несмещаемости оценок, то есть если распределение ошибок подчинено нормальному закону распределения Гаусса, при отсутствии ошибок исходных пунктов, при отсутствии систематических ошибок.

При измерении углов со с.к.п.  $m_\beta=5''$ , сравнительная таблица определения координат пунктов принимает вид

**Таблица 2.52**

№ п/п.	$X_{\text{ист.}}$	$X'_{\text{неур.}}$	$X'-X$	$Y_{\text{ист.}}$	$Y'_{\text{неур.}}$	$Y'-Y$
1	6221,55	6221,60	+0,05	7045,92	7045,80	-0,12
2	1437,53	1437,58	+0,05	6617,21	6617,12	-0,09
3	4933,55	4933,27	-0,28	10876,91	10876,91	0
4	557,97	557,97	0	11290,18	11290,26	+0,08
5	5765,28	5764,98	-0,30	15840,45	15845,38	-0,06
6	1755,78	1755,57	-0,21	15653,35	15653,43	+0,08

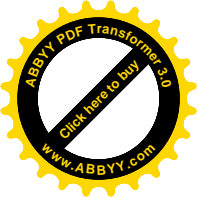
На основании данных табл. 2.52 утверждается теорема 6:

$$(\forall Z_{4n})(5\text{км} > d > 4\text{км}); m_\beta = 5''; \omega \leq 10^\circ \Rightarrow (f_x, f_y) \leq 30\text{см} \quad , \quad (2.10.9)$$

то есть для несвободного ряда, который развивается МПЗЗ, который состоит из 4 геодезических четырехугольников, при длине сторон от 4 до 5км и с.к.п. измерения углов  $m_\beta=5''$ , при углах  $\omega$  до  $10^\circ$ , вероятная ошибка определения координат пунктов не превысит 30 см.

Интересно проследить влияние строгого уравнивания на точность определения координат пунктов.

Измерения углов сделанны с  $m_\beta=2''$ .



Выполнено строгое уравнивание несвободного ряда параметрическим способом.

Получена средняя квадратическая погрешность единицы веса  $\mu=0,94''$ .

В таблице 2.53 приведены уравненные значения координат

**Таблица 2.53**

№ г.	$X_{предв.}$	$\delta x$	$X_{ур.}$	$Y_{предв.}$	$\delta y$	$Y_{ур.}$
1	6221,567	+0,018	6221,585	7045,922	+0,002	7045,924
2	1437,510	+0,031	1437,541	6617,188	+0,023	6617,201
3	4933,410	+0,146	4933,556	10876,930	-0,053	10876,877
4	557,958	+0,012	557,970	11290,232	-0,037	11290,195
5	5765,148	+0,138	5765,286	15841,449	+0,045	15841,494
6	1755,677	+0,090	1755,767	15653,383	-0,051	15653,332

За предварительные координаты пунктов 3 и 4 взяты их средние значения, рассчитанные из левого и правого базисов.

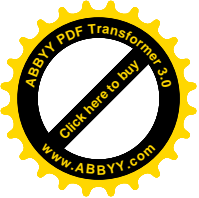
**Таблица 2.54. Сравнительная таблица определения координат пунктов**

№ п.	$X_{ист.}$	$X'_{неур.}$	$X''_{ур.}$	$X'-X$	$X''-X$	$Y_{ист.}$	$Y'_{неур.}$	$Y''_{ур.}$	$Y'-Y$ (см)	$Y''-Y$ (см)
1	6221,55	6221,57	6221,58	+0,02	+0,03	7045,92	7045,92	7045,92	0	0
2	1437,53	1437,51	1737,54	-0,02	+0,01	6617,21	6617,19	6617,20	2	1
3	4933,55	4933,41	4933,56	-0,14	+0,01	10876,91	10876,93	10876,88	2	3
4	557,97	557,96	557,97	-0,01	0	11290,18	11290,23	11290,19	5	1
5	5765,28	5765,15	5765,29	-0,13	+0,01	15841,45	15841,45	15841,49	0	4
6	1755,78	1755,68	1755,77	-0,10	-0,01	15653,35	15653,38	15653,33	3	2

На основании данных табл. 2.54 утверждается теорема 7:

$$(\forall Z_{4H})(5\text{км} > d) > 4\text{км}; m_{\beta} = 2''; \omega \leq 10^{\circ} \Rightarrow (\tilde{f}_x, \tilde{f}_y) \leq 0,05\text{м} ,$$

(2.10.10)



то есть для несвободного ряда, который развивается МПЗЗ, который состоит из 4 геодезических четырехугольников, при длине сторон от 4 до 5 км и с.к.п. измерения углов  $m_{\beta}=2''$ , при углах  $\omega$  до  $10^{\circ}$ , истинная ошибка определения уравненных координат пунктов не превысит 5 см.

Таким образом, на основании проведенных исследований делаем вывод, что в результате строгого уравнивания истинные ошибки определения координат пунктов в несвободном ряде парных звеньев засечек уменьшились в пять раз по оси абсцисс и на 1 см по оси ординат. К сожалению, строгое уравнивание не исключает истинные ошибки совсем.

В результате строго уравнивания получены следующие значения обратных весов уравненных элементов

**Таблица 2.55**

№ чт.	1	1	1	1	1
1	0,233	0,247	2,551	1,464	1,163
2	0,357	0,520		1,057	2,106
3	0,221	0,164	3,413	4,190	3,182
4				3,869	3,225

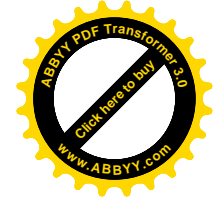
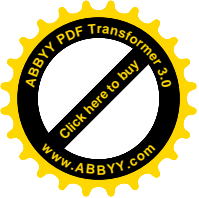
Большой интерес представляет исследование дополнительных наблюдений в рядах парных звеньев засечек.

Дополнительно наблюдения проведены на пункте 4. Проведено строгое уравнивание данной сети.

Получены значения средней квадратической ошибки единицы веса  $\mu=0,91''$ .

**Таблица 2.56. Таблица уравненных координат**

№ г.	$X_{предв.}$	$\delta x$	$X_{ур.}$	$Y_{предв.}$	$\delta y$	$Y_{ур.}$
1	6221,567	+0,020	6221,587	7045,922	+0,003	7045,925
2	1437,510	+0,025	1437,535	6617,188	+0,025	6617,213
3	4933,410	+0,146	4933,556	10876,930	-0,022	10876,908
4	557,958	+0,007	557,965	11290,232	-0,052	11290,180
5	5765,148	+0,131	5765,279	15841,449	+0,061	15841,510
6	1755,677	+0,101	1755,778	15653,383	-0,039	15653,344

**Таблица 2.57. Сравнительная таблица определения координат пунктов**

№ г.	$X_{\text{ист.}}$	$X''_{\text{ур.}}$	$X''-X$	$Y_{\text{ист.}}$	$Y''_{\text{ур.}}$	$Y''-Y$
1	6221,55	6221,59	+0,04	7045,92	7045,92	0
2	1437,53	1437,54	+0,01	6617,21	6617,21	0
3	4933,55	4933,56	+0,01	10876,91	10876,91	0
4	557,97	557,96	-0,01	11290,18	11290,18	0
5	5765,28	5765,28	0	15841,45	15841,51	+0,06
6	1755,78	1755,78	0	15653,35	15653,34	-0,01

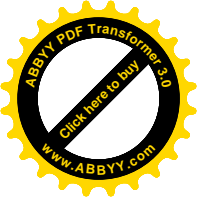
На основании данных табл.2.57 сделан вывод, что при дополнительном наблюдении на пункте 4 повышение точности определения координат пунктов не состоялось.

Далее исследована сеть сплошных наблюдений. Наблюдения проведены на всех пунктах ряда.

Средняя квадратическая погрешность единицы веса составила  $\mu=1,03''$ . Как видим, заметного повышения точности не состоялось.

**Таблица 2.58. Таблица уравненных координат сплошной сети наблюдений**

№ г.	$X_{\text{предв.}}$	$\delta x$	$X_{\text{ур.}}$	$Y_{\text{предв.}}$	$\delta y$	$Y_{\text{ур.}}$
1	6221,567	+0,021	6221,588	7045,922	+0,052	7045,974
2	1437,510	-0,004	1437,506	6617,188	+0,055	6617,243
3	4933,410	+0,121	4933,531	10876,930	+0,40	10876,970
4	557,958	-0,008	557,950	11290,232	+0,011	11290,243
5	5765,148	+0,107	5765,255	15841,449	+0,071	15841,520
6	1755,677	+0,084	1755,761	15653,383	-0,018	15653,365

**Таблица 2.59. Сравнительная таблица определения координат пунктов**

№ г.	X <sub>ист.</sub>	X <sub>ур.</sub>	X <sup>''</sup> -X	Y <sub>ист.</sub>	Y <sub>ур.</sub>	Y <sup>''</sup> -Y
1	6221,55	6221,59	+0,04	7045,92	7045,97	+0,05
2	1437,53	1437,51	-0,02	6617,21	6617,24	+0,03
3	4933,55	4933,53	-0,02	10876,91	10876,97	+0,06
4	557,97	557,95	-0,02	11290,18	11290,24	+0,06
5	5765,28	5765,26	-0,02	15841,45	15841,52	+0,07
6	1755,78	1755,76	-0,02	15653,35	15653,36	+0,01

Как видим, никакого повышения точности определения координат пунктов в данном случае не состоялось.

Аппроксимируя величину обратного веса  $\frac{1}{P_L}$  продольного сдвига ряда по методу наименьших квадратов, получена формула:

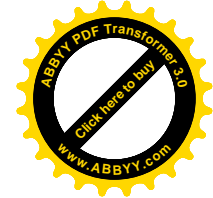
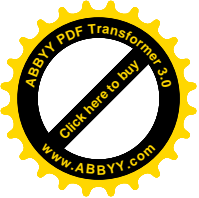
$$\frac{1}{P_L} = -0,13\pi^2 + 0,53\pi - 0,18, \quad (2.10.11)$$

где  $\pi$  – число четырехугольников ряда.

Аппроксимируя величину обратного веса  $\frac{1}{P_q}$  поперечного сдвига ряда, получена формула

$$\frac{1}{P_q} = -0,31\pi^2 + 1,22\pi - 0,65. \quad (2.10.12)$$

Формула расчета обратного веса дирекционного угла внешней стороны ряда



$$\frac{1}{P_{\alpha_{\text{вн.}}}} = -0,22\Pi^2 + 0,93\Pi + 0,16 \quad (2.10.13)$$

Обратный вес передачи дирекционного угла диагонали определяют из выражения:

$$\frac{1}{P_{\alpha_{\text{диаг.}}}} = -0,22\Pi^2 + 1,85\Pi - 0,52 \quad (2.10.14)$$

Далее исследуем несвободный ряд из восьми квадратов, который развивается методом парных звеньев засечек.

Данному вопросу посвящается следующий параграф.

## 2.11. Исследование несвободного ряда квадратов МПЗЗ

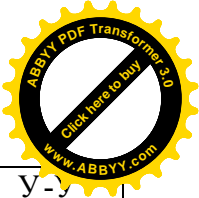
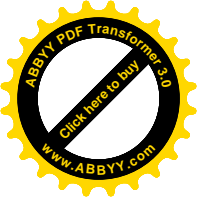
Ряд из восьми квадратов ориентированный вдоль координатных осей.

Генерирована средняя квадратическая погрешность измерения углов линий, равна 5".

По разработанной автором программе сделан встречный расчет неуравненных координат пунктов из двух базисов.

**Таблица 2.60. Сравнительная таблица неуравненных и истинных координат ряда квадратов**





№ г.	$X_{ист.}$	$X'_{неур.}$	$X'-X$	$Y_{ист.}$	$Y'_{неур.}$	$Y'-y$
1	3000,00	2999,89	-0,11	3000,00	3000,01	+0,01
2	1000,00	999,96	-0,04	3000,00	2999,95	-0,05
3	3000,00	2999,83	-0,17	5000,00	4999,88	-0,12
4	1000,00	999,88	-0,12	5000,00	4999,87	-0,13
5	3000,00	2999,92	-0,08	7000,00	6999,72	-0,28
6	1000,00	999,99	-0,01	7000,00	6999,78	-0,22
7	3000,00	2999,97	-0,03	9000,00	8999,72	-0,28
8	1000,00	1000,08	+0,08	9000,00	8999,70	-0,30
9	3000,00	2999,77	-0,23	11000,00	10999,72	-0,28
10	1000,00	999,82	-0,18	11000,00	10999,52	-0,48
11	3000,00	2999,80	-0,20	13000,00	12999,82	-0,08
12	1000,00	999,72	-0,28	13000,00	13000,00	0
13	3000,00	2999,88	-0,12	15000,00	14999,93	-0,07
14	1000,00	999,85	-0,15	15000,00	15000,03	-0,03

С табл.2.60 вытекает, что наибольшая вероятная ошибка определения координат пунктов в данном случае составляет 48 см.

В дальнейшем ряд подлежит строгому уравниванию.

В табл. 2.60 приведены средние квадратические погрешности уравненных координат (м).

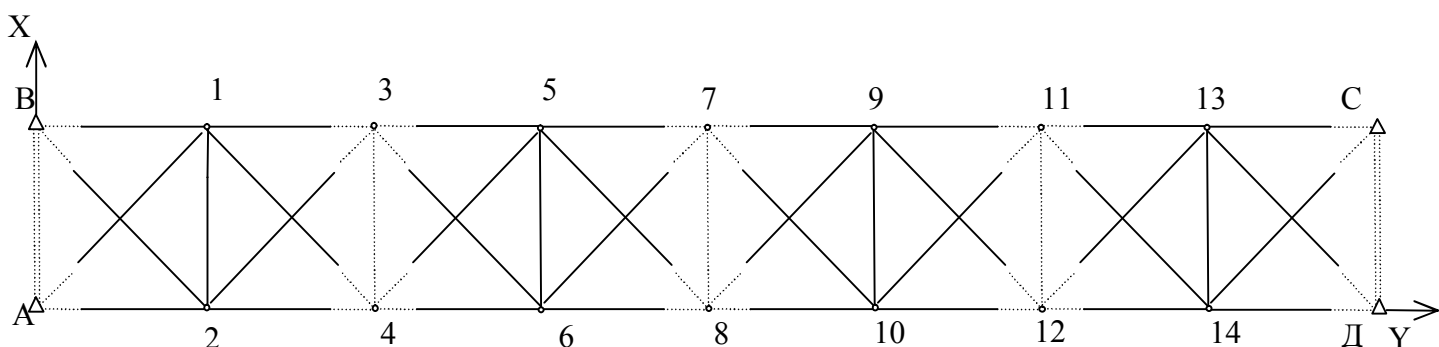


Рис. 2.4 Несвободный ряд квадратов.

Таблица 2.61

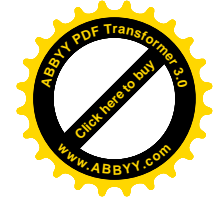
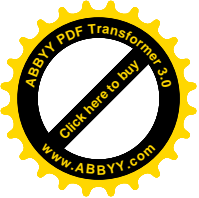




Продолжение матрицы коэффициентов весовых функций уравненных  
сторон с 15 элемента

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$a_{67}$	$\epsilon_{67}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	$-a_{108}$	$-\epsilon_{108}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$a_{107}$	$\epsilon_{107}$	$-a_{107}$	$-\epsilon_{107}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	$-a_{109}$	$-\epsilon_{109}$	$a_{109}$	$\epsilon_{109}$	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	$-a_{1011}$	$-\epsilon_{1011}$	0	0	0	0	$a_{1011}$	$\epsilon_{1011}$	0	0	0	0
0	0	$-a_{1012}$	$-\epsilon_{1012}$	0	0	$a_{1012}$	$\epsilon_{1012}$	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	$a_{1412}$	$\epsilon_{1412}$	0	0	0	$-a_{1412}$	$-\epsilon_{1412}$	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	$a_{1411}$	$\epsilon_{1411}$	$-a_{1411}$	$-\epsilon_{1411}$	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	$-a_{1413}$	$-\epsilon_{1413}$	$a_{1413}$	$\epsilon_{1413}$
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	$-a_{14C}$	$-\epsilon_{14C}$	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	$-a_{14D}$	$-\epsilon_{14D}$	0	0

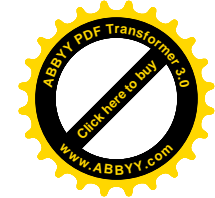
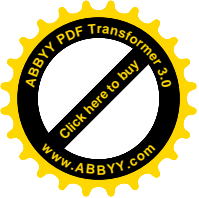




Продолжение матрицы коэффициентов весовых функций уравненных  
сторон, начиная с 15 элемента

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0,71	0,71	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
-0,71	0	0,71	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	-0,71	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	-1	0	0	0	0	0	0,71	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	0	1	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0,71	-0,71	-0,71	0,71	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	-1	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-0,71	-0,71	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	0

Заметим, кстати, что по направлению 10-9 весовые коэффициенты не определялись и в исходную матрицу были введенные нулевые элементы.

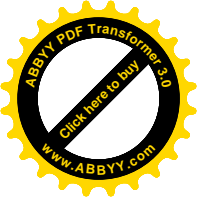


Матрица обратных весов уравненных сторон имеет вид

$$\left\{ \begin{array}{cccccccccccc} 0,045 & 0,010 & 0,004 & 0,001 & -0,014 & -0,007 & 0,004 & 0,001 & 0,005 & 0,005 & -0,020 \\ & 0,027 & 0,004 & -0,007 & -0,003 & 0 & -0,011 & -0,008 & -0,015 & -0,015 & 0,011 \\ & & 0,008 & 0,029 & 0,024 & 0,019 & 0,023 & 0,011 & 0,007 & -0,001 & -0,015 \\ & & & 0,091 & 0,054 & 0,054 & 0,055 & 0,025 & 0,009 & -0,005 & -0,030 \\ & & & & 0,094 & 0,038 & 0,054 & 0,027 & 0,026 & 0,001 & -0,045 \\ & & & & & 0,094 & 0,056 & 0,029 & 0,018 & -0,012 & -0,044 \\ & & & & & & 0,092 & 0,036 & 0,020 & 0,003 & -0,033 \\ & & & & & & & 0,041 & 0,058 & 0,043 & -0,031 \\ & & & & & & & & 0,0139 & 0,101 & -0,042 \\ & & & & & & & & & 0,132 & -0,039 \\ & & & & & & & & & & 0,154 \end{array} \right.$$

Продолжение матрицы обратных весов

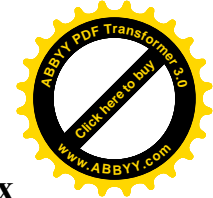
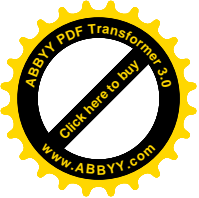
$$\left. \begin{array}{cccccccc} -0,016 & 0 & -0,021 & -0,020 & -0,010 & -0,012 & 0,005 & -0,060 & 0,008 \\ 0,017 & 0 & 0,012 & 0,013 & 0,003 & 0,003 & -0,001 & 0,004 & -0,007 \\ -0,011 & 0 & -0,019 & -0,012 & -0,016 & -0,024 & 0,009 & -0,004 & -0,001 \\ -0,021 & 0 & -0,043 & -0,026 & -0,037 & -0,057 & 0,020 & -0,009 & -0,003 \\ -0,034 & 0 & -0,048 & -0,031 & -0,039 & -0,059 & 0,021 & -0,010 & -0,001 \\ -0,030 & 0 & -0,047 & -0,031 & -0,037 & -0,055 & 0,020 & -0,011 & -0,001 \\ -0,029 & 0 & -0,048 & -0,028 & -0,041 & -0,063 & 0,022 & -0,010 & -0,003 \\ -0,049 & 0 & -0,046 & -0,030 & -0,036 & -0,055 & 0,019 & -0,011 & 0,001 \\ -0,097 & 0 & -0,080 & -0,055 & -0,059 & -0,088 & 0,031 & -0,020 & 0,007 \\ -0,077 & 0 & -0,051 & -0,030 & -0,043 & -0,066 & 0,023 & -0,011 & -0,003 \\ 0,092 & 0 & 0,090 & 0,099 & 0,012 & 0,046 & -0,013 & 0,007 & -0,012 \\ 0,115 & 0 & 0,097 & 0,087 & 0,040 & 0,081 & -0,026 & 0,013 & -0,007 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & 0,110 & 0,092 & 0,048 & 0,094 & -0,030 & 0,008 & -0,010 \\ & & & 0,101 & 0,013 & 0,050 & -0,014 & 0,004 & -0,005 \\ & & & & 0,099 & 0,081 & -0,031 & 0,011 & -0,023 \\ & & & & & 0,145 & -0,046 & -0,008 & -0,010 \\ & & & & & & 0,023 & -0,010 & 0 \\ & & & & & & & 0,030 & 0,009 \\ & & & & & & & & 0,045 \end{array} \right\}$$



Получена средняя квадратическая погрешность определения единицы  
веса  $\mu=2,59''$ .

**Таблица 2.62. Таблица уравненных координат ряда квадратов**

№	$X_{\text{предв.}}$	$\delta x$	$X_{\text{ур.}}$	$Y_{\text{предв.}}$	$\delta y$	$Y_{\text{ур.}}$
1	2999,89	-0,03	2999,86	3000,01	+0,02	3000,03
2	999,96	-0,03	999,93	2999,95	-0,02	2999,93
3	2999,83	-0,06	2999,77	4999,88	+0,02	4999,90
4	999,88	-0,06	999,82	4999,87	-0,01	4999,86
5	2999,92	-0,08	2999,84	6999,72	-0,02	6999,70
6	999,99	-0,09	999,90	6999,78	0	6999,78
7	2999,97	-0,11	2999,86	8999,72	+0,02	8999,74
8	1000,08	-0,12	999,96	8999,70	+0,02	8999,72
9	2999,77	+0,29	3000,06	10999,72	+0,04	10999,76
10	999,82	+0,10	999,92	10999,52	+0,23	10999,75
11	2999,80	+0,23	3000,03	12999,82	+0,03	12999,85
12	999,72	+0,19	999,91	13000,00	-0,15	12999,85
13	2999,88	+0,12	3000,00	14999,93	+0,06	14999,99
14	999,85	+0,10	999,95	15000,03	-0,05	14999,98



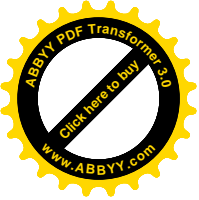
**Таблица 2.63. Сравнительная таблица истинных и уравненных координат примет вид**

№ г.	X <sub>ист.</sub>	X <sub>ур.</sub>	X <sup>''</sup> -X	Y <sub>ист.</sub>	Y <sub>ур.</sub>	Y <sup>''</sup> -Y
1	3000,00	2999,86	-0,04	3000,00	3000,03	+0,03
2	1000,00	999,93	-0,07	3000,00	2999,93	-0,07
3	3000,00	2999,77	-0,23	5000,00	4999,90	-0,10
4	1000,00	999,82	-0,18	5000,00	4999,86	-0,14
5	3000,00	2999,84	-0,16	7000,00	6999,70	-0,30
6	1000,00	999,90	-0,10	7000,00	6999,78	-0,22
7	3000,00	2999,86	-0,14	9000,00	8999,74	-0,26
8	1000,00	999,90	-0,04	9000,00	8999,72	-0,28
9	3000,00	2999,86	+0,06	11000,00	10999,76	-0,24
10	1000,00	999,96	-0,08	11000,00	10999,75	-0,25
11	3000,00	3000,06	+0,03	13000,00	12999,85	-0,15
12	1000,00	999,91	-0,09	13000,00	12999,85	-0,15
13	3000,00	3000,00	0	15000,00	14999,99	-0,01
14	1000,00	999,95	-0,05	15000,00	14999,98	-0,02

На основании данных табл. 2.63 утверждается теорема 8:

$$(\forall Z_{8H})(d = 2\text{км}; m_{\beta} \leq 5'') \Rightarrow (\tilde{f}_x, \tilde{f}_y) \leq 0.30\text{м}, (2.11.1)$$





то есть для несвободного ряда с 8 квадратов, со сторонами равными 2 км и с.к.п. измерения направлений в 5", что развивается методом парных звеньев засечек, истинная ошибка определения уравненных координат не превысит 30см.

Аппроксимируя величину обратного веса продольного сдвига ряда полином второго порядка, получена формула:

$$\frac{1}{P_L} = -0,025\pi^3 + 0,21\pi - 0,19, \quad (2.11.2)$$

где  $\pi$  – число квадратов ряда.

Расчет по данной формуле влечёт среднюю квадратическую погрешность  $m_r$  разности расчетных и заданных значений, равную 0,024.

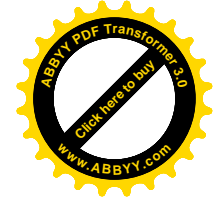
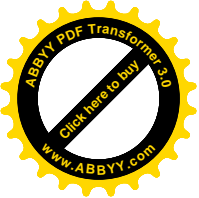
Формула обратного веса поперечного сдвига ряда:

$$\frac{1}{P_q} = -0.068\pi^2 + 0,54\pi - 0,40, \quad (2.11.3)$$

где  $m_r=0,071$ .

Обратный вес дирекционного угла связующей стороны ряда рассчитывают по формуле:

$$\frac{1}{P_{\alpha_{св.}}} = 0,46\pi^2 + 3,22\pi + 5,54, \quad (2.11.4)$$



при  $m_r=0,852$ .

Аппроксимируя значение обратного веса внешней стороны ряда полиномом второго порядка, получена формула:

$$\frac{1}{P_{\alpha_{\text{вн.}}}} = -0,42\Pi^2 + 3,58\Pi + 3,77, \quad (2.11.5)$$

при  $m_r=0,486$ .

Формула обратного веса дирекционного угла диагонали квадрата ряда имеет вид

$$\frac{1}{P_{\alpha_{\text{диаг.}}}} = -0,44\Pi^2 + 3,95\Pi + 1,25, \quad (2.11.6)$$

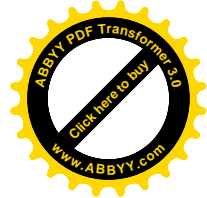
при  $m_r=0,365$ .

Обратный вес связующей стороны ряда рассчитывают по формуле:

$$\frac{1}{P_{S_{\text{св.}}}} = -0,0006\Pi + 0,02, \quad (2.11.7)$$

что обеспечивает  $m_r=0,007$ .

Формула обратного веса передачи внешней стороны ряда имеет вид



$$\frac{1}{P_{S_{\text{вн.}}}} = -0,007\Pi^2 + 0,06\Pi - 0,01, \quad (2.11.8)$$

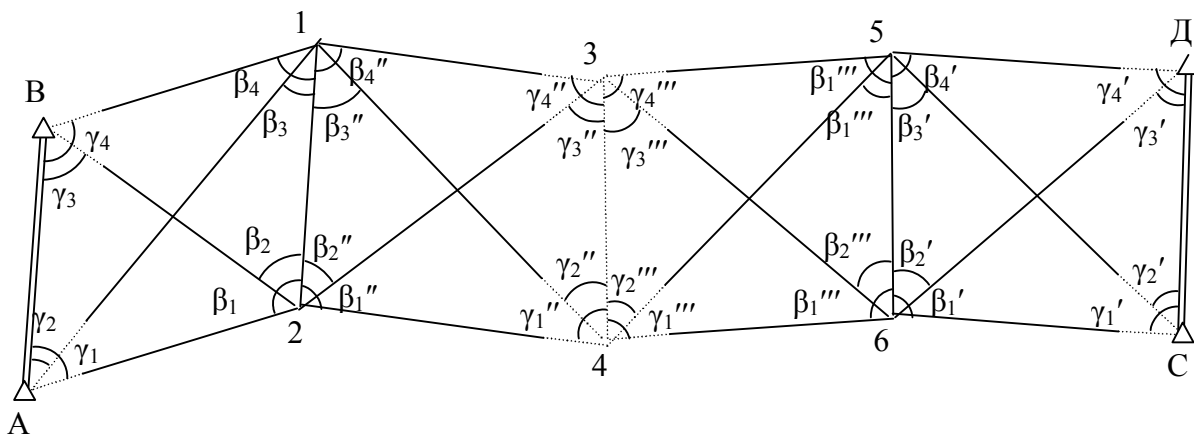
при  $m_r=0,005$ .

И, наконец, формула обратного веса передачи диагонали ряда  $\frac{1}{P_{S_{\text{диаг.}}}}$  бу-

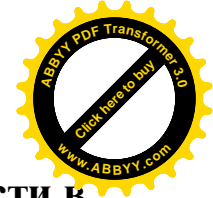
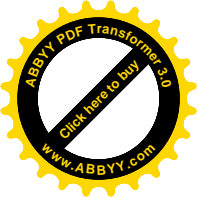
дет:

$$\frac{1}{P_{S_{\text{диаг.}}}} = -0,007\Pi^2 + 0,07\Pi - 0,03, \quad (2.11.9)$$

при  $m_r=0,008$ .



**Рис. 2.5 Несвободный ряд МПЗЗ**



## 2.12. Разработка формул предварительного расчета точности в несвободных рядах МПЗЗ. Контроль исследований

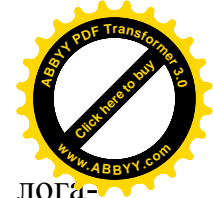
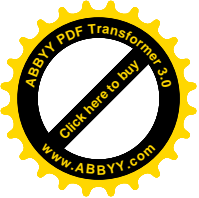
В монографии автора (51) проведены теоретические исследования и получены значения обратных весов уравненных элементов ряда, которые находятся в его середине, которые сведенные в табл. 2.64.

Таблица 2.64

№кв.	При расчете сторон без $\omega$ :				При расчете сторон с $\omega$			
	$\frac{1}{P_{\alpha_{св.}}}$	$\frac{1}{P_{S_{св.}}}$	$\frac{1}{P_L}$	$\frac{1}{P_q}$	$\frac{1}{P_{\alpha_{св.}}}$	$\frac{1}{P_{S_{св.}}}$	$\frac{1}{P_q}$	$\frac{1}{P_L}$
1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	4,918	1,0	18,593	1,549	1,131	4,755	1,613	8,507
3	7,365	1,5	38,165	5,035	6,239	3,127	4,999	38,229
4	9,839	2,0	74,487	11,787	9,842	9,085	11,849	62,606
5	12,299	2,5	128,958	22,868	11,742	9,696	22,785	83,104
6	14,760	3,0	208,361	39,356	12,870	10,675	39,422	121,082

Принимая во внимание, что в методе парных звеньев засечек расчет сторон может проводиться с помощью вспомогательного угла  $\omega$  и без него, получены два варианта значений обратных весов.

Обратные веса  $\frac{1}{P_L}$  и  $\frac{1}{P_s}$  столбцах 4, 7, 9 даны в единицах шестого знака логарифма, и, кроме того, для перехода к реальным сетям их необходимо ум-



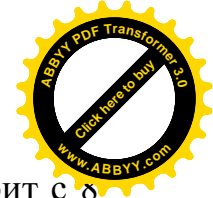
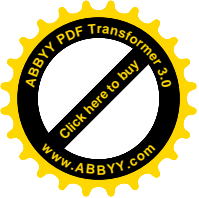
ножить на квадрат стороны, делимой на квадрат модуля десятичных логарифмов, значения же обратного веса  $\frac{1}{P_s}$ ,  $\frac{1}{P_q}$  в графах 3, 5 и 8 для перехода к реальным сетям необходимо умножить на квадрат стороны и разделить на число секунд в одном радиане, сведенное в квадрат.

Заметим, кстати, что все предыдущие исследования проведены для рядов квадратов, в которых стороны рассчитываются через вспомогательный угол  $\omega$ . Поэтому, для сравнительного анализа данных табл.2.64 с результатами машинного счета следует взять только столбцы 6, 7, 8, 9.

Полученные в результате уравнивания обратного веса элементов ряда с 8 квадратов сведенные в следующую таблицу

**Таблица 2.65**

№кв.	$\frac{1}{P_L}$	$\frac{1}{P_q}$	$\frac{1}{P_{\alpha_{св.}}}$	$\frac{1}{P_{\alpha_{вн.}}}$	$\frac{1}{P_{\alpha_{диаг.}}}$	$\frac{1}{P_{S_{св.}}}$	$\frac{1}{P_{S_{вн.ст.}}}$	$\frac{1}{P_{S_{диаг.}}}$
1	0,046	0,085	7,531	7,505	4,741	0,018	0,045	0,027
2	0,080	0,306		6,966	6,126		0,094	0,091
3	0,191	0,528	13,294	12,665	10,489	0,041	0,094	0,092
4	0,219	1,025		12,250	11,373		0,132	0,139
5	0,378	0,289	7,717	9,593	8,957		0,154	0,115
6	0,137	0,268		10,701	8,213		0,101	0,110
7	0,045	0,073	6,036	6,759	6,305	0,023	0,099	0,145
8				5,958	5,365		0,045	0,030



С табл.2.65 вытекает, что для несвободного ряда, который состоит с 8 квадратов, обратный вес дирекционного угла связующей стороны третьего квадрата составляет  $\frac{1}{P_{\alpha_{св.}}} = 13,294$ . Согласно данным табл.2.64 для ряда из квадратов  $\frac{1}{P_{\alpha_{св.}}} = 12,870$  для наиболее слабого звена, которым будет третий средний квадрат. Различие обратных весов дирекционных углов для третьего квадрата ряда равняется 0,484, что объективно отображает уменьшение величины обратного веса  $\frac{1}{P_{\alpha_{св.}}}$  третьего квадрата при переходе от 8 квадратов в ряду до 6.

Обратный вес связующей стороны третьего квадрата согласно табл.2.65 составляет 0,041. Принимая во внимание, что расчеты сделаны для ряда квадратов с сторонами 2 км, рассчитаем ошибку в передаче стороны

$$m_s = \mu \sqrt{\frac{1}{P_{S_{св.}}}} \quad (2.12.1)$$

где  $m_s$  – средняя квадратическая погрешность в передаче стороны;

$\mu$  – средняя квадратическая погрешность единицы веса;

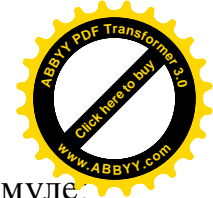
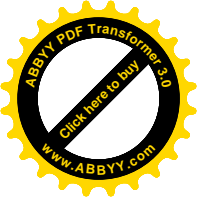
$\frac{1}{P_{S_{св.}}}$  - обратный вес передачи связующей стороны ряда;

$S$  – средняя длина стороны;

$\rho$  – число секунд в одном радиане.

И в нашем случае получим:

$$m_s = 2.59\sqrt{0.041} = 0,52 \text{ дм} = 5,2 \text{ см.}$$



Определим относительную ошибку  $f_{\text{отн.}}$  Передачи стороны по формуле:

$$f_{\text{отн.}} = \frac{m_S}{S} \quad (2.12.2)$$

И в нашем случае получим  $f_{\text{отн.}} = \frac{1}{38000}$ .

Согласно 7 столбцу табл.2.65 для ряда из шести квадратов  $\frac{1}{P_{\text{св.}}} = 10,675$

единиц шестого знака логарифма.

Рассчитаем среднюю квадратическую погрешность логарифма стороны по формуле:

$$m_{\lg s} = \mu \sqrt{\frac{1}{P_{\text{св.}}}}, \quad (2.12.3)$$

где  $\mu = 0,4344294$  – модуль десятичных логарифмов.

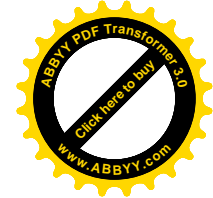
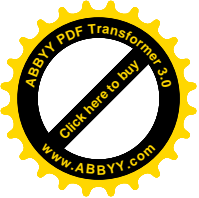
И в нашем случае, получим  $m_{\lg s} = 2,59 \sqrt{10,675} = 8,46$  ед. 6 знака логарифма.

Принимая во внимание известное соотношение

$$\frac{m_S}{S} = \frac{m_{\lg s}}{M \cdot 10^n}, \quad (2.12.4)$$

получим

$$m_S = m_{\lg s} \frac{S}{M \cdot 10^n}. \quad (2.12.5)$$



И в нашем случае будем иметь:

$$m_s = 8.46 \frac{200000 \text{ см}}{434429} = 3,89 \text{ см}$$

Таким образом, средняя квадратическая погрешность третьего квадрата для ряда с 8 квадратов, полученная по результатам строгого уравнивания составила 5,2 см, а средняя квадратическая погрешность слабой стороны ряда, которой будет связующая сторона третьего квадрата для ряда из шести квадратов, полученная по результатам теоретических исследований, составила 3,89 см. Различие в 1 см отображает уменьшение средней квадратической погрешности связующей стороны третьего квадрата при переходе от восьми квадратов в ряду до шести. Соответственно теоретическим исследованиям, обратный вес поперченого сдвига для ряда парных звеньев засечек из 6 квадратов равняется 39,422 (см. табл.2.64).

Величина поперечного сдвига при этом будет:

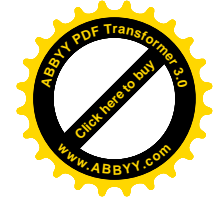
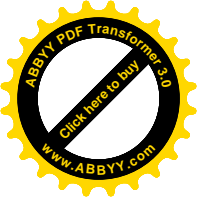
$$q = \mu \sqrt{\frac{1}{P_q}} \cdot \frac{S}{\rho} \quad (2.12.6)$$

или

$$q = 2.59 \sqrt{39.422} \cdot 0,97 = 15,77 \text{ см.}$$

Поперечный сдвиг третьего квадрата для ряда с восьми квадратов, определенный по результатам строгого уравнивания составил:





$$q = 2.59\sqrt{0.528} = 1,88\text{дм} = 18,8 \text{ см.}$$

Уменьшение поперечного сдвига на 3 см при переходе с восьми квадратов в ряде до шести отображает реальную картину повышения точности при уменьшении числа квадратов ряда.

Величина обратного веса продольного сдвига для ряда из шести квадратов, согласно табл.2.64 составляет 121, 082 ед. 6 знака логарифма.

Продольный сдвиг ряда, выраженный в единицах шестого знака логарифма, будет:

$$m_{\lg L} = \mu \sqrt{\frac{1}{P_L}}, \quad (2.12.7)$$

и в нашем случае

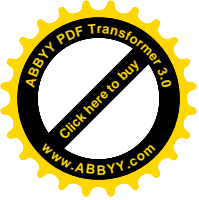
$$m_{\lg L} = 2.59\sqrt{121.082} = 28,50 \text{ ед. 6 знака логарифма, что составит } 13,1 \text{ см.}$$

Величина обратного веса связующей стороны третьего квадрата для ряда с восьми квадратов, полученная по результатам строгого уравнивания составила 0,191 (см. табл. 2.65).

Продольный сдвиг в этом случае будет

$$L = 2,59\sqrt{0,191} = 1,13\text{дм} = 11,3\text{см.}$$

Различие в 1,8 см есть погрешностью и составляет 14,7%. При этом, заметим, что величина обратного веса продольного сдвига ряда, полученная по результатам теоретических исследований, оказывается немного большей,



чем величина обратного веса, полученная по результатам строгого уравнивания. Рассчитывая продольный сдвиг по результатам теоретических исследований, оно окажется на несколько сантиметров больше действительного значения, то есть с небольшим запасом точности.

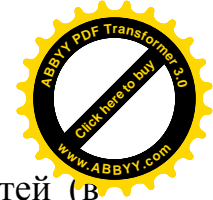
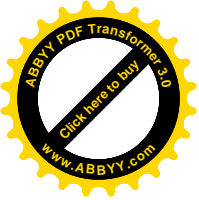
Таким образом, на основании вышеизложенного, приходим к выводу, что обратные веса, определенные двумя разными способами дают результаты, которые не отличаются между собою более чем на 10-15%, что можно считать целиком приемлемым.

Некоторые допустимые расхождения поясняются тем, что при составлении условных уравнений координат и уравнений их весовых функций поправки в вспомогательные углы  $\omega$  не были выражены через поправки в измеренные углы, хотя в условных уравнениях дирекционных углов, а также в условных уравнениях сторон, выраженных без помощи вспомогательных углов  $\omega$ , все величины выражены через непосредственно измеренные углы.

В отношении же обратного веса связующей стороны ряда, представленного в столбце 7 табл.2.64, а также продольных и поперечных сдвигов, необходимо отметить, что в соответствующих весовых функциях выразить поправки во вспомогательные углы не представилось возможным вследствие принятой прежде методики исследований.

Однако, как было показано выше, данное упрощение несущественно влияет на результаты. Это поясняется тем фактом, что поправки во вспомогательные углы  $\omega$  были выражены через поправки в измеренные величины в условном уравнении дирекционных углов, которое складывается только из поправок ( $\omega$ ), выраженных через измеренные величины.

Поэтому, в дальнейшем, возникла необходимость аппроксимации данных табл.2.64 полиномами 1-й степени способом наименьших квадратов с целью получения формул для расчета точности сетей на стадии их проектирования.



Детальное исследование предельно возможных конструкций сетей (в границах допустимой геометрии их  $0^\circ < \omega < 15^\circ$  показало, что все возможные значения обратных весов не выходят за рамки обратных весов, представленных в табл.2.64 в границах 10-15%.

Расхождение формул, полученных в данной работе с аналогичными формулами, приведенными в кандидатской диссертации автора, поясняется разными подходами к решению вопроса. В кандидатской диссертации был выполнен упрощенный подход, который не учитывает влияние каждого условного уравнения на уравненные элементы.

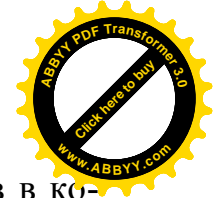
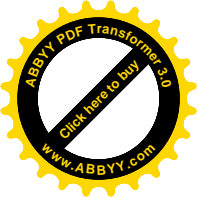
Однако, все формулы, полученные в кандидатской диссертации следует считать корректными, хотя они дают намного больший запас точности.

Более тонкий подход в данной работе разрешает получить намного меньшие значения ошибок на стадии предварительного расчета элементов сетей при их проектировании.

Итак, сравнительный анализ точности обратных весов элементов ряда парных звеньев засечек из параметрического и корелатного способов уравнивания показал допустимое (в границах 10-15%) расхождение обратных весов, которое обусловлено представлением вспомогательного угла  $\omega$  через измеренные углы в условных уравнениях координат корелатного способа уравнивания, что есть внешним контролем проведенных исследований, то есть достаточным критерием корректности полученных результатов.

Внутренним контролем, то есть необходимым контролем проведенных исследований оказалось исследование обратных весов, полученных из решения по схеме Гаусса с выведенными автором формулами. Внутренний контроль выполнен в монографии автора и в данной работе не приводится.

Полученные формулы обеспечивают априорную оценку точности элементов в полном объеме.



На завершение следует прибавить, что коррелированность углов в координатном способе уравнивания следует учитывать только при определении свободных членов условных уравнений. При определении обратных весов уравненных элементов учета или неучета коррелированности углов нигде не проявляется.

Аппроксимируя обратные веса, которые приведены в табл. 2.64, получены формулы предыдущего расчета точности в рядах, которые создаются методом парных звеньев засечек.

При расчете сторон без вспомогательного угла  $\omega$  формула обратного веса передачи дирекционного угла связующей стороны ряда принимает вид:

$$\frac{1}{P_{\alpha_{зв.}}} = 0,001(r-1)^2 + 2,45(r-1) + 0,003, \quad (2.12.8)$$

где  $(r-1)$  - число квадратов ряда.

Расчет по формуле (2.12.8) обеспечивает среднюю квадратическую погрешность разницы значений от их табличной величины, которая равняется:

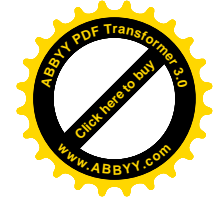
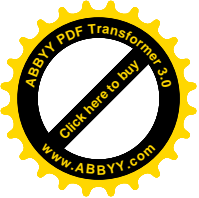
$$m_r = 0.002.$$

Обратный вес связующей стороны рассчитывают по формуле:

$$\frac{1}{P_{S_{зв.}}} = 0,5(r-1), \quad (2.12.9)$$

При  $m_r = 0$ .

Аппроксимируя полиномом второго порядка, получена формула обратного веса продольного сдвига ряда:



$$\frac{1}{P_L} = 9,84(r-1)^2 - 31,72(r-1) + 43,39, \quad (2.12.10)$$

Что обеспечивает  $m_r = 0.533$ .

Аппроксимируя полиномом третьего порядка, получена формула:

$$\frac{1}{P_L} = 0,68(r-1)^3 + 1,66(r-1)^2 - 1,31(r-1) + 9,03, \quad (2.12.11)$$

Что обеспечивает  $m_r = 0.129$ .

Аппроксимируя полиномом четвертого порядка, получена формула:

$$\frac{1}{P_L} = 0.22(r-1)^4 - 2.91(r-1)^3 + 22.20(r-1)^2 - 50.79(r-1) + 51.02, \quad (2.12.12)$$

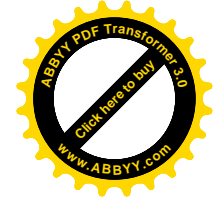
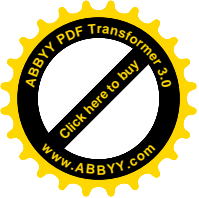
Что обеспечивает с.к.п.  $m_r = 0.000$ .

Аппроксимируя обратный вес поперечного сдвига полиномами второго порядка, получена формула:

$$\frac{1}{P_q} = 2,17(r-1)^2 - 7,99(r-1) + 9,07, \quad (2.12.13)$$

Что обеспечивает  $m_r = 0.135$ .

При аппроксимации же обратного веса поперечного сдвига ряда полиномом третьего порядка, получена формула:



$$\frac{1}{P_q} = 0,18(r-1)^3 + 0,025(r-1)^2 - 0,031(r-1) + 0,08, \quad (2.12.14)$$

Что дает  $m_r = 0.000$ .

При расчете координат через вспомогательные углы  $\omega$ , получены следующие формулы.

Для расчета обратного веса передачи дирекционных углов связующей стороны ряда служит формула:

$$\frac{1}{P_{\alpha_{3\beta}}} = -0,69(r-1)^2 + 8,42(r-1) - 12,89, \quad (2.12.15)$$

Что обеспечивает  $m_r = 0.054$ .

Аппроксимируя обратный вес связующей стороны ряда полиномами второго порядка, получена формула:

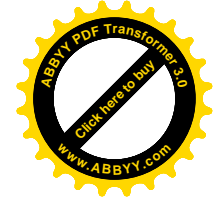
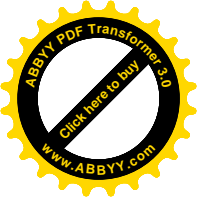
$$\frac{1}{P_{S_{3\beta}}} = -0.0094(r-1)^2 + 1.92(r-1) - 0.03, \quad (2.12.16)$$

При аппроксимации же полиномами третьего порядка, получена формула:

$$\frac{1}{P_{S_{3\beta}}} = -0.60(r-1)^3 + 7,21(r-1)^2 - 24,91(r-1) + 30.29, \quad (2.12.17)$$

Что обеспечивает  $m_r = 0.45$ .

Аппроксимируя значение обратного веса связующей стороны ряда полиномом четвертого порядка, формула обратного веса принимает вид:



$$\frac{1}{P_{S_{36}}} = 0,78(r-1)^4 - 13,03(r-1)^3 + 78,36(r-1)^2 - 196,29(r-1) + 175,74, \quad (2.12.18)$$

При  $m_r = 0,00$ .

Формула обратного веса поперечного сдвига ряда:

$$\frac{1}{P_q} = 2,18(r-1)^2 - 8,14(r-1) + 9,36, \quad (2.12.19)$$

Что обеспечивает  $m_r = 0,143$  и

$$\frac{1}{P_q} = 0,19(r-1)^3 - 0,052(r-1)^2 + 0,17(r-1) - 0,035, \quad (2.12.20)$$

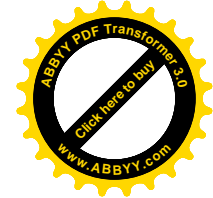
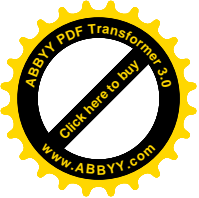
Что обеспечивает  $m_r = 0,02$ .

Формула обратного веса продольного сдвига ряда имеет вид:

$$\frac{1}{P_L} = 0,09(r-1)^2 + 19,78(r-1) - 32,67, \quad (2.12.21)$$

Что обеспечивает  $m_r = 1,52$  и

$$\frac{1}{P_L} = 1,90(r-1)^3 - 21,92(r-1)^2 + 104,62(r-1) - 128,53, \quad (2.12.22)$$



Следует отметить, что формулы обратного веса продольного сдвига ряда и связующей стороны при расчете с помощью вспомогательного угла  $\omega$  дает значение в шестом знаке логарифма.

На завершение исследуем возможность применения метода парных звеньев засечек для создания геодезических сетей, адекватных по точности триангуляции 4 класса, 1 и 2 разрядов и микротриангуляции при расчете сторон с помощью вспомогательного угла  $\omega$ .

На основе величин обратных весов дирекционных углов, приведенных в табл. 2.64, рассчитаем точность уравненных дирекционных углов связующей стороны по формуле:

$$m_{\alpha_{зв.}} = \mu \sqrt{\frac{1}{P\alpha_{зв.}}}, \quad (2.12.23)$$

где  $m_{\alpha}$  - средняя квадратическая ошибка передачи дирекционных углов;

$\mu$  - средняя квадратическая ошибка единицы веса;

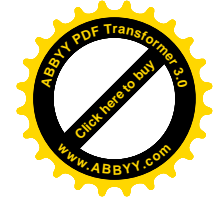
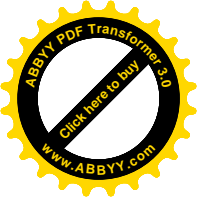
$\frac{1}{P\alpha_{зв.}}$  – обратный вес дирекционного угла связующей стороны ряда.

**Таблица 2.66**

№ кв.	$\frac{1}{P_{\alpha}}$	$\mu = 1''$	$\mu = 2''$	$\mu = 5''$	$\mu = 10''$	$\mu = 15''$
2	1.131	1.061	2.13	5.32	10.63	15.95
3	6.239	2.50	5.00	12.49	24.98	37.47
4	9.842	3.14	6.27	15.69	31.37	47.06
5	11.742	3.43	6.85	17.13	34.27	51.40
6	12.810	3.59	7.17	17.94	35.87	53.81

В табл. 2.67 приведены относительные погрешности связующих сторон, которые находятся в середине ряда. Они рассчитываются по формуле:





$$f_{\text{отн}} = \frac{\mu \sqrt{\frac{1}{P_{S_{\text{зв.}}}}}}{M \cdot 10^n}, \quad (2.12.24)$$

Как видно из табл. 4.18, точность передачи связующей стороны при наличии трех квадратов ряда больше, чем двух квадратов. Это объясняется тем, что измерены примычные углы, которые повышают точность передачи сторон.

Таблица 2.67

№ кв.	$\mu = 1''$	$\mu = 2''$	$\mu = 5''$	$\mu = 10''$	$\mu = 15''$	$\frac{1}{P_{S_{\text{зв.}}}}$
2	1:200000	1:100000	1:40000	1:20000	1:13000	4.755
3	1:240000	1:120000	1:49000	1:24000	1:16000	3.127
4	1:144000	1:72000	1:29000	1:14000	1:9600	9.085
5	1:140000	1:70000	1:28000	1:14000	1:9000	9.696
6	1:130000	1:66000	1:26000	1:13000	1:8800	10.675

Расчет точности поперечного сдвига определен по формуле:

$$f_{\text{отн.}} = \frac{m_s}{s} = \frac{\mu}{\rho \sqrt{\frac{1}{P_q}}} = \frac{1}{\frac{\rho}{\mu \sqrt{\frac{1}{P_q}}}}, \quad (2.12.25)$$

Таблица 2.68

№ кв.	$\frac{1}{P_q}$	$\mu = 2''$	$\mu = 5''$	$\mu = 10''$	$\mu = 15''$

2	1.613	1:81000	1:32000	1:16000	1:11000
3	4.999	1:46000	1:18000	1:9000	1:6000
4	11.849	1:30000	1:12000	1:6000	1:4000
5	22.785	1:21000	1:8600	1:4000	1:2800
6	39.422	1:16000	1:6000	1:3000	1:2000

$$f_{отн.} = \frac{m_{lgS}}{\mu \cdot 10^n} = \frac{1}{\mu \sqrt{\frac{1}{P_L}}}, \quad (2.12.26)$$

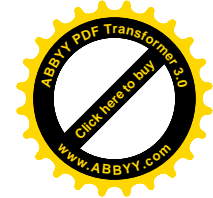
Принимая во внимание то, что при установлении обратных весов было принято  $\frac{S}{M} = 1$ , то в нашем случае формула (4.3.25) имеет вид:

$$f_{отн.} = \frac{1}{\mu \frac{S}{M \cdot 10^6} \sqrt{\frac{1}{P}}}, \quad (2.12.27)$$

Таблица 2.69

№ кв.	$\frac{1}{P_L}$	$\mu = 2''$	$\mu = 5''$	$\mu = 10''$	$\mu = 15''$
2	8.507	1:160000	1:64000	1:16000	1:21000
3	38.229	1:76000	1:30000	1:9000	1:10000
4	62.606	1:59000	1:24000	1:6000	1:7800
5	83.104	1:51000	1:20000	1:4000	1:6800
6	121.082	1:42000	1:17000	1:3000	1:5600

Таким образом, на основании приведенных исследований, приходим к выводу, что для ряда, развиваемого методом парных звеньев засечек, обеспечивается точность, адекватная точности триангуляции 4 класса, 1, 2 разрядов и микротриангуляции при 6 типовых фигурах в ряду, что отвечает 6 четырехугольникам или 12 треугольникам. Далее проведем исследование сориентированного ряда, который состоит из ромбов (см. след. параграф).



## 2.13. Исследование несвободного ряда ромбов МПЗЗ

Ряд из восьми ромбов моделированный средней квадратической погрешностью измерения углов, равной 5".

Проведен встречный расчет координат.

**Таблица 2.70. Сравнительная таблица неуравновешенных и истинных координат**

№ п/п	$X_{\text{ист.}}$	$X'_{\text{неурав.}}$	$X'-X$	$Y_{\text{ист.}}$	$Y'_{\text{неурав.}}$	$Y'-Y$
1	4000.0	3999.91	-0.09	2732.05	2732.10	+0.05
2	2000.0	1999.97	-0.03	2732.05	2732.05	0
3	5000.0	4999.80	-0.20	4464.10	4464.02	-0.08
4	3000.0	2999.88	-0.12	4464.10	4464.08	-0.02
5	6000.0	5999.78	-0.22	6196.15	6195.88	-0.27
6	4000.0	3999.90	-0.10	6196.15	6195.95	-0.20
7	7000.0	6999.84	-0.16	7928.20	7927.91	-0.29
8	5000.0	4999.92	-0.08	7928.20	7927.85	-0.35
9	8000.0	7999.68	-0.32	9660.25	9660.20	-0.05
10	6000.0	5999.58	-0.42	9660.25	9659.94	-0.31
11	9000.0	8999.81	-0.19	11392.30	11392.40	+0.10
12	7000.0	6999.79	-0.21	11392.30	11392.52	+0.22
13	10000.0	9999.81	-0.19	13124.36	13124.39	+0.03
14	8000.0	7999.90	-0.10	13124.36	13124.49	+0.13

Из табл. 2.70 видно, что наибольшая истинная погрешность определения координат пунктов составляет 42 см. Далее ряд подвергался строгому уравниванию.

В результате строгого уравнивания получена средняя квадратическая ошибка единицы веса, которая равняется 3.79".

**Таблица 2.71. Таблица уравненных координат ряда ромбов**

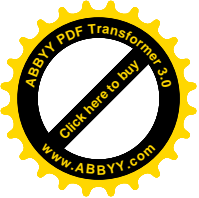
№ п/п	$X_{\text{пред.}}$	$\delta x$	$X_{\text{ур.}}$	$Y_{\text{пред.}}$	$\delta y$	$Y_{\text{ур.}}$
1	3999.91	+0.10	4000.01	2732.10	-0.08	2732.02

2	1999.97	+0.09	2000.06	2732.05	-0.01	2732.04
3	4999.80	+0.17	4999.97	4464.02	-0.12	4463.90
4	2999.88	+0.16	3000.04	4464.08	-0.04	4464.04
5	5999.78	+0.25	6000.03	6195.88	-0.15	6195.73
6	3999.90	+0.22	4000.12	6195.95	-0.08	6195.87
7	6999.84	+0.36	7000.20	7927.91	-0.12	7927.79
8	4999.92	+0.30	5000.22	7927.85	-0.09	7927.76
9	7999.68	+0.40	8000.08	9660.20	0	9660.20
10	5999.58	+0.30	5999.88	9659.94	-0.04	9659.90
11	8999.81	-0.01	8999.80	11392.40	-0.03	11392.37
12	6999.79	-0.08	6999.71	11392.52	-0.21	11392.31
13	9999.81	+0.01	9999.82	13124.39	-0.01	13124.38
14	7999.90	+0.01	7999.91	13124.49	-0.02	13124.47

**Таблица 2.72. Сравнительная таблица истинных и урвненных координат**

№ п/п	$X_{ист.}$	$X''_{урв.}$	$X''-X$	$Y_{ист.}$	$Y'_{урв.}$	$Y''-Y$
1	4000.00	4000.01	+0.01	2732.05	2732.02	-0.03
2	2000.00	2000.06	+0.06	2732.05	2732.04	-0.01
3	5000.00	5000.97	-0.03	4464.10	4464.90	-0.20
4	3000.00	3000.04	+0.04	4464.10	4464.04	-0.06
5	6000.00	6000.03	+0.03	6196.15	6195.73	-0.42
6	4000.00	4000.12	+0.12	6196.15	6195.87	-0.28
7	7000.00	7000.20	+0.20	7928.20	7927.79	-0.41
8	5000.00	5000.22	+0.22	7928.20	7927.76	-0.44
9	8000.000	8000.08	+0.08	9660.25	9660.20	-0.05
10	6000.00	5999.88	+0.12	9660.25	9659.90	-0.35
11	9000.00	8999.80	+0.20	11392.30	11392.37	+0.07
12	7000.00	6999.71	+0.29	11392.30	11392.31	+0.01
13	10000.00	9999.82	+0.18	13124.36	13124.38	+0.02
14	8000.00	7999.91	+0.08	13124.36	13124.47	+0.11

Следует отметить, что контроль  $V^T PV = L^T PL + B^T \Delta X$  есть контролем решения уравнения поправок, но не контролем их составления.



Так, например, введение в сорок шестое уравнение на место двадцать второго элемента 0 вместо  $-5.16$  дает контрольные значения при уравнивании  $L^T PL + B^T \Delta X = 120.81$  и  $V^T PV = 120.8$ . При этом средняя квадратическая ошибка единицы веса, которая получена в результате уравнивания, составила  $\mu = 5.50''$ . Принимая во внимание, что ошибки измерения направлений были моделированы значением  $m_n = 5''$ , получили  $\mu > m_n$ . Согласно к теоремы Гаусса – Маркова в результате уравнивания оценки должны улучшаться.

В нашем же случае улучшения оценок не состоялось, тогда уравнивание выполнено неверно. При этом максимальную поправку получила координата 5 пункта  $\delta Y_5 = +0.94$  и  $Y_s = 6195.88 + 0.94 = 6196.82$ ;  $f_{Y5} = Y_{5 \text{ ур.}} - Y_{5 \text{ ист.}} = 6196.82 - 6196.15 = +0.67 \text{ м.}$ ,  $m_6 = 0.22 \text{ м.}$

Введение же правильного коэффициента  $-5.16$  дает  $\mu = 3.79''$ , то есть  $\mu < m_n$  и если максимальная истинная ошибка взаимного положения пунктов для неуровненных координат составила  $f_{10} = 0.52 \text{ м.}$ , то для уравненных координат максимальная истинная ошибка взаимного положения пунктов составила  $f_8 = 0.49 \text{ м.}$

В табл. 2.73 приведены средние квадратические ошибки уравненных координат (м)

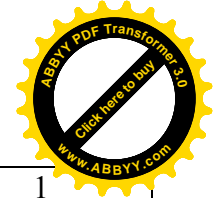
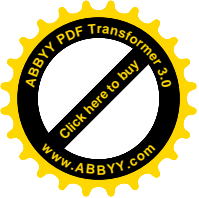
Таблица 2.73

№ п/п	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
$m_x$	0.07	0.12	0.16	0.18	0.14	0.16	0.18	0.18	0.11	0.09	0.02	0.07	0.05	0.06
$m_y$	0.13	0.05	0.23	0.17	0.28	0.26	0.23	0.28	0.10	0.22	0.15	0.07	0.04	0.07

Следует отметить, что приблизительно такие значения средних квадратических ошибок получены для уравненного ряда из 8 квадратов.

По результатам строгого уравнивания получены следующие значения обратных весов уравненных элементов.

Таблица 2.74



№	$\frac{1}{P_q}$	$\frac{1}{P_L}$	$\frac{1}{P_{\alpha_{зв.}}}$	$\frac{1}{P_{\alpha_{вн.}}}$	$\frac{1}{P_{\alpha_{оиз.}}}$
1	0.108	0.017	8.740	9.925	8.214
2	0.214	0.199		9.697	6.898
3	0.186	0.456	7.158	7.615	6.840
4	0.234	0.542	8.000		4.758
5	0.060	0.338	10.312	10.372	9.161
6	0.037	0.032		12.422	5.886
7	0.022	0.031	0.344	0.125	0.299
8				0.456	0.005

Приведены графики обратных весов поперечного и продольного сдвига ряда, дирекционных углов.

Аппроксимируя величину обратного веса поперечного сдвига ряда полиномом второй степени, получена формула:

$$\frac{1}{P_q} = -0,012(r-1)^2 + 0,071(r-1) + 0,082, \quad (2.13.1)$$

что обеспечивает среднюю квадратическую ошибку  $m_r = 0.017$ .

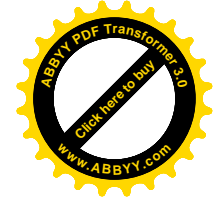
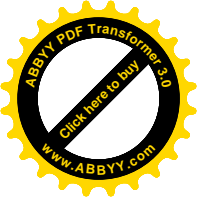
Формула обратного веса продольного сдвига

$$\frac{1}{P_L} = -0,051(r-1)^2 + 0,40(r-1) + 0,33, \quad (2.13.2)$$

при  $m_r = 0.03$ .

Формула обратного веса дирекционного угла связующей стороны ряда имеет вид:

$$\frac{1}{P_{\alpha_{зв.}}} = -0,46(r-1)^2 + 2,61(r-1) + 5,75, \quad (2.13.3)$$



где  $m_r = 0.82$ .

Предварительный расчет обратного веса дирекционного угла внешней стороны ряда выполняют по формуле:

$$\frac{1}{P_{\text{авм.}}} = -0,50(r-1)^2 + 3,26(r-1) + 5,60, \quad (2.13.4)$$

Что обеспечивает  $m_r = 1.07$ .

Формула обратного веса дирекционного угла диагонали имеет вид:

$$\frac{1}{P_{\text{диаг.}}} = -0,26(r-1)^2 + 1,24(r-1) + 6,18, \quad (2.13.5)$$

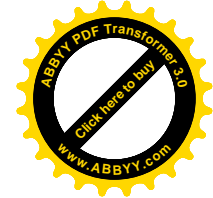
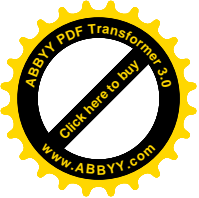
при  $m_r = 0.61$ .

## 2.14. Исследование влияния дополнительно измеренных азимутов и сторон в ряде МПЗЗ

Рассмотрим ряд, который развивается методом парных звеньев засечек (МПЗЗ) между двумя исходными азимутами. При этом формулы обратного веса уравненного дирекционного угла для ряда, который составлен из любого количества квадратов будут иметь вид(51)

$$\frac{1}{P_{\alpha}} = [ff] - \frac{[af]^2}{[aa]} = 5(r-1) - 2,5(r-1) = 2,5(r-1), \quad (2.14.1)$$

и



$$m_{\alpha} = \mu \sqrt{\frac{1}{P_{\alpha}}} = 1,58 \mu \sqrt{(r-1)}, \quad (2.14.2)$$

Формула (2.14.2) служит для определения средней квадратической ошибки передачи дирекционного угла связующей стороны ряда, который сравнен по условию дирекционных углов, при развитии ряда между двумя исходными дирекционными углами.

Автономное определение дополнительного дирекционного угла в середине ряда разделит его на два ряда, слабые элементы которых будут находиться в их середине.

При этом формула (2.14.1) будет иметь вид:

$$\frac{1}{P_{\alpha}} = 2,5 \frac{r-1}{2} = 2,5t, \quad (2.14.3)$$

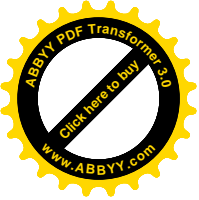
где  $t$  – отвечает средним элементам двух только что созданных рядов при автономном определении дирекционного угла (азимута) в середине исходного ряда, то есть:

$$t = \frac{(r-1)}{2}, \quad (2.14.4)$$

Следует отметить, что приведенная в (52) формула оценки точности дирекционного угла

$$m_{\alpha} = 2,23 \mu \sqrt{r-1}, \quad (2.14.5)$$





полученная для определения средней квадратической ошибки передачи дирекционного угла связующей стороны несвободного неуравновешенного ряда.

Анализируя формулы (2.14.2) и (2.14.5), приходим к выводу, что применение процедуры строгого уравнивания для ряда, который проложен между двумя исходными дирекционными углами, повышает точность определения дирекционного угла слабой стороны ряда на величину (2.23-1.58)

$$\mu\sqrt{n} = 0,65\mu\sqrt{n}, \text{ то есть на } 29\%.$$

Общеизвестная формула определения средней квадратической ошибки дирекционного угла в триангуляции имеет вид (115-с.401)

$$m_{\alpha} = \mu\sqrt{\frac{2}{3}n}, \quad (2.14.6)$$

где  $n$  – число треугольников ряда.

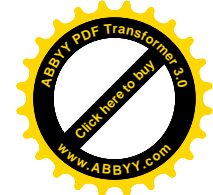
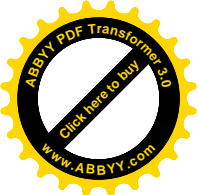
Для триангуляционного ряда, соответствующего ряду из геодезических четырехугольников, формула (2.14.6) имеет вид:

$$m_{\alpha} = \mu\sqrt{\frac{4}{3}(r-1)},$$

$$m_{\alpha} = 1,15\mu\sqrt{(r-1)}, \quad (2.14.7)$$

где  $(r-1)$  - число четырехугольников ряда.

Из сравнения формул (2.14.2), (2.14.7) получим:



$$m_{\alpha_{МПЛЗ}} - m_{\alpha_{ТР}} = (1,58 - 1,15)\mu\sqrt{(r-1)} = 0,43\mu\sqrt{(r-1)},$$

То есть на 37.4% уменьшается точность передачи дирекционных углов в ряде, который мы развиваем методом парных звеньев засечек в сравнении с триангуляцией.

Таким образом, если коэффициент потери точности передачи дирекционных углов для триангуляции составляет 1.15, то для метода парных звеньев засечек он будет равняться 1.58.

При этом имеет место вопросы: “При каких условиях точность передачи дирекционных углов в ряде, который развивается методом парных звеньев засечек будет равняться точности передачи их в триангуляции?”

**Теорема 9.** Если в середине ряда, который развивается методом парных звеньев засечек автономно определить азимут с точностью исходных, то точность передачи дирекционных углов будет соответствовать равной точности аналогичного ряда триангуляции.

**Доказательство.** Выполнение поставленного условия будет при:

$$m_{\alpha} = \mu\sqrt{1,33(r-1)}, \quad (2.14.8)$$

то есть когда

$$\frac{1}{P_{\alpha}} = 1,33(r-1), \quad (2.14.9)$$

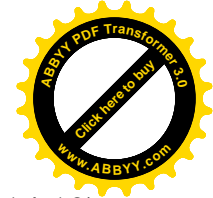
а это станет возможным при

$$2,5t = 1,33(r-1), \quad (2.14.10)$$

или

$$t : (r-1) = 1,33 : 2,5, \quad (2.14.11)$$

и



$$t : (r - 1) = 0,53, \quad (2.14.12)$$

то есть теорема доказана.

Из выражения (2.14.12) вытекает, что:

- при дополнительном определении азимута в середине ряда, который развивается методом парных звеньев засечек, равного по количеству фигур, аналогичному ряду триангуляции, точность передачи дирекционных углов в методе парных звеньев засечек будет адекватная точности их передачи в триангуляции.

Действительно, для ряда из 12 треугольников, который будет соответствовать 6 четырехугольникам, получим :

$$m_{\alpha_{TP}} = \mu \sqrt{\frac{2}{3} n} = 1,15 \mu \sqrt{r-1} = 1,15 \mu \sqrt{6} = 2,82 \mu,$$

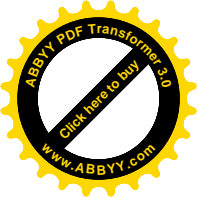
$$m_{\mu_{МПЛЗ}} = 1,58 \mu \sqrt{t} = 1,58 \mu \sqrt{\frac{6}{3}} = 2,74 \mu,$$

то есть при  $\mu = 5''$ , получим  $m_{\alpha_{МПЛЗ}} = 13,7''$ .

Измерения азимута гиротеодолитом Gi-B2 обеспечивает точность 10...12...12"одним приемом, что достаточно при развитии сетей, равных по точности триангуляции 1 разряда.

Аналогичную точность можно обеспечить и путем астрономического определения азимута.

Рассмотрим ряд, который развивается методом парных звеньев засечек между двумя измеренными базисами.



При передаче сторон по связывающим сторонам, обратный вес слабой стороны ряда, который состоит из парного или непарного количества квадратов, рассчитывают по формуле (2.14.13)

$$\frac{1}{P_S} = 0,5(r-1), \quad (2.14.13)$$

В триангуляции обратный вес передачи длины стороны рассчитывается из выражения (115-с.397)

$$\frac{1}{P_{S_{TP}}} = \sqrt{\frac{2}{3}n} = \sqrt{\frac{4}{3}(r-1)} = 1,15\sqrt{(r-1)}, \quad (2.14.14)$$

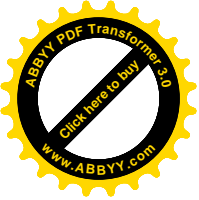
Сравнивая выражения (2.14.13) и (2.14.14), приходем к выводу, что связующие стороны в методе парных звеньев засечек передаются точнее, чем в триангуляции на величину:

$$\mu \sqrt{\frac{1}{P_{S_{TP}}}} - \mu \sqrt{\frac{1}{P_{S_{МПЛЗ}}}} = (1,15 - 1,0)\mu\sqrt{(r-1)} = 0,15\mu\sqrt{(r-1)},$$

то есть на 15 %.

Дополнительное измерение слабой стороны ряда электрооптическими светодальномерами разделит ряд на два ряда со слабыми сторонами в их середине. При этом формула (2.14.13) будет иметь вид:

$$\frac{1}{P_S} = 0,5 \frac{(r-1)}{2} = 0,5t, \quad (2.14.15)$$



что в свою очередь повысит точность определения слабой связующей стороны ряда.

Следует добавить, что в (51) приведенная формула обратного веса стороны неуровновешенного несвободного ряда имела вид:

$$\frac{1}{P_{S_{HEЗP}}} = \sqrt{n} = \sqrt{(r-1)}, \quad (2.14.16)$$

При этом следует добавить, что процедура строгого уравнивания на 50% повышает точность определения связующей стороны.

Рассчитаем, через сколько четырехугольников необходимо дополнительно измерять сторону, чтобы относительная погрешность слабой стороны была бы в границах 1: 20000, 1: 10000, 1: 2000, что будет отвечать триангуляции 1 и 2 разрядов, а также микротриангуляции.

Принимая во внимание известное соотношение

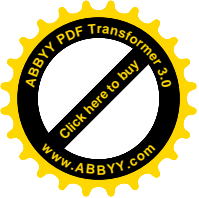
$$f_{отн.} = \frac{m_S}{S} = \frac{m_\beta \sqrt{\frac{1}{P}}}{\rho}, \quad (2.14.17)$$

получим:

$$t = \frac{\rho^2 f_{отн.}^2}{0,504 \mu^2}, \quad (2.14.18)$$

откуда имеем:

$$t_{1p} = 8.44, \quad t_{2p} = 8.44, \quad t_{МИКРО.30''} = 23.4.$$



Таким образом, на основании вышеизложенного, делаем вывод о необходимости дополнительных измерений связующих сторон восьмого четырехугольника при количестве геодезических четырехугольников в ряде, равном 16 для обеспечения слабой стороны триангуляции 1 и 2 разрядов и проведении линейных измерений связующей стороны каждого двадцать третьего четырехугольника при 46 четырехугольниках в ряде для обеспечения точности микротриангуляции.

При меньшем количестве фигур в ряде дополнительных измерений связующих сторон проводить нецелесообразно.

Анализируя формулы (2.14.1) и (2.14.13) мы пришли к выводу, что в методе парных звеньев засечек обратные веса передачи дирекционных углов больше обратных весов передачи сторон на величину:

$$2,5(r-1) - 0,5(r-1) = 2,0(r-1),$$

Из чего вытекает, что углы передаются грубее сторон на величину, равную  $1,41\mu\sqrt{r-1}$ ,

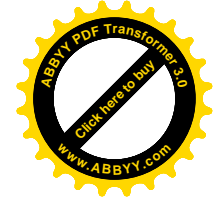
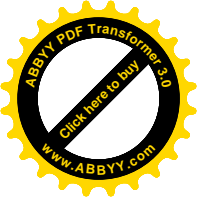
Таким образом, ощутимым контролем в методе парных звеньев засечек есть дополнительное определение азимутов.

Дополнительное определение сторон есть малочувствительным контролем.

Рассмотрим ряд, который развивается методом парных звеньев засечек между двумя измеренными базисами и определенными азимутами.

При этом получим:

$$[ff]_{\alpha} = 5(r-1), \quad (2.14.19)$$



$$-\frac{[af]^2}{[aa]} = -2.5(r-1), \quad (2.14.20)$$

$$-\frac{[bf \cdot 1]^2}{[bb \cdot 1]} = 0, \quad (2.14.21)$$

С учетом выражений (2.14.19...2...14.21) формула обратного веса дирекционного угла для парного и непарного числа квадратов в ряде будет:

$$\frac{1}{P_\alpha} = 2,5(r-1), \quad (2.14.22)$$

Для вывода формулы обратного веса связующей стороны ряда имеем:

$$[ff]_b = (r-1), \quad (2.14.23)$$

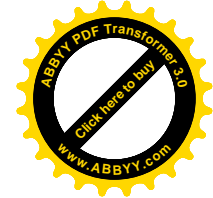
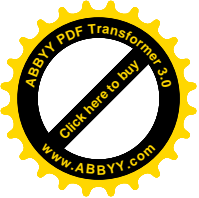
$$-\frac{[af]^2}{[aa]} = 0, \quad (2.14.24)$$

$$-\frac{[bf]^2}{[bb]} = 0,5(r-1), \quad (2.14.25)$$

С учетом выражений (4.5.22 4.5.24) формула обратного веса связующей стороны для парного и непарного числа квадратов в ряде будет (2.14.26):

$$\frac{1}{P_S} = 0,5(r-1),$$

Величина поперечного сдвига ряда, который проложен между измеренными азимутами при парном и непарном количестве квадратов в ряде рассчитывается по формуле:



$$\frac{1}{P_q} = 0,208(r-1)^2 + 0,176(r-1) - 0,006(r-1)^3,$$

или

$$\frac{1}{P_q} = 0,202(r-1)^3 + 0,167(r-1), \quad (2.14.27)$$

Величина продольного сдвига ряда, проложенного между измеренными азимутами при парном и непарном количестве квадратов в ряде рассчитывается из выражения:

$$\frac{1}{P_L} = 0,919(r-1)^3 + 9,555(r-1) - 2,756(r-1),$$

или

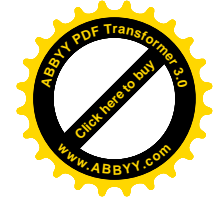
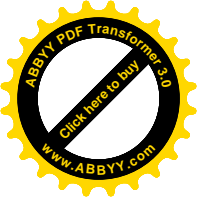
$$\frac{1}{P_L} = 0,919(r-1)^3 + 6,799(r-1), \quad (2.14.28)$$

Поперечный сдвиг ряда, проложенного между измеренными базисами и азимутами при парном и непарном количестве квадратов в ряде рассчитывается по формуле:

$$\frac{1}{P_q} = 0,202(r-1)^3 + 0,042(r-1). \quad (2.14.29)$$

Продольный сдвиг ряда, проложенного между измеренными базисами и азимутами при парном количестве квадратов в ряде рассчитывается по формуле (2.14.28), при непарном количестве квадратов в ряде из выражения:





$$\frac{1}{P_L} = 0,919(r-1)^3 + 6,799(r-1) - \frac{2,205}{(r-1)}, \quad (2.14.30)$$

Исследование формул предварительного расчета проведено методом статистических испытаний. Изменяя углы  $\omega$  и углы засечки, рассчитывались значения средних квадратических ошибок элементов ряда. Полученные значения сравнивались с результатами, рассчитанными по приведенным формулам.

Установлено, что приведенные формулы разрешают находить обратные веса функций уравненных элементов с ошибкой не большей 10%, что разрешает их применять для предварительной оценки точности элементов сети, которая развивается методом парных звеньев засечек.

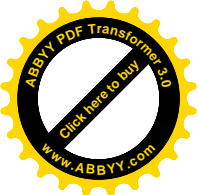
В заключение скажем, что выполненные в данном параграфе исследования для углов, а не для направлений, как показали дополнительные опыты, обеспечивают 90% точности определения обратных весов, что есть необходимым и достаточным критерием априорной оценки точности.

Внедрение метода парных звеньев засечек в производство поставило требование разработки теории развития свободных сетей МПЗЗ. Данному вопросу и посвящается следующий параграф.

## 2.15. Разработка методики развития свободных рядов МПЗЗ

При разработке действительного параграфа использована лекция профессора Ю.И. Маркузе, которая была записана автором 16.12.88г. на ФПК МИГАиК.

Свободными называются сети, которые не привязаны к той или другой системе координат, то есть не имеют никаких исходных пунктов.



Их особенностью есть неискаженность результатов уравнивания ошибками исходных данных, то есть отсутствие внешних деформаций.

Есть сети, которые имеют минимальное количество исходных данных, необходимых для привязки. Их условно также отнесем к свободным, так как в них также не возникает деформаций. Их будем называть ноль – свободными.

Свободные сети строят в тех случаях, когда привязка к исходной сети координат невозможна или не нужна, например, при создании специальных сетей для анализа деформаций сооружений, обеспечения строительства инженерных сооружений и т.д.

При уравнивании свободных сетей, как и не свободных, уравнения поправок имеют вид:

$$V = A\Delta X + L, \quad (2.15.1)$$

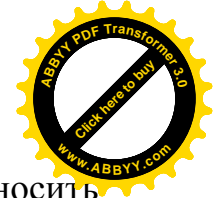
где  $\Delta X$  – поправки в приближенные координаты.

Система нормальных уравнений будет:

$$R\Delta X + b = 0, \quad (2.15.2)$$

Однако теперь матрица  $R$  будет вырожденная, то есть не имеет обратной матрицы  $R^{-1}$ . Это объясняется отсутствием исходной системы координат. Математически это приводит к созданию матрицы  $A$  линейно зависимых столбцов. Число таких столбцов называется дефектом  $d$  ранга матрицы  $A$ . Он как раз совпадает с количеством нехватящих для привязки сети неизвестных, что входят в сеть. Эти неизвестные будем называть фиксирующими.

Если фиксируется минимальное количество исходных данных, то дефект сети уже исчезает, то есть становится равным нулю.



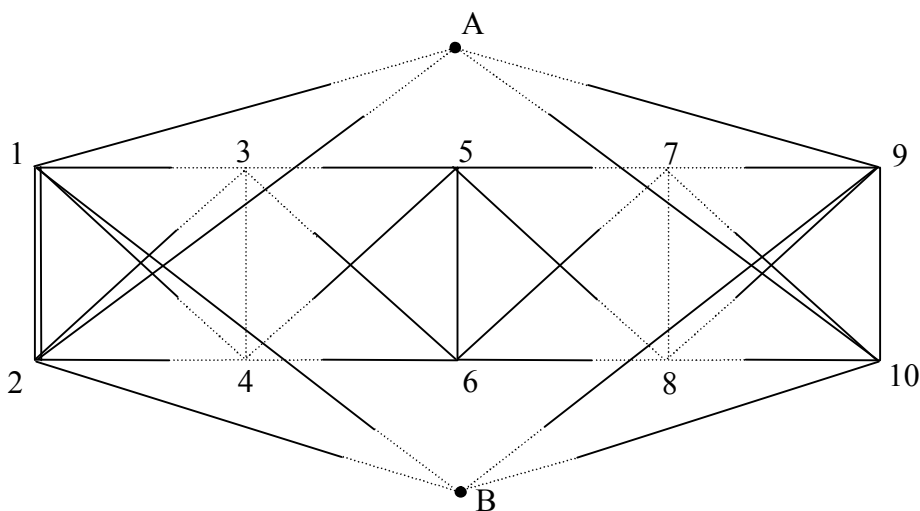
В этом случае сеть уже не является свободной. Однако будем относить их также к свободным сетям и называть их ноль – равными. При коррелятном способе уравнивания не нужно знать систему координат и свободные сети поддаются уравниванию.

Один из способов фиксации координат – преобразование свободной сети в ноль – свободную, то есть произвольная фиксация минимального количества координат.

Вектор неизвестных в свободных сетях (106) определяют за формулой:

$$\Delta X = -\tilde{R}b, \quad (2.15.3)$$

где  $\tilde{R}$  – псевдообратная матрица.

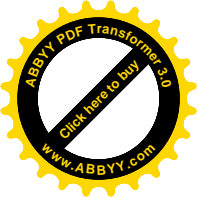


**Рис. 2.6** Ряд МПЗЗ, который развивается в локальной системе координат

Оценку точности выполняют по формуле:

$$K_{\tilde{\Delta x}} = \delta_0^2 \tilde{R}, \quad (2.15.4)$$

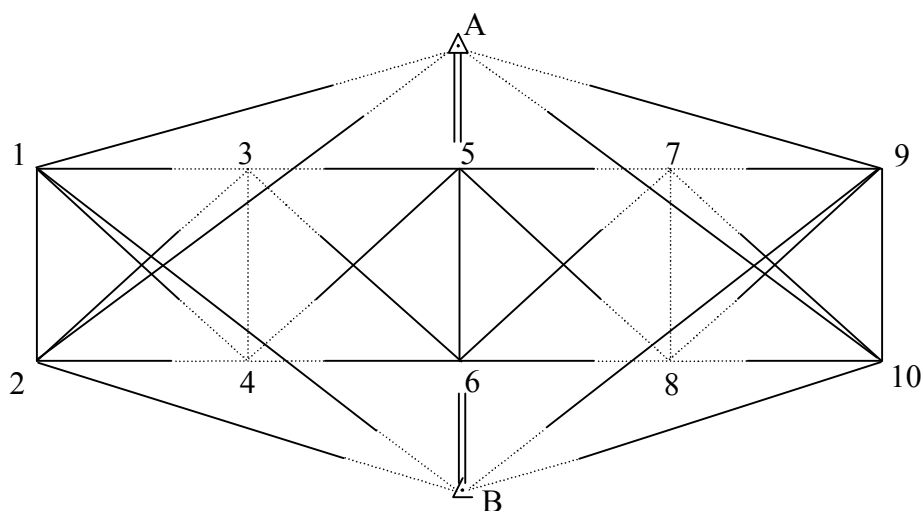
где  $K_{\tilde{\Delta x}}$  – корреляционная матрица.



Таким образом, имея математический аппарат исследований, предоставляем принципиальные схемы свободных рядов МПЗЗ.

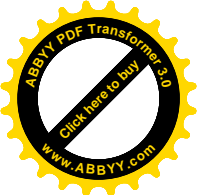
На рис.2.6 приведена сеть, которая развитая МПЗЗ в локальной системе координат, что обеспечивает надежный контроль и строгое уравнивание.

При отсутствии исходных пунктов измеряют базисную линию АВ, пункты которой видно из конечных пунктов ряда, и задаются координатами пунктов А и В. В данном ряде возникает 4 условных уравнения.



**Рис. 2.7 Ряд МПЗЗ с измеренным базисом**

На рис. 2.6 представленная принципиальная схема МПЗЗ, в которой конечные пункты ряда выбранные таким образом, чтобы была видимость из них на точку А местности. Задаваясь исходными координатами пунктов 1 и 2, определяют координаты пункта А дважды, что служит надежным контролем, и поддается уравниванию.



На пунктах 3, 4, 7, 8, А, В наблюдения не проводятся, координаты пунктов 3, 4, А, В, 7, 8 определяют из решения задачи по формулам Юнга решения прямых угловых засечек.

Координаты пунктов 5, 6, 9, 10, в которых проведены наблюдения, определены из решения задачи Ганзена. Расчет координат выполняют по разработанным автором программами (49, 50, 51, 52, 53, 57, 61). Исследование, проектирование и уравнивание свободных геодезических сетей несплошных наблюдений с формированием псевдообратной матрицы выполняют по разработанной автором программе.

Свободные сети были построены на горных перевалах для наблюдения за участками нефтепровода “Дружба”, которые проходили через горные перевалы в Карпатах.

Результаты внедрения в производство геодезических сетей несплошных наблюдений приведены в пятой главе.

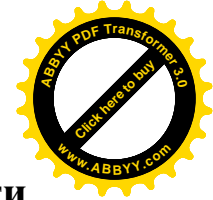
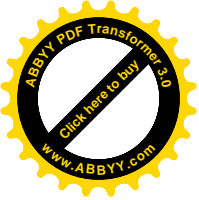
При необходимости многократных повторных наблюдений (поквартальных или месячных) для определения деформации на сдвижных участках альтернативы геодезическим сетям несплошных наблюдений нет.

При отсутствии доступа к ряду пунктов при наблюдениях на карьерах, где в соответствии к технике безопасности нет доступа на данный участок альтернативы геодезическим сетям несплошных наблюдений нет.

Для повышения надежности сохранения знаков путем закрепления пунктов на конструктивных элементах сооружений сети несплошных наблюдений следует отдать предпочтение.

При неблагоприятных климатических и погодных условиях, когда наблюдения из некоторых пунктов невозможны из-за отсутствия видимости, следует использовать сети несплошных наблюдений.

При построении разреженных сетей для электронной тахеометрии следует применять сети несплошных наблюдений.



## 2.16. Сравнительный анализ экономической эффективности сетей сплошных и несплошных наблюдений

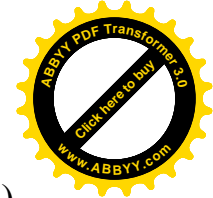
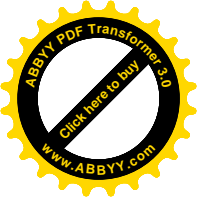
Создание опорных геодезических сетей несплошных наблюдений, которые развиваются методом триангуляции позволяют от 30 до 60 процентов сократить количество пунктов, из которых проводят наблюдения направлений, создание опорных линейно – угловых сетей несплошных наблюдений позволяет сокращать количество пунктов, в которых проводят измерения сторон и углов до 85 % в сравнении с сетями сплошных наблюдений.

Более того, создание сетей несплошных наблюдений позволяет в качестве опорных пунктов включать конструктивные элементы капитальных сооружений, что исключает необходимость закладывания центров и построения знаков на некоторых пунктах, что также приводит к снижению стоимости одного пункта сети.

Особенно эффективно строительство сетей несплошных наблюдений на территориях с условиями специального режима, к которым относятся пограничные районы, полигоны, аэродромы, строительные площадки, на которых проводятся взрывные работы, районы с повышенной радиоактивностью, внутренние территории взрывоопасных, вредных и горячих цехов предприятий оборонительной, химической, металлургической промышленности и т.д.

Не делая упоминание на случаях, когда преимущество следует отдать исключительно сетям несплошных наблюдений, дадим сравнительный анализ построения сетей сплошных и несплошных наблюдений триангуляции 1 разряда, которая состоит из 24 пунктов и развитой в середине каркасного хода полигонометрии IV класса (см. рис. 2.8).

Стоимость развитой сети сгущения  $S$  рассчитываем по формуле:



$$C = N (И + Т + В) + п(p + з + ц + и + Т + В), \quad (2.16.1)$$

где  $N$  – количество исходных пунктов старшего класса;

$И$  – стоимость измерения углов на станции;

$Т$  – стоимость транспортных затрат;

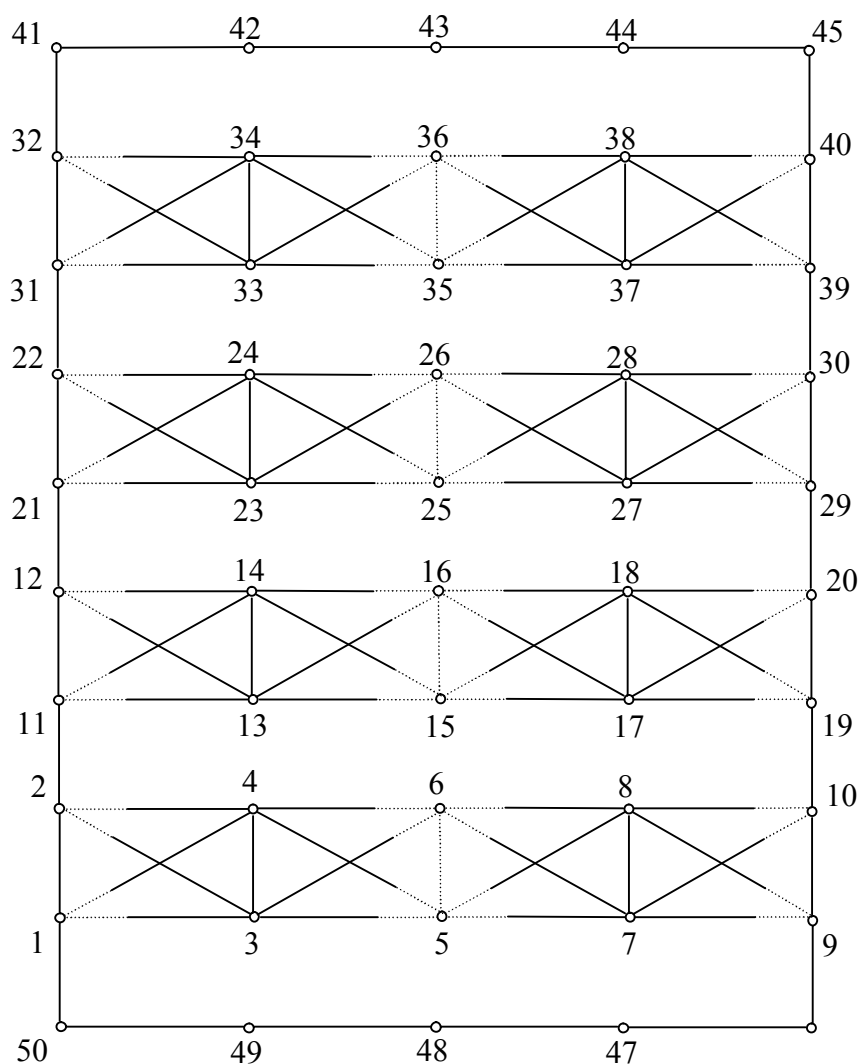
$В$  – стоимость расчетных работ на станции;

$п$  – количество пунктов сети сгущения;

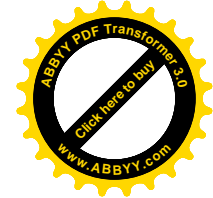
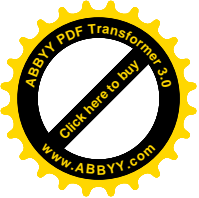
$p$  – стоимость рекогносцирования пункта;

$з$  – стоимость установления знака;

$ц$  – стоимость закладки центра.



