

1988.- 70 с.

2. Яцик А.В. Водогосподарська екологія: у 4 т., 7 кн. / А.В. Яцик – К.: Генеза, 2004. – Т.3, кн. 5. – 496 с.
3. Титана диоксид пигментный. ТУ У 24.1-05766356-054:2005
4. Жужиков В.А. Фильтрование. Теория и практика разделения суспензий. / В.А. Жужиков – М.:Высшая школа, 1990. - 400 с.
5. Захарко Я.М. Аналіз мікроструктури глинистих мінералів Сумської області / Я.М.Захарко, В.Д.Дудченко, С.Б.Большаніна // Вісник національного університету «Львівська політехніка», № 609, 2008р., С.239-242.

*Исследованы технологические условия фильтрации глинистой суспензии, применяемой при адсорбционной очистке водных ресурсов от общего железа. Приведены характеристики процесса фильтрации, учитывающие природу твердой фазы, гидродинамические характеристики суспензии, влияние сопротивления фильтра и удельного сопротивления слоя осадка на скорость фильтрации.*

*The technological terms of clay suspension filtration which is used in the absorptive purging of water of iron compounds have been examined. Filtration process characteristics, which are influenced by the nature of solid phase, hydrodynamic qualities of suspension, impact of filter resistance and specific resistance of sediment layer on filtration speed are described.*

УДК 514.181.2+514.182.7

**І.В.Павленко**, асистент, Сумський державний університет

**В.В.Павленко**, викладач, машинобудівний коледж Сумського державного університету

**В.М.Петрівний**, к.т.н., ст. викладач, Сумський НАУ

### **ЗАСТОСУВАННЯ МЕТОДУ ПОСЛІДОВНИХ НАБЛИЖЕНЬ ДЛЯ ВИЗНАЧЕННЯ ТОЧОК ПЕРЕТИНУ ПРОСТОРОВОЇ ЛІНІЇ З ПОВЕРХНЕЮ ТІЛА ОБЕРТАННЯ**

*Задачі на знаходження точок перетину просторової кривої з поверхнею займає особливе місце серед задач проєкційного креслення. Для їх розв'язання використовують методи перетворення комплексного креслення та метод поверхонь-посередників. У роботі запропоновано якісно новий спосіб розв'язання задач про визначення точок перетину просторової кривої з поверхнею тіла обертання. Викладено алгоритм реалізації на ЕОМ.*

**Постановка проблеми у загальному вигляді.** Високий рівень розвитку сучасного машинобудування завдячує використанню інноваційних технологій, у тому числі застосуванню систем автоматизованого проектування на основі ЕОМ. Існуючі комп'ютерні програми базуються на тривимірному моделюванні елементів конструкцій і створенню на їх основі проектною документації.

Найбільш складними елементами конструкцій з точки зору проєкційного креслення є лінії перетину і переходу двох і більше тривимірних геометричних образів – поверхонь, їх твірних і

напрямних (рис. 1). Їх побудова відноситься до позиційних задач нарисної геометрії, які розв'язуються шляхом знаходження геометричного місця точок перетину ліній однієї поверхні з іншою поверхнею [1-3].

Задачі на знаходження точок перетину просторової кривої / з поверхнею  $\Phi$  займає особливе місце серед задач проєкційного креслення. Для їх розв'язання використовують переважно методи перетворення комплексного креслення та методи, пов'язані з введенням допоміжних поверхонь-посередників  $\Sigma$  особливого або загального положення (рис. 2) [1].



Рисунок 1. Перетин геометричних образів тривимірної моделі

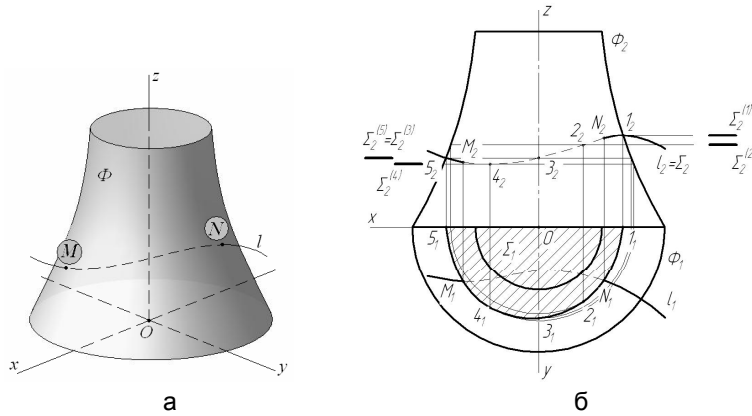


Рисунок 2. Перетин кривої лінії з поверхнею тіла обертання:  
а – аксонометрична проекція; б – комплексне креслення

Головним недоліком існуючих способів є пряма залежність точності побудови контуру  $m$  перерізу поверхонь  $\Phi$  і  $\Sigma$  від кількості точок контуру. Унаслідок цього для побудови проєкцій лінії  $m$  необхідно вводити значну кількість допоміжних точок, що ускладнює поставлену задачу нагромадження додатковими побудовами. Крім того, ділянки лінії  $m$  між допоміжними точками будуються наближено шляхом інтерполяції (рис. 3).

