

РАСЧЕТ ТЕПЛООБМЕНА ПРИ ТЕЧЕНИИ НЕНЬЮТОНОВСКИХ МАТЕРИАЛОВ

Э. В. Белецкий, канд. техн. наук;

Ю. А. Толчинский, канд. техн. наук,*

Харьковский торгово-экономический институт Киевского национального торгово-экономического университета, г. Харьков, Украина;

**Национальный технический университет «ХПИ», г. Харьков, Украина*

Приводится методика расчета теплообмена в каналах и тепловом генераторе при течении неньютоновских жидкостей. Составлены уравнения теплообмена, приведены уравнения определения коэффициентов теплопередачи.

Ключевые слова: бингамовская жидкость, обобщенно-сдвиговая жидкость, тепловой резервуар, продольно-поперечное течение.

ВВЕДЕНИЕ

Тепловые процессы являются наиболее распространенными в пищевых технологиях. Теплообмену ньютоновских жидкостей посвящено много научных работ. Теплообмен неньютоновских жидкостей изучен значительно меньше. До настоящего времени опубликовано сравнительно небольшое количество работ по теплообмену при течении неньютоновских жидкостей [1]. Интенсивность теплообмена в большой степени зависит от гидродинамических режимов движения жидкости. Как правило, учитывая высокую вязкость неньютоновских жидкостей, течение происходит в ламинарном режиме, реже - в переходном. Создание турбулентного режима движения хотя и желательное, но трудно организуемое в связи с большими затратами энергии. Неизотермические условия протекания процессов встречаются гораздо чаще, чем изотермические. Подвод и отвод тепловых потоков к теплопередающей поверхности осуществляются различными способами. Процесс передачи тепла при течении жидкости осуществляется за счет теплопроводности и конвекции. Тепловые процессы, в которых обменивающимися средами являются ньютоновские материалы, достаточно хорошо изучены и описываются известными формулами [2].

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

В настоящей статье предлагается методика составления уравнений теплообмена и определения коэффициентов теплопередачи для неньютоновских жидкостей.

РЕЗУЛЬТАТЫ

В предыдущих работах были решены некоторые задачи течения неньютоновской жидкости в каналах [3]. Рассматривались жидкости двух классов: бингамовские жидкости и обобщенно-сдвиговые. Частным случаем последней является степенная жидкость [4]. Теплообмен в каналах с окружающей средой рассматривается в двух случаях. В первом случае внешняя среда считается бесконечным тепловым резервуаром с заданной температурой. Во втором случае роль внешней среды выполняет канал, в котором движется теплоноситель. Во втором случае температура этого теплоносителя не может считаться заданной; она изменяется вдоль длины канала. В уравнениях теплообмена имеются конвективные слагаемые и слагаемые с теплопроводностью. Как показано в предыдущих работах, теплообмен в канале с неньютоновской жидкостью происходит при малых значениях числа Пекле, несмотря на то, что и

бингамовская, и обобщенно-сдвиговая жидкости имеют большую вязкость. Движение теплоносителя в канале считается инерционным и тоже соответствует малым значениям числа Пекле. Таким образом, в гидродинамическом аспекте неньютоновские жидкости и теплоноситель движутся в разных режимах, а в тепловом аспекте – в одном. Схема теплообмена для течения бингамовской жидкости в канале, погруженном в тепловой резервуар, изображена на рис. 1 а и б. Схема теплообмена обобщенно-сдвиговой жидкости в канале, погруженном в тепловой резервуар, изображена на рис. 2 а, б.