**Рис. 2.8 Сгущение каркасной полигонометрии IV класса сетью несплошных наблюдений I разряда.**



При включении в качестве опорных пунктов конструктивных элементов сооружений формула (2.16.1) будет иметь вид:

$$C = N (И + Т + В) + (п - 1) (р + з + ц + и + Т + В), \quad (2.16.2)$$

где  $N$  – число конструктивных элементов капитальных сооружений, которые включены в качестве опорных пунктов.

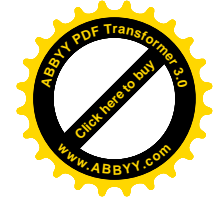
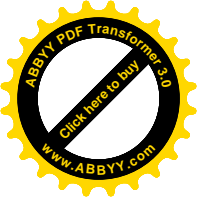
В нашем случае пункты 5, 6, 15, 16, 25, 26, 35, 36 были выбраны на столбах линий электропередачи, которая проходила через участок работ. Местность соответствовала III категории сложности.

**Таблица 2.75. Стоимость сети сплошных наблюдений триангуляции I разряда**

№ п/п	Виды работ	Единицы измерения	Стоимость единиц измерений, руб.	Объем работ	Стоимость, руб.	Основ.
1	Рекогносцировка пункта	Пункт	8	24	192	(149. табл. 8)
2	Построение знаков	Мет. пирам.	127	24	3048	(149. табл. 9)
3	Закладывания центров	Центр	11	24	264	(149. табл. 12)
4	Измерения углов и обработка резей.	Пункт	27	40	1080	(149. табл. 14)
5	Транспортные затраты	До 5 км		7%	320,88	(149. табл. 4)
Всего					4904,88	

При сравнении табл. 2.75 и таблицы 2.76 вытекает, что на примере отдельной сети, развиваемой традиционным методом триангуляции и развитием сети несплошных наблюдений, в последнем случае снижаются затраты при рекогносцировке пунктов на 64 руб., при построении знаков – на 1016 руб., при закладывании центров – на 88 руб., при измерении углов – на 648 руб. и транспортные затраты – на 127,12 руб.





**Таблица 2.76. Стоимость сети несплошных наблюдений триангуляции I разряда**

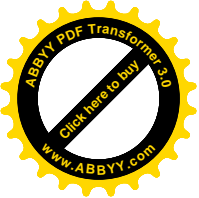
№ п/п	Виды работ	Единицы измерения	Стоимость единиц измерений, руб.	Объем работ	Стоимость, рубы.	Основ.
1	Рекогностировка пункта	Пункт	8	16	128	(149. табл. 8)
2	Построение знаков	Мет.пирам.	127	16	2032	(149. табл. 9)
3	Закладывания центров	Центр	11	16	176	(149. табл. 12)
4	Измерения углов и обработка результатов	Пункт	27	16	432	(149. табл. 14)
5	Транспортные затраты	До 5 км		7%	193,76	(149. табл. 4)
Всего					2961,76	

В целом при создании данной сети методом несплошных наблюдений стоимость создания всей сети снизилась на 1943,12 рубля и составляет 60% стоимости сети сплошных наблюдений триангуляции, то есть стоимость сети в целом снизилась на 40%.

Таким образом, на примере рассмотренного конкретного объекта экономическая эффективность создания сети несплошных наблюдений составляет 140% в сравнении с сетью триангуляции.

Следует отметить, что при проектировании данной сети была удачно использована линия электропередачи, которая проходила по середине участка работ. В общем случае количество пунктов, выбранных на конструктивных элементах сооружений может быть значительно ниже, нужно стремиться, чтобы хотя бы два пункта были выбраны на конструктивных элементах сооружений, что в значительной степени повысит сохранение пунктов и надежность функционирования сети в целом, так как при реконструкции сети данные пункты дадут возможность восстановить ее в кратчайший срок.

Применение электронных тахеометров дает возможность создавать сети и лучшим вариантом при этом служат сети несплошных наблюдений.



Пункты, фиксированные на конструктивных элементах выполняют следующие функции:

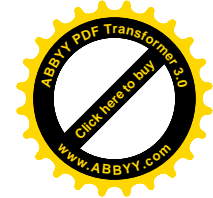
1. Служат для ориентирования приборов при съемках;
2. Надежность их сохранения гарантирует возможность реконструкции утраченных сетей;
3. Они являются исходными при сгущении съемочных сетей несплошных наблюдений;
4. Расположенные на высоких сооружениях открывают широкие возможности для выбора месторасположения пунктов, из которых ведутся наблюдения направлений;

Дает возможность проведения односторонних наблюдений, исключая необходимость наблюдения высоких знаков и закладывания центров.

Дадим сравнительной анализ трудозатрат при создании сетей методом сплошных и несплошных наблюдений.

**Таблица 2.77. Сеть сплошных наблюдений**

№ п/п	Виды работ	Единицы измерения	Объем работ	Нормы, учит. на единице измерений, часов.	Трудозатраты, часов	Основ.
1	Построение знаков	Мет.пирам.	24	5,45	130,80	(31 с12)
2	Построение и закладывания центров	Центр	24	1,543	37,03	(31 с18) (31 с20)
3	Измерения углов	Пункт	40	2,46	98,40	(31 с28)
4	Сравнивания геодезических четырехугольников	Геод. четы-реуг.	16	2,18	34,88	(31 с94)
Всего					301,11	

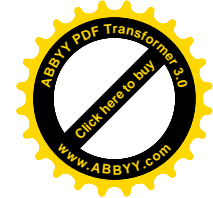
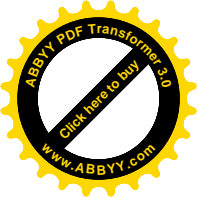
**Таблица 2.78. Сеть несплошных наблюдений**

№ п/п	Виды работ	Единицы измерения	Объем работ	Нормы, учит. на единице измерений, часов.	Трудозатраты, часов	Основ.
1	Построение знаков	Мет.пирам.	16	5,45	87,20	(31 с12)
2	Построение и закладки-вания центров	Центр	16	1,543	24,69	(31 с18) (31 с20)
3	Измерения углов	Пункт	16	2,46	39,36	(31 с28)
4	Обработка материалов на ЭВМ по разработ. автором прогр.	Сеть	1	0,10		По хроном
Всего						

Из сравнения табл. 2.77 и табл. 2.78 вытекает, что в нашем случае при создании сетей несплошных наблюдений снижаются трудозатраты при построении знаков на 43,6 часов, при изготовлении и закладывании центров – на 12,34 часов, при измерении углов – на 59,04 часов и при обработке материалов – на 34,78 часа, что составляет 66 %, 40% и 0,3% от соответствующего объема работ сети сплошных наблюдений.

В общем, объем трудозатрат снизился на 50% в сравнении с сетью сплошных наблюдений триангуляции.

Таким образом, исходя из вышеприведенного вытекает, что создание опорных сетей несплошных наблюдений разрешает на 50% и больше снизить трудозатраты на производство работ и до 40% и больше снизить стоимость работ.



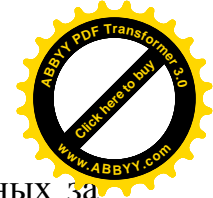
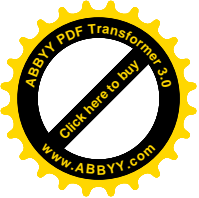
## ВЫВОДЫ ПО ГЛАВЕ

1. Решена задача применения ЭВМ для обработки геодезических сетей, которые создаются методом парных звеньев засечек. Установлено, что для несвободного ряда МПЗЗ, составленного с 4 геодезических четырехугольников при длинах сторон от 4 до 5 км и средней квадратической ошибки  $m_B = 2''$ , истинная ошибка неуравновешенного ряда не превышает 14 см., а уравновешенного ряда не превышает 5 см. При  $m_B = 4''$  в неуравненном ряду истинные ошибки не превышают 24 см, а при  $m_B = 5''$  истинные ошибки в неуравновешенном ряду не превышают 30 см. Исследования показали, что при переходе от несвободного ряда МПЗЗ к аналогичному ряду сплошных наблюдений заметного повышения точности определения координат пунктов нет.

2. Получены формулы расчета обратных весов элементов несвободного ряда МПЗЗ. Установлено, что для несвободного ряда из 8 квадратов со сторонами равными 2 км и средней квадратической ошибкой измерения направлений  $5''$ , истинная ошибка определения неуравновешенных координат не превышает 48 см, а уравненных – 30 см.

3. Получены формулы предварительного расчета точности уравновешенных элементов несвободного ряда квадратов. Построены графики, по которым можно провести предварительный расчет точности.

4. Проведен внешний контроль исследований путем сравнения результатов из коррелятного и параметрических способов уравнивания, что есть необходимым и достаточным условием подтверждения корректности проведенных исследований. Проведены исследования и полу-



чены оценки элементов сетей несплошных наблюдений, адекватных  $3\alpha$  точностью соответствующему классу или разряду триангуляции.

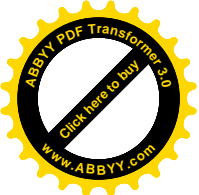
5. Исследована точность элементов несвободного ряда ромбов и получены формулы и графики предварительного расчета точности. Установлено, если в середине ряда, который развивается методом парных звеньев засечек, автономно определить азимут с точностью исходных, то точность передачи дирекционных углов будет соответствовать равной точности аналогичного ряда триангуляции.

6. Получены формулы расчета элементов ряда, который опирается на исходные дирекционные углы, исходные стороны, дирекционные углы, и стороны.

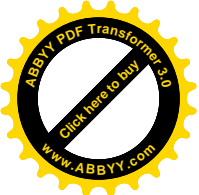
7. Разработана методика развития свободных рядов МПЗЗ с надежным контролем, что позволило внедрить данные сети в производство при наблюдении за аварийными участками нефтепровода “Дружба”, которые проходят на горных перевалах Карпатских гор.

8. Предоставлен сравнительный анализ экономической эффективности сетей сплошных и несплошных наблюдений на конкретном примере. Доказаны снижения трудозатрат на 50%, и стоимости на 40% для сетей несплошных наблюдений.

9. На основе проведенных исследований можно констатировать, что при сгущении опорных геодезических сетей методом парных звеньев засечек и точности измерения горизонтальных углов 1" обеспечивается точность определения координат пунктов, которая удовлетворит топографические съемки любого масштаба. Метод парных звеньев засечек детально разработан в данной работе и он имеет право занять свое место



в арсенале геодезии на ряду с триангуляцией, трилатерацией, полигонометрией и линейно-угловыми сетями. Безосновательны утверждения о том что наземные методы устаревшие и все опорные сети необходимо развивать только методами космической геодезии по системе GPS. Наземные методы необходимо развивать и в дальнейшем на ряду с широким использованием системы GPS. На примере данного исследования, где координаты исходных пунктов А, В, С, Д могут быть определены по системе GPS, а сгущение проведено методом ПЗЗ показано органическое объединение наземных методов и методов глобальной системы позиционирования. В данной работе впервые разработан коррелятный метод уравнивания сетей несплошных наблюдений ПЗЗ. До этой работы ни одна сеть не была уравновешенная и исследована на основе коррелятного метода. Как было показано в [77] данный метод обеспечит точность определения координат пунктов опорной сети города Ровно в 6 мм.



## РАЗДЕЛ III

# Разработка технологии создания плановой геодезической сети методом несплошных наблюде- ний триангуляции

## ВВЕДЕНИЕ

Со времен Гаусса считается, что одним из важнейших методов полевого контроля в триангуляции есть определение свободного члена условия фигур, то есть отклонения суммы углов каждого треугольника от  $180^\circ$ .

Действительно, в свободных сетях необходимо учитывать условные уравнения фигур, полюсов и горизонта. Эти три условные уравнения есть условными уравнениями свободных сетей. Они выполняют следующие функции:

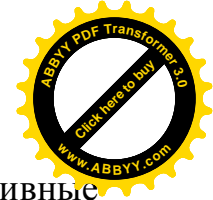
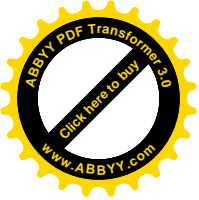
- 1) определение элементов сетей;
- 2) полевых контролей;
- 3) согласования условий;
- 4) повышение точности элементов сетей.

В сетях сгущения дополнительно возникают полигональные условия: условные уравнения дирекционных углов, сторон и координат.

В связи с широким использованием за последнее время метода определения координат пунктов по системе GPS в особенности актуальным стоит вопрос в объединении данного метода с традиционными наземными методами, такими, как полигонометрия, триангуляция, трилатерация.

Проблемы исследования точности элементов наземного метода триангуляции, которая опирается на ряд пунктов, координаты которых определенные по системе GPS и посвящается данная работа.

При этом разрабатывается метод несплошных наблюдений триангуля-



ции, когда ряд пунктов представляют собой шпильки соборов, конструктивные элементы фундаментальных сооружений, что не требует доступа на данные пункты, но они будут сохраняться не один десяток лет.

### **3. Принципиальные схемы построения опорных сетей неплошных наблюдений триангуляции**

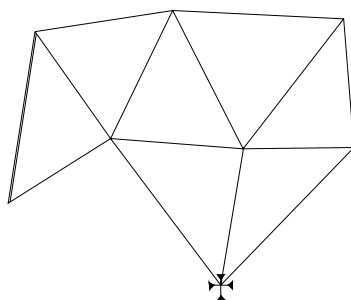
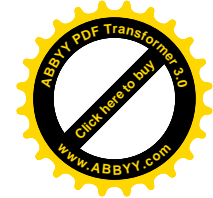
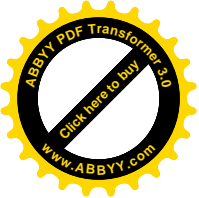
Одним из основных методов построения опорных геодезических сетей сгущения, обеспечивающих развитие съемочной основы крупномасштабных съемок есть триангуляция 1 и 2 разрядов.(40, с.22).

Триангуляция – это метод построения и закрепления на местности сети треугольников или четырехугольников с измерением всех горизонтальных углов и некоторых сторон с дальнейшим расчетом всех неизмеренных сторон и координат пунктов, фиксирующих стороны сети.

Инструкция (40) предусматривает развитие триангуляции в виде сетей треугольников и вставок отдельных пунктов в треугольники, созданные пунктами сети 2...4 классов. При этом (40,-с.22) обуславливает, что каждый пункт триангуляции 1 и 2 разрядов должен определяться из треугольников, в которых измерены все углы. Но, там же предусмотрено и определение пунктов, которые представляют собою местные объекты не доступные для наблюдений, засечками с количеством измеренных направлений не меньше трех.

Так, например, на стр. 106 Инструкции (см. рис. 3.1) приведена цепь треугольников и засечка, иллюстрирующая возможности применения обособленных засечек для определения координат пунктов.



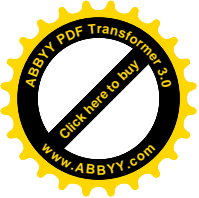


**Рис.3.1. Цепь треугольников и засечка.**

В докторской диссертации профессора А.И. Дурнева (28) впервые было дано серьезное теоретическое обоснование и показана возможность развития планового геодезического обоснования с использованием отдельных пунктов методом боковых засечек. Данный метод нашел широкое использование при создании планового геодезического обоснования в разных изысканиях и в военном деле.

В работе (33, - с.163) отмечено, что весомая и заметная экономия может быть достигнута не исключением наблюдений направлений на станции, а исключением из программы наблюдений целых пунктов. Автор (33) приходит к выводу, что избыточные измерения должны выполняться на тех же пунктах, из которых выполняются основные необходимые измерения. В этом случае он в порядке постановки задачи и привлечения к ней внимания показывает идею создания опорных сетей по принципу „пчелиных сотов” (33, - с.164).

Однако в данной работе не указаны конкретные пути реализации данной идеи, не указано на сколько необходимо повысить точность угловых измерений. Однако К.А. Звонарев приходит к выводу (33,-с.175) „...можно ожидать, что усовершенствования техники геодезических измерений не приведет за собою резкое повышение стоимости при уменьшении погрешности, скажем, угловых измерений не с 5”, а с 2” .” При этом (33,-с.174) „... точ-

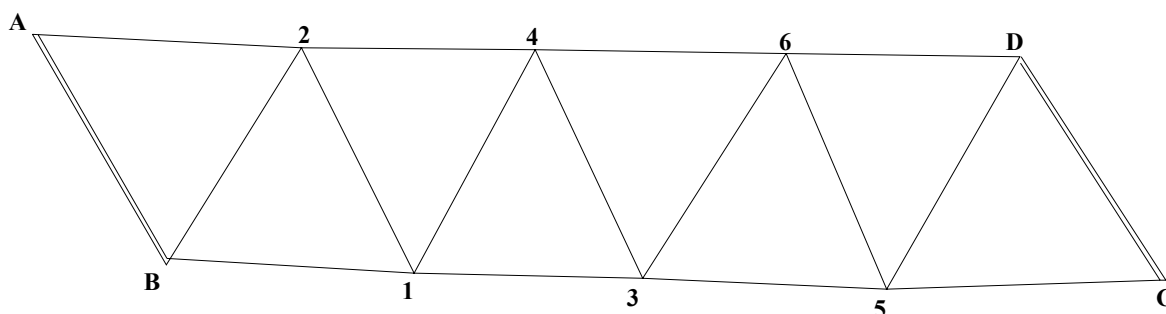


ность, которая разрешает результаты измерений принимать за истинные и вводить у расчет плановых координат точек съемочного обоснования без уравнивания, целиком допустимая.”

В (50) разработан метод создания планового геодезического обоснования парными звеньями засечек, позволяющий на 60% сократить количество пунктов, из которых выполняют наблюдения направлений.

Целью же данной работы есть обоснование выдвинутой автором концепции построения опорных геодезических сетей несплошных наблюдений.

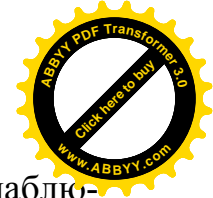
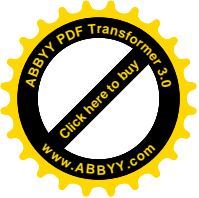
Итак, необходимо установить возможность сгущения опорной сети в случаях, приведенных ниже принципиальными схемами построения опорных геодезических сетей.



**Рис. 3.2** Ряд триангуляции, проложенный между исходными пунктами старшего класса А, В, С, D.

С целью анализа разных схем сгущения опорных геодезических сетей на рис. 3.2 приведен ряд триангуляции, который состоит из 8 треугольников. Для определения координат пунктов 1, 2, 3, 4, 5, 6, необходимо на этих пунктах провести наблюдение направлений и кроме этого, отнаблюдать на исходных пунктах А,В, С, D.

Таким образом, для ряда, который состоит из 10 пунктов необходимо отнаблюдать все 10 пунктов.



Оперативным контролем измерения горизонтальных углов (или наблюдения направлений) есть сравнение фактической угловой невязки допустимой для данного класса или разряда триангуляции. Далее выполняют контроль по сравнению свободных членов условных уравнений дирекционных углов, сторон, координат с их допустимыми значениями. Наличие в данном ряде избыточных измерений разрешает провести уравнивание элементов ряда с их оценкой точности. Поскольку в данном ряде измерены все горизонтальные углы, назовем его рядом сплошных наблюдений.

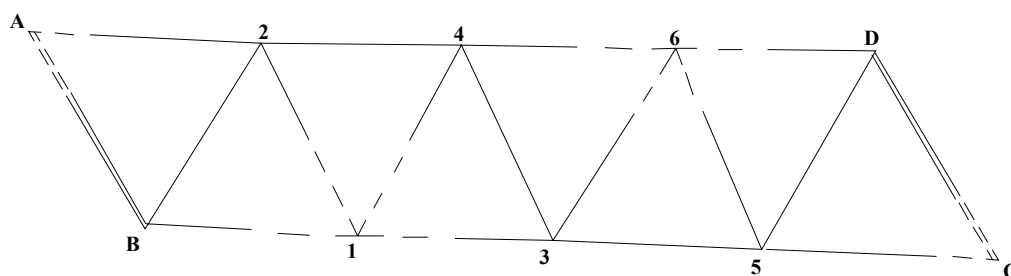
Рассмотрим ряд, в котором на некоторых пунктах не выполняют измерения углов и назовем его рядом несплошных наблюдений ( см. рис. 3.3).

На рис. 3.3 пунктирными линиями показаны несплошные направления. Измерения углов проведено лишь из пунктов В, 2, 3, 4, 5 и D.

Таким образом, для ряда, который состоит из 10 пунктов, измерения проведены лишь на 6 пунктах.

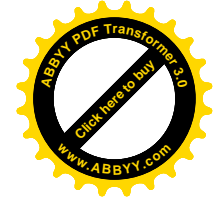
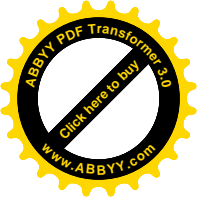
Обозначим общее количество пунктов в ряде сплошных наблюдений триангуляции через  $N$ , а в случае аналогичного ряда несплошных наблюдений для обработки материалов достаточно провести наблюдение на пунктах

$$\frac{6}{10} N = \frac{3}{5} N.$$



**Рис. 3.3** Ряд несплошных наблюдений.

Итак, на  $\frac{2}{5}$  пунктах измерения не выполняют при создании сетей не-



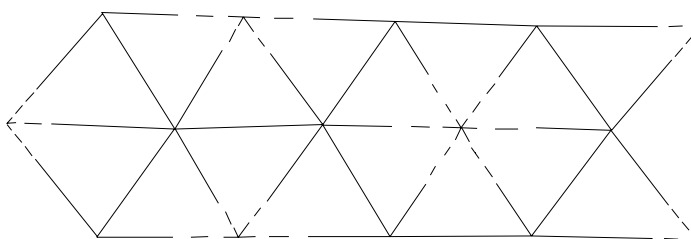
сплошных наблюдений.

Нетрудно увидеть, что в рассмотренном ряде (см. рис.3.3) отсутствуют условные уравнения фигур.

Однако наличие условных уравнений дирекционных углов, сторон и координат разрешает выполнить процедуру строгого уравнивания с оценкой точности уравненных элементов.

Ряд приведен на рис. 3.3 впервые. К настоящему времени аналогичных построений на производстве не выполнялось и в научной литературе они не рассматривались.

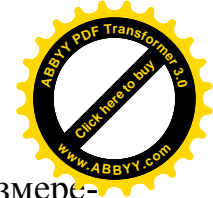
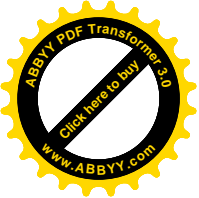
Однако, в современных условиях, современная техника, как будет показано дальше, разрешит развивать аналогичные сети в целях крупномасштабного картографирования и создания специальных сетей.



**Рис. 3.4 Сдвоенный ряд несплошных наблюдений.**

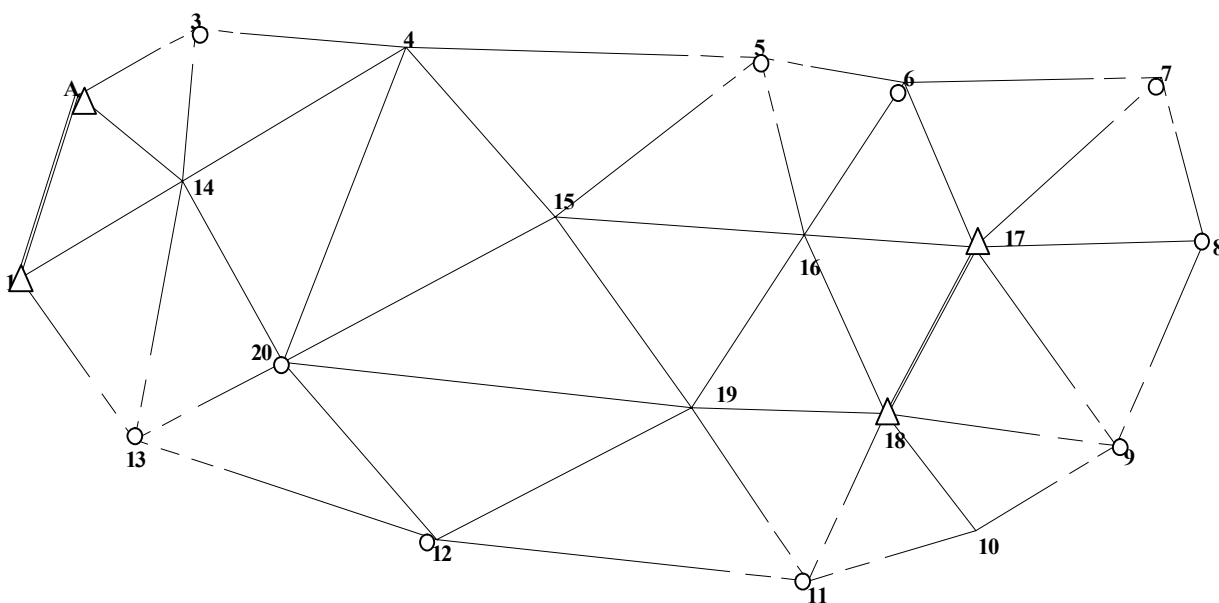
На рис. 3.4 приведен сдвоенный ряд несплошных наблюдений. В данном случае горизонтальные углы измеряются на 9 пунктах вместо 15, что составляет  $\frac{3}{5}$  общего количества как и в простом ряде несплошных наблюдений.

Из рис.3.4 вытекает, что на некоторых пунктах наблюдения не выполняются и в качестве пунктов целесообразно использовать разные конструктивные элементы сооружений, например, громоотводы на ЛЭП, трубах котельных заводов, шпили антенн, анкерные болты и т.д., что обеспечит сохранность сети и надежность ее функционирования, а в необходимых случаях разрешит провести ее реконструкцию.









В дальнейшем необходимо определить необходимую точность измерения углов для соответствующего разряда триангуляции, получить формулы предыдущего расчета точности элементов сети при ее проектировании.

В завершение приведем примерные схемы построения сетей несплошных наблюдений, адекватных за точностью триангуляции 1 и 2 разрядов (см. 40, - рис.4).

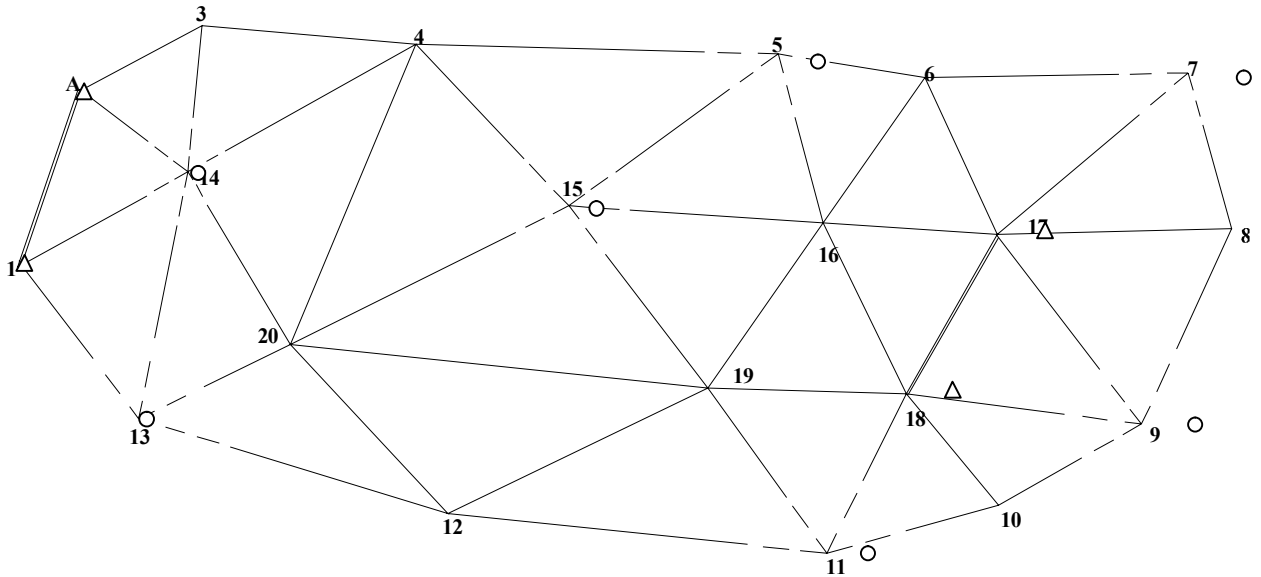


**Рис. 3.5** Сеть триангуляции несплошных наблюдений.

**Условные обозначения:**

-  исходный пункт;
-  исходная сторона;
-  определяемый пункт;
-  базис;
-  стороны триангуляции с двусторонним направлением;
-  одностороннее направление.

На рис. 3.5 приведена сеть триангуляции несплошных наблюдений, соответствующая сплошной сети наблюдений, приведенной в (40, - с.106, рис.4). В данном случае наблюдения выполнены на 14 пунктах вместо 20, таким образом на 30% сократилось количество пунктов, из которых не проводились наблюдения направлений.

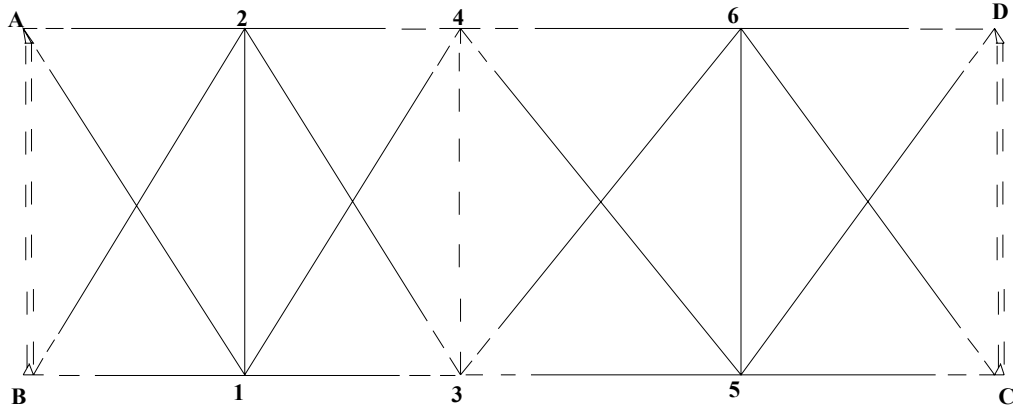


**Рис. 3.6 Возможный вариант создания опорных сетей несплошных наблюдений.**

В данной сети наблюдения выполнены на 13 пунктах вместо 20, таким образом на 7 пунктах наблюдения не проводились.

Еще большую экономическую эффективность обеспечивают сети геодезических четырехугольников при измерении углов из смежных сторон парных геодезических четырехугольников (52, 53, 54, 55, 57, 58, 59, 65, 61).

Так, например, для ряда, представленного на рис. 3.2 и рис. 3.3, с использованием метода парных звеньев засечек получим ряд геодезических четырехугольников, представленный на рис.3.7.



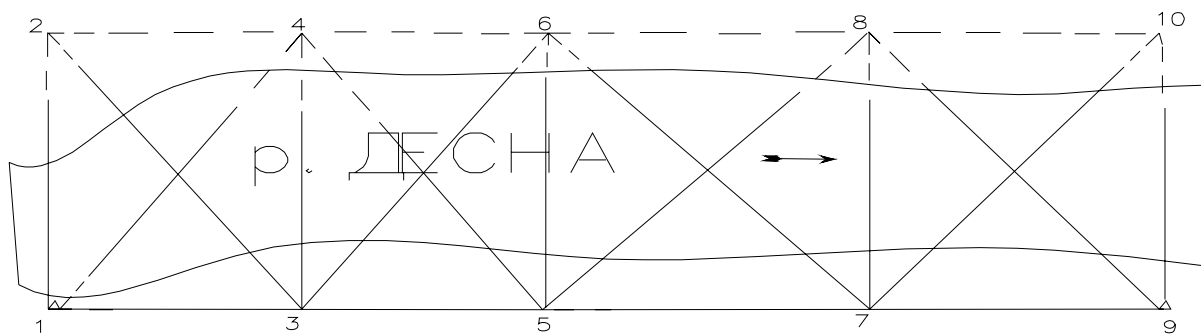
**Рис. 3.7 Ряд несплошных наблюдений, который состоит из геодезических четырехугольников.**

На рис. 3.7 представлен ряд несплошных наблюдений из геодезических четырехугольников, проложенный между исходными пунктами старшего класса А, В, С, D. Измерения горизонтальных углов выполнены только в пунктах 1, 2, 5, 6.

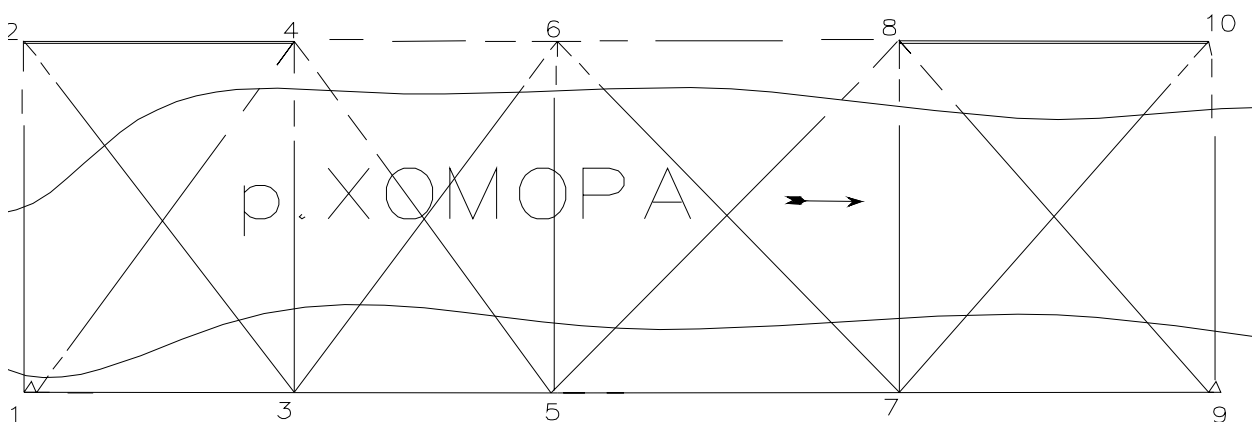
Координаты пунктов 1, 2, 5, и 6 определены с решения задачи Ганзена, координаты пунктов 3, 4, С и D определены с решения прямых угловых засечек по формулам Гауса или Юнга.

В данном ряде отсутствуют условные уравнения фигур. Наличие условных уравнений дирекционных углов, сторон и координат разрешают провести контроль полевых измерений за величиной свободных членов условных уравнений, уравнивать данное построение и выполнить оценку точности уравненных элементов.

На рис. 3.8 и 3.9 приведены ряды несплошных наблюдений, которые обеспечивают обоснованием для снятия по оба берега водной преграды.



**Рис. 3.8** Ряд несплошных наблюдений, проложенный между двумя базисными сторонами 1-3 и 7-9.

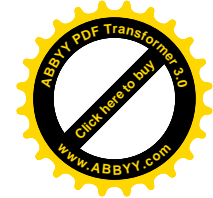
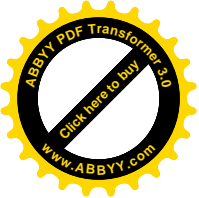


**Рис. 3.9** Ряд несплошных наблюдений, положенный между недоступными исходными пунктами.

Как видно из рис.3.8 ряд несплошных наблюдений разрешает выполнять угловые измерения лишь по одну сторону водной преграды, чтобы получить координаты пунктов с обеих сторон.

На рис 3.9 приведен ряд несплошных наблюдений, проложенный между недоступными пунктами 2, 4, 8 10.





### 3.1. Постановка проблемы исследования

Условные уравнения фигур, к сожалению, не выполняют функцию левого контроля полигональных условий. Кроме этого, как будет показано ниже, при определении и уравнивании элементов сетей есть возможность строго избежать учета условий фигур. Мы дадим способ согласования условий фигур без их учета.

Мы утверждаем, что выполнение условий фигур в сетях сгущения не повышает точности элементов сетей.

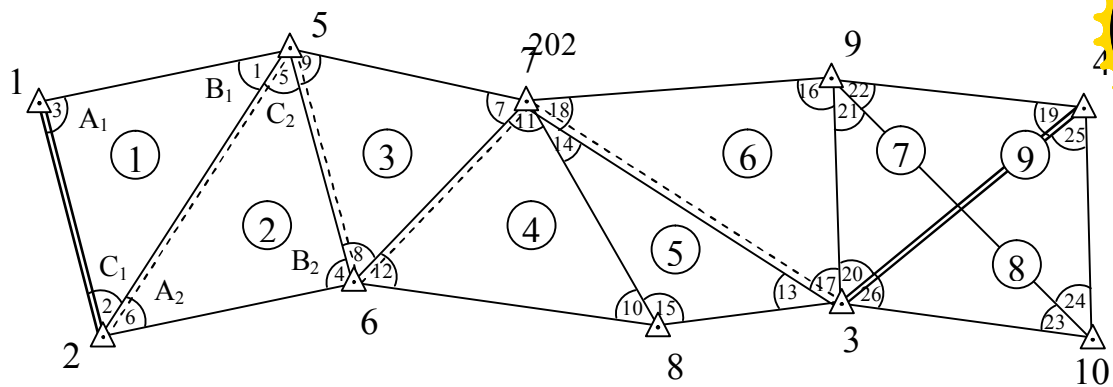
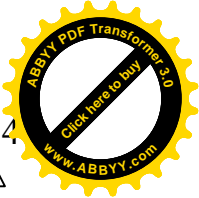
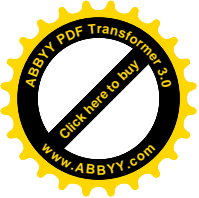
Профессор Чеботарев А.С. (119.-с.578) писал: “Итак, когда вычисляемая и исходная стороны треугольника близки по величине, измерение третьего угла треугольника не повышает точности вычислений длины искомой стороны”.

Разработку эффективного метода построения опорных геодезических сетей сгущения рассмотрим на примере сети триангуляции 3 класса, приведенной в (101.-с.243).

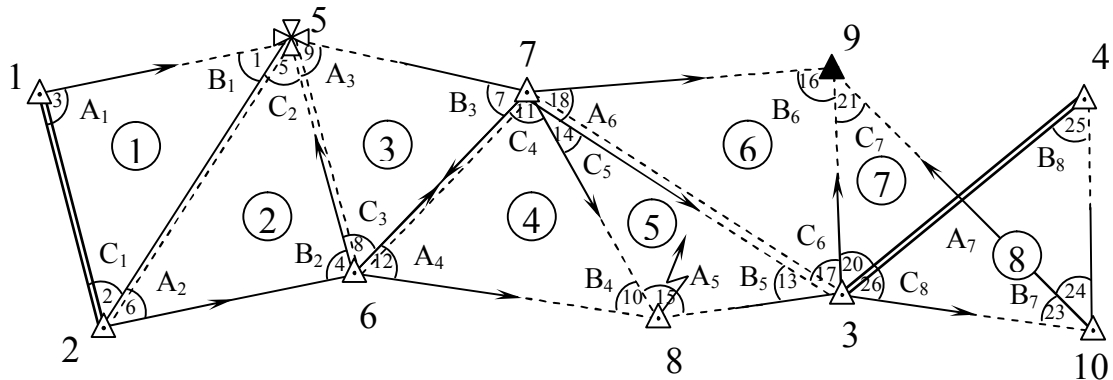
Координаты исходных пунктов 2 класса приведены в табл.3.1

**Таблица 3.1. Координаты исходных пунктов**

Номер пункта	Координаты		Длины сторон, м	Дирекционные углы $\alpha$	На пункт
	x	y			
1	5709127,37	8400987,48	8288,08	156°16'66''	2
2	5701539,29	8404321,15	8288,08	336°16'57,66''	1
3	5702517,70	8420519,25	10493,58	25°15'33,29''	4
4	5712007,96	8424997,00	10493,58	205°15'33,29''	3



**Рис. 3.10. Ряд сплошных наблюдений триангуляции.**

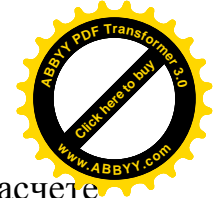
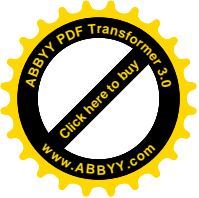


**Рис. 3.11. Ряд несплошных наблюдений триангуляции**

В работах (49,74,80,81,82,88,89) предлагается на ряде пунктов, сделать оценку точности уравновешенных элементов и сравнить с истинными значениями, за которые приняты уравновешенные элементы сети сплошных наблюдений, приведенные в выше упомянутом Практикуме. Пункты 5, 8, 9 недоступные для установки на них теодолита. Выбранные для визирования конструктивные элементы фундаментальных сооружений надежно сохраняются и не утраются за длительное время.

### **3.2. Полевой контроль при сгущении сетей**

В рядах несплошных наблюдений триангуляции проводится оперативный полевой контроль путем двойного расчета координат пунктов по мере продвижения ходовой линии. На рис. 3.2 стрелками показаны направления



определения координат пунктов полярной засечкой при предыдущем расчете сторон.

Заключительным полевым контролем есть определение свободных членов полигональных условных уравнений и координат, базиса и дирекционного угла.

Лишь при необходимости проводят наблюдения на трех пунктах геодезических четырехугольников. Тогда возникает полюсное условное уравнение и дополнительный контроль. При наличии полюсных условных уравнений их относят в первую группу и выполняют уравнивание двухгрупповым методом.

**Таблица 3.2. Сводная таблица полевого контроля.**

№пп	X	X'	X-X'	№пп	Y	Y'	Y-Y'
5	5708892,20	5708892,20	00	5	8407002,72	8407002,72	0,01
6	702332,55			6	410354,88		
7	706481,29			7	413877,26		
8	700542,09	700542,09	00	8	415724,23	415724,23	00
9	708087,53	708087,63	-0,10	9	418981,90	418981,66	0,24
10	706521,90	706521,88	0,02	10	423960,17	423960,15	0,02
3	5702517,57	5702517,70	-0,13	3	8420519,428	8420519,25	0,17

$$W'_{x3} = -0.13$$

$$W'_{y3} = 0.17$$

Свободные члены координатных условных уравнений будут:

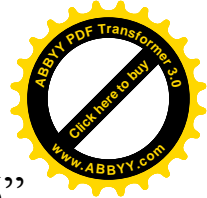
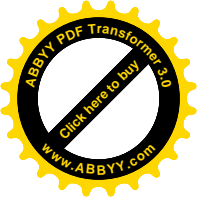
$$W'_{x3} = W'_{x3} \cdot 206.265 = -26.81''$$

$$W'_{y3} = W'_{y3} \cdot 206.265 = 35.06''$$

Определим свободный член условного уравнения дирекционных углов.

Согласно протоколу:

$$\alpha_{73} = 120,8267^\circ \quad K_0 \quad 120^\circ 49' 36,1''$$



$$+ \langle (17+20) 84^{\circ}25'59,6''$$


---

$$\alpha_{73} = 205^{\circ}15'35,7''$$

-

$$\alpha_{73} = 205^{\circ}15'33,29''$$

$$W_{\alpha} = +2,41$$

Найдем свободные члены условного уравнения стороны

$$W' = S'_{34\text{вищит}} - S_{34\text{исх}} = 10493,57 - 10493,58 = -0,01$$

или

$$W'_S = W''_S \frac{\rho''}{S'_{34}} = -0.20''$$

Далее определяют допустимость свободных членов условных уравнений.

В общем случае предельную величину свободного члена условного уравнения

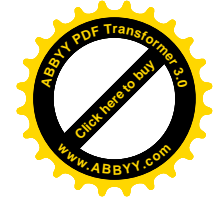
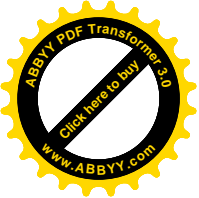
$$a_1v_1 + a_2v_2 + a_3v_3 + \dots + a_nv_n + W = 0 \quad (3.2.1)$$

находят по формуле

$$W_{zp} = t\mu\sqrt{[aa]} \quad (3.2.2)$$

где  $\mu$  – средняя квадратическая погрешность единицы веса;

$t$  - параметр, который зависит при заданной доверительной вероятности от числа измерений в сети;



[aa]- сумма квадратов коэффициентов условного уравнения.

В геодезических сетях при доверительной вероятности 0,95 принимают – 2,5 л. – с.1-6

Значения свободных членов базисного и условного уравнения дирекционных углов не должны превышать величин, рассчитанных по формулам:

$$W_{\text{баз}} \leq 2,5 \sqrt{m_{\beta}^2 [BB] + 2 \left( \frac{m_{\beta}}{b} \rho \right)^2} \quad (3.2.3)$$

и для условного уравнения дирекционных углов

$$W_{\alpha} \leq 2,5 \sqrt{m_{\beta}^2 [AA] + 2m_{\alpha}^2} \quad (3.2.4)$$

где  $m_{\beta}$  - средняя квадратическая погрешность измерения углов в триангуляции данного класса;

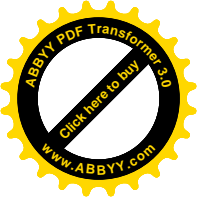
$m_{\beta}$   $m_{\alpha}$ - средние квадратические погрешности базисных сторон и исходных азимутов (дирекционных углов) соответственно;

[AA], [BB] – суммы квадратических коэффициентов условных уравнений дирекционных углов и сторон соответственно.

И в нашем случае получим:

$$W_{\text{донбаз}} = 2,5 \sqrt{1,5''^2 \cdot 28,769 + 2 \left( \frac{2 \cdot 10^5}{3 \cdot 10^3} \right)^2} = 20,3''$$

Где принято  $m_{\beta}/b = 1:300000$  и  $m_{\beta}=1,5''$  ;  $m_{\alpha}=1,1''$



$$W_{\alpha\delta\delta\delta} = 2,5\sqrt{1,5^2 \cdot 8 + 2 \cdot 1,1^2} = 11,3''$$

Допустимое значение свободных членов координатных условных уравнений рассчитываем по формулам

$$W_{x\delta\delta\delta} = 2,5\sqrt{\frac{m_\beta^2}{\rho^2} [CC] \cdot 10^6 + 2m_x^2} \quad (3.2.5)$$

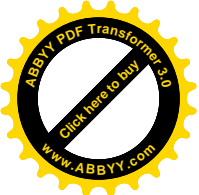
$$W_{y\delta\delta\delta} = 2\sqrt{\frac{m_\beta}{\rho} [DD] \cdot 10^6 + 2m_y^2} \quad (3.2.6)$$

m принято  $m_x = m = 5\text{см}$

$$W_{y\delta\delta\delta} = 2\sqrt{\frac{15}{(2.06 \cdot 10^4)^2} \cdot 10^6 \cdot 861.4 + 2 \cdot 0.05^2} = 0.56\text{м}$$

$$W_{y\delta\delta\delta} = 2\sqrt{\frac{15}{(2.06 \cdot 10^4)^2} \cdot 10^6 \cdot 683,8 + 2 \cdot 0.05^2} = 0.51\text{м}$$

Квадратические коэффициенты взяты из таблицы коэффициентов нормальных уравнений; как в координатных условных уравнениях все коэффициенты и свободные члены были уменьшены в 10 раз, то эти квадратические коэффициенты увеличенные в 100 раз при подстановке в формулы (3, 2,



5) и (3, 2,6).

### 3.3. Расчет коэффициентов условных уравнений

#### 3.3.1. Принцип перехода от коэффициентов условных уравнений сетей сплошных наблюдений к коэффициентам условных уравнений сетей несплошных наблюдений.

Сначала на схеме сети пунктирной линией обозначается ходовая линия как в обычной триангуляции и определяются коэффициенты по формулам обычной триангуляции.

Теорема. Если в треугольнике триангуляции есть один неизмеренный угол, то коэффициенты условных уравнений поправок данного угла вводятся в коэффициенты условных уравнений двух других углов алгебраически с противоположным знаком.

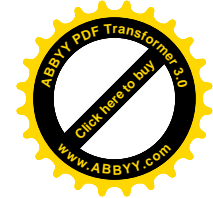
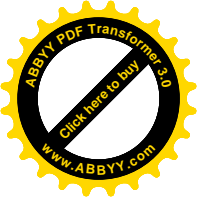
Поскольку в каждом треугольнике несплошных наблюдений триангуляции есть один неизмеренный угол, который рассчитывается как дополнения к  $180^\circ$  суммы двух измеренных углов, то конечный дифференциал неизмеренного угла будет, например:

$$dBi = d(180^\circ - Ai - Ci) \quad (3.3.1)$$

и

$$dBi = -dA - dC.$$

То- есть, замена коэффициентов неизмеренного угла в условных уравнениях изменяет знаки данных коэффициентов на обратные и они вводятся в



коэффициенты измеренных углов с обратным знаком.

Это главное правило, которое дает возможность строго уравновесить сеть несплошных наблюдений.

Таким образом, нам необходимо определить коэффициенты условных уравнений как в обычной триангуляции, а тогда преобразовать их с учетом неизмеренных углов, кроме этого, с целью уменьшения погрешностей округления микрокалькулятора, расчет дирекционных углов следует проводить в ручном расчете.

### 3.3.2. Расчет коэффициентов условного уравнения сторон.

Коэффициенты условного уравнения стороны, сами длины связующих сторон с точностью до миллиметра и координаты пунктов ходовой линии определяют по разработанной автором программе.

Базисное условное уравнение возникает между исходными сторонами S12 и S34. Взяв неизмеренные углы как дополнения к 180° и длину исходной стороны S12 рассчитаем длину S'34 заданной стороны S34.

$$S'_{34} = S_{12} \frac{\sin 3 \sin 6 \sin 9 \sin 12 \sin 15 \sin 18 \sin 21 \sin(23 + 24)}{\sin 1 \sin 4 \sin 7 \sin 10 \sin 13 \sin 16 \sin 23 \sin 25} \quad (3.3.2)$$

Линеаризировав выражение (3.3.2) и переходя к поправкам в измеренные углы, получим базисное условное уравнение

$$-\delta_1(1) + \delta_3(3) - \delta_4(4) + \delta_6(6) - \delta_7(7) + \delta_{10}(10) +$$



$$\begin{aligned}
& + \delta_{12} (12) - \delta_{13} (13) + \delta_{15} (15) - \delta_{16} (16) + \delta_{18} (18) - \\
& - \delta_{23} (23) + \delta_{21} (21) - \delta_{25} (25) + \delta_{23} + \\
& + 24 (23+24) + W = 0
\end{aligned} \tag{3.3.3}$$

$$\text{где } \delta\beta_1 = \text{ctg}\beta_1 \text{ и } W (S'_{34} - S_{34}) \frac{\rho''}{S'_{34}} \tag{3.3.4}$$

$$\begin{aligned}
& [\delta_3 + \delta_1](3) + \delta_1(2) - \delta_4(4) + \delta_6(6) - \delta_8(8) + [-\delta_9 - \delta_7] (7) + \\
& + \delta_{10} (11) + [\delta_{10} + \delta_{12}](12) - \delta_{15}(14) + [-\delta_{15} + \delta_{13}](13) + \\
& + \delta_{16}(17) + [\delta_{16} + \delta_{18}](18) + [-\delta_{23} - \delta_{21}](23) - [\delta_{21}](20 + 26) \\
& + [\delta_{25}](26) + [\delta(23-21) + \delta_{26}] (23+24) + WB = 0 \tag{3.3.5}
\end{aligned}$$

Подставляя соответствующие значения  $\delta\beta_i = \text{ctg}\beta_i$ , получим

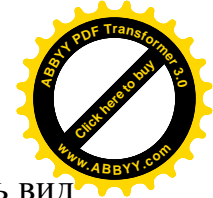
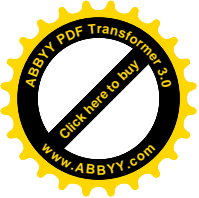
$$\begin{aligned}
& + 0,321\delta_2 + 0,808\delta_3 - 0,355\delta_4 + 0,522\delta_6 - 1,436\delta_7 - \\
& - 1,051\delta_8 + 0,720\delta_{11} + 1,121\delta_{12} - 0,838\delta_{13} - 0,090\delta_{14} \tag{3.3.6} \\
& + 0,036\delta_{17} + 0,927\delta_{18} - 1,076\delta_{23} - 0,647\delta(20+26) + \\
& 2,117\delta(24+23) + 3,851\delta_{26} - 0,2 \delta = 0
\end{aligned}$$

Условное уравнение дирекционных углов возникает между исходными дирекционными углами  $\alpha_{21}$  и  $\alpha_{34}$ . Дирекционные углы передаются по ходовой линии, которая проходит через вершины промежуточных углов  $S_i$ .

Для ряда триангуляции условие дирекционных углов запишется в виде

$$+(2) - (5) + (8) - (11) - (14) + (17) + (20) + W\alpha = 0, \tag{3.3.7}$$

где свободный член  $W\alpha = \alpha'_{34} - \alpha_{34\text{исх}}$ ,



для ряда несплошных наблюдений условное уравнение будет иметь вид

$$(2) + (4) + (6) + (8) - (11) - (14) + (17) + (20) + 2,47 = 0, (3.3.8)$$

Представим свободные члены координатных условных уравнений в виде

$$W_x = W'_x \cdot 206,265 = - 0,142 \cdot 206,265'' = 29,29'';$$

$$W_y = W'_y \cdot 206,265 = + 0,170 \cdot 206,265'' = + 35,06''.$$

Заметим, что свободные члены условных уравнений, вычисленных по предварительно уравновешенным углам

$$W'_x = - 0,15; \quad W'_y = + 0,05.$$

Из этого следует важный вывод о том, что уравнивание триангуляции при условии фигур повышение точности определения координат не дает.

**Таблица 3.3. Сведение расчета предыдущих координат.**

№ п-та	№ углов	+ лев . - пр.	Углы передачи	Дирекционные углы	Стороны	X	Y	№ п-та
1				156°16'57,66''				1
2	2	+	43°45'14,2''	20°02'11,86''	7826,618	5701539,29	8404321,15	2
5	5	-	47°07'34,5''	152°54'37,36''	7361,205	5708892,193	8407002,712	5
6	8	+	67°27'45,6''	40°22'22,96''	5437,776	5702338,547	8410354,886	6
7	(11+14)	-	99°32'46,6''	120°49'36,26''	7734,938	5706481,280	8413877,268	7

3	(17+20)	+	84°25'59.5"	25°15'35,76"		5702517,558	8420519,420	5
4				25°15'33,29"				4
				W $\alpha$ = +2,47"		5702517,70	8420519,25	
						W'x = -0,142	W'y = +0,170	

Свободный член условного уравнения дирекционных углов, рассчитанный по предварительно уравновешенным углам при учете условия фигур в триангуляции составлял  $W\alpha = 3,27''$ , а в сети несплошных наблюдений триангуляции  $W\alpha$  м.с. = 0,08 и  $W'$  м.с. = + 0,054, то есть предварительное уравнение по условию фигур, как правило, уменьшения величин свободных членов полигональных условных уравнений не обеспечивает.

Условия координат возникают в нашей сети между исходными пунктами 2 и 3.

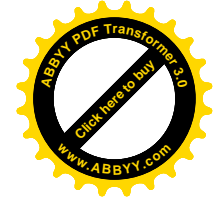
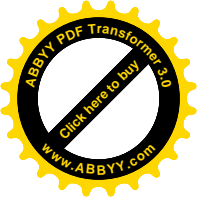
Для намеченной ходовой линии координатные условные уравнения (абсцисс и ординат) будут иметь следующий вид:

$$\varphi_x = X_2 + S_{25} \cos \alpha_{56} + S_{56} \cos \alpha_{56} + S_{67} \cos \alpha_{67} + S_{73} \cos \alpha_{73} \quad (3.3.9)$$

$$\varphi_y = Y_2 + S_{25} \sin \alpha_{25} + S_{56} \sin \alpha_{56} + S_{67} \sin \alpha_{67} + S_{73} \sin \alpha_{73}, \quad (3.3.10)$$

В уравнениях (3.3.9) и (3.3.10) стороны и дирекционные углы определяют от исходной стороны  $S_{12}$  и исходного дирекционного угла  $\alpha_{12}$  последовательно, то есть

$$S_{25} = S_{12} \frac{\sin 3}{\sin 1} ; \quad \alpha_{25} = \alpha_{25} + \angle 2, \quad (3.3.11)$$



$$S_{56} = S_{12} \frac{\sin 3 \sin 6}{\sin 1 \sin 4} ; \alpha_{56} = \alpha_{21} + \angle 2 \pm 180 - \angle 5, \quad (3.3.12)$$

$$S_{67} = S_{12} \frac{\sin 3 \sin 6 \sin 9}{\sin 1 \sin 4 \sin 7} ; \quad (3.3.13)$$

$$\alpha_{67} = \alpha_{21} + \angle 2 \pm 180 - \angle 5 \pm 180 + \angle 8, \quad (3.3.14)$$

$$S_{73} = S_{12} \frac{\sin 3 \sin 6 \sin 9 \sin 12 \sin 15}{\sin 1 \sin 4 \sin 7 \sin 10 \sin 13} ;$$

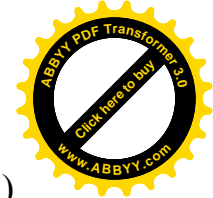
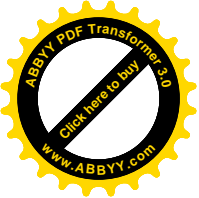
$$\alpha_{67} = \alpha_{21} + \angle 2 \pm 180 - \angle 5 \pm 180 + \angle 8 \pm 180 - \angle (11+15)$$

Представим уравнение (3.3.10) и (3.3.11) через поправки ( $\beta_1$ ) в углы  $\beta_1$  в линейной форме

$$\sum \left( \frac{dp}{dA_1} \right)_0 (A_1) + \sum \left( \frac{dp}{dB_1} \right)_0 (B_1) + \sum \left( \frac{dp}{dC_1} \right)_0 (C_1) + W_x = 0 \quad (3.3.15)$$

$$\sum \left( \frac{d\varphi_Y}{dA_1} \right)_0 (A_1) + \sum \left( \frac{d\varphi_Y}{dB_1} \right)_0 (B_1) + \sum \left( \frac{d\varphi_Y}{dC_1} \right)_0 (C_1) + W_x = 0 \quad (3.3.16)$$

В уравнениях (3.3.15) и (3.3.16) свободными членами  $W_x$  и  $W_y$  являются предварительные значения искоемых функций (3.3.11) и (3.3.10), рассчитанные по измеренным значениям углов  $A' B' C'_i$  ( $i = 1, 2, 3, 4, 5$ ) с использованием выражений (3.3.11) и (3.3.15).



Возьмем полный дифференциал по  $v$  в уравнениях (3.3.10) и (3.3.15)

$$d\varphi_x = dS_{25} \cos \alpha_{25} - S_{25} \sin \alpha_{25} \frac{d\alpha_{25}}{p} + dS_{56} \cos \alpha_{56} - S_{56} \sin \alpha_{56} \frac{d\alpha_{56}}{p} +$$

$$dS_{67} \cos \alpha_{67} - S_{67} \sin \alpha_{67} \frac{d\alpha_{67}}{p} + dS_{73} \cos \alpha_{73} - S_{73} \sin \alpha_{73} \frac{d\alpha_{73}}{p} \quad (3.3.17)$$

$$d\varphi_x = dS_{25} \sin \alpha_{25} - S_{25} \cos \alpha_{25} \frac{d\alpha_{25}}{p} + dS_{56} \sin \alpha_{56} - S_{56} \cos \alpha_{56} \frac{d\alpha_{56}}{p} +$$

$$dS_{67} \sin \alpha_{67} - S_{67} \cos \alpha_{67} \frac{d\alpha_{67}}{p} + dS_{73} \sin \alpha_{73} - S_{73} \cos \alpha_{73} \frac{d\alpha_{73}}{p} \quad (3.3.18)$$

Рассмотрим дифференциал  $dS_{25}$

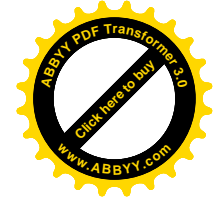
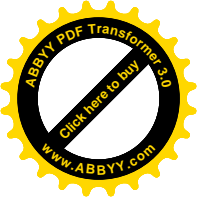
$$dS_{25} = S_{12} \left[ \frac{\cos 3}{\sin 1} \frac{d3}{p} - \frac{\sin 3}{\sin^2 1} \cos 1 \frac{d1}{p} \right]$$

Умножим правую часть на  $\frac{\sin 3}{\sin 1}$

$$dS_{25} = S_{12} \frac{\sin 3}{\sin 1} \operatorname{ctg} 3 \frac{d3}{p} - S_{12} \frac{\sin 3}{\sin 1} \operatorname{ctg} 1 \frac{d1}{p}$$

или

$$dS_{25} = S_{25} \operatorname{ctg} 3 \frac{d3}{p} - S_{25} \operatorname{ctg} 1 \frac{d1}{p} \quad (3.3.19)$$



Дифференциал будет  $dS_{25} = d2$  (3.3.20)

Рассматривая по аналогии каждый элемент уравнений (3.3.17) и (3.3.18) и подставляя все дифференциалы в эти уравнения с учетом выражений

$$S \cos \alpha_i = \Delta X_i ; S \sin \alpha_i = \Delta Y_i \quad (3.3.21)$$

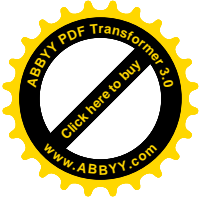
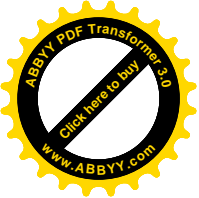
Получим

$$dS_{56} = \Delta X_{56} \operatorname{ctg} 3 \frac{d3}{p} + \Delta X_{56} \operatorname{ctg} 6 \frac{d6}{p} - \Delta X_{56} \operatorname{ctg} 1 \frac{d1}{p} - \Delta X_{56} \operatorname{ctg} 4 \frac{d4}{p} \quad (3.3.22)$$

$$dS_{67} = \Delta X_{67} \operatorname{ctg} 3 \frac{d3}{p} + \Delta X_{67} \operatorname{ctg} 6 \frac{d6}{p} + \Delta X_{67} \operatorname{ctg} 9 \frac{d9}{p} - \Delta X_{67} \operatorname{ctg} 1 \frac{d1}{p} - \Delta X_{67} \operatorname{ctg} 4 \frac{d4}{p} - \Delta X_{67} \operatorname{ctg} 7 \frac{d7}{p} \quad (3.3.23)$$

$$dS_{73} = \Delta X_{73} \operatorname{ctg} 3 \frac{d3}{p} + \Delta X_{73} \operatorname{ctg} 6 \frac{d6}{p} + \Delta X_{73} \operatorname{ctg} 9 \frac{d9}{p} + \Delta X_{73} \operatorname{ctg} 12 \frac{d12}{p} + \Delta X_{73} \operatorname{ctg} 15 \frac{d15}{p} - \Delta X_{73} \operatorname{ctg} 1 \frac{d1}{p} - \Delta X_{73} \operatorname{ctg} 4 \frac{d4}{p} - \Delta X_{73} \operatorname{ctg} 7 \frac{d7}{p} - \Delta X_{73} \operatorname{ctg} 10 \frac{d10}{p} - \Delta X_{73} \operatorname{ctg} 13 \frac{d13}{p} \quad (3.3.24)$$

Проводя аналогичные выкладки для ряда с n пунктов , в общем виде условные уравнения координат будут:



$$\frac{\sum (X_n - X_i)_{MM} \operatorname{ctg} A_i(A_i)''}{\rho''} - \frac{\sum (X_n - X_i)_{MM} \operatorname{ctg} B_i(B_i)''}{\rho''} - \frac{\sum (Y_n - Y_i)_{MM} (\pm C_i)}{\rho''} + W_{X_{MM}} = 0 \tag{3.3.24}$$

$$\frac{\sum (Y_n - Y_i)_{MM} \operatorname{ctg} A_i(A_i)''}{\rho''} - \frac{\sum (Y_n - Y_i)_{MM} \operatorname{ctg} B_i(B_i)''}{\rho''} - \frac{\sum (X_n - X_i)_{MM} (\pm C_i)}{\rho''} + W_{Y_{MM}} = 0 \tag{3.3.25}$$

ИЛИ

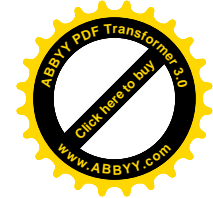
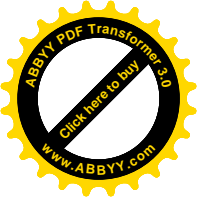
$$\frac{\sum (X_n - X_i)_{MM} \operatorname{ctg} A_i(A_i)''}{206,265} - \frac{\sum (X_n - X_i)_{MM} \operatorname{ctg} B_i(B_i)''}{206,265} - \frac{\sum (Y_n - Y_i)_{MM} (\pm C_i)}{206,265} + W_{X_{MM}} = 0 \tag{3.3.26}$$

$$\frac{\sum (Y_n - Y_i)_{MM} \operatorname{ctg} A_i(A_i)''}{206,265} - \frac{\sum (Y_n - Y_i)_{MM} \operatorname{ctg} B_i(B_i)''}{206,265} - \frac{\sum (X_n - X_i)_{MM} (\pm C_i)}{206,265} + W_{Y_{MM}} = 0 \tag{3.3.27}$$

и разделив уравнение на 1000 ,получим:

$$\sum (X_n - X_i)_{KM} \operatorname{ctg} A_i(A_i) - \sum (X_n - X_i)_{KM} \operatorname{ctg} B_i(B_i) - \sum (Y_n - Y_i)_{KM} (C_i) + 206.265 W_{X_m} = 0 \tag{3.3.28}$$

$$\sum (Y_n - Y_i)_{KM} \operatorname{ctg} A_i(A_i) - \sum (Y_n - Y_i)_{KM} \operatorname{ctg} B_i(B_i) + \sum (X_n - X_i)_{KM} (C_i) + 206.265 W_{Y_m} = 0 \tag{3.3.29}$$



$$\text{где } W_{X_m} = X_n - X_i \qquad W_{Y_m} = Y_n - Y_i \quad (3.3.30)$$

Условное уравнение абцис:

$$\begin{aligned} & -1,589(2)+0,079(3)-1,126(4)-1,685(6)-0,026(7)-1,017(8)+ \\ & +0,379(11)-0,4449(12)+0,332(13)+0,700(14)-2,93=0 \quad (3.3.31) \end{aligned}$$

Условное уравнение ординат:

$$\begin{aligned} & 0,150(2)+0,841(3)-1,117(4)+0,069(6)-1,433(7)-1,031(8)+ \\ & +0,874(11)+0,744(12)-0,557(13)+0,334(14)+3,51=0 \quad (3.3.32) \end{aligned}$$

В координатах условного уравнения  $x$  коэффициентов и свободные члены уменьшенные в 10 раз.

Весовые функции дирекционных углов и связующей слабой стороны ряда

$$F_{\alpha_{78}}=(2)+(4)+(6)+(8)-(11) \quad (3.3.33)$$

$$\begin{aligned} F_{S_{78}}= & 0,321(2)+0,808(3)-0,355(4)+0,522(6)-1,436(7)- \\ & -1,051(8)+0,720(11)+1,121(12) \quad (3.3.34) \end{aligned}$$

Весовые функции координат слабого пункта ряда

$$\begin{aligned} F_{X_8}= & (X_8-X_2)_{KM} \text{ctg}3(3)-(X_8-X_2)_{KM} \text{ctg}1(1)-(Y_8-Y_2)_{KM}(2)+ \\ & +(X_8-X_5)_{KM} \text{ctg}6(6)-(X_8-X_5)_{KM} \text{ctg}4(4)+(Y_8-Y_5)_{KM}(5)+ \\ & +(X_8-X_6)_{KM} \text{ctg}9(9)-(X_8-X_6)_{KM} \text{ctg}7(7)-(Y_8-Y_6)_{KM}(8)+ \end{aligned}$$



$$+(X_8-X_7)_{KM}ctg12(12)-(X_8-X_7)_{KM}ctg10(10)-(Y_8-Y_2)_{KM}(11), (3.3.35)$$

$$\begin{aligned} F_{Y_8} &= (Y_8-Y_2)_{KM}ctg3(3)-(Y_8-Y_2)_{KM}ctg1(1)+(X_8-X_2)_{KM}(2)+ \\ &+ (Y_8-Y_5)_{KM}ctg6(6)-(Y_8-Y_5)_{KM}ctg4(4)-(X_8-X_5)_{KM}(5)+ \\ &+ (Y_8-Y_6)_{KM}ctg9(9)-(Y_8-Y_6)_{KM}ctg7(7)+(X_8-X_6)_{KM}(8)+ \\ &+ (Y_8-Y_7)_{KM}ctg12(12)-(Y_8-Y_7)_{KM}ctg10(10)-(X_8-X_2)_{KM}(11), (3.3.36) \end{aligned}$$

Для ряда сплошных наблюдений триангуляции в числовом выражении весовые функции имеют вид:

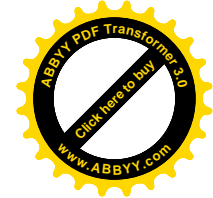
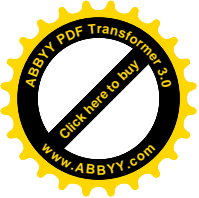
$$\begin{aligned} F_{X_8} &= 0,320(1)-11,403(2)-0,485(3)+2,964(4)+8,721(5)- \\ &-4,362(6)+0,691(7)-5,369(8)-1,887(9)+4,279(10)+ \\ &+1,847(11)-2,384(12), \end{aligned} \quad (3.3.37)$$

$$\begin{aligned} F_{Y_8} &= -3,660(1)-0,997(2)+5,551(3)-3,096(4)+8,350(5)+ \\ &+4,556(6)-2,006(7)-1,796(8)+5,641(9)-1,331(10)+ \\ &+5,939(11)+0,742(12) \end{aligned} \quad (3.3.38)$$

По преобразованным коэффициентам для двухгруппового уравнения

$$\begin{aligned} F_{X_8} &= 4,176(1)-7,547(2)+3,371(3)+0,523(4)+6,280(5)- \\ &-6,803(6)+2,879(7)-3,181(8)+0,302(9)+3,032(10)+ \\ &+0,600(11)-3,632(12) \end{aligned} \quad (3.3.39)$$

$$F_{Y_8} = -3,958(1)-1,295(2)+5,253(3)+4,325(4)-2,297(5)-$$

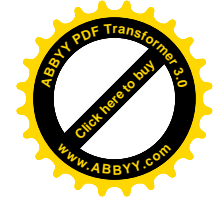
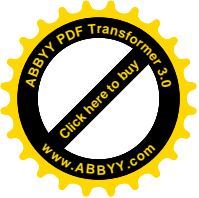


$$\begin{aligned} & -2,028(6)-2,659(7)-2,389(8)+5,048(9)-3,114(10)+ \\ & +4,155(11)-1,041(12) \end{aligned} \quad (3.3.40)$$

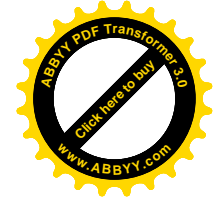
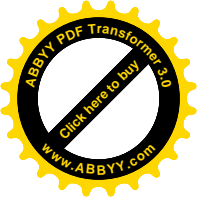
Для ряда несплошных наблюдений триангуляции весовые функции по преобразованным коэффициентам приобретают вид

$$\begin{aligned} F_{X5} = & -11.72(2)-0.80(3)-5.76(4)-13.08(6)+2.58(7)- \\ & -3.48(8)-2.43(11)-6.66(12) \end{aligned} \quad (3.3.41)$$

$$\begin{aligned} F_{Y5} = & 2.66(2)+9.21(3)-11.45(4)-3.79(6)-7.71(7)-7.44(8)+ \\ & +7.27(11)+2.07(12) \end{aligned} \quad (3.3.42)$$



<p>Расчет весовых функций и решение нормальных уравнений рационально выполнять способом краевых или квадратных корней Холецкого. При этом матрицу коэффициентов нормальных уравнений и весовых функций</p>									
N11	N12	N13	N14	F15	L11	S11			
	N22	N23	N24	F25	L22	S22			
		N33	N34	F35	L33	S33			
			N44	F45	L44	S44			
				F55	L44	S55			
<p>Представим в виде</p>									
$t_{11} = (N_{11})^{1/2}$	$t_{12} = N_{12}/t_{11}$	$t_{13} = N_{13}/t_{11}$	$t_{14} = N_{14}/t_{11}$	$f_{15} = F_{15}/t_{11}$	$l_{11} = L_{11}/t_{11}$	$s_{11} = S_{11}/t_{11}$			
	$t_{22} = (N_{22} - t_{12}^2)^{1/2}$	$t_{23} = (N_{23} - t_{12}t_{13})/t_{22}$	$t_{24} = (N_{24} - t_{12}t_{14})/t_{22}$	$f_{22} = (F_{25} - t_{12}f_{15})/t_{22}$	$l_{22} = (L_{22} - t_{12}l_{11})/t_{22}$	$s_{22} = (S_{22} - t_{12}s_{11})/t_{22}$			
		$(N_{33} - t_{13}^2 - t_{23}^2)^{1/2}$	$(N_{44} - t_{14}^2 - t_{24}^2)^{1/2}$	$f_{35} = (F_{35} - t_{15}f_{15} - t_{24}f_{24})/t_{33}$	$l_{35} = (L_{35} - t_{15}l_{15} - t_{24}l_{24})/t_{33}$	$s_{35} = (S_{35} - t_{15}s_{15} - t_{24}s_{24})/t_{33}$			
				$(F_{42} - t_{14}f_{15} - t_{24}f_{23} - t_{34}f_{35})/t_{44}$	$(L_{44} - t_{14}l_{11} - t_{24}l_{22} - t_{34}l_{33})/t_{44}$	$(S_{44} - t_{14}s_{11} - t_{24}s_{22} - t_{34}s_{33})/t_{44}$			
				$(1/P)_1^{1/2} = (f_{55} - f_{15}^2 - f_{25}^2 - f_{35}^2 - f_{45}^2)^{1/2}$					
				$K_1 = (1/t_{ij}) \sum (t_{ij} K_j) -  j $					
				Корелаты рассчитаем по формуле					



**Таблица 3.4. Измеренные и вычисленные углы, длины связующих сторон, коэффициенты базисного условного уравнения, поправки, уравновешенные углы и стороны.**

№пп	Назв. вершин	№ углов	Вымеренные углы и редуцированные на плоскость	Вымеренные и вычисленные углы	$\delta_{изн}$ $\delta_{чис}$	Предыдущие длины сторон	V сек	Уравновешенные	
								Углы (сек)	стороны
	5	1B <sub>1</sub> <sup>3H</sup>		72 12 08.3	-0.3	8288.08		9.88	8288.08
1	2	2C <sub>1</sub>	43 45 14.2	43 45 14.2			-0.9	13.27	6019.783
	1	3A <sub>1</sub> <sup>чис</sup>	64 02 37.5	64 02 37.5	0.49	7826.618	-0.65	36.85	7826.587
	6	4B <sub>2</sub>	70 27 22.0	70 27 22.0	-0.3	7826.618	0.30	22.30	7826.587
2	5	5C <sub>2</sub>		47 07 34.5				35.03	6086.428
	2	6A <sub>1</sub>	62 25 03.5	62 25 03.5	0.52	7361.205	-0.83	02.67	7361.156
	7	7	68 57 10.0	68 57 10.0	-0.4	7361.205	1.12	11.12	7361.156
3	6	8	67 27 45.6	67 27 45.6			0.09	45.69	7284.992
	5	9		43 35 04.4	1.1	5437.776		03.19	5437.695
	8	10		54 13 34.7	-0.7	5437.776		35.46	5437.695
4	7	11	57 38 51.5	57 38 51.5			-0.15	51.35	5661.804
	6	12	68 07 33.8	68 07 33.8	0.4	6219.755	-0.61	33.19	6219.638
	3	13	53 13 01.1	53 13 01.1	-0.7	6219.755	0.45	01.55	6219.638
5	7	14	41 53 55.2	41 53 55.2			0.29	55.49	5186.069
	8	15		84 53 03.7	0.09	7734.938		02.96	7734.779
	9	16		87 57 53.0	-0.1	7734.938		53.29	7734.779
6	3	17	43 44 30.4	43 44 30.4			-0.48	29.92	5351.261
	7	18	48 17 36.6	48 17 36.6	0.089	5778.261	-0.19	36.79	5778.147
	10	23	66 47 06.3	66 47 06.3	-0.43	5778.261	-0.22	06.08	5778.147
	3	20	40 41 29.1	40 41 29.1			-0.48	28.62	
7	3	20+26	56 06 20.1	56 06 20.1			-0.14	19.96	5218.790
	9	21		57 06 33.6	0.65	5279.522		33.96	5279.426
	4	25		14 33 24.4	-3.8	5279.522		23.15	5279.426
8	3	26	15 24 51.0	15 24 51.0			0.81	51.81	5583.272
	10	23+24	50 01 44.6	50 01 44.6	-1.7	10493.56 6	0.44	45.04	10493.58

10793.58

W'=-0.014г.

W<sub>S</sub>=0,28''W<sub>S</sub>=0,003

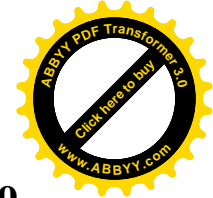
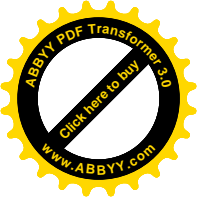
**Таблица 3.5. Коэффициенты условных уравнений и весовых функций ряда сплошных и несплошных наблюдений триангуляции.**

№тр	№угла	Триангуляция				Сеть несплошных наблюдений								
		a(α)	b(S)	c(X)	d(Y)	A(α)	B(S)	C(X)	(Y)	F <sub>α78</sub>	F <sub>S78</sub>	F <sub>X78</sub>	F <sub>Y9</sub>	V''
	1B1	0	-0.321	-0.031	-0.05									
1	2C1	+1	0	-1.620	0.09	-1	0.32	-1.59	0.150	1	0.32	-1.1	0.3	-0.9
	3A1	0	-0.487	0.048	0.78	0	0.81	0.08	0.841	0	0.80	-0.1	0.9	-0.6
	4	0	-0.355	0.226	-0.48	1	-0.35	-1.13	-1.117	1	-0.3	-0.6	-1.2	0.3
2	5	-1	0	1.352	0.63									
	6	0	0.522	-0.333	0.70	1	0.52	-1.68	0.069	1	0.52	-1.3	-0.4	-0.8
	7	0	-0.385	-0.007	-0.38	0	-1.44	-0.03	-1.433	0	-1.4	0.26	-0.8	1.1
3	8	+1	0	-0.998	0.02	1	-1.05	-1.02	-1.031	1	-1.1	-0.3	-0.7	0.1
	9	0	1.051	0.019	1.05									
	10	0	-0.720	0.295	-0.48									
4	11	-1	0	0.664	0.40	-1	0.72	0.38	0.874	-1	0.72	-0.2	0.7	-0.2
	12	0	0.401	-0.159	0.27	0	1.12	-0.78	0.744	0	1.12	-0.7	0.2	-0.6
	13	0	-0.748	0.296	-0.50	0	-0.84	0.33	-0.557					0.5
5	14	-1	0	0.664	0.39	-1	-0.09	0.70	0.334					0.3
	15	0	0.090	-0.036	0.06									
	16	0	-0.036	0	0									
6	17	+1	0	0	0	1	0.04	0	0					-0.5
	18	0	0.891	0	0	0	0.93	0	0					0.2
	23	0	-0.429	0	0	0	-1.08	0	0					-0.2
7	20	+1	0	0	0	1	0	0	0					-0.5
	20+26	0	0	0	0	0	-0.65	0	0					-0.1
	21	0	0.647	0	0									
	25	0	-3.851	0	0	0								
8	26	0	0	0	0	0	3.85	0	0					0.8
	23+24	0	-1.734	0	0		2.12	0	0					0.4

$$W = +2.47 \quad -0.28 \quad -2.93 \quad +3.51 \quad \sum VV = 5.44$$

Средняя квадратическая погрешность единицы веса

$$\mu = \sqrt{\frac{5.44}{4}} = 1.16$$



### 3.4. Переход к нормальным уравнениям и их решению

#### 3.4.1. Формирование внешних диагональных блоков размером 4x4.

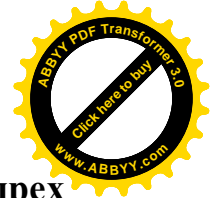
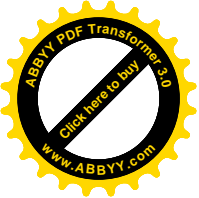
Пусть, имеем систему с 8 условных уравнений .В общем виде коэффициенты нормальных уравнений будут иметь вид.

Таблица 3.6

Коэффициенты нормальных уравнений в общем виде. Внешний диагональный блок				II		II	
1	2	3	4	5	6	7	8
[aa]	[ab]	[ac]	[ad]	[ae]	[af]	[ag]	[ah]
	[bb]	[bc]	[bd]	[be]	[bf]	[bg]	[bh]
		[cc]	[cd]	[ce]	[cf]	[cg]	[ch]
			[dd]	[de]	[df]	[dg]	[dh]
				[ee]	[ef]	[eg]	[eh]
					[ff]	[fg]	[fh]
						[gg]	[gh]
							[hh]
1				1			

Расчет внешних диагональных блоков матрицы коэффициентов нормальных уравнений и весовых функций.

$$A_{4 \times n} \cdot A_{n \times 4}^T = N_{4 \times 4}$$



**Таблица 3.7. Коэффициенты нормальных уравнений первых четырех треугольников для определения коэффициентов весовых функций.**

	$f_{\alpha 78}]^{-1}$	$f_{\beta 78}]$	$F_{\chi 8}]$	$F_{\gamma 8}]$
$[f_{\alpha}$	5	-1.283	-5.796	-2.803
$[f_{\beta}$		6.096	-0.045	5.765
$[f_{\chi}$			8.014	2.056
$[f_{\gamma}$				6.416

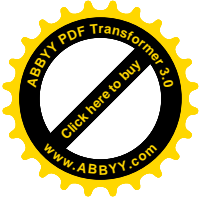
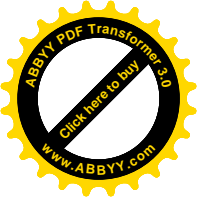
**Таблица 3.8. Коэффициенты нормальных уравнений.**

	A]	B]	C]	D]	=W
[A	8	-1.157	-6.496	-3.137	-2.47
[B		28.555	-0.386	6.202	0.28
[C			8.614	2.105	2.93
[D				6.838	-3.51
K	-0.483500	0.209484	0.228147	-0.995351	

**Таблица 3.9 Решение нормальных уравнений методом квадратных корней.**

	A]	B]	C]	D]	$F_{\alpha 78}$	$F_{\beta 78}$	W=L
[A	8	-1.157	-6.496	-3.137	5	-1.283	2.47
[B		28.555	-0.386	6.202	-1.283	6.069	-0.28
[C			8.614	2.105	-5.796	-0.045	-2.93
[D				6.838	-2.803	5.765	3.51
K	-0.4835	0.2095	0.2281	-0.9554	5	6.096	
$t_{1i}$	2.828	-0.409	-2.297	-1.109	1.768	-0.454	0.873
$t_{2i}$		5.328	-0.249	1.079	-0.105	1.109	0.014
$t_{3i}$			1.810	-0.095	-0.973	-0.451	-0.509
$t_{4i}$				2.106	-0.390	1.910	2.096
K	-0.4835	0.2096	0.2284	-0.9954	$\sqrt{\frac{1}{P_{\alpha}}} = 0.874$	$\sqrt{\frac{1}{P_{\beta}}} = 0.899$	

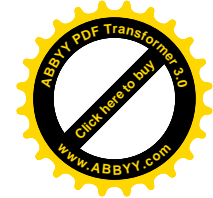
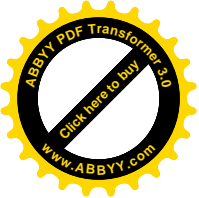
Для оценки точности не будем уменьшать в 10 раз коэффициенты координатных условных уравнений и весовых функций.



**Таблица 3.10 Нахождение значений 1/P<sub>F</sub>**

№тр	№угла	A	B	C	D	F <sub>α78</sub>	F <sub>S78</sub>	F <sub>x78</sub>	F <sub>y78</sub>	w	s	кон-
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
	1											
1	2	1	0.321	-15.8	1.50	1	0.321	-11.7	2.66			
	3	0	0.808	0.79	8.41	0	0.808	-0.80	-11.45			
	4	1	-0.35	-11.2	-11.2	1	-0.35	-5.76	-11.45			
2	5											
	6	1	0.522	-16.8	0.69	1	0.522	-13.0	-3.79			
	7	0	-1.44	-0.26	-14.3	0	-1.43	2.58	-7.71			
3	8	1	-1.05	-10.2	-10.3	1	-1.05	-3.48	-7.44			
	9											
	10											
4	11	-	0.720	3.79	8.74	-1	0.720	-2.43	7.27			
	12	0	1.11	-4.44	7.44	0	1.121	-6.66	2.07			
	13	0	-0.84	3.32	-5.57							
5	14	-	-0.09	7.00	3.34							
	15											
	16											
6	17	1	0.036	0	0							
	18	0	0.927	0	0							
	23	0	-	0	0							
7	20	1	0	0	0							
	20+26	0	-0.65	0	0							
	21											
	25											
8	26	0	3.85	0	0							
	23+24	0	2.12	0	0							
		8	-1.16	-64.9	-31.3	5	-1.28	-31.6	-27.2	2.47	142	
			28.55	-3.85	62.0	-1.28	6.096	-18.4	36.82	-0.2	108.	
				861.4	210.5	-57.9	-0.45	525.9	253.82	-2.9	1721	
					683.7	-28.0	57.64	-40.8	472.8	-3.5	1390	
			-0.41		∑ff	5	6.069	411.290	409.3			
				-22.9	-11.0	1.768	-0.45	-11.17	-9.64	0.87	-50	-
			5.328	-2.487	10.788	-	1.109	-4.321	0.179	0.014	-	-
				18.104	-0.960	-	-	14.279	2.629	0.948	33.579	33.579
					21.059	-	1.911	-4.962	14.331	0.662	32.609	32.609
					0.0314	0.874	0.899	3.564	8.114			





$$\sqrt{\frac{1}{p_\alpha}} \quad \sqrt{\frac{1}{p_s}} \quad \sqrt{\frac{1}{p_x}} \quad \sqrt{\frac{1}{p_y}}$$

Таким образом для разработанной теории сгущения опорных сетей методом несплошных наблюдений триангуляции:

-СКП дирекционного угла  $m_{\alpha 76} = \mu \sqrt{\frac{1}{P_{F_\alpha}}} = 1,16 \cdot 0,84 = 1,01''$

-СКП стороны  $m_{S76} = \mu \sqrt{\frac{1}{P_S}} = 1,16 \cdot 0,899 = 1,041$

$$m_{78} = 1,04(6219,637/206265) = 0,031 \text{ м}$$

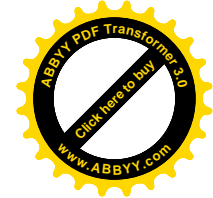
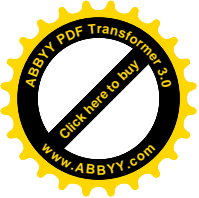
-СКП координат  $m_{X8} = \mu \sqrt{\frac{1}{P_X}} = 1,16 \cdot 3,564 = 4,134$

$$m_{x8} = 4.136/206.265 = 0.046 \text{ м}$$

$$m_{y8} = \mu \sqrt{\frac{1}{P_Y}} = 1,16 \cdot 8,114 = 9,412$$

И

$$m_{y8} = 9,412/206,265 = 0,046 \text{ м.}$$



$$M_{XY} = \sqrt{m_x^2 + m_y^2} = 0,050 \text{ м.}$$

Дадим сравнительный анализ традиционного метода триангуляции  
Данные взяты на основе таблицы 3.11.