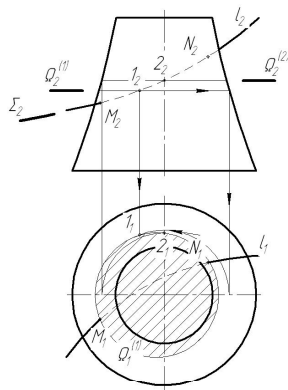


Рисунок 3. Визначення точок перетину просторової кривої з поверхнею тіла обертання методом допоміжної циліндричної поверхні-посередника

#### Аналіз останніх досліджень і публікацій.

Роботи В.Є. Михайленка [1], Є.А. Антоновича [2], В.О. Гордона [3] присвячені визначенню точок

перетину геометричних образів методами ортогонального проєкціювання і перетворення комплексного креслення. Ці методи не надають можливості створення універсальної процедури розв'язання задачі, а містять лише сукупність алгоритмів для розв'язання переважно тривіальних задач.

У роботі А.Д. Посвяньського [4] викладені засади методу косокутного проєкціювання у системі неортогональних площин проєкцій. Його основним недоліком є необґрунтована складність, пов'язана із використанням, переважно, бісекторних площин у декартовій системі координат.

Робота [5] присвячена створенню спрощених методик розв'язання позиційних задач. Її недоліком є вузьке коло застосування.

Недоліки зазначених методів вказують на необхідність пошуку і обґрунтування нового ефективного альтернативного методу, який би суттєво спрощував геометричні побудови, не поступаючись при цьому точністю останніх. Зазначеній проблемі і присвячена ця стаття.

**Формулювання цілей статті (постановка завдання).** Метою роботи є створення, обґрунтування і чисельна реалізація якісно нового способу розв'язання позиційних задач нарисної геометрії, який би мав переваги порівняно з

існуючими методами проєкційного креслення.

Для досягнення поставленої мети сформульовані такі задачі: створити методу застосування методу; запропонувати алгоритм його чисельної реалізації на ЕОМ і визначення перспектив подальшого розвитку.

### Виклад основного матеріалу дослідження.

#### I. Загальні засади методу

Розглянемо загальний випадок задачі про знаходження сімейства  $\{M_1, M_2, \dots, M_N\}$  точок перетину кривої лінії  $l$  з поверхнею  $\Phi$  тіла обертання (рис. 1 а). Кількість  $N$  точок перетину обумовлена алгебраїчним порядком вказаних геометричних образів. Оскільки методи визначення точок перетину інваріантні до кількості останніх, у подальшому будемо розглядати задачу про визначення однієї з таких точок  $M \in \{l \cap \Phi\}$ .

Для викладення суті методу послідовних наближень введемо ортогональну прямолінійну систему координат  $Oxuz$ , у якій вісь  $z$  співпадає з віссю тіла обертання (рис. 4). На початку геометричних побудов вважатимемо, що точка  $M$  знаходиться у площині  $\Sigma$  горизонтального рівня. Положення точки  $M$  визначається як  $M = l \cap \Sigma$ . Також точка  $M$  належить колу  $m$ :  $M \in m$ . За отриманою із застосуванням умови належності точки  $M$  до кола  $m$  горизонтальною проєкцією  $M_1$  [2] уточнюємо положення шуканої точки:  $M = l \cap \Phi$ . Таким чином, довільно обравши положення шуканої точки, шляхом простої ітераційної процедури уточнюємо це положення.

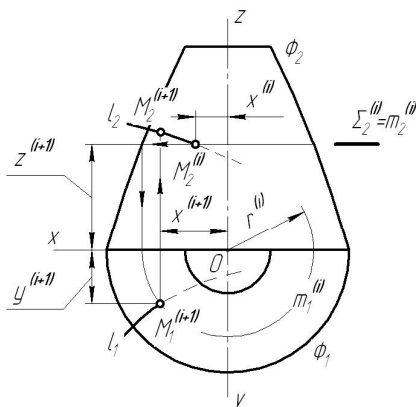


Рисунок 4. Комплексне креслення

Алгоритм методу послідовних наближень у межах однієї ітерації наведений на рис. 5

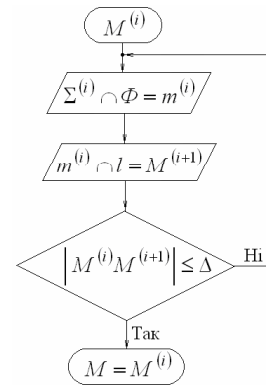


Рис. 5. Блок-схема алгоритму методу послідовних наближень:

$i$  – номер поточної ітерації;  $\Delta$  – кількісний критерій збіжності

Перевагами методу послідовних наближень є:

- а) точність розв'язання задачі контролюється на кожному ітераційному кроці;
- б) відносно невелика кількість геометричних побудов;
- в) достатньо простий алгоритм чисельної реалізації на ЕОМ;
- г) інваріантність алгоритму до типу поверхні тіла обертання.