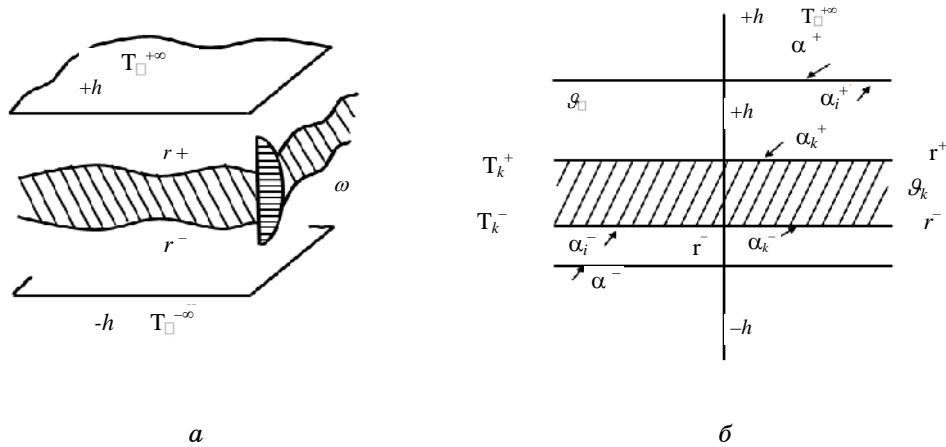


Рисунок 1 – Бингамовская жидкость: вид в объемном размере (а), схема течения и характеристик теплообмена с тепловым резервуаром (б)

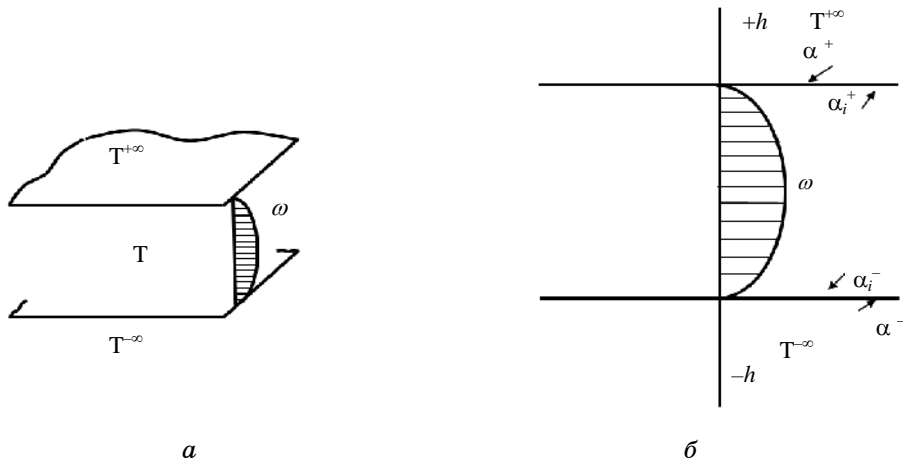


Рисунок 2 – Обобщенно-сдвиговая жидкость: вид в объемном размере (а), схема течения и характеристики теплообмена с тепловым резервуаром (б)

Для случая взаимодействия неньютоновской жидкости в канале с теплоносителем в другом канале изображения представлены на рис. 3, рис. 4 а и б, рис. 5 а и б.

Из рис. 3 следует, что рассматривается общий случай - такой, что канал с теплоносителем навит под углом на канал с неньютоновской жидкостью. В силу этого обстоятельства при описании следует вводить

Рисунок 5 – Обобщенно-сдвиговая жидкость: вид в объемном разрезе прямого и обвертывающего каналов (а), схема течения и характеристики теплообмена с обвертывающим каналом (б)

Если угол подъема обвертывающего канала равен нулю, то это означает, что оба канала взаимодействуют в теплообмене по способу прямого или противотока. Если же угол подъема обвертывающего канала равен $\pi/2$, то оба канала взаимодействуют по способу перекрестного тока. При описании теплообмена с обобщенно-сдвиговой жидкостью следует использовать четыре коэффициента теплоотдачи (см. рис. 2б) для теплового резервуара и восемь коэффициентов теплоотдачи для обвертывающего канала с теплоносителем (см. рис. 5б). При описании теплообмена с бингамовской жидкостью следует использовать шесть коэффициентов теплоотдачи для теплового резервуара и десять коэффициентов теплоотдачи для обвертывающего канала с теплоносителем (см. рис. 1 б и 4 б). При теплообмене в ядре бингамовской жидкости тепло переносится по механизму теплопроводности [5].