Средняя квадратическая погрешность дирекционного угла  $m_{\alpha 78}$

$$m_{\alpha 76} = \mu \sqrt{\frac{1}{P_{\alpha}}} = 1,2 \cdot 0,672 = 0,81''$$

Средняя квадратическая погрешность стороны  $m_{78}$

$$m_{\alpha 76} = \mu \sqrt{\frac{1}{P_s}} = 1,2 \cdot 0,676 = 0,81''$$

$$m_{78} = 0,81(6219,637/206265) = 0,024 \text{ м.}$$

Средняя квадратическая погрешность координат:

$$m_{x8} = \mu \sqrt{\frac{1}{P_x}} = 1,2 \cdot 3,837 = 4,604$$

$$m_{x8} = 4,604/206.265 = 0,023 \text{ м}$$

$$m_{y8} = \mu \sqrt{\frac{1}{P_y}} = 1,2 \cdot 10,472 = 12,57$$

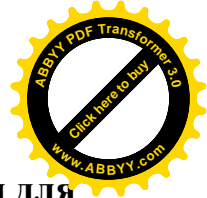
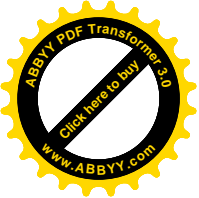


1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
	25	0,500	-2,908	0	0								
	26	0,500	2,939	0	0								
		-2	-2,843	-0,500	-0,811	0	0	0	0	0	0	1,057	1,097
			19,559	-0,700	-1,437	0	0	0	0	0	0	-15,566	30,145
				4,750	-0,267	34,487	-14,823	2,667	-0,328	-17,608	-5,542	-0,521	-67,359
					5,005	-1,675	27,829	-0,328	2,471	-7,873	9,386	-0,943	33,243
						450,126	87,708	-30,927	-1,455	281,329	55,557	-0,950	805,266
							323,146	-10,74	24,151	-23,744	83,829	6,479	503,835
						$\sum ff$	2,667	2,471	212,996	139,336			
		1,414	-2,010	-0,354	-0,573	0	0	0	0	0	0	0,747	-0,776
			3,939	-0,358	-0,657	0	0	0	0	0	0	4,332	7,256
				-2,120	-0,332	-16,264	-6990	1,258	-0,155	-8,304	-2,614	0,610	-30,670
					2,033	-3,479	12,544	0,044	1,190	-5,228	4,189	2,174	13,466
						13,172	1,341	-0,783	0,012	9,724	2,096	1,255	26,818
							10,730	-0,135	0,757	-2,726	0,950	-1,697	7,882

**Таблица 3.12 Расчет уравновешенных координат по ходовой линии для ряда несплошных наблюдений триангуляции.**

№п-та	№углов	+ле в -пр	Углы пере- дачи	Дирекцион- ные углы	стороны	X	Y	№п-та
1				156°16'57,66"				1
2	∠2	+	43°45'13,27"	20°02'10,93"	7826,587	5701539,29	8404321,15	2
5	∠5	-	47°07'35,03"	152°54'35,90"	736,156	5708892,176	8407002,668	5
6	∠8	+	67°27'45,69"	40°22'21,59"	5437,695	5702338,598	8410354,867	6
7	∠(11+14)	-	99°32'46,84"	120°49'34,75"	7734,779	5706481,292	8413877,169	7
3	∠(17+20)	+	84°25'58,54"	25°15'33,29"		5702517,702	8420519,214	3
4				25°15'33,29"				4
				$W_{\alpha}=0$		5702517,70	8420519,25	

$$W_X = 2\text{Г} \quad W_Y = -36\text{мм}$$



**Таблица 3.13 Расчет уравновешенных координат по ходовой линии для ряда триангуляции**

№п-та	№ уг-лов	+лев-пр	Углы пере-дачи	Дирекцион-ные углы	стороны	X	Y	№п-та
1				156°16'57,66"				1
2	2	+	43°45'12,8"	20°02'10,46"	7826,587	57011539,29	8404321,15	2
5	5	-	47°07'32,7"	152°54'37,76"	7361,15	5708892,18	8407002,65	5
6	8	+	67°27'44,2"	40°22'21,96"	5437,76	5702338,58	8410354,78	6
7	11+14	-	99°32'47,5"	120°49'34,46"	7734,84	5706481,32	8413877,13	7
3	17+20	+	84°25'58,9"	25°15'33,36"		5702517,71	8420519,23	3
4				25°15'33,29"				4
				$W_{\alpha}=+0,07$		5702517,70	84205119,25	

$$W_X'=10\text{мм} \quad W_Y'=-20\text{мм}$$

**Таблица 3.14 Сравнительная характеристика уравновешенных координат ряда сплошных и несплошных наблюдений.**

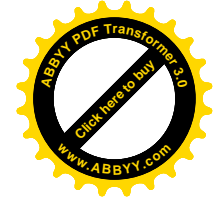
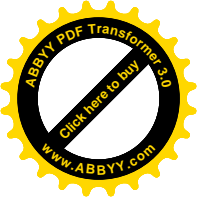
№пп	$X_{ис}$	$X_c$	$\delta X$ (см.)	№пп	$Y_{ис}$	$Y_c$	$\delta Y$ (см.)
5	5708892,18	5708892,18	0	5	8407002,67	8407002,65	2
6	5702338,60	5702338,58	2	6	8410354,87	8410354,78	9
7	5706481,29	5706481,32	-3	7	8413877,17	8413877,13	4
8	5700542,22	5700542,17	5	8	8415724,16	8415724,11	5
9	5708087,54	5708087,62	-8	9	8418981,70	8418981,66	4
10	5706521,81	5706521,83	-1	10	8423960,12	8423960,12	0

$$\sum \delta x \delta x = 103$$

$$\sum \delta y \delta y = 142$$

Средняя квадратическая погрешность координат:

$$m_x = \sqrt{\frac{[\delta x \delta x]}{n-1}} = \sqrt{\frac{103}{5}} = 4,5\text{см.}$$



$$m_x = \sqrt{\frac{[\delta y \delta y]}{n-1}} = \sqrt{\frac{142}{5}} = 5,3 \text{ см.}$$

Средняя квадратическая погрешность планового положения пункта:

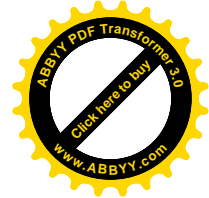
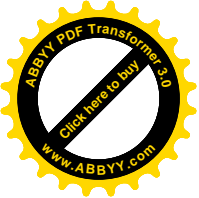
$$M_{X,Y} = \sqrt{m_X^2 + m_Y^2} = \sqrt{4.5^2 + 5.3^2} = 6,95 \text{ см}$$

**Таблица 3.15 Сравнительная таблица расчета уравновешенных координат ряда несплошных наблюдений, рассчитанный по разным сторонам**

№пп	X <sub>ис</sub>	X' <sub>с</sub>	δX (см)	№пп	Y <sub>ис</sub>	Y <sub>с</sub>	δY (см)
1	2	3	4	1	2	3	4
1	2	3	4		5	6	7
6	5702338,60	5702338,60	0	1	8410354,87	8410354,87	0
7	5706481,30	5706481,30	0	2	8413877,17	8413877,22	-5
8	5700542,22	5700542,23	-1	3	8415724,14	8415724,17	-3
9	5708087,53	5708087,54	-1	4	8418981,73	8418981,68	5
10	5706521,80	5706521,83	-3	5	8423960,12	8423960,11	1

**Таблица 3.16 Сравнительная таблица расчета уравновешенных координат ряда сплошных наблюдений, рассчитанный по разным сторонам.**

№пп	X <sub>ис</sub>	X' <sub>с</sub>	δX (см)	№пп	X <sub>ис</sub>	Y' <sub>с</sub>	δY (см)
5	5708892,18	5708892,17	1	5	8407002,65	8407002,65	0
6	5702332,57	5702332,58	-1	6	8410354,79	8410354,78	1
7	5706481,31	5706481,31	0	7	8413877,14	8413877,15	-1
8	5700542,17	5700542,17	0	8	8415724,11	8415724,11	0
9	5708087,59	5708087,65	-6	9	8418981,68	8418981,63	5
10	5706521,83	5706521,83	0	10	8423960,13	8423960,11	2



$$\mu = \sqrt{\frac{[vv]}{r}} = \sqrt{\frac{5.42}{4}} = 1.16''$$

В ряде триангуляции было получено  $\mu=1,2''$

СКП дирекционного угла:

$$m_{\alpha_{78}} = \mu \sqrt{\frac{1}{P_{\alpha_{78}}}} = 1.16 \cdot 0.87 = 1.01''$$

В триангуляции  $m_{\alpha_{78}}=0.8''$

СКП стороны:

$$m_{s_{78}} = \mu \sqrt{\frac{1}{P_{s_{78}}}} = 1.16 \cdot 0.90 = 1.04''$$

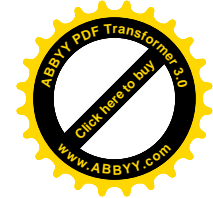
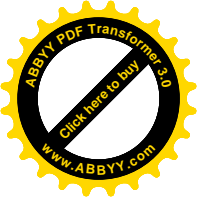
$$\text{или } m_{s_{78}} = 1.04 \frac{6219.637}{206265} = 0.031 \text{ м}$$

В триангуляции  $m_{\alpha_{78}}=0.02\text{м}$  и расчет был выполнен от второго базиса по второй функции.

Рассчитаем погрешность взаимного положения пунктов 7 и 8 по формуле:

$$m_S^2 = S_{78}^2 \frac{m_{\alpha_{78}}^2}{\rho^2} + m_{s_{78}}^2 \quad (3.4.1)$$

и для ряда триангуляции



$$m_S = \sqrt{6219637^2 \frac{0.8^2}{206265^2} + 20^2} = 36 \text{ мм}$$

Для ряда несплошных наблюдений

$$m_S = \sqrt{6219637^2 \frac{1,01^2}{206265^2} + 31^2} = 43 \text{ мм}$$

### 3.5. Расчет уравновешенных сторон и координат

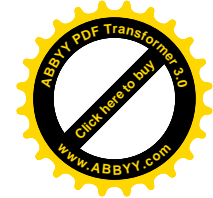
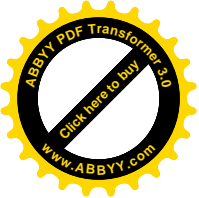
#### Оценка точности

**Таблица 3.17. Расчет уравновешенных координат по ходовой линии для ряда несплошных наблюдений триангуляции.**

№ п-та	№ углов	+лев -пр	Углы передачи	Дирекционные углы	стороны	X	Y	№п-та
1				156°16'57,66"				1
2	∠2	+	43°45'13,27"	20°02'10,93"	7826,587	5701539,29	8404321,15	2
5	∠5	-	47°07'35,03"	152°54'35,90"	736,156	5708892,176	8407002,668	5
6	∠8	+	67°27'45,69"	40°22'2159"	5437,695	5702338,598	8410354,867	6
7	∠ (11+14)	-	99°32'46,84"	120°49'34,75"	7734,779	5706481,292	8413877,169	7
3	∠ (17+20)	+	84°25'58,54"	25°15'33,29"		5702517,702	8420519,214	3
4				25°15'33,29"				4
				W <sub>α</sub> =0		5702517,70	8420519,25	

$$W_X' = 2 \text{ мм} \quad W_Y' = -36 \text{ мм}$$





**Таблица 3.18. Расчет уравновешенных координат по ходовой линии для ряда триангуляции**

№п-та	№ уг-лов	+ле в -пр	Углы пе- редачи	Дирекцион- ные углы	стороны	X	Y	№п- та
1				156°16'57,66"				1
2	2	+	43°45'12,8"	20°02'10,46"	7826,587	57011539,29	8404321,15	2
5	5	-	47°07'32,7"	152°54'37,76"	7361,15	5708892,18	8407002,65	5
6	8	+	67°27'44,2"	40°22'21,96"	5437,76	5702338,58	8410354,78	6
7	11+14	-	99°32'47,5"	120°49'34,46"	7734,84	5706481,32	8413877,13	7
3	17+20	+	84°25'58,9"	25°15'33,36"		5702517,71	8420519,23	3
4				25°15'33,29"				4
				$W_{\alpha}=+0,07$		5702517,70	84205119,25	

$$W_X'=10\text{мм} \quad W_Y'=-20\text{мм}$$

**Таблица 3.19. Сравнительная характеристика уравновешенных координат ряда сплошных и несплошных наблюдений.**

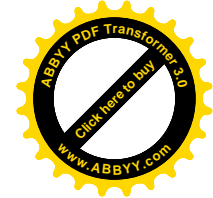
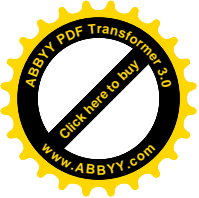
№пп	$X_{ис}$	$X_c$	$\delta X$ (см)	№пп	$Y_{ис}$	$Y_c$	$\delta Y$ (см)
5	5708892,18	5708892,18	0	5	8407002,67	8407002,65	2
6	5702338,60	5702338,58	2	6	8410354,87	8410354,78	9
7	5706481,29	5706481,32	-3	7	8413877,17	8413877,13	4
8	5700542,22	5700542,17	5	8	8415724,16	8415724,11	5
9	5708087,54	5708087,62	-8	9	8418981,70	8418981,66	4
10	5706521,81	5706521,83	-1	10	8423960,12	8423960,12	0

$$\sum \delta x \delta x = 103$$

$$\sum \delta y \delta y = 142$$

Средняя квадратическая погрешность координат:

$$m_x = \sqrt{\frac{[\delta x \delta x]}{n-1}} = \sqrt{\frac{103}{5}} = 4,5 \text{ см.} \quad m_y = \sqrt{\frac{[\delta y \delta y]}{n-1}} = \sqrt{\frac{142}{5}} = 5,3 \text{ см.}$$



Средняя квадратическая погрешность планового положения пункта:

$$M_{X,Y} = \sqrt{m_X^2 + m_Y^2} = \sqrt{4.5^2 + 5.3^2} = 6,95\text{см}$$

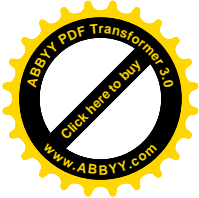
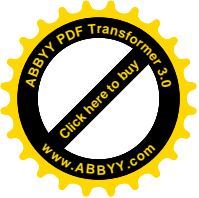
**Таблица 3.20. Сравнительная таблица расчета уравновешенных координат ряда несплошных наблюдений, рассчитанных по разным сторонам.**

№пп	X <sub>ис</sub>	X' <sub>с</sub>	δX (см)	№пп	Y <sub>ис</sub>	Y <sub>с</sub>	δY (см)
1	2	3	4	1	2	3	4
1	2	3	4		5	6	7
6	5702338,60	5702338,60	0		8410354,87	8410354,87	0
7	5706481,30	5706481,30	0		8413877,17	8413877,22	-5
8	5700542,22	5700542,23	-1		8415724,14	8415724,17	-3
9	5708087,53	5708087,54	-1		8418981,73	8418981,68	5
10	5706521,80	5706521,83	-3		8423960,12	8423960,11	1

**Таблица 3.21. Сравнительная таблица расчета уравновешенных координат ряда сплошных наблюдений, рассчитанных по разным сторонам.**

№пп	X <sub>ис</sub>	X' <sub>с</sub>	δX (см)	№пп	X <sub>ис</sub>	Y' <sub>с</sub>	δY (см)
5	5708892,18	5708892,17	1	5	8407002,65	8407002,65	0
6	5702332,57	5702332,58	-1	6	8410354,79	8410354,78	1
7	5706481,31	5706481,31	0	7	8413877,14	8413877,15	-1
8	5700542,17	5700542,17	0	8	8415724,11	8415724,11	0
9	5708087,59	5708087,65	-6	9	8418981,68	8418981,63	5
10	5706521,83	5706521,83	0	10	8423960,13	8423960,11	2

Дадим оценку точности уравновешенных элементов. Средняя квадратическая погрешность единицы веса



$$\mu = \sqrt{\frac{[vv]}{r}} = \sqrt{\frac{5.42}{4}} = 1.16''$$

В ряде триангуляции было получено  $\mu=1,2''$

СКП дирекционного угла :

$$m_{\alpha 78} = \mu \sqrt{\frac{1}{P_{\alpha 78}}} = 1.16 \cdot 0.87 = 1.01''$$

В триангуляции  $m_{\alpha 78}=0.8''$

СКП стороны:

$$m_{s 78} = \mu \sqrt{\frac{1}{P_{s 78}}} = 1.16 \cdot 0.90 = 1.04'' \quad \text{или}$$

$$m_{s 78} = 1.04 \frac{6219.637}{206265} = 0.031 \text{ м}$$

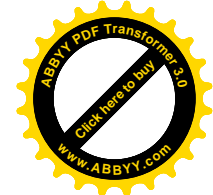
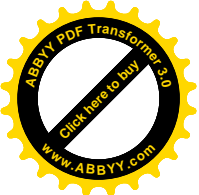
В триангуляции  $m_{\alpha 78}=0.02 \text{ м}$  и расчет был выполнен от второго базиса по второй функции.

Рассчитаем погрешность взаимного положения пунктов 7 и 8 по формуле:

$$m_s^2 = S_{78}^2 \frac{m_{\alpha 78}^2}{\rho^2} + m_{s 78}^2 \quad (3.5.1)$$

и для ряда триангуляции:

$$m_s = \sqrt{6219637^2 \frac{0.8^2}{206265^2} + 20^2} = 36 \text{ мм}$$



Для ряда несплошных наблюдений:

$$m_s = \sqrt{6219637^2 \frac{1,01^2}{206265^2} + 31^2} = 43 \text{ мм}$$

### 3.6. Предварительный расчет точности

Величина обратного веса дирекционного угла для свободного ряда из 8 треугольников.

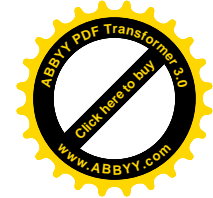
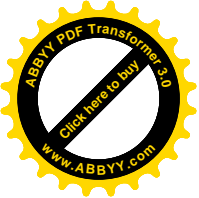
$$\sqrt{\frac{1}{P_{\alpha IC}}} = \sqrt{S} = 2.83$$

Для триангуляции:

$$\sqrt{\frac{1}{P_{\alpha T}}} = \sqrt{4,75} = 2.18$$

Средняя квадратическая погрешность определения дирекционного угла связывающей стороны для свободного ряда.

$$m_{\alpha_{\text{нис}}} = \sqrt{\frac{8}{8}} \mu \sqrt{n} = \mu \sqrt{n} \quad (3.6.1)$$



$$m_{\text{анТ}} = \sqrt{\frac{4.75}{8}} \mu \sqrt{n} = 0.77 \mu \sqrt{n} \quad (3.6.2)$$

Для ряда несплошных наблюдений, который опирается на два исходных дирекционных угла, величина обратного веса слабой стороны будет:

$$\sqrt{\frac{1}{P\alpha_{\text{ис}}}} = \sqrt{5 - 1,768^2} = 1,37$$

а ряды сплошных наблюдений

$$\sqrt{\frac{1}{P\alpha_{\text{T}}}} = \sqrt{2,667 - 1,258^2} = 1,04$$

И средняя квадратическая погрешность слабой стороны в середине ряда

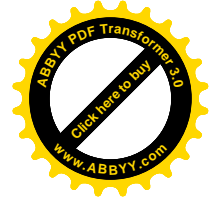
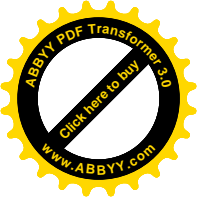
$$m_{\text{анис}} = \sqrt{\frac{1,37^2}{8}} \mu \sqrt{n} = 0,48 \mu \sqrt{n} \quad (3.6.3)$$

$$m_{\text{анТ}} = \sqrt{\frac{1,04^2}{8}} \mu \sqrt{n} = 0,37 \mu \sqrt{n} \quad (3.6.4)$$

где  $n$ -число треугольников в ряде ,

$\mu$ - средняя квадратическая погрешность единицы веса.

Для свободного ряда, который состоит из 8 треугольников, на основе данных таблицы 10 и 11, величина обратного веса связывающей стороны.



$$\sqrt{\frac{1}{P_{Suc}}} = \sqrt{28.555} = 5.34$$

$$\sqrt{\frac{1}{P_{ST}}} = \sqrt{5.005} = 2.24$$

Средняя квадратическая погрешность определения связывающей стороны свободного ряда:

$$m_{\text{Спис}} = \sqrt{\frac{28.555}{8}} \mu \sqrt{n} = 1.89 \mu \sqrt{n} \quad (3.6.5)$$

$$m = \sqrt{\frac{5.005}{8}} \mu \sqrt{n} = 0,79 \mu \sqrt{n} \quad (3.6.6)$$

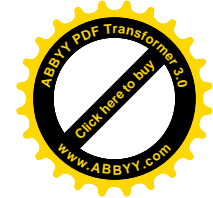
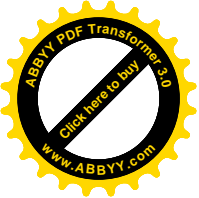
Для ряда, который опирается на две исходных стороны, величина обратного веса слабой стороны будет:

$$\sqrt{\frac{1}{P_{Suc}}} = \sqrt{6.096 - 1.109^2} = 2.20$$

$$\sqrt{\frac{1}{P_{ST}}} = \sqrt{2,471 - 119^2} = 1,03$$

И средняя квадратическая погрешность для ряда из  $n$  треугольников

$$m_{\text{Спис}} = \sqrt{\frac{2.2^2}{8}} \mu \sqrt{n} = 0.78 \mu \sqrt{n} \text{ (сек)} \quad (3.6.7)$$



$$m_{ST} = \sqrt{\frac{1,03^2}{8}} \mu \sqrt{n} = 0,36 \mu \sqrt{n} \text{ (сек)} \quad (3.6.8)$$

Ряд, который опирается на две исходных стороны с известными дирекционными углами из 8 треугольников имеет величину обратного веса дирекционного угла слабой связывающей стороны ряда:

$$\sqrt{\frac{1}{P\alpha_{uc}}} = \sqrt{5 - 1,768^2 - 0,105^2} = 1,36$$

$$\sqrt{\frac{1}{P\alpha_{uc}}} = \sqrt{2,667 - 1,258^2 - 0,044^2} = 1,04$$

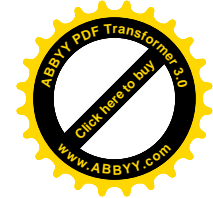
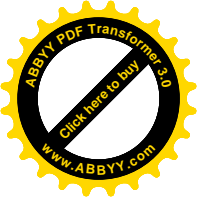
То есть ,формулы справедливы (3.6.3) и (3.6.4)

Для ряда, который опирается на два исходных пункта в начале и два пункта в конце хода:

$$m_{\alpha_{нис}} = \sqrt{\frac{0,874^2}{8}} \mu \sqrt{n} = 0,31 \mu \sqrt{n} \quad (3.6.9)$$

$$m_{\alpha_{Г}} = \sqrt{\frac{0,672^2}{8}} \mu \sqrt{n} = 0,24 \mu \sqrt{n} \quad (3.6.10)$$

$$m_{S_{нис}} = \sqrt{\frac{0,899^2}{8}} \mu \sqrt{n} = 0,32 \mu \sqrt{n} \quad (3.6.11)$$



$$m_{ST} = \sqrt{\frac{0.676^2}{8}} \mu \sqrt{n} = 0,24 \mu \sqrt{n} \quad (3.6.12)$$

$$m_{X_{\text{пис}}} = \sqrt{\frac{3.564^2 / 8}{206.265}} \mu \sqrt{n} = 0.006 \mu \sqrt{n} \text{ (м)} \quad (3.6.13)$$

$$m_{XT} = \sqrt{\frac{3.837^2 / 8}{206.265}} \mu \sqrt{n} = 0,006 \mu \sqrt{n} \text{ (м)} \quad (3.6.14)$$

$$m_{Y_{\text{пис}}} = \sqrt{\frac{8.114^2 / 8}{206.265}} \mu \sqrt{n} = 0.014 \mu \sqrt{n} \text{ (м)} \quad (3.6.15)$$

$$m_{YT} = \sqrt{\frac{10.472^2 / 8}{206.265}} \mu \sqrt{n} = 0.018 \mu \sqrt{n} \text{ (м)} \quad (3.6.16)$$

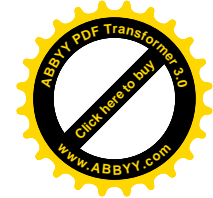
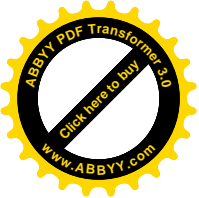
Для свободного ряда:

$$m_{X_{\text{пис}}} = \sqrt{\frac{861.432 / 8}{206.265}} \mu \sqrt{n} = 0.050 \mu \sqrt{n} \text{ (м)} \quad (3.6.17)$$

$$m_{XT} = \sqrt{\frac{450.126 / 8}{206.265}} \mu \sqrt{n} = 0.036 \mu \sqrt{n} \text{ (м)} \quad (3.6.18)$$

$$m_{Y_{\text{пис}}} = \sqrt{\frac{683.79 / 8}{206.265}} \mu \sqrt{n} = 0.045 \mu \sqrt{n} \text{ (м)} \quad (3.6.19)$$





$$m_{\text{ХТ}} = \sqrt{\frac{323.146/8}{206.265}} \mu \sqrt{n} = 0.031 \mu \sqrt{n} \text{ (м)} \quad (3.6.20)$$

Расчеты по данным формулам в сравнении с расчетами по строгим формулам дают погрешность до 12% и целиком могут быть применены для предварительного расчета точности на стадии проектирования триангуляции.

Заметим, что данные приближенные формулы получены на основе исследования одной модели, которая проектируется на данный район работ. И как правило, отклонения от модели бывает незначительным, поэтому данные формулы принимают как рабочие на стадии проектирования.

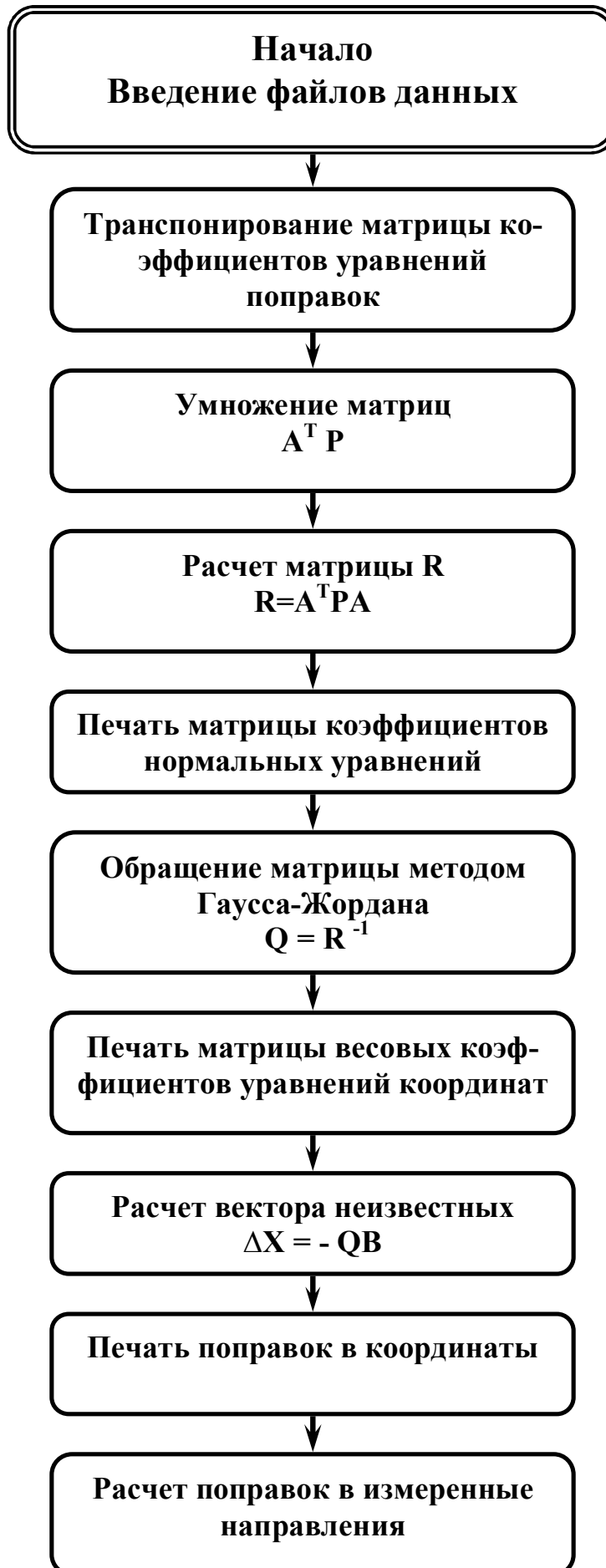
### 3.7. Методика исследования и результаты

Цель данного пункта – дать убедительные доказательства возможности создания сетей несплошных наблюдений триангуляции.

Для сравнительного анализа сетей сплошных и несплошных наблюдений автором составлена программа строго уравнивания сетей параметрическим способом.

Особенностью программы есть возможность работы с отдельными ее блоками. Программа составлена на языке БЕЙСИК. (Версия, совместная с интерпретатором BASIC АІВМ РС). Работа выполнена на персональном компьютере „искра 1030”.

Блок-схема программы проектирования и уравнивания параметрическим способом несвободных геодезических сетей, Ч.11, имеет вид:



Контроль уравнивания

$$V^T P V = B^T \Delta X + L^T P L$$

Печать результатов контроля

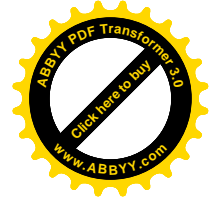
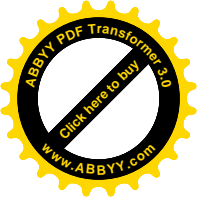
Учет ориентировочных  
поправок по правилу  
Шрейбера

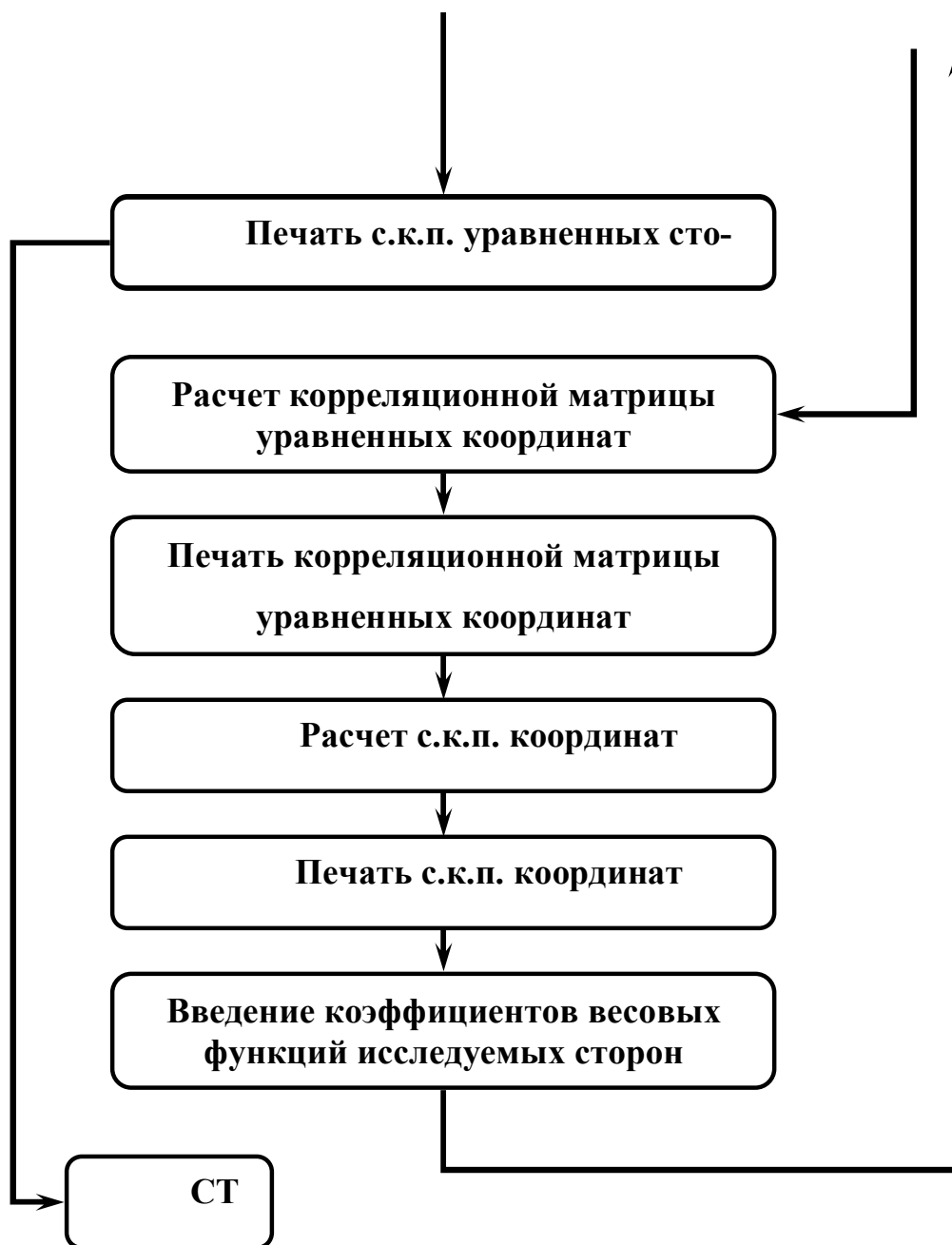
Печать вектора поправок

Расчет с.к.п.  
единицы веса  $\mu$

Печать с.к.п.  
единицы веса  $\mu$

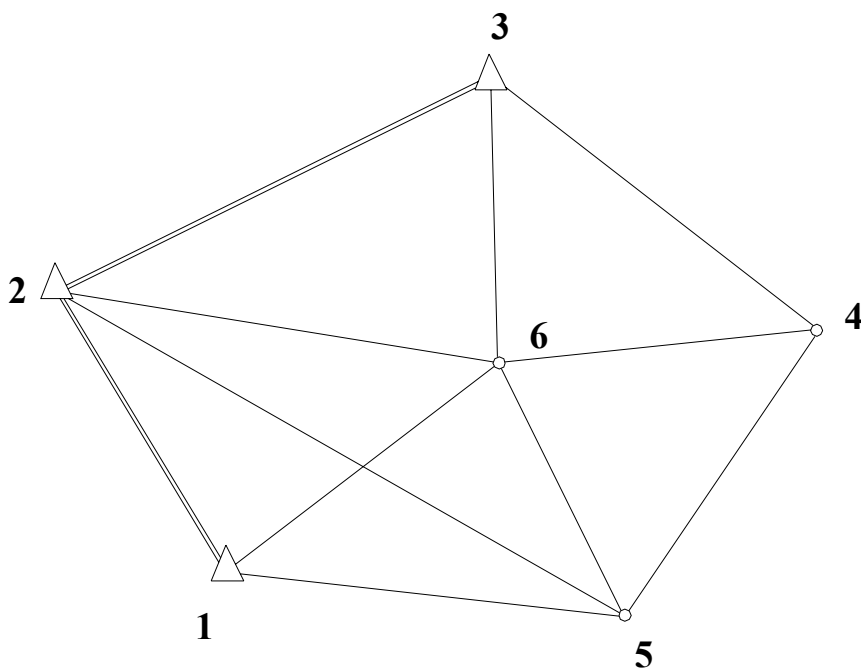
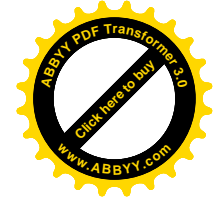
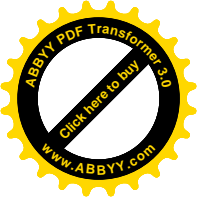
Расчет матрицы обратных весов  
уравнений дирекционных углов





**Рис. 3.12. Блок – схема уравнивания сетей параметрическим способом**

По данной программе уравнивалась геодезическая сеть сплошных наблюдений, приведенная в (119, --с.151 - 178).



**Рис.3.12** Сеть сплошных наблюдений триангуляции

Приведенный в (119, - с.174) обратный вес  $\frac{1}{P_{\alpha_{4-5}}}$  1.056 находится на соответствующем диагональном элементе матрицы обратных весов уравненных дирекционных углов и подчеркнутый, а соответствующая средняя квадратическая погрешность составляет  $m_{\alpha_{4-5}} = 0.675$ .

По уравненным углам и сторонам традиционным способом находились координаты, которые совпали с их уравненными значениями, полученными путем учета поправок.

Расчет координат по уравненным углам с использованием сложных функций, даже при удвоенной точности расчетов заданной на ЭВМ, приводит к расхождению до 3 см.

При этом координаты пунктов 5 и 6 были определены с решения задачи Ганзена, а координаты 4 пункта - по формулам Юнга решения прямых угловых засечек.

Дадим сравнительную таблицу определения уравненных координат, рассчитанных разными способами.

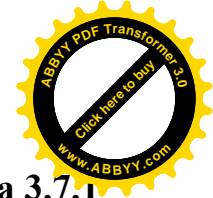
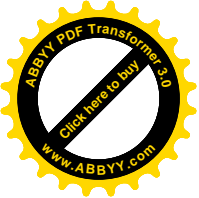


Таблица 3.7.1

№п/п	$X_{пред.}$	$X'_{ТР.}$	$X''_{зас.}$	$X' - X$	$X'' - X$	$Y_{пред.}$	$Y'_{ТР.}$	$Y''_{зас.}$	$Y' - Y$	$Y'' - Y$
4	20662,14	20662,14	20662,14	0	0	9240,10	9240,10	9240,07	0	-0,03
5	10999,81	10999,81	10999,80	0	-0,01	7008,83	7008,83	7008,82	0	-0,01
6	16684,23	16684,23	16684,23	0	0	2249,77	2249,78	2249,77	1	0

В таблице 3.7.1 первые две цифры по оси абсцисс и три - по оси ординат не приводятся.

Таким образом, при расчете координат сложными функциями, контроль правильности уравнивания „сходимостью значений одинаковых координат, рассчитанных разными способами (с. 126, - с.172)” не всегда выполняется.

Не выполнение данного условия говорит про нелинейность функций.

Однако, как будет указано ниже, расхождения координат при контроле можно объяснить влиянием истинных погрешностей измерений, которые при наличии сложных функций проявляют себя.

Далее была уравнена сеть несплошных наблюдений на рис.3.13.

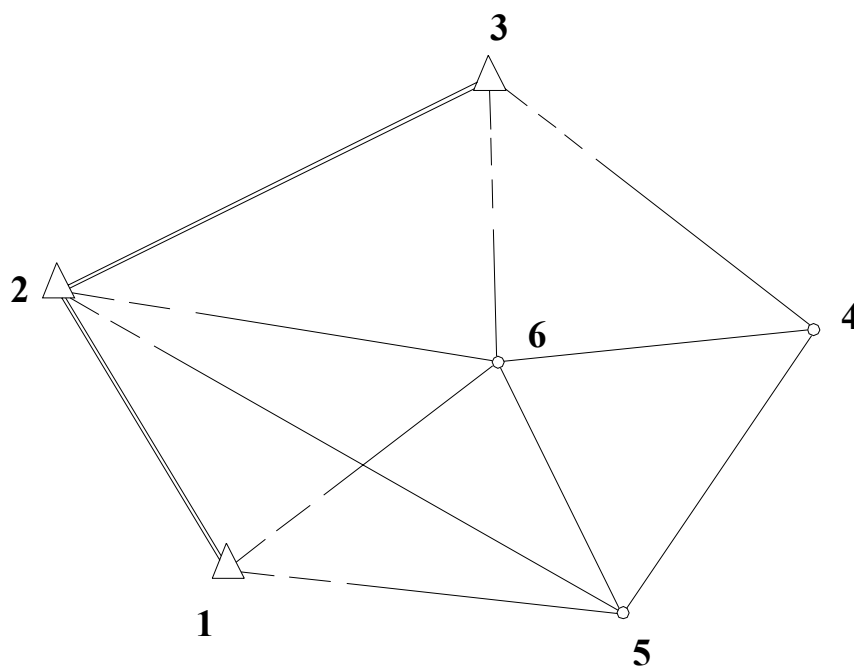
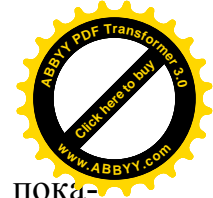
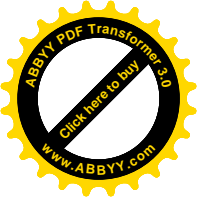


Рис. 3.13 Сеть несплошных наблюдений триангуляции



На рис.3.13 сплошными линиями, переходящими в пунктирные показаны односторонне наблюдаемые направления. Наблюдения направлений выполнены лишь в пунктах 5,6 и 4.

При этом средняя квадратическая  $\mu = 3,00$  погрешность единицы веса.

Корреляционная матрица уравненных координат имеет вид:

$$\begin{bmatrix} -102606 & -27,580 & +82,985 & +58,399 & +58,724 & +9,606 \\ & +9,990 & -24,044 & -14,927 & -16,333 & -2,291 \\ & & +70,199 & +47,444 & +48,364 & +8,125 \\ & & & +34,978 & +33,670 & +6,125 \\ & & & & +34,278 & +5,636 \\ & & & & & +1,566 \end{bmatrix}$$

Диагональные элементы корреляционной матрицы суть дисперсии равноценных координат, выраженные в  $\text{дм}^2$ .

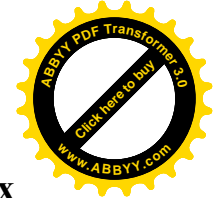
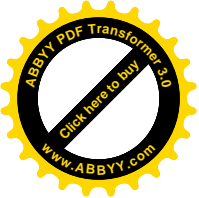
**Таблица 3.7.2 Таблица уравненных координат пунктов.**

№ п/п	$X_{\text{предв.}}$	$\delta x$	$X_{\text{ур}}$	$Y_{\text{предв}}$	$\delta y$	$Y_{\text{ур}}$
4	5920662,18	-1,99	5920660,19	8509240,10	+0,53	8509240,63
5	5910999,84	-1,63	5910998,21	8507008,89	-1,17	8507007,72
6	5916684,25	-1,14	5916683,11	8502249,80	-0,21	8502249,59

**Таблица 3.7.3 Сравнительная таблица средних квадратических погрешностей уравненных координат сплошной и несплошной сети наблюдений.**

№ п/п	$X_{\text{сп}}$	$X'_{\text{нсп}}$	$X'_{\text{нсп}} - X_{\text{сп}}$	$Y_{\text{сп}}$	$Y'_{\text{нсп}}$	$Y'_{\text{нсп}} - Y_{\text{сп}}$
4	5920662,14	5920660,19	-1,95	8509240,10	8509240,63	+0,53
5	5910999,81	5910998,21	-1,60	8507008,83	8507007,72	-1,11
6	5916684,23	5916683,11	-1,12	8502249,77	8502249,59	-0,18





**Таблица 3.7.4 Сравнительная таблица средних квадратических погрешностей уравненных координат сплошной и несплошной сети наблюдений имеет вид:**

№ п/п	$m_{X_{cn}} (м)$	$m_{X_{исп}} (м)$	$m_{Y_{cn}} (м)$	$m_{Y_{исп}} (м)$
4	0,028	1,013	0,029	0,316
5	0,024	0,838	0,029	0,591
6	0,017	0,585	0,014	0,125

На основе данных таблиц 3.7.3, 3.7.4 приходим к выводу, что наблюдения только на пунктах 4, 5 и 6 обеспечивают точность определения координат пунктов порядка 1 метра.

Рассмотрим сеть несплошных наблюдений при выполнении измерений на пунктах 3, 4, 5 и 6.

При этом средняя квадратическая погрешность единицы веса составляет 0,73.

**Таблица 3.7.5 Таблица уравненных координат пунктов сети несплошных наблюдений, выполненных с четырех пунктов.**

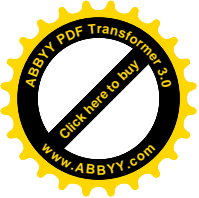
№ п/п	$X_{предв.}$	$\delta x$	$X_{ур.}$	$Y_{предв.}$	$\delta y$	$Y_{ур.}$
4	5920662,18	-0,05	5920662,13	8509240,10	+0,01	8509240,11
5	5910999,84	-0,05	5910999,79	8507008,89	-0,06	8507008,86
6	5916684,25	-0,02	5916684,23	8502249,80	-0,03	8502249,77

**Таблица 3.7.6. Сравнительная таблица координат сплошной и несплошной сети наблюдений**

№ п/п	$X_{cn}$	$X'_{исп}$	$X'_{исп} - X_{cn}$	$Y_{cn}$	$Y'_{исп}$	$Y'_{исп} - Y_{cn}$
4	5920662,14	5920662,13	-0,01	8509240,10	8509240,11	+0,01
5	5910999,81	5910999,79	-0,02	8507008,83	8507008,86	+0,03
6	5916684,23	5916684,23	0	8502249,77	8502249,77	0

**Таблица 3.7.7. Сравнительная таблица точности определения координат**

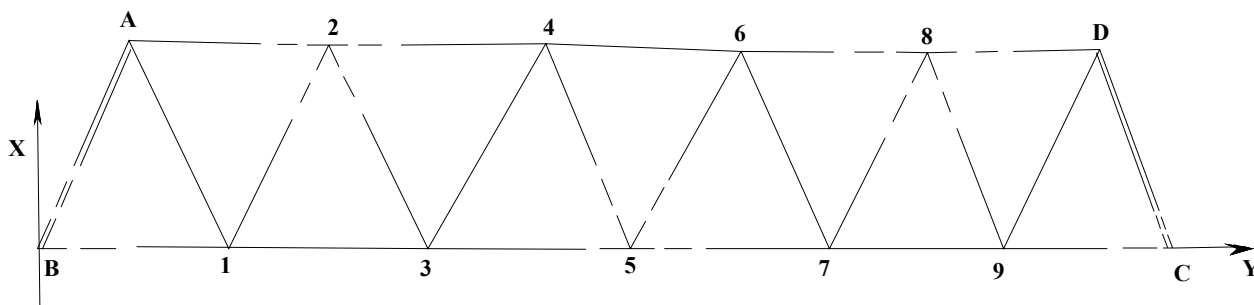
№ п/п	$m_{X_{cn}} (м)$	$m_{X_{исп}} (м)$	$m_{Y_{cn}} (м)$	$m_{Y_{исп}} (м)$
4	0,028	0,040	0,029	0,039
5	0,024	0,049	0,029	0,035
6	0,017	0,028	0,014	0,017



Таким образом, наблюдения на четырех пунктах вместо шести обеспечивает точность определения координат пунктов не ниже 5 см. Дополнительные наблюдения на пунктах 1 и 2 дают незначительное повышение точности.

Поэтому, наблюдение на четырех пунктах полностью решает задачу определения координат с требуемой точностью.

Далее исследования проведены на модели. Построим ряд триангуляции со сторонами, равными 2 км и ориентированный по координатным осям (см. рис. 3.14)

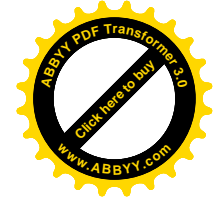
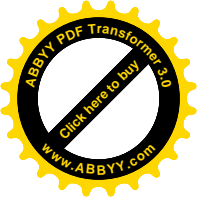


**Рис. 3.14 Несвободный ряд несплошных наблюдений триангуляции**

На ЭВМ были генерированные средние квадратические погрешности углов. Строгое уравнивание проведено параметрическим способом. Получена средняя квадратическая погрешность единицы веса  $\mu = 3",76$ , максимальная средняя квадратическая погрешность определения координат пунктов не превысила 10 см.

В целях исследования точности определения сторон в ряде несплошных наблюдений триангуляции была создана матрица коэффициентов весовой функции уравненных сторон





Матрица обратных весов уравненных сторон имеет вид:

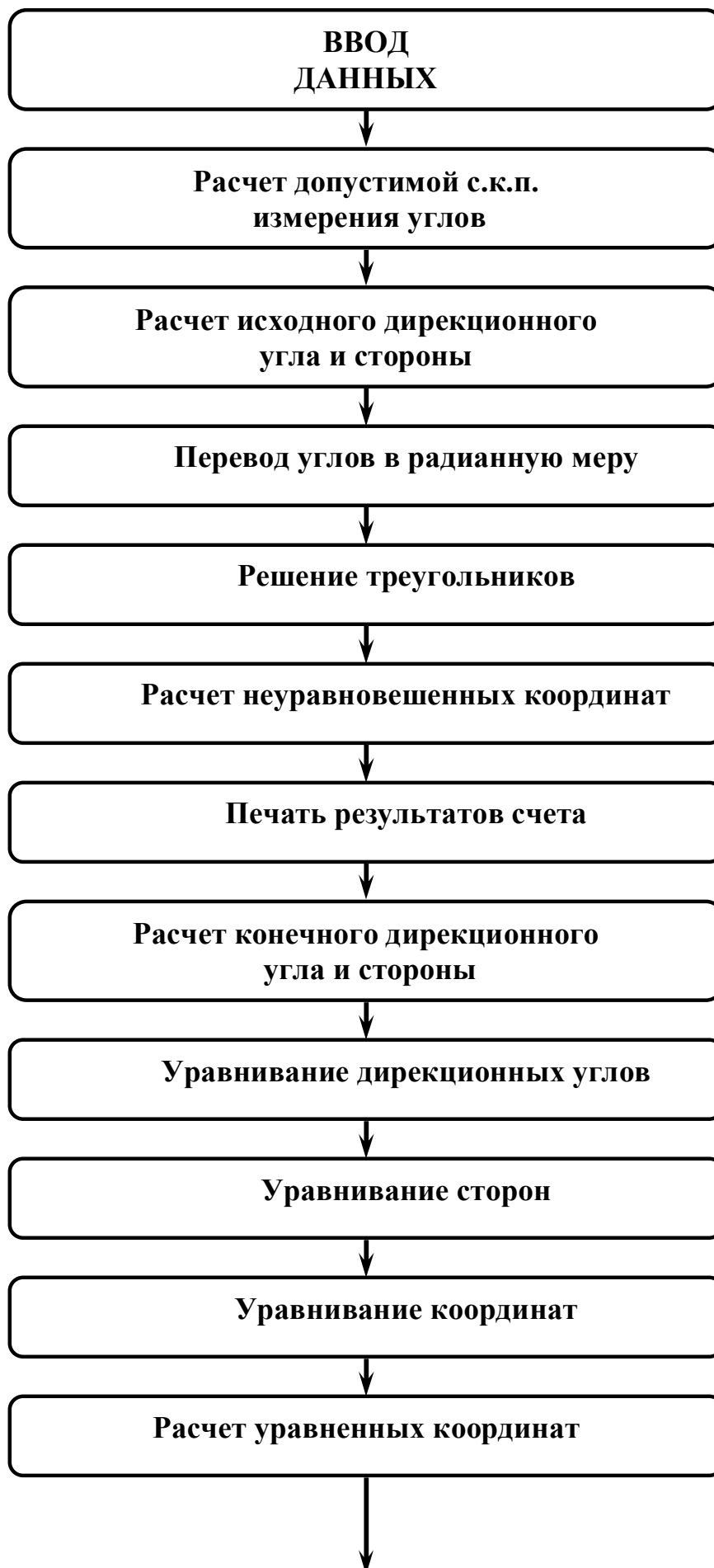
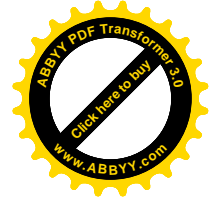
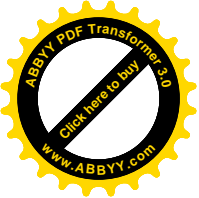
0,011	0,008	0,003	0	0	0,002	-0,001	-0,003	-0,003	-0,003	-0,003	-0,005
	0,009	0,007	0,007	0,007	0,005	0,003	-0,003	-0,006	-0,005	-0,004	-0,005
		0,022	0,025	0,025	0,015	0,007	-0,003	-0,008	-0,008	-0,009	-0,013
			0,053	0,053	0,024	0,004	-0,012	-0,017	-0,015	-0,0016	-0,022
				0,053	0,024	0,004	-0,012	-0,017	-0,015	-0,0016	-0,022
					0,021	0,009	-0,003	-0,008	-0,008	-0,009	-0,013
						0,016	0,010	0	-0,001	-0,005	-0,011
							0,026	0,001	0,001	-0,005	-0,010
								0,025	0,010	0	-0,005
									0,016	0,010	0,007
										0,021	0,022
											0,045

Обратные веса уравненных элементов в таблице 3.7.8

**Таблица 3.7.8**

№ п/п	$\frac{1}{P_L}$	$\frac{1}{P_q}$	$\frac{1}{P_{\alpha_{св}}}$	$\frac{1}{P_{\alpha_{ен}}}$	$\frac{1}{P_{S_{cd}}}$	$\frac{1}{P_{S_{ен}}}$
1	0,011	0,005	0,755	0,513	0,009	0,011
2	0,028	0,006	1,215	0,636	0,722	
3	0,065	0,001	1,702	0,332	0,021	0,053
4	0,073	0,009	0,957	0,795	0,016	
5	0,062	0,009	1,777	1,133		0,026
6	0,070	0	1,353	0,630	0,016	0,025
7	0,051	0,006	0,264	0,479	0,021	
8	0,028	0,012	0,502	0,550		0,045
9	0,11	0,008	1,391	0,218		
10			0,946	1,305		
11				0,846		

Решение треугольников с учетом координат и упрощенное уравновешивание в сетях сплошных и несплошных наблюдений триангуляции выполняет программа „LURTRN”.



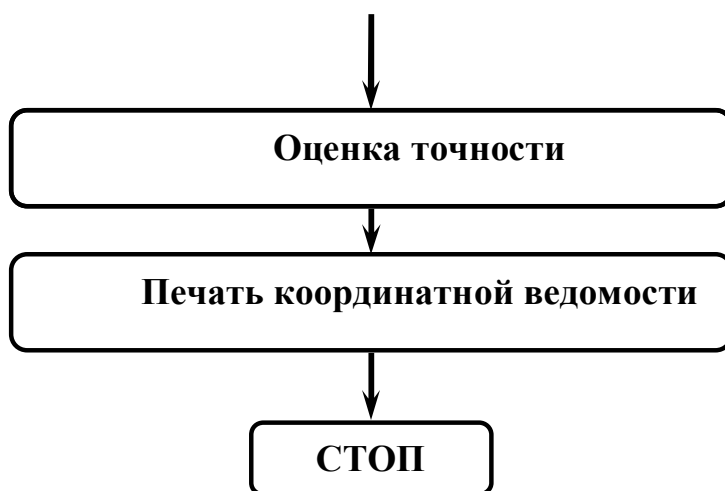
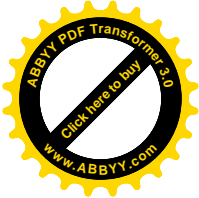
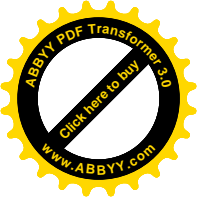


Рис 3.15 Блок – схема уравнивания сетей упрощенным способом.

### 3.8. Оценка точности элементов несвободного ряда несплошных наблюдений триангуляции Сравнительный анализ

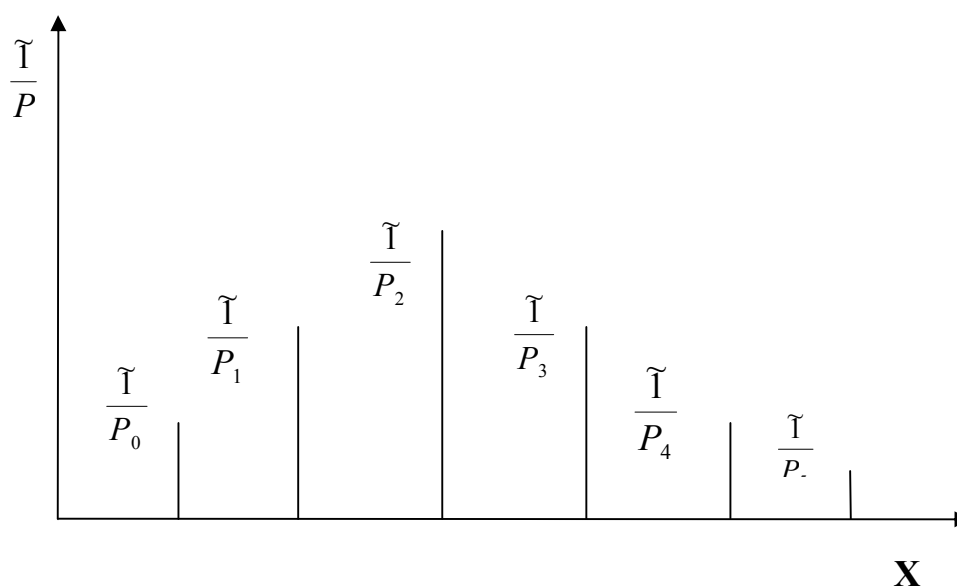
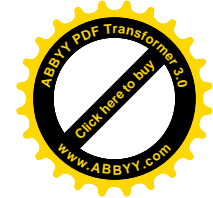
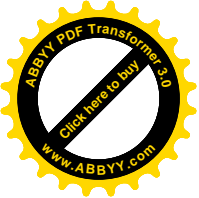
При выполнении исследования данного параграфа использован конспект лекций профессора Ю.М. Неймана, записанный автором на ФПК Миигайк в 1988 году.

Далее возникла необходимость аппроксимации обратных весов уравненных элементов несвободного ряда несплошных наблюдений.

Итак, в результате сравнения имеем регулярную сетку значений (33).

<b>X</b>	<b>0</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>
$\frac{\tilde{I}}{P}$	$\frac{\tilde{I}}{P_0}$	$\frac{\tilde{I}}{P_1}$	$\frac{\tilde{I}}{P_2}$	$\frac{\tilde{I}}{P_3}$	$\frac{\tilde{I}}{P_4}$	$\frac{\tilde{I}}{P_5}$

или в графическом виде:



**Рис. 3.8.1. График представления обратных весов.**

При этом, узлами сети есть номера исследуемых фигур. Как правило, сетка регулярная, то есть все узлы сетки равносторонние.

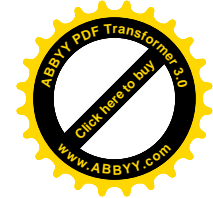
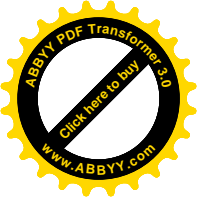
$$x_i - x_{i-1} = const \quad \text{для } i=1,2,3,\dots,n.$$

Заметим, что обратные веса  $\frac{\tilde{\gamma}}{P_i}$  имеют значительные погрешности.

$$\frac{1}{P} = f(x_i) + \Delta i, \quad \text{где } \Delta i \in N(\sigma, \sigma^2) \quad (3.8.1)$$

Необходимо найти аппроксимирующий полином некоторой степени  $K \ll N_k$

$$\varphi_k(x) = a_0 + a_1 X + a_2 X^2 + \dots + a_k X^k \quad (3.8.2)$$



под условием min квадратического критерия.

$$\{a_0, a_1, \dots, a_k\} : \sum_{i=0}^n V_i = \min \quad (3.8.3)$$

$$V_i = \frac{\tilde{I}}{P_i} - \varphi_k(x_i)$$

**Постановка задачи:**

Найти такие коэффициенты многочлена, которые удовлетворили бы (3.8.3).

**Решение задачи:**

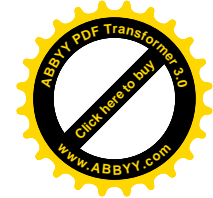
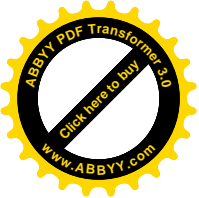
Чтобы решить данную задачу будем действовать по стандартной схеме метода наименьших квадратов.

Составим уравнения поправок

$$\varphi(x_i) - \frac{\tilde{I}}{P_i} = V_i, \text{ где } i=1,2,3,\dots,n$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a_0 + a_1 x_0 + a_2 x_0^2 + \dots + a_k x_0^k - \frac{\tilde{I}}{P_0} = V_0 \\ a_0 + a_1 x_1 + a_2 x_1^2 + \dots + a_k x_1^k - \frac{\tilde{I}}{P_1} = V_1 \\ \dots \\ a_0 + a_1 x_n + a_2 x_n^2 + \dots + a_k x_n^k - \frac{\tilde{I}}{P_n} = V_n \end{cases}$$





В матричном виде эта система поправок имеет вид:

$$X_a - \frac{\tilde{1}}{P} = V \quad (3.8.4)$$

где X - матрица известных коэффициентов

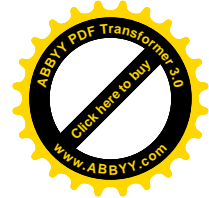
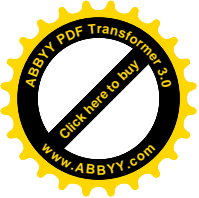
$$X_{n=1,k=1} = \begin{bmatrix} 1 & X_0 & X_0^2 & \dots & X_0^k \\ 1 & X_1 & X_1^2 & \dots & X_1^k \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & X_n & X_n^2 & \dots & X_n^k \end{bmatrix} \quad (3.8.5)$$

a - искомый вектор неизвестных коэффициентов

$$a_{K+1,1} = \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \\ \dots \\ a_k \end{bmatrix} \quad (3.8.6)$$

V- вектор неизвестных поправок.

$$V_{n+1,1} = \begin{bmatrix} V_0 \\ V_1 \\ \dots \\ V_n \end{bmatrix} \quad (3.8.7)$$



$\frac{\tilde{\Gamma}}{P_i}$  известные обратные веса уравненных элементов

$$\frac{\tilde{\Gamma}}{P_{n+1,1}} = \begin{bmatrix} \frac{\tilde{\Gamma}}{P_0} \\ \frac{\tilde{\Gamma}}{P_1} \\ \vdots \\ \frac{\tilde{\Gamma}}{P_n} \end{bmatrix} \quad (3.8.8)$$

При решении необходимо обеспечить условие (3.8.3), которое в матричном виде имеет вид:

$$V^T V = \min \quad (2.3.9)$$

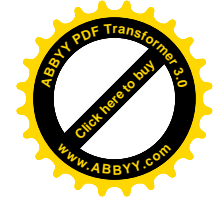
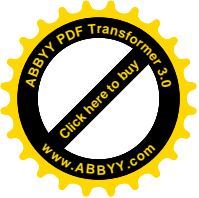
$$V^T = (V_0 V_1 \dots V_n)^T \quad (2.3.10)$$

Согласно (2.3.4) запишем

$$V^T V = \left( X_a - \frac{\tilde{\Gamma}}{P} \right)^T \left( X_a - \frac{\tilde{\Gamma}}{P} \right) = \left( a^T X^T - \frac{\tilde{\Gamma}^T}{P} \right) \left( X_a - \frac{\tilde{\Gamma}}{P} \right),$$

или

$$V^T V = a^T X^T X a - a^T X^T \frac{\tilde{\Gamma}}{P} - \frac{\tilde{\Gamma}^T}{P} X a + \frac{\tilde{\Gamma}^T}{P} \frac{1}{P};$$



$$V^T V = a^T X^T X a - 2a^T X^T \frac{\tilde{\Gamma}}{P} + \frac{\tilde{\Gamma}^T}{P} \frac{1}{P} \quad (3.8.11)$$

Для нахождения  $\min$  этого выражения продифференцируем по наименьшему коэффициенту  $a$  и эту производную приравняем к нулю:

$$\frac{d(V^T V)}{da} = 0 \Leftrightarrow 2X^T X a - 2X^T \frac{\tilde{\Gamma}}{P} = 0,$$

или

$$(X^T X)a = X^T \frac{\tilde{\Gamma}}{P} \quad (3.8.12)$$

Выражение (3.8.12) есть системой нормальных уравнений. Решая систему (3.8.12), получим:

$$\hat{a} = (X^T X)^{-1} X^T \frac{\tilde{\Gamma}}{P}, \quad (3.8.13)$$

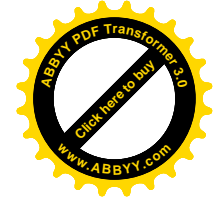
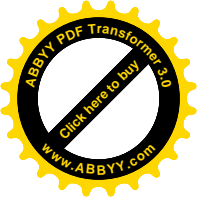
$\hat{a}$  – вектор конкретных значений неизвестных коэффициентов. Оценка точности выполняется по стандартной схеме параметрического способа уравнивания ТМОГВ.

В дальнейшем с найденным коэффициентом  $\hat{a}$  высчитываются поправки  $V_i$

$$V_i = \hat{a}_0 + \hat{a}_1 X_i + \hat{a}_2 X_i^2 + \dots + \hat{a}_k X_i - \frac{\tilde{\Gamma}}{P_i} \quad (3.8.14)$$

потом складывается квадратичная форма:

$$\Phi = V^T V$$



и подсчитывается средняя квадратическая погрешность единицы веса

$$m = \left( \frac{V^t V}{n - k} \right)^{1/2} \quad (3.8.15)$$

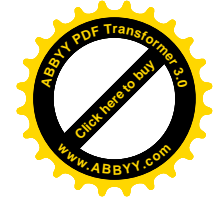
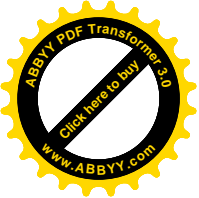
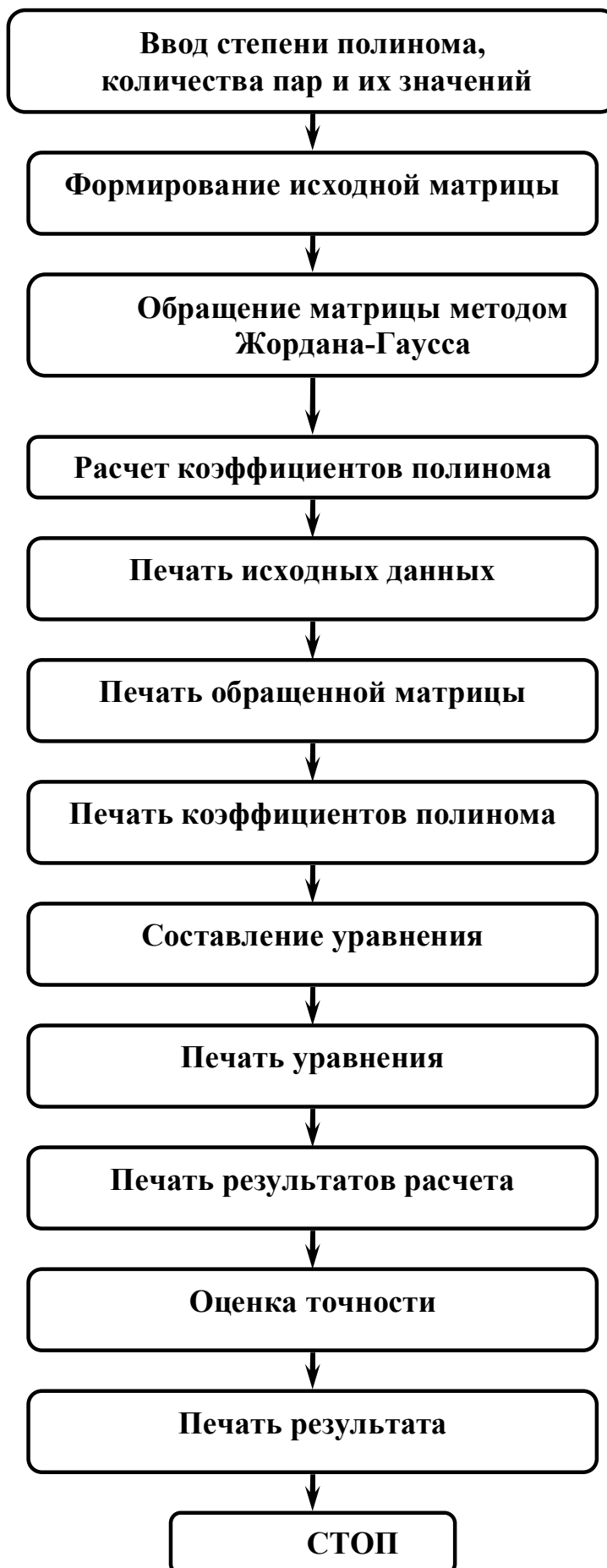
Данная методика полностью совпадает с традиционным методом наименьших квадратов, но владеет одним весомым, с практической точки зрения, недостатком.

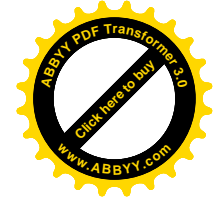
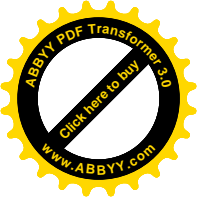
Часто степень аппроксимации полинома  $K$  удобно завышать последовательно, начиная с  $K=1,2,3,\dots$  до тех пор, пока средняя квадратическая погрешность единицы веса не окажется достаточно малой.

Но, при переходе от степени  $K$  к степени  $K+1$  уже найденные коэффициенты  $\hat{a}$ , аппроксимируя многочлены, изменяются и их нужно пересчитать снова.

Указанный недостаток можно обойти, если использовать некоторую модификацию метода наименьших квадратов, а именно методом ортогональных функций.

С учетом вышесказанного аппроксимированы обратные веса уравненных дирекционных углов, сторон и координат.

**БЛОК-СХЕМА ПРОГРАММЫ**



Установлено, что величина обратного веса  $\frac{1}{P_L}$  продольного сдвига несвободного ряда несплошных наблюдений триангуляции рассчитывается по формуле.

$$\frac{1}{P_L} = -0.004n^2 + 0.04n - 0.02 \quad (3.8.16)$$

где  $n$  - количество треугольников ряда.

Обратный вес  $\frac{1}{P_q}$  поперечного сдвига определяют из выражения:

$$\frac{1}{P_q} = 0.0001n^2 - 0.0006n + 0.006 \quad (3.8.17)$$

Аппроксимируя обратный вес  $\frac{1}{P_{\alpha_{св}}}$  дирекционного угла связующей стороны ряда полином второго порядка, получена формула:

$$\frac{1}{P_{\alpha_{св}}} = -0,01n^2 + 0.09n + 1.024 \quad (3.8.18)$$

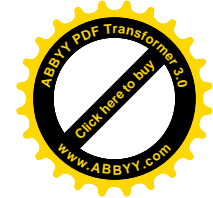
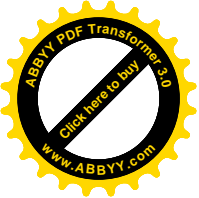
Формула обратного веса дирекционного угла внешней стороны ряда

$$\frac{1}{P_{\alpha_{вн}}}$$

$$\frac{1}{P_{\alpha_{вн}}} = 0,003n^2 - 0.01n + 0.60 \quad (3.8.19)$$

Обратный вес связующей стороны ряда  $\frac{1}{P_{S_{св}}}$  рассчитывают по форму-

ле:



$$\frac{1}{P_{S_{св}}} = -0,0003n^2 + 0.004n + 0.010 \quad (3.8.20)$$

Перерасчет точности определения обратного веса внешней стороны ряда  $\frac{1}{P_{S_{вн}}}$  выполняют из выражения:

$$\frac{1}{P_{S_{вн}}} = -0,0003n^2 + 0.005n + 0.016 \quad (3.8.21)$$

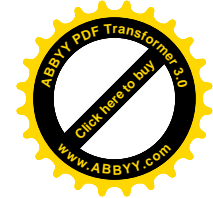
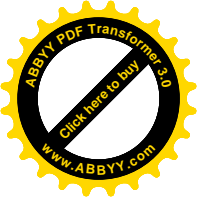
В таблице 3.8.1 представлены урвненные значения координат.

**Таблица 3.8.1**

№ п/п	$X_{предв.}$	$\delta x$	$X_{ур.}$	$Y_{предв.}$	$\delta y$	$Y_{ур.}$
1	999,993	-0,003	999,990	3000,021	-0,034	2999,987
2	2732,053	-0,024	2732,029	3999,975	-0,014	3999,961
3	1000,024	-0,046	999,978	5000,029	-0,067	4999,922
4	2732,081	-0,050	2732,030	6000,021	-0,026	5999,995
5	1000,077	-0,107	999,970	7000,048	-0,032	7000,016
6	2732,123	-0,080	2732,043	8000,052	-0,002	8000,050
7	1000,126	-0,140	999,986	9000,069	-0,014	9000,055
8	2732,139	-0,096	2732,043	10000,000	-0,0440	9999,956
9	1000,194	-0,184	1000,010	10999,990	-0,030	10999,960

**Таблица 3.8.2. Сравнительная таблица определения координат пунктов.**

№ п/п	$X_{ист}$	$X'_{неур}$	$X''_{нестр.ур}$	$X'''_{стр.ур.}$	$X' - X$	$X'' - X$	$X''' - X$
1	1000,000	999,960	999,960	999,990	-0,006	-0,040	-0,010
2	2732,051	2732,053	2732,040	2732,029	+0,002	+0,010	-0,022
3	1000,000	1000,024	999,940	999,978	+0,024	-0,060	-0,022
4	2732,051	2732,081	2732,050	2732,030	-0,021	0	-0,002
5	1000,000	1000,076	999,940	999,970	+0,076	-0,060	-0,030
6	2732,051	2732,122	2732,070	2732,043	+0,071	+0,020	-0,008
7	1000,000	1000,126	999,940	999,986	-0,126	-0,060	-0,014
8	2732,051	2732,137	2732,070	2732,043	+0,086	+0,020	+0,008
9	1000,000	1000,192	999,950	1000,010	+0,192	-0,050	+0,010



## Продолжение таблицы 3.8.2

№ п/п	$Y_{ист}$	$Y'_{неур}$	$Y''_{нестр.ур}$	$Y'''_{стр.ур}$	$Y' - Y$	$Y'' - Y$	$Y''' - Y$
1	3000,000	3000,020	2999,990	2999,987	+0,020	-0,010	-0,013
2	4000,000	3999,975	3999,920	3999,961	-0,025	-0,080	-0,039
3	5000,000	5000,028	4999,960	4999,922	+0,028	-0,040	-0,078
4	6000,000	6000,020	5999,950	5999,995	+0,020	-0,050	0,005
5	7000,000	7000,045	6999,980	7000,016	+0,045	-0,020	+0,016
6	8000,000	8000,049	8000,000	8000,050	+0,049	0	+0,050
7	9000,000	9000,066	9000,050	9000,055	+0,066	+0,050	+0,055
8	10000,000	9999,996	10000,020	9999,956	-0,004	+0,020	-0,044
9	11000,000	10999,980	11000,050	10999,960	-0,020	+0,050	-0,040

На основе данных таблицы 3.8.2 вытекает, что максимальная истинная погрешность поперечного сдвига неуровненного ряда составляет 19,2 см. Наибольший поперечный сдвиг получил пункт 9. Наибольший продольный сдвиг получил пункт 7, что составляет 6,6 см.

При нестрогом уравнивании поперечный сдвиг равный 6 см получили пункты 3,5,7, наибольший продольный сдвиг, равный 8,0 см получил пункт 3.

Таким образом, на основе проведенного исследования видно, что истинные погрешности в ходе строгого уравнивания уменьшились по оси абсцисс приблизительно в 6 раз, по оси ординат уменьшения не состоялось.

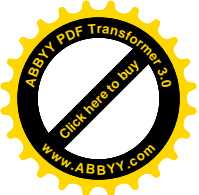
На основе проведенных опытов подтверждается теорема:

**Теорема 1.** *Если наблюдения направлений выполнены с точностью 5" в ряде несплошных наблюдений триангуляции при длине сторон в 2 км и 11 треугольниках в ряде, то истинная погрешность определения координат пунктов не превышает 10 см.*

$$(\forall PT_{11A})(m_H \leq 5''; S = 2\text{км}) \Rightarrow \Delta_{X,y} \in \{0.10_{\text{см}}\} \quad (3.8.22)$$

где  $\forall$  - квантор общности;





$PT_{11A}$  - обозначения несвободного ряда несплошных наблюдений, которое состоит из 11 треугольников.

$\Rightarrow$  - следует (...если...то).

### 3.9. Рекуррентное уравнивание

#### Рациональный принцип создания геодезических сетей

При выполнении исследования данного параграфа использовался конспект лекций профессора Ю. И. Маркузе, записанный автором на ФПК МИИГАИК в 1988 году.

Широкие возможности при исследовании, проектировании и уравнивании геодезических сетей открывают разработанный профессором Ю.И. Маркузе рекуррентный способ уравнивания (6,8,10).

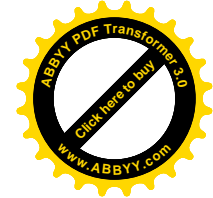
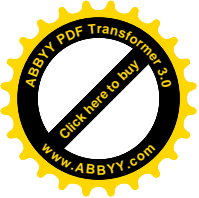
Как оказалось, рекуррентный способ уравнивания разрешает обеспечить концепцию построения геодезических сетей несплошных наблюдений в полной мере.

Сначала строятся сети несплошных наблюдений с минимумом полевых наблюдений, необходимых для контроля определения пунктов и оценки точности.

Выполняется рекуррентное уравнивание сети. Если точность уравненных элементов сети удовлетворяет целевым установкам по созданию данной сети, то на этом процесс построения сети и уравнивания ее заканчивается.

При необходимости вводятся наблюдения на каждом отдельном пункте и сразу же получают уравненные элементы с оценкой точности.

Итак, запишем матрицу коэффициентов уравнений поправок, которая имеет вид:



$$A = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \dots \\ a_n \end{bmatrix}, \quad (3.9.1)$$

где  $a_i$  - строчка соответствующих коэффициентов.

Уравнения поправок будут

$$\mathcal{G}_i = a_i \Delta x_i + l_i \quad (3.9.2)$$

где  $\mathcal{G}_s$  - поправки в измеренные углы;

$a_i$  - коэффициенты уравнений поправок;

$\Delta x_i$  - поправки в координаты;

$l_i$  - свободные члены уравнений поправок.

Для случая независимых измерений матрица коэффициентов нормальных уравнений  $R$  будет:

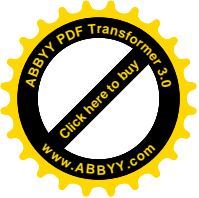
$$R = A^T P A \quad (3.9.3)$$

где  $P$  - диагональная матрица весовых коэффициентов.

В основу рекуррентного способа уравнивания положено выражение:

$$R = \sum_{i=1}^n P_i a_i^T a_i \quad (3.9.4)$$

При использовании выражения (3.9.4) отпадает необходимость в нахождении матрицы (3.9.3), матрицы  $A^T$ , а также, матрицы  $P$ .



Пусть в сети несплошных наблюдений выполнено  $i-1$  измерений и получена обратная матрица:

$$Q_{i-1} = R_{i-1}^{-1}, \quad (3.9.5)$$

вектор неизвестных:

$$X_{i-1}$$

и квадратичная форма:

$$\Phi_{i-1}^{i-1} = [P V V]_{i-1}. \quad (3.9.6)$$

На основе анализа обратной матрицы весовых коэффициентов, оказалось, что один пункт определен с ошибкой, превышающей допуск. Выполнено одно дополнительное  $i$ -е измерение.

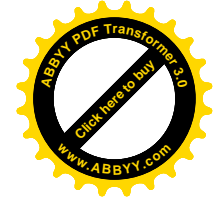
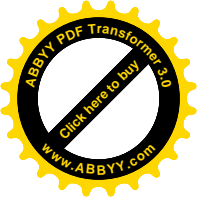
Составлены уравнения поправок:

$$\mathcal{Y}_i = a_i \Delta x + l_i, \quad (3.9.7)$$

с весом  $P_i$ .

Для учета этого нового измерения используем известную из математики лемму об обращении матриц, которая в нашем случае примет вид:

$$Q_i = Q_{i-1} - \frac{1}{q} Z_i^T Z_i, \quad (3.9.8)$$



формула Морисона-Шермана (3.9.8)

$$Z_i^T = Q_{i-1} \alpha_i^T, \quad (3.9.9)$$

$$q_i = \frac{1}{P_i} + a_i Z_i^T, \quad (3.9.10)$$

$$Z_i = a_i Q_{i-1}, \quad (3.9.11)$$

где матрица  $q_i$  - будет обратной матрицы:

$$R_i = R_{i-1} + P_i a_i^T a_i, \quad (3.9.12)$$

В справедливости выражения (3.9.8) можно легко убедиться, проверив равенство:

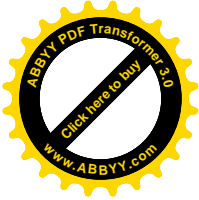
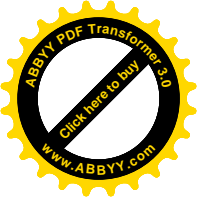
$$Q_i R_i = E, \quad (3.9.13)$$

где  $E$  - единичная матрица.

Искомая неизвестная  $X_i$  при этом будет :

$$X_i = X_{i-1} - \frac{1}{q_i} Z_i^T l_s, \quad (3.9.14)$$

и квадратичная форма:



$$\Phi_i = \Phi_{i-1} + \frac{l_i^2}{q_i} . \quad (3.9.15)$$

Разделив все измерения на два вида - необходимые и избыточные - отметим, что расчет по формуле (3.9.8)  $i$ -го необходимого измерения не меняет уже высчитанный блок  $Q_{i-1}$ , вектор  $X$  и квадратичную форму  $\Phi_{i-1}$ .

При этом матрица  $Q_i$  выходит в результате нескольких арифметических действий, минуя сложный процесс обращения матрицы  $R$ .

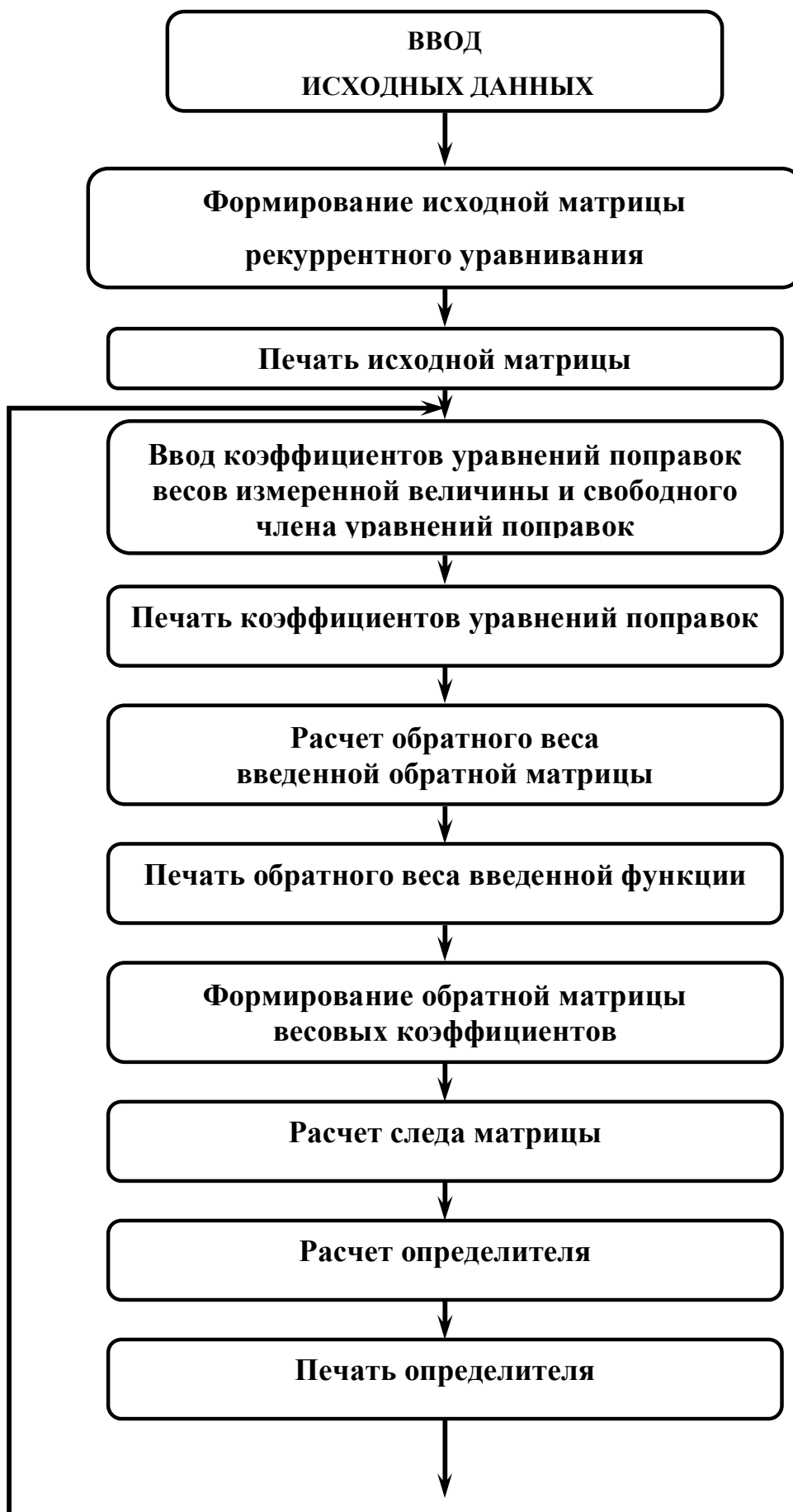
В разработанной автором программе исследования, проектирования и уравнивания геодезических сетей рекуррентным способом, сначала вводится исходная матрица рекуррентного уравнивания в зависимости от вида сетей и их точности и имеет вид:

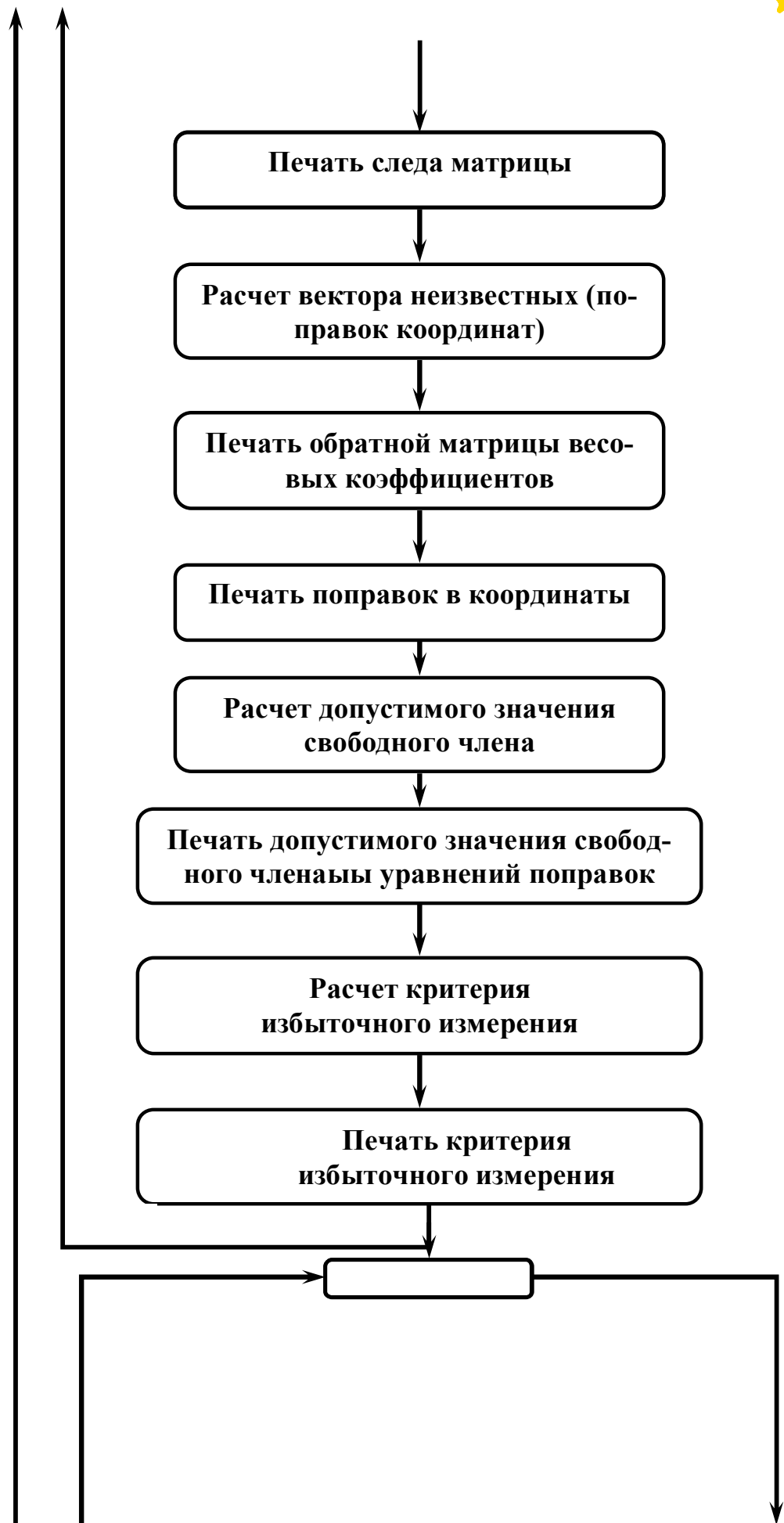
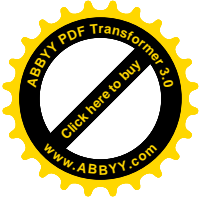
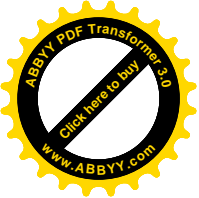
$$Q_0 = 10^m E , \quad (3.9.16)$$

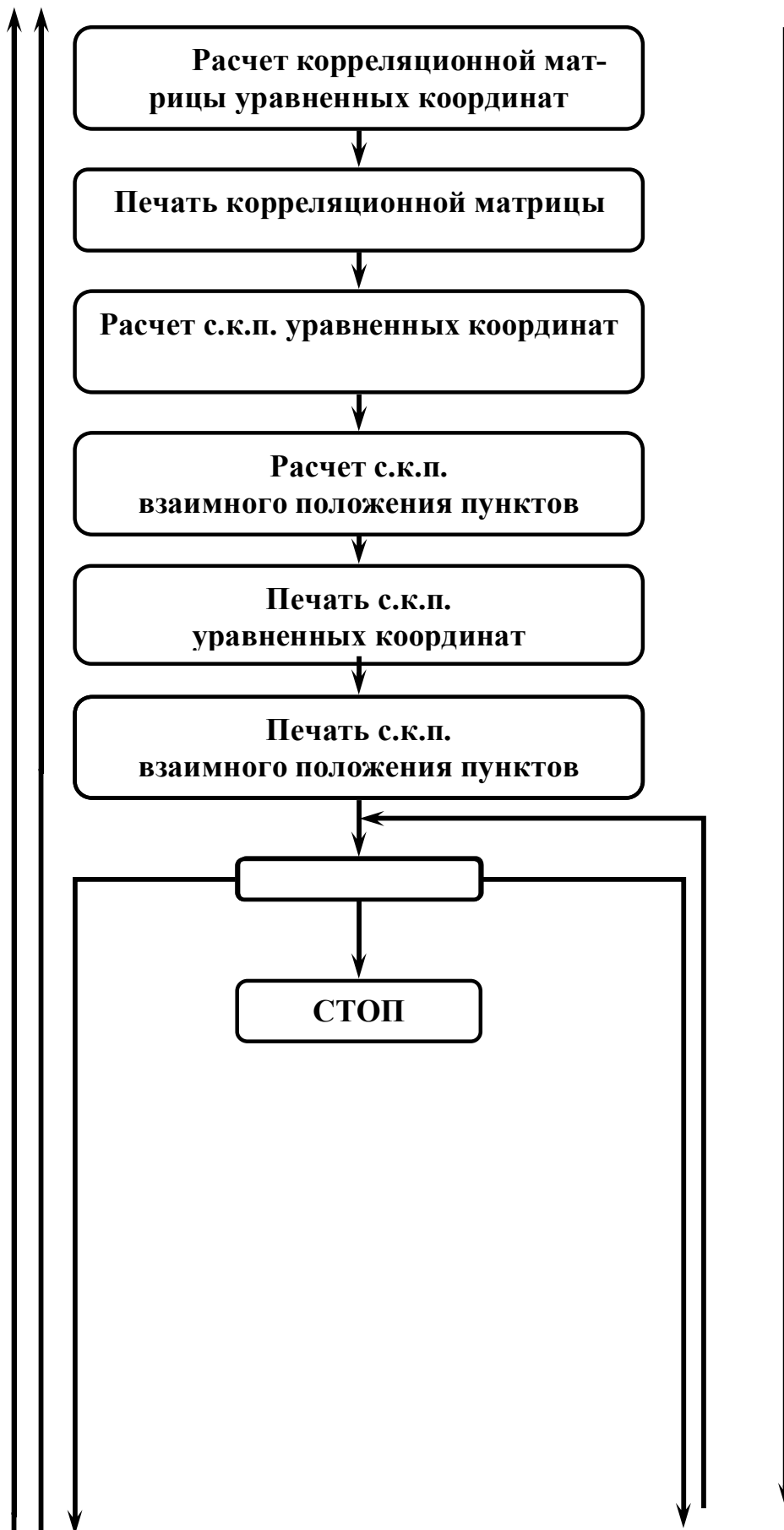
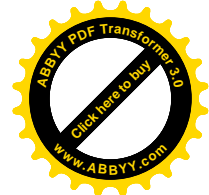
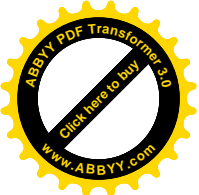
где  $m \gg 0$ .

