Нормалізація тензорної моделі потоків у комунікаційній мережі

Тіхонов В. І., Смірнов І. В.
Одеська національна академія зв'язку ім. О.С. Попова. victor.tykhonov@onat.edu.ua

Abstract – Normalization technique provided for the flux tensor model of the open communication network based on the least action principle. The method applied for the flux structure analysis between the enterprise network clients and the Internet servers.

Вступ

Математичне моделювання і оптимізація мереж є актуальною проблемою в телекомунікаціях, що обумовлено потенційними можливостями підвищення ефективності функціонування інфокомунікаційних мереж і систем. Перспективним напрямком моделювання мереж є тензорний аналіз, в якому досягнуто певних результатів [1−3]. Однак тензорна методологія дослідження мереж потребує подальшого розвитку, зокрема, створення адекватних моделей інформаційних потоків у відкритих мережах.

Метою роботи є побудова нормалізованої тензорної моделі інформаційних потоків у відкритій комунікаційної мережі.

Побудова матриці потоків

В основу тензорної моделі покладено принцип мінімальної дії для графа інформаційних потоків мережі, який полягає у наступному. Нехай $\overline{X}=\{x_n\}$, $n=1,2,\ldots,N$ – замкнута множина вершин графу, $\varnothing$ – відкритий пустий елемент, $X=\overline{X}\cup\varnothing=\{x_n\}$, $n=0,1,\ldots,N$ відкрита множина. Позначимо $\varnothing$ як умовну «нульову» вершину графа $x_0=\varnothing$. Нехай *G* − граф внутрішніх потоків мережі p_{nm}, $n\neq m$; $n,m=0,1,\ldots,N$, побудований на відкритій множині *X*, де p_{nm} – невід'ємні дійсні числа. Представимо граф *G* у формі квадратної матриці розміром $(N+1)\times(N+1)$ з нульовою діагоналлю, рис.1.

G(n, m)=

n \ *m*	*0*	*1*	…	*m*	…	*N*
0	*0*	p_{01}	…	p_{0m}	…	p_{0N}
1	p_{10}	*0*	…	p_{1m}	…	p_{1N}
…	…	…	…	…	…	…
n	p_{n0}	p_{n1}	…	*0*	…	p_{nN}
…	…	…	…	…	…	…
N	p_{N0}	p_{N1}	…	p_{Nm}	…	*0*

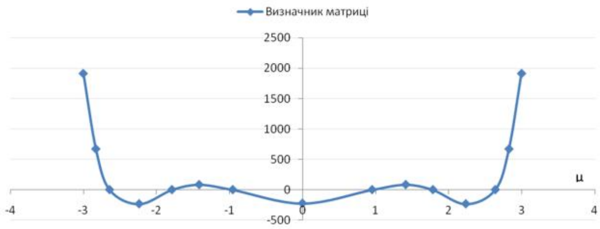
Рисунок 1 – Матриця внутрішніх потоків відкритої мережі

Розглянемо випадок неорієнтованого графа *G*, для якого $p_{nm}=p_{mn}$. Матриця *G* неорієнтованого графу є дійсною симетричною матрицею. Як відомо, така матриця має дійсний спектр $\lambda=\{\lambda_n\}$ власних чисел λ_n, $n=0,1,\ldots,N$; при цьому має місце $P=\sum_{n=0}^{N}\lambda_n=TrG$, де *P* – потужність матриці [4]. Оскільки $TrG=0$, то в спектрі матриці *G* обов'язково присутні як додатні, так і від'ємні власні числа λ_n. Така матриця є невизначено обумовленою, і вона не задовольняє умови метричного тензору Римана для евклідового простору [4].

Нормалізація тензора потоків

Знайдемо таку позитивно обумовлену матрицю R, яка співпадає з G в усіх поза діагональних елементах $R(n,m)=G(n,m)$, $n \neq m$, і при цьому має мінімальну потужність P (принцип мінімальної дії).