На рис. 6 а – в представлені задачі про перетин прямої з довільною поверхнею, сферою, тором. Як відомо, ці задачі розв'язуються за допомогою спеціальних методів, а саме заключення прямої у площину особливого чи загального положень або заміни площин проєкцій [1 – 2]. На вказаних рисунках задача також розв'язана за допомогою методу послідовних наближень.

#### II. Алгоритм чисельної реалізації методу на ЕОМ

Будь-яку поверхню  $\Phi$  тіла обертання можна визначити у циліндричній системі координат у такий спосіб:

$$z = f(r), \quad (1)$$

де  $f(r)$  – функція, що визначає твірну поверхні тіла обертання (рис. 7). У таблиці 1 наведені функції  $f(r)$  для різних поверхонь.

Переведемо алгоритм, заданий блок-схемою, представленою на рис. 5, на мову функціонального аналізу. Вираз  $\Sigma^{(i)} \cap \Phi = m^{(i)}$  (рис. 4) задається рівнянням

$$z^{(i)} = f(r^{(i)}), \quad (2)$$

Вираз  $m^{(i)} \cap l = M^{(i)}$  в проєкції на горизонтальну площину проєкцій запишемо у вигляді:

$$\begin{cases} (x^{(i+1)})^2 + (y^{(i+1)})^2 = (r^{(i+1)})^2; \\ \psi_1(x^{(i+1)}, y^{(i+1)}) = 0, \end{cases} \quad (3)$$

де  $\psi_1(x, y)$  – функція, що описує горизонтальну проекцію  $l_1$  просторової кривої  $l$  (рис. 4).

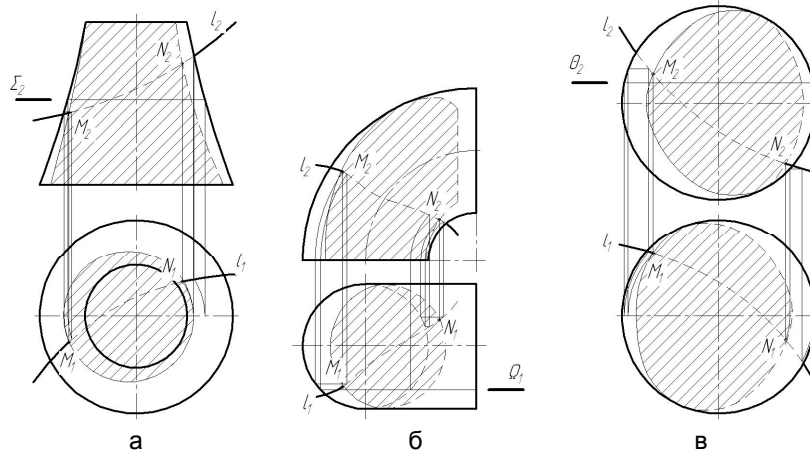


Рис. 6. Способи визначення точок перетину прямої з кривими поверхнями:  
а – конусом; б – сферою; в – тором

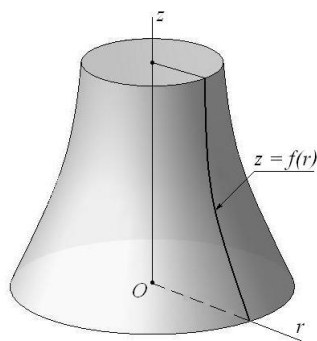
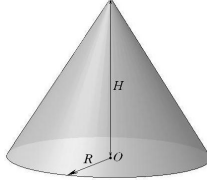
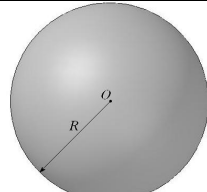
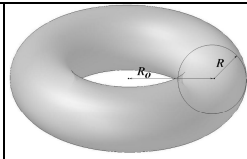


Рисунок 7. Поверхня тіла обертання в циліндричній системі координат

Таблиця 1  
Функції  $f(r)$  для твірних поверхонь тіл обертання

Поверхня	Вигляд і геометричні розміри	Функція $f(r)$
Конус		$H\left(1 - \frac{r}{R}\right)$
Сфера		$\pm \sqrt{R^2 - r^2}$

Тор		$\pm \sqrt{R^2 - (r - R_0)^2}$
-----	---	--------------------------------

Уточнюємо значення координати  $z$  точки  $M$  за допомогою рівняння

$$\psi_2(x^{(i+1)}, z^{(i+1)}) = 0, \quad (4)$$

де  $\psi_2(x, z)$  – функція, що описує фронтальну проекцію  $l_2$  просторової кривої  $l$  (рис. 4).