При этом для сетей триангуляции 1 и 2 классов принято  $m=6$ , для триангуляции 3 класса -  $m=5$ ; 4 класса и триангуляции 1 и 2 разрядов  $m=3$ . В нивелирных сетях и трилатерации принято  $m=5$ .

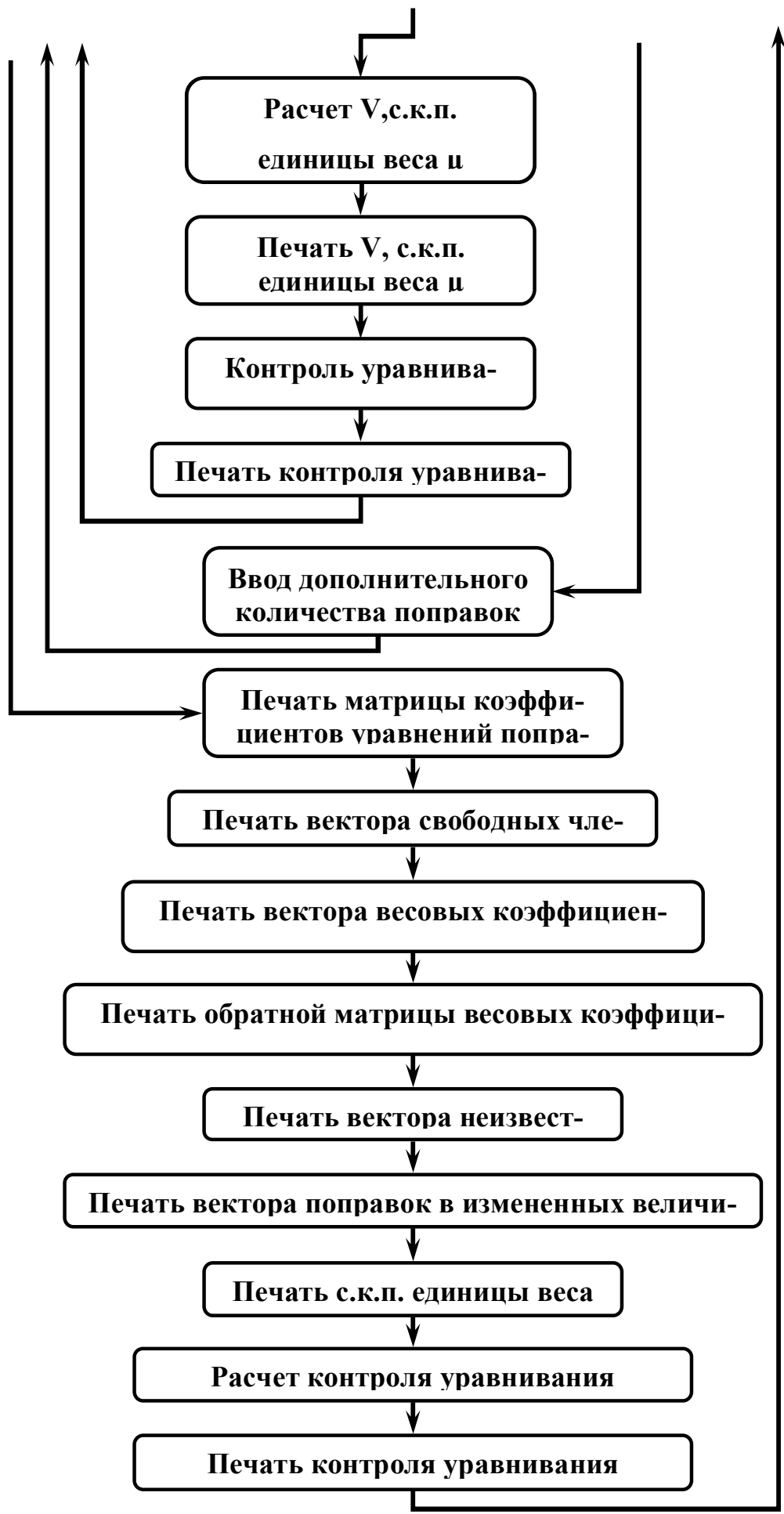
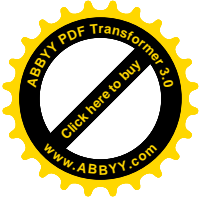
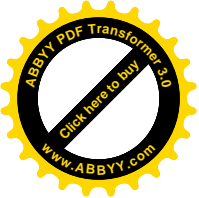
Программа рекуррентного способа уравнивания разработанная автором в данной диссертационной работе, которая относится к концепции создания геодезических сетей несплошных наблюдений.

**БЛОК-СХЕМА ПРОГРАММЫ**

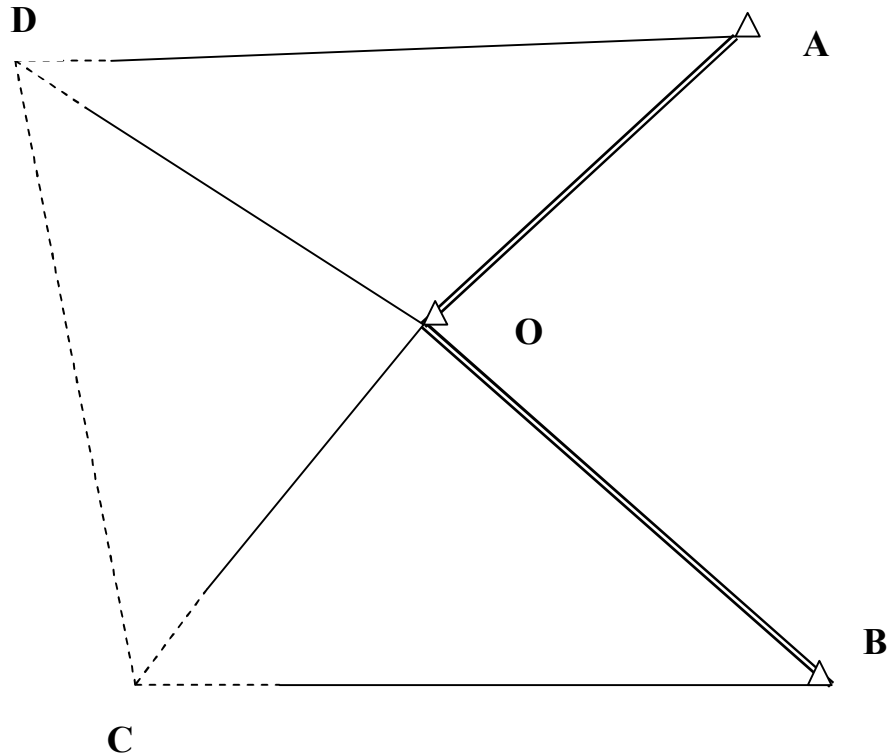








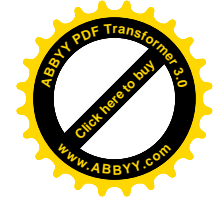
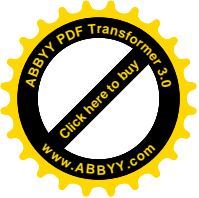
Для примера рассмотрена возможность создания сети несплошных наблюдений за данными, приведенными в (10,-с.196-198).



**Рис. 3.9.2** Геодезическая сеть несплошных наблюдений

Начальные наблюдения выполнены на пунктах А,О,В (см. рис.3.9.2). На стр. 171 приведены результаты рекуррентного уравнивания данной сети. При наблюдениях на четырех пунктах, в результате уравнивания, средняя квадратическая погрешность единицы веса составляет 1,85 , а корреляционная матрица имеет вид:

$$K = \begin{bmatrix} 1,192 & -0,474 & 0,154 & -0,729 \\ & 3,632 & 0,181 & -0,856 \\ & & 4,417 & 6,379 \\ & & & 15,045 \end{bmatrix}$$



## Таблица уравнированных координат пунктов

Таблица 3.9.1

№ п/п	$X_{предв.}$	$\delta x$	$X_{ур.}$	$Y_{предв.}$	$\delta y$	$Y_{ур.}$
<b>D</b>	623,360	+0,012	623,372	-1393,272	-0,006	-1393,278
<b>C</b>	-897,701	-0,044	-897,745	-1488,183	-0,056	-1488,239

Сравнительная таблица координат сплошной и несплошной сети наблюдений:

Таблица 3.9.2

№ п/п	$X_{сп}$	$X'_{нсп}$	$X'_{нсп} - X_{сп}$	$Y_{сп}$	$Y'_{нсп}$	$Y'_{нсп} - Y_{сп}$
<b>D</b>	623,379	623,372	-0,007	-1393,263	-1393,278	-0,015
<b>C</b>	-897,717	-897,745	-0,028	-1488,174	-1488,239	-0,065

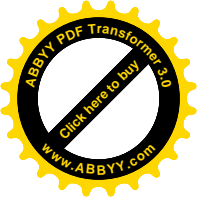
При наблюдениях на четырех пунктах средняя квадратическая погрешность единицы веса составляет 1,"62 , а корреляционная матрица имеет вид :

$$K = \begin{bmatrix} 0,845 & -0,214 & 0,087 & -0,408 \\ & 1,940 & 1,196 & 1,236 \\ & & 1,613 & 1,010 \\ & & & 2,401 \end{bmatrix}$$

## Таблица уравнированных координат пунктов

Таблица 3.9.3

№ п/п	$X_{предв.}$	$\delta x$	$X_{ур.}$	$Y_{предв.}$	$\delta y$	$Y_{ур.}$
<b>D</b>	623,360	+0,010	623,370	-1393,272	-0,007	-1393,279
<b>C</b>	-897,701	-0,033	-897,734	-1488,183	-0,024	-1488,207



Сравнительная таблица координат сплошной и несплошной сети наблюдений:

Таблица 3.9.4

№ п/п	$X_{cn}$	$X'_{ncn}$	$X'_{ncn} - X_{cn}$	$Y_{cn}$	$Y'_{ncn}$	$Y'_{ncn} - Y_{cn}$
<b>D</b>	623,379	623,370	-0,009	-1393,278	-1393,279	-0,001
<b>C</b>	-897,717	-897,734	-0,017	-1488,239	-1488,207	+0,032

Рассмотрим результаты рекуррентного уравнивания сети сплошных наблюдений.

При этом с.к.п. единицы веса составляет 2,94. Корреляционная матрица уравненных координат имеет вид:

$$K_{CIT} = \begin{bmatrix} 2,487 & -0,669 & 0,084 & -2,037 \\ & 3,024 & 1,822 & 2,301 \\ & & 3,805 & 1,667 \\ & & & 5,222 \end{bmatrix}$$

Таблица уравненных координат пунктов

Таблица 3.9.5

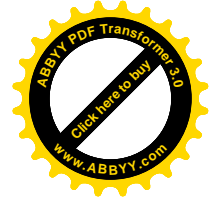
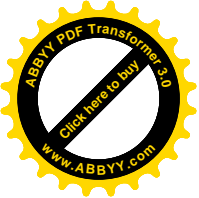
№ п/п	$X_{предв.}$	$\delta x$	$X_{ур.}$	$Y_{предв.}$	$\delta y$	$Y_{ур.}$
<b>D</b>	623,360	+0,019	623,379	-1393,272	+0,009	-1393,263
<b>C</b>	-897,701	-0,016	-897,717	-1488,183	+0,009	-1488,174

На основе вышесказанного сформулируем теорему 2.

**Теорема 2:** *Не для всякой сети несплошных наблюдений уравненные результаты хуже уравненных результатов сплошной сети, т.е.*

$$\neg(\forall L_1)(L_1 \subset L_2) \Rightarrow \mu_1 > \mu_2, \quad (2.4.17)$$

где  $\neg$  - знак отрицания;



$\forall$  - квантор общности;

$L_1$  - вектор свободных членов сети несплошных наблюдений;

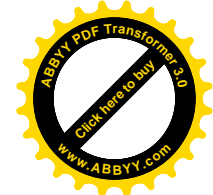
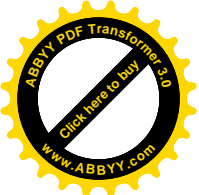
$L_2$  - вектор свободных членов сети сплошных наблюдений;

$\subset$  - знак принадлежности подмножества к множеству;

$\mu_1$  - с.к.п. единицы веса сети несплошных наблюдений;

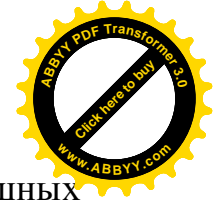
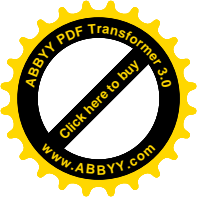
$\mu_2$  - с.к.п. единицы веса сети сплошных наблюдений;

В заключение отметим, что поправки в уравненные углы выведены на печать в зависимости с порядком введенных данных и последовательность введения не отвечает последовательности элементов в векторе поправок.



## ВЫВОДЫ ПО ГЛАВЕ

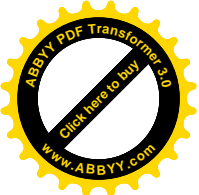
1. Исследована возможность создания геодезических сетей при минимуме полевых измерений.
2. Предложены принципиальные схемы создания геодезических сетей несплошных наблюдений триангуляции.
3. Составлена программа для проектирования, исследования и уравнивания геодезических сетей на ЭВМ „Искра 1030”.
4. Рассмотрена концепция создания геодезических сетей несплошных наблюдений на основе рекуррентного способа уравнивания.
5. Получены формулы оценки точности уравненных элементов несвободного ряда несплошных наблюдений триангуляции.
6. Установлено, что при наблюдении направлений выполненных с точностью  $5''$  в несвободном ряде несплошных наблюдений триангуляции при длине сторон в 2 км и 11 треугольниках в ряде, истинная погрешность определения координат пунктов не превышает 10 см.
7. Не для всякой сети несплошных наблюдений уравненные результаты хуже уравненных результатов сплошной сети.
8. Приведены доказательства возможности создания сетей несплошных наблюдений триангуляции.



Автором предложена концепция построения и сгущения сетей несплошных наблюдений триангуляции, которые не имеют, как правило, условных уравнений фигур, а ряд пунктов закрепляется на конструктивных элементах капитальных сооружений, таких, как шпили соборов, антенны телевизионных передающих станций и т.п. Реализовать данную проблему можно лишь в том случае, когда будет доказано, что данные сети не снижают точность элементов при надежном полевом контроле.

9. Разработана методика полевого контроля двойным расчетом координат пунктов и получены формулы определения допустимого расхождения координат пунктов, стороны и дирекционного угла.
10. Для перехода от сетей триангуляции к сетям несплошных наблюдений предложена и доказана теорема, которая дает возможность строго по методу наименьших квадратов проводить обработку материалов коррелятным способом.
11. На основе данной теоремы находятся обратные веса весовых функций и выполняется оценка точности сетей несплошных наблюдений.
12. Доказано, что учет условий фигур не повышает точности элементов сети.
13. Исследования проведены на основе модели сети, взятой из известного практикума по высшей геодезии МИИГА и К.
14. На основе детального исследования сети триангуляции и сети несплошных наблюдений доказано, что точность сетей несплошных наблюдений лежит в границах действия погрешностей округлений относительно точности сетей триангуляции.

Автором разработан ряд программ, которые дают возможность не только проводить исследование, но и использовать на топографо-

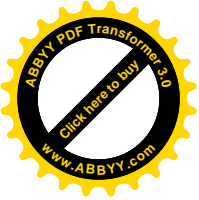


геодезическом производстве при полной камеральной обработке не-  
больших сетей сгущения.

15. Наличие полигональных условных уравнений, разработанных для сети несплошных наблюдений, дает возможность сгущать данными сетями пункты, которые определяют методом космической геодезии GPS.

Данные идеи и разработки автора являются частью квалификационной работы на получение ученой степени доктора технических наук.





## РАЗДЕЛ IV

# Разработка технологии создания плановой геодезической основы линейно-угловым методом несплошных наблюдений

## ВВЕДЕНИЕ

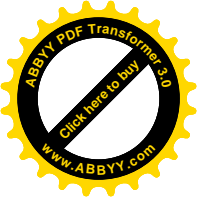
Процесс топографо-геодезического производства требует разработки теоретических основ для применения точных и высокоточных геодезических приборов. Электронные тахеометры находят широкое применение для выполнения землеустроительных работ на территории областных центров для обеспечения учетной единицы площади в 1 кв.м. При этом выполняют блочную электронную тахеометрию, принципиальные схемы которой совпадают с опубликованными ранее автором типовыми схемами линейно-углового метода несплошных наблюдений.

В данной части диссертации разрабатываются и исследуются теоретические основы метода несплошных наблюдений, которые целиком применимы для блочной электронной тахеометрии.

Теоретическое исследование испытывается на модели, которая создавалась на реальной территории для проведения землеустроительных работ садово-огородного общества.

При построении модели исключаются погрешности исходных данных, что дает преимущества исследования модели полевым измерениям.

Модель строится по принципу генерирования истинных погрешностей измерений методом статистических испытаний Монте-Карло.



#### 4.1. Принципиальные схемы построения линейно-угловых сетей несплошных наблюдений

В данное время все шире применяются электронные тахеометры в топографо-геодезическом производстве. Использование тахеометров Та 5, ЕОТ 2000, ДІ 35 + Т2, Reg Elta 14, Ельта 2, Ельта 4, НР 3820А, Геодиметр 710, ТАхимат ТСІ и т.п. в значительной мере повышают точность работ и кардинально меняют их технологию.

При этом обеспечивается принцип работ:

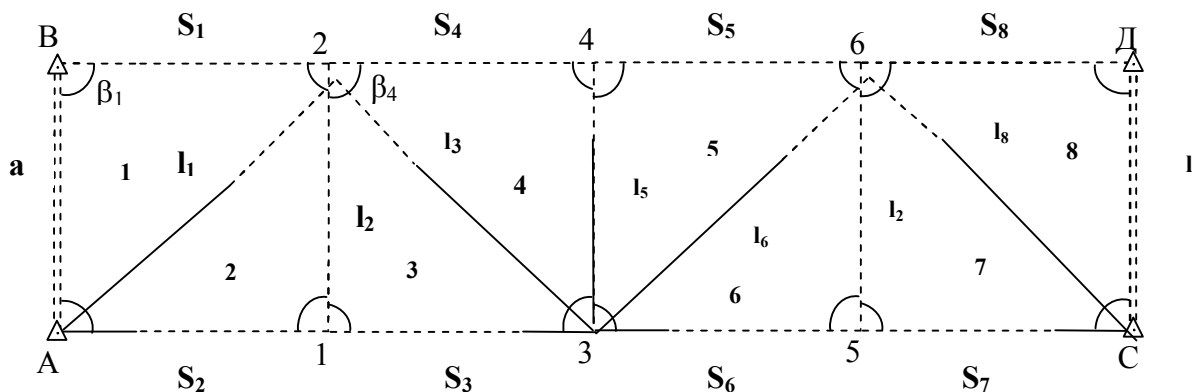
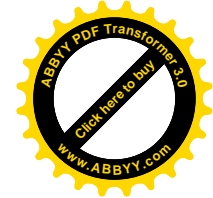
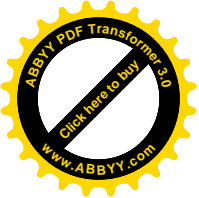
1. Отпадает необходимость распределения на этапы. Создание плано-высотного обоснования осуществляется совместно с проведением съемки рельефа и ситуации. Съемка ведется на пункте сразу после наблюдений развития опорной сети.

2. Отсутствие распределения работ на полевые и камеральные. Полевые материалы подают в выездной полевой центр, где проводится обработка материалов с вычерчиванием оригинала или карты на графопостроителе.

3. Сдвиг технической точности от  $m_{\beta} \leq 30."$ 0 к значению  $m_{\beta} \leq 2."$ 0. Последнее обстоятельство разрешает значительно сократить количество избыточных измерений и резко повысить производственные способности исполнителя.

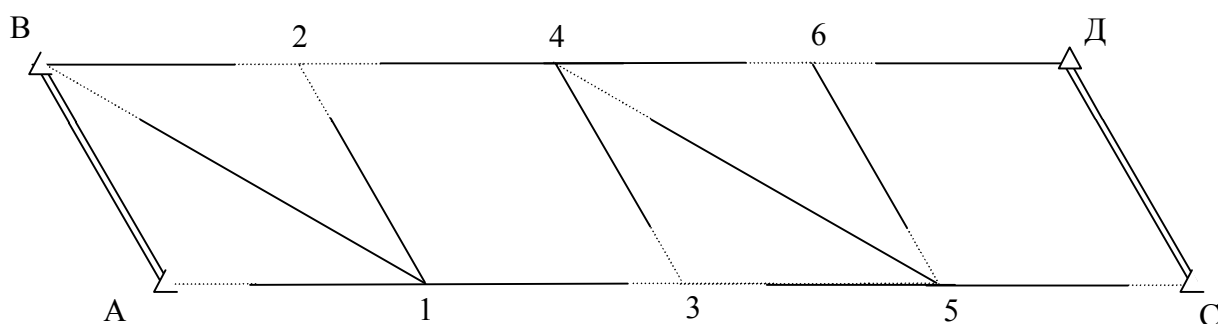
При этом, характерной особенностью современного этапа развития топографо-геодезического производства есть его универсализация и интенсификация.

Наличие электронных тахеометров требует разработки оптимальных схем и технологий создания опорных сетей. Ниже приведены оптимальные схемы создания опорных линейно-угловых построений.

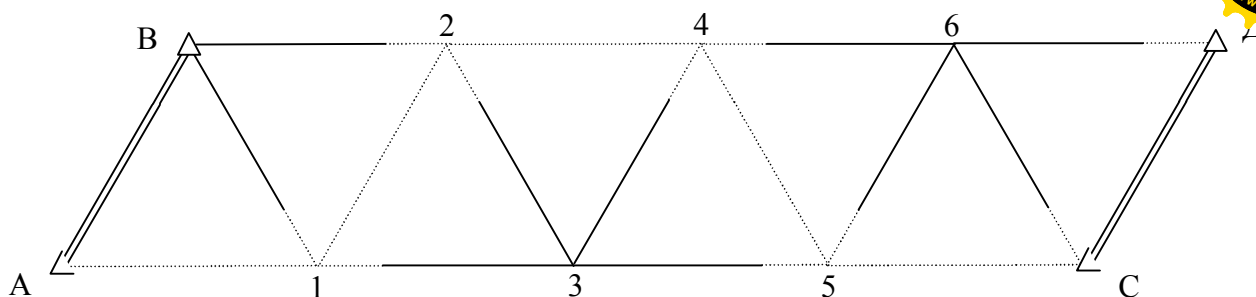
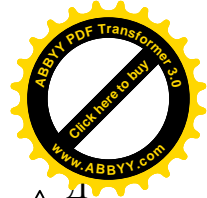
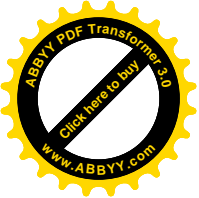


**Рис. 4.1. Линейно-угловой ряд несплошных наблюдений с установкой электронного тахеометра**

Как видно на рис.4.1 электронным тахеометром на пункте А измерены горизонтальные углы  $\delta_1$  и  $\delta_2$ , а также длины линий  $l_1$  и  $S_2$ . Сторона АВ определена из решения обратных геодезических задач. Далее, прибор был установлен в пункте 3, были измерены углы  $\delta_3$   $\delta_4$   $\delta_5$  и  $\delta_6$ , а также расстояния  $S_3$ ,  $l_3$ ,  $l_4$ ,  $l_5$ ,  $S_6$ . Все последние элементы ряда рассчитаны аналитически. Наблюдение проведено на 3-х пунктах.



**Рис. 4.2 Линейно-угловой ряд несплошных наблюдений с установкой электронного тахеометра в исходных пунктах В, Д и определяемых пунктах 1, 4, 5.**



**Рис. 4.3. Линейно-угловой ряд несплошных наблюдений с установкой электронного тахеометра в исходном пункте В и в определяемых пунктах 3 и 6**

На рис 4.2 представлен линейно-угловой ряд несплошных наблюдений, который соединяет треугольники АВ1, В12, 345, 456 и четырехугольники с неизмеренными диагоналями 1234, 56СД. Наблюдения проведены на пяти пунктах. Необходимых данных довольно, чтобы сделать уравнивание и оценку точности элементов ряда.

На рис 4.3 приведен линейно-угловой ряд, который состоит из треугольников. Наблюдения проведены всего лишь на трех пунктах вместо десяти. Наличие избыточных измерений, также, разрешает сделать уравнивание с оценкой точности уравненных элементов.

Необходимо отметить, что данные схемы приводятся впервые, теории построения таких сетей нет. Отсутствуют также формулы оценки точности элементов таких сетей.

На рис 4.4 приведенные два ряда линейно-угловой сети, которые опираются на пункты полигонометрии II, III, IV, V, XIII, XIV, XV и XVI.

В рассмотренных рядах наблюдения проведены на 6 пунктах вместо 28 пунктов традиционных линейно-угловых построений сплошных наблюдений, которые предполагают измерение всех сторон и всех углов сети.

Нетрудно увидеть, что используя принцип несплошных наблюдений, производительность работы исполнителя возрастает во много раз, так как число пунктов, которые наблюдаются, сокращается на 78% и составляет 22% общего объема работ сплошной сети наблюдений.

На представленной схеме кольцевой сети (см. рис 4.5) установка

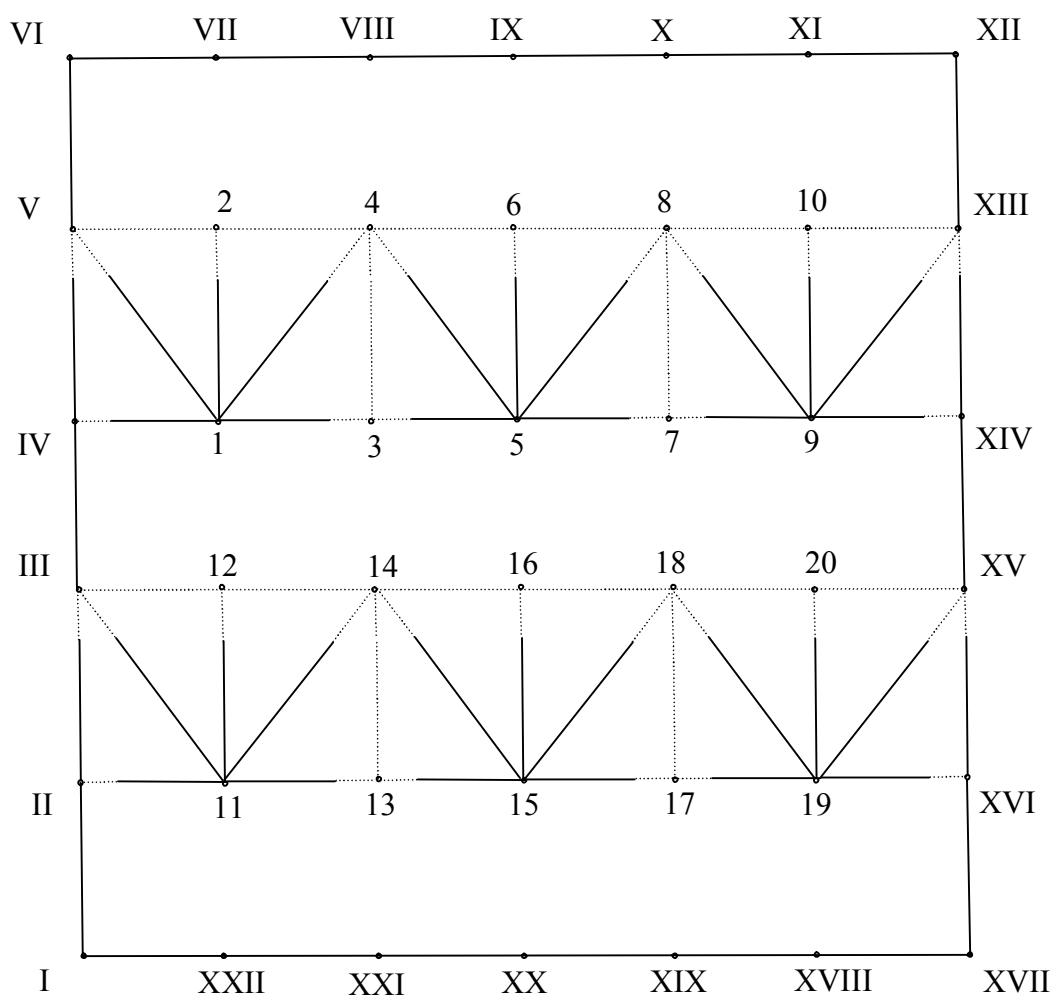


электронного тахеометра и измерения углов и сторон сделано только из пунктов 3,7,11,15 и 19. На всех других пунктах были только установлены отражатели.

Таким образом, для определения координат двадцати пунктов, наблюдения сделаны только на пяти пунктах.

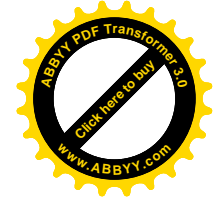
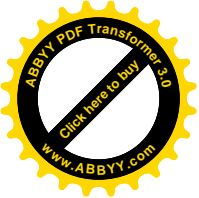
Данные построения рационально применять в строительной практике при строительстве разных сооружений, которые имеют в плане форму круга.

На рис 4.6 представлен ряд четырехугольников. Установка прибора



**Рис. 4.4. Схема заполняющей линейно-угловой сети  
неплошных наблюдений каркасного хода полигонометрии**

сделана на пунктах А, I, II и С, на котором измерены горизонтальные углы  $\delta_1, \delta_2, \delta_3, \delta_4, \delta_5, \delta_6$  и привязочные углы на исходные пункты В и Д, а также



расстояния на пункты 1,2,3,4,5 и 6.

На рис 4.7 установка электронного тахеометра сделана на пунктах 1, 4, 7 и 10, из которых были вымерены углы и расстояния на пункты А,В,2,3,5,6,8,9,С и Д.

На рис 4.8 приведен сдвоенный ряд линейно-угловой сети несплошных наблюдений, который опирается на исходные пункты А, В, С, Д, Е, F. Установка электронного тахеометра и измерение углов и расстояний сделано из пунктов 1,3,7 и 9. В аналогичной линейно-угловой сети сплошных наблюдений установка прибора осуществляется на 15 пунктах. Использование принципа несплошных наблюдений разрешает делать наблюдения на четырех пунктах вместо пятнадцати.

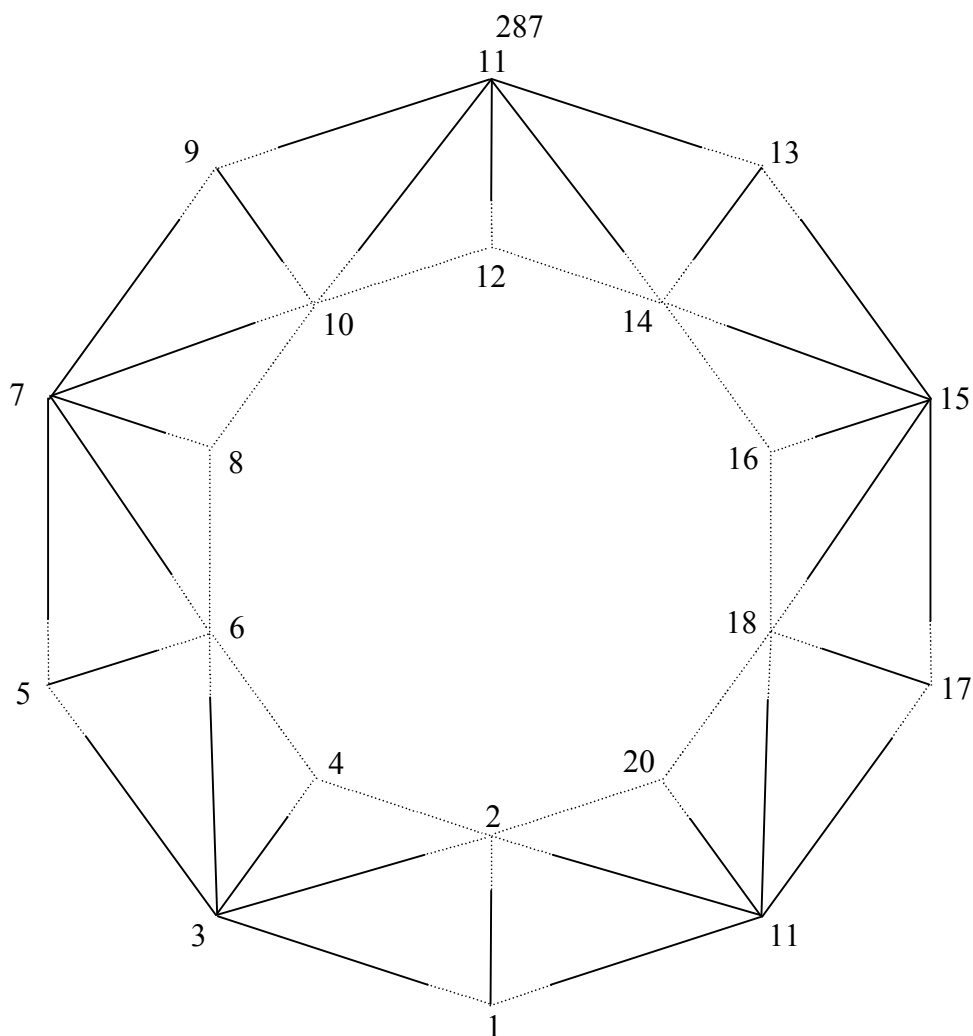
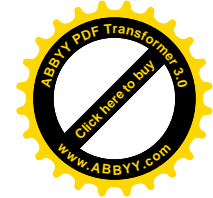
Заметим, кстати, что при наблюдении аналогичной угловой сети несплошных наблюдений, измерения делают на девяти пунктах вместо пятнадцати.

Ряд, представленный на рис 4.9 развивается в локальной системе координат. Установка электронного тахеометра делается на пунктах А, З, С, в которых измеряют горизонтальные углы и расстояния по всем направлениям.

В отличие от несвободного ряда, в котором возникают условные уравнения длин сторон, дирекционных углов, базиса и координатные условные уравнения, в ряде, представленном на рис 4.9 возникают только условные уравнения сторон и базисное условное уравнение.

Рассмотрим дальше центральную систему, которая развивается линейно-угловым методом несплошных наблюдений (см. рис 4.10). В данном случае представлена свободная центральная система, которая развивается линейно-угловым методом несплошных наблюдений.

Установка электронного тахеометра ведется в пункте 7 и измеряются стороны по всем направлениям. Стороны 1-2, 2-3, 3-4, 4-5 и 5-6 рассчитываются по теореме синусов. В данном случае возникает условное уравнение горизонта и полюсное условное уравнение.



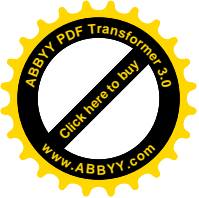
**Рис. 4.5. Схема кольцевой сети, которая развивается методом несплошных наблюдений**

На рис 4.11 представлен двоянный свободный ряд линейно-угловой сети несплошных наблюдений. Наблюдения сделаны на пунктах А, С, 4, 6, Д и F, то есть на 6 пунктах вместо 15 аналогичной сети сплошных наблюдений.

На рис 4.14 представлена свободная линейно-угловая сеть несплошных наблюдений, которая состоит из 19 пунктов. Установку электронного тахеометра и измерение углов и сторон сделано на восьми пунктах. На одиннадцати пунктах установку прибора и измерение углов не делали.

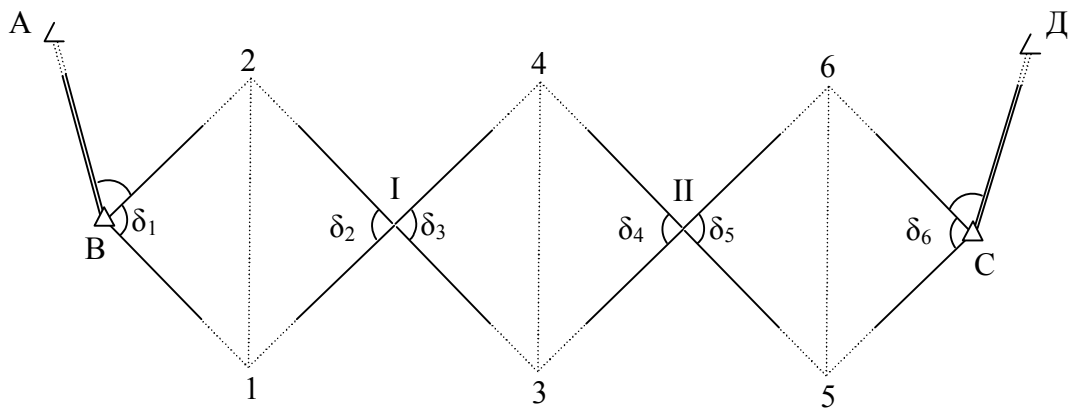
Менее экономический вариант сети несплошных наблюдений представлен на рис 4.15, где установку электронного тахеометра делают на 11 пунктах вместо 19.

В сравнении с сетью, представленной на рис 4.14 делают

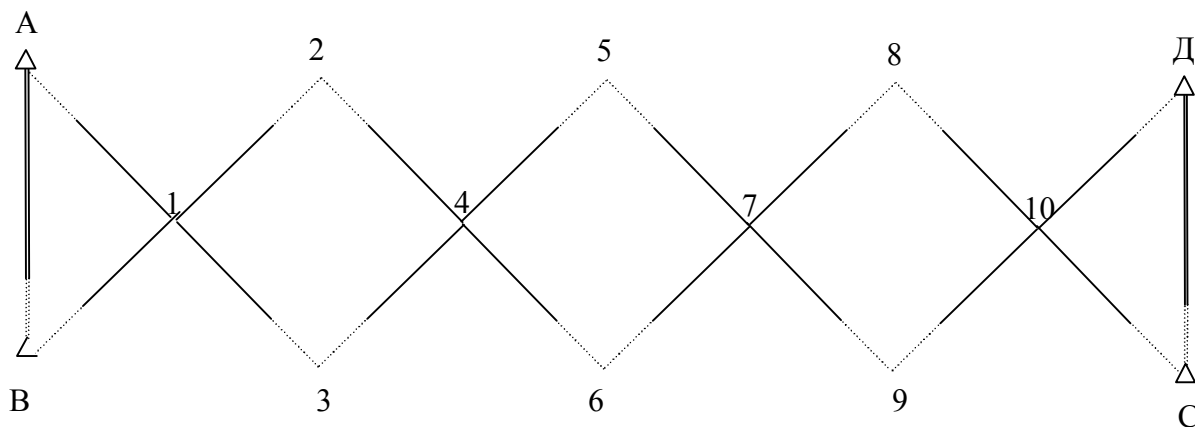


дополнительно еще наблюдения на трех пунктах, которые свидетельствуют про менее экономически целесообразный вариант.

Таким образом, в дальнейшем необходимо исследовать возможность и целесообразность данных построений.

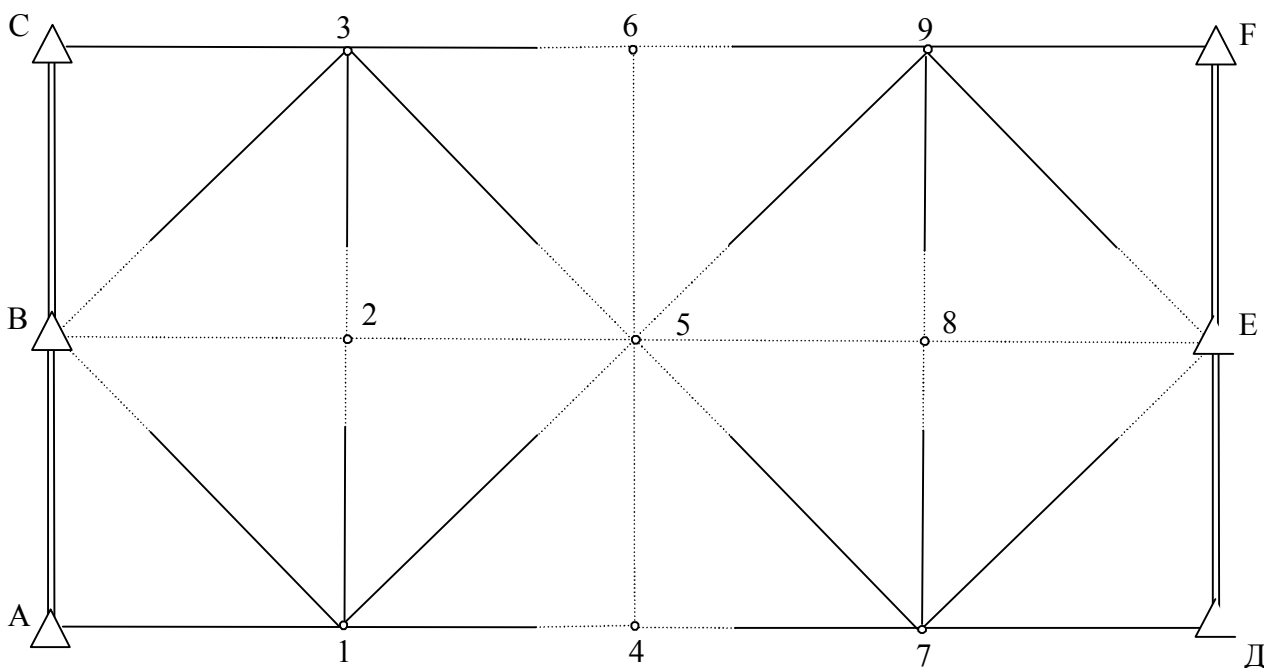
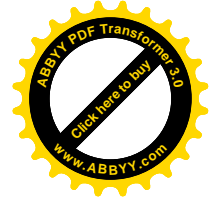


**Рис. 4.6 Развитие ряда треугольников с неизмеренными диагоналями по принципу несплошных наблюдений, которые имеют один общий пункт по одной из диагоналей и которая опирается на два исходных пункта с привязкой до двух других исходных пунктов старшего класса**

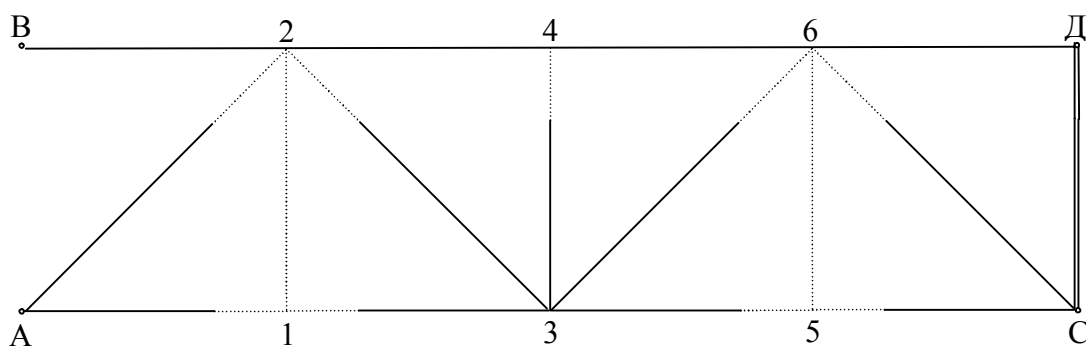


**Рис. 4.7. Развитие ряда треугольников с неизмеренными диагоналями по принципу несплошных наблюдений, которые имеют один общий пункт по одной из диагоналей и которая опирается на два исходных пункта из каждой стороны ряда**

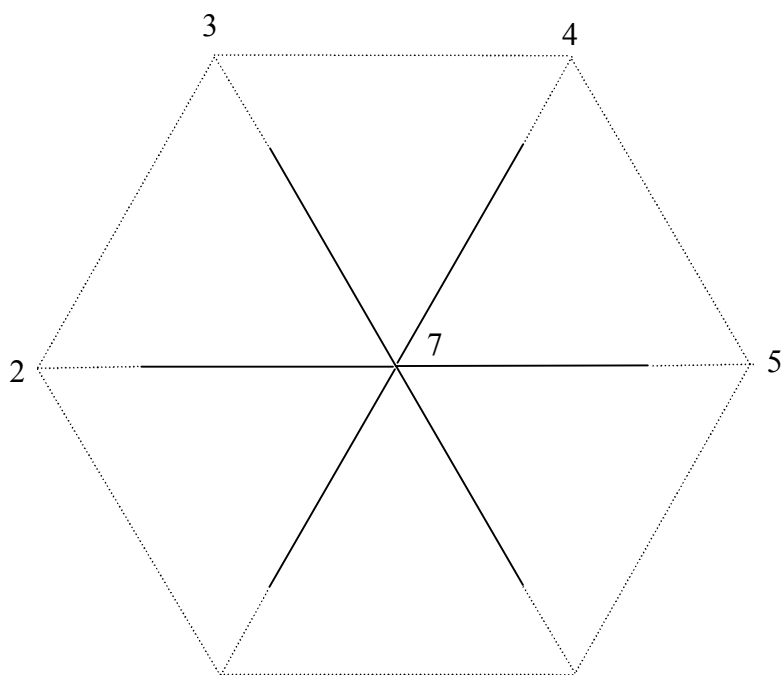
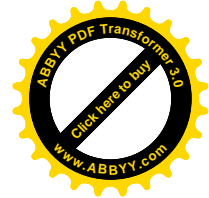




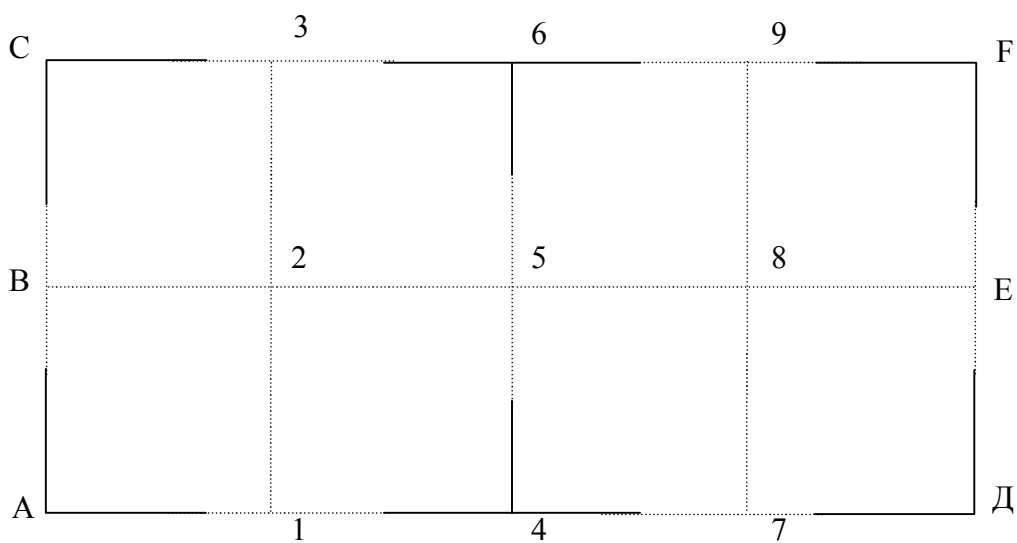
**Рис. 4.8. Сдвоенный несвободный ряд линейно-угловой сети  
неплошных наблюдений**



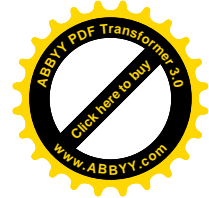
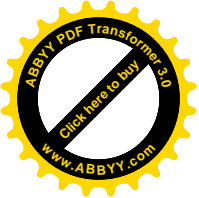
**Рис. 4.9. Свободный линейно-угловой ряд неплошных  
наблюдений**



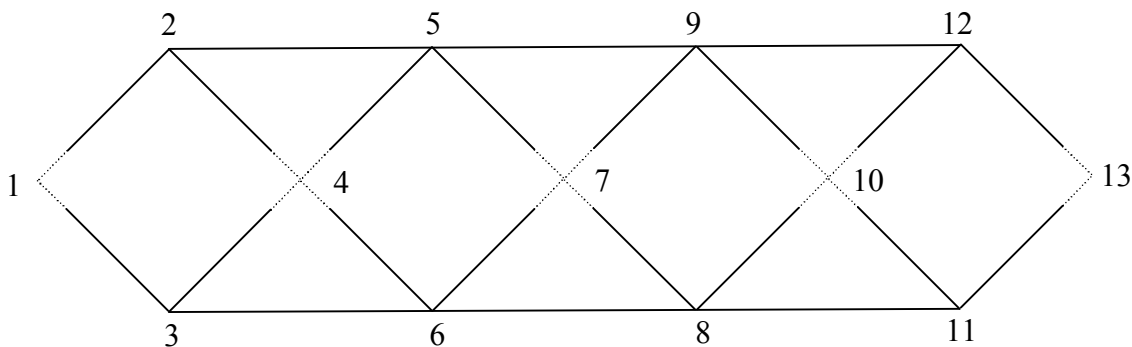
**Рис. 4.10. Центральная система, которая развивается линейно-угловым методом несплошных наблюдений**



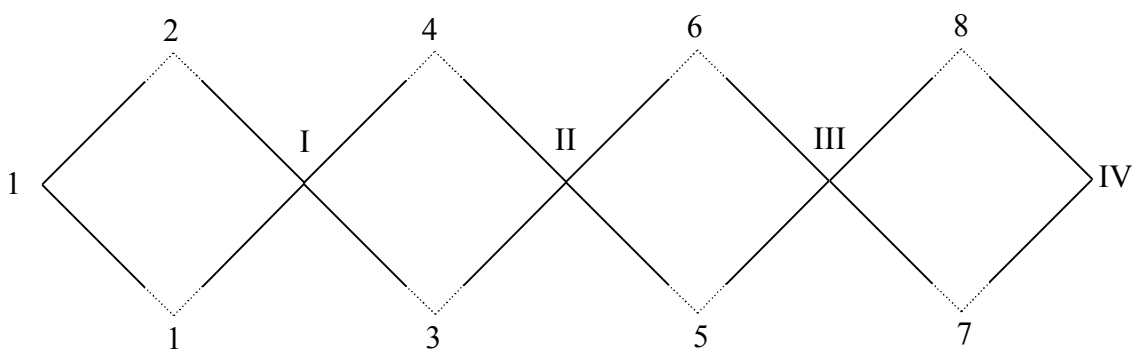
**Рис. 4.11. Сдвоенный свободный ряд линейно-угловой сети несплошных**



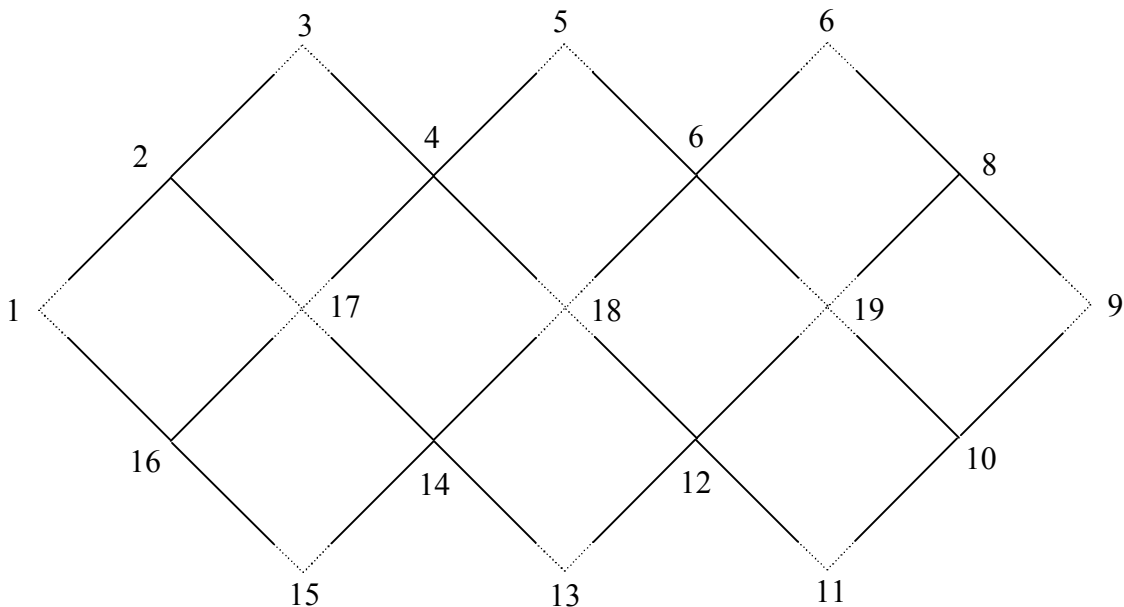
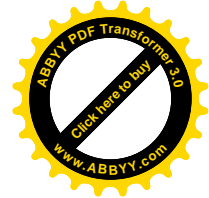
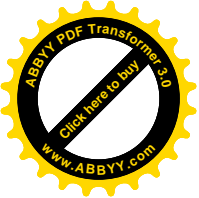
**наблюдений**



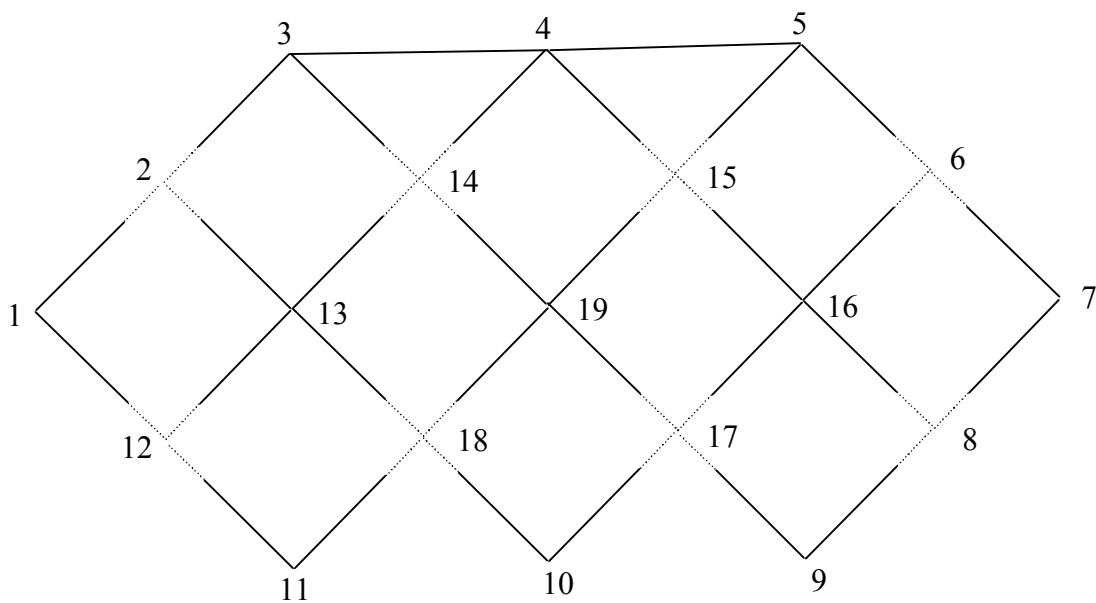
**Рис. 4.12. Свободный ряд несплошных наблюдений в виде геодезических четырехугольников с неизмеренными диагоналями и углами в общих пунктах**



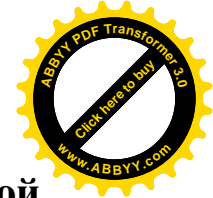
**Рис. 4.13 Свободный ряд несплошных наблюдений в виде геодезических четырехугольников с неизмеренными диагоналями и измеренными углами в их общих пунктах**



**Рис. 4.14. Свободная линейно-угловая сеть несплошных наблюдений**



**Рис. 4.15. Возможный вариант построения линейно-угловой сети**



## 4.2. Разработка рациональных формул решения линейной засечки для реализации программы на ЭВМ

При создании геодезических сетей несплошных наблюдений возникает необходимость определения координат пунктов по расстояниям, измеренным электронными дальномерами.

Для реализации программы на ЭВМ разработаны рациональные формулы с.

Рассмотрим треугольник, у которого известны длины всех сторон и координаты двух вершин (см. рис 4.2.1)

Длины сторон связаны с координатами соотношениями

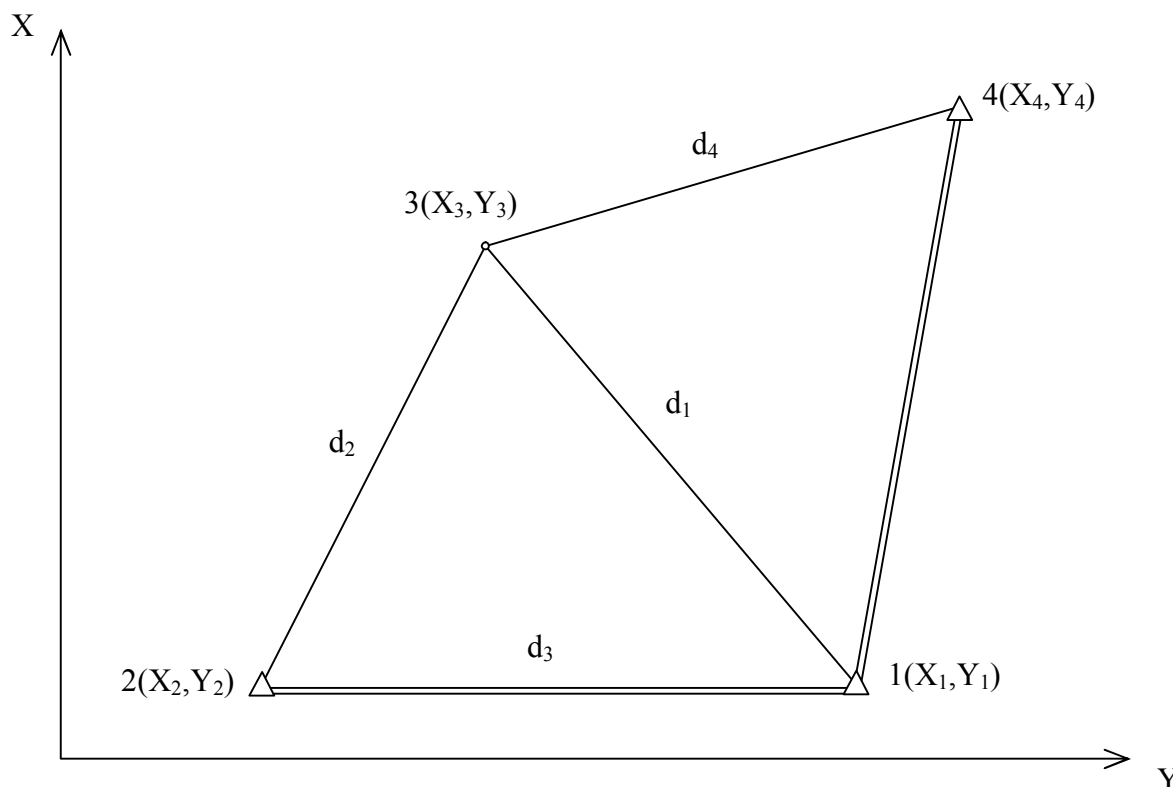
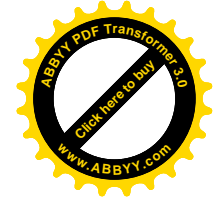
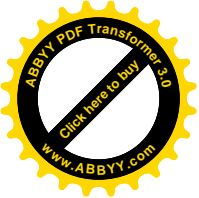


Рис. 4.2.1 Определение координат за измеренными расстояниями



$$\left. \begin{aligned} d_1^2 &= (x_3 - x_1)^2 + (y_3 - y_1)^2 \\ d_2^2 &= (x_3 - x_2)^2 + (y_3 - y_2)^2 \\ d_3^2 &= (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 \end{aligned} \right\}, \quad (4.2.1)$$

где  $d_1, d_2$  – измеренные расстояния;

$x_3, y_3$  – координаты определяемого пункта;

$x_1, y_1, x_2, y_2$  – координаты исходных пунктов.

Отнимая из первого уравнения системы (3.2.1) второе и решая его относительно абсциссы определяемой точки, после некоторых преобразований будем иметь:

$$x_3 = \frac{d_1^2 - d_2^2 + x_2^2 - x_1^2 + y_2^2 - y_1^2 - 2y_3(y_2 - y_1)}{2(x_2 - x_1)}. \quad (4.2.2)$$

формула определения площади треугольника по координатам его вершин имеет вид:

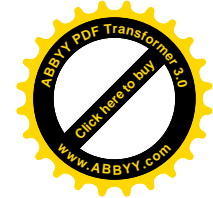
$$2S = x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2), \quad (4.2.3)$$

где  $S$  – площадь треугольника.

Из уравнения (4.2.3) определим значение величины  $x_3$ :

$$x_3 = \frac{2S + y_3(x_1 - x_2) + x_2y_1 - x_1y_2}{y_1 - y_2}. \quad (4.2.4)$$

Решая совместно уравнение (4.2.2) и (4.2.4) относительно  $y_3$  и принимая во внимание третье уравнение системы (3.2.1), получим:



$$y_3 = \frac{2(x_2 - x_1)(2S + x_2 y_1 - x_1 y_2) - (y_1 - y_2)(d_1^2 - d_2^2 + x_2^2 - x_1^2 + y_2^2 - y_1^2)}{2d_3^2}. \quad (4.2.5)$$

Площадь треугольника вычисляют, используя выражение:

$$S = \sqrt{P(P - d_1)(P - d_2)(P - d_3)}, \quad (4.2.6)$$

$$\text{где } P = \frac{1}{2}(d_1 + d_2 + d_3).$$

Абсциссу искомой точки можно получить по формулам (4.2.2) и (4.2.4). Практически применять равенство (4.2.5) неудобно, поэтому переходят к новой системе координат:

$$x'_i = x_i - x_1 \quad (4.2.7)$$

$$y'_i = y_i - y_1. \quad (4.2.8)$$

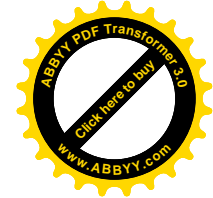
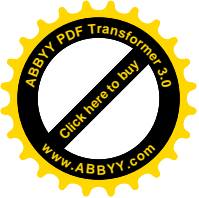
После преобразования формулы (4.2.5) и (4.2.4) примут вид:

$$y'_3 = \frac{4x'_2 S + y'_2 (d_1^2 - d_2^2 + x_2'^2 + y_2'^2)}{2d_3^2}, \quad (4.2.9)$$

$$x'_3 = \frac{y'_3 x'_2 - 2S}{y'_2}, \quad (4.2.10)$$

где  $x'_2, y'_2, x'_3, y'_3$  – преобразованные координаты.

При  $y'_2 = 0$ ,  $x'_3$  находят из выражения:



$$x_3' = \frac{d_1^2 - d_2^2 + x_2'^2 + y_2'^2 - y_3'^2 y_2'}{2x_2'^2}. \quad (4.2.11)$$

Проконтролировать вычисление можно, используя равенство:

$$d_1 = \sqrt{x_3'^2 + y_3'^2} \quad (4.2.12)$$

Выполнив вычисление по формулам (4.2.9) и (4.2.10), переходят к старой системе координат:

$$x_3 = x_3' + x_1, \quad (4.2.13)$$

$$y_3 = y_3' + y_1. \quad (4.2.14)$$

Правильность определения положения третьей вершины треугольника можно осуществить путем измерения дополнительного расстояния  $d_4$  и сравнением его с вычисленным:

$$d_4 = \sqrt{(x_3 - x_4)^2 + (y_3 - y_4)^2} \quad (4.2.15)$$

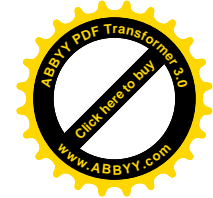
Расхождения в расстояниях считаются допустимыми, если:

$$d_{4\text{выч.}} - d_{4\text{изм.}} \leq m_{d_4}, \quad (4.2.16)$$

где  $m_{d_4}$  - средняя квадратическая ошибка измерения расстояния  $d_4$ .

Полученные выше формулы положены в основу программы расчета координат линейно-угловой сети не сплошных наблюдений.



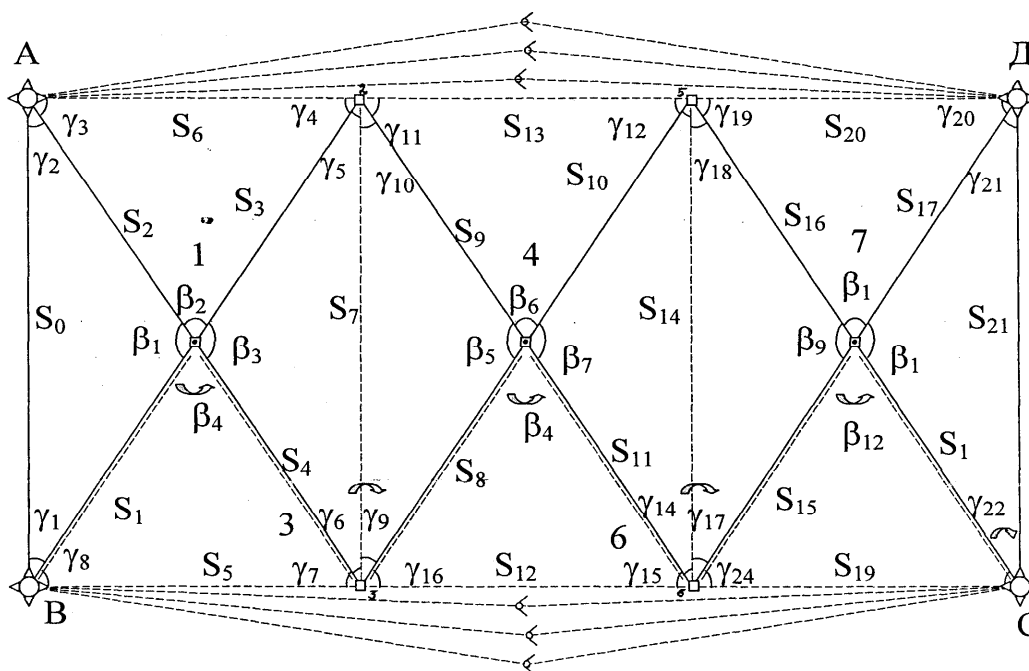


## 4.2.1 Постановка проблемы исследования

### Построение модели

На территории конкретного садово-огородного общества запроектировано геодезическое обоснование в виде трех четырехугольников АВ23, 2356, 56СD. Посреди каждого четырехугольника запроектировано центральные пункты 1, 4, и 7, в которых устанавливается электронный тахеометр и измеряются все горизонтальные углы и стороны. Пунктирной линией обозначено направление ходовой линии для передачи дирекционных углов и координат. Пункты А, В, С, D есть пунктами старшего класса, или определенные по системе GPS.

Необходимо исследовать точность определения координат пунктов, разработать теоретические положения строгого уравнивания, выполнить оценку точности уравновешенных элементов сети.



**Рис.4.2.2. Принципиальная схема линейно-углового метода несплошных наблюдений, реализованного на примере блочной электронной тахеометрии**



Разработанная автором технология создания геодезических сетей линейно-угловым методом несплошных наблюдений нашла применение в блочной электронной тахеометрии, поэтому целесообразно привести теоретические положения и рассмотреть их на практическом примере. Неизмеренные стороны показаны пунктирными линиями. Измеренные стороны показаны сплошными линиями, которые переходят в пунктирные.

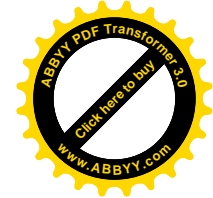
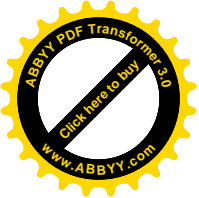
Если наблюдения исходных пунктов ведутся приемниками GPS по приему сигналов из трех и более искусственных спутников Земли, даются пунктирными линиями направления на спутники.

По нормальному закону распределения генерировались истинные погрешности измерения углов  $\Delta\beta = 2''$  и сторон  $\Delta S = 5\text{мм}$ .

Таблица 4.1.

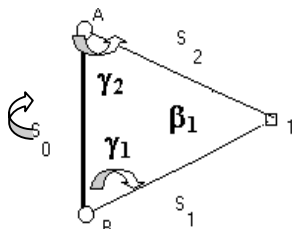
### Построение искаженной модели.

Стороны	Линейные величины $\Delta S = 5\text{мм}$			Угловые величины $\Delta\beta = 2''$			
	истинные (м)	$\Delta S_i$ (мм)	Искаженны е (м)	Углы	истинные	$\Delta\beta_i$ (сек)	Искаженные
S <sub>1</sub>	172.000	-3.8	171.9962	$\beta_1$	110°00'00.00"	-1.51	109°59'58.49"
S <sub>2</sub>	172.000	+1.5	172.0015	$\beta_2$	0°00'00.00"	+0.61	70°00'00.61"
S <sub>3</sub>	172.000	+3.7	172.0037	$\beta_3$	110°00'00.00"	+1.48	110°00'01.48"
S <sub>4</sub>	172.000	+2.3	172.0023	$\beta_4$	70°00'00.00"	+0.92	70°00'00.92"
S <sub>8</sub>	160.000	+3.0	160.0030	$\beta_5$	123°30'00.00"	+1.20	123°30'01.20"
S <sub>9</sub>	160.000	-4.3	159.9957	$\beta_6$	56°30'00.00"	-1.71	56°29'58.29"
S <sub>10</sub>	160.000	-0.1	159.9999	$\beta_7$	123°30'00.00"	-0.04	123°29'59.96"
S <sub>11</sub>	160.000	-0.4	159.9996	$\beta_8$	56°30'00.00"	-0.18	56°29'58.82"
S <sub>15</sub>	172.000	-3.9	171.9961	$\beta_9$	110°00'00.00"	-1.57	109°59'58.43"
S <sub>16</sub>	172.000	+4.5	172.0045	$\beta_{10}$	70°00'00.00"	+1.80	70°00'01.80"
S <sub>17</sub>	172.000	+2.0	172.0020	$\beta_{11}$	110°00'00.00"	+0.80	110°00'00.82"
S <sub>18</sub>	172.000	+0.3	172.0003	$\beta_{12}$	70°00'00.00"	+0.13	70°00'00.13"



### 4.3. Разработка условного уравнения треугольника

В исследованной сети возникает два условных уравнения треугольников, в которых измерены две стороны и угол между ними. Стороны опираются на исходную сторону, определенную с более высокой точностью.



**Рис.4.3.1. Треугольник линейно-углового метода несплошных наблюдений**

в нашем случае получим:

$$ctgX + ctgY = \frac{\sin(X + Y)}{\sin X + \sin Y}, \quad (4.3.1)$$

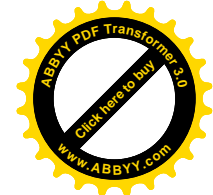
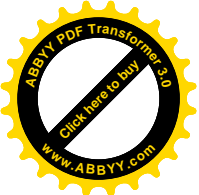
$$ctg\gamma_1 + ctg\beta_1 = \frac{\sin(\gamma_1 + \beta_1)}{\sin \gamma_1 \sin \beta_1}, \quad (4.3.2)$$

где  $\gamma_1$  - неизмеренный угол,  $\beta_1$  - вымеренный УГОЛ на пункте 1.

Представим выражение (4.2) в виде:

$$ctg\gamma_1 + ctg\beta_1 = \frac{\sin(180^\circ - \gamma_1)}{\sin \gamma_1 \sin \beta_1},$$

$$ctg\gamma_1 + ctg\beta_1 = \frac{\sin \gamma_2}{\sin \gamma_1 \sin \beta_1}, \quad (4.3.3)$$



Согласно теореме синусов запишем:

$$\frac{S_0}{\sin \beta_1} = \frac{S_1}{\sin \gamma_2} = \frac{S_2}{\sin \gamma_1}, \quad (4.3.4)$$

Откуда:

$$\frac{\sin \gamma_2}{\sin \gamma_1} = \frac{S_1}{S_2}, \quad (4.3.5)$$

Подставляя (4.5) в (4.4), запишем:

$$ctg \gamma_1 + ctg \beta_1 = \frac{S_1}{S_2 \sin \beta_1}, \quad (4.3.6)$$

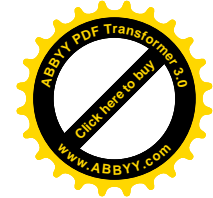
Поэтому неизмеренный угол  $\gamma_1$  можно рассчитать по формуле:

$$ctg \gamma_1 = \frac{S_1}{S_2 \sin \beta_1} - ctg \beta_1, \quad (4.3.7)$$

или

$$ctg \gamma_1 = \frac{S_1}{S_2 \sin \beta_1} - \frac{\cos \beta_1}{\sin \beta_1},$$

то есть



$$ctg\gamma_1 = \frac{S_1 - S_2 \cos \beta_1}{S_2 \sin \beta_1} ,$$

$$tg\gamma_1 = \frac{S_2 \sin \beta_1}{S_1 - S_2 \cos \beta_1} , \quad (4.3.8)$$

Размышляя по аналогии:

$$ctg\gamma_2 = \frac{S_2}{S_1 \sin \beta_1} - ctg\beta_1 , \quad (4.3.9)$$

или

$$tg\gamma_1 = \frac{S_1 \sin \beta_1}{S_2 - S_1 \cos \beta_1} , \quad (4.3.10)$$

Формулы (4.7), (4.8), (4.9), (4.10) будут рабочими формулами для определения неизмеренных углов в треугольнике линейно-углового метода несплошных наблюдений.

Согласно теореме косинусов запишем:

$$S_0^2 = S_1^2 - 2S_1S_2 \cos \beta_1 + S_2^2 , \quad (4.3.11)$$

Продифференцировав (4.11) по независимым переменным , будем иметь:

$$2S_0 dS_0 = 2S_1 dS_1 + 2S_2 dS_2 - 2S_2 \cos \beta_1 dS_1 - \\ - 2S_1 \cos \beta_1 dS_2 + 2S_1 S_2 \sin \beta_1 \frac{d\beta_1}{\rho} \quad (4.3.12)$$

или

$$S_0 dS_0 = (S_1 - S_2 \cos \beta_1) dS_1 + (S_2 - S_1 \cos \beta_1) dS_2 + \\ + S_1 S_2 \sin \beta_1 \frac{d\beta_1}{\rho} \quad (4.3.13)$$

Представим формулы (4.3.7) (4.3.9) в виде :

$$S_2 \operatorname{ctg} \gamma_1 \sin \beta_1 = S_1 - S_2 \cos \beta_1, \quad (4.3.14)$$

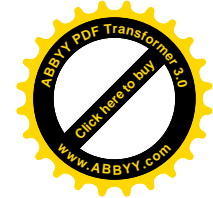
и

$$S_1 \operatorname{ctg} \gamma_2 \sin \beta_1 = S_2 - S_1 \cos \beta_1, \quad (4.3.15)$$

$$S_0 dS = dS_1 S_2 \operatorname{ctg} \gamma_1 \sin \beta_1 + dS_2 \operatorname{ctg} \gamma_2 \sin \beta_1 + S_1 S_2 \sin \beta_1 \frac{d\beta_1}{\rho}, \quad (4.3.16)$$

Тогда, выражение (4.3.13) с учетом формулы (4.3.14) и (4.3.15) будет (4.2.16)

Если исходная сторона  $S_0$  известная на порядок с высшей точностью, то она будет const, и  $S_0=0$ , тогда выражение приобретет вид:



$$dS_1 S_2 \operatorname{ctg} \gamma_1 \sin \beta_1 + dS_2 S_1 \operatorname{ctg} \gamma_2 \sin \beta_1 + S_1 S_2 \sin \beta_1 \frac{d\beta_1}{\rho}, \quad (4.3.17)$$

Умножим на  $\frac{\rho}{(S_1 - S_2) \sin \beta_1}$  каждый член выражения (4.3.17) и получим:

$$\frac{\rho}{S_1} \operatorname{ctg} \gamma_1 dS_1 + \frac{\rho}{S_2} \operatorname{ctg} \gamma_2 dS_2 + d\beta_1 = 0, \quad (4.3.18)$$

Формула (4.2.18) справедлива при безошибочных измерениях  $S_1 S_2 \beta_1$ .

При наличии дополнительных погрешностей измерений формула (4.3.18) приобретает вид:

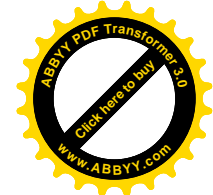
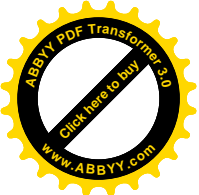
$$\frac{\rho}{S_1} \operatorname{ctg} \gamma_1 dS_1 + \frac{\rho}{S_2} \operatorname{ctg} \gamma_2 dS_2 + d\beta_1 - W = 0, \quad (4.3.19)$$

И заменяя дифференциалы поправками в измеренные величины, получим:

$$\frac{\rho}{S_1} \operatorname{ctg} \gamma_1 (S_1) + \frac{\rho}{S_2} \operatorname{ctg} \gamma_2 (S_2) + (\beta_1) - W = 0, \quad (4.3.20)$$

условное уравнение треугольника линейно-углового метода сплошных наблюдений где:

$(S_1), (S_2), \beta_1$  - поправки в соответствующие измеренные величины, которые необходимо найти способом наименьших квадратов.



Свободный член:

$$W_1 = \beta_{1_{\text{измеренное}}} - \beta_{1_{\text{вычитанно}}}, \quad (4.3.21)$$

По разработанной программе свободный член рассчитывается по формуле:

$$W'_1 = \beta_{1_{\text{измеренное}}} - \beta_{1_{\text{вычитанно}}}, \quad (4.3.22)$$

Тогда формула (4.3.20) приобретает вид:

$$-\frac{\rho}{S_1} \text{ctg} \gamma_1(S_1) - \frac{\rho}{S_2} \text{ctg} \gamma_2(S_2) - (\beta_1) + W'_1 = 0, \quad (4.3.23)$$

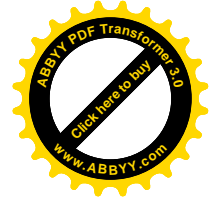
Аналогично для треугольника СД7 будем иметь:

$$-\frac{\rho}{S_{17}} \text{ctg} \gamma_{21}(S_{17}) - \frac{\rho}{S_{18}} \text{ctg} \gamma_{22}(S_{18}) - (\beta_{11}) + W'_2 = 0, \quad (4.3.24)$$

где 
$$W'_2 = \beta_{1_{\text{измеренное}}} - \beta_{1_{\text{вычитанно}}}, \quad (4.3.25)$$

Таким образом, разработаны условные уравнения треугольников в линейно-угловом ряде несплошных наблюдений, которые дают возможность в дальнейшем применить процедуру строгого уравнивания для определения возможных значений элемента.





#### 4.4. Вывод условного уравнения геодезического четырехугольника

В линейно-угловом методе несплошных наблюдений рассматриваются четырехугольники без диагоналей, в которых измерены все стороны и два противоположных угла. Аналогичные четырехугольники рассматриваются в электронной блочной тахеометрии.

По теореме косинусов для треугольника 123 запишем:

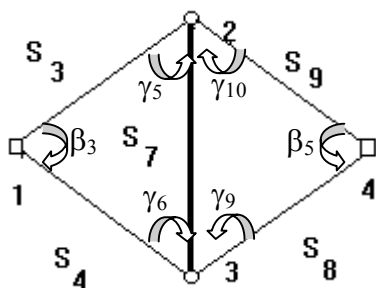


Рис.4.4.1. Схема четырехугольника 1234.

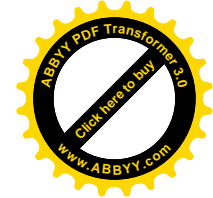
$$S_7^2 = S_3^2 + S_4^2 - 2S_3S_4 \cos \beta_3, \quad (4.4.1)$$

Дифференцируя (4.3.1) получим:

$$2S_7 dS_7 = 2S_3 dS_3 + 2S_4 dS_4 - 2S_4 \cos \beta_3 dS_3 - \\ - 2S_3 \cos \beta_4 dS_4 + 2S_3 \sin \beta_3 \frac{d\beta_3}{\rho}, \quad (4.4.2)$$

Или

$$S_7 dS_7 = (S_3 - S_4 \cos \beta_3) dS_3 + (S_4 - S_3 \cos \beta_3) dS_4 + S_3 S_4 \sin \beta_3 \frac{d\beta_3}{\rho}, \quad (4.4.3)$$



С учетом очевидных соотношений , как и раньше получим:

$$S_3 \operatorname{ctg} \gamma_6 \sin \beta_3 = S_4 - S_3 \cos \beta_3 , \quad (4.4.4)$$

$$S_4 \operatorname{ctg} \gamma_5 \sin \beta_3 = S_3 - S_4 \cos \beta_4 , \quad (4.4.5)$$

Получим:

$$S_7 dS_7 + S_4 \gamma_5 \sin \beta_3 dS_3 + S_3 \operatorname{ctg} \gamma_6 \sin \beta_3 dS_4 + S_3 S_4 \sin \beta_3 \frac{d\beta_3}{\rho} , \quad (4.4.6)$$

Согласно теореме синусов запишем:

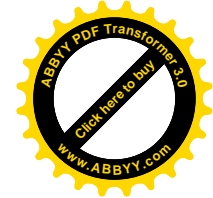
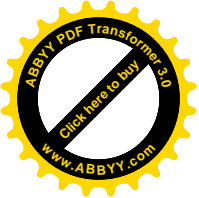
$$\frac{S_7}{\sin \beta_4} = \frac{S_3}{\sin \gamma_6} = \frac{S_4}{\sin \gamma_5} , \quad (4.4.7)$$

Откуда:

$$S_4 = \frac{S \sin \gamma_5}{\sin \beta_3} ; \quad S_3 = \frac{S_7 \sin \gamma_6}{\sin \beta_3} , \quad (4.4.8)$$

Подставляя (4.4.8) в (4.4.6) будем иметь:

$$\begin{aligned} S_7 dS_7 &= S_7 \frac{\sin \gamma_5 \cos \gamma_5}{\sin \beta_3 \sin \gamma_5} \sin_3 dS_3 + S_7 \frac{\sin \gamma_6 \cos \gamma_6}{\sin \beta_3 \sin \gamma_6} \sin \beta_3 dS_4 + \\ &+ S_7 \frac{\sin \gamma_6}{\sin \beta_3} S_4 \sin \beta_3 \frac{d\beta_3}{\rho} \end{aligned} \quad (4.4.9)$$



И после некоторых преобразований:

$$dS'_7 = \cos \gamma_5 dS_3 + \cos \gamma_6 dS_4 + \sin \gamma_6 \frac{S_4}{\rho} d\beta_3, \quad (4.4.10)$$

По аналогии для треугольника 234 запишем:

$$dS'_7 = \cos \gamma_{10} dS_9 + \cos \gamma_9 dS_8 + \sin \gamma_9 \frac{S_8}{\rho} d\beta_5, \quad (4.4.11)$$

Заменяя дифференциалы поправками в измеренные величины, условное уравнение четырехугольника представим в виде:

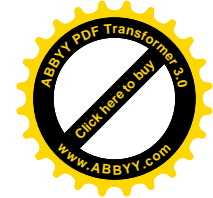
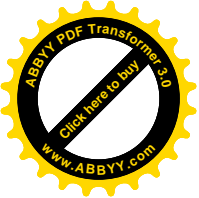
$$\cos \gamma_5 (S_3) + \cos \gamma_6 (S_4) + \frac{S_4}{\rho} \sin \gamma_6 (\beta_3) - \cos \gamma_{10} (S_9) - \cos \gamma_9 (S_8) - \sin \gamma_9 \frac{S_8}{\rho} (\beta_5) + W_3 = 0$$

(4.4.12)

$$\text{где} \quad W_3 = S_7 - S'_7 \quad (4.4.13)$$

$S_7$ ,- диагональ вычисленная из треугольника 123 ,  $S'_7$  - диагональ вычисленная из треугольника 234 ,  $(S_3)$ ,  $(S_4)$ ,  $(\beta_3)$  - поправки в измеренные соответствующие величины в треугольнике 123 ,  $(S_9)$ ,  $(S_8)$ ,  $(\beta_5)$  - поправки в измеренные величины в треугольнике 234.