Для теплообмена бингамовской жидкости в канале со стенкой с заданной температурой выполняются такие уравнения:

$$\begin{aligned} \dot{V}^+ \rho c_p \frac{dT^+}{dz} &= \dot{e}^+ s^+ + \alpha_i^+ (T_h^+ - T^+) p^+ + \alpha_k^+ (T^+ - T_k^+) p_k^+, \\ \dot{V}^- \rho c_p \frac{dT^-}{dz} &= \dot{e}^- s^- + \alpha_i^- (T_h^- - T^-) p^- + \alpha_k^- (T^- - T_k^-) p_k^-, \end{aligned} \quad (1)$$

$$\frac{\partial^2 T_k}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T_k}{\partial z^2} = 0; \quad -\lambda_k \left. \frac{\partial T_k}{\partial y} \right|_{\Gamma^\pm} = \alpha_k^\pm (T_\Gamma - T^\pm) \Big|_{\Gamma^\pm},$$

где \dot{V}^\pm – расходы течения текучей части выше и ниже ядра течения, $\text{м}^3/\text{с}$; ρ – плотность бингамовской жидкости, $\text{кг}/\text{м}^3$; c_p – теплоемкость

α_i^\pm – коэффициент теплоотдачи от теплоносителя к жидкости, $\text{Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К})$; α_k^\pm – коэффициент теплоотдачи от жидкости к теплоносителю, $\text{Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К})$; T_h^\pm – температура теплоносителя, К ; T^\pm – температура жидкости, К ; T_k^\pm – температура теплоносителя, К ; p^\pm – коэффициент теплоотдачи от теплоносителя к жидкости, $\text{Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К})$; p_k^\pm – коэффициент теплоотдачи от жидкости к теплоносителю, $\text{Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К})$; \dot{e}^\pm – расход течения текучей части выше и ниже ядра течения, $\text{м}^3/\text{с}$; s^\pm – расход течения обвертывающего канала, $\text{м}^3/\text{с}$; λ_k – коэффициент теплопроводности, $\text{Вт}/(\text{м} \cdot \text{К})$; T_Γ – температура стенки, К ; Γ^\pm – поверхность теплообмена, м^2 .

$$\begin{aligned} \dot{V}^+ \rho c_p \frac{dT^+}{dz} &= \dot{e}^+ s^+ + K^+ (T^{+\infty} - T^+) p^+ + K_k^+ (T^+ - T_k^+) p_k^+, \\ \dot{V}^- \rho c_p \frac{dT^-}{dz} &= \dot{e}^- s^- + K^- (T^{-\infty} - T^-) p^- + K_k^- (T^- - T_k^-) p_k^-, \end{aligned} \quad (2)$$

$$\frac{\partial^2 T_k}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T_k}{\partial z^2} = 0; \quad -\lambda_k \frac{\partial T_k}{\partial y} \Big|_{\Gamma^\pm} = \alpha_k^\pm (T_\Gamma - T^\pm) \Big|_{\Gamma^\pm},$$

$$K^\pm - \dots$$

$$/ \dots ; K_k^\pm - \dots / 2. \dots$$

$$\dot{V} \rho c_p \frac{dT}{dz} = \dot{e}s + \alpha_i^+ (T_h^+ - T) p^+ + \alpha_i^+ (T_h^- - T) p^-, \quad (3)$$

$$(1) \quad (2),$$

$$\dot{V} \rho c_p \frac{dT}{dz} = \dot{e}s + K^+ (T^{+\infty} - T) p^+ + K^- (T^{-\infty} - T) p^-. \quad (4)$$