Таким чином, реалізація методу послідовних наближень на ЕОМ може бути здійснена за допомогою алгоритму, представленого на рис. 8, який містить два модулі, перший з яких залежить лише від форми поверхні  $\Phi$  тіла обертання, другий – обумовлений просторовою кривою  $l$ . На кожному ітераційному кроці перевіряється умова збіжності

$$|z - z_0| \leq \Delta, \quad (5)$$

де  $\Delta$  – кількісний критерій збіжності.

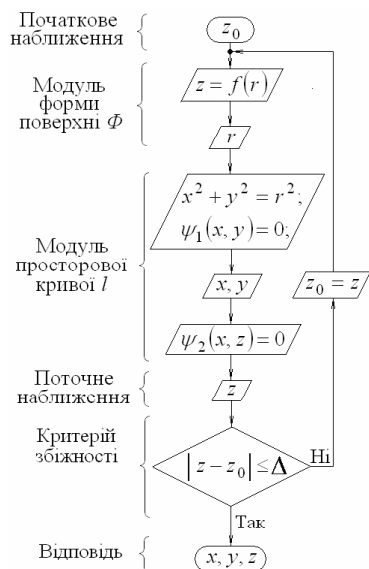


Рисунок 8. Блок-схема алгоритму чисельної реалізації методу послідовних наближень

**Висновки.** Впровадження сучасних технологій проектування потребує, передусім, розв'язання інженерних задач із застосуванням ЕОМ. Тому постає необхідність у складанні відповідних алгоритмів чисельної реалізації задач проекційного креслення, які б відрізнялися

простотою, швидкою збіжністю, здатністю контролювати похибки побудов.

1. У роботі запропоновано якісно новий метод розв'язання позиційних задач нарисної геометрії. Він має ряд переваг порівняно з існуючими методами проекційного креслення.

2. Запропонований метод послідовних наближень при розв'язанні задач на перетин просторової кривої з поверхнею тіла обертання відповідає вищезазначеним вимогам і має ряд переваг порівняно з існуючими методами перетворення комплексного креслення і застосування поверхонь-посередників. Його чисельна реалізація відрізняється простим алгоритмом з відносно швидкою збіжністю, а точність контролюється на кожному ітераційному кроці геометричних побудов.

3. Викладений матеріал дослідження у подальшому дозволить створити альтернативну методичку визначення кривих ліній перетину бічних поверхонь просторових об'єктів.

#### Література

1. Михайленко В.Є. Інженерна та комп'ютерна графіка: підручник для студентів ВЗО / В.Є. Михайленко, В.В. Ванін, С.М. Ковальов / За ред. В.Є Михайленка.– 3-є видання.– К.: Каравела, 2003.– 340 с.
2. Антонович Є.А. Нарисна геометрія: практикум / Є.А. Антонович, Я.В. Васишин, О.В. Фольта та ін. / За ред. Є.А. Антоновича.– Львів: Світ, 2004.– 528 с.
3. Гордон В.О. Курс начертательной геометрии: учебное пособие / В.О. Гордон, М.А. Семенов-Огиевский / Под ред. Ю.Б. Иванова.– 23-е изд., перераб.– М.: Наука, 1988.– 272 с.
4. Посвянский А.Д. Краткий курс начертательной геометрии: учебник для втузов / А.Д. Посвянский.– М.: Высшая школа, 1970.– 240 с.
5. Павленко І.В. Альтернативні способи розв'язання задач нарисної геометрії / І.В.Павленко, В.В.Павленко // Матеріали науково-технічної конференції викладачів, співробітників, аспірантів і студентів факультету технічних систем та енергоефективних технологій.– Ч.2.– Суми: СумДУ.– 2011.

*Задачи на нахождение точек пересечения пространственной кривой с поверхностью занимает особое место среди задач проекционного. Для их решения используют методы преобразования комплексного чертежа и метод поверхностей-посредников. В работе предложен качественно новый способ решения задач об определении точек пересечения пространственной кривой с поверхностью тела вращения. Изложен алгоритм реализации на ЭВМ.*

*Problem of finding of intersections a curve with a surface are occupied the special place among the problems of descriptive geometry. For their decision the methods of transformation and surfaces-mediators are used. In this paper the new method for determination of the points of the space curve with the figure of revolution intersection is offered. The algorithm of the numeral realization of this method is stated.*