По аналогии для четырехугольника 4567 условное уравнение будет



$$\begin{aligned} & \cos \gamma_{13}(S_{10}) + \cos \gamma_{14}(S_{11}) + \frac{S_{11}}{\rho} \sin \gamma_{14}(\beta_7) - \cos \gamma_{18}(S_{16}) - \\ & - \cos \gamma_{17}(S_{15}) - \sin \gamma_{17} \frac{S_{15}}{\rho}(\beta_9) + W_4 = 0 \end{aligned} \quad (4.4.14)$$

где  $W_4 = S_{14} - S_{14}'$ , (4.4.15)

#### 4.5. Вывод условного уравнения дирекционных углов

Передача дирекционных углов выполняется по ходовой линии показанной на рис.4.16. пунктирной линией.

$$\alpha_{\beta_1} = \alpha_{AB} \pm 180^0 + \gamma_1, \quad (4.5.1)$$

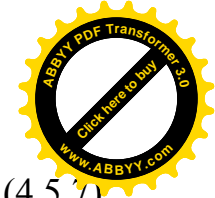
$$\alpha_{13} = \alpha_{\beta_1} \pm 180^0 - \beta_4, \quad (4.5.2)$$

$$\alpha_{34} = \alpha_{13} \pm 180^0 + \gamma_6 + \gamma_9, \quad (4.5.3)$$

$$\alpha_{46} = \alpha_{34} \pm 180^0 - \beta_8, \quad (4.5.4)$$

$$\alpha_{67} = \alpha_{46} \pm 180^0 + \gamma_{14} + \gamma_{17}, \quad (4.5.5)$$

$$\alpha_{7c} = \alpha_{67} \pm 180^0 - \beta_{12}, \quad (4.5.6)$$



$$\alpha_{CD} = \alpha_{7C} \pm 180^0 + \gamma_{22}, \quad (4.5.7)$$

и

$$\begin{aligned} \alpha_{CD} = & \alpha_{AB} \pm 180^0 + \gamma_1 \pm 180^0 + \gamma_6 + \gamma_9 \pm 180^0 - \beta_8 \pm 180^0 + \\ & + \gamma_{14} + \gamma_{17} \pm 180^0 - \beta_{12} \pm 180^0 + \gamma_{22}, \end{aligned} \quad (4.5.8)$$

Дифференцируя формулы (4.5.1) – (4.5.7) и переходя к поправкам, условное уравнение дирекционных углов представим в виде:

$$\begin{aligned} & (\gamma_1) + (\gamma_6) + (\gamma_9) + (\gamma_{14}) + (\gamma_{17}) + (\gamma_{22}) - (\beta_4) - (\beta_8) - \\ & - (\beta_{12}) + W_\alpha = 0, \end{aligned} \quad (4.5.9)$$

$$\text{где} \quad (\alpha_{B1}) = (\gamma_1), \quad (4.5.10)$$

$$(\alpha_{13}) = (\alpha_{B1}) - (\beta_4), \quad (4.5.11)$$

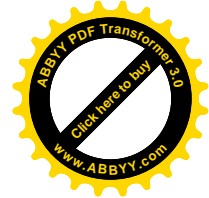
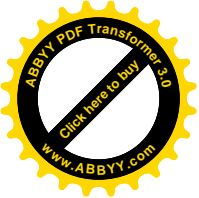
$$(\alpha_{34}) = (\alpha_{13}) + (\gamma_6) + (\gamma_9), \quad (4.5.12)$$

$$(\alpha_{46}) = (\alpha_{34}) - (\beta_8), \quad (4.5.13)$$

$$(\alpha_{67}) = (\alpha_{46}) + (\gamma_{14}) + (\gamma_{17}), \quad (4.5.14)$$

$$(\alpha_{7C}) = (\alpha_{67}) - (\beta_{12}), \quad (4.5.15)$$

$$(\alpha_{CD}) = (\alpha_{7C}) + (\gamma_{22}), \quad (4.5.16)$$



где свободный член условного уравнения дирекционных углов

$$W_{\alpha} = \alpha_{\text{СД выщитан.}} - \alpha_{\text{Сисх.}}, \quad (4.5.17)$$

Для треугольника АВ1 неизмеренный угол  $\gamma_1$  рассчитывается по формуле:

$$\gamma_1 = \text{arcctg} \left[ \frac{S_1}{S_2 \sin \beta_1} - \text{ctg} \beta_1 \right], \quad (4.5.18)$$

Дифференцируя формулу (4.5.18) по переменной  $S_2$  и учитывая, что

$$(\text{arcctg} X)' = -\frac{1}{1+x^2},$$

$$\left( \frac{U}{V} \right)' = \frac{VU' - UV'}{V^2},$$

производные  $(\sin X)' = \cos X$ ,

$$(\text{ctg} X)' = -\frac{1}{\sin^2 X},$$

получим

$$\frac{\partial \gamma_1}{\partial S_2} = -\frac{\frac{S_1 \sin \beta_1}{S_2 \sin^2 \beta_1}}{1 + \left[ \frac{S_1}{S_2 \sin \beta_1} - \text{ctg} \beta_1 \right]^2},$$



или 
$$\frac{\partial \gamma_1}{\partial S_2} = \frac{1}{1 + \operatorname{ctg}^2 \gamma_1} \left[ \frac{S_1}{S_2^2 \sin \beta_1} \right], \quad (4.5.19)$$

Дифференцируя формулу (4.5.18) по переменной  $S_1$ , получим:

$$\frac{\partial \gamma_1}{\partial S_2} = - \frac{1}{S_2 \sin \beta_1} \frac{1}{1 + \left[ \frac{S_1}{S_2 \sin \beta_1} - \operatorname{ctg} \beta_1 \right]^2},$$

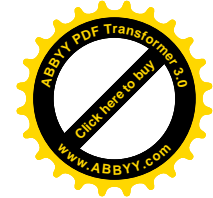
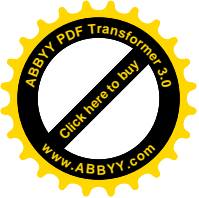
или 
$$\frac{\partial \gamma_1}{\partial S_1} = - \frac{1}{1 + \operatorname{ctg}^2 \gamma_1} \frac{1}{S_2 \sin \beta_1}, \quad (4.5.20)$$

Дифференцируя формулу (4.5.18) по переменной  $\beta_1$ , будем иметь:

$$\frac{\partial \gamma_1}{\partial S_2} = - \frac{\frac{S_1 \cos \beta_1}{S_2^2 \sin^2 \beta_1} + \frac{1}{\sin^2 \beta_1}}{1 + \left[ \frac{S_1}{S_2 \sin \beta_1} - \operatorname{ctg} \beta_1 \right]}$$

или

$$\frac{\partial \gamma_1}{\partial \beta_1} = \frac{1}{1 + \operatorname{ctg}^2 \gamma_1} \frac{1}{\sin^2 \beta_1} \left( \frac{S_1}{S_2} \cos \beta_1 - 1 \right), \quad (4.5.21)$$



Полный дифференциал:

$$d\gamma_1 = \frac{\partial\gamma_1}{\partial S_2} dS_2 + \frac{\partial\gamma_1}{\partial S_1} dS_1 + \frac{\partial\gamma_1}{\partial\beta_1} d\beta_1, \quad (4.5.22)$$

и в нашем случае

$$\partial\gamma_1 = \frac{\rho''}{1 + \text{ctg}^2\gamma_1} \left[ \frac{S_1}{S_2^2 \sin\beta_1} dS_2 - \frac{dS_1}{S_2 \sin\beta_1} + \frac{d\beta}{\rho'' \sin\beta_1} \left( \frac{S_1}{S_2} \cos\beta_1 - 1 \right) \right], \quad (4.5.23)$$

или

$$d\gamma_1 = \frac{\rho''}{1 + \text{ctg}^2\gamma_1} \frac{1}{S_2 \sin\beta_1} \left[ \frac{S_1}{S_2} dS_2 - dS_1 + \frac{d\beta_1}{\rho} \left( S_1 \text{ctg}\beta_1 - \frac{S_2}{\sin\beta_1} \right) \right], \quad (4.5.24)$$

Переходя к поправкам в измеренные углы ,получим:

$$(\gamma_1) = \frac{\rho}{1 + \text{ctg}^2\gamma_1} \frac{1}{S_2 \sin\beta_1} \left[ \frac{S_1}{S_2} (S_2) - (S_1) + \frac{(\beta_1)}{\rho} \left( S_1 \text{ctg}\beta_1 - \frac{S_2}{\sin\beta_1} \right) \right], \quad (4.5.25)$$

Формула (4.5.25) неудобная для программирования. Принимая во внимание, что

$$\frac{1}{1 + \text{ctg}^2\gamma_1} = \sin^2\gamma_1, \quad (4.5.26)$$

$$\frac{S_1}{S_2 \sin\beta_1} = \text{ctg}\gamma_1 + \text{ctg}\beta_1, \quad (4.5.27)$$





$$\frac{1}{S_2 \sin \beta_1} = \frac{ctg \gamma_1 + ctg \beta_1}{S_1}, \quad (4.5.28)$$

$$\frac{1}{\sin^2 \beta_1} = \frac{S_2^2 (ctg \gamma_1 + ctg \beta_1)^2}{S_1^2}, \quad (4.5.29)$$

$$d\gamma_1 = \frac{\rho}{1 + ctg^2 \gamma_1} \left[ \frac{S_1}{S_2^2 \sin \beta_1} dS_2 - \frac{dS_1}{S_2 \sin \beta_1} + \frac{d\beta_1}{\rho \sin^2 \beta_1} \frac{S_1}{S_2 \cos \beta_1} - \frac{d\beta_1}{\rho} \frac{1}{\sin^2 \beta_1} \right],$$

будет

$$d\gamma_1 = \rho \sin^2 \gamma_1 \left[ (ctg \gamma_1 + ctg \beta_1) \frac{dS_2}{S_2} - \frac{ctg \gamma_1 + ctg \beta_1}{S_1} dS_1 + \frac{d\beta_1}{\rho} (ctg \gamma_1 + ctg \beta_1) \frac{\cos \beta_1}{\sin \beta_1} - \frac{d\beta_1}{\rho} \frac{S_2^2}{S_1^2} (ctg \gamma_1 + ctg \beta_1) \right]$$

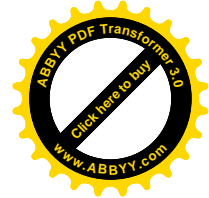
или

$$d\gamma_1 = \rho \sin^2 \gamma_1 (ctg \gamma_1 + ctg \beta_1) \left[ \frac{dS_2}{S_2} - \frac{dS_1}{S_1} + \frac{d\beta_1}{\rho} \left( ctg \beta_1 - \frac{S_2^2}{S_1^2} \frac{S_1}{S_2 \sin \beta_1} \right) \right],$$

с учетом формулы (4.2.3)

$$d\gamma_1 = \rho \left( \frac{\sin^2 \gamma_1 \sin \gamma_2}{\sin \gamma_1 \sin \beta_1} \right) \left[ \frac{dS_2}{S_2} - \frac{dS_1}{S_1} + \frac{d\beta_1}{\rho} \left( ctg \beta_1 - \frac{S_2}{S_1 \sin \beta_1} \right) \right], \quad (4.5.30)$$

Принимая во внимание формулу (4.2.1) запишем:



$$\frac{\sin \beta_1}{\sin \gamma_1 \sin \gamma_2} = ctg \gamma_1 + ctg \gamma_2,$$

и

$$\frac{1}{ctg \gamma_1 + ctg \gamma_2} = \frac{\sin \gamma_1 \sin \gamma_2}{\sin \beta_1}, \quad (4.5.31)$$

а на основе формулы (4.3.9) запишем:

$$\frac{S_2}{S \sin \beta_1} = ctg \gamma_2 + ctg \beta_1, \quad (4.5.32)$$

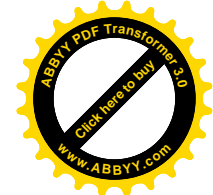
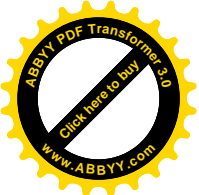
тогда формула (4.5.30) будет:

$$d\gamma_1 = \frac{\rho}{ctg \gamma_1 + ctg \gamma_2} \left[ \frac{dS_2}{S_1} - \frac{dS_1}{S_2} + \frac{d\beta_1}{\rho} (ctg \beta_1 - ctg \gamma_2 - ctg \beta_1) \right],$$

и в конечном результате формула приобретет вид:

$$(\gamma_1) = \frac{\rho}{ctg \gamma_1 + ctg \gamma_2} \left[ \frac{(S_2)}{S_1} - \frac{(S_1)}{S_2} - \frac{(\beta_1)}{\rho} ctg \gamma_2 \right], \quad (4.5.33)$$

Формула (4.5.33) удобная для программирования и будет рабочей формулой для условного уравнения дирекционных углов.



По аналогии получили формулы:

$$(\gamma_6) = \frac{\rho}{ctg\gamma_6 + ctg\gamma_5} \left[ \frac{(S_3)}{S_4} - \frac{(S_4)}{S_3} - \frac{(\beta_3)}{\rho} ctg\gamma_5 \right], (4.5.34)$$

$$(\gamma_9) = \frac{\rho}{ctg\gamma_9 + ctg\gamma_{10}} \left[ \frac{(S_9)}{S_8} - \frac{(S_8)}{S_9} - \frac{(\beta_5)}{\rho} ctg\gamma_{10} \right], (4.5.35)$$

$$(\gamma_{14}) = \frac{\rho}{ctg\gamma_{14} + ctg\gamma_{13}} \left[ \frac{(S_{10})}{S_{11}} - \frac{(S_{11})}{S_{10}} - \frac{(\beta_7)}{\rho} ctg\gamma_{13} \right], (4.5.36)$$

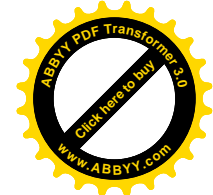
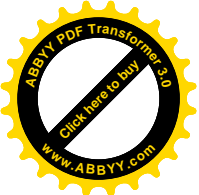
$$(\gamma_{17}) = \frac{\rho}{ctg\gamma_{17} + ctg\gamma_{18}} \left[ \frac{(S_{16})}{S_{15}} - \frac{(S_{15})}{S_{16}} - \frac{(\beta_9)}{\rho} ctg\gamma_{18} \right], (4.5.37)$$

$$(\gamma_{22}) = \frac{\rho}{ctg\gamma_{22} + ctg\gamma_{21}} \left[ \frac{(S_{17})}{S_{18}} - \frac{(S_{18})}{S_{17}} - \frac{(\beta_{11})}{\rho} ctg\gamma_{21} \right], (4.5.38)$$

Для проверки корректности данных формул разработаем следующую методику. Составляем программу расчета неизмеренных углов гамма и сторон в треугольнике линейно-углового метода сплошных наблюдений, а также расчета коэффициентов условного уравнения дирекционных углов.

Условное уравнение дирекционного угла для треугольника АВ1 будет:

$$\frac{\rho}{ctg\gamma_1 + ctg\gamma_2} \left[ \frac{(S_2)}{S_1} - \frac{(S_1)}{S_2} - \frac{(\beta_1)}{\rho} ctg\gamma_2 \right] + W_1 = 0, (4.5.39)$$



$$W_1 = \gamma_{1\text{выщитан.}} - \gamma_{1\text{исх.}} \quad (4.5.40)$$

И в нашем случае пусть  $W_1 = +14,01$  для  $\gamma_{1\text{выход.}} = 54^\circ 19' 00''$

Рассчитаем коррелату  $K'$

$$K'_{\Gamma} = - \frac{W}{[K^2]}, \quad (4.5.41)$$

И в нашем случае:

$$K'_{\Gamma} = - \frac{+14,01}{0,0101739} = -1377,053$$

Найдем поправки в измеренные величины

$$v_{S2} = K'_{\Gamma} \cdot K_{S2}, \quad (4.5.42)$$

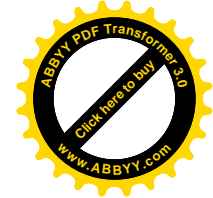
$$v_{S1} = K'_{\Gamma} \cdot K_{S1}, \quad (4.5.43)$$

$$v_{\beta 1} = K'_{\Gamma} \cdot K_{\beta 1}, \quad (4.5.44)$$

где  $K_{Si}, S, \beta_i$  - коэффициенты условного уравнения дирекционных углов .

В нашем случае получим:

$$v_{S2} = -73,9 \text{ мм}, \quad v_{S1} = +60,1 \text{ мм}, \quad v_{\beta 1} = +101,07''$$



Тогда

$$S_{23P}=4959534-73.9=4959460,1 \text{ мм},$$

$$S_{13P}=6095745+60,1=6095807,1 \text{ мм}.$$

$$B_{13M}=38^{\circ}56'04,98''+1'41,07''=38^{\circ}57'46,0$$

#### 4.6. Разработка координатных условных уравнений

Запишем формулы решения прямой геодезической задачи.

$$\Delta X_i = S_i \cos \alpha_i, \quad (4.6.1)$$

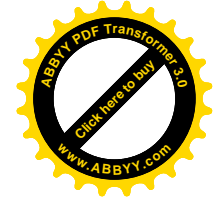
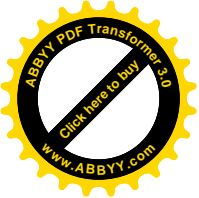
$$\Delta Y_i = S_i \sin \alpha_i, \quad (4.6.2)$$

Принимая во внимание, что производные

$$(\cos \alpha) = -\sin \alpha \text{ и } (\sin \alpha) = \cos \alpha,$$

дифференцируя формулы (4.6.1), (4.6.2) по независимым переменным, получим:

$$d\Delta X_i = \cos \alpha_i dS_i - S_i \sin \alpha_i \frac{d\alpha_i}{\rho} \quad (4.6.3)$$



$$d\Delta Y_i = \sin \alpha_i dS_i - S_i \cos \alpha_i \frac{d\alpha_i}{\rho} \quad (4.6.4)$$

Запишем формулу передачи координат по ходовой линии, показанной пунктиром

$$X_C = X_B + S_1 \cos \alpha_{B1} + S_4 \cos \alpha_{13} + S_8 \cos \alpha_{34} + \\ + S_{11} \cos \alpha_{46} + S_{15} \cos \alpha_{67} + S_{18} \cos \alpha_{7C}, \quad (4.6.5)$$

$$X_C = X_B + S_1 \sin \alpha_{B1} + S_4 \sin \alpha_{13} + S_8 \sin \alpha_{34} + \\ + S_{11} \sin \alpha_{46} + S_{15} \sin \alpha_{67} + S_{18} \sin \alpha_{7C}, \quad (4.6.6)$$

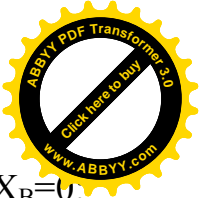
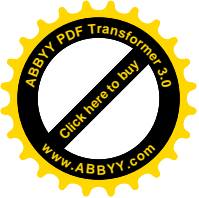
Дифференцируя (4.6.5) и (4.6.6), получим:

$$dX_C = dX_B + \left[ \cos \alpha_{B1} dS_1 - S_1 \sin \alpha_{B1} \frac{d\alpha_{B1}}{\rho} \right] + \\ + \left[ \cos \alpha_{13} dS_4 - S_4 \sin \alpha_{13} \frac{d\alpha_{13}}{\rho} \right] + \\ + \left[ \cos \alpha_{34} dS_8 - S_8 \sin \alpha_{34} \frac{d\alpha_{34}}{\rho} \right] + \\ + \left[ \cos \alpha_{46} dS_{11} - S_{11} \sin \alpha_{46} \frac{d\alpha_{46}}{\rho} \right] +$$

$$\begin{aligned}
& + \left[ \cos \alpha_{67} dS_{15} - S_{15} \sin \alpha_{67} \frac{d\alpha_{67}}{\rho} \right] + \\
& + \left[ \cos \alpha_{7C} dS_{18} - S_{18} \sin \alpha_{7C} \frac{d\alpha_{7C}}{\rho} \right], \quad (4.6.7)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
dY_C = dY_B & + \left[ \sin \alpha_{B1} dS_1 - S_1 \cos \alpha_{B1} \frac{d\alpha_{B1}}{\rho} \right] + \\
& + \left[ \sin \alpha_{13} dS_4 - S_4 \cos \alpha_{13} \frac{d\alpha_{13}}{\rho} \right] + \\
& + \left[ \sin \alpha_{34} dS_8 - S_8 \cos \alpha_{34} \frac{d\alpha_{34}}{\rho} \right] + \\
& + \left[ \sin \alpha_{46} dS_{11} - S_{11} \cos \alpha_{46} \frac{d\alpha_{46}}{\rho} \right] + \\
& + \left[ \sin \alpha_{67} dS_{15} - S_{15} \cos \alpha_{67} \frac{d\alpha_{67}}{\rho} \right] + \\
& + \left[ \sin \alpha_{7C} dS_{18} - S_{18} \cos \alpha_{7C} \frac{d\alpha_{7C}}{\rho} \right], \quad (4.6.8)
\end{aligned}$$

Принимая ко вниманию, что ход опирается на пункты старшего класса,



или полученные по системе GPS с большей точностью ,тогда  $dX_C=0$ ;  $dX_B=0$ ,  
 $dY_C=0$ ;  $dY_B=0$ .

Переходя к поправкам, условные уравнения координат в общем случае будут:

$$\sum_{i=1}^n \left[ \cos \alpha_i (S_i) - S_i \sin \alpha_i \frac{(\alpha_i)}{\rho} \right] + W_X = 0, \quad (4.6.9)$$

$$\sum_{i=1}^n \left[ \sin \alpha_i (S_i) + S_i \cos \alpha_i \frac{(\alpha_i)}{\rho} \right] + W_Y = 0, \quad (4.6.10)$$

или с учетом (4.6.1), (4.6.2)

$$\sum_{i=1}^n \left[ \cos \alpha_i (S_i) - \Delta Y_i \frac{(\alpha_i)}{\rho} \right] + W_X = 0, \quad (4.6.11)$$

$$\sum_{i=1}^n \left[ \sin \alpha_i (S_i) + \Delta X_i \frac{(\alpha_i)}{\rho} \right] + W_Y = 0, \quad (4.6.12)$$

где  $(S_i)$  - поправки в соответствующие измеренные стороны,

$(\alpha_i)$  - поправки в дирекционные углы.

При этом

$$\left. \begin{aligned} (\alpha_{B1}) &= (\gamma_1), (\alpha_{13}) = -(\beta_4), (\alpha_{34}) = (\gamma_6) + (\gamma_9), \\ (\alpha_{46}) &= -(\beta_8), (\alpha_{67}) = (\gamma_{14}) + (\gamma_{17}), (\alpha_{7C}) = -(\beta_{12}), \end{aligned} \right\} \quad (4.6.13)$$

$$W_X = X_{\text{Свѣщит.}} - X_{\text{Сисх.}}, \quad (4.6.14)$$



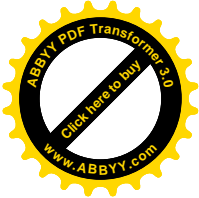


$$W_Y = Y_{\text{СВЫЩИТ.}} - Y_{\text{СИСХ.}} \quad (4.6.14')$$

Коэффициенты для поправок ( $\gamma_i$ ) берутся на основе формул (4.5.33)-(4.5.38).

Представим условные уравнения координат в виде:

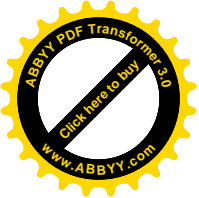
$$\begin{aligned} & \left\{ \cos \alpha_{B1} - \frac{\Delta Y_{B1}}{\rho} \left[ -\frac{\rho}{S_2(\text{ctg} \gamma_1 + \text{ctg} \gamma_2)} \right] \right\} (S_1) - \frac{\Delta Y_{B1}}{\rho} \left[ \frac{\rho}{S_1(\text{ctg} \gamma_1 + \text{ctg} \gamma_2)} \right] (S_2) - \\ & - \frac{\Delta Y_{B1}}{\rho} \left[ -\frac{\text{ctg} \gamma_2(\beta_1)}{(\text{ctg} \gamma_1 + \text{ctg} \gamma_2)} \right] + \cos \alpha_{13}(S_4) - \frac{\Delta Y_{13}}{\rho} (-\beta_4) - \frac{\Delta Y_{34}}{\rho} \left[ \frac{\rho}{S_4(\text{ctg} \gamma_6 + \text{ctg} \gamma_5)} \right] (S_3) - \\ & - \frac{\Delta Y_{34}}{\rho} \left[ -\frac{\rho(S_4)}{S_3(\text{ctg} \gamma_6 + \text{ctg} \gamma_5)} \right] - \frac{\Delta Y_{34}}{\rho} \left[ -\frac{\text{ctg} \gamma_5}{\text{ctg} \gamma_6 + \text{ctg} \gamma_5} \right] (\beta_3) + \\ & \left\{ \cos \alpha_{34} - \frac{\Delta Y_{34}}{\rho} \left[ -\frac{\rho}{S_9(\text{ctg} \gamma_9 + \text{ctg} \gamma_{10})} \right] \right\} (S_8) - \frac{\Delta Y_{34}}{\rho} \left[ \frac{\rho}{S_8(\text{ctg} \gamma_8 + \text{ctg} \gamma_{10})} \right] (S_9) - \\ & - \frac{\Delta Y_{34}}{\rho} \left[ -\frac{\text{ctg} \gamma_{10}(\beta_1)}{(\text{ctg} \gamma_9 + \text{ctg} \gamma_{10})} \right] (\beta_3) - \frac{\Delta Y_{46}}{\rho} (-\beta_8) + \cos \alpha_{46}(S_{11}) - \\ & \left\{ \frac{\Delta Y_{67}}{\rho} \left[ -\frac{\rho}{S_{10}(\text{ctg} \gamma_{14} + \text{ctg} \gamma_{13})} \right] \right\} (S_{11}) - \frac{\Delta Y_{67}}{\rho} \left[ \frac{\rho(\beta_7)}{S_{11}(\text{ctg} \gamma_{14} + \text{ctg} \gamma_{13})} \right] + \\ & + \left\{ \cos \alpha_{67} - \frac{\Delta Y_{67}}{\rho} \left[ -\frac{\rho}{S_{11}(\text{ctg} \gamma_{14} + \text{ctg} \gamma_{13})} \right] \right\} (S_{10}) - \frac{\Delta Y_{67}}{\rho} \left[ -\frac{\text{ctg} \gamma_{13}}{(\text{ctg} \gamma_{14} + \text{ctg} \gamma_{13})} \right] (\beta_7) + \end{aligned}$$



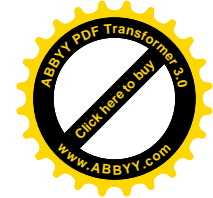
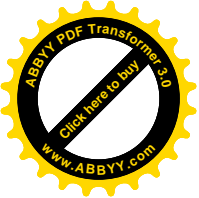
$$\begin{aligned}
& + \left\{ \cos \alpha_{67} - \frac{\Delta Y_{67}}{\rho} \left[ -\frac{\rho}{S_{16}(\operatorname{ctg} \gamma_{17} + \operatorname{ctg} \gamma_{18})} \right] \right\} (S_{15}) - \\
& - \frac{\Delta Y_{67}}{\rho} \left[ -\frac{\rho}{S_{15}(\operatorname{ctg} \gamma_{17} + \operatorname{ctg} \gamma_{18})} \right] (S_{16}) - \frac{\Delta Y_{67}}{\rho} \left[ -\frac{\operatorname{ctg} \gamma_{18}}{\operatorname{ctg} \gamma_{17} + \operatorname{ctg} \gamma_{18}} \right] (\beta_9) + \\
& + \cos_{7C} (S_{18}) - \frac{\Delta Y_{7C}}{\rho} (\beta_{12}) + W_X = 0
\end{aligned} \tag{4.6.16}$$

$$\begin{aligned}
& \left\{ \sin \alpha_{B1} - \frac{\Delta Y_{B1}}{\rho} \left[ -\frac{\rho}{S_2(\operatorname{ctg} \gamma_1 + \operatorname{ctg} \gamma_2)} \right] \right\} (S_1) + \frac{\Delta Y_{B1}}{\rho} \left[ \frac{\operatorname{ctg} \gamma_5}{S_1(\operatorname{ctg} \gamma_1 + \operatorname{ctg} \gamma_2)} \right] (S_2) - \\
& - \frac{\Delta X_{B1}}{\rho} \cdot \frac{\operatorname{ctg} \gamma_2 (\beta_1)}{(\operatorname{ctg} \gamma_1 + \operatorname{ctg} \gamma_2)} + \sin \alpha_{13} (S_4) + \frac{\Delta X_{13}}{\rho} (-\beta_4) + \sin \alpha_{34} (S_8) + \\
& + \frac{\Delta X_{34}}{\rho} \left\{ \frac{\rho}{\operatorname{ctg} \gamma_6 + \operatorname{ctg} \gamma_5} \left[ \frac{(S_3)}{S_4} - \frac{(S_4)}{S_3} - \frac{(\beta_3)}{\rho} \operatorname{ctg} \gamma_5 \right] + \frac{\rho}{\operatorname{ctg} \gamma_9 + \operatorname{ctg} \gamma_{10}} \left[ \frac{(S_9)}{S_8} + \frac{(S_8)}{S_9} - \frac{(\beta_5)}{\rho} \operatorname{ctg} \gamma_{10} \right] \right\} + \\
& + \sin \alpha_{46} (S_{11}) + \frac{\Delta X_{46}}{\rho} (-\beta_6) + \sin \alpha_{67} (S_{15}) + \\
& + \frac{\Delta X_{67}}{\rho} \left\{ \frac{\rho}{\operatorname{ctg} \gamma_{14} + \operatorname{ctg} \gamma_{13}} \left[ \frac{(S_{10})}{S_{11}} - \frac{(S_{11})}{S_{10}} - \frac{(\beta_7)}{\rho} \operatorname{ctg} \gamma_{13} \right] + \frac{\rho}{\operatorname{ctg} \gamma_{17} + \operatorname{ctg} \gamma_{18}} \left[ \frac{(S_{16})}{S_{15}} + \frac{(S_{15})}{S_{16}} - \frac{(\beta_9)}{\rho} \operatorname{ctg} \gamma_{18} \right] \right\} + \\
& + \sin \alpha_{7C} (S_{18}) - \frac{\Delta X_{7C}}{\rho} (-\beta_{12}) + W_Y = 0,
\end{aligned} \tag{4.6.17}$$

В дальнейшем поставим задачу на практике проверить данные теоретической разработки.



Лишь практическая реализация одновременного решения данных условных уравнений под условием минимума квадратов поправок подтвердит стоимость данной теории.



## 4.7. Расчет истинных значений координат

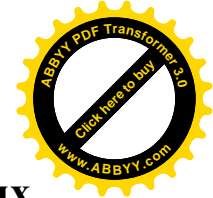
Преимуществом проведения исследований на математической модели есть возможность учета погрешностей исходных данных.

С начала рассчитаем истинные значения неизмеренных углов гамма.

Таким образом диагональные стороны  $S_{23}$ ,  $S_{56}$  рассчитанные из разных четырехугольников, будут отличаться на 96,73 мм.

**Таблица 4.2. Расчет истинных координат пунктов ходовой линии**

№ пункт ов	Формулы углов	Углы передачи	Дирекционн ые углы	Сторон ы	Назва ния	Координаты	
						X	Y
А			180°00'00,00"				
В	$\gamma_1$	35°00'00,00"	35°00'00,00"	172,000	$S_1$	1000,000	1000,000
1	$-\beta_4$	70°00'00,00"	145°00'00,00"	172,000	$S_4$	1140,8942	1098,6552
3	$\gamma_6+\gamma_9$	63°15'00,00"	28°15'00,00"	160,000	$S_9$	1000,000	1197,3104
4	$-\beta_8$	56°30'00,00"	151°45'00,00"	160,000	$S_{11}$	1140,9425	1273,0415
6	$\gamma_{14}+\gamma_{17}$	63°15'00,00"	35°00'00,00"	172,000	$S_{15}$	1000,000	1348,7726
7	$-\beta_{12}$	70°00'00,00"	145°00'00,00"	172,000	$S_{18}$	1140,8942	1447,4278
С	$\gamma_{22}$	35°00'00,00"				1000,000	1546,0830
Д			360°00'00,00"				



## 4.8. Расчет свободных членов и коэффициентов условных уравнений

**Таблица 4.3. Расчет неуравновешенных координат пунктов ходовой линии**

№ пунктов	Формулы углов	Углы передачи	Дирекционные углы	Стороны	Названия	Координаты	
						X	Y
A							
			180°00'00.00"				
B	$\gamma_1$	35°00'03.01"				1000.000	1000.000
			35°00'03.01"	171,9962	S <sub>1</sub>		
1	$-\beta_4$	70°00'00.92'				1140.8896	1098.6550
			145°00'02.09"	172,023	S <sub>4</sub>		
3	$\gamma_6+\gamma_9$	63°14'56.76"				999.9926	1197.3101
			28°14'58.85"	160,036	S <sub>8</sub>		
4	$-\beta_8$	56°29'59.82"				1140.9382	1273.0419
			151°44'59.03"	159,9996	S <sub>11</sub>		
6	$\gamma_{14}+\gamma_{17}$	63°15'04.51"				999.9964	1348.7737
			35°00'03.54"	171,9961	S <sub>15</sub>		
7	$-\beta_{12}$	70°00'00.13"				1140.8855	1447.4290
			145°00'03.41"	172,0003	S <sub>18</sub>		
C	$\gamma_{22}$	35°00'00.37"				999.9897	1546.0820
			360°00'03.78"				
D							

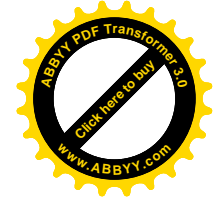
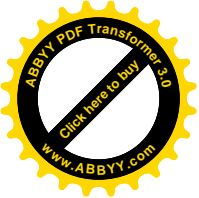
$X_{исх}=1000,000$
$Y_{исх}=1546,0830$

$W_\alpha=+3.78''$	$W_x = -10.3\text{мм}$	$W_y = -1\text{мм}$
--------------------	------------------------	---------------------

Принимая ко вниманию, что угловые измерения выполнены с точностью  $\Delta\beta=2''$ , а линии с точностью  $\Delta S=5\text{мм}$ , примем веса угловых измерений  $\rho_\beta = 1$ .

Тогда веса линейных измерений будут

И в нашем случае



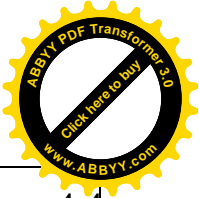
$$P_S = \frac{\Delta^2 \beta}{\Delta^2 S}, \quad (4.8.1)$$

тогда, коэффициенты условных уравнений сторон  $K_i$  ( $S_i$ ) необходимо умножить на 2,5.

$$P_S = \frac{4}{25} = 0.16, \quad \text{а} \quad \frac{1}{\sqrt{P_S}} = 2.5.$$

**Таблица 4.4. Коэффициенты нормальных уравнений  
(элементы формул).**

Назв. поправок	$\Delta AB1$	$\Delta CD7$	$\square 1234$	$\square 4567$	$(\alpha)$	$(X')$	$(Y')$
	a	b	c	d	e	f	g
$(S_1)$	$-\frac{[\rho / S_1]}{ctg\gamma_1}$				$-\rho \left[ \frac{S_1(ctg\gamma_1 +}{+ctg\gamma_2} \right]$	$-\frac{[\Delta Y_{B1} / \rho] +}{\cos \alpha_{B1}}$	$\frac{[\Delta Y_{B1} / \rho] +}{\sin \alpha_{B1}}$
$(S_2)$	$-\frac{[\rho / S_2]}{ctg\gamma_2}$				$\rho \left[ \frac{S_1(ctg\gamma_1 +}{+ctg\gamma_2} \right]$	$-\Delta Y_{B1} / \rho$	$\Delta X_{B1} / \rho$
$(S_3)$			$\cos\gamma_5$		$\rho \left[ \frac{S_4(ctg\gamma_6 +}{+ctg\gamma_5} \right]$	$-\Delta Y_{34} / \rho$	$\Delta X_{34} / \rho$
$(S_4)$			$\cos\gamma_6$		$-\rho \left[ \frac{S_3(ctg\gamma_6 +}{+ctg\gamma_5} \right]$	$-\frac{[\Delta Y_{34} / \rho] +}{\cos \alpha_{34}}$	$\frac{[\Delta Y_{34} / \rho] +}{\sin \alpha_{34}}$
$(S_8)$			$-\cos\gamma_9$		$-\rho \left[ \frac{S_9(ctg\gamma_5 +}{+ctg\gamma_{10}} \right]$	$-\frac{[\Delta Y_{34} / \rho] +}{\cos \alpha_{34}}$	$\frac{[\Delta Y_{34} / \rho] +}{\sin \alpha_{34}}$
$(S_9)$			$-\cos\gamma_{10}$		$\rho \left[ \frac{S_8(ctg\gamma_9 +}{+ctg\gamma_{10}} \right]$	$-\Delta Y_{34} / \rho$	$\Delta X_{34} / \rho$
$(S_{10})$				$\cos\gamma_{13}$	$\rho \left[ \frac{S_{11}(ctg\gamma_{14} +}{+ctg\gamma_{13}} \right]$	$-\Delta Y_{67} / \rho$	$\Delta X_{67} / \rho$
$(S_{11})$				$\cos\gamma_{14}$	$-\rho \left[ \frac{S_{10}(ctg\gamma_{14} +}{+ctg\gamma_{13}} \right]$	$-\frac{[\Delta Y_{67} / \rho] +}{\cos \alpha_{46}}$	$\frac{[\Delta Y_{67} / \rho] +}{\sin \alpha_{46}}$



Продолжение таблицы 4.4

(S <sub>15</sub> )				-cosγ <sub>17</sub>	$-\rho / \left[ \begin{matrix} S_{16}(ctg\gamma_{17} + \\ + ctg\gamma_{18} \end{matrix} \right]$	$-\frac{[\Delta Y_{67} / \rho] +}{\cos \alpha_{67}}$	$\frac{[\Delta Y_{67} / \rho] +}{\sin \alpha_{67}}$
(S <sub>16</sub> )				-cosγ <sub>18</sub>	$\rho / \left[ \begin{matrix} S_{15}(ctg\gamma_{17} + \\ + ctg\gamma_{18} \end{matrix} \right]$	$-\Delta Y_{67} / \rho$	$\Delta X_{67} / \rho$
(S <sub>17</sub> )		$-\frac{[\rho / S_{17}]}{ctg\gamma_{22}}$			$\rho / \left[ \begin{matrix} S_{18}(ctg\gamma_{22} + \\ + ctg\gamma_{21} \end{matrix} \right]$		
(S <sub>18</sub> )		$-\frac{[\rho / S_{18}]}{ctg\gamma_{22}}$			$-\rho / \left[ \begin{matrix} S_{17}(ctg\gamma_{22} + \\ + ctg\gamma_{21} \end{matrix} \right]$	$\cos \alpha_{7c}$	$\sin \alpha_{7c}$
(β <sub>1</sub> )	-1				$-\frac{ctg\gamma_2}{(ctg\gamma_1 + ctg\gamma_2)}$	$-\Delta Y_{B1} / \rho$	$\Delta X_{B1} / \rho$
(β <sub>3</sub> )			$\frac{[S_4 / \rho]}{\sin \gamma_6}$		$-\frac{ctg\gamma_5}{(ctg\gamma_6 + ctg\gamma_5)}$	$-\Delta Y_{34} / \rho$	$\Delta X_{34} / \rho$
(β <sub>4</sub> )					-1	$-\Delta Y_{13} / \rho$	$\Delta X_{13} / \rho$
(β <sub>5</sub> )			$-\frac{[S_8 / \rho]}{\sin \gamma_9}$		$-\frac{ctg\gamma_{10}}{(ctg\gamma_9 + ctg\gamma_{10})}$	$-\Delta Y_{34} / \rho$	$\Delta X_{34} / \rho$
(β <sub>7</sub> )				$\frac{[S_{11} / \rho]}{\sin \gamma_{14}}$	$-\frac{ctg\gamma_{13}}{(ctg\gamma_{14} + ctg\gamma_{13})}$	$-\Delta Y_{67} / \rho$	$\Delta X_{67} / \rho$
(β <sub>8</sub> )				$\frac{[-S_{15} / \rho]}{\sin \gamma_{17}}$	-1	$-\Delta Y_{46} / \rho$	$\Delta X_{46} / \rho$
(β <sub>9</sub> )					$-\frac{ctg\gamma_{18}}{(ctg\gamma_{17} + ctg\gamma_{18})}$	$-\Delta Y_{67} / \rho$	$\Delta X_{67} / \rho$
(β <sub>11</sub> )		-1			$-\frac{ctg\gamma_{21}}{(ctg\gamma_{22} + ctg\gamma_{21})}$		
(β <sub>12</sub> )					-1	$-\Delta Y_{7c} / \rho$	$\Delta X_{7c} / \rho$
W	$\beta'_1 - \beta_1$	$\beta'_{11} - \beta_{11}$	$S_7 - S'_7$	$S_{14} - S'_{14}$	$\alpha'_{cd} - \alpha_{cd}$	$X'_c - X_c$	$Y'_c - Y_c$

Таблица 4.5. Коэффициенты условных уравнений без учета весов

Назв поправки	ΔAB1	ΔCD7	Δ1234	(α)	(X')(α)+ cosα	(Y')(α) sinα	$V'' \frac{1}{\sqrt{P_s}}$ мм
	a	b	c	d	e	f	g
(S <sub>1</sub> )	-1,7126				-0,4199	+0,2008 +0,8191	-0,2867 +0,5736
(S <sub>2</sub> )	-1,7127				+0,4198	-0,2008	+0,2867
(S <sub>3</sub> )			0,8192		+0,4198	-0,1541	+0,2868
(S <sub>4</sub> )			0,8192		-0,4198	+0,1541 -0,8192	-0,2868 +0,5736
(S <sub>8</sub> )			-0,8809		-0,3464	+0,1272 +0,8809	-0,2367 +0,4733

Продолжение таблицы 4.5

(S <sub>9</sub> )			-0,8809		+0,3464	-0,1272	+0,2367
(S <sub>10</sub> )				0,8809	+0,3463	-0,1656	+0,2366
(S <sub>11</sub> )				0,8809	-0,3463	+0,1656 -0,8809	-0,2366 0,4733
(S <sub>15</sub> )				-0,8191	-1,0495	+0,2008 +0,8191	-0,2867 +0,5736
(S <sub>16</sub> )				-0,8192	+0,4198	-0,2008	+0,2867
(S <sub>17</sub> )		-1,7126			+0,4198		
(S <sub>18</sub> )		-1,7127			-0,4198	-0,8192	+0,5736
(β <sub>1</sub> )	-1				-0,5000	+0,2391	-0,3415
(β <sub>3</sub> )			0,4783		-0,5000	+0,1836	-0,3416
(β <sub>4</sub> )					-1	+0,4783	+0,6831
(β <sub>5</sub> )			-0,3672		-0,5000	+0,1836	-0,3417
(β <sub>7</sub> )				+0,3672	-0,5000	+0,2391	-0,3415
(β <sub>8</sub> )					-1	+0,3672	+0,6833
(β <sub>9</sub> )				-0,4783	-0,5000	+0,2391	-0,3415
(β <sub>11</sub> )					-0,5000		
(β <sub>12</sub> )					-1	+0,4783	+0,6831
	+5.47''	-4.64''	-90.4 мм	+96,6 мм	+3,78''	-10,3 мм	-1,0мм

**Таблица 4.6. Коэффициенты условных уравнений с учетом весов измерений и поправки уравнивания**

Нава поправки	ΔAB1	ΔCD7	□1234	□4567	(α)	(X')(α)+ cosα	(Y')(α) sinα	$V'' \frac{1}{\sqrt{P_s}}$ мм
	a	b	c	d	e	f	g	
(S <sub>1</sub> )	4.2815				-1.0498	2.5498	0.7172	+2.7
(S <sub>2</sub> )	4.2818				1.0495	-0.5020	0.7168	0,3
(S <sub>3</sub> )			2.0480		1.0495	-0.3852	0.7170	+ 24,3
(S <sub>4</sub> )			2.0480		- 1.0495	-1.6628	0.7170	+24,6
(S <sub>8</sub> )			-2.2022		-0.8660	2.5202	0.5915	-26,4
(S <sub>9</sub> )			-2.2022		0.8660	-0.3180	0.5918	-28,6
(S <sub>10</sub> )				2.2022	0.8658	-0.4140	0.5915	-29,4
(S <sub>11</sub> )				2.2022	- 0.8658	-1.7882	0.5918	-29,3
(S <sub>15</sub> )				-2.0478	-1.0495	2.5498	0.7172	+27,4
(S <sub>16</sub> )				-2.0480	1.0495	-0.5020	0.7168	+25,0



Продолжение таблицы 4.6.

(S <sub>17</sub> )		-4.2815			1.0495			-0,7
(S <sub>18</sub> )		-4.2815			- 1.0495	-2.0480	1.4340	-2,0
(β <sub>1</sub> )	-1				-0.5000	0.2391	-0.3415	+0,41''
(β <sub>3</sub> )			0.4783		-0.5000	0.1836	-0.3416	+2.64''
(β <sub>4</sub> )					-1	0.4783	0.6831	+0.03''
(β <sub>5</sub> )			-0.3672		-0.5000	0.1836	-0.3417	-1.59''
(β <sub>7</sub> )				0.3672	-0.5000	0.2391	-0.3415	-1.63''
(β <sub>8</sub> )					-1	0,3672	0,6833	+0,01
(β <sub>9</sub> )				-0,4783	-0,5000	0,2391	-0,3415	+2,72
(β <sub>11</sub> )		-1			-0,5000			+0,07
(β <sub>12</sub> )					-1	0,4783	0,6831	+0,03
W	5.47''	-4.64''	-90.4мм	96,6мм	3,78''	-10.3''	-1.0мм	

#### 4.9. Расчет коэффициентов нормальных уравнений

Таблица 4.7. Коэффициенты нормальных уравнений.

	a]	b]	c]	d]	e]	f]	g]	W	Σ
[a	37.6650	0	0	0	0.5010	-9.0066	-5.7984	5.47''	28.831
[b		37.6625	0	0	0.5000	8.7685	-6.1397	-4.64''	36.1513
[c			18.4516	0	-0.0556	-9.0236	0.2930	-90.4 мм	-80,7346
[d				18.4508	0,0556	-9,0696	-0,2929	96,6 мм	105,7436
[e					16,3114	-6,0504	-2,7016	3,78''	12,3401
[f						31,2674	-0,9342	10,3''	
[g							8..5246	-1.00''	-8.0492

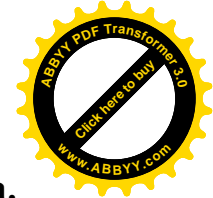
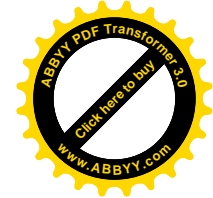
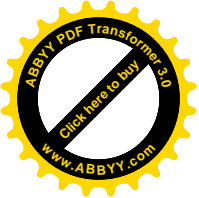


Таблица 4.8. Коэффициенты нормальных уравнений по схеме Гауса.

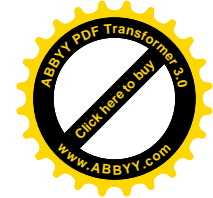
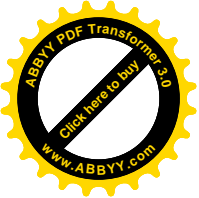
a	b	c	d	e	f	g	W	Σ	Конт.
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
37,6650,0	0	0	0	0,5010	-9,0066	-5,7984	5,47	28,831	
-1	0	0	0	-0,01331	0,239124	0,153947	-0,145228	-0,76546	0,765458
	37,6625	0	0	0,5000	8,7685	-6,1397	-4,64	36,1513	
	0	0	0	0	0	0	0	0	
	37,6625	0	0	0,5000	8,7685	-6,1397	-4,64	36,1513	
	-1	0	0	-0,01328	-0,23282	0,163019	0,123199	-0,95988	-0,95988
		18,4516	0	-0,0556	-9,0236	0,2930	-90,4	-80,7346	
		0	0	0	0	0	0	0	
		0	0	0	0	0	0	0	
		18,4516	0	-0,0556	-9,0236	0,2930	-90,4	-80,7346	
		-1	0	0,003013	0,489042	-0,01588	4,899304	4,375480	4,375480
			18,4508	0,0553	-9,0696	-0,2929	+96,6	105,7436	
			0	0	0	0	0	0	
			0	0	0	0	0	0	
			0	0	0	0	0	0	
			18,4508	0,0553	-9,0696	-0,2929	+96,6	105,7436	
			-1	-0,00299	0,491556	0,015875	-5,35545	-5,731112	-5,73111
				16,3114	-6,0504	-2,7016	3,78	12,3401	
				-0,00666	0,119801	0,077127	-0,072759	-0,383445	
				-0,006638	-0,116409	0,081510	0,061600	-0,479938	
				-0,000168	-0,027191	0,000883	-0,272401	-0,243277	
				-0,000166	0,027183	0,000878	-0,289526	-0,316930	
				16,297764	-6,047016	-2,541202	3,206914	10,91646	
				-1	0,371033	0,155923	-0,1967702	-0,669813	-0,669814
					31,2674	-0,9342	-10,3	-4,34850	
					2,153694	-1,386539	1,308010	6,894183	
					-2,041465	1,429432	1,080274	-8,416664	
					-4,412919	0,143286	-44,20936	-39,482587	
					-4,458216	-0,14390	47,048430	51,97889	
					-2,243642	-0,942869	0,948668	3,889173	
					15,95746	-1,834870	-3,688089	10,43450	
					-1	0,114985	0,23112	-0,653895	-0,653895
						8,5246	-1,00	-8,0492	
						-0,892646	0,84090	4,438438	
						-1,000888	-0,756405	5,893344	
						-0,004652	1,435496	1,282016	
						-0,004698	1,533491	1,678643	
						-0,39623	0,500032	1,702130	
						-0,210982	0,424075	1,19981	
						6,014550	2,130629	8,145183	
						-1	-0,354246	-1,354246	-1,354246
-0,151825	0,023532	4,99744	-5,14703	-0,181365	0,190387	-0,354246			
K <sub>1</sub>	K <sub>2</sub>	K <sub>3</sub>	K <sub>4</sub>	K <sub>5</sub>	K <sub>6</sub>	K <sub>7</sub>			

**Таблица 4.9. Расчет уравновешенных величин**

Назв. стор.	Измеренная	V мм	Уравновешенная	Назв. угла	Измеренного		Уравновешенные.
S <sub>1</sub>	171,9962	+2,7	171,9989	β <sub>1</sub>	109°59'58.49"	0,41"	109°59'58.90"
S <sub>2</sub>	172,0015	+0,3	172,0018	β <sub>3</sub>	110°00'01.48"	2,64	110°00'04.12"
S <sub>3</sub>	172,0037	+24,3	172,0280	β <sub>4</sub>	70°00'00.92"	0,03	70°00'00.95"
S <sub>4</sub>	172,0023	+24,6	172,0269	β <sub>5</sub>	123°30'01.20"	-1,59	123°29'59.61"
S <sub>8</sub>	160,0030	-26,4	159,9766	β <sub>7</sub>	123°29'59.96"	-1,63	123°29'59.33"
S <sub>9</sub>	159,9957	-28,6	159,9671	β <sub>8</sub>	56°29'59.82"	0,01	56°29'59.83"
S <sub>10</sub>	159,9999	-29,4	159,9705	β <sub>9</sub>	109°59'58.43"	2,72	110°00'01.45"
S <sub>11</sub>	159,9996	-29,3	159,9703	β <sub>10</sub>	110°00'00.82"	0,07	110°00'00.89"
S <sub>15</sub>	171,9961	+27,4	172,0235	β <sub>12</sub>	70°00'00.13"	0,03	0°00'00.16"
S <sub>16</sub>	172,0045	+25,0	172,0295				
S <sub>17</sub>	172,0020	-0,7	172,0013				
S <sub>18</sub>	172,0003	-2,0	171,9983				

**4.10. Контроль уравновешивания. Анализ точности****Таблица 4.10. Расчет уравновешенных координат.**

№ пункта	Формулы углов	Углы передачи	Дирекционные углы	Стороны	Назв.	Координаты	
						X	Y
A							
B	γ <sub>1</sub>	35°00'01.81"	180°00'00.00"			1000.000	1000.000
1	-β <sub>4</sub>	70°00'00.95"	35°00'01.81"	171.9989	S <sub>1</sub>	1140.8924	1098.6558
3	γ <sub>6</sub> +γ <sub>9</sub>	63°14'55.45"	145°00'00.86"	172.0269	S <sub>4</sub>	999.9758	1197.3258
4	-β <sub>8</sub>	56°29'59.83"	28°14'56.31"	159.9766	S <sub>8</sub>	1140.8991	1273.0434
6	γ <sub>14</sub> +γ <sub>17</sub>	63°15'02.91"	151°44'56.48"	159.9703	S <sub>11</sub>	999.9841	1348.7629
7	-β <sub>12</sub>	70°00'00.16"	34°59'59.39"	172.0235	S <sub>15</sub>	1140.8978	1447.4311
C	γ <sub>22</sub>	35°00'00.82"	144°59'59.23"	171.9983	S <sub>18</sub>	1000.0055	1546.0859
D			360°00'00.05"				



1000,0000	1546,0830
$W'_x=+5.5\text{мм}$	$W'_y=+2.9\text{мм}$
$W'_\alpha=+0.05''$	

**Таблица 4.11. Сравнительная таблица уравновешенных координат модели.**

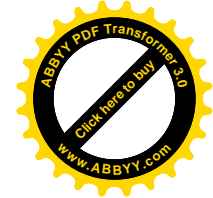
Названия пунктов	$X_{ур.}$	$Y_{мод.}$	$\delta X$ (мм)	$Y_{ур.}$	$Y_{мод.}$	$\delta Y$ (мм)
1	1140,892	1140,894	-2	1098,656	1098,655	+1
3	999,976	1000,000	-24	1197,326	1197,310	+16
4	114,899	1140,942	-43	1273,043	1273,041	+2
6	999,984	1000,000	-16	1348,763	1348,773	-10
7	1140,898	1140,894	+4	1447,431	1447,428	+3
С	1000,005	1000,000	+5	1546,086	1546,083	+3

Средняя квадратическая погрешность определения планового положения пункта будет

$$m_{x,y} = \sqrt{\frac{\sum \delta x^2 + \sum \delta y^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{3105}{11}} = 16,8 \text{ мм}$$

Названия пунктов	$X_{ур.}$	$Y_{мод.}$	$\delta X$ (мм)	$Y_{ур.}$	$Y_{мод.}$	$\delta Y$ (мм)
1	1140,8896	1140,8942	-4,6	1098,6550	1098,6552	-0,2
3	999,9926	1000,0000	-7,4	1197,3101	1197,3104	-0,3
4	1140,9382	1140,9425	-4,3	1273,0419	1273,0415	+0,4
6	999,9964	1000,0000	-3,6	1348,7737	1348,7726	+1,1
7	1140,8857	1140,8942	-8,5	1447,4290	1447,4278	+1,2
С	999,9897	1000,0000	-10,3	1546,0820	1546,0830	+1,0

Причем средняя квадратическая погрешность определения координат планового положения пункта будет



$$m_{x,y} = \sqrt{\frac{289.65}{11}} = 5,13 \text{ мм}$$

Средняя квадратическая погрешность единицы веса

$$\mu = \sqrt{\frac{[PV^2]}{\tau}} = \sqrt{\frac{931.368 + 19.7279}{7}} = 11,656$$

При этом мы имели в виду, что

$$P_{\beta} = 1, \quad P_S = \frac{m_{\beta}^2}{m_S^2} = \frac{4}{25} = 0,16$$

Поэтому квадраты поправок стороны были умножены на 0,16.

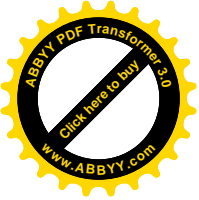
Средняя квадратическая погрешность определения координат

$$m_y = \mu \sqrt{\frac{1}{P_y}} = 11.656 \sqrt{\frac{1}{6.0145}} = 4.75 \approx 5 \text{ мм}$$

Но при сравнении не уравновешенных координат и координат модели мы также получили  $m_{x,y} = 5 \text{ мм}$ .

Таким образом, на основе проведенных исследований мы утверждаем, что при измерении углов с точностью 2" и сторон с точностью 5 мм в электронной блочной тахеометрии из трех блоков при длинах сторон до 200 м, средняя квадратическая погрешность определения координат пунктов будет близка 5 мм.

Заметим, что в неуровненной, то есть в искаженной и принятой (истинной модели) была истинная погрешность нестыковки блоков в 90 мм,



но эта погрешность в равной степени сказалась на точности определения координат. Практически можно считать, что ее не было. При уравнивании же проходит согласование условий. Поэтому эта погрешность влияет и дает среднюю квадратическую погрешность координат в 17 мм.

Окончательное значение свободного члена дирекционных углов в  $0,05''$  вызвано погрешностями округления микрокалькулятора, а координат в 5 мм и 3 мм влиянием истинных погрешностей, соотношением весов и погрешностями исходных данных.

#### 4.11. Результаты исследований

Рассмотренный во втором разделе первый блок программы уравнивания параметрическим способом предназначен для расчета коэффициентов уравнений поправок и свободных членов в угловых, линейных и линейно-угловых сетях.

Следующим блоком идет формирование массивов данных с записью на дискету.

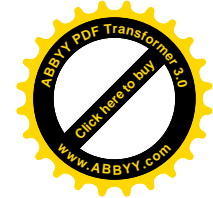
Блок-схема программы формирования файлов данных.

В необходимых случаях, которые требуют изменения корректирования файлов данных применяется программа "KONTRISP".

Исследованию подлежат линейно-угловая сеть, приведенная в (101,-с. 216-239).

Сначала была уравнена линейно-угловая сеть сплошных наблюдений. При этом полученные результаты идентичные результатам (101), и в приложениях данной работы не приводятся.

Потом уравнивалась сеть несплошных наблюдений при измерениях только на пунктах 3 и 4. Данное уравнивание в приложениях не приводится.

**Таблица 4.13. Таблица уравненных координат пунктов**

№ п.	X <sub>предв.</sub>	δx	X <sub>ур.</sub>	Y <sub>предв.</sub>	δy	Y <sub>ур.</sub>
3	5832993,898	0,001	5832993,897	8513000,394	0,001	8513000,393
4	5830895,205	0,025	5830895,180	8514570,302	0,009	8514570,293
5	5834800,602	0,007	5834800,595	8514200,698	+0,004	8514200,702

**Таблица 4.14. Сравнительная таблица уравненных координат сплошной и несплошной сети наблюдений**

№ п.	X <sub>сп.</sub>	X' <sub>нсп.</sub>	X'-X	Y <sub>сп.</sub>	Y' <sub>нсп.</sub>	Y'-Y
3	5832993,902	5832993,897	-0,005	8513000,397	8513000,393	-0,004
4	5830895,203	5830895,180	-0,023	8514570,304	8514570,293	-0,011
5	5834800,608	5834800,595	-0,013	8514200,691	8514200,702	+0,011

**Таблица 4.15. Таблица уравненных координат пунктов несплошной сети наблюдений (наблюдения проведены с пунктов 2,3,4)**

№ п.	X <sub>предв.</sub>	δx	X' <sub>ур.</sub>	Y <sub>предв.</sub>	δy	Y' <sub>ур.</sub>
3	5832993,898	-0,004	5832993,894	8513000,394	+0,003	8513000,397
4	5830895,205	-0,021	5830895,184	8514570,302	-0,007	8514570,295
5	5834800,602	-0,006	5834800,596	8514200,698	-0,001	8514200,697

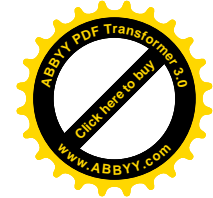
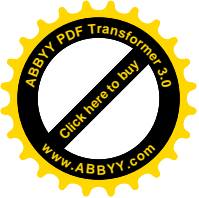
**Таблица 4.16. Сравнительная таблица уравненных координат сплошной и несплошной сети наблюдений**

№ п.	X <sub>сп.</sub>	X' <sub>нсп.</sub>	X'-X	Y <sub>сп.</sub>	Y' <sub>нсп.</sub>	Y'-Y
3	5832993,902	5832993,894	-0,008	8513000,397	8513000,397	0
4	5830895,203	5830895,184	-0,019	8514570,304	8514570,295	-0,009
5	5834800,608	5834800,596	-0,012	8514200,691	8514200,697	+0,006

В табл. 4.17. приведены точные характеристики результатов уравнивания сетей сплошных и несплошных наблюдений

**Таблица 4.17.**

№ г.	m <sub>x спл.</sub>	m' <sub>x</sub>	m'' <sub>x</sub>	m <sub>y спл.</sub>	m' <sub>y</sub>	m'' <sub>y</sub>
	5 пункт. (м)	2 пункт. (м)	3 пункт. (м)	5 пункт. (м)	2 пункт. (м)	3 пункт. (м)
3	0,005	0,007	0,005	0,004	0,007	0,004
4	0,007	0,011	0,008	0,006	0,012	0,006
5	0,008	0,011	0,008	0,008	0,010	0,006
μ	0,54"	0,51"	0,40"	0,54"	0,51"	0,40"



Таким образом, даже наблюдения на двух пунктах при создании данной линейно-угловой сети обеспечивает точность определения координат пунктов с точностью до 1см. Наблюдения же на трех пунктах вместо пяти целиком решают не только задачу определения координат, но и надежный контроль с оценкой точности результатов уравнивания.

В дальнейшем исследования проводились на модели. Построен ряд линейно-угловой сети несплошных наблюдений.

Наблюдение направления и измерение сторон предусмотрено выполнить электронным тахеометром “Рекота”, с точностью измерения сторон, равной  $5\text{мм} + 2 \cdot 10^{-6}D$  и углов  $-2''$ .

Измерения проведены только на пунктах А, 3, 6 и 9. Средняя квадратическая погрешность измеренных направлений составила  $2''/\sqrt{2} = 1,41''$ .

Принимая во внимание, что стороны треугольников равные 2 км, то  $m_s = 5 + 4 = 9(\text{мм})$ .

Веса измеренных сторон  $P_s$  рассчитывались по формуле:

$$P_s = \frac{\mu_n^2}{m_s^2}, \quad (4.11.1)$$

где  $\mu$  – средняя квадратическая погрешность измерения направлений;

$m_s$  – средняя квадратическая погрешность измерения сторон.

И в нашем случае получим:

$$P_s = \frac{2^2}{9^2} = 0.05$$

Веса измеренных направлений приняты равными единице.





Получены обратные веса уравненных дирекционных углов, сторон и координат, которые аппроксимированы полиномами n-ой степени методом наименьших квадратов.

Сделано сравнение уравненных координат с их истинными значениями.

Делается вывод о возможности создания линейно-угловых сетей несплошных наблюдений.

В результате строгого уравнивания получены обратные веса уравненных элементов.

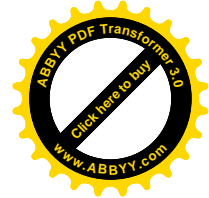
**Таблица 4.18**

№ тр.	$\frac{1}{P_L}$	$\frac{1}{P_q}$	$\frac{1}{P_{\alpha_{св.}}}$	$\frac{1}{P_{\alpha_{вн.}}}$	$\frac{1}{P_{S_{св.}}}$	$\frac{1}{P_{S_{вн.}}}$
1	6,778	20,269	1,996		2,351	
2	9,367	0,019		1,996		9,367
3	15,819	14,311	1943,897	1945,285	17,029	7,674
4	11,272	39,295	1944,729		11,772	
5	11,941	44,940		1944,351		12,058
6	13,539	24,310	1462,007	1461,729	12,319	14,094
7	14,310	30,411	1462,030		13,380	
8	14,175	36,819		1461,828		10,189
9	2,54	7,609	808,065	808,504	12,365	12,387
10				808,237	2,588	
11			808,762			2,540

По результатам строгого уравнивания аппроксимированы обратные веса уравненных сторон, дирекционных углов и координат методом наименьших квадратов.

При аппроксимации величин продольного сдвига несвободного линейно-углового ряда несплошных наблюдений полиномом второго порядка получена формула:

$$\frac{1}{P_L} = -0.52\pi^2 + 5,10\pi + 1,91, \quad (4.11.2)$$



где  $\pi$  – число треугольников ряда.

Формула обеспечивает среднюю квадратическую погрешность различия вычисленных коэффициентов от их значений, равную 0,873.

При аппроксимации тех же значений полиномом третьего порядка получена формула:

$$\frac{1}{P_L} = -0,008 \pi^3 + 0,669 \pi^2 + 0,108 \pi + 7,122 \quad (4.11.3)$$

При этом средняя квадратическая погрешность различия  $m_r=0.808$ .

Аппроксимируя те же значения полиномом четвертого порядка, получены выражения:

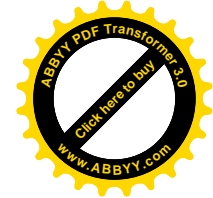
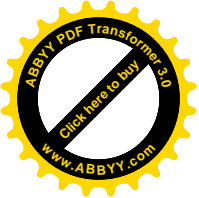
$$\frac{1}{P_L} = -0,0007 \pi^4 + 1,419 \pi^3 - 9,338 \pi^2 + 25,258 \pi - 11,243, \quad (4.11.4)$$

значение, которое обеспечивает,  $m_r=0,495$ .

Формула поперечного сдвига несвободного линейно-углового ряда несплошных наблюдений при аппроксимации полиномом второго порядка имеет вид:

$$\frac{1}{P_q} = -1,406 \pi^2 + 15,346 \pi - 7,976, \quad (4.11.5)$$

при  $m_r=3,720$ ,



полином 6 порядка:

$$\frac{1}{P_q} = -0,034\pi^6 + 0,848\pi^5 - 7,531\pi^4 + 26,349\pi^3 - 16,487\pi^2 - 67,663\pi + 84,978, \quad (4.11.6)$$

при  $m_r=0,947$ .

Аппроксимируя значение обратного веса  $\frac{1}{P_{\alpha_{св.}}}$  дирекционных углов

полиномом второго порядка, получена формула:

$$\frac{1}{P_{\alpha_{св.}}} = -50,367\pi^2 + 598,587\pi - 49,382, \quad (4.11.7)$$

при  $m_r=164,173$ ,

и шестого порядка:

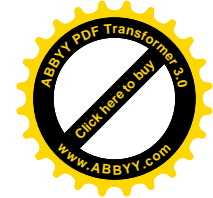
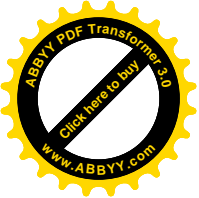
$$\frac{1}{P_{\alpha_{св.}}} = 0,444\pi^6 - 14,791\pi^5 + 186,578\pi^4 - 1097,252\pi^3 + 2867,867\pi^2 - 2071,369\pi + 130,518, \quad (4.11.8)$$

где  $m_r=0,000$ .

Формула обратного веса внешней стороны ряда при аппроксимации полиномами второго порядка:

$$\frac{1}{P_{\alpha_{вн.}}} = -80,040\pi^2 + 951,741\pi - 994,322, \quad (4.11.9)$$

при  $m_r=164,568$



и полиномами пятого порядка:

$$\frac{1}{P_{\alpha_{\text{вн.}}}} = 3,080\pi^5 - 100,554\pi^4 + 1267,186\pi^3 - 7691,197\pi^2 + 22260,330\pi - 22393,348 , \quad (4.11.10)$$

где  $m_r=40,194$

Аппроксимируя величину обратного веса связующей стороны ряда полиномом второго порядка, получена формула:

$$\frac{1}{P_{S_{\text{св.}}}} = -0,540\pi^2 + 5,974\pi - 1,365 , \quad (4.11.11)$$

при  $m_r=1,112$ .

Формула обратного веса внешней стороны ряда имеет вид:

$$\frac{1}{P_{S_{\text{вн.}}}} = -0,369\pi^2 + 4,369\pi + 0,204 , \quad (4.11.12)$$

при  $m_r=0,655$ .

В табл.4.19. представлены уравненные значения координат.

**Таблица 4.19.**

№ п.	$X_{\text{предв.}}$	$\delta x$	$X_{\text{ур.}}$	$Y_{\text{предв.}}$	$\delta y$	$Y_{\text{ур.}}$
1	999,997	+0,003	1000,000	3000,003	-0,009	2999994
2	2732,058	-0,006	2732,052	4000,003	-0,005	3999,998
3	999,995	-0,009	999,986	5000,000	-0,014	4999,986
4	2732,051	-0,028	2732,023	5999,997	-0,015	5999,982
5	999,995	-0,019	999,976	6999,997	-0,026	6999,971
6	2732,049	-0,014	2732,035	7999,995	-0,011	7999,984
7	1000,016	-0,026	999,990	9000,014	-0,017	8999,997
8	2732,062	-0,023	2732,039	10000,000	-0,017	9999,983
9	1000,017	-0,021	999,996	11000,010	-0,018	10999,992



Сравнительная таблица урвненных и истинных координат  
представлена в табл.4.20.

Таблица 4.20.

№ п.	X <sub>ист.</sub>	X <sub>ур.</sub>	X <sub>ур.</sub> -X <sub>ист.</sub> (мм)	Y <sub>ист.</sub>	Y <sub>ур.</sub>	Y <sub>ур.</sub> -Y <sub>ист.</sub> (мм)
1	1000,000	1000,000	0	3000,000	2999,994	-6
2	2732,051	2732,052	+1	4000,000	3999,998	-2
3	1000,000	999,986	-14	5000,000	4999,986	-14
4	2732,051	2732,023	-28	6000,000	5999,982	-18
5	1000,000	999,976	-24	7000,000	6999,971	-29
6	2732,051	2732,035	-16	8000,000	7999,984	-16
7	1000,000	999,990	-10	9000,000	8999,997	-3
8	2732,051	2732,039	-12	10000,000	9999,983	-17
9	1000,000	999,996	-4	11000,000	10999,992	-8

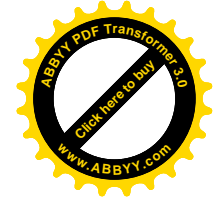
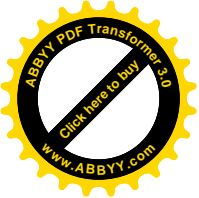
Таким образом, на основании проведенных исследований утверждается теорема:

Теорема 3. При создании линейно-угловых геодезических сетей несплошных наблюдений электронным тахеометром с точностью измерения сторон равной  $5\text{мм}+2\cdot 10^{-6}D$  и углов при  $m_{\beta}=2''$  для несвободного ряда с II треугольников при длине сторон в 2 км, истинная ошибка определения координат пунктов не превысит 3 см, то есть:

$$(\forall PT_{11\Delta})(m_s \leq 5\text{мм} + 2 \cdot 10^{-6}D; S = 2\text{км}; m_{\beta} \leq 2'') \Rightarrow \Delta_{x,y} \in \{0; 3\text{см}\}, \quad (4.11.13)$$

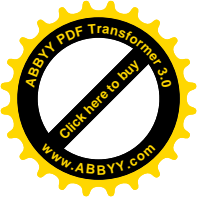
где  $\forall$  - квантор общности

$PT_{11\Delta}$  – обозначение несвободного линейно-углового ряда несплошных наблюдений, которые состоят из II треугольников.



## ВЫВОДЫ ПО ГЛАВЕ

1. Исследована возможность создания линейно-угловых сетей несплошных наблюдений.
2. Предложены принципиальные схемы создания линейно-угловых сетей несплошных наблюдений.
3. Разработаны рациональные формулы определения координат пунктов по измеренным расстояниям.
4. Разработана программа определения координат линейно-угловой сети несплошных наблюдений.
5. Получены формулы оценки точности уравненных элементов несвободного линейно-углового ряда несплошных наблюдений.
6. Установлено, что при наблюдении направлений с точностью 1,5" и измерении сторон с точностью до 1 см при равенстве сторон треугольников 2 км и II треугольников в ряде несплошных наблюдений, истинная ошибка определения координат пунктов не превысит 3см.
7. Доказана возможность создания линейно-угловых сетей несплошных наблюдений.



## РАЗДЕЛ V

### Разработка прецизионной сети города Ровно

#### 5.1 Проект и исследование триангуляции

##### ВВЕДЕНИЕ

В данной работе впервые проектируется триангуляция областного центра с точностью определения координат пунктов 3-5 мм для обеспечения учетной единицы площади 1 кв. м.

На территории города проектируется 9 пунктов триангуляции в виде центральной системы. Пункты предполагается закреплять на крышах высотных домов. Проектируется схема сети на топографической карте масштаба 1:10000. Углы измеряются транспортиром и три раза проводится уравнивание для построения истинной модели, в которой удовлетворяются все условные уравнения.

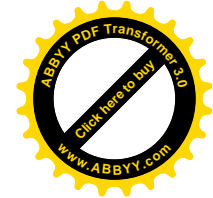
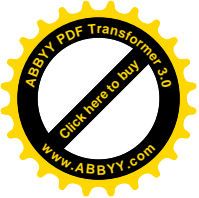
Генерируются средние квадратические погрешности 0,4", которые отвечают точности измерения углов в полигонометрии 1 класса и 0,7", что отвечает точности измерения углов в триангуляции 1 класса.

Проводится строгое уравнивание сети с оценкой точности результатов.

Дается сравнительный анализ с элементами истинной модели.

Центральный пункт А запроектированный на крыше 14 этажного дома по улице Киквидзэ, из которого есть хорошая видимость на 8 пунктов, которые расположены в разных частях города.

Исходный базис АВ измеряется с точностью 1:1000000. Длина базисной стороны 2 900,000 м. Координаты определены в относительной системе координат. Пункт В запроектирован на 14 этажном доме на пересечении улиц Сечевых стрельцов и Макарова. Пункт С располагается на крыше 9 этажного дома по улице Макарова на расстоянии 2499,558 м. от пункта В. Пункт Д закрепляется на улице Золотеевской, пункт Е на крыше 9 этажного дома по улице Черняка, пункт F на 9 этажном доме по улице Струтинського, пункт G на 14 этажном доме по ул. Данила Галицкого, пункт H на 9 этажном доме по улице Студенческой и пункт I - на ул. Басивкутской.



## 1. Постановка проблемы исследования.

### Построение истинной модели.

На рис. 5.1. приведена схема триангуляции города Ровно. Геодезическим транспортиром измерены углы запроектированных треугольников с точностью до  $0,5^\circ$ . При этом необходимо, чтобы сумма углов на центральном пункте центральной системы равнялась  $360^\circ$ , а сумма углов треугольников была бы равной  $180^\circ$ .

Для построения модели геодезической сети необходимо подобрать так значение углов, чтобы выполнялись условия фигур, горизонта и полюса. Лишь в этом случае определенные координаты пунктов можно принять за истинные координаты, углы - за истинные значения углов.

Выполняется предварительное решение треугольников - определяют длины сторон и свободный член полюсного условного уравнения.

Решения треугольников выполняется по теореме синусов

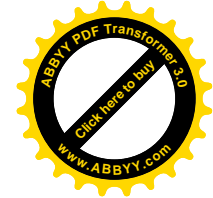
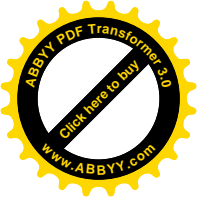
$$S_{BC} = S_{AB} \frac{\sin C_1}{\sin A_1} \quad (5.1.1)$$

$$S_{AC} = S_{AB} \frac{\sin B_1}{\sin A_1} \quad (5.1.2)$$

$$S_{AD} = S_{AC} \frac{\sin B_2}{\sin A_2} \quad (5.1.3)$$

Подставляя (5.1.2) в (5.1.3), получим:





$$S_{AD} = S_{AB} \frac{\sin B_1 \sin B_2}{\sin A_1 \sin A_2} \quad (5.1.4)$$

Действуя по аналогии, получим:

$$S'_{AB} = S_{AB} \frac{\sin B_1 \sin B_2 \sin B_3 \sin B_4 \sin B_5 \cdot \sin B_6 \sin B_7 \sin B_8}{\sin A_1 \sin A_2 \sin A_3 \sin A_4 \sin A_5 \cdot \sin A_6 \sin A_7 \sin A_8} \quad (5.1.5)$$

где  $S_{AB}$  - длина измеренного базиса,

$S'_{AB}$  - рассчитанная длина базиса при передаче сторон.

Полюсное условное уравнение при этом будет:

$$\frac{10^6}{\rho^n} \left[ \begin{aligned} &ctgB_1(B_1) + ctgB_2(B_2) + ctgB_3(B_3) + ctgB_4(B_4) + ctgB_5(B_5) + ctgB_6(B_6) + \\ &+ ctgB_7(B_7) + ctgB_8(B_8) - ctgA_1(A_1) - ctgA_2(A_2) - ctgA_3(A_3) - ctgA_4(A_4) - \\ &- ctgA_5(A_5) - ctgA_6(A_6) - ctgA_7(A_7) - ctgA_8(A_8) \end{aligned} \right] + W_{пол.} = 0 \quad (5.1.6)$$

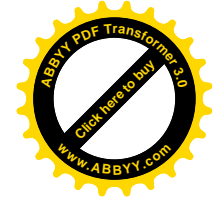
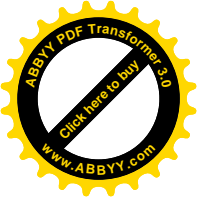
где 
$$W_{пол.} = \frac{S'_{AB} - S_{AB}}{S_{AB}} * 10^6 \quad (5.1.7)$$

$(B_i), (A_i)$  - неизвестные поправки в измеренные соответственно углы  $B_i, A_i$ ,

$\rho''$  - число секунд в одном радиане.

Кроме условного уравнения полюса в данной сети должно выполняться условие горизонта, если измеряются углы

$$(C_1) + (C_2) + (C_3) + (C_4) + (C_5) + (C_6) + (C_7) + (C_8) + W_r = 0, \quad (5.1.8)$$



где  $(C_i)$  - поправки в центральные углы  $C_i$

При этом 
$$W_r = \sum_{i=1}^8 c_i - 360^\circ \quad (5.1.9)$$

В данной сети должно удовлетворяться восемь условных уравнений фигур:

$$(A_1)+(B_1)+(C_1)+W_1=0 \quad (5.1.10)$$

$$(A_2)+(B_2)+(C_2)+W_2=0 \quad (5.1.11)$$

$$(A_3)+(B_3)+(C_3)+W_3=0 \quad (5.1.12)$$

$$(A_4)+(B_4)+(C_4)+W_4=0 \quad (5.1.13)$$

$$(A_5)+(B_5)+(C_5)+W_5=0 \quad (5.1.14)$$

$$(A_6)+(B_6)+(C_6)+W_6=0 \quad (5.1.15)$$

$$(A_7)+(B_7)+(C_7)+W_7=0 \quad (5.1.16)$$

$$(A_8)+(B_8)+(C_8)+W_8=0 \quad (5.1.17)$$

где 
$$W_i = A_i + B_i + C_i - 180^\circ \quad (5.1.18)$$

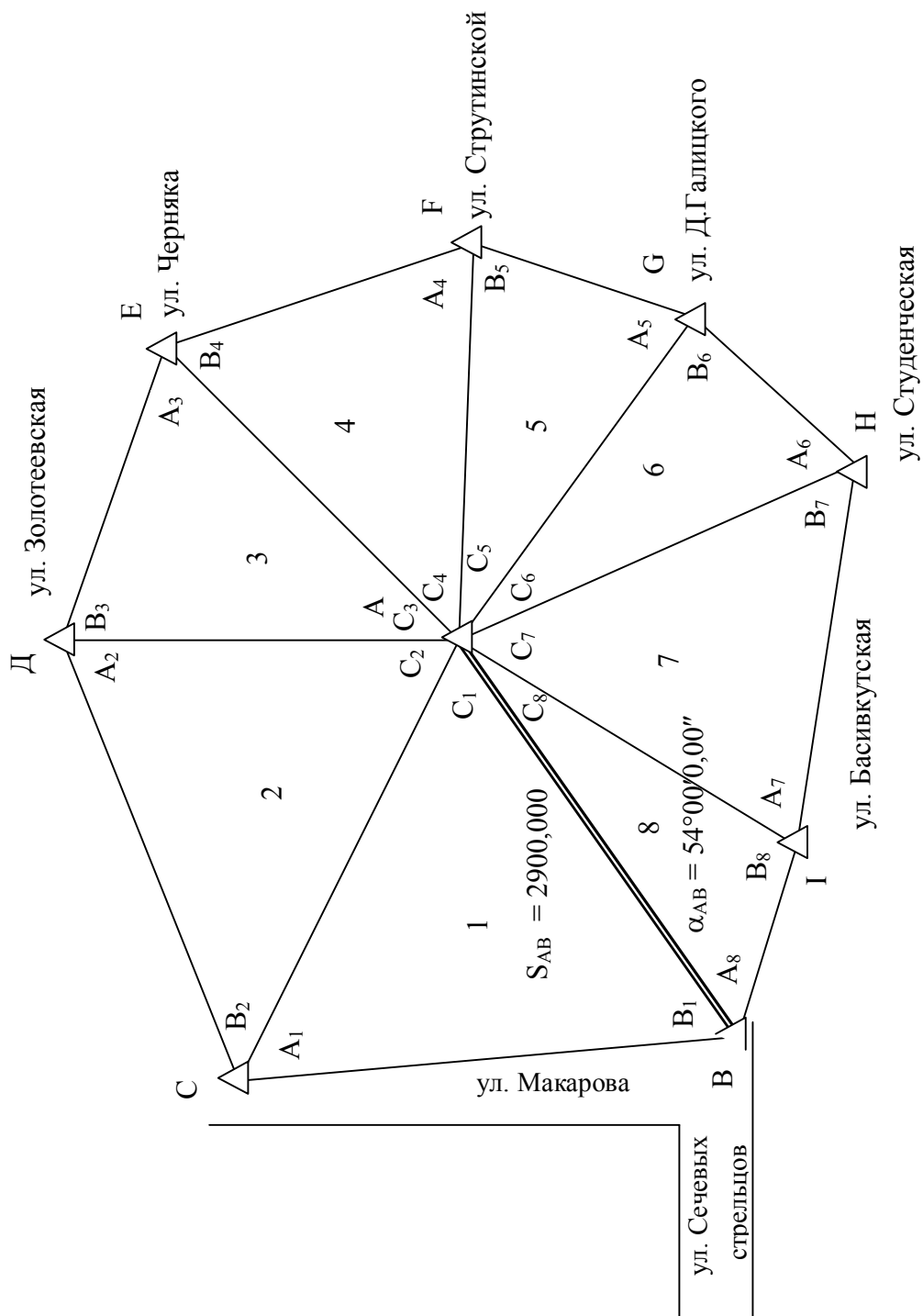
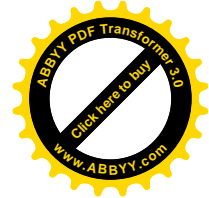
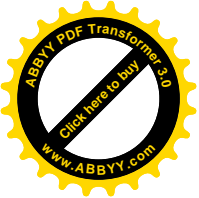


Рис. 5.1. Проект специальной сети триангуляции г.Ровно

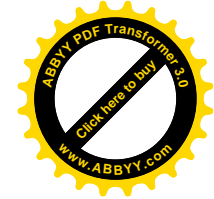
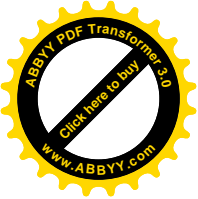
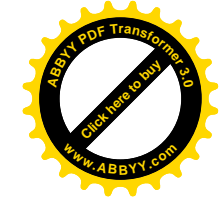
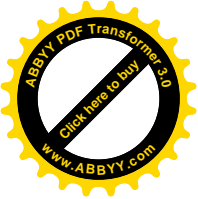


Таблица 5.1. Построение модели сети триангуляции

	Назв. УГЛОВ	Измер. УГЛОВ	Sin	S	V <sub>1</sub>	$\beta'+V_1$	Sin	S	V <sub>2</sub>	Истинные значения углов
1	A <sub>1</sub>	63°	0,89100654	2900. 00	-16'33. 83"	62° 43'26. 17"	0.8888 088	2900	-18.06"	62°43'08.11"
	C <sub>1</sub>	50°	0,76604452	2493. 28		50°	0.76604452	2499.44		50° 00' 00"
	B <sub>1</sub>	67°	0,92050489	2996.01	16'33. 83"	67° 16'33. 83"	0.92237677	3009.52	+18.06"	67° 16'51.89"
	$\Sigma$	180°				180°00'00"				180°00'00"
2	A <sub>2</sub>	68°	0,92718389	2996.01	-16'33. 83"	67°43'26.17"	0.92536816	3009.52	-18.06"	67°43'08,11"
	C <sub>2</sub>	75°	0,96592582	3121.20		75°	0.96592582	3141.43		75°00'00,00"
	B <sub>2</sub>	37°	0,60181503	1944.64	16'33. 83"	37° 16'33. 83"	0.60565602	1969.74	+18.06"	37°16'51,89"
	$\Sigma$	180°				180° 00'00"				180°00'00"
3	A <sub>3</sub>	64°	0,89879408	1944.64	-16'33. 83"	63° 43'26.17"	0.89667146	1969.74	-18.06"	63°43'08,11"
	C <sub>3</sub>	43°	0,68199835	1475..58		43°	0.68199835	1498.16		43°00'00,00"
	B <sub>3</sub>	73°	0,95630478	2069.08	16'33 .83"	73° 16'33. 83"	0.95770237	2103.81	+18.06"	73°16'51,89"
	$\Sigma$	180°				180°00'00"				180°00'00"
4	A <sub>4</sub>	50°	0,76604452	2069.08	-16'33 .83"	49°43'26.17"	0.76293846	2103.81	-18.06"	49°43'08,11"
	C <sub>4</sub>	44°	0,69465838	1876.26		44°	0.69465838	1915.53		44°00'00,00"
	B <sub>4</sub>	86°	0,9975641	2694.41	16'33 .83"	86° 16'33. 83"	0.99788862 -	2751. 69	+18.06"	86°16'51,890,00"
	$\Sigma$	180°				180°00'00"				180°00'00"



Продолжение таблицы 5.1.

5	A <sub>5</sub>	57°	0,83867061	2694.41	-16'33. 83"	56°43'26.17"	0.83603666	2751.69	-18.06"	56°43'08,110,00"
	C <sub>5</sub>	33°	0,54463905	1749.77		33°	0.54463905	1792.60		33°00'00,00"
	B <sub>5</sub>	90°	1	3212.71	16'33. 83"	90° 16'33.83"	0.99998843	3291.31	+18.06"	90°16'51,890,00"
	∑	180°				180°00'00"				180°00'00"
6	A <sub>6</sub>	72°	0,95105655	3212.71	-16'33.83"	71°43'26 17"	0.94955657	3291.31	-18.06"	71°43'08,11"
	C <sub>6</sub>	27°	0,45399051	1533.60		27°	0.45399051	1573.60		27°00'00,00"
	B <sub>6</sub>	81°	0,98768835	3336.46	16'33 .83"	81° 16'33.83"	0.98843061	3426.05	+18.06"	81°16'51,89 "
		180°				180°00'00"				180°00'000,00"
7	A <sub>7</sub>	99°	0,98768835	3336.46	-16'33 .83"	98° 43'26.17"	0.98843061	3426.05	-18.06"	98°43'08,11"
	C <sub>7</sub>	32°	0,52991926	1790.09		32°	0.52991926	1836.78		32°00'00,000,00"
	B <sub>7</sub>	49°	0,75470957	2549.44	16'33 .83"	49° 16'33. 83"	0.75786185	2626.87	+18.06"	49°16'51,89"
		180°				180°00'00"				180°00'00"
8	A <sub>8</sub>	57°	0,83867061	2549.44	-16'33. 83"	56° 43'26.17"	0.83603666	2626.87	-18.06"	56°43'08,11"
	C <sub>8</sub>	56°	0,82903761	2520.16		56°	0.82903761	2604.88		56°00'00,00"
	B <sub>8</sub>	67°	0,92050489	2798.21	16'33. 83"	67° 16'33.83"	0.92237677	2898.151	+18.06"	57°16'51,89"
		180°				180°00'00"				180°00'00"

Wn=-35100,9  
V=+16'33.83"

Wn=-637.6  
V=+18.06"

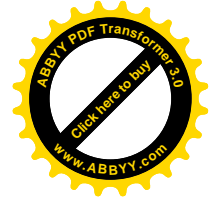
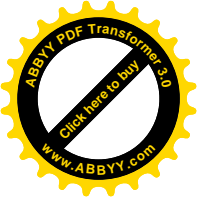
№ треуг.	Название углов	Истинные значения углов	Sin	Ист. значения сторон
1	A <sub>1</sub>	62°43'08,11"	0,88876865	2900,000
	C <sub>1</sub>	50°00'00,00"	0,76604452	2499,558
	B <sub>1</sub>	67°16'51,89"	0,92241061	3009,772
2	A <sub>2</sub>	67°43'08,11"	0,92533499	3009,772
	C <sub>2</sub>	75°00'00,00"	0,96592582	3141,798
	B <sub>2</sub>	37°16'51,89"	0,60572565	1970,201
3	A <sub>3</sub>	63°43'08,11"	0.89663271	1970,201
	C <sub>3</sub>	43°00'00,00"	0.68199835	1498.578
	B <sub>3</sub>	73°16'51,89"	0,95772755	2104,446
4	A <sub>4</sub>	49°43'08,11"	0,76288189	2104,446
	C <sub>4</sub>	44°00'00,00"	0,69465838	1916,248
	B <sub>4</sub>	86°16'51,89"	0.99789432	2752,739
5	A <sub>5</sub>	56°43'08,11 "	0,83598861	2752,739
	C <sub>5</sub>	33°00'00,00"	0.54463905	1793,385
	B <sub>5</sub>	90°16'51,89"	0,99998798	3292,756
6	A <sub>6</sub>	71°43'08,11"	0,94952911	3292,756
	C <sub>6</sub>	27°00'00,00"	0.45399051	1574,338
	B <sub>6</sub>	81°16'51,89"	0,98844388	3427,703
7	A <sub>7</sub>	98°43'08,11"	0.9884439	3427,703
	C <sub>7</sub>	32°00'00,00"	0,52991926	1837,642
	B <sub>7</sub>	49°16'51,89"	0.75791894	2628,294
8	A <sub>8</sub>	56°43'08,11"	0.83598861	2628.294
	C <sub>8</sub>	50°00'00,00"	0,82903761	2606.440
	B <sub>8</sub>	67°16'51,89"	0,92241061	2899.999

$$W_{,,} = -0,3$$

$$V'' = + 0.008''$$

При расчете по программе находятся свободные члены условных уравнений фигур за формулой (5.1.18). Определяется первичная поправка при условии фигур:

$$V''_{\beta} = -W_{\phi} / 3 \quad (5.1.19)$$



И вводится в измеренные углы

$$A'_i = A_i + V'_\beta; B'_i = B_i + V'_\beta; C'_i = C_i + V_\beta \quad (5.1.20)$$

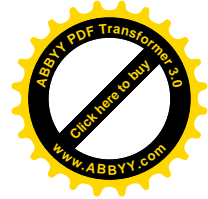
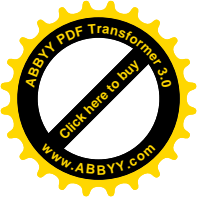
Поправка за условие полюса в связующие углы треугольников находится по формуле:

$$V'' = -W_{\text{пол}} / \sum \delta_i \quad (5.1.21)$$

Где 
$$\sum \delta_i = \sum (\delta_{A_i} + \delta_{B_i}) \quad (5.1.22)$$

$$\delta_{A_i} = (\text{ctg}A_i / p'') * 10^6 \quad (5.1.23)$$

$$\delta_{B_i} = (\text{ctg}B_i / p'';) * 10^6 \quad (5.1.24)$$

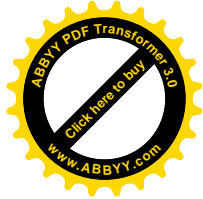
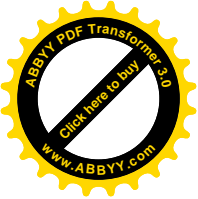


## 2. Построение и уравнивание искаженной модели.

Таблица 5.2. Построение и расчет сторон искаженной и уравновешенной модели при генерировании углов в  $0,7''$

№	Названия	Истинные значения углов	$\Delta$ $0,7''$	Углы искаженной модели	$V'$ , Сек	$\beta + V$	Sin	Стороны	$V''$	Уравновешенные углы	sin	Уравновешенные стороны
1	A <sub>1</sub>	62°43'0 8,11"	-0,53	62°43'07.58"	-0.07	62°43'07.51"	0.88876729	2900.000	-0.18	62°43'07.33"	0.88876692	2900.000
	C <sub>1</sub>	50°00' 00"	+0,21	50°00'00.21"	-0.07	50°00'00.14"	0.76604489	2499,563	+0.04	50°00'00.18"	0.76604502	2499.565
	B <sub>1</sub>	67°16'51,89"	+0.52	67°16'52.41"	-0,06	67°16'52.35"	0.9224115	3009.779	+0.14	67°16'52.49"	0.92241173	3009.781
	$\Sigma$	180°00'00,0"	+0.20	180°00'00.20"	-0.20	180°00'00.0"			-0.20	180°00'00.0"		
2	A <sub>2</sub>	67°43'08,11"	+0.32	67° 43' 08.43"	-0.05	67°43'08.38"	0,92533546	3009.779	-0,26	67°43'08.12"	0.925335	3009.781
	C <sub>2</sub>	75°00'00,00"	+0.42	75°00'00.42"	-0.05	75°00'00.37"	0.9659263	3141.806	-0.08	75°00'00.29"	0.9659262	3141,810
	B <sub>2</sub>	37°16'51,89"	-0.60	37°16' 51.29"	-0,04	37°16'51.25"	0.60572319	1970.197	+0.34	37°16'51.59"	0,60572452	1970.204
	$\Sigma$	180°00'00,0"	+0.14	180°00'00,14"	-0.14	180°00'00.0"			-0.14	180°00'00.0"		
3	A <sub>3</sub>	63°43'08,11"	-0.01	61°43'08.10"	+0.21	63°43'08.31"	0.89663315	1970.197	-0.16	63°43'08.15"	0.89663275	1970,204
	C <sub>3</sub>	43°00'00.00	-0.06	42°59'59.94"	+0,21	43°00'00.15"	0.68199891	1498.575	+0.05	43°00'00.20"	0.68199905	1498.581
	B <sub>3</sub>	73° 16'51,89"	-0.55	73°16'51.34"	+0.20	73°16'51.54"	0.95772702		+0.11	73°16'51.65"	0,95772722	2104.448
	$\Sigma$	180°00'00,0"	-0.62	179°59'59.39"	+0.62	180°00'00.0"				180°00'00.0"		
4	A <sub>4</sub>	49°43' 08.11"	+0.63	49°43'08.74"	-0.32	49°43'08.42"	0.76288282	2104.440	-0.21	49°43'08.21"	0.7628821	2104,448
	C <sub>4</sub>	44°00'00,00"	+0.29	44°00'00.29"	-0.32	43°59'59.97"	0.69465829	1916.240	+0.11	44°00'00.08"	0.69465861	1916.250
	B <sub>4</sub>	86° 16'51,89"	+0,04	86°16'51.93"	-0.32	86°16'51.61"	0.9978942	2752.728	+0.11	86°16'51.71"	0,99789423	2752,741
	$\Sigma$	180°00'00,0"	+0.96	180°00'00.96"	-0.96	180°00'00.0"				180°00'00.0"		



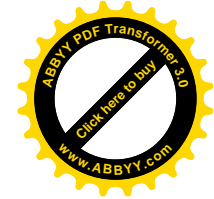
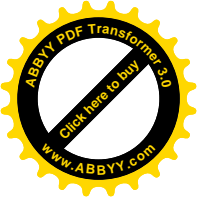


Продолжение таблицы 5.2.