Визначимо діагональні елементи матриці R як параметр $R(n,n)=\mu^2$. Відомо, що визначник матриці $det(R)$ є добуток усіх власних чисел матриці: $det(R)=\prod_{n=0}^{N}\lambda_n$. Проаналізуємо залежність $det(R)$ від параметру μ. На рис.2 показано характерний приклад функції $det(R)$ від аргументу μ для $N=3$.



μ (горизонт. вісь)	-3	-2.8	-2.6	-2.2	-1.8	-1.4	-1	0	1	1.4	1.8	2.2	2.6	2.8	3
det(R) (вертик. вісь)	1918	672	0	-234	0	84	0	-224	0	84	0	-234	0	672	1918

Рисунок 2 – Залежність *det(R)* від параметру μ

За допомогою обчислень у MathCAD нескладно з'ясувати наступне. Нехай λ_k^{G-}, $k \leq N$, − це від'ємні власні числа для матриці G. Тоді для всіх $\mu=\pm\sqrt{\left|\lambda_k^{G-}\right|}$ має місце $det(R)=0$. В прикладі на рис.2 існують три від'ємні власні числа для матриці G. Найбільше по модулю від'ємне власне число λ_k^{G-} дорівнює приблизно «–7». Діапазон між двома крайніми точками перетину горизонтальної вісі функції $det(R)$ є зоною невизначеності матриці R (або зоною сингулярності). Для всіх значень $\mu^2 > abs(\lambda_{min}^{G-})$ матриця R є позитивно обумовленою, всі власні числа матриці є додатними, і визначник матриці R також є додатним. Така матриця задовольняє умови метричного тензору Римана, і тому може бути обраною у якості геометричної (тензорної) моделі взаємодії об'єктів комунікаційної мережі. Приймемо $\mu^2 = abs(\lambda_{min}^{G-})$. Тоді, щонайменше, одне власне число матриці R дорівнюватиме нулю. Це означає, що матриця R є метричним тензором, який описує евклідовий підпростір (N-мірну гіперплощину) E^N розмірності N у деякому евклідовому просторі E^{N+1} розмірності $(N+1)$.

Висновки

В роботі представлено методику обчислення матриці внутрішніх інформаційних потоків у відкритій комунікаційній мережі. Матрицю потоків нормалізовано за принципом мінімальної дії, в результаті чого отримано тензорну модель потоків для множини з N виділених об'єктів у формі метричного тензору з рімановою метрикою. Ця метрика представляє N-мірну локально евклідову гіпер-поверхню у $(N+1)$- мірному евклідовому просторі. Подальшим напрямком дослідження є побудова тензору взаємодії з урахуванням зовнішніх потоків мережі.

Література

[1] Петров А. Е. Двойственные сетевые модели больших систем [Электронный ресурс] / А. Е. Петров // Управление большими системами. – 2010. – Специальный выпуск 30.1 «Сетевые модели в управлении». – С.76−90. – Режим доступа к журналу: http://ubs.mtas.ru/upload/library/UBS30106.pdf.

Поповский В.В. Математические модели телекоммуникационных систем. Часть 1. Математические модели функциональных свойств телекоммуникационных систем [Электронный ресурс] / В.В. Поповский, А.В. Лемешко, О.Ю. Евсеева // Проблеми телекомунікацій. – 2011. – № 2 (4). – С. 3 – 41. – Режим доступа к журналу: http://pt.journal.kh.ua/2011/2/1/112_popovsky_functional.pdf.

Тихонов В.И. Построение тензорной модели асимметричных цифровых потоков в комплексном пространстве [Электронный ресурс] // Проблеми телекомунікацій. – 2011. – № 2 (4). – С. 42 – 53. – Режим доступа к журн.: http://pt.journal.kh.ua/2011/2/1/112_tikhonov_tensor.pdf.

Корн Г. Справочник по математике (для научных работников и инженеров) / Г. Корн, Т. Корн. − М.: Наука, 1973. − 832 с