5	<b>A<sub>5</sub></b>	56°43'08,11"	+0.66	56°43'08.77"	-0.35	56°43'08.42"	0.835989421	2752.728	-0,16	56°43'08.26"	0.83598903	2752.741
	<b>C<sub>5</sub></b>	33°00'00,00"	-0.25	32°59'59.75"	-0.35	32°59'59.40"	0.54463659	1793.367	+0.10	32°59'59.50"	0,544637	1793,178
	<b>B<sub>5</sub></b>	90°16'51,89"	+0,64	90°16'52.53"	-0.35	90°16'52.18"	0.99998797	3292.738	+0.06	90°16'52.24"	0.99998797	1292.755
	<b>∑</b>	180°00'00,00"	+1.05	180°00'01.05"	-1.05	180°00'00.0"				180°00'00.0"		
6	<b>A<sub>6</sub></b>	71°43'08.00"	+0.61	71°43'08.72"	-0.25	71°43'08.47"	0.94952963	3292.718	-0.10	71°43'08,37"	0.94952953	3292.755
	<b>C<sub>6</sub></b>	27°00'00.00"	+0.05	27°00'00.05"	-0.25	26°59'59.80"	0.4539896	1574,326	+0.04	26°59'59.84"	0.45398977	1574.334
	<b>B<sub>6</sub></b>	81°16'51.89"	+0.09	81°16'51.98"	-0.25	81°16'51.73"	0.98844376		+0.06	81°16'51.79"	0,98844381	3427.701
	<b>∑</b>	180°00'00.00"	+0.75	180°00'00.75"	-0.75	180°00'00.0"				180°00'00.0"		
7	<b>A<sub>7</sub></b>	98°43'08.11"	+0.24	98°43'08.35"	-0.29	98°43'08.06"	0.98844393	3427.683	-0.08	98°43'07,98"	0.98844399	3427.701
	<b>C<sub>7</sub></b>	32°00'00.00"	+0.28	32°00'00.28"	-0.29	31°59'59.99"	0.5299191	1817.630	-0,09	31°59'59.90"	0.52991881	1837,639
	<b>B<sub>7</sub></b>	49°16'51.59	+0.34	49°16'52.23"	-0.28	49°16'51.95"	0.75791917	2628.279	+0.17	49°16'52.12"	0.75791969	2628.295
	<b>∑</b>	180°00'00.00"	+0.86	180°00'00.8"	-0.86	180°00'00.0"				180°00'00,0"		
8	<b>A<sub>8</sub></b>	56°43'08.11"	+0.23	56°43'08.34"	+0,02	56°43'08.36"	0.8359892 5	2628.279	-0.21	56°43'08.15"	0.83598871	2628.295
	<b>C<sub>8</sub></b>	56°00'00.00"	-0.06	55°59'59.94"	+0.02	55°59'59.96"	0.8290374 9	2606.423	+0.05	56°00'00.01"	0.82903761	2606.441
	<b>B<sub>8</sub></b>	67°16'51.89"	-0.23	67°16'51.66"	+0.02	67°16'51.68"	0.9224102 3	2899.979	+0.16	67°16'51.84"	0.92241053	2899.999
	<b>∑</b>	180°00'00"	-0.06	17°59'59.94"	+0.06	180°00'00.0"				180°00'00.0"		

$$W_n = -7,2 \quad V'' = +0,20,3''$$

$$W_n = -0,3 \quad V'' = +0,008''$$



**Таблица 5.3. Построение и расчет сторон искаженной и уравновешенной модели при генерировании углов в 0,4 "**

№	Названия	Истинные значения углов	$\Delta$ 0,4"	Углы искаженной модели $\beta'$	$V'$ , Сек	$\beta +$	Sin	Стороны	$V''$	Уравновешенные углы	sin	Уравновешенные стороны
1	A <sub>1</sub>	62°43'08,11"	-0,30	62°43'07.81"	-0.04	62°43'07.77"	0.88876789	2900.000	-0.10	62°43'07.67"	0.88876768	2900.000
	C <sub>1</sub>	50°00'00.00"	+0,12	50°00'00.12"	-0.04	50°00'00.08"	0.76604474	2499,561	+0.02	50°00'00.10"	0.76604477	2499.562
	B <sub>1</sub>	67°16'51,89"	+0.30	67°16'52.19"	-0,04	67°16'52.15"	0.92241112	3009.776	+0.08	67°16'52.23"	0.92241127	3009.777
	$\Sigma$	180°00'00,0"	+0.12	180°00'00.12"	-0.12	180°00'00.0"			0	180°00'00.0"		
2	A <sub>2</sub>	67°43'08,11"	+0.18	67°43'08.29"	-0.03	67°43'08.26"	0,92533524	3009.776	-0,15	67°43'08.11"	0.925335	3009.781
	C <sub>2</sub>	75°00'00,00"	+0.24	75°00'00.24"	-0.03	75°00'00.21"	0.9659261	3141.803	-0.04	75°00'00.17"	0.1659262	3141,810
	B <sub>2</sub>	37°16'51,89"	-0.34	37°16'51.55"	-0,02	37°16'51.53"	0.6057243	1970.199	+0.19	37°16'51.72"	0.60572503	1970.202
	$\Sigma$	180°00'00,0"	+0.08	180°00'00,08"	-0.08	180°00'00.0"			0.0	180°00'00.0"		
3	A <sub>3</sub>	63°43'08,11"	-0.01	63°43'08.10"	+0.12	63°43'08.22"	0.89663292	1970.199	-0.09	63°43'08.13"	0.89663275	1970,204
	C <sub>3</sub>	43°00'00.00	-0.04	42°59'59.96"	+0,12	43°00'00.08"	0.68199867	1498.576	+0,03	43°00'00.11"	0.68199905	1498.581
	B <sub>3</sub>	73°16'51,89"	-0.31	73°16'51.58"	+0.12	73°16'51.70"	0.95772728	2104.443	+0.06	73°16'51.76"	0,95772735	2104.448
	$\Sigma$	180°00'00,0"	-0.36	179°59'59.64"	+0.36	180°00'00.0"			0	180°00'00.0"		
4	A <sub>4</sub>	49°43'08.11"	+0.36	49°43'08.47"	-0.18	49°43'08.29"	0.76288235	2104.443	-0.12	49°43'08.17"	0.7628821	2104,448
	C <sub>4</sub>	44°00'00,00"	+0.16	44°00'00.16"	-0.18	43°59'59.98"	0.69465829	1916.244	+0.06	44°00'00.04"	0.69465861	1916.250
	B <sub>4</sub>	86°16'51,89"	+0,03	86°16'51.92"	-0.19	86°16'51.73"	0.99789423	2752.733	+0.06	86°16'51.79"	0,99789423	2752,741
	$\Sigma$	180°00'00,0"	+0.55	180°00'00.55"	-0.55	180°00'00.0"			0	180°00'00.0"		

Продолжение таблицы 5.3.

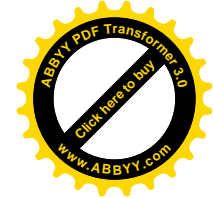
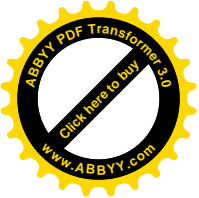
5	A <sub>5</sub>	56°43'08,11"	+0.38	56°43'08.49"	-0.20	56°43'08.29"	0.8359891	2752.733	-0,09	56°43'08.20"	0.83598903	2752.741
	C <sub>5</sub>	33°00'00,00"	-0.14	32°59'59.86"	-0.20	32°59'59.66"	0.54463659	1793.375	+0.06	32°59'59.72"	0,544637	1793,178
	B <sub>5</sub>	90°16'51,89"	+0,36	90°16'52.25"	-0.20	90°16'52.05"	0.99998797	3292.746	+0.03	90°16'52.08"	0.99998797	1292.755
	∑	180°00'00,00"	+0.60	180°00'00.60"	-1.60	180°00'00.0"			0	180°00'00.0"		
6	A <sub>6</sub>	71°43'08.00"	+0.35	71°43'08.46"	-0.14	71°43'08.32"	0.94952943	3292.331	-0.06	71°43'08.26"	0.94952953	3292.755
	C <sub>6</sub>	27°00'00.00"	+0.03	27°00'00.03"	-0.14	26°59'59.89"	0.45398999	1574,636	+0.02	26°59'59.91"	0.45398977	1574.334
	B <sub>6</sub>	81°16'51.89"	+0.05	81°16'51.94"	-0.15	81°16'51.79"	0.98844381		+0.04	81°16'51.83"		
	∑	180°00'00.00"	+0.43	180°00'00.43"	-0.43	180°00'00.0"			0	180°00'00.0"		
7	A <sub>7</sub>	98°43'08.11"	+0.14	98°43'08.25"	-0.16	98°43'08.09"	0.98844391	3427.692	-0.04	98°43'08.05"	0.98844394	3427.701
	C <sub>7</sub>	32°00'00.00"	+0.16	32°00'00.16"	-0.16	31°59'59.00"	0.52991906	1817.636	-0,05	31°59'59.95"	0.5299188	1837,639
	B <sub>7</sub>	49°16'51.89"	+0.19	49°16'52.08"	-0.17	49°16'51.91"	0.75791906	2628.286	+0.09	49°16'52.00"	0.75791969	2628.295
	∑	180°00'00.00"	+0.49	180°00'00.49"	-0.49	180°00'00.0"			0	180°00'00.0"		
8	A <sub>8</sub>	56°43'08.11"	+0.13	56°43'08.24"	+0,01	56°43'08.25"	0.835989	2628.286	-0.12	56°43'08.13"	0.8359887	2628.295
	C <sub>8</sub>	56°00'00.00"	-0.04	55°59'59.96"	+0.01	55°59'59.97"	0.92241041	2606.431	+0.03	56°00'00.00"	0.8290376	2606.441
	B <sub>8</sub>	67°16'51.89"	-0.13	67°16'51.76"	+0.02	67°16'51.78"	0.82903751	2899.988	+0.09	67°16'51.87"	0.92241056	2899.999
	∑	180°00'00"	-0.04	17°59'59.96"	+0.04	180°00'00.0"			0	180°00'00.0"		

$$W_n = -4,10$$

$$V'' = +0,116''$$

$$W_n = -0,2$$

$$V'' = +0,005''$$



### 3. Таблицы коэффициентов условных и нормальных уравнений.

Таблица 5.4. Расчет свободного члена условного уравнения горизонта

Название углов	$\Delta\beta = 0,7''$	$\Delta\beta = 0,4''$
C <sub>1</sub>	50 <sup>0</sup> 00'00,14"	50 <sup>0</sup> 00'00,08"
C <sub>2</sub>	75 <sup>0</sup> 00'00,37"	75 <sup>0</sup> 00'00,21"
C <sub>3</sub>	43 <sup>0</sup> 00'00,15"	43 <sup>0</sup> 00'00,08"
C <sub>4</sub>	43 <sup>0</sup> 59'59,97"	43 <sup>0</sup> 59'59,98"
C <sub>5</sub>	32 <sup>0</sup> 59'59,40"	32 <sup>0</sup> 59'59,66"
C <sub>6</sub>	26 <sup>0</sup> 59'59,80"	26 <sup>0</sup> 59'59,89"
C <sub>7</sub>	31 <sup>0</sup> 59'59,99"	31 <sup>0</sup> 59'00,00"
C <sub>8</sub>	55 <sup>0</sup> 59'59,96"	55 <sup>0</sup> 59'59,97"
$\Sigma$	359 <sup>0</sup> 59'59,78"	359 <sup>0</sup> 59'59,87"
W	-0,22"	-0,13"

Таблица 5.5. Коэффициенты условных уравнений и весовых функций

По пр.	Условные уравнения фигур								Ур-ние II группы		Весовые ф-ции		A <sub>1</sub>	B <sub>1</sub>	F <sub>1</sub>	F <sub>1</sub>
	1	2	3	4	5	6	7	8	A <sub>го</sub> р	впол	Fa	fs				
(A <sub>1</sub> )	1									-2.50		-2.50	-0.333	-2.343	-0.313	2.343
(C <sub>1</sub> )	1								+1		+1		+0.666	+0.157	+0.666	+0.157
(B <sub>1</sub> )	1									+2.03		+2.03	-0.333	+2.186	-0.133	+2.186
(A <sub>2</sub> )		1								-1.99		-1.99	-0.333	-1.450	-0.333	3.450
(C <sub>2</sub> )		1							+1		-1		+0.666	-1.460	+0.666	1.460
(B <sub>2</sub> )		1								+6.37		+6.37	-0.333	+4.910	-0.333	+4.910
(A <sub>3</sub> )			1							-2.39		-2.39	-0.333	-2.080	-0.333	2.080
(C <sub>3</sub> )			1						-1		+1		+0.666	+0.310	+0.666	+0.310
(B <sub>3</sub> )			1							+1.46		+1.46	-0.333	+1.770	-0.333	+1.770
(A <sub>4</sub> )				1						-4.11		-4.11	-0.333	-2.846	-0.333	2.846
(C <sub>4</sub> )				1					+1		+1		+0.666	+1.263	+0.666	+1.263
(B <sub>4</sub> )				1						+0.32		+0.32	-0.333	+1.583	-0.333	+1.583
(A <sub>5</sub> )					1					-3.18			-0.333	-2.113		
(C <sub>5</sub> )					1				+1				-0.666	+1.067		
(B <sub>5</sub> )					1					-1.02			-0.333	+1.046		
(A <sub>6</sub> )						1				-1.60			-0.331	-1.311		
(C <sub>6</sub> )						1			+1				+0.666	+0.286		
(B <sub>6</sub> )						1				+0.74			-0.333	+1.027		
(A <sub>7</sub> )							1			+0.74			-0.133	-0.897		
(C <sub>7</sub> )							1		+1				+0.666	-1.636		
(B <sub>7</sub> )							1			+4.17			-0.333	+2.533		
(A <sub>8</sub> )								1		-3.18			-0.333	-2.796		

Продолжение таблицы 5.5.

(C <sub>8</sub> )								1	+ 1				+0.666	+0.383		
(B <sub>8</sub> )								1		+2.03			-0.333	+2.413		
$W\Delta\beta = 0.7$	+0.20	+0.14	-0.62	+0.96	+1.05	+0.75	+0.86	-0.06	-0.22	-7.20			-0.22	-7.20		
$W\Delta\beta = 0.4$	+0.12	+0.08	-0.36	+0.55	+0.60	+0.43	+0.49	-0.04	-0.13	-4.10			-0.13	-4.10		

Преобразованные коэффициенты при двухгрупповом способе уравнивания рассчитываются по формуле:

$$A_i = a_i - \frac{\sum ai}{3} \quad (5.3.1)$$

$$B_i = B_i \frac{\sum vi}{3} \quad (5.3.2)$$

И коэффициенты весовых функций аналогично.

Продолжение таблицы 5.5.

Назв. по- правок	Поправки уравнивания		Уравновешенные углы	
	$V''(\Delta\beta = 0,7'')$	$V'' = (\Delta\beta = 0,4'')$	$\Delta\beta = 0,7''$	$\Delta\beta = 0,4''$
(A <sub>1</sub> )	-0,18	-0,10	62°43'07,33"	62°53'07,67"
(C <sub>1</sub> )	+0,04	+0,02	50°00'00,18"	50°00'00,10"
(B <sub>1</sub> )	+0,14	+0,08	67°16'52,49"	67°16'52,23"
(A <sub>2</sub> )	-0,26	-0,15	67°43'08,12"	67°43'18,11"
(C <sub>2</sub> )	-0,08	-0,04	75°00'00,29'	75°00'00,17"
(B <sub>2</sub> )	+0,34	+0,19	37°16'51,59"	37°16'51,72"
(A <sub>3</sub> )	-0,16	-0,09	63°43'08,15"	63°43'08,13"
(C <sub>3</sub> )	+0,05	+0,03	43°00'00,20"	43°00'00,11"
(B <sub>3</sub> )	+0,11	+0,06	73°16'51,65"	73°16'51,76"

Продолжение таблицы 5.5.

(A <sub>4</sub> )	-0,21	-0,12	49°43'08,21"	49°43'08,17"
(C <sub>4</sub> )	+0,11	+0,06	44°00'00,08"	44°00'00,04"
(B <sub>4</sub> )	+0,10	+0,06	86°16'51,71"	86°16'51,79"
(A <sub>5</sub> )	-0,16	-0,09	56°43'08,26"	56°43'08,20"
(C <sub>5</sub> )	+0,10	+0,06	32°59'59,50"	32°59'59,72"
(B <sub>5</sub> )	+0,06	+0,03	90°16'52,24"	90°16'52,08"
(A <sub>6</sub> )	-0,10	-0,06	71°43'08,37"	71°43'08,26"
(C <sub>6</sub> )	+0,04	+0,02	26°59'59,84"	26°59'59,91"
(B <sub>6</sub> )	+0,06	+0,04	81°16'51,79"	81°16'51,83"
(A <sub>7</sub> )	-0,08	-0,04	98°43'07,98"	98°43'08,05"
(C <sub>7</sub> )	-0,09	-, 0,05	31°59'59,90"	31°59'59,95"
(B <sub>7</sub> )	+0,17	+0,09	49°16'52'12"	49°16'52,00"
(A <sub>8</sub> )	-0,21	-0,12	56°43'08,15"	56°43'08,13"
(C <sub>8</sub> )	+0,05	+0,03	56°00'00,01"	56°00'00,00"
(B <sub>8</sub> )	+0,16	+0,09	67°16'51,84"	67°16'51,87"

Поправки в углы рассчитаны по формуле:

$$V''\beta_i = K_1 A_i + K_2 B_i, \quad (5.3.3)$$

где K<sub>1</sub> и K<sub>2</sub> – коррелаты;

A<sub>i</sub> и B<sub>i</sub> – преобразованные коэффициенты условных уравнений;

a<sub>i</sub> и b<sub>i</sub> – преобразованные коэффициенты условных уравнений;

Уравновешенные углы получены путем добавления вторичной поправки к предварительно выправленным углам за условия фигур.

Таблица 5.6. Коэффициенты нормальных уравнений.

	A]	B]	сy ]	D <sub>2</sub> ]	$W\Delta$ $\beta = 0,7$	$\Sigma$	$W\Delta$ $\beta = 0,4$	$\Sigma$
[A	5.323	+0.370	+2.661	+0.270	-0.22	+8.404	-0.13	+8.494
[B		101.433	+0.270	+68.191	-7.20	+163.064	-4.10	+ 166.164
[с a			2.661	+0.270		+5.862		+5.862
[D				+68.191		+136.922		+136.92 2

Таблица 5.7. Решение нормальных уравнений и весовых функций.

№	K <sub>1</sub>	K <sub>2</sub>	F <sub>A</sub>	F <sub>λ</sub>	W	$\Sigma$	W	$\Sigma$
1	5.323	+0,370	+2.661	+0.270	-0.22	+8.404	-0.13	+8.494
2	- 1	- 0.0695	-0.4999	-0.0507	+0.0413	-1.5788	+0.0244	-1.5957
3						-1.5788		-1.5957
4		101.433	+0.270	+68.191	-7.20	+163.064	-4.10	+166.164
5		-0.0257	-0.1850	-0.0188	+0.0153	-05842	-0,00903	-0.5904
6		+101.4073	+0.0850	+68.1722	-7.1847	+162.4798	-4.10903	165.5736
7		-1	-0.0008	-0.6723	+0.0708	-1.6022	0.04052	-1.6328
8						-1.6016		-1.6326
9			+2.661	+68.191				
10			-1.3302	-0.0137				
11			-0.0001	-45.8322				
12		$\Sigma$	1.3307	22.3451				
13	K <sub>1</sub>	K <sub>2</sub>	I./Pa	И/Ps				
14	+0.03638	+0.0708	Для $\Delta\beta = 0.7''$					
15	0.021584	0.040520	Для $\Delta\beta = 0.4''$					

Заметим, что точность измерения углов 0,4" принята в полигонометрии 1 класса, а точность 0,7" - в триангуляции 1 класса.

Автором предлагается идея построения на территории городов специальных опорных сетей с точностью измерения углов 0.7" и 0.4". Сети создаются в местной системе координат.

#### 4. Сравнительный анализ точности элементов сети.

Таблица 5.8. Расчет истинных значений координат.

Назв.	Формулы углов	Истинные значения углов	Дирекционные углы	Стороны	X	Y
A			214°00'00,00"	2900.000	10000000	10000.000
B	-B <sub>1</sub>	67° 16'51,89"	346°43'08,11 "	2499.5 S8	8295.423	7653.851
c	-(A <sub>1</sub> +B <sub>2</sub> )	100°00'00.00"	66°43'08.11"	3141.798	10728.130	7079.632
D	-(A <sub>2</sub> +B <sub>3</sub> )	141°00'00.00"	105°43'08.11"	1498,578	11969.701	9965615
E	-(A <sub>3</sub> +B <sub>4</sub> )	150°00'00.00"	135°43'08.11"	1916,248	11563,909	11408,150
F	-(A <sub>4</sub> +B <sub>5</sub> )	140°00'00.00"	175°43'08.11"	1793,385	10192,022	12746,034
G	-(A <sub>5</sub> +B <sub>6</sub> )	138°00'00.00"	217°43'08,11"	1574,331	8403.641	12879,909
H	-(A <sub>6</sub> +B <sub>7</sub> )	121°00'00.00"	276°43'08,11 "	1837,642	7158,306	11916.747
И	-A <sub>7</sub>	98°43'08.11 "	358°00'00,00"	2626,294	7373,307	10091.726
A	+C <sub>8</sub>	56°00'00.00"	234°00'00,00		10000,000	10000.000
B						
P-19789.841						

Таблица 5.9. Расчет уравновешенных значений координат при  $\Delta\beta = 0,7''$

Назв.	Формулы углов	Уравновешенные углы	Дирекционные углы	Уравновешенные стороны	X	Y
A			234°00'00,00"	2900.000	10000000	10000.000
B	-B <sub>1</sub>	67° 16'51,49"	346°43'07,51 "	2499.565	8295.4228	7653.8507
C	-(A <sub>1</sub> +B <sub>2</sub> )	99°59'58.92"	66°43'08.59"	3141.810	10728.1347	7079.6226
D	-(A <sub>2</sub> +B <sub>3</sub> )	140°59'59.77"	105°43'08.82"	1498,581	11969.9039	9965.6198
E	-(A <sub>3</sub> +B <sub>4</sub> )	149°59'59.86"	135°43'08.96"	1916,250	11563,9059	11408,1559
F	-(A <sub>4</sub> +B <sub>5</sub> )	140°00'00.45"	175°43'08.51"	1793,378	10192,0123	12746,0356
G	-(A <sub>5</sub> +B <sub>6</sub> )	138°00'00.05"	217°43'08,46"	1574,334	8403.6379	12879,9068
H	-(A <sub>6</sub> +B <sub>7</sub> )	121°00'00.49"	276°43'07,97 "	1837,639	7158,3074	11916.7456
И	-A <sub>7</sub>	98°43'07.98 "	357°59'59,99"	2628,295	7373,3075	10091.7273
A	+C <sub>8</sub>	56°00'00.01"	234°00'00,00		10000,000	10000.000
B						
P-19789.852						



Таблица 5.10. Расчет неуравновешенных значений координат.

Назв.	Формулы углов	Неуравновешенные углы	Дирекционы углы	Неуравновешенные стороны	X	Y
A			234°00'00,00"	2900,000	10000,000	10000,000
B	-B <sub>1</sub>	67°16'52,41"	346°43'07,59"	2499,563	8295,423	7653,851
C	-(A <sub>1</sub> +B <sub>2</sub> )	99°59'58,87"	66°43'08,72"	3141,806	10728,133	7079,625
D	-(A <sub>2</sub> +B <sub>3</sub> )	140°59'59,77"	105°43' 08,95"	1498,575	11969,898	9965,619
E	-(A <sub>3</sub> +B <sub>4</sub> )	150°00'00,03"	135°43'08,92"	1916,240	11563,900	11408,149
F	-(A <sub>4</sub> +B <sub>5</sub> )	140°00'01,27"	175°43'07,65"	1793,367	10192,013	12746,021
G	-(A <sub>5</sub> +B <sub>6</sub> )	138°00'00,75"	217°43'06,90"	1574,326	8403,650	12879,898
H	-(A <sub>6</sub> +B <sub>7</sub> )	121°00'00,95"	276°43'05,95"	1837,630	7158,319	11916,750
И	-A <sub>7</sub>	98°43'08,35"	357°59'57,60"	2628,279	7373,302	10091,739
A	+C <sub>8</sub>	55°59'59,94"	233°59'57,54"		9999,979	9999,985
B						
				P-19789,786		

$$W\alpha_{\text{дон}} = 2 \cdot 0.7 \sqrt{9} = 4.2'';$$

$$W\alpha = -2.46''$$

$$W_x = -21\text{mm}$$

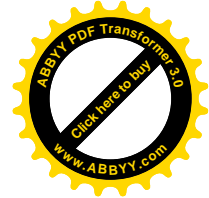
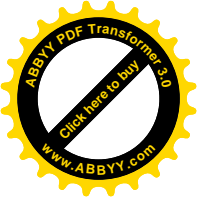
$$W_y = -15\text{mm}$$

Таблица 5.11. Сравнительная таблица истинных и уравновешенных значений координат ( $\Delta\beta = 0.7'$ )

Название пунктов	X <sub>уравновеш</sub>	X <sub>ист</sub>	$\Delta X$	Y <sub>уравновеш</sub>	Y <sub>ист</sub>	$\Delta Y$
A	10000,000	10000,000	0,000	10000,000	10000,000	0,000
B	8295,423	8295,423	0,000	7653,851	7653,851	0,000
C	10728,135	10728,130	+0,005	7079,623	7079,631	-0,008
D	11969,904	11969,901	+0,003	9965,620	9965,615	+0,005
E	11563,906	11563,909	-0,003	11408,156	11408,150	+0,006
F	10192,012	10192,021	-0,009	12746,036	12746,034	+0,002
G	8403,638	8403,640	-0,002	12879,907	12879,909	-0,002
H	7158,307	7158,305	+0,002	11916,746	11916,748	-0,002
I	7373,307	7373,307	0,000	10091,727	10091,726	+0,001

$$\sum \Delta x^2 = 132\text{mm}^2$$

$$\sum \Delta y^2 = 138\text{mm}^2$$



Средняя квадратическая погрешность расчета координат:

$$m_{xy} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^7 \Delta X^2 + \sum_{i=1}^7 \Delta Y^2}{14}} = \sqrt{\frac{270}{14}} = 4.39 \text{ mm}$$

Средняя квадратическая погрешность расчета единицы веса:

$$\mu = \sqrt{\frac{[v^1 v^1]}{r^1} + \frac{[v'' v'']}{r^2}} = \sqrt{\frac{1.2582}{8} + \frac{0.5196}{2}} = 0.64''$$

где  $v^1$   $v''$  - первичные и вторичные поправки.

Рассчитывая суммарную поправку:

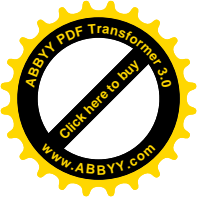
$$v = v^1 + v'',$$

средняя квадратическая погрешность единицы веса будет:

$$\mu' = \sqrt{\frac{[vv]}{r}} = \sqrt{\frac{1.7886}{10}} = 0.42''$$

средняя квадратическая погрешность моделирования угла, рассчитана по формуле ГАУССА:

$$m_{\beta}' = \sqrt{\frac{[\Delta\Delta]'}{n}} = \sqrt{\frac{1.7886}{10}} = 0.42''$$



средняя квадратическая погрешность моделирования угла, рассчитана по формуле ФЕРЕРО:

$$m_{\beta}' = \sqrt{\frac{[ww]'}{3 \cdot 8}} = \sqrt{\frac{3.7738}{24}} = 0.40''$$

Средняя квадратическая погрешность дирекционного угла  $m_{aAF}$  в наиболее слабом месте сети:

$$m_{aAF} = \mu \sqrt{\frac{1}{P_{AF}}} = 0.64 \cdot 1.15 = 0.736''$$

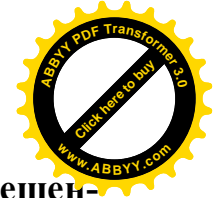
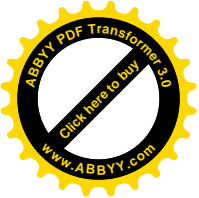
Средняя квадратическая погрешность стороны AF в наиболее слабом месте будет:

$$m_{aAF} = \mu \sqrt{\frac{1}{P_{S_{AF}}}} = 0.64 \cdot 4.73 = 3.027$$

$$m_{S_{AF}} = 3.027 \left( \frac{S_{AF}}{10^6} \right) = 3.027 \left( \frac{2752.74}{10^6} \right) = 0.0083m$$

Относительная погрешность:

$$f_{отн} = \frac{1}{\frac{2752.74}{0.0083}} = \frac{1}{330000}$$

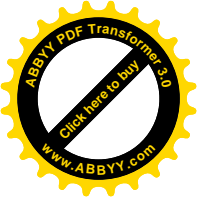


**Таблица 5.12. Сравнительная таблица истинных и уравновешенных дирекционных углов и сторон**

Название сторон	$S_{\text{урав(м)}}$	$S_{\text{ист(м)}}$	$\Delta S_{\text{(мм)}}$	$\alpha_{\text{урав}}$	$\alpha_{\text{ист}}$	$\Delta\alpha_{\text{(сек.)}}$
AB	29000,000	29000,000	0	234°00'00.00"	234°00'00.00"	0
BC	2499.565	2499.558	+7	346°43'07.51"	346°43'08.11"	-0/60
CD	3141.810	3141.798	+12	66°43'08.59"	66°43'08.11"	+0.48
DE	1498.581	1498.578	+3	105°43'08.82"	105°43'08.11"	+0.71
EF	1916.250	1916.248	+2	135°43'08.96"	135°43'08.11"	+0.85
FG	1793.378	1793.385	-7	175°43'08.51"	175°43'08.11"	+1.40
GH	1574.334	1574.338	-4	217°43'08.46"	217°43'08.11"	+0,35
HI	1817.639	1837.642	-3	276°43'07.97"	276°43'08.11"	-0.14
IA	2628.295	2628.294	+1	357°59'59.99"	358°00'00.00"	-0.01
AC	3009.781	3009.772	+9			
AD	1970.204	1970.201	+3			
AE	2104.448	2104.446	+2			
AF	2752.741	2752.739	+2			
AG	3292.755	3292.756	- .1			
AH	3427.701	3427.703	-2			
BI	2606.441	2606.440	+1			

**Таблица 5.13. Расчет уравновешенных координат при  $\Delta\beta = 0.4''$**

Назн.	Формулы углов	Уравновешенные углы	Дирекционные углы	Уравновешенные стороны	X	Y
A			234°00'00,00"	2900.000	10000000	10000.000
B	-B <sub>1</sub>	67° 16'52,23"	346°43'07,77 "	2499.562	8295.4227	7653.8507
с	-(A <sub>1</sub> +B <sub>2</sub> )	99°59'59.39"	66°43'08.38"	3141.805	10728.1325	7079.6264
D	-(A <sub>2</sub> +B <sub>3</sub> )	140°59'59.87"	105°43'08.51"	1498,580	11969.9026	9965.6176
E	-(A <sub>3</sub> +B <sub>4</sub> )	149°59'59.92"	135°43'08.59"	1916,250	11563,9071	11408,1535
F	-(A <sub>4</sub> +B <sub>5</sub> )	140°00'00.25"	175°43'08.34"	1793,381	10192,0159	12746,0356
G	-(A <sub>5</sub> +B <sub>6</sub> )	138°00'00.03"	217°43'08,31"	1574,336	8403.6386	12879,9085
H	-(A <sub>6</sub> +B <sub>7</sub> )	121°00'00.26"	276°43'08,05 "	1837,641	7158,3058	11916.7470
И	-A <sub>7</sub>	98°43'08.05 "	358°00'00,00"	2628,295	7373,3068	10091.7268
A	+C <sub>8</sub>	56°00'00.00"	234°00'00,00		10000,000	10000.000
B						



**Таблица 5.14. Сравнительная таблица истинных и уравновешенных значений координат**

Название пункта	X <sub>уравновеш</sub>	X <sub>ист</sub>	ΔX	Y <sub>уравновеш</sub>	Y <sub>ист</sub>	ΔY
A	10000,000	10000,000	0,000	10000,000	10000,000	0,000
D	8295,423	8295,423	0,000	7653,851	7653,851	0,000
C	10728,132	10728,130	+0,002	7079,626	7079,631	+0,005
D	11969,903	11969,901	+0,002	9965,618	9965,615	+0,003
E	11563,907	11563,909	-0,002	11408,153	11408,150	+0,003
F	10192,016	1092,021	+0,005	12746,036	12746,034	+0,002
G	8403,638	8403,640	-0,002	12879,908	12879,909	-0,001
H	7158,306	7158,305	+0,001	11916,747	11916,748	-0,001
I	7373,307	7373,307	0,000	10091,727	10091,726	+0,001

$$\sum \Delta Y^2 + \sum \Delta X^2 = 92 \text{ мм}^2$$

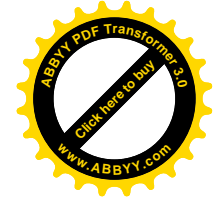
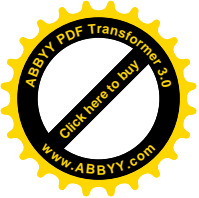
Средняя квадратическая погрешность определения координат пунктов

$$M_{x,y} = \sqrt{\frac{92}{18}} = 2,26 \text{ мм.}$$

## **5. Исследование необходимой точности определения координат пунктов.**

Положение по земельно-кадастровой инвентаризации земель населенных пунктов [1] регламентирует учетную единицу площади в городах республиканского и областного значения равную 1 кв м.

Принимая ко вниманию, что наиболее распространенным способом размечивания контуров участков и съемки границ землепользования есть полярный способ, то средняя квадратическая погрешность определения контурной точки  $p$  будет



$$m_p = \sqrt{m_d^2 + \frac{m_\beta^2}{p^2} d^2} \quad (5.5.1)$$

где  $m_B$  - средняя квадратическая погрешность измерения горизонтальных углов (или их построения);

$p$  - число секунд в 1 радиане;

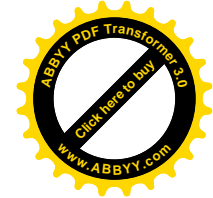
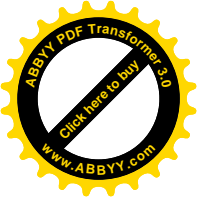
$d$ — полярное расстояние.

Рассмотрим точность определения положения точки  $p$  при использовании самых современных средств измерения, которые обеспечат  $m_d = 1$  мм и  $m_B = 2''$

Тогда, при  $d=100$  м, получим:

$$m_p = \sqrt{1^2 + \left( \frac{2 \cdot 100000}{206265} \right)^2} = 1.39 \text{ мм}$$

При  $d = 200$  м  $m_p = 2,18$  мм; при  $d = 300$  м средняя квадратическая погрешность определения положения контурной точки составит 3,07 мм; при  $d = 400$  м  $m_p = 4$  мм и при  $d = 500$  м  $m_p = 4,95$  мм. Заметим, что формула (5.5.1) не учитывает средней квадратической погрешности определения геодезического пункта, над которым центрирован электронный тахеометр для определения планового положения контурных точек границ землепользования. Если контуры определяются из разных пунктов геодезической опоры, то необходимо учесть погрешность исходных данных (геодезического пункта). Тогда формула (5.5.1) приобретет вид:



$$m_p = \sqrt{m_d^2 + \frac{m_\beta^2}{p^2} d^2 + m_r^2} \quad (5.5.2)$$

Пусть нам известна точность опорного геодезического пункта  $m_r = 5$  мм. Тогда точность определения контурной точки приводится в таблице № 5.15.

**Таблица 5.15. Точность определения планового положения контурных точек.**

D(м)	100	200	300	400	500
$m_r = 5$ мм $m_p$ (мм)	5.19	5.45	5,87	6,40	7,03
$m_r = 3$ мм $m_p$ (мм)	3.31	3.71	4.29	5.00	5.75
$m_r = 3$ мм $m_F$ (кв.м)	Для полигона с 9 точек 0.993 2.226 . 3 86				8.685
$m_r = 3$ мм $m_F$ (кв.м)	Для полигона с 4 точек 0.6 1.2 1.8			2.4	3

Аналитическим способом площади  $F$  рассчитываются по координатам вершин  $X_i, Y_i$  по формуле:

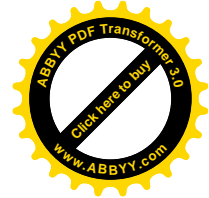
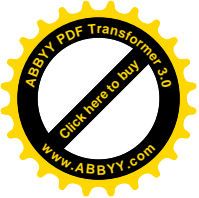
$$F = 0,5 \sum_{i=1}^n X_i (Y_{i+1} - Y_{i-1}) \quad (5.5.3)$$

где  $n$  - число вершин полигона;

$i$  – текущая точка.

Дифференцируя (5.5.3) по независимым переменным, получим:

$$dF = 0,5 \sum_{i=1}^n [dX_i (Y_{i+1} - Y_{i-1}) + X_i (dY_{i+1} - dY_{i-1})] \quad (5.5.4)$$



Переходя к средним квадратическим погрешностям, будем иметь:

$$m_F = 0.5 \sqrt{\sum_{i=1}^n \left[ m_{X_i}^2 (Y_{i+1} - Y_{i-1})^2 + X_i^2 (m_{Y_{i+1}}^2 + m_{Y_{i-1}}^2) \right]} \quad (5.5.5)$$

Формула (5.5.5) и будет строгой формулой для расчета средней квадратической погрешности определения площадей.

Считая средние квадратические погрешности определения координат одинаковыми, то есть

$$m_{X_i} = m_{Y_i} = m_{Y_{i-1}} = m_{X_{iY}},$$

формула (5.5.5) будет:

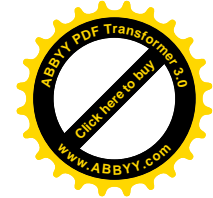
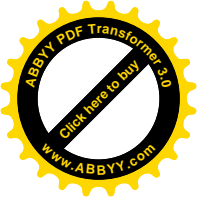
$$m_F = 0.5 m_{X,Y} \sqrt{\sum_{i=1}^n \left[ (Y_{i+1} - Y_{i-1})^2 + 2X_i^2 \right]} \quad (5.5.6)$$

Для того, чтобы большие значения абсцисс не влияли на точность определения площадей, представим формулу (5.5.6) в виде:

$$m_F = 0.5 m_{X,Y} \sqrt{\sum_{i=1}^n \left[ (Y_{i+1} - Y_{i-1})^2 + 2(X_i - X_{\min})^2 \right]} \quad (5.5.7)$$

где  $X_{\min}$  – наименьшая абсцисса полигона. Для квадрата, сориентированного на координатных осях, запишем:





$\Delta Y = X = din = 4$ , тогда

$$m_F = 0,5m_d \sqrt{8d^2} \quad (5.5.8)$$

В общем случае для неориентированного квадрата:

$$m_F = 0.5 m_{XY} \sqrt{16d^2}$$

или  $m_F = 2dm_{XY}$  (5.5.9)

Распространяя данную формулу в общем случае на многоугольник с  $n$  сторонами, получим:

$$m_F = 0,5dm_{XY} \sqrt{4n}$$

или  $m_F = dm_{XY} \sqrt{n}$  (5.5.10)

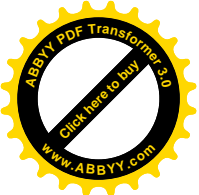
где  $m_{XY}$  – средняя квадратическая погрешность координат вершин участка землепользования.

Для квадрата 100.05x100.05 получим

$$F_{КВ} = 10010.00 \text{ кв.м. по формуле (5.5.10):}$$

$$M_{Fkk} = 100 \cdot 0,05 \sqrt{4} = 10 \text{ кв.м.}$$

То есть, имея координаты четырех пунктов полигона в виде четыреху-



гольника с точностью до 5 см, получим точность определения площади в 10 кв м. Имея координаты пунктов с точностью 5 мм получим значения площади в 1 кв м.

Пусть полигон состоит из 9 контурных точек, тогда получим среднюю квадратическую погрешность площади, приведенную в табл. 15 на основе упрощенной формулы (5.5.10).

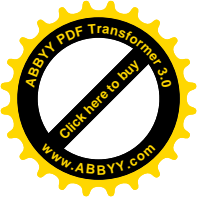
## ВЫВОДЫ

Таким образом, на основе данных табл.15 делаем вывод, что имея координаты пунктов с точностью 3 мм и определяя координаты контурных точек электронным тахеометром с точностью измерения углов 2" и расстояний 1мм при четырех точках полигона, возможно отдаление определяемых контурных точек до 200 м от пункта. При этом "необходимо достигать густоту пунктов - 1 пункт на 4 га. площади.

Если имеем точность опорных пунктов в 5 мм, то отдаленность отражателя электронного тахеометра от пункта не должна превышать 100 м и густота пунктов должна быть 1 пункт на 1 га.

Принимая ко вниманию, что государственные геодезические сети имеют точность координат пунктов в лучшем случае 5-10 см, на основе проведенных исследований можно сделать вывод, что существующие государственные сети не обеспечивают учетной единицы площади 1 кв. м. на территории городов республиканского и областного значения.

Генерируя истинные погрешности измерения сторон 1 мм + 1 мм на км и углов с точностью "0,4" как в полигонометрии 1 класса и "0,7" как в триангуляции 1 класса обеспечивается погрешность координат пунктов 3-5 мм.



## 5.2. Метод несплошных наблюдений триангуляции

### ВВЕДЕНИЕ

Во второй части учебного пособия из курса «Методы научных исследований» рассматривался проект и исследования триангуляции областного центра методом статистических испытаний Монте-Карло. На территории города было запроектирована 9 пунктов триангуляции на крышах высотных домов в виде центральной системы. На каждом из пунктов проводились угловые измерения. С высокой точностью измерялся базис АВ светлодальномером.

Со времен Гаусса было принято в триангуляции измерять все углы треугольников и Инструкция регламентирует допустимую невязку в треугольниках, которую рассчитывают по формуле Ферреро. Считалось, что основным полевым контролем в триангуляции есть определение свободных членов условий фигур.

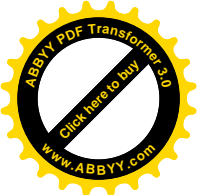
В данном проекте рассматривается способ создания геодезической опоры методом триангуляции, но в ряде пунктов наблюдения не ведутся.

Такой подход был впервые предложен автором данной работы, опубликованный в ряде работ, испробованный на ряде производственных сетей и введенный в учебный процесс.

Но точность определения координат пунктов находилась в границах 5-10 см.

В данной работе делается попытка исследовать создание сети несплошных наблюдений областного центра для обеспечения учетной единицы площади в 1 кв.м с точностью определения координат пунктов 5 мм.

Данная проблема рассматривается и реализуется впервые.



## 1. Постановка проблемы.

В отличие от центральной системы, запроектированной во второй части учебного пособия, пункты Д и I запроектируем на местоположении храмов по улице Золотеевской и улицы Басивкутской соответственно.

Обычно вместо фазовых цилиндров принимаются шпили соборов, которые хорошо видимые и целиком пригодные для визирования на них теодолитов.

Фиксация пунктов на конструктивных элементах капитальных сооружений обеспечивает большую надежность их сохранения. Кроме этого, их видимость из разных частей города разрешает проводить привязку сетей сгущения и ориентирования на них приборов.

Проблема заключается в построении математического аппарата который бы дал возможность строго по способу наименьших квадратов провести обработку материалов и провести надежную оценку точности данных материалов.

Отсутствие условий фигур не дает возможности проведения оперативного полевого контроля по определению свободных членов условных уравнений фигур.

Поэтому, полевым контролем будет определение свободного члена условий полюса и сравнение его с допустимыми значениями. Кроме этого, в запроектированной сети возникают 4 условных уравнения фигур и условное уравнение горизонта, что дает возможность надежно контролировать результаты полевых наблюдений и выполнить обработку материалов с оценкой точности результатов.

Нет оснований утверждать о потере информации в таких сетях, потому что в трилатерации в данном случае возникает лишь одно условное уравнение горизонта.

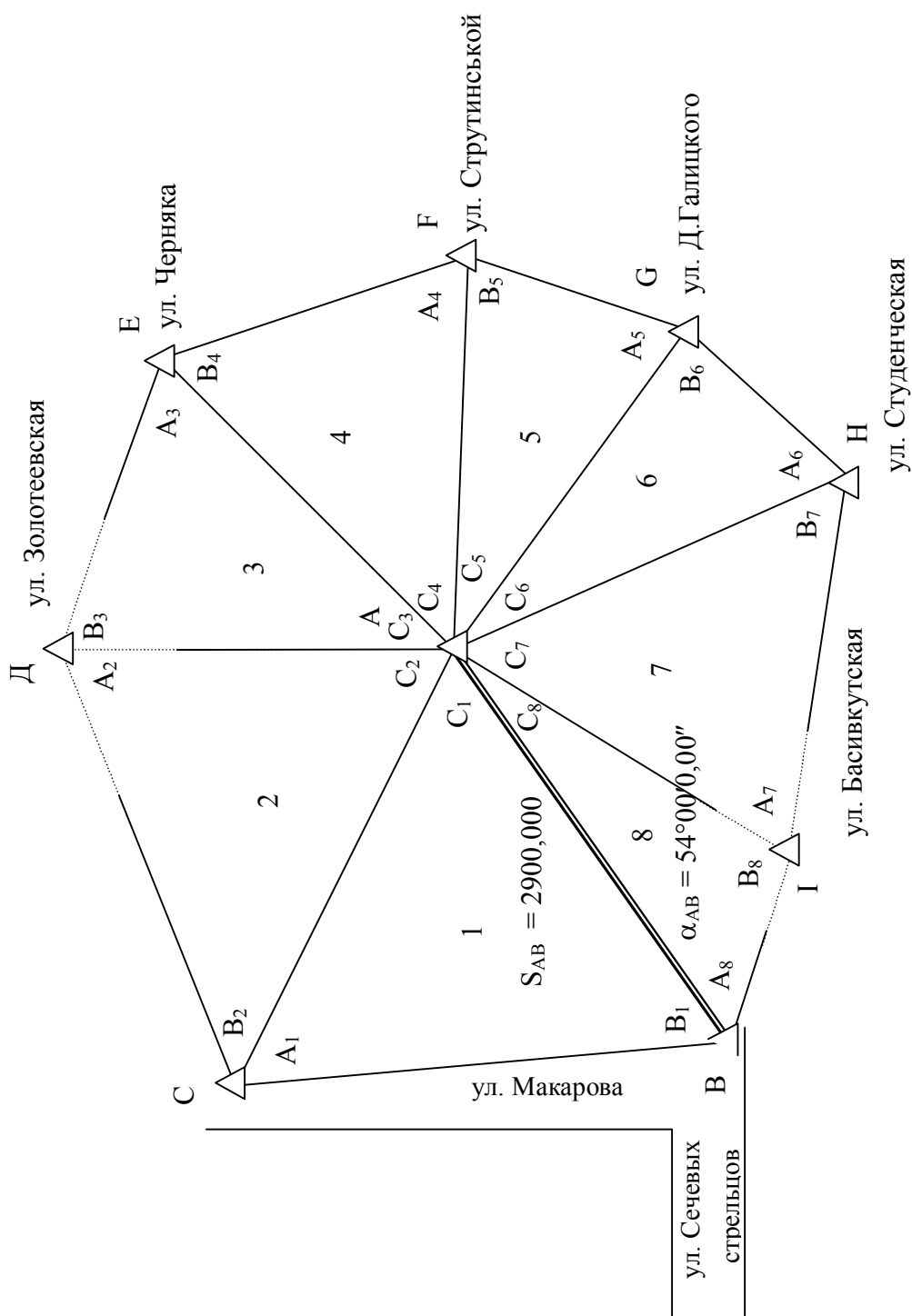
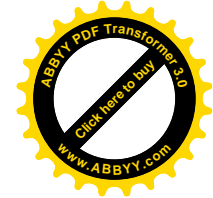
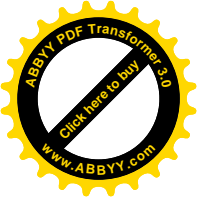
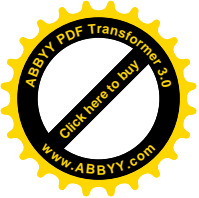


Рис. 5.2. Проект специальной сети триангуляции г.Ровно

Технические условия.

1. Углы измеренные с погрешностью 0,7''.
2. Если слабая сторона  $S_{AF}$  получена с погрешностью 1:500000, то необходимо исходную сторону измерять с погрешностью 1:1000000 с тем, чтобы



погрешности исходных данных не влияли на точность определения сторон и координат.

## 2. Построение модели геодезической сети.

Передача сторон в запроектированной сети выполняется по формуле (5.2.1):

$$S'_{ab} = S_{ab} \sin B_1 \sin B_2 \sin [180^\circ - (A_3 + C_3)] \sin A_4 \sin A_5 \sin A_6 \sin [180^\circ - (A_8 + C_8)]$$

$$\sin A_1 \sin [180^\circ - (B_2 + C_2)] \sin A_3 \sin A_4 \sin A_5 \sin A_6 \sin [180^\circ - (B_7 + C_7)] \sin A_8$$

где  $S_{ab}$  - длина измеренного базиса;

$S'_{ab}$  - рассчитанная длина базиса при передаче сторон;

Полюсное условное уравнение при этом будет

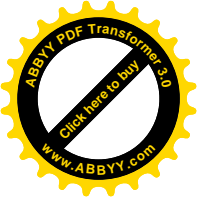
$$\frac{10^6}{S_{AB}} [\text{ctg} B_1(B_1) + \text{ctg} B_2(B_2) + \text{ctg} [180^\circ - (A_3 + C_3)] [(A_3) - (-C_3)] + \text{ctg} B_4(B_4) + \text{ctg} B_5(B_5) + \text{ctg} B_6(B_6) + \text{ctg} B_7(B_7) + \text{ctg} [180^\circ - (A_8 + C_8)] [(-A_8) + (C_8)] - \text{ctg}_1(A_1) - \text{ctg} [180^\circ - (B_2 + C_2)] [(-B_2) + (C_2)] - \text{ctg}_3(A_3) - \text{ctg}_4(A_4) - \text{ctg}_5(A_5) - \text{ctg}_6(A_6) - \text{ctg} [180^\circ - (B_7 + C_7)] [(-B_7) + (-C_7)] - \text{ctg}_8(A_8) + W_{\text{пол}} = 0,$$

$$\text{ctg}_1(A_1) - \text{ctg} [180^\circ - (B_2 + C_2)] [(-B_2) + (C_2)] - \text{ctg}_3(A_3) - \text{ctg}_4(A_4) - \text{ctg}_5(A_5) - \text{ctg}_6(A_6) - \text{ctg} [180^\circ - (B_7 + C_7)] [(-B_7) + (-C_7)] - \text{ctg}_8(A_8) + W_{\text{пол}} = 0,$$

$$[(-B_7) + (-C_7)] - \text{ctg}_8(A_8) + W_{\text{пол}} = 0, \quad (5.2.2)$$

$$\text{где} \quad W_{\text{пол}} = \frac{S'_{AB} - S_{AB}}{S_{AB}} 10^6$$

$$S_{AB}$$



При выводе формулы (5.2.2) и в общем при определении коэффициентов условных уравнений в треугольниках триангуляции с одним неизмеренным углом следует использовать следующую теорему:

**Теорема.** Если в треугольнике триангуляции есть один неизмеренный угол, то коэффициенты условных уравнений, которые отвечают данному углу, вводятся в два других угла с противоположным знаком.

Доказательством данной теоремы будет выполнение процедуры уравновешивания, которую нам необходимо сделать.

В формуле (5.2.2)  $A_i$ ,  $B_i$ ,  $C_i$  измеренные углы (смоделированные),  $(A_i)$ ,  $(B_i)$ ,  $(C_i)$  - соответствующие им поправки коррелятного способа уравновешивания.

Кроме условного уравнения полюса в данной сети должно удовлетворяться условие горизонта, если измеряются углы или направления

$$(C_1)+(C_2)+(C_3)+(C_4)+(C_5)+(C_6)+(C_7)+(C_8)+W_i=0, \quad (5.2.3)$$

где  $(C_i)$  - поправки в центральные углы  $C_i$

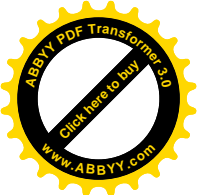
$$\text{При этом} \quad W_i = \sum C_i - 360^\circ \quad (5.2.4)$$

В данной сети должны удовлетворяться четыре условных уравнения фигур:

$$(A_1)+(B_1)+(C_1)+ W_1 = 0; \quad (5.2.5)$$

$$(A_4)+(B_4)+(C_4)+ W_4 = 0; \quad (5.2.6)$$

$$(A_5)+(B_5)+(C_5)+ W_5 = 0; \quad (5.2.7)$$



$$(A_6)+(B_6)+(C_6)+ W_6 = 0; \quad (5.2.8)$$

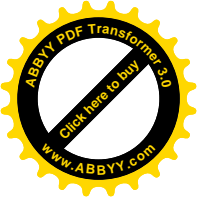
где 
$$W_i = A_i+B_i+ C_i -180^\circ \quad (5.2.9)$$

В исходной модели должны удовлетворяться все эти условия. Тогда в данной сети можно принять все ее элементы за истинные величины и в дальнейшем создавать эту идеальную модель, генерируя истинные погрешности на персональном компьютере в зависимости от точности полевых работ. В нашем случае мы будем генерировать истинные погрешности, равные точности измерения горизонтальных углов в триангуляции первого класса. С целью обеспечения большей точности и уменьшения погрешностей округлений модель создадим на программированном микрокалькуляторе для научных расчетов CITIZEN SRP-175, что обеспечивает 10 значащих цифр.



Таблица 5.16. Построение истинной модели.

№ тр	Наз в. углов	Углы из второго приближения	sin	Стороны	Поправка	Истинные значения углов	sin	Истинные стороны
1	A <sub>1</sub>	62*43'26,17''	0,8888087624	2900,000000	-18,0488''	6243'08,1212''	0,8887686582	2900,000000
	C <sub>1</sub>	50*	0,7660444431	2499,445302		50*	0,7660444431	2499,558085
	B <sub>1</sub>	67*16'33,83	0,9223767913	3009,525567	+18,0488	+67*16'51,8788	0,9224105895	3009,771648
	∑	180*00'00,00						
2	A <sub>2</sub>	67*43'26,17	0,9253681607	3009,525567	-18,0488	67*43'08,1212	0,9253349875	3009,771648
	C <sub>2</sub>	75*	0,9659258263	3141,429102		75*	0,9659258263	3141,798598
	B <sub>2</sub>	37*16'33,83	0,6056560273	1969,74289	+18,0488	37*16'51,8788	0,6057256534	1970,200979
	∑	180*00'00,00						
3	A <sub>3</sub>	63*43'26,17	0,8966714513	1969,74289	-18,0488	63*43'08,1212	0,8966327106	1970,200979
	C <sub>3</sub>	43*	0,6819983601	1498,164548		43*	0,6819983601	1498,577758
	B <sub>3</sub>	73*16'33,83	0,9577023624	2103,811111	+18,0488	73*16'51,8788	0,9577275387	2104,446684
	∑	180*00'00,00						
4	A <sub>4</sub>	49*43'26,17	0,7629384686	2103,81111	-18,0488	49*43'08,1212	0,7628818975	2104,446684
	C <sub>4</sub>	44*	0,6946583705	1915,527998		44*	1915,527998	1916,248779
	B <sub>3</sub>	86*16'33,83	0,9978885719	2751,68857	+18,0488	86*16'51,8788	0,9978942514	2752,739651
	∑	180*00'00,00						
5	A <sub>5</sub>	56*43'26,17	0,8360366504	2751,68857	-18,0488	56*43'08,1212	0,8359886366	2752,739651
	C <sub>5</sub>	33*	0,544639035	1792,59,597259		33*	0,544639035	1793,384984
	B <sub>5</sub>	90*16'33,83	0,9999883924	3291,311007	+18,0488	90*16'51,8788	0,9999879669	3292,755914
	∑	180*00'00,00						
6	A <sub>6</sub>	71*43'26,17	0,9495565695	3291,311007	-18,0488	71*43'08,1212	0,9495291253	3292,755914
	C <sub>6</sub>	27*	0,4539904997	1573,601802		27*	0,4539904997	1574,338125
	B <sub>6</sub>	81*16'33,83	0,9884306092	3426,054485	+18,0488	81*16'51,8788	0,988443877 4	3427,703623
	∑	180*00'00,00						



Продолжение таблицы 5.16.

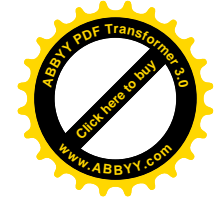
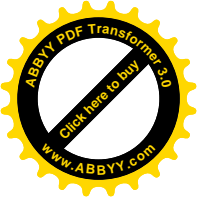
7	A <sub>7</sub>	98*43'26,17''	0,9884306092	3426,054485	-18,0488	98*43'08,1212	0,9884438774	3427,703623
	C <sub>7</sub>	32*	0,5299192642	1836,782729		32*	0,5299192642	1837,642201
	B <sub>7</sub>	49*16'33,83''	0,7578618468	2626,867233	+18,0488	49*16'51,8788	0,7579189323	2628,294362
	∑	180*00'00,00''						
8	A <sub>8</sub>	56*43'26,17''	0,8360366504	2626,867233	-18,0488	56*43'08,1212	0,8359886366	2628,294362
	C <sub>8</sub>	56*	0,8290375726	2604,875795		56*	0,8290375726	2606,440665
	B <sub>8</sub>	67*16'33,83	0,9223767913	2898,152095	+18,0488	67*16'51,8788	0,9224105895	2899,999409
	∑	180*00'00,00	W=-637,2087103					W=-0,203

$$V'' = +18,0487614$$

$$V'' = +0,0057''$$

Таблица 5.17. Уравнивание искаженной модели.7

№ тр	Название углов	Измеренные В' Углы = 0,7	V'	B'+V'	sin	Неуров- нешенные стороны	V''	Уравноше- нные углы	sin	Уравнове- шенные стороны
1	A <sub>1</sub>	62*43'07,58''	-0,07	62*43'7,51''	0,88876729	2900,0000	-0,17	62*43'7,34''	0,88876692	2900,000
	C <sub>1</sub>	50*00'0,21''	-0,07	50*00'0,14''	0,76604489	2499,563	+0,02	50*00'00,16''	0,76604492	2499,564
	B <sub>1</sub>	67*16'2,41''	-0,06	67*16'2,35''	0,9224115	3009,779	+0,15	67*16'52,50''	0,92241173	3009,781
	∑	180*00'00,20''	-0,20	180*00'00,20''				180*00'00,00''		
2	A <sub>2</sub>			[ 67*43'08,29	0,9253353	3009,779		67*43'08,29''	0,9253353	3009,781
	C <sub>2</sub>	75*00'00,42''		75*00'0,42	0,96592636	3141,807	-0,22	75*00'00,20	0,96592610	3141,808
	B <sub>2</sub>	37*16'51,29''		37*16'1,29	0,60572334	1970,198	+0,22	37*16'51,51''	0,60572415	1970,202
	∑			180*00'00,00				180*00'00,00''		
3	A <sub>3</sub>	63*43'08,10''		63*43'08,10	0,89663271	1970,198	-0,09	63*43'08,01''	0,89663241	1970,202
	C <sub>3</sub>	42*59'59,94		42*59'59,94	0,68199816	1498,575	+0,09	43*00'00,03''	0,68199858	1498,579
	B <sub>3</sub>			[ 73*16'51,96	0,95772767	2104,443		73*16'51,96''	0,95772767	2104,448
	∑			180*00'0,00				180*00'00,00''		



Продолжение таблицы 5.17.

4	A <sub>4</sub>	49*43'08,74	-0,32	49*43'08,42''	0,7628828 2	2104,443	-0,21	49*43'08,21''	0,76288218	2104,448
	C <sub>4</sub>	44*00'00,29	-0,32	43*59'59,97''	0,69465829	1916,243	+0,10	44*00'00,07''	0,69465863	1916,250
	B <sub>3</sub>	86*16'51,93	-0,32	86*16'51,61''	0,99789421	2752,732	+0,11	86*16'51,72''	0,99789423	2752,7405
	∑	180*00'00,96	-0,96	180*00'00,00''				180*00'00,00''		
5	A <sub>5</sub>	56*43'08,77	-0,35	56*43'08,42''	0,83598943	2752,732	-0,16	56*43'08,26''	0,83598903	2752,7405
	C <sub>5</sub>	32*59'59,75	-0,35	32*59'59,40''	0,54463659	1793,370	+0,09	32*59'59,49	0,54463688	1793,377
	B <sub>5</sub>	90*16'52,53	-0,35	90*16'52,18''	0,99998797	3292,743	+0,07	90*16'52,25''	0,99998797	3292,755
	∑	180*00'01,05	-1,05	180*00'00,00''				180*00'00,00''		
6	A <sub>6</sub>	71*43'08,72	-0,25	71*43'08,47	0,9495263	3292,743	-0,10	71*43'08,37''	0,94952950	3292,755
	C <sub>6</sub>	27*00'00,05	-0,25	26*59'59,80	0,45398960	1574,328	+0,03	26*59'59,83''	0,45398972	1574,334
	B <sub>6</sub>	81*16'51,98	-0,25	81*16'51,73	0,98844376	3427,688	+0,07	81*16'51,80''	0,98844381	3427,701
	∑	180*00'00,75''	-0,75	180*00'00,00''				180*00'00,00''		
7	A <sub>7</sub>			[ 98*43'7,49	0,98844435	3427,688		98*43'07,49''	0,98844435	3427,701
	C <sub>7</sub>	32*00'0,28		32*00'00,28	0,52992041	1837,637	-0,14	32*00'00,14''	0,52991980	1837,642
	B <sub>7</sub>	49*16'52,23		49*16'52,23	0,75792009	2628,285	+0,14	49*16'52,37''	0,75792043	2628,296
	∑			180*00'00,00''				180*00'00,00''		
8	A <sub>8</sub>	56*43'08,34		56*43'08,36	0,83598925	2628,285	-0,12	56*43'08,24''	0,83598900	2628,296
	C <sub>8</sub>	55*59'59,94		55*59'59,96	0,82903749	2606,429	+0,12	56*00'00,08''	0,82903779	2606,442
	B <sub>8</sub>			[ 67*16'51,68	0,922410023	2899,9858		67*16'51,68''	0,92241023	2899,9991
	∑		0,8756	180*00'00,00''		W=-4,90		180*00'00,00''		W=-0,30

V''=+0,138''

V''=+0,00849''

**Таблица 5.18. Коэффициенты условных уравнений и поправки уравновешения углов.**

Название поправки	Условные уравнения фигур								$\alpha$ гор	$\beta$ пол	Весовые функции		$A_1=a_1$	$B_1=v_1$	$F_\alpha$	$F_\beta$	Вторичные поправки
											$f_\alpha$	$f_\beta$					
	1	2	3	4	5	6	7	8									
(A <sub>1</sub> )	1									-2,50		-2,50	-0,333	-2,343	-0,333	-2,343	-0,17
(C <sub>1</sub> )	1								+1		+1	0	+0,666	+0,157	+0,666	+0,157	+0,02
(B <sub>1</sub> )	1									+2,03		+2,03	-0,333	+2,186	-0,333	+2,186	+0,15
(A <sub>2</sub> )																	
(C <sub>2</sub> )									+1	+1,99	+1	+1,99	-0,500	-3,185	+0,500	-3,185	-0,22
(B <sub>2</sub> )		0								+8,36		+8,36	-0,500	+3,185	-0,500	+3,185	-0,22
(A <sub>3</sub> )		0								-3,85		-3,85	-0,500	-1,195	-0,500	-1,195	0,09
(C <sub>3</sub> )			0						+1	-1,46	+1	-1,46	-0,500	+1,195	+0,500	+1,195	+0,09
(B <sub>3</sub> )																	
(A <sub>4</sub> )				1						-4,11		-4,11	-0,333	-2,846	-0,333	-2,846	-0,21
(C <sub>4</sub> )				1					+1		+1	0	-0,666	+1,263	+0,666	+1,263	+0,10
(B <sub>4</sub> )				1						+0,32		+0,32	-0,333	+1,583	-0,333	+1,583	+0,11
(A <sub>5</sub> )					1					-3,18			0,333	-2,113	0	0	-0,16
(C <sub>5</sub> )					1				+1				-0,666	+1,067	0	0	+0,09
(B <sub>5</sub> )					1					-0,02			-0,333	+1,046	0	0	+0,07
(A <sub>6</sub> )						1				-1,60			-0,333	-1,313	0	0	-0,10
(C <sub>6</sub> )						1			+1				0,666	+0,286	0	0	+0,03
(B <sub>6</sub> )						1				+0,74			-0,333	+1,027	0	0	+0,07
(A <sub>7</sub> )																	
(C <sub>7</sub> )							0		+1	-0,74			-0,500	-2,085	0	0	-0,14
(B <sub>7</sub> )							0			+3,43			-0,500	+2,085	0	0	+0,14
(A <sub>8</sub> )							0			-5,21			-0,500	-1,59	0	0	-0,12
(C <sub>8</sub> )							0		+1	-2,03			-0,500	+1,59	0	0	+0,12
(B <sub>8</sub> )																	
W									-	0,09	-4,90		-0,09	-4,90			

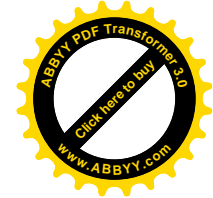
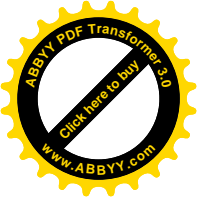
Условные уравнения фигур имеют вид:

$$(A_1)+(B_1)+(C_1)+0,20''=0 \quad (5.2.10)$$

$$(A_4)+(B_4)+(C_4)+0,96''=0 \quad (5.2.11)$$

$$(A_5)+(B_5)+(C_5)+1,05''=0 \quad (5.2.12)$$

$$(A_6)+(B_6)+(C_6)+0,75''=0 \quad (5.2.13)$$



Для второго треугольника с неизмеренным углом  $A_2$  имеем:

$$+1-1+1-1+0=0$$

При этом коэффициент при неизмеренном угле  $A_2$  с обратным знаком введен в коэффициенты углов  $C_2$  и  $B_2$ .

Для полюсного условного уравнения коэффициент при поправке ( $B_2$ ) будет

$$+6,37+1,99=8,36$$

где  $+6,37$  коэффициент при поправке ( $B_2$ ), а  $-1,99$  есть коэффициент при неизмеренном угле ( $A_2$ ), который с обратным знаком вводится в коэффициенты при поправках ( $C_2$ ) и ( $B_2$ ).

Аналогично для коэффициента ( $A_3$ ) получим	$-2,39=1,46=3,85$
при поправке ( $B_7$ )	$+4,17=0,74=+3,43$
при поправке ( $A_8$ )	$-3,18-2,03=-5,21$

Таким образом, полюсное условное уравнение приобретет вид:

$$\begin{aligned} & -2,50(A_1)+2,03(B_1)+1,99(C_2)+8,36(B_2)-3,85(A_3)-1,46(C_3)- \\ & 4,11(A_4)+0,32(B_4)-3,18(A_5)-0,02(B_5)-1,60(A_6)+0,74(B_6)- \\ & 0,74(C_7)+\underline{3,43}(B_7)-5,21(A_8)-2,03(C_8)-4,90=0(3,5) \end{aligned}$$

Условие горизонта

$$(C_1)+(C_2)+(C_3)+(C_4)+(C_5)+(C_6)+(C_7)+(C_8)-0,09=0$$

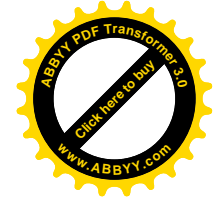
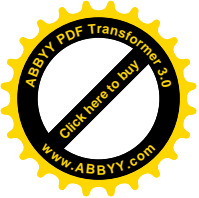


Таблица 5.19. Коэффициенты нормальных уравнений

	A]	B]	F $\alpha$ ]	F $s$ ]	W	$\Sigma$
A]	4,6613	+0,28552	+2,3307	0,5714	-0,09	+6,6158
B]		68,9467	-0,5714	+45,6382	-4,90	+109,3987
F $\alpha$ ]			2,3307	-0,0714	0	+3,5186
F $s$ ]				45,6382	0	+90,1336

$$K_1 = +0,01495$$

$$K_2 = +0,071007$$

Таблица 5.20. Решение нормальных уравнений по схеме Гаусса.

Условие горизонта	Условие полюса	F $\alpha$	F $s$	W	$\Sigma$	Контроль
4,6613	+0,2852	+2,3307	-0,5714	-0,09	+6,6158	
-1	-0,0612	-0,50001	+0,1226	+0,01931	-1,4193	-1,4193
	68,9467	-0,5714	+45,6382	-4,90	+109,3987	
	-0,0174	-0,1426	+0,0350	+0,055	-0,4048	
	68,9293	-0,7140	+45,6732	-4,8945	+108,9938	
	-1	+0,0104	=-,6626	+0,071007	-1,5812	-1,5812
		2,3307	45,6382			
		-1,16537	-0,0699			
		-0,0074	-30,2631			
	$\underline{l} = +1,1579$	$\underline{l} = 15,3052$				
	P $\alpha$	P $s$				
	$K_2 = +0,07'007$					
$K_1 = +0,014954$						

Нами применен двухгрупповой способ уравнивания Крюгера-Урмаева.

Коэффициенты условных уравнений второй группы рассчитывались по формуле:

$$A_i = a_i - \sum_3 a_i \quad (5.2.14)$$

$$B_i = b_i - \sum_3 b_i \quad (5.2.15)$$

Для треугольников с всеми измеренными углами.

Таблица 5.21. Расчет координат пунктов. Сравнительный анализ.

## Оценка точности.

Название пункт	Формулы углов	Значения углов	Дирекционные углы	Стороны	X	Y
A					10000.000	10000.000
B	$-B_1$	67*16'52.50	234*00'00,00''	2900.000	8295.423	7653.851
C	$-(A_1+B_2)$	99*59'58.84	346*43'07.50	2499.564	10728.134	7079.623
D	$-(A_2+B_3)$	141*00'00.25	66*43'08.66	3141.808	11969.901	9965.618
E	$-(A_3+B_4)$	149*59'59.70	105*43'08.41	1498.579	11969.901	995.618
F	$-(A_4+B_5)$	140*00'00.47	135*43'08.71	1916.250	11563.9065	11408.154
G	$-(A_5+B_6)$	138*00'00.07	175*43'08.24	1793.377	10192.0145	12746.0348
H	$-(A_6+B_7)$	121*00'00.75	217*43'08.17	1574.334	8403.6411	12879.9083
I	$-A_7$	98*43'07.49	276*43'07.42	1837.642	7158.3094	11916.7489
A	$+C_8$	56*00'00.07	357*59'59.93	2628.296	7373.3050	10091.7270
B			234*00'00,00''		9999.9999	9999.9988

Таблица 5.22. Сравнительная таблица истинных и уравновешенных координат пунктов.

Название пункт	$\Delta X$	$X_{ур}$	$X_{ист}$	$\Delta B$	$Y_{ур}$	$Y_{ист}$
A	0	10000,000	10000,000	0	10000,000	10000,000
B	0	8295,423	8295,423	0	7653,851	7653,851
C	+0,004	10728,134	10728,130	-0,008	7079,623	7079,631
D	0	11969,901	11969,901	+0,003	9965,618	9965,615
E	-0,003	11563,906	11563,909	+0,004	11408,154	11408,150
F	-0,006	10192,015	10192,021	+0,001	12746,035	12746,034
G	+0,001	8403,641	8403,640	-0,001	12879,908	12879,909
H	+0,004	7158,309	7158,305	+0,001	11916,749	11916,748
I	-0,002	7373,305	7373,307	+0,001	10091,727	10091,726

$$\Delta x^2 = 82$$

$$\sum \Delta y^2 = 93$$

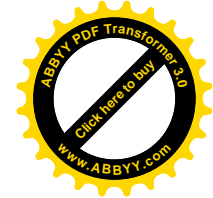
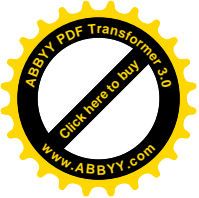
Средняя квадратическая погрешность единицы веса

$$\mu = \sqrt{\frac{0,8756}{4} + \frac{0,3534}{2}} = -0,63''$$

Средняя квадратическая погрешность дирекционного угла слабой стороны

$$m_{\alpha AF} = \sqrt{0,63''^2} \cdot 1,1579 = -0,68$$

Средняя квадратическая погрешность слабой стороны



$$m_{\text{SAF}} = 0,63 \cdot 3,91 = 2,46$$

$$m_{\text{SAF}} = 2,46 \frac{2752,74}{10^6} = 0,0067 \text{Г}$$

Относительная погрешность

$$f_{\text{отн.}} = \frac{1}{\frac{2752,74}{0,0067}} = \frac{1}{410857}$$

## ВЫВОДЫ

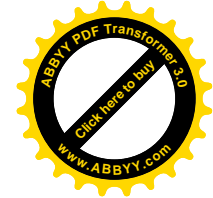
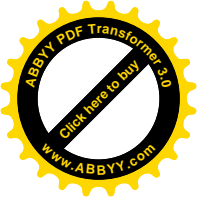
Таким образом, погрешность стороны в слабом месте сети составляет 6,7 мм. А средняя квадратическая погрешность стороны вообще составляет  $6,7:2,5=2,68 \text{ мм} \approx 3 \text{ мм}$ .

Средняя квадратическая погрешность координат:

$$m_{xy} = \sqrt{\frac{\Sigma \Delta x^2 + \Sigma \Delta y^2}{18}} = \sqrt{\frac{82+93}{18}} = 3,118 \text{ мм}$$

Таким образом, на основе проведенных нами исследований мы утверждаем, что при создании опорной геодезической сети областного центра при  $m_{\beta} = 0,7''$ , методом несплошных наблюдений будет обеспеченная средняя квадратическая погрешность координат пунктов 3 мм. При измерении исходного базиса с точностью 1:1000000.





## Общие выводы и рекомендации

Основные результаты диссертационной работы сформулируем в следующих выводах.

1. Предложена концепция построения плановых геодезических сетей несплошных наблюдений, которая не нуждается в проведении наблюдений на ряде пунктов. К данному времени использовались сети, на каждом пункте которых обязательно выполнялись наблюдения.

Для реализации данного направления в геодезии построен необходимый математический аппарат исследований на основе известного коррелятивного способа уравнивания, который удалось автору дополнить рядом новых не разработанных прежде вопросов.

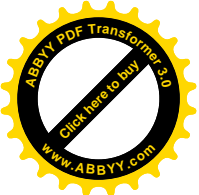
В данной работе впервые удалось выразить коэффициенты координатных условных уравнений МПЗЗ через непосредственно измеренные углы  $\beta$  и  $j$ . Корректность данного представления доказана выполнением всех необходимых контролей строгого уравнивания модели ряда коррелятивным способом.

Впервые доказано, что при точности измерения углов  $0,7''$  средняя квадратическая погрешность координат пунктов, которые создаются методом парных звеньев засечек (МПЗЗ) будет 24 мм, при  $m_{\beta} = 1'', m_{x,y} = 59$  мм, при  $m_{\beta} = 1,5'', m_{x,y} = 75$  мм, при  $m_{\beta} = 2'', m_{x,y} = 106$  мм, при  $m_{\beta} = 3,3'', m_{\beta} = 196$  мм длинах сторон до 5 км.

Разработана теория, которая дает возможность сгущать сети GPS предложенным автором МПЗЗ.

Разработана теория и программы для передачи дирекционных углов, сторон и координат в рядах МПЗЗ.

Составлены программы, которые дают возможность определить коэффициенты условных уравнений и обратные веса функций измеренных вели-



чин для предварительной оценки точности и определения допустимых значений свободных членов условных уравнений.

Получены формулы предварительной оценки точности.

Впервые исследуется возможность создания геодезических сетей несплошных наблюдений триангуляции. Реализовать данную проблему можно лишь в том случае, когда будет доказано, что данные сети не снижают точность элементов при надежном полевом контроле.

Разработана методика полевого контроля двойным расчетом координат пунктов и получены формулы определения допустимого расхождения координат пунктов стороны и дирекционного угла.

Для перехода от сети триангуляции к сетям несплошных наблюдений предложена и доказана теорема, которая дает возможность строго по методу наименьших квадратов проводить обработку материалов коррелятным способом.

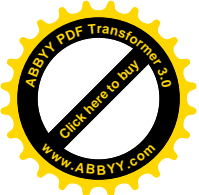
На основе данной теоремы находятся обратные веса весовых функций и выполняется оценка точности сетей несплошных наблюдений.

Доказано, что учет условий фигур не повышает точности элементов сети.

Исследования проведены на основе двух моделей, взятых из известных практикумов по высшей геодезии МииГАиК. На основе детальных исследований сетей триангуляции и сетей несплошных наблюдений доказано, что точность сетей несплошных наблюдений лежит в границах действия погрешностей округлений относительно точности сетей триангуляции.

Разработана методика исследования на основе программированных микрокалькуляторов Электроника МК61 и МК52 .

Автором разработан ряд программ, которые дают возможность не только проводить исследования, но и использовать на топографо – геодезическом производстве при полной камеральной обработке небольших сетей сгущения.



Наличие полигональных условных уравнений, разработанных для сети несплошных наблюдений, дает возможность сгущать данными сетями пункты, которые определяются методами космической геодезии GPS.

1. Предложена идея развития рядов при одной постановке электронного тахеометра или светодальномера на два геодезических четырехугольника.

Разработана методика полевого контроля в линейно – угловых рядах несплошных наблюдений.

Исследована точность элементов несвободного ряда.

Разработана методика коррелятного уравнивания данных рядов.

Разработана методика двухгруппового уравнивания с реализацией программы на программированных микрокалькуляторах МК61 и МК52 .

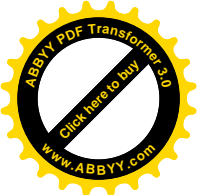
В результате проведенных исследований установлено, что на точность определения поперечного сдвига сориентированного ряда основное влияние оказывает условное уравнение первого примыкающего треугольника. Это объясняется тем , что развитие ряда проходит без измерения примычных углов на исходных пунктах.

Вторым компонентом по значимости есть условное уравнение абсцисс.

На продольный сдвиг ряда основное влияние, также, оказывает условие примыкающего треугольника ABC.

2. Доказано, что точность современных геодезических сетей не может обеспечить учетной единицы площади 1 м.кв. Для обеспечения точности учетной единицы площади контуров необходимо на порядок повысить точность геодезической сети с тем, чтобы средняя квадратическая погрешность планового положения пункта не превышала 5 мм.

3. Разработана технология создания триангуляции областного центра с точностью определения координат пунктов 2,26 мм.



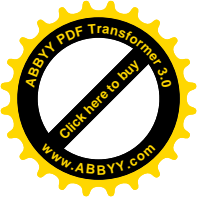
4. Разработана технология создания опорной геодезической сети областного центра методом несплошных наблюдений триангуляции, которая обеспечивает точность определения координат из пунктов 3 мм.

5. Разработана технология трилатерации областного центра с точностью определения координат пунктов 2,26 мм.

6. Разработана технология создания опорной сети областного центра линейно – угловым методом несплошных наблюдений с точностью определения координат пунктов 1,45 мм.

7. Разработана технология построения опорной сети областного центра методом парных звеньев засечек с точностью определения координат пунктов 6 мм.

8. Разработана методика сгущения сети областного центра для обеспечения учетной единицы площади землепользователей 1 м. кв.



## СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Аникст Д.А. Высокоточные теодолиты Т1 и Т05. – М.: Недра, 1978. – 159 с.
2. Батраков Ю.Г. К уравниванию линейно-угловых систем на ЭВМ, - Геодезия и картография, 1970, №12, - с. 20-27.
3. Батраков Ю.Г. Геодезические сети сгущения. – М.: Недра; 1987. – 255 с.
4. Бахурин И.М. Курс маркшейдерского дела. Специальная часть. – М.: Высшая школа, 1962. – 494 с.
5. Белугин Д.А. Теория обработки результатов геодезических и астрономических измерений. – М.: Недра, 1984. – 112 с.
6. Большаков В.Д., Маркузе Ю.И. Практикум по теории математической обработки геодезических измерений. – М.: Недра, 1984. – 352 с.
7. Большаков В.Д. Теория ошибок наблюдений. – М.: Недра, 1983. – 223 с.
8. Большаков В.Д., Маркузе Ю.И. Городская полигонометрия. – М.: Недра, 1979. – 303 с.
9. Большаков В.Д., Гайдаев П.А. Теория математической обработки геодезических измерений. – М.: Недра, 1977. – 367 с.
10. Большаков В.Д., Маркузе Ю.И., Голубев В.В. Уравнивание геодезических построений. Справочное пособие. – М.: Недра, 1989. – 413 с.
11. Боровий В.О., Літнарівч Р.М., Мардієва Л.П. До питання створення і дослідження геодезичної мережі методом несучільних спостережень чотирикутників без діагоналей. Інженерна геодезія. Вип. 44. Київ, КНУБА, 2000, - с. 116...120.
12. Боровий В.О., Літнарівч Р.М., Мардієва Л.П. Особливості зрівноваження лінійно-кутової мережі з недостатньою кількістю вимірів. Інженерна геодезія. Вип. 45. Київ, КНУБА, 2001, - с. 17...26.
13. Бронштейн Г.С. Строительные геодезические сетки. – М.: Недра, 1984. – 158 с.

14. Буденков Н.А., Ганьшин В.Н. Геодезические работы при речных и озерных изысканиях. – М.: Недра, 1979. – 159 с.
15. Грейм И.А. Оптические дальномеры и высотомеры геодезического типа. – М.: Недра, 1983. – 320 с.
16. Гайдаев П.А. Некоторые замечания об уравнивании триангуляции групповыми способами: - Геодезия и картография, 1978, №5, - с. 35-36.
17. Гайдаев П.А. Математическая обработка геодезических сетей. М.: Недра, 1977. – 228 с.
18. Гайдаев П.А. О проектировании оптимальной геодезической сети 2 класса. - Геодезия и картография, 1970, №1, - с. 7-11.
19. Гайдаев П.А. Уравнивание геодезической сети 3 и 4 классов. М.: Недра, 1965, - 162 с.
20. Гельфанд Р.Е. Уравнивание и предвычисление точности линейно-угловых сетей. Инженерная геодезия , часть I, Ленинград, 1975, - с. 23-27.
21. Гринберг Г.М., Решетов Е.А. некоторые вопросы технологии построения сетей полигонометрии. - Геодезия и картография, 1971, №10, - с. 13-19.
22. Гринберг Г.М. О результатах сравнения методов сгущения геодезической сети 3 и 4 классов. - Геодезия и картография, 1977, №3, - с. 14-17.
23. Геодезические работы при создании комплексов инженерных объектов. – М.: Недра, 1985. – 223 с.
24. Даниленко Т.С. Организация и производство геодезических работ при крупном строительстве. – М.: Недра, 1975, - 320 с.
25. Дворянков С.М., Юношев Л.С. Построение линейно-угловой аналитической сети в полузакрытой местности. – Геодезия и картография, 1964, №8, - с. 27-32.
26. Дворянков С.М. Уравнивание сети трилатерации. – Геодезия и картография, 1967, №5, - с. 29-35.

27. Дьяконов В.П. Справочник по расчетам на микрокалькуляторах. – М.: Наука, 1986, - 224 с.
28. Дурнев А.И. Новые системы построения геодезических сетей. – М.: Геодезиздат, 1952, - 249 с.
29. Епанечников В.А., Цветков А.Н. Справочник по прикладным программам для микрокалькуляторов. – М.: Финансы и статистика. 1988, - 320 с.
30. Журкин И.Г., Нейман Ю.М. Методы вычислений в геодезии. – М.: Недра, 1988, - 304 с.
31. Захаров А.И. Новые теодолиты и оптические дальномеры. – М.: Недра, 1978, – 261 с.
32. Зацаринный А.В. Автоматизация высокоточных инженерно- геодезических измерений. – М.: Недра, 1976, - 247 с.
33. Звонарев К.А. Минимум работ при геодезическом обосновании крупномасштабного картографирования Л.: ЛГУ, 1970, - 184 с.
34. Злотин В.В. О трилатерации с косвенно определенными сторонами. – Геодезия и картография, 1971, №1, - с. 22-28.
35. Измерение вертикальных смещений сооружений и анализ устойчивости реперов. В.Н. Ганьшин, А.Ф. Стороженко, А.Г. Ильин и др. – М.: Недра, 1981, - 215 с.
36. Инструкция по топографо-геодезическим работам при инженерных изысканиях для промышленного, сельскохозяйственного и поселкового строительства. (СН 212-73). – М.: Стройиздат, 1973, - 152 с.
37. Инструкция по топографической съемке в масштабах 1:5000, 1:2000, 1:1000 и 1:500. /Главное управление геодезии и картографии при Совете Министров СССР. – М.: Недра, 1985, - 152 с.
38. Инструкция о построении государственной геодезической сети СССР. – М.: Недра, 1966, - 340 с.

39. Инструкция по топографической съемке в масштабах 1:10000, 1:25000 (полевые работы). /Главное управление геодезии и картографии при Совете Министров СССР. – М.: Недра, 1978, - 80 с.
40. Інструкція з топографічного знімання у масштабах 1:5000, 1:2000, 1:1000 та 1:500. ГКНТА – 2,04-02-98. Київ, 1999, - 155 с.
41. Кала В.В. Углы зданий в качестве пунктов постоянного съемочного обоснования. Геодезия и картография. – 1989, - №7, с. 20-21.
42. Кемниц Ю.В. Математическая обработка зависимых результатов измерений. – М.: Недра, 1970, - 104 с.
43. Коробков С.А. Вычисление координат пунктов, определяемых методом засечек. Информационно-технический сборник ВТС ВС СССР №11, 1946, - с. 21-26.
44. Кузнецов П.Н., Васютинский И.Ю., Ямбаев Х.К. Геодезическое инструментоведение. – М.: Недра, 1984, - 364 с.
45. К вопросу уравнивания линейно-угловых построений инженерно-геодезических сетей. – Геодезия и картография, 1977, №3, - с. 24-31.
46. Лебедев Н.Н., Барков Д.П. Уравнивание линейно-угловых сетей инженерно-геодезического обоснования. – М.: Недра, 1980, - 104 с.
47. Лебедь Г.И., Литнарвич Р.Н., Мануйлик А.Т. разработка методики исследования устойчивости оползней на трассе нефтепровода «Дружба» в районе Карпат и аварийных участков нефтепроводов, расположенных на оползнях / Н.Т. Отчет УИИВХ по теме 1-4. № Гос. рег. 01 86 0090 109. Ровно, 1986, - 86 с. Фонд ВНТИЦ, Инв. №02870042836-38.
48. Литнарвич Р.Н. Программа обработки замкнутого и разомкнутого линейно-углового хода. Информационный листок №13-86, серия 01.00. Ровенский МТ ЦНТИ, 1986-4 с.
49. Литнарвич Р.Н. Создание опорных геодезических сетей несплошных наблюдений и автоматизированная система их обработки. Информационный листок №87-099. Ровенский МТ ЦНТИ, 1987, - 4 с.



50. Литнарович Р.Н. Исследование метода создания планового геодезического обоснования парными звеньями засечек. Ч.І. Деп. ВИНТИ, №5076-84, 1984, - 182 с. РЖ Геодезия и аэросъемка. 9.52.38, 1984.
51. Литнарович Р.Н. Исследование метода создания планового геодезического обоснования парными звеньями засечек. Ч.ІІ. Деп. ВИНТИ, №4096-84, 1984, - 210 с. РЖ Геодезия и аэросъемка. 9.52.38, 1984.
52. Литнарович Р.Н. к вопросу оценки точности уравненных элементов сети, развиваемой методом парных звеньев засечек. Сб: Пути повышения эффективности сельскохозяйственного производства Нечерноземной зоны РСФСР на основе коллективного подряда. Брянск, 1984. Обл-тип. с. 137-138.
53. Литнарович Р.Н. Геодезические работы при планировке поливных участков. Межвуз. Сб. Мелиорация и орошаемое земледелие. Кишинев, 1977.
54. Литнарович Р.Н. Оптимизация геодезического обслуживания линейных мелиоративных сооружений теоретико-игровыми методами. Межвуз. Сб. Совершенствование технологических процессов орошаемого земледелия. Кишинев, 1978.
55. Литнарович Р.Н. Исследование статистических характеристик погрешности триангуляционных наблюдений. Межвуз. Сб. Усовершенствование технологических процессов и устройств, улучшающих условия труда в сельском хозяйстве. Кишинев, 1978.
56. Литнарович Р.Н. Одномерные статистические характеристики погрешности триангуляционных наблюдений. Инженерная геодезия, вып. 21. Киев: Будівельник, 1978.
57. Литнарович Р.Н. Метод создания планового геодезического обоснования для объектов мелиоративного строительства. Межвуз. Сб. Совершенствование методов гидравлических и гидрологических расчетов для с/х водоснабжения и орошения. Кишинев, 1979, с. 33-36.

58. Литнарович Р.Н. Оценка точности элементов ряда парных звеньев за-сечек для целей мелиорации. Межвуз. Сб. Совершенствование техно-логических процессов орошаемого земледелия. Кишинев, 1979, - с. 56-61.
59. Литнарович Р.Н., Бутенко В.Ф. Производство изыскательных работ в мелиоративном строительстве и эксплуатации оросительных систем. Учебное пособие для гидромелиоративных факультетов. Кишинев, 1978, - 60 с.
60. Литнарович Р.Н. Создание планового съемочного геодезического обоснования по принципу радиальной спирали. Геодезия и фотограм-метрия при мелиоративном строительстве. Новочеркасск, 1981, - с. 29-33.
61. Литнарович Р.Н. Эффективный метод создания планово-высотного обоснования для проектирования садов и виноградников. Межвузов-ский сборник научных статей. Интенсификация виноградарства. Ки-шинев, 1980, с. 92-99.
62. Литнарович Р.Н. Изыскательные работы в мелиоративном строитель-стве и эксплуатации мелиоративных систем. Кишинев, КСХИ, 1980, - 63 с.
63. Литнарович Р.Н., Туркулец М.Л. К вопросу проведения исполнитель-ных съемок водопроводных очистных станций. Тезисы республикан-ской научно-технической конференции. Актуальные проблемы водохо-зяйственного строительства. Ровно, 1980, с. 64-65.
64. Литнарович Р.Н. Создание опорных геодезических сетей несплошных наблюдений линейно-угловым методом при изыскании мелиоративных систем с целью их проектирования и строительства. Тезисы республи-канской конференции «Достижения научно-технического прогресса в мелиорацию и водное хозяйство». Ч.І. Ровно, 1987, - с. 54.
65. Литнарович Р.Н., Лебедь Г.И. Эффективная технология наблюдений в районе крупного инженерного объекта. Тезисы докладов Всесоюзной

научно-практической конференции. «Повышение эффективности определения осадок инженерных сооружений и геодинимических исследований». Воронеж, 1988,- с. 25-26.

66. Литнарлович Р.Н. Разработка программы уравнивания геодезических сетей, развиваемых в мелиоративном строительстве, на программируемом калькуляторе Электроника МК 52. Сб. Мелиорация и освоение тяжелых минеральных почв. / Материалы республиканской научно-технической конференции. г. Ровно, 1980, с. 86-87.
67. Літнарлович Р.М. картографування міст в історичному аспекті. Зб. Актуальні проблеми розвитку міст та міського самоврядування (історія та сучасність). Тези міжнародної науково-технічної конференції. Рівне, 1993, с. 204-206.
68. Літнарлович Р.М. Прогресивна технологія створення планової геодезичної основи. Тези доповідей Міжнародної науково-методичної конференції. „Проблеми багаторівневої вищої технічної освіти”. Київ, 1993, с. 238-241.
69. Літнарлович Р.М. Польовий контроль під час створення планової геодезичної основи методом парних ланок засічок. – Геодезія, картографія і аерофотознімання. Міжвідомчий науково-технічний збірник. Випуск 56. Львів. Видавництво Львівська політехніка, 1995, - с. 26-32.
70. Літнарлович Р.М. Розрахунок попередніх координат пунктів при створенні планової геодезичної основи методом парних ланок засічок. – Геодезія, картографія і аерофотознімання. Міжвідомчий науково-технічний збірник. Випуск 57. Львів. Видавництво Львівська політехніка, 1996, - с. 40-48.
71. R. Litnarovici, S. Popescu. Calculul problemelor geodezice de baza la microcalculator. LUCRARI STIINTIFICE. Volumul 6'. HIDROAMELIORATIE, CHISINAU, 1998, S. 75-82.
72. Літнарлович Р.М. Дослідження точності геодезичних робіт для забезпечення облікової одиниці площі при інвентаризації земель. Навчальний

посібник з курсу „Методи наукових досліджень”, Частина I. УДАВІ, Рівне, 1998, -14 с.

73. Літнарівич Р.М. Проект і дослідження триангуляції міста Рівне для забезпечення облікової одиниці площі. Навчальний посібник з курсу „Методи наукових досліджень”, Частина II, РДТУ, Рівне, 1999, - 27 с.
74. Літнарівич Р.М. Проект і дослідження геодезичної основи міста Рівне методом несучільних спостережень триангуляції. Навчальний посібник з курсу „Методи наукових досліджень”, Частина III. РДТУ, Рівне, 1998, - 14 с.
75. Літнарівич Р.М. Проектування і дослідження трилатерации міста Рівне методом статистичних випробувань Монте Карло. Навчальний посібник з курсу „Методи наукових досліджень”, Частина IV. РДТУ, Рівне, 1998, -16 с.
76. Літнарівич Р.М. Створення геодезичної опори міста Рівне лінійно-кутовим методом несучільних спостережень для земельно-кадастрової інвентаризації земель. Навчальний посібник з курсу „Методи наукових досліджень”, Частина V. РДТУ, Рівне, 1998, -16 с.
77. Літнарівич Р.М. Проект і дослідження геодезичної основи міста Рівне методом парних ланок засічок. Навчальний посібник з курсу „Методи наукових досліджень”, Частина VI. РДТУ, Рівне, 1998, - 32 с.
78. Літнарівич Р.М. Розробка технології створення планової геодезичної мережі методом парних ланок засічок. Навчальний посібник з курсу „Методи наукових досліджень”, Частина VII. РДТУ, Рівне, 1998, - 34 с.
79. Літнарівич Р.М. Розробка технології створення планової геодезичної мережі методом парних ланок засічок. Навчальний посібник з курсу „Методи наукових досліджень”, Частина VIII. РДТУ, Рівне, 1998, - 79 с.
80. Літнарівич Р.М. Розробка технології створення планової геодезичної мережі методом несучільних спостережень триангуляції. Навчальний

посібник з курсу „Методи наукових досліджень”, Частина ІХ. РДТУ, Рівне, 1999, - 42 с.

81. Літнарівич Р.М. Розробка технології створення планової геодезичної мережі методом несучільних спостережень тріангуляції. Навчальний посібник з курсу „Методи наукових досліджень”, Частина Х. РДТУ, Рівне, 1999, - 40 с.
82. Літнарівич Р.М. Розробка технології створення планової геодезичної мережі методом несучільних спостережень тріангуляції. Навчальний посібник з курсу „Методи наукових досліджень”, Частина ХІ. РДТУ, Рівне, 1999, - 45 с.
83. Літнарівич Р.М. Розробка технології створення планової геодезичної мережі лінійно-кутовим методом несучільних спостережень. Навчальний посібник з курсу „Методи наукових досліджень”, Частина ХІІ. РДТУ, Рівне, 1999, - 65 с.
84. Літнарівич Р.М. Попередня оцінка точності елементів геодезичних мереж несучільних спостережень. Навчальний посібник з курсу „Методи наукових досліджень”, Частина ХІV. РДТУ, Рівне, 1999, - 27 с.
85. Літнарівич Р.М. Теоретичне обґрунтування точності геодезичних робіт при інвентаризації земель. Інженерна геодезія. Випуск 43. Київ, КНУБА, 2000, - с. 102...109.
86. Літнарівич Р.М. Дослідження точності визначення площ за результатами геодезичних вимірів. Інженерна геодезія. Випуск 44. Київ, КНУБА, 2000, - с. 170...176.
87. Літнарівич Р.М. Теорія ряду парних ланок засічок, який прокладається між пунктами, визначеними по системі GPS. Інженерна геодезія. Випуск 45. Київ, КНУБА, 2001, - с. 141...148.
88. Літнарівич Р.М., Кравцов М.І., Яроцький П.П. Попередній розрахунок точності в мережах несучільних спостережень тріангуляції. Сучасні досягнення геодезичної науки та виробництва. Збірник наукових праць

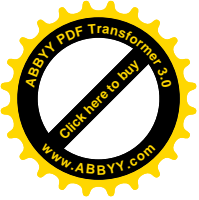
Західного Геодезичного Товариства. Львів, Ліга – Прес, 2002, - с. 161...163.

89. Літнарівич Р.М., Кравцов М.І., Яроцький П.П. Порівняльний аналіз точності елементів суцільних і несучільних спостережень триангуляції. Інженерна геодезія. Випуск 47. Київ, КНУБА, 2002, - с. 83...89.
90. Літнарівич Р.М., Кравцов М.І. Дослідження точності визначення площ аналітичним способом. VII Міжнародний науково-технічний симпозиум. Геоінформаційний моніторинг навколишнього середовища GPS і GIS-технології (7-14 вересня 2002 р.). Алушта (Крим). Львівське астрономо-геодезичне товариство, - с. 123...128.
91. Літнарівич Р.М. Проектування і дослідження трилатерації обласного міста методом статистичних випробувань Монте – Карло. Інженерна геодезія. Випуск 48. Київ, КНУБА, 2002, - с. 144...147.
92. Мовенко В.І., Літнарівич Р.М. Моніторинг стану водосховищ з використанням ГІС – технологій. Інженерна геодезія. Випуск 47. Київ, КНУБА, 2002, - с. 104...108.
93. Огнев В.О. о полевом контроле и его роли в управлении качеством. – Геодезия и картография, 1977, №2, - с. 19-21.
94. Основные положения по аэрофотосъемке, выполняемой для создания и обновления топографических карт и планов. – М.: Недра, 1982, - 16 с.
95. Основы геодезических разбивочных работ. /Н.Г. Видуев, Д.И. Ракитов, В.П. Грижбовский, - К.: Госстройиздат, 1960, - 471 с.
96. Пискунов М.Е. Методика геодезических наблюдений за деформациями сооружений. – М.: Недра, 1980, - 248 с.
97. Поволоцкий Е.С. О строгом уравнивании строительных сеток, выполненных способом четырехугольников. – Геодезия и картография, 1970, №11, - с. 32-37.
98. Пособие по производству геодезических работ в строительстве (к СНиП 3.0103-84) /ЦНИИОМТП. – М.: Стройиздат, 1985, - 123 с.

99. Пособие по инженерным изысканиям для строительства. – М.: Стройиздат, 1974, - 116с.
100. Практическое руководство по вычислению триангуляции. Выпуск 2./ Н.В. Аваев, Е.Е. Бирюков, И.М. Ландис и др. Ред. изд. Отдел ВТС. М. 1961, - 446 с.
101. Практикум по высшей геодезии / Н.В. Яковлев, Н.А. Беспалов, В.П.Глумов и др. – М.: Недра, 1982, - 368 с.
102. Рабинович Б.Н. Практикум по высшей геодезии. – М.: Геодезиздат, 1951, - 304 с.
103. Розміри оплати земельно-кадастрових робіт та послуг. Держкомзем України. 2001, - 105 с.
104. Руководство по расчету точности геодезических работ в промышленном строительстве / ГУГК при СМ СССР. Геодезические и картографические инструкции, нормы и правила. – М.: Недра, 1979, - 55 с.
105. Руководство по обновлению топографических карт. – М.: Недра, 1978, - 60 с.
106. Руководство по аэрофототопографической съемке в масштабах 1:1000 и 1:500 застроенных территорий и промышленных объектов при инженерных изысканиях для строительства. – М.: Стройиздат, 1977, - 60 с.
107. Руководство по топографическим съемкам в масштабах 1:5000, 1:2000, 1:1000 и 1:500. Наземные съемки. – М.: Недра, 1977, - 135 с.
108. Руководство по определению экономической эффективности мероприятий по новой технике в инженерных изысканиях для строительства. – М.: Стройиздат, 1977, - 69 с.
109. Руководство по производству геодезических работ в жилищно-гражданском строительстве. – М.: Стройиздат, 1977, - 78 с.
110. Руководство по рациональному выбору геодезического оборудования для инженерных изысканий в строительстве. – М.: Стройиздат, 1977, - 112 с.

111. Рязанов В.П. Оценка точности линейно-угловых систем из четырехугольников без диагоналей. Научные труды МИИЗа «Геодезия и фотограмметрия», 1976, вып. 85, - с. 54-62.
112. Сборник цен на изыскательные работы для капитального строительства / Госстрой СССР. – М.: Стройиздат, 1982, - 568с.
113. Сильницкий И.Л. Применение боковых засечек без измерения сторон. – Геодезия и картография, 1964, №8, - с. 32-35.
114. Спиридонов А.И., Кулагин Ю.Н., Крюков Г.С. Справочник-каталог геодезических приборов. – М.: Недра, 1984, - 238 с.
115. Справочник геодезиста. /под ред. В.Д. Большакова и Г.П. Левчука. – М.: Недра, 1975. Кн. 1 – 527 с., Кн. 2 – с. 528-1056.
116. Справочное пособие по прикладной геодезии. / В.Д. Большаков, Г.П. Левчук, Е.Б. Ключин и др. – М.: Недра, 1987, - 543 с.
117. Тамутис З.П. Оптимальные методы проектирования геодезических сетей. – М.: Недра, 1979, - 133 с.
118. Тарци-Хорнох А., Хетени М.В. К уравниванию трилатерационных сетей. – Геодезия и картография, 1969, №10, - с. 24-29.
119. Чеботарев А.С., Селиханович В.Г., Соколов М.Н. Геодезия. Часть вторая. – М.: Геодезиздат, 1962, - 614 с.
120. Положення по земельно-кадастровій інвентаризації земель населених пунктів, - Київ, 1997, - 14 с.





## ПРИЛОЖЕНИЯ

### 5.3. Трилатерация города Ровно

#### ВВЕДЕНИЕ

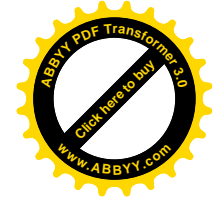
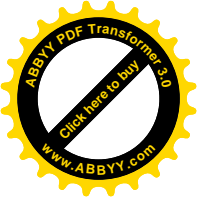
Широкие возможности по созданию опорной геодезической сети на территории городов дают светодальномеры. Так, светодальномер  $D_i$  - 2002, швейцарской фирмы Leica весом 1,1 кг при времени измерения одного расстояния в 3,5 сек и температурном диапазоне  $\div +50^0$ , обеспечивает до 7 км точность измерения стороны 1мм+1мм на 1 км хода.

Так как в запроектированной нами сети наибольшие стороны составляют 3 км, то мы будем генерировать истинную погрешность измерения сторон в 4 мм.

В запроектированной сети на территорию областного центра измерены все стороны. Углы на пунктах не измерялись. Все пункты расположены на крышах домов.

В дальнейшем необходимо уравновесить сеть и сравнить ее с истинной моделью. Цель исследования трилатерации областного центра — обеспечение учетной единицы площади землепользователей в 1 кв.м.

В результате измерения сторон трилатерации получают наклонные дальности между приёмо-передатчиком (ведущей станцией) и отражателем (ведомой станцией), выправлены поправками за метеорологические условия, которые влияют на скорость распространения электромагнитных волн в атмосфере, за кривизну траектории этих волн и за влияние погрешностей прибора, включая постоянную погрешность дальномера.



## 1. Построение истинной и искаженной модели.

### *Предварительная обработка полевых материалов.*

Истинную модель сети трилатерации с учетом уточненной модели, которую мы построили в третьей части учебного пособия для сети несплошных наблюдений триангуляции.

Таким образом мы будем иметь истинные значения сторон центральной системы. Заметим, что исследования триангуляции, сети несплошных наблюдений триангуляции, трилатерации, линейно-углового метода несплошных наблюдений и метода парных звеньев засечек проведены на одних и те же пунктах и во все этих методах одна и та же истинная модель.

Перед тем как выполнять уравнивание, необходимо выполнить предварительные вычисления:

- 1) предварительное решение треугольников, то есть вычисление приближенных значений углов по измеренным наклонным расстояниям;
- 2) вычисление поправок за центрирование и редукцию в измерении расстояния;
- 3) редуцирование приведенных к центрам знаков наклонных расстояний на поверхность референц-эллипсоида;
- 4) редуцирование длин сторон треугольников из эллипсоида на плоскость в проекции Гаусса-Крюгера, включая вычисление приближенных значений прямоугольных координат пунктов в сети.

**Таблица 5.23. Список исходных данных**

Название пункта	x, м	y, м	S, м	$\alpha$	на пункт
А	10000,000	10000,000	2900,00000	234°00'0000"	В
В	8295,423	7653,851			

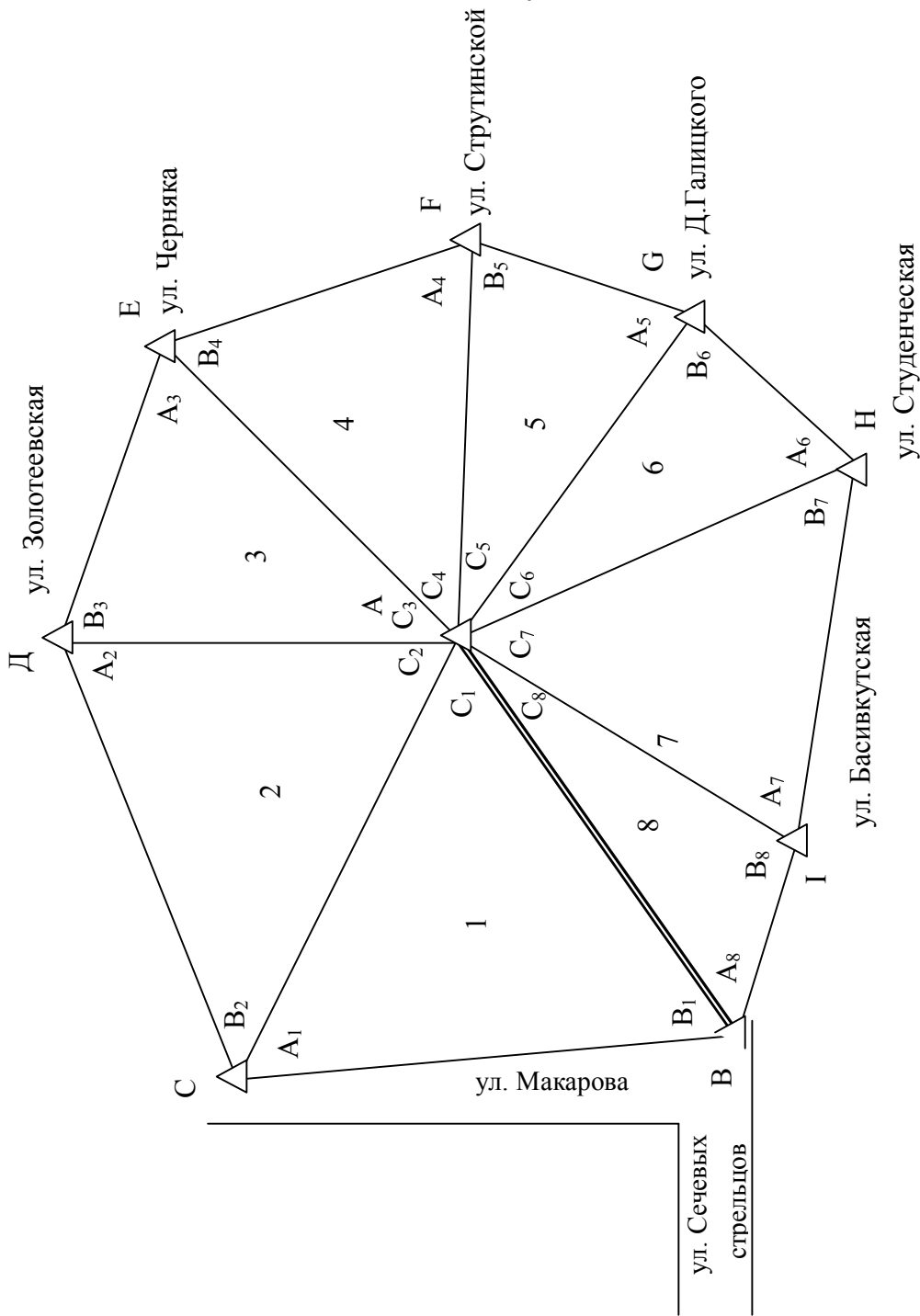
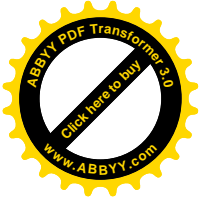
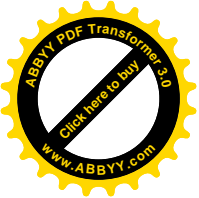
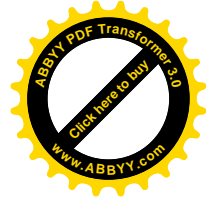
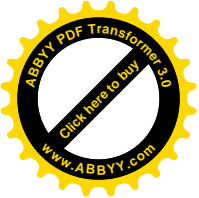


Рис. 5.1.1. Схема триагерации областного центра

В треугольнике с вымеренными сторонами  $a, b, c$  противоположные углы высчитываются по формулам:

$$\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}, \tag{5.1.1}$$

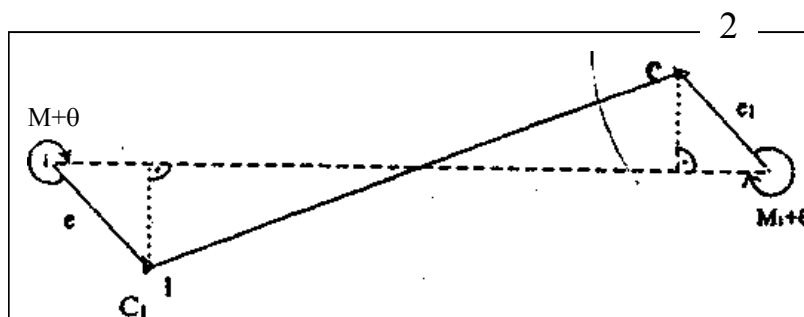


$$\cos B = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac}, \quad (5.1.2)$$

$$\cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}, \quad (5.1.3)$$

В каждом треугольнике сумма вычисленных углов должна быть равной  $180^\circ$ .

На концах каждой вымеренной стороны  $D'_{\text{Пик}}$  определяются элементы центрирования  $(e, \theta)$  ведущей станции и элементы редукции  $(e_1, \theta_1)$  отражателя светодальномера относительно центров знаков в точках  $C_1$  и  $C_2$ .

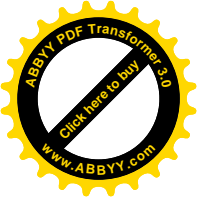


Поправки  $\delta_c = iC_1'$  за центрирование и поправки  $\delta_{\mu} = iC_2'$  за редукцию вычисляют для каждой вымеренной стороны по формулам:

$$\delta_c = -e \cos(M + \theta) + \frac{e^2 \sin^2(M + \theta)}{2D_n' - e \cos(M + \theta)}; \quad (5.1.4)$$

$$\delta_r = -e_1 \cos(M_1 + \theta_1) + \frac{e_1^2 \sin^2(M_1 + \theta_1)}{2D_n' - e_1 \cos(M_1 + \theta_1)}; \quad (5.1.5)$$

При  $e$  и  $e_1 < 1$  м поправки вычисляют по формулам:



$$\delta_c = -e \cos(M + \theta); \quad (5.1.6)$$

$$\delta_r = -e \cos(M_1 + \theta_1); \quad (5.1.7)$$

Длины сторон, приведенные к центрам знаков вычисляются по формулам:

$$D_{\Pi} = D_{\Pi}' + \delta_c + \delta_r; \quad (5.1.8)$$

При редуцировании расстояний до нескольких десятков километров поверхность референц-эллипсоида достаточно аппроксимировать сферой, радиус кривизны которой равен радиусу кривизны эллипсоида в средней точке вымеренной стороны вдоль ее направления.

Сначала находят поправки  $\delta_h$  за приведение наклонных расстояний к горизонту средней точки соответствующей стороны.

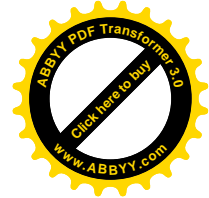
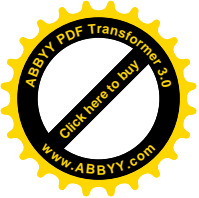
$$\delta_h = -\frac{h^2}{2D_{\Pi}} - \frac{h^4}{8D_{\Pi}^3}; \quad (5.1.9)$$

где  $h = H_2 - H_1$  – превышение отражателя дальномера над приёмопередатчиком, определенное, например, методом тригонометрического нивелирования;

$D_{\Pi}$  – вымеренное расстояние, округленное к целому метру.

Проекцию приведенного к центрам знаков наклонного расстояния на горизонтальную плоскость, которое проходит через среднюю точку вымеренной стороны, вычисляют по формуле:

$$D_r = D_{\Pi} + \delta_h; \quad (5.1.10)$$



После проектируют расстояние  $D_r$  на эллипсоид по радиусам сферы, которое аппроксимирует его поверхность, рассчитывают длину хорды  $D$ , которая проходит через точки пересечения радиусов с сферой.

$$D = D_r - \frac{H_m}{R_a + H_m} D_r = D_r + \delta_{\Pi}; \quad (5.1.11)$$

где 
$$\delta_{\Pi} = -\frac{H_m}{R_a + H_m} D_r; \quad (5.1.12)$$

$$H_m = 0,5(H_1 + H_2); \quad (5.1.13)$$

От длины хорды  $D$  переходят к искомой длине расстояния  $S$  на поверхности референц-эллипсоида по формуле:

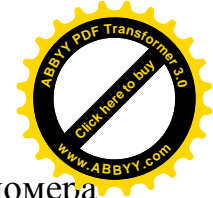
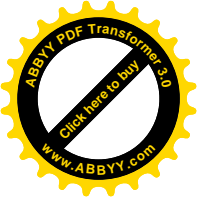
$$S = D + D^3 / 24R_{A^2} = D + \delta_r; \quad (5.1.14)$$

где 
$$\delta_r = D^3 / 24R_{A^2}; \quad (5.1.15)$$

или по формуле:

$$S = D_{\Pi} + \sum \delta; \quad (5.1.16)$$

где 
$$\sum \delta = \delta_{\Pi} + \delta_h + \delta_r; \quad (5.1.17)$$



Геодезические высоты  $H_1$  и  $H_2$  точек установления блоков дальномёра на геодезических пунктах рассчитывают по формуле.

$$H_1 = H_1^j + \xi_1 + l_i; \quad (5.1.18)$$

где  $H^j$  – нормальная высота центра знака над уровнем моря (над квази-геоидом),  $\xi$  - аномалия высоты в этой точке (превышение квазигеоида над референц-эллипсоидом),  $l$  – высота становления блока дальномёра (приёмопередатчика, отражателя) над центром знака геодезического пункта.

Для определения величины радиуса кривизны референц-эллипсоида  $R_A$  для каждой стороны необходимо знать азимут с точностью до полградуса и широту ее средней точки с точностью до нескольких минут дуги.

В сети трилатерации, изображенной на рис.1 геодезический азимут исходной стороны может быть высчитан по формуле:

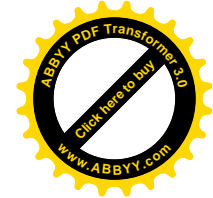
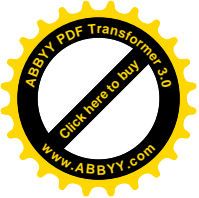
$$A_{BA} = \alpha_{BA} + (\pm\gamma_1) - (\pm\delta_{BA}); \quad (5.1.19)$$

где  $\alpha_{BA}$  – дирекционный угол этой стороны;  $\gamma_1$ - гауссовое сближение меридианов на пункте В;  $\delta_{BA}$ -поправка на направление за кривизну изображения стороны ВА на плоскости, определяется по формулам (5.1.20), (5.1.21):

$$\delta_{ik} = \frac{1}{3} f(x_i - x_k)(2y_i + y_k);$$
$$\delta_{ki} = -\frac{1}{3} f(x_i - x_k)(y_i + 2y_k);$$

где  $x, y$  – приближенные координаты пунктов на плоскости, выраженные в километрах; коэффициент  $f = \rho''/2R_m^2$ , берется из специальных таблиц.

В нашем случае поправкой  $\delta_{BA}$  можно пренебрегать; по приближенной



формуле:

$$\gamma = (L - L_0) \sin B; \quad (5.1.22)$$

где  $L_0$  – долгота осевого меридиана зоны,  $L$  – долгота точки;  $B$  – геодезическая широта точки.

В нашем случае необходимо, чтобы отличие в длинах сторон геодезической сети, вычисленных по координатам пунктов и полученных из непосредственных измерений на местности между одноименными точками, были как можно меньшими.

С этой целью во-первых вводят местную систему координат, в которой осевой меридиан трёхградусной зоны проекции Гаусса-Крюгера проходит через середину данной сети и во-вторых, все измеренные расстояния между пунктами сети редуцируют на среднюю высоту  $H_0$  данной территории над уровнем моря (над геоидом) или, что все равно на высоту  $H = H_0 - \xi$  над поверхностью референц-эллипсоида.

Редуцирование длин сторон трилатерации из поверхности референц-эллипсоида на среднюю высоту территории города  $H$  выполняют по формулам (5.1.23), (5.1.24):

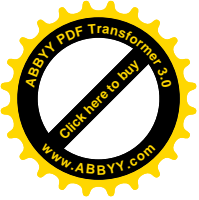
$$S_H = S \left( 1 + \frac{H}{R_m + H} \right) = KS;$$

или

$$S_H = S + \frac{H}{R_m + H} S = S + \delta_S;$$

где  $S$  – длина стороны на поверхности референц-эллипсоида,  $R_m$  – средний радиус кривизны референц-эллипсоида на широте данной территории,  $H$





– среднее значение геодезической высоты местности.

Переход от расстояний  $S$  на поверхности референц-эллипсоида до расстояний  $S$  на плоскости в проекции Гаусса-Крюгера выполняют по формулам (5.1.25), (5.1.26), (5.1.27):

$$\Delta S = Sf'(Y_m^2 + \frac{\Delta Y^2}{12} + \frac{\Delta Y_m^3}{12R_m^2}) = Sf'Q;$$

$$s' = S + \Delta S;$$

где  $f' = \frac{1}{2R_m^2}; Y_m = \frac{1}{2}(Y_2 - Y_1); \Delta Y = Y_2 - Y_1;$

$R_m$  - средний радиус референц-эллипсоида на средней широте трилатерации.

Для нашей сети достаточно ограничиться лишь первым членом формулы (5.1.25).

Величины  $Y_m$  и  $\Delta Y$  рассчитывают к целому метру и выражают в километрах. Коэффициент  $f' = \frac{1}{2R_m^2}$  дается в таблицах.

## 2. Уравнивание сети коррелятным способом.

В запроектированной свободной сети возникает одно условное уравнение горизонта:

$$(C_1)+(C_2)+(C_3)+(C_4)+(C_5)+(C_6)+(C_7)+(C_8)+W_r=0 \quad (5.2.1)$$

где  $(C_1)$  – поправки в соответствующие центральные углы.

Для стороны  $a$  треугольника  $ABC$  запишем:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A \quad (5.2.2)$$



Дифференцируя это выражение по всем переменным  $a, b, c, A$  и переходя к конечным приращениям, получим формулу, которая устанавливает связь между поправками в углы и поправками в стороны. И по аналогии

запишем формулы поправок в два других угла.

$$(A'') = \frac{p''}{h_a} [(a) - (b) \cos C - (c) \cos B]; \quad (5.2.3)$$

$$(B'') = \frac{p''}{h_b} [(b) - (a) \cos C - (c) \cos A]; \quad (5.2.4)$$

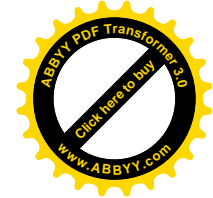
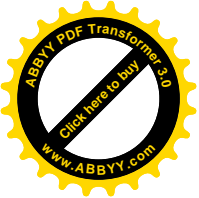
$$(C'') = \frac{p''}{h_c} [(c) - (a) \cos B - (b) \cos A]; \quad (5.2.5)$$

где  $p'' = 206265''$ ,  $h_i$  - высота треугольника, опущенная на противоположную сторону из вершины  $j$  угла ( $j=A, B, C$ ), поправка которого определяется.

Высоты треугольника вычисляются по формулам:

$$h_a = c \sin B = b \sin C; \quad (5.2.6)$$

$$h_b = a \sin C = b \sin A; \quad (5.2.7)$$



$$h_c = a \sin B = b \sin A; \quad (5.2.8)$$

Согласно условному уравнению горизонта (5.2.1), поправки в углы ( $C_i$ ) рассчитываются по формуле (5.2.5), причем коэффициенты стороны ( $C$ ) для каждого треугольника рассчитываются по формуле:

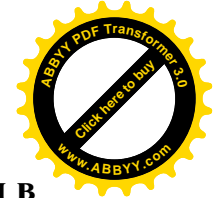
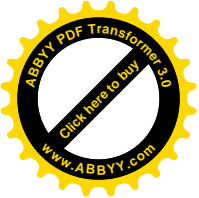
$$K_{C_s} = p'' / h_c; \quad (5.2.9)$$

это будут стороны, противоположные центральным углам  $C_i$ . Коэффициенты для поправок в радиальные стороны рассчитываются по формуле:

$$R_{ипра} = -\rho \left( \frac{\cos A_i}{h_{c_i}} + \frac{\cos B_{i-1}}{h_{c_{i+1}}} \right)$$

**Таблица 5.24. Расчет свободного члена условного уравнения**

Названия	Значения углов
$C_1$	49°59' 59,74"
$C_2$	75°00' 00,16"
$C_3$	43°00'00,38"
$C_4$	44° 00' 00,05"
$C_5$	32° 59' 59,65"
$C_6$	27°00' 00,04"
$C_7$	32° 00' 00,29"
$C_8$	56° 00' 00,33"
$\sum c_i$	360° 00' 00,64"
$W_r$	+0,64"



**Таблица 5.25. Коэффициенты поправок в стороны и поправки в уравновешенные стороны**

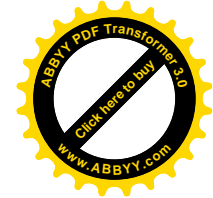
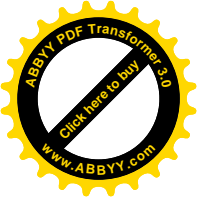
(CA)	-72,677	+0,44
(CD)	+113,140	-0,68
(AD)	-138,423	+0,83
(AE)	-94,951	+0,57
(AF)	-47,490	+0,28
(AO)	-19,511	+0,12
(AH)	+2,428	-0,01
(AI)	-84,653	+0,51
(DE)	+109,313	-0,65
(E1)	+98,221	-0,59
(FG)	+74,932	-0,449
(GH)	+63,374	-0,379
(HI)	+79,396	-0,475
(BI)	+85,080	-0,509

$$k = -\frac{W_r \cdot 10^3}{[kk]}; V_i = k \cdot K_i; k = -\frac{0.64 \cdot 10^3}{106782.97} = -5.993465 \cdot 10^{-3}$$

**Таблица 5.26. Контроль выполнения условия горизонта для уравновешенных углов**

Название углов	Значения углов
C <sub>1</sub>	49° 59' 59,67"
C <sub>2</sub>	75° 00' 00,01"
C <sub>3</sub>	43° 00' 00,25"
C <sub>4</sub>	43° 59' 59,96"
C <sub>5</sub>	32° 59' 59,59"
C <sub>6</sub>	27° 00' 00,03"
C <sub>7</sub>	32° 00' 00,23"
C <sub>8</sub>	56° 00' 00,26"
ΣC <sub>ii</sub>	360° 00' 00,00"
Wr	0° 00' 00,00"

С целью определения углов с точностью до десятитысячных и больше долей секунды автором составлена программа на микрокалькуляторе CITIZEN SPR -175.



### 3. Расчет уравновешенных координат пунктов. Сравнительный анализ, оценка точности.

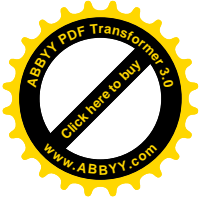
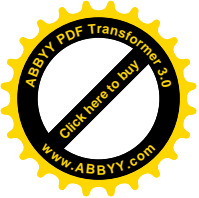
**Таблица 5.27. Уравновешенные координаты**

Названия пункт.	Формулы углов	Уравновешенные углы	Дирекционные углы	Стороны	X	Y
A					10000,0000	10000,0000
			234° 00' 00,00"	2900,0000		
B	- B <sub>1</sub>	67° 16' 52,18"			8295,4230	7653,8510
			346° 43' 07,82"	2499,5546		
C	-(A <sub>1</sub> +B <sub>2</sub> )	100° 00' 00,12"			10728,1260	7079,6291
			66° 43' 07,70"	3141,8009		
D	-(A <sub>2</sub> +B <sub>3</sub> )	140° 59' 59,05"			11969,9030	9965,6131
			105° 43' 08,65"	1498,5796		
E	-(A <sub>3</sub> +B <sub>4</sub> )	150° 00' 00,91"			11563,9050	11408,1480
			135° 43' 07,74"	1916,2481		
F	-(A <sub>4</sub> +B <sub>5</sub> )	140° 00' 00,51"			10192,0190	12746,033
			175° 43' 07,23"	1793,3815		
G	-(A <sub>5</sub> +B <sub>6</sub> )	137° 59' 59, 16"			8403,642	12879,913
			217° 43' 08,07"	1574,3393		
H	-(A <sub>6</sub> +B <sub>7</sub> )	121° 00' 00,36"			7158,3071	11916,749
			276° 43' 07,71"	1837,6455		
I	- A <sub>7</sub>	98° 43' 07,95"			7373,3089	10091,724
			357° 59' 59,76"	2628,2935		
A	+ C <sub>8</sub>	56° 00' 00,26"			10000,001	10000,000
			234° 00' 00,02"			
B						

**Таблица 5.28. Сравнительная таблица уравновешенных и истинных координат пунктов**

Назва-	X <sub>ур.</sub>	X <sub>ист.</sub>	ΔX	Y <sub>ур.</sub>	Y <sub>ист.</sub>	ΔY
A	10000,0	10000,0	0	10000,0	10000,0	0
B	8295,42	8295,42	0	7653,85	7653,85	0
C	10728,1	10728,1	-4	7079,62	7079,63	-2
D	11969,9	11969,9	+2	9965,61	9965,61	-2
E	11563,9	11563,9	-4	11408,1	11408,1	-2
F	10192,0	11192,0	-2	12746,0	12746,0	-1
G	8403,64	8403,64	+2	12879,9	12879,9	+4
H	7158,30	7158,30	+2	11916,7	11916,7	+1
I	7373,30	7373,30	+2	10091,7	10091,7	-2

Средняя квадратическая погрешность определения координат пунктов (планового положения пункта) будет:



$$m_{x,y} = \sqrt{\frac{\sum \Delta x^2 + \sum \Delta y^2}{n}}; \quad (5.3.1)$$

где  $\Delta x$  и  $\Delta y$  истинные погрешности уравновешенных координат,  $n$  - число пунктов сети. Для запроектированной сети получим:

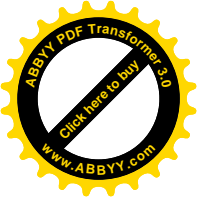
$$m_{x,y} = \sqrt{\frac{86}{18}} = 2,26 \text{ мм}$$

то есть, с точностью 2,26 мм получены координаты пунктов в триангуляции города.

Заметим, что при проектировании триангуляции областного центра с точностью измерения горизонтальных углов, раньше нами получена средняя квадратическая погрешность координат пунктов 2,26 мм.

**Таблица 5.29. Сравнительная таблица уравновешенных и истинных дирекционных углов и сторон**

Название стороны	Уравновешенная сторона (м)	Истинная сторона (м)	$\Delta S$ (мм)	Уравновешенный дир. угол	Истинный дир. угол	$\Delta \alpha''$
AB	2900,0000	2900,0000	0	234° 00' 00,00"	234° 00'	0
BC	2499,5546	2499,5581	-3,5	346° 43' 07,82"	346° 43' 8,11"	-
CD	3141,8009	3141,7986	+2,3	66° 43' 07,70"	66° 43' 08,11"	-
DE	1498,5796	1498,5778	+1,8	105° 43' 08,65"	105° 43'	+0,54
EF	1916,2481	1916,2488	-0,7	135° 43' 07,74"	135° 43'	-
FG	1793,3815	1793,3850	-3,5	175° 43' 07,23"	175° 43'	-
GH	1574,3393	1574,3381	+1,2	217° 13' 08,07"	217° 13'	-
HI	1837,6455	1837,6422	+3,3	276° 43' 07,71"	276° 43'	-
IA	2628,2935	2628,2944	-0,9	357° 59' 59,76"	358° 00'	-
ACC	3009,7732	3009,7716	+1,6			
AD	1970,2036	1970,2010	+2,6			
AE	2104,4439	2104,4467	-2,8			
AF	2752,7395	2752,7396	-0,1			
AG	3292,7596	3292,7559	+0,7			
AH	3427,7039	3427,7036	+0,3			
BI	2606,4438	2606,4407	+3,1			



Рассчитаем среднюю квадратическую погрешность уравновешенных сторон

$$m_s = \sqrt{\frac{\sum \Delta S^2}{n}}; \quad (5.3.2)$$

где  $\Delta S_i$  – истинные погрешности уравновешенных величин.

И в другом случае  $m_s = \sqrt{\frac{74,02}{16}} = 2,15 \text{ мм}$

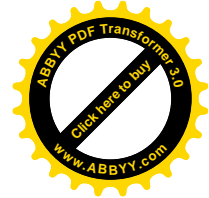
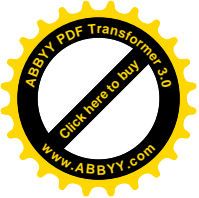
Относительная погрешность слабой стороны сети  $f_{DE_{\text{относит.}}} = \frac{m_s}{S_{DE}};$

и  $f_{DE_{\text{относит.}}} = \frac{1}{\frac{1498,5778}{2,15 \cdot 10^{-3}}} = \frac{1}{697012}.$

Средняя квадратическая погрешность уравновешенного дирекционного угла:

$$m_\alpha = \sqrt{\frac{[\Delta \alpha^2]}{n}}; \quad (5.3.3)$$

и  $m_\alpha = \sqrt{\frac{1,6743}{8}} = 0,46''$



## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

1. Для обеспечения учетной единицы площади землепользователей на территории областных центров в 1 кв.м необходимо на порядок повысить точность координат пунктов геодезической сети.

2. С этой целью запроектирована на территории областного центра центральная система трилатерации.

3. Генерированы средние квадратические погрешности 4 мм измерения сторон из расчета 1м+1мм на 1 км.

4. Проведено строгое уравнивание сети с оценкой точности результатов.

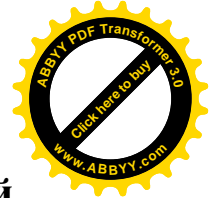
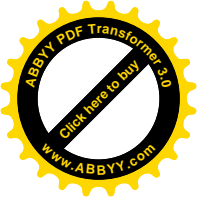
5. На основе проведенных нами исследований установлено, что координаты пунктов будут определены с точностью 2,26 мм.

6. Точность уравновешенных сторон будет составлять 2,15 мм.

7. Точность дирекционных сторон будет 0,46".

8. Относительная погрешность стороны в наиболее слабом месте сети составляет 1:690000.





## 5.4. Линейно-угловая сеть несплошных наблюдений

### ВСТУПЛЕНИЕ

Для обеспечения учетной единицы площади землепользователей необходимо вычислить единицу площади  $1 \text{ м}^2$ .

Как было показано в предыдущих пунктах, государственные геодезические сети не обеспечивают необходимой точности учетной площади. Точность пунктов таких сетей 5 см, а для обеспечения учетной единицы площади необходимо, чтобы точность пунктов геодезической опоры была на порядок высшая и составляла 3-5 мм.

Ранее был рассмотрен проект триангуляции, который обеспечивал данную точность.

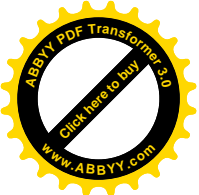
Один из разделов данной диссертации был посвящен методу несплошных наблюдений триангуляции, который, также обеспечивал решение данной проблемы.

Так же был рассмотрен проект трилатерации.

Линейно-угловым методом несплошных наблюдений также можно решить данную проблему.

Система пунктов образует центральную систему. Предусмотрены измерения 5 радиальных сторон светодальномером Di-2002 швейцарской фирмы Leica, который весит 1.1 кг при времени измерения одного расстояния за 3.5 сек и температурном диапазоне  $\pm 50^{\circ}\text{C}$  обеспечивает до 7 км точность измерения стороны  $1 \text{ мм} + 1 \text{ мм на } 1 \text{ км хода}$ .

Углы в данной сети измеряются теодолитом Т 05 по специальной программе, обеспечивая точность  $0.4''$ , как в полигонометрии 1 класса.



## 1. Постановка проблемы исследования.

На крышах высотных домов запроектировано ряд пунктов опорной геодезической сети. Опорными геодезическими пунктами I, Д приняты шпили соборов. За пункт F, также, взяты конструктивные элементы капитального сооружения. Эти пункты недоступные для установления на них теодолита или светлодальномера, или отражателя. Но они хорошо видимые для наблюдения на них.

Принимая ко вниманию, что современные светлодальномеры могут обеспечить точность измерения сторон в  $1 \text{ мм} + 1 \text{ мм на } 1 \text{ км}$ , запроектировано измерение сторон, показанных на рис. 1 двойными линиями. При этом генерируется истинная погрешность измерения при лежащими углами. Сплошная линия, которая переходит в пунктирную означает односторонне наблюдаемое направление.

Таким образом, в данной центральной системе возникает два условных уравнения фигур, два условных уравнения стороны в этих же треугольниках, три условные уравнения четырехугольников и одно условное уравнение горизонта.

Измерения углов генерируются истинной погрешностью  $0.4''$ , что отвечает регламентированной инструкцией точности измерения углов в полигонометрии I класса.

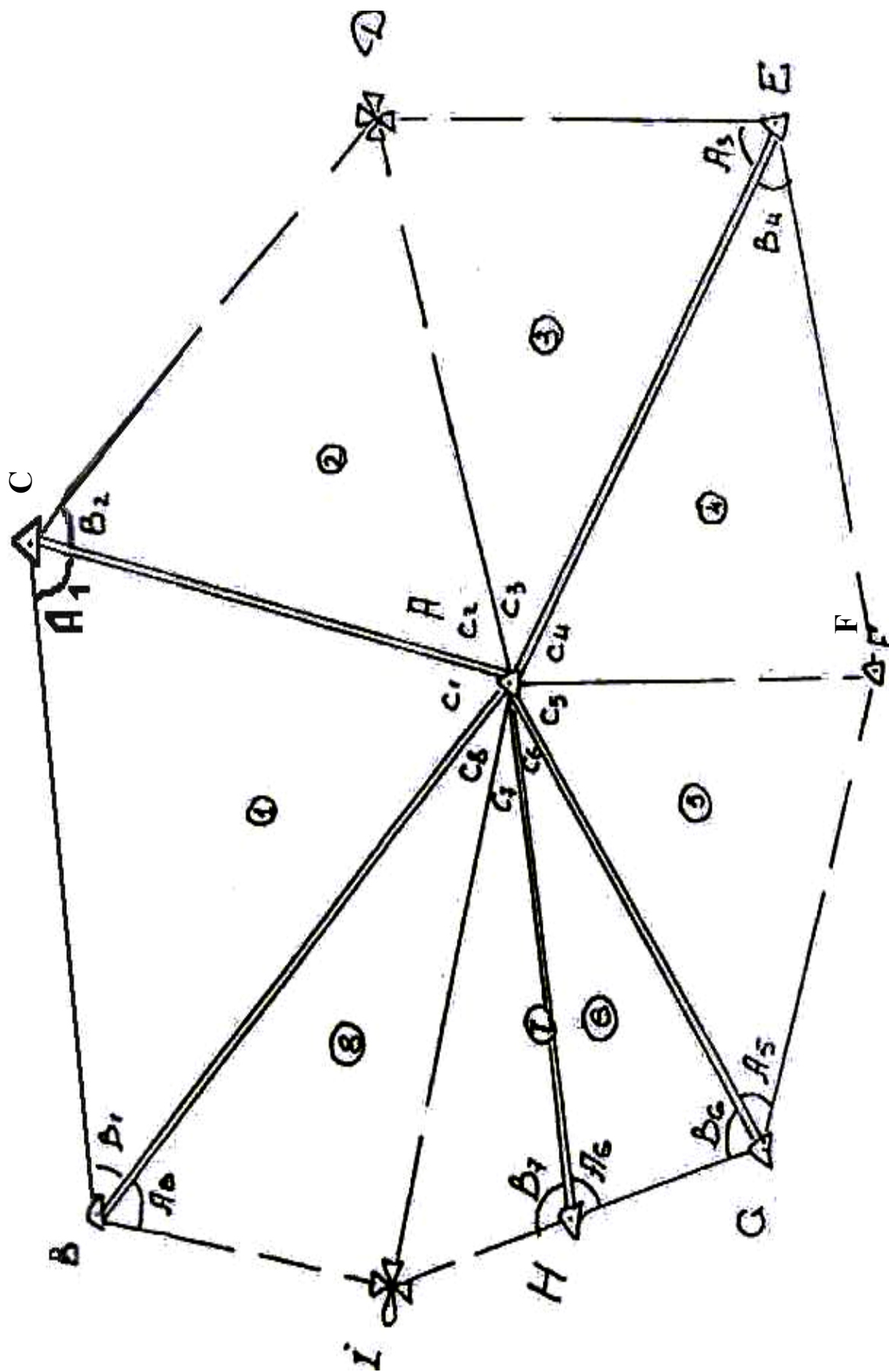
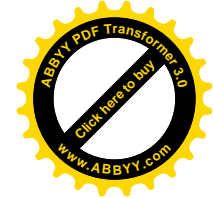
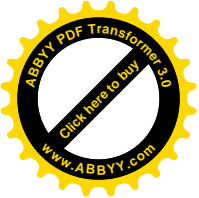


Рис. 1. Проект специальной линейно-угловой сети неслепых наблюдений для обеспечения обликковой единицы площади 1 кв. м.



## 2. Условные уравнения.

В запроектированной центральной системе возникает два условных уравнения фигур:

$$(A_1) + (B_1) + (C_1) + W_1 = 0 \quad (5.2.1)$$

$$(A_6) + (B_6) + (C_6) + W_2 = 0 \quad (5.2.2)$$

где

$(A_1)$ ,  $(B_1)$ ,  $(C_1)$  – поправки в соответствующие углы;

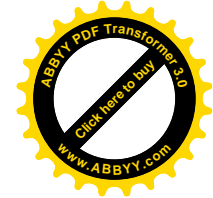
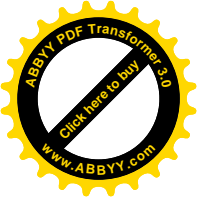
$$W_i = A_1 + B_1 + C_1 - 180^0: \quad (5.2.3)$$

Два условных уравнения сторон, которые получим на основе теоремы синусов:

$$\frac{BC}{\sin C_1} = \frac{AB}{\sin A_1} = \frac{AC}{\sin B_1} \quad (5.2.4)$$

откуда

$$AC = AB \frac{\sin B_1}{\sin A_1}, \quad (5.2.5)$$



по аналогии

$$AH = AG \frac{\sin B_6}{\sin A_6} \quad (5.2.6)$$

Логарифмируя (5.2.7), будем иметь:

$$\ln ACC = \ln AB + \ln \sin B_1 - \ln \sin A_1 \quad (5.2.7)$$

Дифференцируя (5.2.7), будем иметь:

$$\frac{dAC}{AC} = \frac{dAB}{AB} + \frac{\cos B_1}{\sin B_1} \cdot \frac{dB_1}{B_1} - \frac{\cos A_1}{\sin A_1} \cdot \frac{dA_1}{A_1} \quad (5.2.8)$$

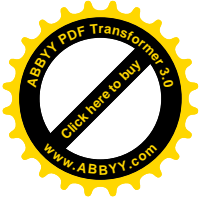
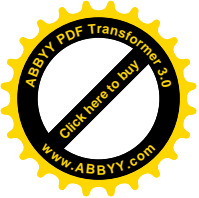
переходя к поправкам, представим формулу (5.2.8) в виде:

$$\operatorname{ctg} B_1 \frac{(B_1)}{\rho} - \operatorname{ctg} A_1 \frac{(A_1)}{\rho} + \frac{(AB)}{AB} - \frac{(AC)}{AC} = 0, \quad (5.2.8)$$

Принимая, что исходная сторона известная на порядок высшей точностью, так как при расчете стороны AC дополнительно влияют погрешности

измерения углов, то есть  $(AB)/AB=0$ , и  $\frac{(AC)}{AC} = \frac{AC - AC'}{AC}$ , (5.2.9)

где AC – измеренная длина стороны; AC' – высчитанная длина стороны, условное уравнение приобретет вид:



$$\frac{10^6}{\rho} [\text{ctg}B_1 - \text{ctg}A_1] + \frac{10^6}{AC} (AC' - AC) = 0, \quad (5.2.10)$$

$$\text{или } \frac{10^6}{\rho} [\text{ctg}B_1 - \text{ctg}A_1] + W_3 = 0 \quad (5.2.11)$$

И по аналогии:

$$\frac{10^6}{\rho} [\text{ctg}B_6 - \text{ctg}A_6] + W_4 = 0. \quad (5.2.12)$$

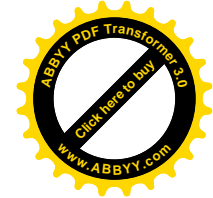
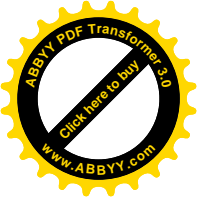
На основе выше приведенного запишем три условных уравнения четырехугольника:

$$\frac{10^6}{\rho} \{[\text{ctg}B_2 - \text{ctg}A_2] + [\text{ctg}B_3 - \text{ctg}A_3]\} + \frac{(AE' - AE)10^6}{AE} = 0, \quad (5.2.13)$$

или

$$AE \frac{10^6}{\rho} \{[\text{ctg}B_2 - \text{ctg}A_2] + [\text{ctg}B_3 - \text{ctg}A_3]\} + (AE' - AE)10^6 = 0, \quad (5.2.14)$$

и



$$AE \frac{10^6}{\rho} \{[\text{ctg}B_2 - \text{ctg}A_2] + [\text{ctg}B_3 - \text{ctg}A_3]\} + W_5 = 0, \quad (5.2.15)$$

По аналогии:

$$AG \frac{10^6}{\rho} \{[\text{ctg}B_4 - \text{ctg}A_4] + [\text{ctg}B_5 - \text{ctg}A_5]\} + W_6 = 0, \quad (5.2.16)$$

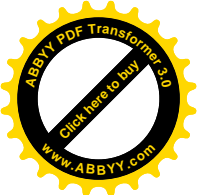
$$AE \frac{10^6}{\rho} \{[\text{ctg}B_7 - \text{ctg}A_7] + [\text{ctg}B_8 - \text{ctg}A_8]\} + W_7 = 0. \quad (5.2.17)$$

Восьмым условным уравнением в данной сети будет условное уравнение горизонта:

$$(C_1) + (C_2) + (C_3) + (C_4) + (C_5) + (C_6) + (C_7) + (C_8) + W_8 = 0 \quad (5.2.18)$$

**Таблица 5.30. Нахождение свободного члена условного уравнения горизонта**

Название углов	Значения
$C_1$	$50^0 00' 00,12''$
$C_2$	$75^0 00' 00,24''$
$C_3$	$42^0 59' 59,96''$
$C_4$	$44^0 00' 00,16''$
$C_5$	$32^0 59' 59,86''$
$C_6$	$27^0 00' 00,03''$
$C_7$	$32^0 00' 00,16''$
$C_8$	$59^0 59' 59,96''$
$C_i$	$360^0 00' 00,49''$
$W_8 = \sum C_i - 360^0$	$+0,49''$



В дальнейшем примем условие:

$$\frac{m_{\beta}}{\rho} = \frac{m_{\gamma}}{s} \quad (5.2.19)$$

В нашем случае:

$$\frac{0,4}{206265} = \frac{4_{\text{мм}}}{2000000_{\text{мм}}} = \frac{1}{500000} \cdot$$

В том случае, когда есть один неизмеренный угол в треугольнике, коэффициенты готовых уравнений рассчитываются на основе следующей теоремы.

**ТЕОРЕМА.** Если в треугольнике есть один неизмеренный угол, то коэффициенты условных уравнений поправок в этот угол вводятся в коэффициенты двух других поправок в вымеренные углы с обратным знаком.

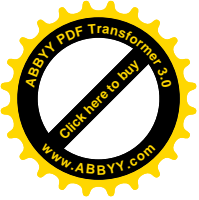
Доказательством этой теоремы будет выполнение контрольных условий при строгом уравновешении сети.

На основе выше приведенного условные уравнения фигур:

$$(A_4) + (B_4) + (C_4) + 0,12 = 0 \quad (5.2.20)$$

$$(A_6) + (B_6) + (C_6) + 0,43 = 0 \quad (5.2.21)$$





Условное уравнение горизонта:

$$(C_1) + (C_2) + (C_3) + (C_4) + (C_5) + (C_6) + (C_7) + (C_8) + 0,49 = 0 \quad (5.2.22)$$

Условные уравнения сторон:

в треугольнике 1:

$$-2,500(A_1) + 2,030(B_1) + 0,300 = 0, \quad (5.2.23)$$

в четырехугольнике АСДЕ:

$$-1,985(A_2) + 6,368(B_2) - 2,394(A_3) + 1,456(B_3) - 2,000 = 0$$

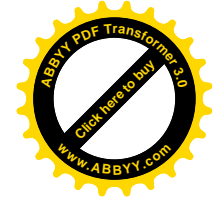
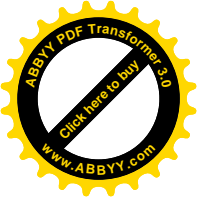
или с учетом неизмеренных углов  $A_2$  и  $B_3$ , на основе приведенной теоремы

$$1,986(C_2) + [1,936 + 6,368](B_2) + [-2,394 - 1,456](A_3) - 1,456(C_3) - 2,000 = 0,$$

$$1,986(C_2) + 8,354(B_2) - 3,850(A_3) - 1,456(C_3) - 2,000 = 0. \quad (5.2.24)$$

для четырехугольника АЕFG ,будем иметь:

$$4,109(A_4) + 0,315(B_4) - 3,182(A_5) - 0,024(B_5) + 0,300 = 0,$$



с учетом неизмеренных углов  $A_4$  и  $B_5$ :

$$4,109(A_4)+[4,109+0,315](B_4)+[3,182+0,024](A_5)+0,024(C_5)+0,300 = 0,$$

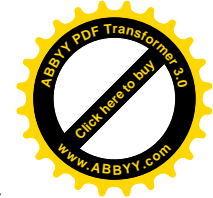
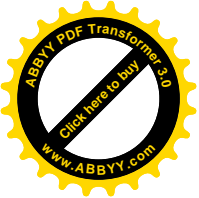
или

$$4,109(A_4)+4,124(B_4)-3,158(A_5)+0,024(C_5)+0,300 = 0, \quad (5.2.25)$$

для четырехугольника АВІН запишем:

**Таблица 5.31. Коэффициенты условных уравнений.**

Название поправок	Фигур, горизонта и сторон								$V_{\beta}''$
	и $\Delta a$	р $6 \Delta b$	в, с	1 $\Delta(d)$ d	(2+3) $\Delta$ e	(4+5) $\Delta$ f	6 $\Delta$ g	(7+8) $\Delta$ h	
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
(A <sub>1</sub> )	1			-2.500					+0.05''
(C <sub>1</sub> )	1		+1						-0.09
(B <sub>1</sub> )	1			+2,030					-0,08
									$\Sigma - 0.12$
(A <sub>2</sub> )	//	//	//	///	///	///	///	///	///
(C <sub>2</sub> )			+1		+1.986				-0.02
(B <sub>2</sub> )					+8.354				+0.19
(A <sub>3</sub> )					-3.850				-0.09
(C <sub>3</sub> )			+1		-1.456				-0.10
(B <sub>3</sub> )	//	//	//	///	///	///	///	///	///
(A <sub>4</sub> )	//	//	//	///	///	///	///	///	///
(C <sub>4</sub> )			+1			+4.109			-0.07
(B <sub>4</sub> )						+4.424			-0.001
(A <sub>5</sub> )						-3.158			-0.0008
(C <sub>5</sub> )			+1			+0.024			-0.07
(B <sub>5</sub> )	//	//	//	///	///	///	///	///	///
(A <sub>6</sub> )		1					-1.602		-0.81
(C <sub>6</sub> )		1	+1						-0.04
(B <sub>6</sub> )		1					+0.744		+0.42
									$\Sigma - 0.43$



Продолжение таблицы 5.31.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
(A <sub>7</sub> )	//	//	//	///	///	///	///	///	///
(C <sub>7</sub> )			+1					0.743	-0.07
(B <sub>7</sub> )								-3.430	-0.06
(A <sub>8</sub> )								5.212	+0.09
(C <sub>8</sub> )			+1					2.030	-0.03
(B <sub>8</sub> )	//	//	//	///	///	///	///	///	///
W	+0.12	+0.43	+0.49	+0.300	-0.200	+0.30	-1.600	-0.600	ΣC <sub>i</sub> = -0.49

$$0,743(A_7) + 4,173(B_7) - 3,182(A_8) + 2,03(B_8) + 0,600 = 0,$$

С учетом неизмеренных углов (A<sub>7</sub>), (B<sub>8</sub>), получим:

$$0,743(C_7) + [4,173-0,743](B_7) + [-3,182 - 2,030](A_8) - 2,030(C_8) + 0,600 = 0,$$

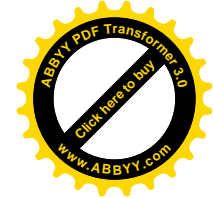
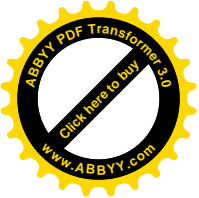
или

$$0,743(C_7) + 3,430(B_7) - 5,212(A_8) - 2,03(C_8) + 0,600 = 0. \quad (5.2.26)$$

Условное уравнение стороны для б треугольника будет:

$$0,602(A_6) + 0,744(B_6) - 1,600 = 0 \quad (5.2.27)$$

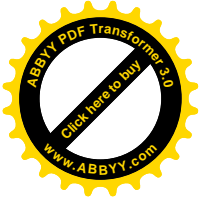
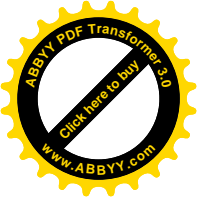
В дальнейшем возникает задача совместного решения системы из 8 условных уравнений.



## 3. Уравнивание сети.

Таблица 5.32. Истинная и искаженная модели.

№	Названия	И стинные	Ис тинные	В ымеренные	Ис тинные зна- тинные	Ис тинные	Ис тинные	СIN	∞	Стороны
1	1	5 0°00'00,00"	29 00,0000	6 2°43'07,82"	29 00,0000	2,7	2,7	0,8 8876797	2,500	28 99,9973
		6 7°16'51,878"	30 09,7716	5 -	30 09,7716	0,3	0,3	0,7	-	30 09,7719
2	2	7 5°00'00,000"	3 0,24	7 7°43'08,22"	3 0,24	0,3	0,3	0,9 2533521	1,986	31 -
		6 3°43'08,121"	4 0,01	4 3°43'08,11"	4 21	0,01	0,01	0,6	2,394	19 70,1964
3	3	4 3°00'00,000"	4 0,16	4 9°43'07,93"	4 04,4467	0,6	0,6	0,7 628813	4,109	21 04,4461
		8 6°43'08,121"	5 0,38	5 6°43'08,50"	5 32	0,38	0,38	0,5	3,182	27 52,7411
4	4	3 7°00'00,000"	2 0,35	3 1°43'08,47"	3 92,7559	3,6	3,6	0,9 4952963	1,602	32 92,7523
		8 6°43'08,121"	5 0,13	2 -	2 -	0,13	0,13	0,4	-	15 -
5	5	3 2°00'00,000"	4 0,16	9 8°43'07,77"	9 27,7036	0,1	0,1	0,9 8844414	0,743	34 27,7037
		4 6°43'08,121"	5 0,13	5 6°43'08,25"	5 29	0,13	0,13	0,8 3598900	3,182	26 28,2957
6	6	8 6°00'00,000"	2 0,35	2 -	2 -	0,35	0,35	0,8	-	26 -
		5 -	3 -	3 -	3 -	0,35	0,35	0,8	-	26 -

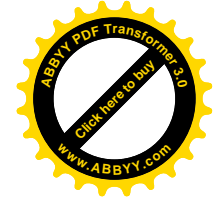
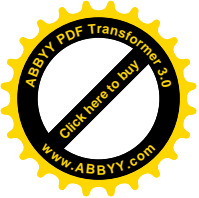


**Таблица 5.33. Коэффициенты нормальных уравнений.**

	[a]	[b]	[c]	[d]	[e]	[f]	[g]	[h]	W	Σ
[a]		0	1	-0.470	0	0	0	0	+0.12	+3.6500
[b]		0	1	0	0	0	-0.8580	0	+0.43	+3.5720
[c]			8	0	+0.5300	+4.1331	0	-2.7730	+0.49	+12.3800
[d]				10.3709	0	0	0	0	+0.300	+10.2009
[e]					90.6759	0	0	0	-2.000	+89.2059
[f]						46.4292	0	0	+3.000	+50.8622
[g]							3.1199	0	-1.600	+0.6619
[h]								43.6028	+0.600	+41.4299
K	-	+0.02893	-	-		-	+0.520794	-		

**Таблица 5.34. Решение нормальных уравнений.**

	K <sub>1</sub>	K <sub>2</sub>	K <sub>3</sub>	K <sub>4</sub>	K <sub>5</sub>	K <sub>6</sub>	K <sub>7</sub>	K <sub>8</sub>	W	Σ	Контр
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	3	0	1	-0.470	0	0	0	0	+0.12	+3.600	
2	-1	0	-0.3333	+0.1567	0	0	0	0	-0.0100	-1.2167	1,2166
3		3	1	0	0	0	-0.8580	0	+0.43	+3.572	
4		0	0	0	0	0	0	0	0	0	
5		3	1	0	0	0	-0.8580	0	+0.43	+3.572	
6		-1	-0.3333	0	0	0	+0.286	0	-0.1433	-1.1907	1,1906
7			8	0	+0.5300	+4.1330	0	-2.7730	+0.49	+12.3800	
8			-0.3333	+0.1567	0	0	0	0	-0.04	-1.2167	
9			-0.3333	0	0	0	+0.2860	0	-0.1433	-1.1907	
10			+4.3334	+0.1567	+0.5300	+4.1330	+0.2860	-2.7730	+0.3067	+9.9726	
11			-1	-0.02136	-0.07227	-0.56358	-0.03900	+0.37813	-0.04182	-1.35990	-1,35990
12				10.3709	0	0	0	0	+0.300	+10.2009	
13				-0.07365	0	0	0	0	+0.0188	+0.5718	
14				0	0	0	0	0	0	0	
15				-0.00335	-0.011324	-0.088313	-0.00611	+0.05925	-0.00655	-0.21310	
16				10.29390	-0.011324	-0.088313	-0.00611	+0.05925	+0.31225	+10.55960	
17				-1	+0.00110	+0.00858	+0.00059	-0.00576	-0.03033	-1.02581	-1,02582
18					90.6759	0	0	0	-2.0000	+89.2059	
19					0	0	0	0	0	0	
20					0	0	0	0	0	0	
21					-0.038303	-0.29870	-0.02067	+0.20041	-0.02216	-0.72075	
22					-0.00001	-0.00010	-0.00001	+0.00006	+0.00031	+0.01162	
23					+90.63759	-0.29879	-0.02068	+0.20047	-2.02182	+88.49667	
24					-1	+0.00330	+0.00023	-0.002212	+0.02231	-0.97638	-0,97638
25						46.4292	0	0	+0.300	+50.8622	
26						0	0	0	0	0	
27						-2.32928	-0.10119	+1.56281	-0.17284	-5.6204	

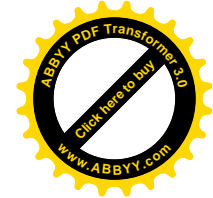
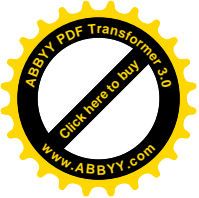


Продолжение таблицы 5.34.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
28						-0.00076	-0.00009	+0.00061	-0.00768	+0.09	
29						-0.00098	-0.00007	+0.00066	-0.00667	+0.29174	
30						+44.09818	-0.16131	+1.56398	+0.12317	+45.62409	
31						-1	+0.00366	-0.03547	-0.00279	-1.03460	-1.03460
32							3.1199	0	-1.600	-0.6619	
33							0	0	0	0	
34							-0.24539	0	+0.12295	+1.02162	
35							-0.01115	+0.10814	-0.01196	-0.38893	
36							-0.00300	+0.00004	+0.00018	+0.00627	
37							0	+0.00005	-0.00046	+0.02019	
38							-0.00059	+0.00572	+0.00045	+0.16692	
39							+2.86276	+0.11395	-1.48884	+1.48797	
40							-1	-0.03980	+0.52007	-0.51976	-0.51973
41								43.6029	+0.600	+41.4299	
42								0	0	0	
43								0	0	0	
44								-1.04855	+0.11597	+3.77100	
45								-0.00034	-0.00180	-0.06078	
46								-0.00044	+0.00447	-0.19547	
47								-0.05547	-0.00437	-1.61810	
48								-0.00454	+0.05926	-0.05923	
49								42.49356	+0.77353	+43.2670	
50								-1	-0.018203	-1.018203	-1.018203
51			-0.069865	-0.0298952	+0.022469	-0.000238	+0.520794	-0.018203			

Таблица 5.35. Уравновешенные значения углов и сторон.

№ тр.	Название углов	Вымеренные значения углов	$v''$ (сек.)	Уравновешенные углы	Sin	Уравновешенные стороны	Контроль
1	A <sub>1</sub>	62°43'07,82''	+0.05	62°43'07,87''	0,88876812	2899.9973	3009.7719
	C <sub>1</sub>	50°00'00,12''	-0.09	50°00'00,03''	0,76604455	2499.5573	
	B <sub>1</sub>	67°16'52,18''	-0,08	67°16'52,10''	0,92241100	3009.7719	
2	A <sub>2</sub>			67°43'08,05''	0,92533486	3009.7719	
	C <sub>2</sub>	75°00'00,24''	0.02	75°00'00,22''	0,9652611	3141,8001	
	B <sub>2</sub>	37°16'51,54''	+0.19	37°16'51,73''	0,60572507	1970,1995	
3	A <sub>3</sub>	63°43'08,11''	-0.09	63°43'08,02''	0,89663249	1980,1995	2104,4461
	C <sub>3</sub>	42°59'59,96''	-0.10	42°59'59,86''	0,68199788	1498,5758	
	B <sub>3</sub>			73°16'52,12''	0,95772786	2104.4461	
4	A <sub>4</sub>			49°43'08,00''	0,76288154	2104.4461	
	C <sub>4</sub>	44°00'00,16''	-0,07	44°00'00,09''	0,69465372	1916,2500	
	B <sub>4</sub>	86°16'51,91''	0	86°16'51,91''	0,99789432	2752,7402	
5	A <sub>5</sub>	56°43'08,50''	0	56°43'08,50''	0,83598965	2752,7402	3292,7523
	C <sub>5</sub>	32°59'59,86''	-0.07	32°59'59,79''	0,54463819	1793,3796	
	B <sub>5</sub>			90°16'51,91''	0,99998798	3293.7523	
6	A <sub>6</sub>	71°43'08,47''	-0,81	71°43'07,66''	0,949528400	3292.7523	3427,7037
	C <sub>6</sub>	27°00'00,03''	-0.04	26°59'59,99''	0,45399043	1574,3372	
	B <sub>6</sub>	81°16'51,93''	+0.42	81°16'52,35''	0,98844421	3427.7034	
7	A <sub>7</sub>			98°43'07,90''	0,98844405	3427.7037	
	C <sub>7</sub>	32°00'00,16''	-0,07	32°00'00,09''	0,52991963	1837,6431	
	B <sub>7</sub>	49°16'52,07''	-0,06	49°16'52,01''	0,75791934	2628,2954	
8	A <sub>8</sub>	56°43'08,25''	-0,09	56°43'08,34''	0,8359823	2628,2954	2899,9973
	C <sub>8</sub>	55°59'59,95''	-0.03	55°59'59,93''	0,82903739	2606,4391	
	B <sub>8</sub>			67°16'51,73''	0,92241032	2899.9975	

**Таблица 5.36. Расчет уравновешенных координат.**

Названия пунктов	Формулы углов	Уравновешенные углы	Дирекционные углы	Стороны	X	Y	
A			234 <sup>0</sup> 00'00,00"	2899.9973	10000.000	10000.000	A
B	-B <sub>1</sub>	67 <sup>0</sup> 16'52,10"	346 <sup>0</sup> 43'07,90"	2499.5573	8295.424	7653.853	B
C	-(A <sub>1</sub> +B <sub>2</sub> )	99 <sup>0</sup> 59'59,60"	66 <sup>0</sup> 43'08,30"	3141.8001	10728.129	7079.631	C
D	-(A <sub>2</sub> +B <sub>3</sub> )	141 <sup>0</sup> 00'00,17"	105 <sup>0</sup> 43'08,13"	1498.5758	11969.899	9965.617	D
E	-(A <sub>3</sub> +B <sub>4</sub> )	149 <sup>0</sup> 59'59,93"	135 <sup>0</sup> 43'08,20"	1916.2500	11563.908	11408.150	E
F	-(A <sub>4</sub> +B <sub>5</sub> )	139 <sup>0</sup> 59'59,71"	175 <sup>0</sup> 43'08,49"	1793.3796	10192.020	12746.036	F
G	-(A <sub>5</sub> +B <sub>6</sub> )	138 <sup>0</sup> 00'00,85"	217 <sup>0</sup> 43'07,64"	1574.3372	8403.644	12879.908	G
H	-(A <sub>6</sub> +B <sub>7</sub> )	120 <sup>0</sup> 59'59,67"	276 <sup>0</sup> 43'07,97"	1837.6431	7158.307	11916.750	H
I	-A <sub>7</sub>	98 <sup>0</sup> 43'07,90"	358 <sup>0</sup> 00'00,07"	2628.2954	7373.306	10091.728	I
A	+C <sub>8</sub>	55 <sup>0</sup> 59'59,93"	234 <sup>0</sup> 00'00,00"		10000.000	10000.002	A
B							B

**4. Оценка точности. Сравнительный анализ.**

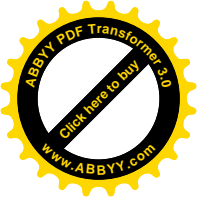
Средняя квадратическая погрешность единицы веса:

$$\mu = \sqrt{\frac{[VV]}{n}} = \sqrt{\frac{0.933}{18}} = 0.23''$$

**Таблица 5.37. Сравнительная таблица уравновешенных и истинных координат пунктов.**

Названия пунктов	X ур.	X ист.	X (мм)	Y ур.	Y ист.	Y (мм)
B	8295.424	8295.423	+1	7653.853	7653.851	+2
C	10728.129	10728.130	-1	7079.631	7079.632	-1
D	11969.899	11969.901	-2	9965.617	9965.615	+2
E	11563.908	11563.909	-1	11408.150	11408.150	0
F	10192.020	10192.022	-2	12746.036	12746.034	+2
G	8403.644	8403.641	+3	12879.908	12879.909	-1
H	7158.307	7158.306	+1	11916.750	11916.747	+3
I	7373.306	7373.307	-1	10091.728	10091.126	+2





Средняя квадратическая погрешность определения координат пунктов, рассчитана по формуле Гаусса:

$$m_{x,y} = \sqrt{\frac{[\Delta x^2] + [\Delta y^2]}{n}} = \sqrt{\frac{49}{16}} = 1.75 \text{ мм}$$

**Таблица 5.38. Сравнительная характеристика истинных и уравнишенных дирекционных углов.**

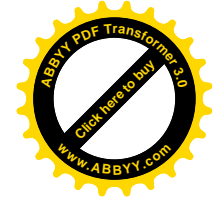
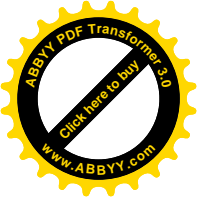
Названия направления.	$\alpha$ ур.	$\alpha$ ист.	$\Delta\alpha$ (сек.)
BC	346 <sup>0</sup> 43'07,90"	346 <sup>0</sup> 43'08,11"	-0.21
CD	66 <sup>0</sup> 43'08,30"	66 <sup>0</sup> 43'08,11"	+0.19
DE	105 <sup>0</sup> 43'08,13"	105 <sup>0</sup> 43'08,11"	+0.02
EF	135 <sup>0</sup> 43'08,20"	135 <sup>0</sup> 43'08,11"	+0.09
FG	175 <sup>0</sup> 43'08,49"	175 <sup>0</sup> 43'08,11"	+0.38
GH	217 <sup>0</sup> 43'07,64"	217 <sup>0</sup> 43'08,11"	-0.47
HI	276 <sup>0</sup> 43'07,97"	276 <sup>0</sup> 43'07,97"	-0.14
IA	358 <sup>0</sup> 00'00,07"	358 <sup>0</sup> 00'00,07"	+0.07
AB	234 <sup>0</sup> 00'00,00"	234 <sup>0</sup> 00'00,00"	0

Средняя квадратическая погрешность определения дирекционных углов:

$$m_L = \sqrt{\frac{[\Delta\alpha^2]}{n}} = \sqrt{\frac{0.4785}{9}} = 0.23''$$

**Таблица 5.39. Сравнительная таблица истинных и уравнишенных сторон.**

Название сторон	S ур.	S ист.	$\Delta S$ мм
BC	2499,557	2499,558	-1
CD	3141.800	3141.798	+2
DE	1498.576	1498.578	-2
EF	1916.250	1916.248	+2
FG	1793.380	1793.385	-5
GH	1574.337	1574.338	-1
HI	1837.643	1837.642	+1
IA	2628.295	2628.294	+1
AB	2899.998	2900.000	-2
AC	3009.772	3009.772	0



Средняя квадратическая погрешность определения сторон:

$$m_s = \sqrt{\frac{[\Delta S^2]}{n}} = \sqrt{\frac{45}{10}} = 2.12 \text{ мм}$$

## 5. Разработка технологии съемки контуров для обеспечения учетной единицы площади.

Аналитическим способом площади  $F$  рассчитываются по координатам вершин  $X_i, Y_i$  по формулой:

$$F = 0.5 \sum_{i=1}^n X_i (Y_{i+1} - Y_{i-1}), \quad (5.4.1)$$

где  $n$  - число вершин полигона;

$i$  - текущая точка.

Дифференцируя (5.1) по независимым переменным получим:

$$EF = 0.5 \sum_{i=1}^n [dX_i (Y_{i+1} - Y_{i-1}) + X_i (dy_{i+1} - dy_{i-1})]. \quad (5.4.2)$$

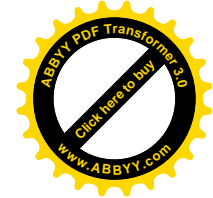
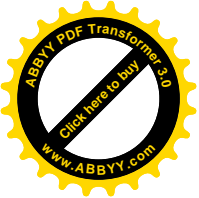
Для квадрата уравновешенного по координатным осям, запишем

$\Delta Y = x = d$  и  $n = 4$

где  $Y$ - приращения координат,  $d$ - сторона квадрата,

Тогда:

$$m_F = 0.5m_d \sqrt{8d^2}. \quad (5.4.3)$$



В общем случае для неориентированного квадрата:

$$m_F = 0.5m_{x,y} \sqrt{16d^2}, \quad (5.4.4)$$

или

$$m_F = 0.5 \cdot 2d \cdot m_{x,y}, \quad (5.4.5)$$

Распространяя данную формулу в общем случае на многоугольник с  $n$  сторонами, получим:

$$m_F = 0.5dm_{x,y} \sqrt{4n},$$

или

$$m_F = d \cdot m_{x,y} \sqrt{n}, \quad (5.4.6)$$

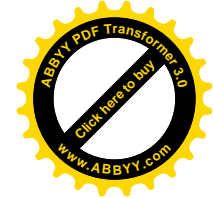
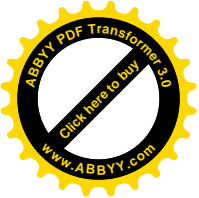
где  $n$ - число сторон полигона;

$m_{x,y}$ - средняя квадратическая погрешность координат вершин участка землепользования.

В нашем случае при средней длине стороны  $d = 2198,8711$  м и средней квадратической погрешности определение координат пунктов  $m_{x,y} = 0,00175$  м при 8 пунктах полигона по внешнему контуру, получим:

$$m_F = 2198,8711 \cdot 0,00175 \sqrt{8} = 10,88 \text{ м}^2.$$

Переходя к средним квадратическим погрешностям, будем иметь:



$$m_F = 0.5 \sqrt{\sum_{i=1}^n [m_{x_i}^2 (Y_i - Y_{i-1})^2 + X_i^2 (m_{Y_{i+1}}^2 + m_{Y_{i-1}}^2)]}. \quad (5.4.7)$$

Формула (5.4.7) и будет строгой формулой для расчета средней квадратической погрешности определения площадей.

Считая средние квадратические погрешности определения координат одинаковыми, то есть:

$$m_{x_i} = m_{Y_i} = m_{Y_{i-1}} = m_{xY},$$

Формулу (5.3) представим в виде:

$$m_F = 0.5 m_{xy} \sqrt{\sum_{i=1}^n [(Y_i - Y_{i-1})^2 + 2X_i^2]}. \quad (5.4.8)$$

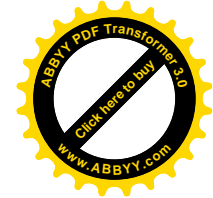
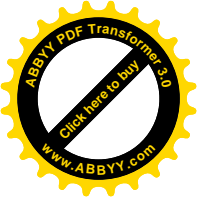
Для того, чтобы большие значения абсцисс  $X_i$  не влияли на точность определения площадей, представим формулу (5.4) в виде:

$$m_F = 0.5 m_{xy} \sqrt{\sum_{i=1}^n [(Y_{i+1} - Y_{i-1})^2 + 2(X_i - X_{\min})^2]}, \quad (5.4.9)$$

где  $X_{\min}$  – наименьшая абсцисса полигона.

Принимая ко вниманию, что нам известны истинные погрешности определения координат пунктов  $X_i$ ,  $Y_i$ , представим рабочую формулу определения погрешности площади участка:

$$m_F = 0.5 m_{xy} \sum_{i=1}^n [X_i (Y_{i+1} - Y_{i-1}) + (X_i - X_{\min})(Y_{i+1} - Y_{i-1})], \quad (5.4.10)$$



По формулам (5.4.5), (5.4.10) составлена программа для определения площади по координатам пунктов с оценкой точности результатов. Контрольная формула определения площадей имеет вид:

$$F = 0.5 \sum_{i=1}^n Y_i (Y_{i-1} - Y_{i+1}) . \quad (5.4.11)$$

По строгой формуле получили  $11,26 \text{ м}^2$ . Погрешность в  $0,38 \text{ м}^2$  составляет  $3,37\%$ , что дает возможность рекомендовать упрощенную формулу для предварительного расчета на стадии проектирования сетей.

Найдем по формуле определения точности контурной точки полярной засечкой из пунктов запроектированной сети.

$$m_{x,y} = \sqrt{m_d^2 + \frac{m_\beta^2}{\rho} d^2 + m_r^2} , \quad (5.4.12)$$

где  $m_d$  – средняя квадратическая погрешность измерения расстояния (примем  $m_d = 1 \text{ мм}$ )

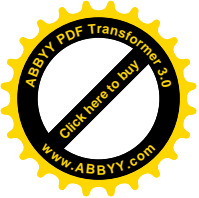
$m_\beta$  - средняя квадратическая погрешность измерения углов (примем  $m_\beta = 1''$ )

$m_r$  - точность опорного пункта (у нас  $m_r = 2 \text{ мм}$ )

$\rho$  - число секунд в одном радиане.

В нашем случае:

$$m_{x,y} = \sqrt{1 + 4 + \frac{1}{206265^2} d^2} , \quad (5.4.13)$$



Из геодезического пункта контурные точки определяются по кругу на расстоянии  $d$ , которое равняется полярному радиусу  $R$ . При этом площадь круга:

$$F = \pi \cdot R^2. \quad (5.4.14)$$

Дифференцируя (5.4.14) и переходя к средним квадратическим погрешностям, получим:

$$m_F = 2\pi \cdot R \cdot m_R. \quad (5.4.15)$$

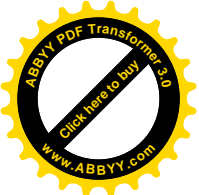
Задаваясь средней квадратической погрешностью определения учетной единицы площади для областного города  $m = 1 \text{ м}^2$ . Найдем, на какое расстояние  $r$  от пункта сгущения можно отдаляться при известной  $m_{x,y} = m$ . При этом мы предлагаем следующую технологию снятия контуров.

Из пункта геодезической основы на расстоянии  $R$  закрепляется пункт сгущения геодезической опоры, из которого на расстоянии снимаются контуры местности. При этом:

$$r \leq \frac{1\text{м}^2}{2\pi \cdot m_{x,y}} \quad (5.4.16)$$

**Таблица 5.40. Результаты расчета  $m_{x,y}$  и при заданном  $R$ ,  $m_d = 1$  мм,  $m = 1''$  и  $m_r = 2$  мм.**

$R(\text{м})$	100	200	300	400	500	900	1000
$m_{x,y}(\text{мм})$	2,29	2,41	2,67	2,96	3,30	4,90	5,33
$r(\text{м})$	69,4	65,2	59,6	53,8	48,2	32,5	29,9



## ВЫВОДЫ

1. Разработан проект геодезической основы, создаваемый линейно-угловым методом несплошных наблюдений в виде центральной системы из 9 пунктов с точностью определения координатных пунктов 1,75 мм.

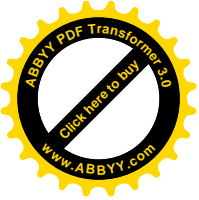
2. Разработана технология съёмки контуров местности землепользователей с обеспечением учетной единицы площади 1 м<sup>2</sup>.

3. Получены формулы, которые дают возможность в зависимости от принятой учетной единицы площади рассчитать максимальное расстояние  $r$  отдаленности отражателя от электронного тахеометра, который установлен на пункте сгущения геодезической опоры.

4. Получена строгая и приближенная формулы определения средней квадратической погрешности площади, которую рассчитывают аналитическим способом по координатам вершин полигона.

5. Установлено, что отдаленность отражателя от электронного тахеометра не должна превышать 30 м при отдаленности пункта сгущения на 1 км от опорного геодезического пункта и 69,4 м, при отдаленности пункта сгущения на 100 м от опорного геодезического пункта.

6. В данном проекте предполагается точность определения площадей, ограниченной радиальными пунктами центральной системы 11 и 26 кв. м. при относительной погрешности 1:1800000.



7. Разработана программа для программированных микрокалькуляторов МК61, МК52 по определению площади с контролем и оценкой точности по координатам вершин полигона.

8. Приведенный контрольный расчет площади на примере внешнего полигона триангуляции с контролем (это не вся площадь территории, а лишь ее часть).

9. Проект базируется на основе существующих высокоточных светодальномеров швейцарской фирмы Leica и высокоточных теодолитов Т05.

10. Применение метода GPS может быть альтернативным вариантом, если обеспечит точность пунктов 1-2 мм, объединение методов возможно, если GPS обеспечит на порядок высшую точность, то есть 0,1-0,2 мм.

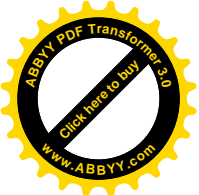
## **5.5. Исследования прецизионной плановой основы города Ровно, созданной методом парных звеньев засечек**

### **ВСТУПЛЕНИЕ**

Положения по земельно-кадастровой инвентаризации земель населенных пунктов [120] регламентирует учетную единицу площади в городах республиканского и областного значения, равную 1 кв.м., для садово-огородных обществ 2,5 кв.м., в городах районного подчинения и поселках 15 кв.м., в селах 100 кв.м.

В связи с этим возникает проблема обеспечения инвентаризации земель геодезическими роботами соответствующей точности.





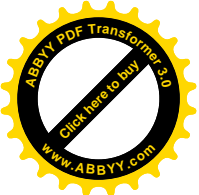
В учебном пособии из курса "Методы научных исследований" [72] показано, что точность современных опорных сетей не может обеспечить точность определения площадей землепользователей, равную 1 кв.м.

В данных исследованиях дается путь для обеспечения данной учетной единицы площади. На примере областного центра создается проект плановой геодезической основы и исследуется точность определения координат пунктов методом статистических испытаний Монте-Карло.

Пункты геодезической основы проектируются на крышах высотных домов. Ряд пунктов представляют собой шпили соборов, на которые ведут наблюдение направлений и которые недоступны для установления на них теодолита и измерения горизонтальных углов. При этом применяется разработанный автором метод парных звеньев засечек, который обеспечивает определение положения 9 пунктов с проведением наблюдений лишь на 4 пунктах. В традиционных методах триангуляции, трилатерации, полигонометрии для определения координат 9 пунктов следует проводить наблюдение на 9 пунктах. Ведь данный метод есть более эффективным.

Проблема состоит в достижении соответствующей точности. В данной работе разработана методика, которая дает возможность обеспечить необходимую точность.

Все математические выкладки обеспечены необходимым математическим аппаратом, который дает строгое решение данной проблемы. Работу формул испробовано на фактическом цифровом материале, разработан комплект программ, которые в полевых условиях обеспечивает полную камеральную обработку.



## 1. Постановка проблемы.

На топографической карте областного центра масштаба 1:10000 запроектировано 9 пунктов опорной геодезической сети на крышах высотных домов. Центральным пунктом А есть опорный пункт на крыше четырнадцатиэтажного дома. Предусмотрены измерения двух базисов между пунктами F и G, А и F.

Геодезическим транспортом с точностью до  $0,5^\circ$  измерены углы. С помощью поперечного масштаба измерена одна базисная сторона. По этим данным построена модель опорной сети. Трижды проводилось уравнивание сети. В конечном виде в данной сети удовлетворяются все условные уравнения. Такая модель принята за истинную. Координаты пунктов этой модели есть истинными координатами, углы - истинными углами, стороны - истинными сторонами.

В данной работе генерируются средние квадратические погрешности измерения направлений и углов, равные  $0,4''$ , методом наименьших квадратов проводится обработка материалов, строгое уравнивание по углам и направлениям и дается оценка точности результатов.

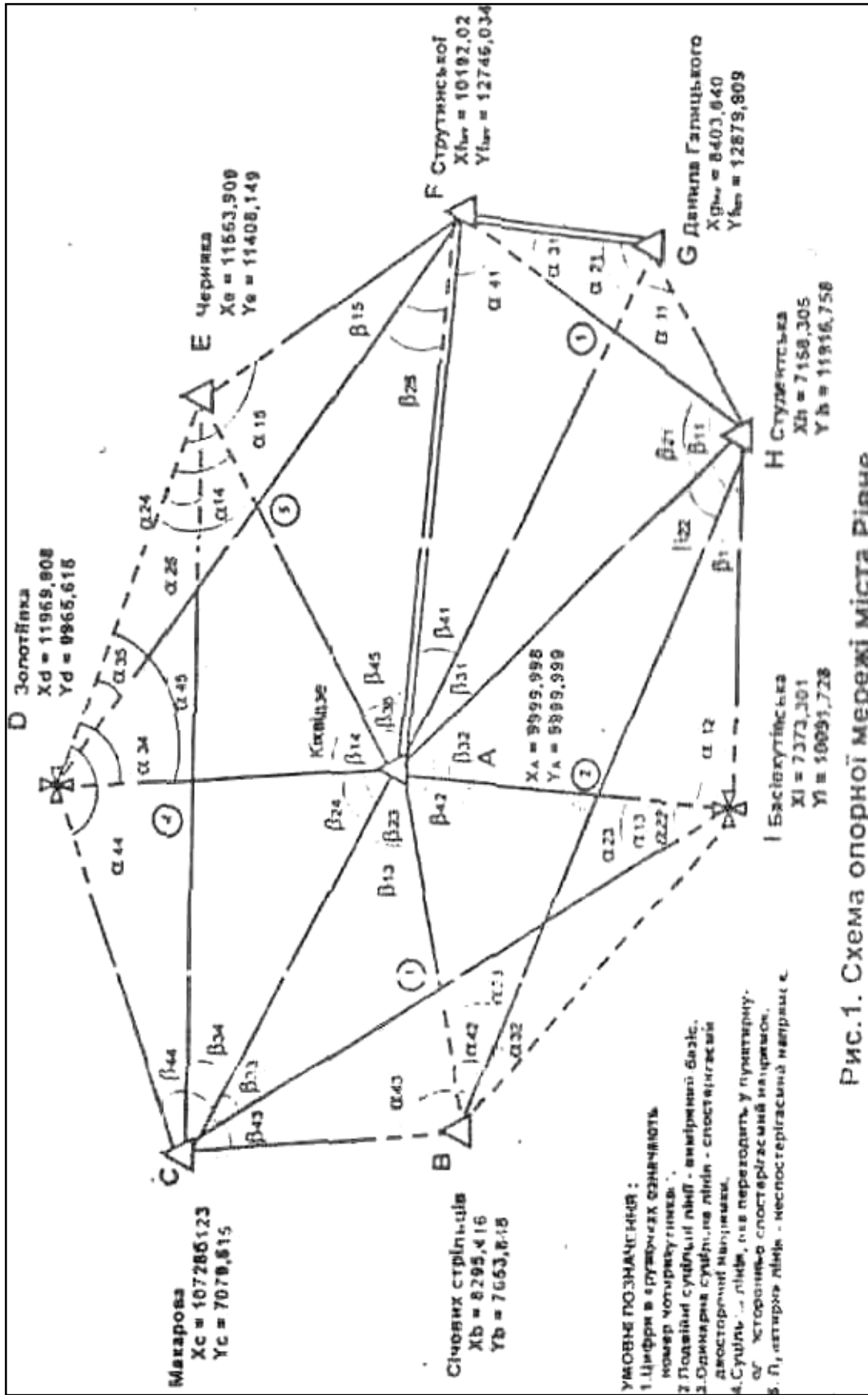


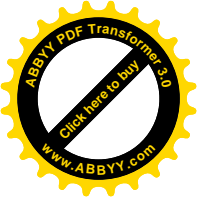
Рис. 5.4 Схема опорної мережі міста Рівно

## 2. Построение модели геодезической основы, создаваемой методом парных звеньев засечек.

За основу сети взята модель триангуляции областного центра, которая приводится в второй части диссертации.

**Таблица 5.41. Построение модели опорной сети областного центра, для его создания методом парных звеньев засечек Литнарвича**

№ п/п	Назв. и направления	Истинные значения направлений	Формулы расчета углов	Истинные значения углов	Истинные погрешности направлений $m_{0,4}$ "	Направления искаженной модели (вымеренные)	Название углов	Искаженные углы (вымеренные)
1	HG	121° 00'00,00"	$\beta_{11} = HG - HA$	71°43'08,12"	+0,30"	120°59'59,70"	$\beta_{11}$	71°43'07,52"
2	HF	98°34'11,12"	$\beta_{21} = HF - HA$	49°17'19,24"	+0,12"	98°34'11,24"	$\beta_{21}$	49°17'19,06"
3	HA	49°16'51,89"	$\beta_{31} = AH - A$	27°00'00,00"	+0,0"	49°16'52,18"	$\beta_{31}$	26°59'59,22"
4	HB	8°13'00,59"	$\beta_{41} = AH - A$	60°00'00,00"	+0,18"	8°13'00,77"	$\beta_{41}$	59°59'59,66"
5	HI	0°00'00,00"	$S_{Ahict} =$	3427,703634		0°00'00,00"	$SAh$	=3427,699231
			$\beta_{12} = HA - HI$	49°16'51,88"			$\beta_{12}$	49°16'52,18"
6	AF	0°00'00,00"	$\beta_{22} = HA - HB$	41°03'51,29"		0°00'00,00"	$\beta_{22}$	41°03'51,41"
7	AG	33°00'00,00"	$\beta_{32} = AI - AH$	32°00'00,00"	+0,24"	33°00'00,24"	$\beta_{32}$	32°00'00,33"
8	AH	60°00'00,00" "	$\beta_{42} = AB - AH$	88°00'00,00"	-0,34"	59°59'59,66"	$\beta_{42}$	88°00'00,30"
9	AI	92°00'00,00"	$SBI_{ист} =$	2606,440901	-0,01 "	91°59'59,99"	$SBI$	=2606,44168
10	AB	148°00'00,00"	$\beta_{13} = AC - AI$	106°00'00,00"	-0,04"	147°59'59,96"	$\beta_{13}$	105°59'59,70"
11	AC	198°00'00,00"	$\beta_{23} = AC - AB$	50°00'00,00"	-0,31"	197°59'59,69"	$\beta_{23}$	49°59'59,73"



12	AD	273° 00'00,00"	β33 =CI-CA	34°04'52,43"	+0,36"	273°00'00,36"	β33	34°04'51,94"
13	AE	316°00'00,00"	β43=CB-CA	62°43'08,12"	+0,16"	316°00'00,16"	β43	62°43'08,10"
			SACист=	3009,771603			sAC	=3009,78403
14	CD	0°00'00,00"	β14=AE-AC	118°00'00,00"		0°00'00,00"	β14	118°00'0,47"
15	CE	12°21'09,07"	β24=AB-AC	75°00'00,00"	+0,03"	12°21'09,10"	β24	75°00'00,67"
16	CA	371651,88	β34=CA -CE	24°55'42,81"	+0,38"	37°16'52,26"	β34	24°55'43,16"
17	CI	71°21'44,31"	β44=CA -CD	37°16'51,88"	-0,14"	71°21'44,17"	β44	37°16'52,26"
18	CB	100°00'00,00"	SDEист=	1498,577703'	+0,36"	100°00'00,36"	sDE	=1498,59292
			β15=FE-FA	49°43'08,12"			β15	49°43'08,15"
19	FA	00°00'00,00"	β25=FD-FA	36°35'45,65"		0°00'00,00"	β25	36°35'46,00"
20	ID	36°35'45,65"	β35=AF-AE	44°00'00,00"	+0,35"	36°35'46,00"	β35	43°59'59,84"
21	FE	49°43'08,12"	β45=AF-A	87°00'00,00"	+0,03"	49°43'08,15"	β45	86°59'59,64"
			SAFист=	2752,7396			SAF	2752,768378
			SAGист=	1793,384984			SACT	=2752,7396
							WB'	= + 28,8

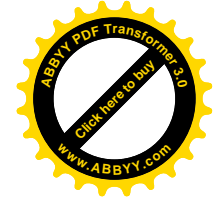
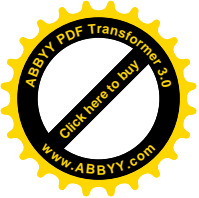
Моделирование среднеквадратичных погрешностей измерения направлений проводилось по разработанной автором программе на основе оператора RND компьютера на языке BASIC.

Связывающие стороны рассчитывались по формуле

$$S_i = S_0 * \frac{t'_1 * t'_2 * t'_3}{t_1 * t_2 * t_3}; \quad (5.2.1)$$

$$\text{где } i = \sqrt{\left(\frac{1}{\text{ctg}\beta_{2i} + \text{ctg}\beta_{4i}} - \frac{1}{\text{ctg}\beta_{1i} + \text{ctg}\beta_{3i}}\right)^2 + \left(\frac{\text{ctg}\beta_{2i}}{\text{ctg}\beta_{2i} + \text{ctg}\beta_{4i}} - \frac{\text{ctg}\beta_{1i}}{\text{ctg}\beta_{1i} + \text{ctg}\beta_{3i}}\right)^2}; \quad (5.2.2)$$

индексами  $i$  обозначаются номера геодезических четырехугольников, у которых измеряются углы  $\beta$ ;

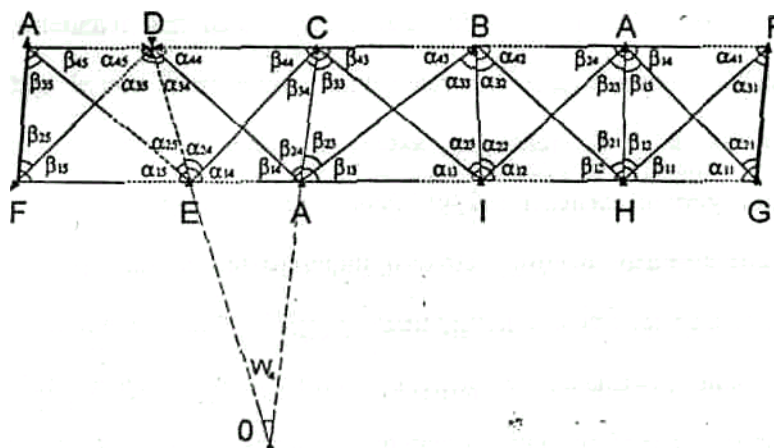


$t_i$  - получаем при решении задачи Ганзена;

$t'_i$  - при решении прямых угловых засечек.

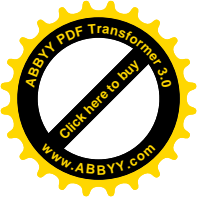
Расчет связывающих сторон проводится на программированном микрокалькуляторе CITIZE SRP - 175 по разработанной автором программе. Необходимость создания данной программы возникла, в связи с обеспечением десятизначных цифр, чего не смогли давать отечественные микрокалькуляторы.

Для удобства расчетов развернем центральную систему в ряд геодезических четырехугольников.



**Рис 5.5. Схема опорной геодезической сети областного центра, которая развернута в ряд геодезических четырехугольников для ясности математических выкладок.**

Углы  $\beta_{1i}$ ,  $\beta_{2i}$ ,  $\beta_{3i}$ ,  $\beta_{4i}$  рассчитаны по вымеренным направлениям с точностью  $0,4''$  на пунктах А, F, С, Н. На пунктах D, E, В, I, С не устанавливался теодолит и направления не наблюдались. Таким образом, в данной сети, которая состоит из девяти пунктов измерения направлений проводилось лишь на четырех пунктах вместо девяти пунктов традиционного метода триангуляции. С разработанным автором методом парных звеньев засечек (МПЗЗ) не может конкурировать ни один из известных методов (триангуляция, трилате-



рация, полигонометрия) относительно сроков проведения полевых работ, так как в данном методе для конкретного города и конкретной схемы больше чем в два раза сокращается время проведения полевых работ по наблюдению направлений на пунктах. Кроме этого на пунктах D и I нет необходимости строить металлические пирамидки с фазовыми цилиндрами и столиками для теодолита, так как вместо цилиндров для наблюдения использованы шпили храмов. На пунктах B и E, также в качестве фазовых цилиндров использованы конструктивные элементы сооружений, хотя на данных пунктах и можно строить пирамидки с переносными фазовыми цилиндрами и металлическими столиками для теодолита, однако в этом нет потребности. Фиксация опорных пунктов на конструктивных элементах капитальных сооружений обеспечит долгодействующее сохранение геодезических пунктов, что есть значительным преимуществом метода парных звеньев засечек Литнаревича перед известными методами создания геодезической основы.

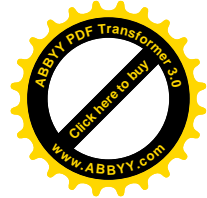
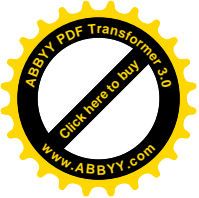
Важным элементом создания геодезической основы есть вопрос полевого контроля. Главным полевым контролем на данной сети парных звеньев засечек есть расчет свободного члена базисного условного уравнения по разработанной автором программе №1, который рассчитывается непосредственно на последнем пункте наблюдения после получения горизонтальных углов  $\beta_{1i}, \beta_{2i}, \beta_{3i}, \beta_{4i}, \quad i = 1 \dots 5$ . Допустимый свободный член базисного условного уровня рассчитывается по формуле:

$$W_{\text{баздон}} = 2,5m_{\beta} * \sqrt{\sum A^2}; \quad (5.2.3)$$

где  $m_{\beta}$  - средняя квадратическая погрешность измерения углов;

A – коэффициенты базисного условного уровня, которые рассчитываются по программе №2 для каждого геодезического четырехугольника.

В нашем случае получаем:



$$W_{\text{баз.дон.}} = 2,5m_{\text{напр.}} * \sqrt{377,055} = 2,5 * 0,4 * 19,418 = 19,42$$

Но для нашей модели мы получили:

$$W_{\text{баз.факт.}} = \frac{S_{AF \text{ .впр.}} - S_{AF \text{ .впр.}}}{S_{AF \text{ .впр.}}} * 10^6 ; \quad (5.2.4)$$

$$\text{и } W_{\text{баз.факт.}} = \frac{2752,7684 - 2752,7396}{2752,7396} * 10^6 = 10,46 .$$

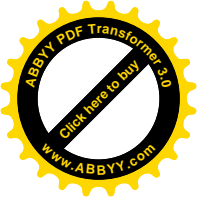
В нашем случае  $W_{\text{баз.факт.}} < W_{\text{баз.дон.}}$ , что говорит о том, что при измерении направлений с точностью 0,4", а такую точность измерения углов, а не направлений, регламентирует Инструкция по полигонометрии 1 класса, мы обеспечим необходимую точность передачи сторон в сети парных звеньев засечек. При этом мы не учитывали погрешности исходных базисов. С учетом погрешностей исходных базисов допустимый свободный член базисного условного уравнения рассчитывается по формуле:

$$W_{\text{баз.дон.}} = 2,5m_{\text{напр.}} * \sqrt{(A * A) + (2 \frac{m_{\epsilon}}{\epsilon})^2} ; \quad (5.2.5)$$

где  $\frac{m_{\epsilon}}{\epsilon}$  - относительная погрешность измерения одного из двух базисов.

Заметим, что в данном методе не возникают условные уравнения фигур и полевой контроль по формуле Ферреро не выполняется. А средняя квадратическая погрешность рассчитывается на последнем пункте наблюдения по результатам уравнивания по разработанной автором методике.





### 3. Уравнивание сети корелатным способом.

При измерении на пунктах углов в данной сети возникает четыре условных уравнения. Два условных уравнения суммы углов:

$$(\beta_{42}) - (\beta_{32}) + (\beta_{23}) - (\beta_{13}) + W_1 = 0, \quad (5.3.1)$$

$$(\beta_{14}) - (\beta_{24}) - (\beta_{45}) + (\beta_{35}) + W_2 = 0, \quad (5.3.2)$$

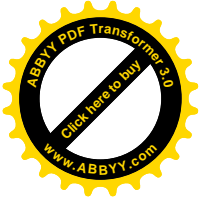
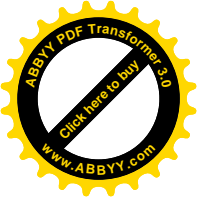
где  $(\beta_{1i})$ ,  $(\beta_{2i})$ ,  $(\beta_{3i})$ ,  $(\beta_{4i})$  - поправки в соответствующие измеренные углы:

Одно условное уравнение горизонта:

$$(\beta_{41}) + (\beta_{32}) + (\beta_{23}) + (\beta_{35}) + W_3 = 0, \quad (5.3.3)$$

одно условное уравнение базиса.

Поскольку в данном параграфе рассматриваются измеренные направления, а не углы, то условных уравнений суммы углов и горизонта не должно быть. Отсутствие данных условий и будет контролем построенной модели сети.



	$\beta_{24}$	$105^{\circ}59'59,70''$
	$\beta_{23}$	$49^{\circ}59'59,73''$
	$b = \angle BAI$	$55^{\circ}59'59,97''$
$\beta_{42}$		$80^{\circ}00'00,30''$
$\beta_{32}$		$32^{\circ}00'00,33''$
$a = \angle BAI = \beta_{42} - \beta_{32}$		$55^{\circ}59'59,97''$

$$W_1 = a - b = 0 \quad (5.3.4)$$

	$\beta_{45}$	$86^{\circ}59'59,64''$
	$\beta_{35}$	$43^{\circ}59'59,84''$
	$d = \angle DAE = \beta_{45} - \beta_{35}$	$42^{\circ}59'59,80''$
$\beta_{14}$		$118^{\circ}00'00,47''$
$\beta_{24}$		$75^{\circ}00'00,67''$
$c = \angle DAI = \beta_{14} - \beta_{24}$		$42^{\circ}59'59,80''$

$\beta_{41}$	$59^{\circ}59'59,66''$
$\beta_{42}$	$88^{\circ}00'00,30''$
$\beta_{23}$	$49^{\circ}59'59,73''$
$\beta_{14}$	$118^{\circ}00'00,47''$
$\beta_{35}$	$43^{\circ}59'59,84''$
$\Sigma$	$360^{\circ}00'00,00''$

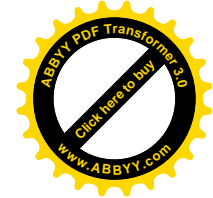
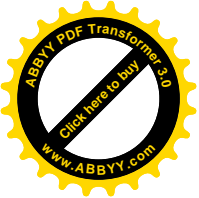
$$W_3 = \beta_{41} + \beta_{42} + \beta_{23} + \beta_{14} + \beta_{35} - 360^{\circ} \quad (5.3.5)$$

И в нашем случае  $W_3 = 0$ .

Таким образом необходимые три условия удовлетворяются, что говорит о правильности построения данной сети.

Для вывода условного уравнения базиса, или исходной стороны, прологарифмируем формулу (5.2.1), представив ее сначала в виде:

$$S_n^2 = S_0^2 \frac{t'_1 * t'_2 * t'_3}{t_1 * t_2 * t_3} \quad (5.3.6)$$



$$2 \ln S_n = 2 \ln S_0 + \ln t' + \ln t'_2 + \ln t'_3 - \ln t_1 - \ln t_2 - \ln t_3 \quad (5.3.7)$$

Дифференцируя формулу (5.3.7), получим:

$$2 \frac{dS_n}{S_n} = 2 \frac{dS_0}{S_0} + \frac{dt'_1}{pt'_1} + \frac{dt'_2}{pt'_2} + \frac{dt'_3}{pt'_3} - \frac{dt_1}{pt_1} - \frac{dt_2}{pt_2} - \frac{dt_3}{pt_3}, \quad (5.3.8)$$

где  $p = 206265''$  – число секунд в одном радиане.

Как правило, погрешностью исходного базиса пренебрегают, измеряя его на порядок выше, чем все вторые измерения. При этом  $\frac{dS_0}{S_0} = 0$  и выражение (5.3.8) приобретает вид:

$$\frac{dt'_1}{pt'_1} + \frac{dt'_2}{pt'_2} + \frac{dt'_3}{pt'_3} - \frac{dt_1}{pt_1} - \frac{dt_2}{pt_2} - \frac{dt_3}{pt_3} - 2 \frac{dS_n}{S_n} = 0 \quad (5.3.9)$$

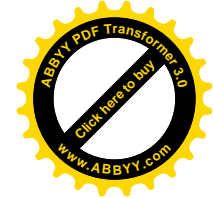
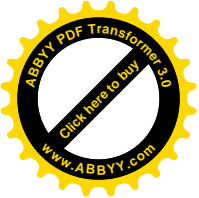
или

$$\frac{dt'_1}{pt'_1} * 10^6 + \frac{dt'_2}{pt'_2} * 10^6 + \frac{dt'_3}{pt'_3} * 10^6 - \frac{dt_1}{pt_1} * 10^6 - \frac{dt_2}{pt_2} * 10^6 - \frac{dt_3}{pt_3} * 10^6 + W_{\text{баз}} = 0 \quad (5.3.10)$$

$$\text{где } W_{\text{баз}} = \frac{S_{\text{кон.розроб.}} - S_{\text{кон.измер.}}}{S_{\text{кон.измер.}}} * 10^6 \quad (5.3.11)$$

Формула (5.3.10) с учетом формул (5.3.11) и будет условным уравнением базиса в методе парных звеньев засечек.

Дифференцируя формулу (5.2.2), получим:



$$dt_1 = \frac{2(1 + \operatorname{ctg}^2 \beta_{1i})}{(\operatorname{ctg} \beta_{1i} + \operatorname{ctg} \beta_{3i})^2} * [\tau + q \operatorname{ctg} \beta_{3i}] d\beta_{1i} + \frac{2(1 + \operatorname{ctg}^2 \beta_{2i})}{(\operatorname{ctg} \beta_{2i} + \operatorname{ctg} \beta_{4i})^2} * [\tau + q \operatorname{ctg} \beta_{4i}] d\beta_{2i} +$$

$$+ \frac{2(1 + \operatorname{ctg}^2 \beta_{3i})}{(\operatorname{ctg} \beta_{1i} + \operatorname{ctg} \beta_{3i})^2} * [\tau + q \operatorname{ctg} \beta_{1i}] d\beta_{3i} + \frac{2(1 + \operatorname{ctg}^2 \beta_{4i})}{(\operatorname{ctg} \beta_{2i} + \operatorname{ctg} \beta_{4i})^2} * [\tau + q \operatorname{ctg} \beta_{2i}] d\beta_{4i} \quad (5.3.12)$$

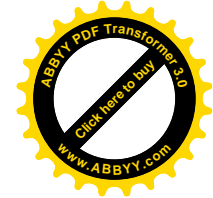
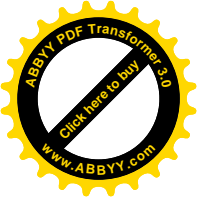
$$\text{где } \tau = -\frac{1}{\operatorname{ctg} \beta_{2i} + \operatorname{ctg} \beta_{4i}} + \frac{1}{\operatorname{ctg} \beta_{1i} + \operatorname{ctg} \beta_{3i}} ; \quad (5.3.13)$$

$$q = \frac{\operatorname{ctg} \beta_{2i}}{\operatorname{ctg} \beta_{2i} + \operatorname{ctg} \beta_{4i}} - \frac{\operatorname{ctg} \beta_{1i}}{\operatorname{ctg} \beta_{1i} + \operatorname{ctg} \beta_{3i}} ; \quad (5.3.14)$$

Таким образом, мы получили все необходимые формулы для определения коэффициентов базисного условного уравнения при создании опорных геодезических сетей методом парных звеньев засечек.

**Таблица 5.42. Коэффициенты базисного условного уравнения для вымеренных углов и направлений.**

№ четырехугольника	Названия поправок в углы	Коэффициенты при поправках в углы $dt * 10^6 / 2pt$	Названия поправок в направления	Расчет поправок в направления	Общая поправка $\Sigma$
	(β11)	-(+1,2362)	(HG)	-1,2362	-1,2362
1	(β21)	+(-0,0231)	(HF)	+0,0231	+0,0231
	(β31)	+(-3,5015)	(HA)	+1,2362+1,01560,0231+4,4103	+6,639
	(β41)	+(-3,8867)	(HB)	-4,4103	-4,4103
	(β12)	+1,0156	(HI)	-1,0156	-1,0156



## Продолжение таблицы 5.452

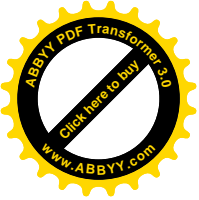
	(β22)	+4,4103	(AF)	-3,8867-3,9864+3,2166	-4,6565
2	(β32)	-3,6492	(AG)	+3,5015	+3,5015
	(β42)	+5,2559	(AH)	+3,8867+5,2559-3,5015 -3,6492	+1,9919
	(β13)	-(-2,3952)	(AI)	-5,8594+3,6492	-2,2102
3	(β23)	-(+4,3710)	(AB)	-5,2559+2,8319	-2,4240
	(β33)	+(-2,8319)	(ACC)	+5,8594+2,6654-2,8319-5,0261	+0,6668
	(β43)	-(+5,8594)	(AD)	-2,6654+3,9864	+1,3210
	(β14)	+1,5733	(AE)	+5,0261-3,2166	+1,8095
4	(β24)	+5,2160	(CD)	-1,5733	-1,5733
	(β34)	-2,6654	(CE)	-5,2160	-5,2160
	(β44)	+5,0261	(CA)	+2,3959+1,5733+4,3710+5,2160	+13,5555
	(β15)	-(+3,9864)	(CI)	-4,3710	-4,3710
5	(β25)	+(-3,2166)	(CB)	-2,3952	-2,3952
	(β35)	-(+2,0074)	(FA)	+1,4975+2,0074	+3,5049
	(β45)	-(+1,4975)	(FD)	-2,0074	-2,0074
			(FE)	-1,4975	-1,4975

Сначала по программе рассчитываются коэффициенты для вымеренных углов, а потом от поправок в вымеренные углы переходят к поправкам в вымеренные направления, например:

$$(\beta_{21}) = (HF)_{\text{правый}} - (HA)_{\text{левый}} \quad (5.3.15)$$

$$+ 0.0231 = +0.0231_{(HF)} - 0.0231_{(HA)}$$

то есть правое направление угла получает поправку данного угла с его



знаком, а левое направление угла получает ту же поправку с противоположным знаком.

Такую процедуру выполняют для каждого угла, а после собирают все коэффициенты по каждому направлению. Заметим, что для того геодезического четырехугольника, в котором сторону рассчитывают из решения задачи Ганзена, коэффициенты условных уравнений меняют знаки на противоположные. В таблице 2 они показаны в скобках. Если звено делим на две части и проводим встречное вычисление сторон, то при встречном вычислении коэффициентов еще раз меняют знак на противоположный.

Единая корелата в данном методе и для данной сети рассчитывается по формуле:

$$K = -\frac{W_{\text{баз}}}{\sum A^2} \quad (5.3.16)$$

где  $A$  - коэффициенты условных уравнений.

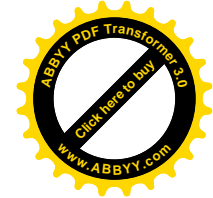
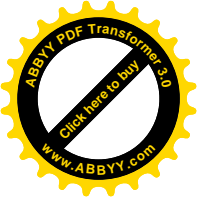
В нашем случае получим:

$$K = -\frac{2752.7684 - 2752.7396}{377.05573} * 10^6 = -0.027747367$$

где сумма квадратов коэффициентов по направлениям составляет 377,05573. Поправки в направления  $V_i$ , по результатам уравновешения рассчитывают по формуле:

$$V_i = K * A_i, \quad (5.3.17)$$

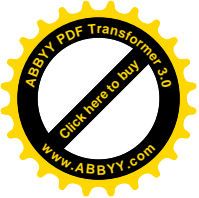
где  $A_i$  - коэффициенты условного уравнения базиса для соответствую-



ющего направления.

**Таблица 5.43. Уравновешенные направления, углы и связывающие стороны. Контроль уравновешения.**

Названия направлений	Коэффициенты А поправок в вымеренные направления	Поправки в вымеренные направления V	Неуравновешенные направления	Уравновешенные направления	Названия углов	Уравновешенные углы и связывающие стороны
HG	-1,2362	+0,03"	120°59'59,70"	120°59'59,73"	$\beta_{11}$	71°43'07,73"
HF	+0,0231	0	98°34'11,24"	98°34'11,24"	$\beta_{21}$	49°17'19,24"
HA	+6,6390	-0,18"	49°16'52,18"	49°16'52,00"	$\beta_{31}$	26°59'59,46"
HB	-4,4103	+0,12"	8°13'00,77"	8°13'00,89"	$\beta_{41}$	59°59'59,47"
HI	-1,0156	+0,03"	0°00'00,00"	0°00'00,03"	$S_{AH}$	=3427,707901
AF	-4,6565	+0,13"	0°00'00,00"	0°00'00,13"	$\beta_{12}$	49°16'51,97"
AG	+3,5015	-0,10"	33°00'00,24"	33°00'00,14"	$\beta_{22}$	41°03'51,11"
AH	+1,9919	-0,06"	59°59'59,66"	59°59'59,60"	$\beta_{32}$	32°00'00,45"
AI	-2,2102	+0,06"	91°59'59,99"	92°00'00,05"	$\beta_{42}$	88°00'00,43"
AB	-2,4240	+0,07"	14°59'59,96"	148°00'00,03"	$S_{BI}$	=2606,443855
ACC	+0,6668	-0,02"	197°59'59,69"	197°59'59,67"	$\beta_{13}$	105°59'59,62"
AD	+1,3210	-0,04"	273°00'00,36"	273°00'00,32"	$\beta_{23}$	49°59'59,64"
AE	+1,8095	-0,05"	316°00'00,16"	316°00'00,16"	$\beta_{33}$	34°04'52,41"
CE	-1,5733	+0,04"	0°00'00,00"	0°00'00,04"	$\beta_{43}$	62°43'08,55"
CA	-5,2160	+0,14"	12°21'09,10"	12°21'09,24"	$S_{AC}$	=3009,775935
CA	+13,5555	-0,38"	37°16'52,2"	37°16'51,88"	$\beta_{14}$	118°00'00,44"
CI	-4,3710	+0,12"	71°21'44,17"	71°21'44,29"	$\beta_{24}$	75°00'00,65"
CB	-2,3952	+0,07"	100°00'00,36"	100°00'00,43"	$\beta_{34}$	24°55'42,64"
FA	+3,5049	-0,10"	0°00'00,00"	0°00'00,10"	$\beta_{44}$	37°16'51,54"



D	-2,0074	+0,06"	36°35'46,00"	36°35'46,06"	$S_{DE}$	=1498,578443
					$\beta_{15}$	36°35'46,16"
FE	-1,4975	+0,04"	49°43'08,15"		$\beta_{25}$	36°35'46,16"
	$\sum A^2 = 377,05573$ $W = +10,462304$				$\beta_{35}$	44°00'00,02"
					$\beta_{45}$	86°59'59,81"
K	-0,027747367				$S_{AF} S_{AFIC}$	=2752,738604 =2752,7396

Таким образом, в результате уравнивания получили значение  $S_{AF.зр} = 2752,7386$ , а истинное значение этой стороны составляет  $S_{AF.icm} = 2752,7396$ , то есть остаточная невязка составляет +1мм, что вызвано влиянием остаточных истинных погрешностей.

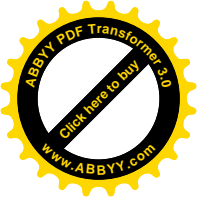
Невязкой в один миллиметр можно пренебрегать, а результаты уравниваемости следует считать удовлетворительными.

Для окончательного контроля проверим выполнение сумм углов и горизонта.

$\beta_{42}$   88°00'00,43" $\beta_{32}$   32°00'00,45" <hr style="width: 80%; margin: 0;"/> $a$   55°59'59,98"	$W_1 = 0$	$\beta_{13}$   105°59'59,62" $\beta_{23}$   49°59'59,64" <hr style="width: 80%; margin: 0;"/> $b$   55°59'59,9	$\beta_{41}$   105°59'59,62" $\beta_{42}$   88°00'00,43" $\beta_{23}$   49°59'59,64" <hr style="width: 80%; margin: 0;"/> $\beta_{14}$   118°00'00,44" $\beta_{35}$   44°00'00,00" <hr style="width: 80%; margin: 0;"/> $\Sigma$   360°00'00,00"
$\beta_{14}$   118°00'00,44" $\beta_{24}$   75°00'00,65" <hr style="width: 80%; margin: 0;"/> $c$   42°59'59,79"	$W_2 = 0$	$\beta_{45}$   86°59'59,81" $\beta_{35}$   44°00'00,02" <hr style="width: 80%; margin: 0;"/> $d$   42°59'59,79"	$W_3 = 0$

Таким образом, уравниваемая сеть удовлетворяет всем условиям.





#### 4. Построение и уравнивание сети при вымеренных углах на пунктах.

Поскольку в рассмотренной выше модели рассматривались вымеренные направления, целесообразно исследовать модель с вымеренными углами на пунктах.

При этом, в рассмотренной второй модели вымерен лишь один базис  $S_{FG}$ , а необходимая для уравнивания сторона  $S_{AF}$  найдена из решения треугольника AFH по определенной стороне  $S_{FG}$  из решения первого треугольника.

$$S_{AF} = S_{AH} * \frac{\sin \beta_{21}}{\sin[180^\circ - (\beta_{41} + \beta_{21})]} \quad (5.4.1)$$

и в таком случае

$$S_{AF} = 3427.701665 * \frac{\sin 49^\circ 17' 19,40''}{\sin 109^\circ 17' 19,48''} = 2752,741059$$

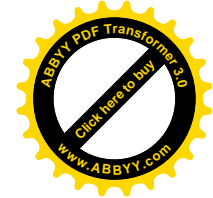
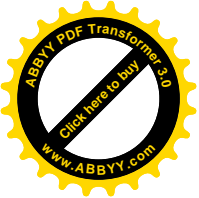
Истинная погрешность стороны  $S_{AF}$ ,  $\Delta S_{AF} = 2752,741059 - 2752,739651 = +0,001408$  м при истинной длине стороны 2752,739651.

**Таблица 5.44. Построение модели опорной сети города Ровно методом парных звеньев засечек с вымеренными углами на пунктах**

Наз. углов	Истинные значения углов	Ист. погрешн.	Углы искаженной модели (вымеренные)	Коэф. условных ур-ний				Поправки уравновешения	Уравновешенные углы
				a 1 Сум.	b 2 Сум.	c 3 Сум.	dt/td Базиса		
$\beta_{11}$	71°43'08,12"	+ 0.14"	71°43'08,26"	0	0	0	-	+0,01	71°43'08,27"
$\beta_{21}$	49°17'19,24"	+ 0.16"	49°17'19,40"	0	0	0	+(-0,0095)	0	49°17'19,40"
$\beta_{31}$	27°00'00,00"	+ 0.05"	27°00'00,05"	0	0	0	+(-1,4445)	-0,04	27°00'00,01"
$\beta_{41}$	60°00'00,00"	+ 0.08"	60°00'00,08"	0	0	+1	+(-1,6034)	-0,13	59°59'59,9"
		$S_{AH} =$	3427.701665					$S_{AH} =$	3427,7039
$\beta_{12}$	49°16'51,88"	+ 0.35"	49°16'52,23"	0	0	0	+0,4189	-0,01	49°16'52,"
$\beta_{22}$	41°03'51,29"	+ 0.36"	41°03'51,65"	0	0	0	+1,8194	-0,05	41°03'51,6 "
$\beta_{32}$	32°00'00,00"	- 0.14"	31°59'59,86"	-1	0	0	-1,5054	+0,06	31°59'59,92"
$\beta_{42}$	88°00'00,00"	+ 0.38"	88°00'00,38"	+1	0	+1	+2,1682	-0,26	88°00'00,12"
		$S_{B1} =$	2606.45466					$S_{B1} =$	2606,45019
$\beta_{13}$	106°00'00,00"	+ 0.03"	106°00'00,03"	-1	0	0	+(-2,4172)	+0,09	106°00'00, "
$\beta_{23}$	50°00'00,00"	+ 0.16"	50°00'00,16"	+1	0	+1	+(-1,1682)	-0,23	49°59'59,93"
$\beta_{33}$	34°04'52,43"	+ 0.36"	34°04'52,79"	0	0	0	+(-1,8032)	+0,05	34°04'52,84"
$\beta_{43}$	62°43'08,12"	- 0.31"	62°43'07,81"	0	0	0	+(-0,9881)	+0,03	62°43'07,84"
		$S_{B1} =$	3009.785568					$S_{B1} =$	3009,77530
$\beta_{14}$	118°00'00,00"	+ 0.18"	118°00'00,18"	0	+1	+1	+2,0734	+0,07	118°00'00,2
$\beta_{24}$	75°00'00,00"	+ 0.30"	75°00'00,30"	0	-1	0	-1,0995	-0,28	75°00'00,02"
$\beta_{34}$	24°55'42,81"	+ 0.12"	24°55'42,93"	0	0	0	+2,1517	-0,06	24°55'42,87"
$\beta_{44}$	37°16'51,88"	- 0.30"	37°16'51,58"	0	0	0	+0,6490	-0,02	37°16'51,56"
		$S_{DE} =$	1498.585436					$S_{DE} =$	1498,58259
$\beta_{15}$	49°43'08,12"	- 0.04"	49°43'08,08"	0	0	0	+(-0,6178)	+0,02	49°43'08,10"
$\beta_{25}$	36°35'45,65"	- 0.01"	36°35'45,64"	0	0	0	+(-0,8281)	+0,02	36°35'45,66"
$\beta_{35}$	44°00'00,00"	- 0.34"	43°59'59,66"	0	+ 1	+ 1	+(-0,8281)	+0,02	36°35'45,66"
$\beta_{45}$	87°00'00,00"	+ 0.24"	87°00'00,24"	0	- 1	0	+(-0,8281)	+0,02	36°35'45,66"

$$S_{AFd.вум} = 2752.741059$$

$$S_{AFd.вух} = 2752.741059$$



$$W_S = +0.002735$$

$$W_S = +0.0039_M$$

В данном случае условное уравнение базиса представим в виде:

$$\sum_{i=1}^n \frac{dt'_i}{t_i} - \sum_{i=1}^n \frac{dt_i}{t_i} + \frac{2p}{1} * \frac{S_{пвви} - S_{пвви}}{S_n} = 0 \quad (5.4.2)$$

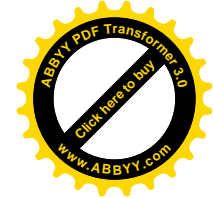
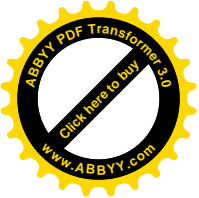
$$W_{баз} = \frac{2 * 206264'' * 2,735_{мм}}{2752741,059_{мм}} = 0,410''$$

**Таблица 5.45. Коэффициенты нормальных уравнений**

	A]	B]	C]	D]	W	Σ
[A	4	0	+2	+7,259	+0,65	+13,909
[B		4	+2	+6,1443	-0,70	+11,4443
[C			5	+5,1333	+0,46	+14,5933
[D				42,8974	+0,41	+61,844

**Таблица 5.46. Решение нормальных уравнений по схеме Гаусса.**

Первое уравнения суммы углов	Второе уравнения суммы углов	Условие горизонта	Условие базиса	W	Σ	Контроль
4	0	+2	+7.259	+0,65	+13,909	
-1	0	-0.5	-1,81475	-0,1625	-3,47725	-3,47725
	4	+2	+6,1443	-0,70	+11,444	
	4	0	0	0	0	
	4	+2	+6,1443	-0,70	+11,4443	
	-1	-0,5	-1,536075	+0,175	-2,861075	-2,861075
		5	+5,1333	+0,46	+14,5933	
		-1	-3,6295	-0,325	-6,9545	
		-1	-3,07215	+0,35	-5,72215	
		+3	-1,56835	+0,485	+1,91665	
		-1	+0,522783	-0,161666	-0,638883	-0,638883
			42,8974	+0,41	+61,844	
$K_1 =$ = - 0,02202417	$K_2 =$ = +0.307470	$K_3 =$ = - 0.17668489	-13,173270	-1,179587	-25,241358	
			-9,438106	+1,075252	-17,579303	
			-0,819907	+0,25355	+1,001993	
			+19,466177	+0,5592145	+20,025332	
			-1	-0,028727583	-1,0287276	-1,0287276
				$K \leq -0,028727583$		



Поправки в вымеренные углы рассчитываются по формуле:

$$V_i = a_i * k_i + b_i k_2 + c_i k_3 + d_i k_4 \quad (5.4.3)$$

Хотя в данной модели в результате уравновешения удовлетворяются условные уравнения сумм и горизонта, в результате остаточного влияния истинных погрешностей добится "выполнения условия базиса во второй модели не удалось. Очевидно, порогом чувствительности во второй модели при уравнивании по углам будет 2-3 мм. При этом следует дополнительно учитывать коррелированность углов. Поэтому сложные сети, на основе данных исследований следует уравнивать лишь по направлениям.

В дальнейшем будем рассматривать лишь первую модель.

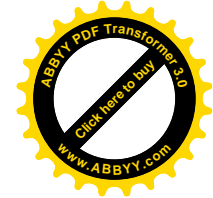
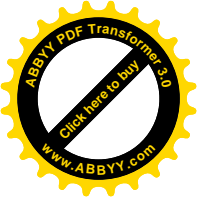
### 5. Расчет неизмеренных углов гамма и координат в методе парных звеньев засечек.

Для расчета углов, которые не измерялись, сначала рассчитывается вспомогательный угол омега в каждом четырехугольнике:

$$tgW_i = \frac{(ctg\beta_{1i} + ctg\beta_{3i}) - (ctg\beta_{2i} + ctg\beta_{4i})}{ctg\beta_{2i}ctg\beta_{3i} - ctg\beta_{1i}ctg\beta_{4i}} \quad (5.5.1)$$

и

$$\left. \begin{aligned} \gamma_{1i} &= 180^\circ - \beta_{1i} + w_i \\ \gamma_{2i} &= w_i + \beta_{3i} \\ \gamma_{3i} &= \beta_{2i} + w_i \\ \gamma_{4i} &= 180^\circ - w_i - \beta_{4i} \end{aligned} \right\} \quad (5.5.2)$$



По данным формулам составлена программа.

**Таблица 5.47. Неизмеренные углы гамма.**

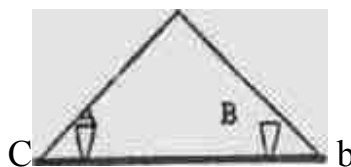
Назва- ние уг-	Значения уг- лов	Назва- ние уг-	Значения уг- лов	Назва ние	Значения уг- лов	Назва ние	Значения уг- лов
$\gamma_{11}$	138°00'01,07"	$\gamma_{12}$	160°59'59,50"	$\gamma_{13}$	67°16'52,64"	$\gamma_{14}$	63°43'08,65"
$\gamma_{21}$	56°43'08,26"	$\gamma_{22}$	67°16'51,91"	$\gamma_{23}$	27°21'44,67"	$\gamma_{24}$	26°38'51,64"
$\gamma_{31}$	99°34'10,44"	$\gamma_{32}$	5°46'59,64"	$\gamma_{33}$	56°43'07,38"	$\gamma_{34}$	73°16'51,63"
$\gamma_{41}$	90°16'51,73"	$\gamma_{42}$	56°43'08,10"	$\gamma_{43}$	123°39'59,19"	$\gamma_{44}$	140°59'59,25"
$\gamma_{15}$	150°00'00,83"						
$\gamma_{25}$	63°43'09,14"						
$\gamma_{35}$	16°52'37,04"						
$\gamma_{45}$	73°16'51,07"						

Задаваясь истинными значениями координат пунктов F и G  $X_{F.icm} = 10192.022$

$Y_F = 12746.034$   $Y_F = 8403.641$   $Y_F = 12879.909$  рассчитывают координаты последних пунктов по формулам Юнга решения прямых угловых засечек:

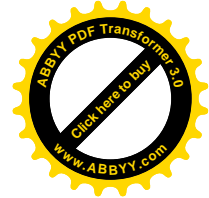
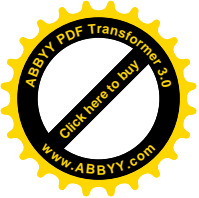
$$X_c = \frac{X_B \operatorname{ctg} A + X_A \operatorname{ctg} B - Y_A + Y_B}{\operatorname{ctg} A + \operatorname{ctg} B} \quad (5.5.3)$$

$$Y_c = \frac{Y_A \operatorname{ctg} B + Y_B \operatorname{ctg} A + X_A + X_B}{\operatorname{ctg} A + \operatorname{ctg} B} \quad (5.5.4)$$



**Рис.5.6. Схема засечки.**

A - левый пункт базиса, B - правый, C - определяемый.



## 6. Оценка точности.

Средняя квадратическая погрешность единицы веса уравновешенного направления:

$$\mu = \sqrt{\frac{[VV]}{r}} = \sqrt{\frac{0.2922}{1}} = 0.54''$$

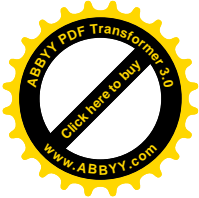
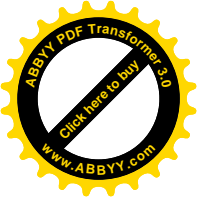
**Таблица 5.48. Сравнительная таблица уравновешенных и истинных координат пунктов.**

Название пункта	$X_{сп}$	$X_{ист}$	$fX_{мм}$	$Y_{сп}$	$Y_{ист}$	$fY_{мм}$
А	9999.998	10000,000	-2	9999,999	10000,000	-1
В	8295,416	8295,423	-7	7653,848	8653,851	-3
С	10728,12	10728,130	-7	7079,615	7079.631	-16
Д	11969,90	11969,901	+7	9965,615	9965,615	0
Е	11563,90	11563,909	0	11408,14	11408150	-1
Ф	10192.02	10192,021	0	12746,03	12746,034	0
Г	6403.640	8403.640	0	12879.90	12879.909	0
Н	7158.305	7158.305	0	11916.75	11916.748	+10
И	7373.301	7373.307	-6	10091.72	10091.726	+2

$$\sum f_x^2 = 187$$

$$\sum f_y^2 = 373$$

$$m_x = \sqrt{\frac{[f_x^2]}{n}} = \sqrt{\frac{187}{9}} = 4.56 \text{ мм}$$



$$m_y = \sqrt{\frac{[f_y^2]}{n}} = \sqrt{\frac{371}{9}} = 6.42 \text{ мм}$$

$$m_{x,y} = \sqrt{m_x^2 + m_y^2} = 7.87 \text{ мм}$$

Точность определения углов гамма  $\gamma_{45} - \gamma_{34} = 0,56''$  ;  $\gamma_{42} - \gamma_{33} = 0,72''$ ;  $\gamma_{13} - \gamma_{22} = 0,73''$

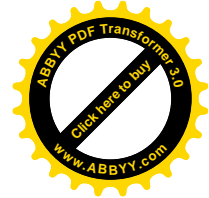
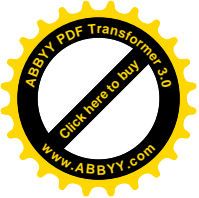
$\gamma_{14} - \gamma_{25} = -0,49''$ . Это и будет точностью дирекционных углов в сети.

**Таблица 5.49. Сравнительная таблица уравновешенных и истинных связывающих сторон.**

Название стороны	$S_{уравн.}$	$S_{ист.}$	мм	Название	$S_{уравн.}$	$S_{ист.}$	мм
АН	3427,7079	3427,7036	+4,3	DE	1498,5784	1498,5777	+0,7
ВІ	2606,4438	2606,4409	+2,3	AP	2752,7396	2752,7396	0
ACC	3009,7759	3009,7716	+4,3				

Относительная погрешность стороны в наиболее слабом месте составляет:

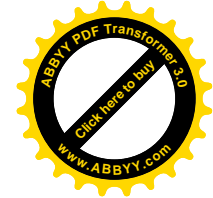
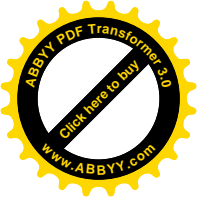
$$f_{отн.AC} = \frac{4,3}{3009755,9} = \frac{1}{700000}$$



## ВЫВОДЫ

1. Разработанный проект плановой геодезической основы областного центра, в котором при измерении направлений с точностью  $0.4''$  углов с точностью  $0,4\sqrt{2} = 5,6''$  обеспечивается точность координат пунктов до 8 мм.
2. Относительная погрешность стороны в слабом месте сети не превышает  $1/700000$ .
3. При построении сложных сетей следует измерять направления, а не углы, чтобы не было коррелированности последних.





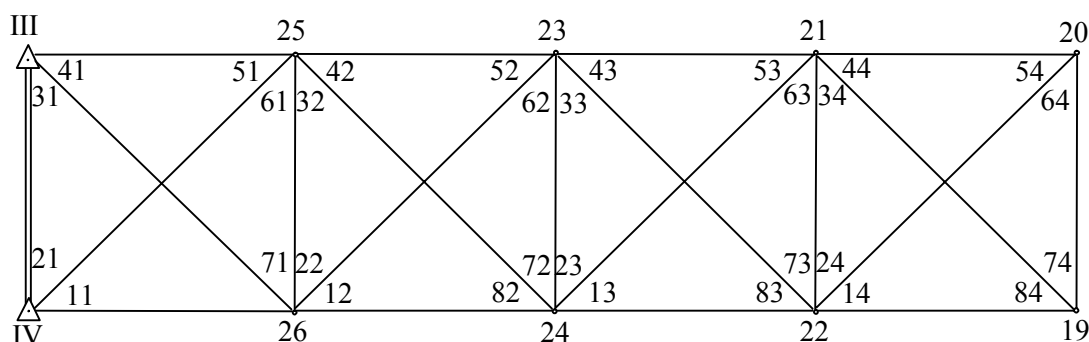
## 5.6. Сравнительный анализ точности неуравновешенного ряда сплошных и несплошных наблюдений

В свободном ряде геодезических четырехугольников сплошных наблюдений имеют место 3 условия фигур и одно полюсное условное уравнения в каждом четырехугольнике.

В свободном ряде геодезических четырехугольников несплошных наблюдений отсутствуют условные уравнения вообще.

Цель данного параграфа – проследить и дать сравнительную оценку точности сплошной и несплошной сетей наблюдения.

На рис. 5.1 приведен ряд геодезических четырехугольников специальной сети, которая составлена на одном из горных перевалов



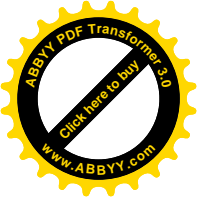
**Рис. 5.1 Ряд сплошных наблюдений**

некоторого района Карпат для наблюдения за сдвижными явлениями участка нефтепровода “Дружба”.

На рис.5.1 кружочками обведены номера четырехугольников ряда, десятки в названиях углов обозначают номер угла, единицы – номер четырехугольника.

Длины сторон лежат в диапазоне от 50 до 8 метров. Ряд проложен на горном склоне.

Наличие очень коротких сторон требует центрирования теодолита с точностью 0,05 мм. Поэтому наблюдения проведены за марками, которые установлены на каждом направлении, что наблюдается. Так, например, при



наблюдении на пункте I марки установлены на штативах в пунктах III, IV, 25, 23 и 24.

Координаты пунктов 19...26 сплошной сети наблюдений рассчитанные по формулам Юнга решения прямой угловой засечки по специально разработанной программой (см. п. 4.6).

Углы измерены теодолитом Т2 способом круговых приемов.

Сводка измеренных углов приводится ниже.

**Таблица 5.1. Сводка измеренных углов ряда сплошных наблюдений**

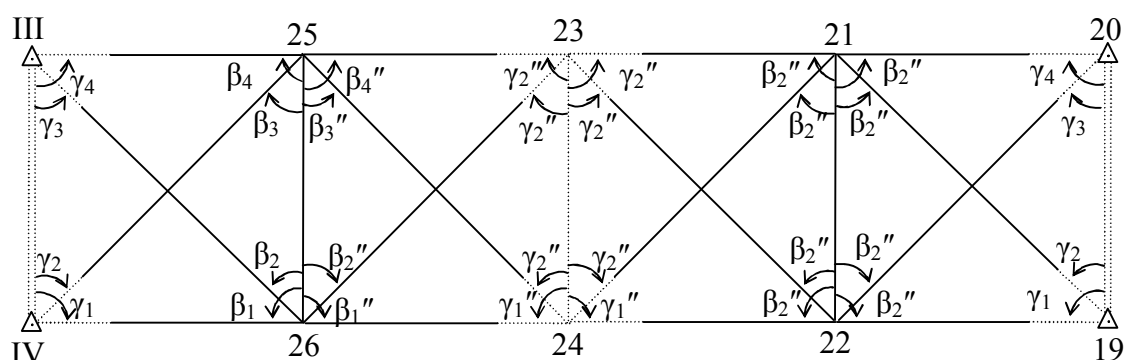
№ угла	Номера четырехугольников			
	1	2	3	4
1	9°49'09"2	12°34'48"1	30°34'50"7	17°05'04"1
2	25°45'06"7	22°28'38"6	27°24'51"3	70°13'52"6
3	99°36'38"0	121°59'37"5	89°43'09"7	62°34'20"6
4	37°27'32"1	23°02'08"0	44°22'35"3	13°23'45"2
5	17°10'52"1	12°29'42"3	18°29'19"9	33°48'07"0
6	14°25'16"2	41°58'35"1	55°34'14"6	84°11'42"6
7	110°56'04"6	102°29'11"4	61°33'52"5	48°36'06"7
8	44°49'37"8	22°57'06"4	32°16'53"2	30°06'35"3

Исходные координаты пунктов А и В (III и IV)

X = 898,27; Y = 872,46

X = 920,06; Y = 869,97

Далее приведенный ряд обрабатывался по программе несплошных наблюдений (см. рис. 5.2).



**Рис. 5.2 Ряд несплошных наблюдений**

В ряде, который состоит из десяти пунктов, измерения углов состоялись из четырех пунктов 25, 26, 21 и 22. Координаты пунктов 25 и 26 оп-

ределены из решения задачи Ганзена, координаты пунктов 23 и 24 – по формулам Юнга решения прямых угловых засечек. Координаты пунктов 21 и 22 определены из решения задачи Ганзена, координаты пунктов 19 и 20 – по формулам Юнга.

Передача дирекционных углов осуществлена с помощью расчета вспомогательного угла  $\omega$  по формуле:

$$\alpha_n = \alpha_0 + \sum_1^n \omega;$$

$$\omega = \operatorname{arctg} \frac{(ctg\beta_1 + ctg\beta_3) - (ctg\beta_2 + ctg\beta_4)}{ctg\beta_2 ctg\beta_3 - ctg\beta_1 ctg\beta_4}. \quad (5.1.1)$$

Принцип передачи дирекционных углов с помощью вспомогательного угла  $\omega$  приведен на рисунке 5.3.

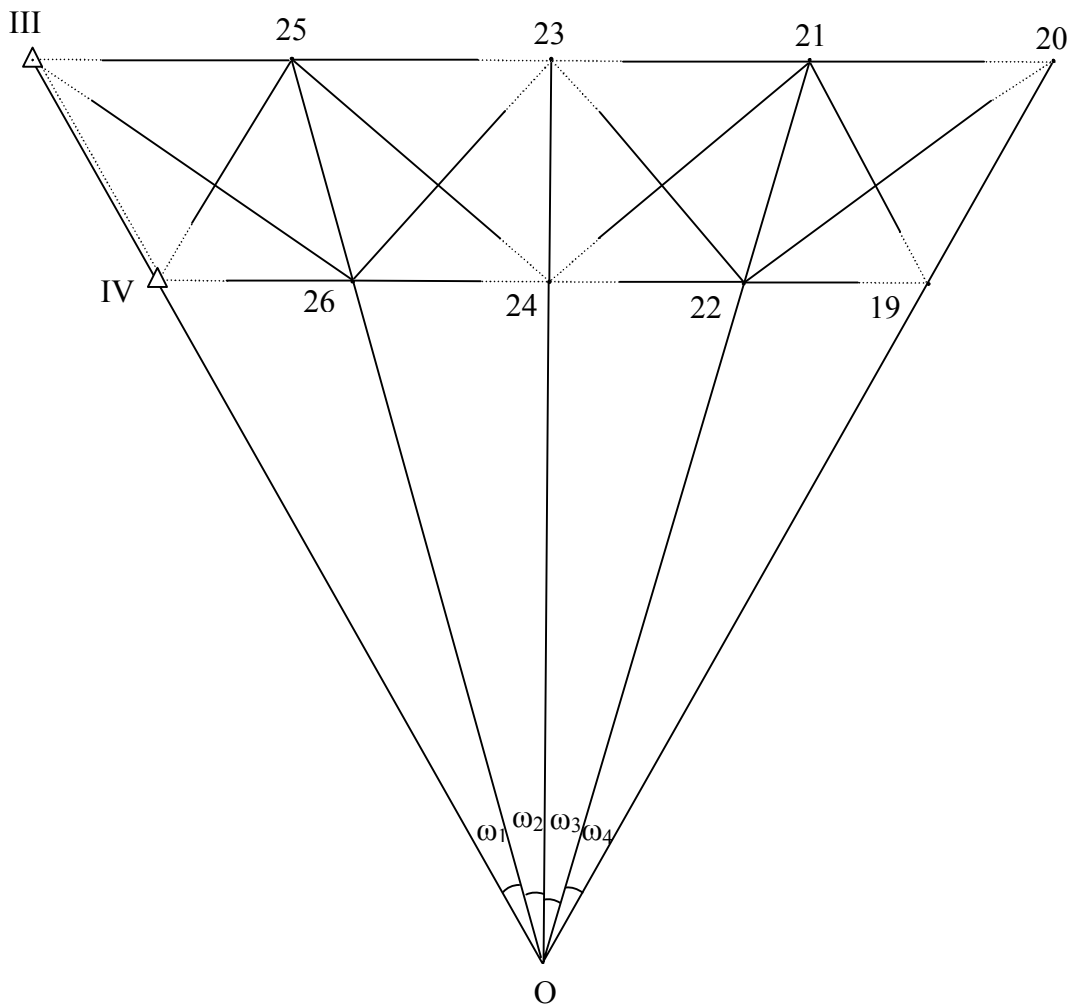
Угол  $\omega$  рассчитывается для каждого четырехугольника по формуле (5.1.1), что разрешает определить дирекционные углы всех сторон ряда.

Ниже приведены результаты расчета ряда несплошных наблюдений по специально разработанной программе (см. дод. 4.1).

По [58, с. 68] (см. рис. 5.2)

$$S_{26-25} = \frac{S_{IV-III}}{\sqrt{\left(\frac{1}{ctg\beta_2 + ctg\beta_4} - \frac{1}{ctg\beta_1 + ctg\beta_3}\right)^2 + \left(\frac{ctg\beta_2}{ctg\beta_2 + ctg\beta_4} - \frac{ctg\beta_1}{ctg\beta_1 + ctg\beta_3}\right)^2}}; \quad (5.1.2)$$

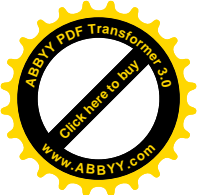
Результаты счёта неуравновешенного ряда геодезических четырехугольников специальной сети несплошных наблюдений приведенный в сравнительной таблице.



**Рис. 5.3** Принципиальная схема передачи дирекционных углов с помощью вспомогательного угла  $\omega$

**Таблица 5.2.** Сравнительная таблица определения координат пунктов неуравновешенного ряда сплошных и несплошных наблюдений

№ пункта	Сплошные наблюдения X	Несплошные наблюдения X	$f_x$	Сплошные Y	Несплошные X	$f_y$
III	898.27	898.27	0	672.46	872.46	0
IV	920.06	920.06	0	869.97	869.97	0
26	893.2416	893.2427	-0.0011	855.0725	855.0810	-0.0085
25	872.3059	872.3169	-0.0110	853.3096	853.3235	-0.0139
24	858.1679	858.1798	-0.0119	825.7768	825.8072	-0.0304
23	848.7720	843.7918	-0.0198	829.5496	829.5813	-0.0317
22	837.8943	837.9128	-0.0185	806.6637	806.7045	-0.0388
21	825.2949	825.3173	-0.0224	818.3513	818.3876	-0.0363
19	816.1987	816.2220	-0.0233	785.3674	785.4129	-0.0455
20	811.2845	811.3095	-0.0250	792.8806	792.9244	-0.0438



Из таблицы 5.2 вытекает, что максимальное расхождение абсцисс ряда сплошных и несплошных наблюдений достигает 2 см, а ординат – 4.5 см.

Расхождения в определении координат обусловленные наличием остаточных погрешностей центрирования теодолита Т2 и изменения фокусирования трубы вследствие больших различий длин сторон.

При этом следует отметить, что в случае сетей несплошных наблюдений ошибки за центрирование сведенные к минимуму, так как центрирование теодолита выполняется всего на всего на 4 пунктах вместо 10 традиционного способа триангуляции.

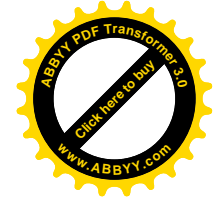
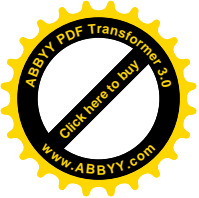
Ошибки за редукцию визирных целей в данном случае отсутствуют, так как наблюдения проведены на хорошо видимые центры знаков.

Таким образом, на основе проведенных исследований делаем вывод, что расхождения координат, определяемых двумя разными методами существенные и задача определения контрольных пунктов с целью наблюдения смещения сдвига не решена, так как допустимое расхождение координат не должно превышать 1 см.

Для использования данного ряда в качестве съемочного обоснования при проведении топографической съемки масштаба 1:500, необходимо, чтобы предельное расхождение значений координат не превышало бы 10 см.

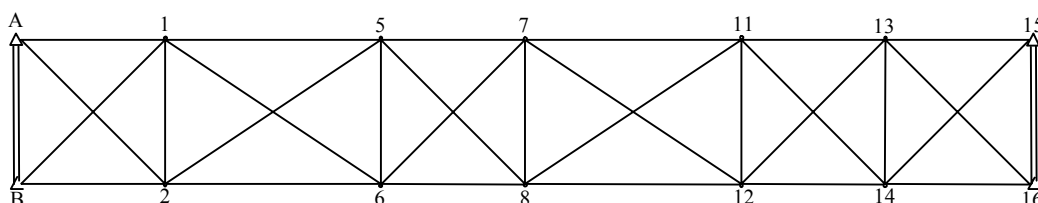
Исходя из вышеприведенного делаем вывод, что создание сетей несплошных наблюдений обеспечивает точность планового обоснования любых масштабов и масштаба 1:500 включительно.

Рассмотрим в дальнейшем предварительный расчет точности свободного ряда сплошных и несплошных наблюдений и приведем результаты исследований при создании наблюдательной сети на 259 км нефтепровода „Дружба”.



### 5.6.1. Сравнительный анализ точности ряда сплошных и не-сплошных наблюдений.

На одном из горных перевалов Карпат проложен ряд, который составлен из 6 геодезических четырехугольников вдоль которых проходит нить нефтепровода „Дружба” (см. рис. 5.4).



**Рис. 5.4** Наблюдаемая сеть на 259 км нефтепровода „Дружба”.

Измерения углов проведены теодолитом 2Т2. Сначала сеть наблюдалась как сеть сплошных наблюдений.

Координаты пунктов определены из результатов строгого уравнивания.

Базис <sub>15-16</sub> измерялся инварной рулеткой и служил для контроля.

На стадии проектирования был рассчитан продольный сдвиг ряда (117, - с.110)

$$M_L = 0,8L \sqrt{\frac{m_b^2}{b^2} + \frac{1}{\rho^2} m_\beta^2 \frac{4K^2 \pm 3K + 5}{9K}}, \quad (5.2.1)$$

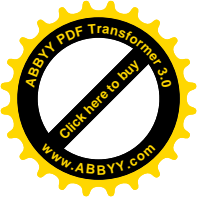
где  $k$  – число промежуточных сторон, которые составляют длину ряда треугольников;

$m_\beta$  – средняя квадратическая ошибка вымеренного угла;

$m_b$  - средняя квадратическая ошибка исходной стороны;

$\rho$  – число секунд в одном радиане.

Поперечный сдвиг в рассмотренном ряде геодезического четырех-



угольника для непарного количества треугольников будет:

$$M_V = 0,8 \frac{L}{\rho''} \sqrt{m^2_{\alpha_0} + \frac{2}{15} m^2_{\beta} \frac{K^2 + K + 3}{K}}, \quad (5.2.2)$$

и для парного количества треугольников:

$$M_V = 0,8 \frac{L}{\rho''} \sqrt{m^2_{\alpha_0} + \frac{2}{15} m^2_{\beta} \frac{2K^2 + 5K + 5}{K}}, \quad (5.2.3)$$

где  $m_{\alpha_0}$  – средняя квадратическая ошибка исходного дирекционного угла.

В случае неравносторонних треугольников в эти формулы водится коэффициент 1.3.

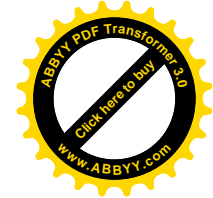
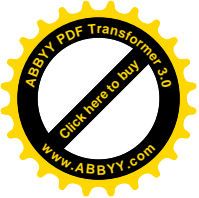
При этом следует учитывать, что в ряде, который состоит из геодезических четырехугольников, которые близкие к квадратам, точность передачи длин сторон и дирекционных углов повышается на 14-15% в сравнении с простым звеном равносторонних треугольников (117. – с. 110).

Средняя квадратическая ошибка дирекционного угла для свободного ряда триангуляции рассчитывается по формуле:

$$m_a = \mu \sqrt{\frac{2}{3} n}, \quad (5.2.4)$$

где  $n$  – число треугольников.

Для ряда геодезических четырехугольников формула (5.2.4) будет иметь вид:



$$m_a = \mu \sqrt{\frac{4}{3}k}, \quad (5.2.5)$$

где  $k$  – число четырехугольников ряда.

С учетом 15% повышения точности, получим:

$$m_a = 0,85\mu \sqrt{\frac{4}{3}k} = 1,36\mu\sqrt{k}, \quad (5.2.6)$$

а в нашем случае:

$$m_a = 1,36 \cdot 2'' \sqrt{6} = 6,66''.$$

Принимая во внимание, что обратный вес стороны в свободном ряде триангуляции рассчитывается по формуле:

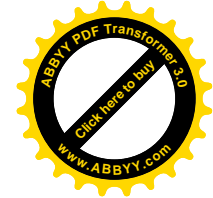
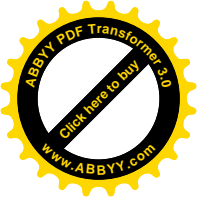
$$\frac{1}{P_s} = \frac{2}{3}n, \quad (5.2.7)$$

с учетом вышеприведенного, получим для ряда четырехугольников (5.2.8) и (5.2.9):

$$\frac{1}{P_s} = \frac{4}{3}k,$$

и





$$m_S = 0,85 \frac{S}{\rho} \mu \sqrt{k},$$

или

$$\frac{m_S}{S} = \frac{0,85 \mu \sqrt{k}}{\rho}, \quad (5.2.10)$$

и в нашем случае:

$$\frac{m_S}{S} = \frac{0,85 \cdot 2 \cdot 2,45}{206265} = \frac{4,16}{206265} = \frac{1}{49000}.$$

Рассчитаем продольный сдвиг нашего ряда, принимая точность измерения горизонтальных углов, равной 1". Согласно (5.2.1), получим:

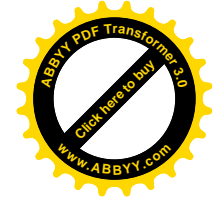
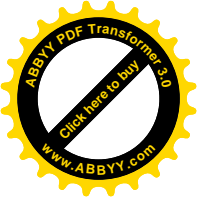
$$M_L = 0,8 \cdot 197790_{\text{мм}} \sqrt{\left(\frac{1}{50000}\right)^2 + \frac{3,09}{206265^2}} = 1,58 \cdot 10^5 \sqrt{4 \cdot 10^{-10} + 7,26 \cdot 10^{-11}} = 3,43 \text{ мм}.$$

Укажем, что при  $\frac{m_b}{b} = \frac{1}{50000}$  и при  $m_b = 1''$ , получим  $M_L = 32 \text{ см}$ .

При измерении горизонтальных углов с точностью 2", при  $\frac{m_b}{b} = \frac{1}{50000}$ ,

продольный сдвиг ряда будет:

$$M_L = 0,8L \sqrt{4,00 \cdot 10^{-9} + \left(\frac{2}{206265}\right)^2 \cdot 3,09} = 1,58 \cdot 10^5 \sqrt{6,90 \cdot 10^{-10}} = 4,16 \text{ мм}.$$



Измерения горизонтальных углов с точностью 10" при  $\frac{m_b}{b} = \frac{1}{20000}$  причиняет продольный сдвиг:

$$M_L = 0.8L \sqrt{2.5 \cdot 10^{-9} + \left(\frac{10}{206265}\right)^2 \cdot 3.09} = 1.58 \cdot 10^5 \sqrt{9.76 \cdot 10^{-9}} = 15.61 \text{ мм.}$$

Поперечный сдвиг ряда при обеспечении секундной точности и при отсутствии ошибки исходного дирекционного угла будет составлять:

$$M_V = 0,8 \frac{197790}{206265} \sqrt{\frac{1}{15} \cdot 17,833} = 0,84 \text{ мм.}$$

Измерения углов с точностью 2" обеспечит:

$$M_V = 0,767 \sqrt{4 \cdot 1,188} = 2,11 \text{ мм.}$$

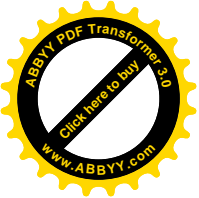
При десятисекундной точности измерения углов получим:

$$M_V = 8,36 \text{ мм.}$$

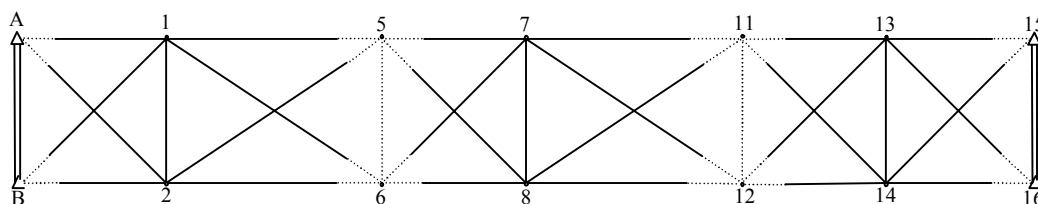
Введя коэффициент 1.3 будем иметь для нашего ряда значения сдвигов, приведенных в табл. 5.3

Таблица 5.1

Продольный и поперечный сдвиги ряда	Средняя квадратическая ошибка угла		
	1"	2"	10"
$M_L$ (мм)	4.46	5.41	20.29
$M_V$ (мм)	1.09	2.74	10.87



В дальнейшем обработка сети проводилась методом парных звеньев засечек (см. рис. 5.5).



**Рис. 5.5. Ряд несплошных наблюдений.**

Наблюдения на пунктах А, В, 5, 6, 11, 12, 15, 16 не проводились.

Координаты пунктов 1 и 2 определены из решения задачи Ганзена.

Передача координат на пункты 5 и 6 проведена из решения прямых угловых засечек. В дальнейшем процедура передачи координат повторялась.

Для свободного ряда (см. рис. 5.5), (а вымеренная сторона служила лишь только для оценки качества сети и в уравнение не вводилась), соответственно [59, - с.26] рассчитаем из выражения (5.2.11):

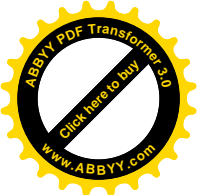
$$\frac{1}{P_a} = 10k,$$

где  $k$  – число четырехугольников в ряде.

И средняя квадратическая ошибка дирекционного угла конечной стороны свободного ряда при  $m_\beta = 2''$  и  $k = 6$  будет:

$$m_a = m_\beta \sqrt{\frac{1}{P_a}} = 2'' \sqrt{60} = 15,49''.$$

Обратный вес стороны конечного пункта свободного ряда парных звеньев засечек рассчитывают по формуле [59, - с.27].



$$\frac{1}{P_S} = 2k, \quad (5.2.12)$$

Относительную ошибку передачи сторон рассчитывают из выражения:

$$\frac{m_{S'}}{S'} = \frac{m_\beta}{\rho} \sqrt{\frac{1}{P_S}}, \quad (5.2.13)$$

где  $m_s$  – средняя квадратическая ошибка определения конечной стороны  $S'$  свободного ряда.

И в нашем случае при двухсекундной точности измерения углов, получим:

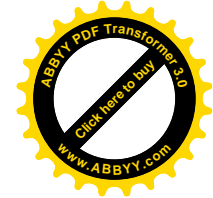
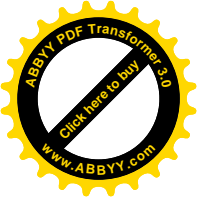
$$\frac{m_{S'}}{S'} = \frac{2}{206265} \cdot 3,46 = \frac{1}{30000},$$

Учитывая ошибки исходной стороны, будем иметь:

$$\frac{m_S}{S} = \sqrt{\frac{m_b^2}{b^2} + \frac{m_{S'}^2}{S'^2}}, \quad (5.2.14)$$

или 
$$\frac{m_S}{S} = \sqrt{\frac{1}{50000^2} + \frac{1}{30000^2}} = \frac{1}{26000}.$$

Продольный сдвиг свободного ряда парных звеньев засечек рассчитываем по формуле [59, - с.100]



$$M_L = m_\beta \frac{S}{M} \sqrt{1,47k(5k^2 + 13)}, \quad (5.2.15)$$

где  $S$  – средняя линия стороны четырехугольника;  $M = 434294$ .

Так, при  $m_\beta = 2''$ ,  $S = 30\text{м}$  и  $k = 6$ , получим:

$$M_L = 2 \cdot \frac{30000_{\text{мм}}}{434294} \cdot \sqrt{1702,26} = 2 \cdot 0,069 \cdot 41,26 = 5,70_{\text{от.6 зн. lg.}}$$

С учетом ошибки исходного базиса

$$M_L = \sqrt{M_L^2 + M_{\text{баз.}}^2} = \sqrt{5,7^2 + 8,6^2} = 10,32_{\text{от.6 зн. lg.}} = 4,70 \text{ мм.}$$

Поперечный сдвиг свободного ряда парных звеньев засечек рассчитывается по формуле [59, - с.100]:

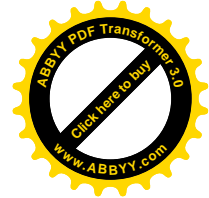
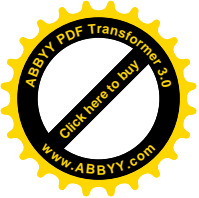
$$m_V = m_\beta \frac{S}{\rho''} \sqrt{1,667k^3 + 0,333k}, \quad (5.2.16)$$

и в нашем случае

$$M_V = 2'' \frac{30000}{206265} \sqrt{60,1 + 2} = 0,29 \cdot 7,87 = 2,28 \text{ мм.}$$

а суммарный сдвиг  $M$

$$M = \sqrt{M_L^2 + M_V^2}, \quad (5.2.17)$$



будет равняться:

$$\sqrt{37,33 + 8,76} = 6,79 \text{ мм.}$$

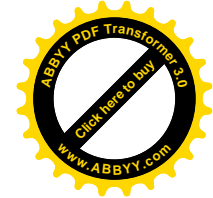
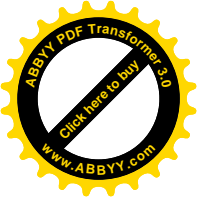
Суммарный сдвиг ряда четырехугольников сплошных наблюдений будет составлять:

$$\sqrt{29,27 + 7.51} = 6,06 \text{ мм.}$$

При развитии же ряда треугольников точность передачи координат уменьшилась бы на 25% и суммарный сдвиг составил бы  $6.06 \cdot 1.25 = 7.58$  мм.

Таким образом, развитие ряда методом парных звеньев засечек увеличивает ошибку сдвига конечного пункта ряда, который состоит из шести геодезических четырехугольников при измерении горизонтальных углов с точностью 2" и длинах сторон от 20 до 30 м на 0.73 мм в сравнении с рядом геодезических четырехугольников и на 0.79 мм уменьшает в сравнении с цепью треугольников, что практически не является существенным ограничением и подтверждает возможность и целесообразность развития сетей несплошных наблюдений при исследовании сдвижных явлений в районах существующих инженерных коммуникаций.

Правомерность теоретических исследований проследим на фактическом материале.



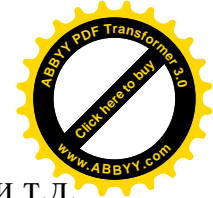
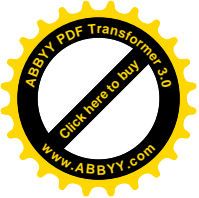
**Таблица 5.4.** Сравнительная таблица координат сплошной и несплошной сети наблюдения.

№ Т.	$X_{ур. \text{ сплош.}}$	$X_{\text{несплош.}}$	$f = X_{\text{несплош.}} - X_{ур. \text{ сплош.}}$ (М)	$Y_{ур. \text{ сплош.}}$	$Y_{\text{несплош.}}$	$f = Y_{\text{несплош.}} - Y_{ур. \text{ сплош.}}$ (М)
1	1027.3058	127.3060	+0.0002	1033.1316	1033.1329	+0.0013
2	1005.4688	1005.4675	-0.0013	1052.3444	1052.3444	+0.0012
5	1052.4766	1052.4802	+0.0036	1064.4625	1064.4684	+0.0059
6	1039.0408	1039.0427	+0.0019	1082.7492	1082.7564	+0.0072
7	1064.6032	1064.6072	+0.0040	1077.3338	1077.3420	+0.0082
8	1050.9553	1050.9589	+0.0036	1102.1608	1102.1683	+0.0075
11	1111.0146	1111.0067	-0.0079	1121.6419	1121.6451	+0.0032
12	1096.1021	1096.0987	-0.0034	1136.7578	1136.7593	+0.0015
13	1137.7196	1137.7082	-0.0114	1144.7176	1144.7154	-0.0022
14	1122.2264	1122.2175	-0.0089	1155.8002	1155.7971	-0.0031
15	1155.3314	1155.3211	-0.0103	1152.8006	1152.7966	-0.0040
16	1140.6796	1140.6693	-0.0103	1165.8768	1165.8723	-0.0045

На основании данных табл. 5.4 получено максимальное расхождение координат пунктов, которое равняется 11.4 мм.

Таким образом, развитие сетей методом парных звеньев засечек обеспечивает соответствующую точность определения координат пунктов наблюдаемых станций порядка 1 см, что полностью согласовывается с результатами теоретических расчетов. При этом для данной сети несплошных наблюдений наблюдения направлений проводятся с 6 пунктов вместо 14 пунктов традиционного метода триангуляции, то есть в 2.3 раза сокращается количество пунктов, из которых ведутся наблюдения (69).

Создания геодезических сетей несплошных наблюдений в особенности целесообразно развивать при необходимости повторных циклов наблюдений, когда геометрия сети не изменяется, при необходимости создания сети в



кратчайший срок, при отсутствии доступа и видимости к ряду пунктов и т.д.

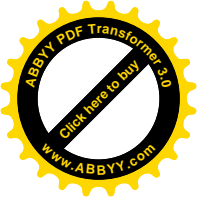
В подтверждение вышеизложенному предоставим сравнительную таблицу координат свободного ряда, рассмотренного в предыдущем параграфе (56).

Таблица 5.5

№ Т.	$X_{\text{ур. сплош.}}$	$X_{\text{несплош.}}$	$f = X_{\text{несплош.}} - X_{\text{ур. сплош.}}$ (М)	$Y_{\text{ур. сплош.}}$	$Y_{\text{несплош.}}$	$f = Y_{\text{несплош.}} - Y_{\text{ур. сплош.}}$ (М)
26	893.2434	893.2427	+0.0007	855.0759	855.0810	-0.0051
25	872.3152	872.3169	-0.0017	853.3154	853.3235	-0.0081
24	858.1832	858.1798	+0.0034	858.7982	852.8072	-0.0090
23	843.7962	843.7918	+0.0044	829.5712	829.5813	-0.0101
22	837.9173	837.9128	+0.0045	806.6992	806.7045	-0.0053
21	825.3246	825.3173	+0.0073	818.3807	818.3876	-0.0069
19	816.2304	816.2220	+0.0084	785.4127	785.4129	-0.0002
20	811.3189	811.3095	+0.0094	792.9234	792.9234	-0.0010

Как видно из табл. 5.5 максимальное расхождение абсцисс составляет 9.4 мм, а ординат – 10.1 мм, что полностью подтверждает сделанные выше выводы.





### 5.6.2. Сравнительный анализ точности несплошной сети наблюдений из двух циклов измерений

Наблюдения исследуемой сети проводятся поквартально на протяжении нескольких лет.

Дадим сведение углов второго цикла наблюдений.

Таблица 5.6

№ угла	Номера четырехугольников			
	1	2	3	4
1	9°49'17.4"	12°34'30.7"	30°34'44.4"	17°05'25.2"
2	25°44'42.7"	22°28'48.0"	27°24'39.9"	70°14'06.3"
3	99°37'03.0"	121°59'13.7"	89°44'30.7"	62°33'43.8"
4	37°28'07.6"	23°02'04.8"	44°22'56.0"	13°23'47.0"
5	17°10'40.8"	12°29'55.8"	18°28'54.5"	33°48'08.0"
6	14°25'16.2"	41°57'33.0"	55°35'04.2"	84°11'40.4"
7	110°55'37.0"	102°30'22.4"	61°33'25.2"	48°34'27.9"
8	44°49'50.4"	22°57'26.8"	32°16'49.4"	30°06'41.0"

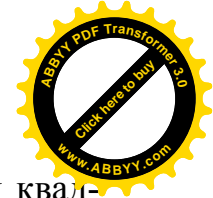
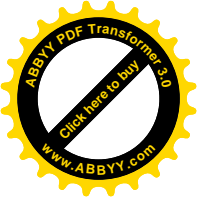
В сети несплошных наблюдений ошибки проявляют себя в меньшей мере, чем в сети сплошных наблюдений, так как наблюдения для ряда, который наблюдался, выполнялись всего лишь на четырех пунктах вместо десяти, ведь появляется возможность исключить из результатов наблюдений резко разносторонние наблюдения, тем самым, избегнув влияния ошибки за перефокусирование зрительной трубы.

Дадим сравнительную таблицу координат пунктов ряда несплошных наблюдений, полученных из двух видов измерений.

Таблица 5.7. Сравнительная таблица координат пунктов ряда несплошных наблюдений из двух серий наблюдений

№ п/п	$X_I$	$X_{II}$	$f_{X_{I-II}}$	$Y_I$	$Y_{II}$	$f_{Y_{I-II}}$
26	893.2427	893.2449	-0.0022	855.0810	855.0795	+0.0015
25	872.3169	872.3111	+0.0058	853.3235	853.3212	+0.0023
24	858.1798	858.1778	+0.0020	825.8072	825.8042	+0.0030
23	843.7918	843.7861	+0.0057	829.5813	829.5725	+0.0088
22	837.9128	837.69065	+0.0063	806.7045	806.6989	+0.0056
21	825.3173	825.3150	+0.0023	818.3876	818.3826	+0.0050
19	816.2220	816.2208	+0.0012	785.4129	785.4131	-0.0002
20	811.3095	811.3106	-0.0011	792.9244	792.9267	-0.0013

Из сравнительной таблицы 5.7 видно, что максимальное расхождение координат пунктов несплошной сети из двух серий наблюдений не превыша-



ет 8.8 мм, что находится в границах необходимой точности, а средняя квадратическая ошибка определения координат пунктов составляет 4.4 мм.

Итак, нами установлено, что в границах гарантированного уровня обеспеченности точности определения координат пунктов, развитие несплошной сети наблюдений целиком обеспечивают поставленную задачу.

### 5.7 Сравнительный анализ точности определения координат пунктов сплошной и несплошной сети наблюдений в виде центральной системы

Общий вид сети, которая заложена на горном перевале Карпатских гор имеет вид:

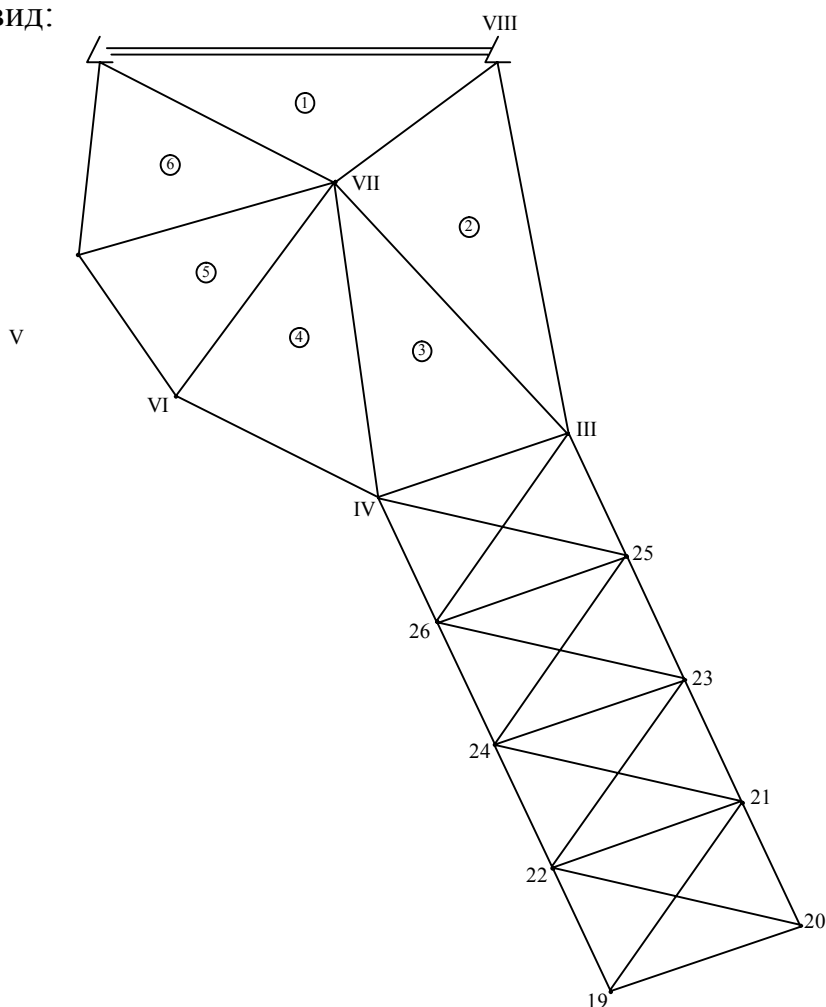
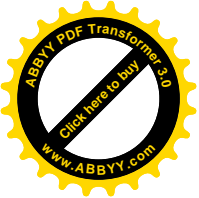


Рис. 5.6 Схема наблюдаемой сети на Уклинском перевале



Раньше нами была исследована точность определения координат пунктов ряда геодезических четырехугольников, и установлено, что наиболее отдаленная сторона по результатам вычислений отличается от вымеренной на 4 мм.

Приведем сведения вымеренных углов центральной системы.

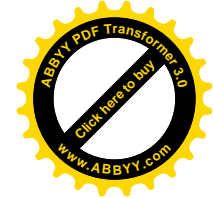
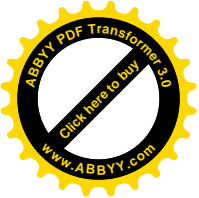
**Таблица 5.8. Сведения вымеренных углов центральной системы**

№ треугольника	№ угла	Вымеренные углы	№ треугольника	№ угла	Вымеренные углы
1	I	37°14'58.0"	2	VIII	57°21'13.2"
	VIII	55°47'06.6"		III	31°01'43.9"
	VII	86°58'15.8"		VII	91°30'58.2"
3	III	57°14'29.7"	4	IV	30°05'50.9"
	IV	109°17'21.4"		VI	56°02'19.4"
	VII	13°27'47.3"		VII	93°51'41.3"
5	VI	91°49'53.8"	6	V	84°0'54.2"
	V	45°03'10.3"		I	64°54'50.2"
	VII	43°06'42.0"		VII	31°04'35.4"

Ниже приведенные результаты расчета на ЭВМ координат пунктов сплошной и несплошной сети наблюдений.

**Результаты расчета координат пунктов сплошной сети наблюдений**

№ пункта	Абсцисса	Ордината
I	1000.000	1000.000
VIII	913.375	976.789
III	898.270	872.462
IV	920.056	869.973
VI	998.954	823.390
V	1017.594	965.708
VII	954.533	941.282



## Результаты расчета координат пунктов несплошной сети наблюдений

№ пункта	Абсцисса	Ордината
I	1000.000	1000.000
VIII	913.375	976.789
III	898.269	872.463
IV	920.057	869.981
VI	998.955	923.388
V	1017.597	965.707
VII	954.534	941.280

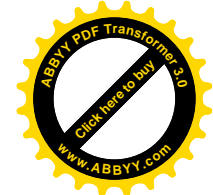
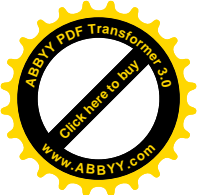
В дальнейшем необходимо сравнить полученные результаты и сделать вывод о степени расхождения координат и возможности создания опорных геодезических сетей несплошных наблюдений адекватных по точности триангуляции 1 и 2 разрядов, микротриангуляции и возможности построения специальных сетей.

Результаты расчета сведены в сравнительную таблицу.

**Таблица 5.9. Сравнительная таблица координат пунктов сплошной и несплошной сети наблюдений в виде центральной системы**

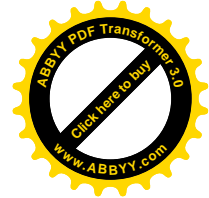
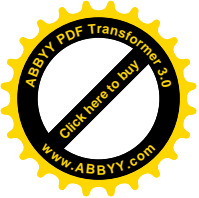
№ пункта	Сплошные наблюдения	Несплошные наблюдения	$f_x$	Сплошные наблюдения	Несплошные наблюдения	$f_y$
	X	X		Y	Y	
I	1000.00	1000.00	0	1000.00	1000.00	0
VIII	913.375	913.375	0	976.789	976.789	0
III	898.270	898.269	-0.001	872.462	872.463	+0.001
IV	920.056	920.057	+0.001	869.973	869.981	+0.008
VI	998.954	998.955	+0.001	923.390	923.388	-0.002
V	1017.594	1017.597	+0.003	965.708	965.707	-0.001
VII	954.553	954.534	+0.001	941.282	941.280	-0.002

На основе результатов расчетов, приведенных в табл. 5.9 замечаем, что предельное расхождение координат составляет 8 мм, а средняя квадратическая ошибка составляет 4 мм, что целиком отвечает точности определение



координат пунктов рядов геодезических четырехугольников.

Таким образом, на основе проведенных исследований приходим к выводу, что создание опорных геодезических сетей несплошных наблюдений обеспечивает не только точность определения координат пунктов сгущения опорной сети для целей крупномасштабных съемок, но и для создания специальных опорных сетей, которые требуют на порядок высшую точность.



## ВЫВОДЫ ПО ГЛАВЕ

1. Установлено максимальное расхождение абсцисс неуравновешенного ряда сплошных и несплошных наблюдений, проложенного на Уклинском перевале, в 2 см, а ординат – в 4.5 см.

2. Получено наибольшее расхождение для данного ряда уравновешенных координат  $f_X = -9.5$  мм,  $f_Y = 10.5$  мм, что отвечает предельной точности определение координат пунктов, которая равняется 1 см.

3. Для ряда, проложенного на 259 км нефтепровода „Дружба” максимальное расхождение координат сплошной и несплошной сети наблюдений составило  $f_X = 11.4$  мм,  $f_Y = 8.2$  мм. При этом расчетная среднеквадратическая ошибка априори составила  $m = 6.11$  мм,  $m = 2.96$  мм для сети несплошных наблюдений и  $m = 5.41$  мм,  $m = 2.74$  мм для аналогичного ряда сплошных наблюдений.

При этом ориентирование не совпало с координатными осями.

4. Максимальное расхождение координат пунктов несплошной сети из двух серий не превышает 8.8 мм.

5. Для специальной сети в виде центральной системы наибольшее расхождение координат сплошной и несплошной сети наблюдений составляет 8 мм.

6. Развитие специальных сетей несплошных наблюдений обеспечивает точность определения координат пунктов в 1 см.