6 - . 6 -

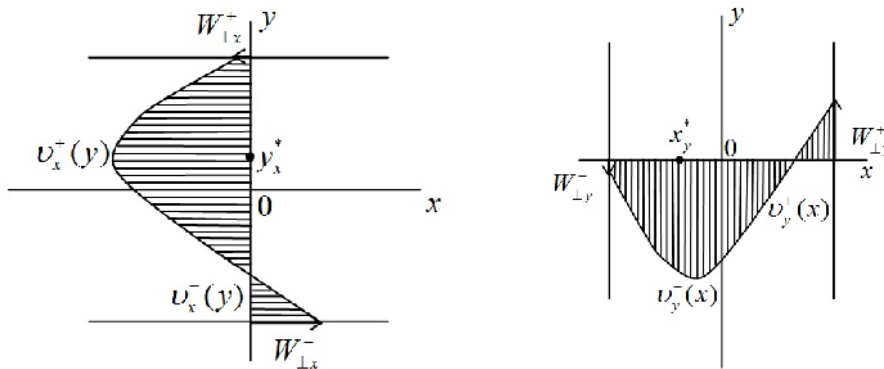


Рисунок 6 – Поперечное течение в плоском канале: для чисто продольного течения (а); для продольно-поперечного течения (б)

:

$$\begin{aligned}
 \dot{V}_y^+ \rho c_p \frac{dT_y^+}{dz} &= \dot{e}_y^+ s_y^+ + \alpha_{iy}^+ (T_{hy}^+ - T_y^+) p_y^+ + \alpha_{ky}^+ (T_y^+ - T_{k\Gamma}^+) p_{ky}^+, \\
 \dot{V}_y^- \rho c_p \frac{dT_y^-}{dz} &= \dot{e}_y^- s_y^- + \alpha_{iy}^- (T_{hy}^- - T_y^-) p_y^- + \alpha_{ky}^- (T_y^- - T_{k\Gamma}^-) p_{ky}^-, \\
 \dot{V}_x^+ \rho c_p \frac{dT_x^+}{dz} &= \dot{e}_x^+ s_x^+ + \alpha_{ix}^+ (T_{hx}^+ - T_x^+) p_x^+ + \alpha_{kx}^+ (T_x^+ - T_{k\Gamma}^+) p_{kx}^+, \\
 \dot{V}_x^- \rho c_p \frac{dT_x^-}{dz} &= \dot{e}_x^- s_x^- + \alpha_{ix}^- (T_{hx}^- - T_x^-) p_x^- + \alpha_{kx}^- (T_x^- - T_{k\Gamma}^-) p_{kx}^-, \\
 \frac{\partial^2 T_k}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T_k}{\partial z^2} &= 0; \quad -\lambda_k \frac{\partial T_k}{\partial y} \Big|_{\Gamma_y^\pm} = \alpha_{ky}^\pm (T_{ky}^\pm - T_y^\pm) \Big|_{\Gamma_y^\pm}, \\
 \frac{\partial^2 T_k}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T_k}{\partial z^2} &= 0; \quad -\lambda_k \frac{\partial T_k}{\partial x} \Big|_{\Gamma_x^\pm} = \alpha_{kx}^\pm (T_{kx}^\pm - T_x^\pm) \Big|_{\Gamma_x^\pm}.
 \end{aligned} \tag{5}$$

:

$$\begin{aligned}
 \dot{V}_y^+ \rho c_p \frac{dT_y^+}{dz} &= \dot{e}_y^+ s_y^+ + K_y^+ (T_y^{+\infty} - T_y^+) p_y^+ + K_{ky}^+ (T_y^+ - T_{ky}^+) p_{ky}^+, \\
 \dot{V}_y^- \rho c_p \frac{dT_y^-}{dz} &= \dot{e}_y^- s_y^- + K_y^- (T_y^{-\infty} - T_y^-) p_y^- + K_{ky}^- (T_y^- - T_{ky}^-) p_{ky}^-, \\
 \dot{V}_x^+ \rho c_p \frac{dT_x^+}{dz} &= \dot{e}_x^+ s_x^+ + K_x^+ (T_x^{+\infty} - T_x^+) p_x^+ + K_{kx}^+ (T_x^+ - T_{kx}^+) p_{kx}^+, \\
 \dot{V}_x^- \rho c_p \frac{dT_x^-}{dz} &= \dot{e}_x^- s_x^- + K_x^- (T_x^{-\infty} - T_x^-) p_x^- + K_{kx}^- (T_x^- - T_{kx}^-) p_{kx}^-, \\
 \frac{\partial^2 T_k}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T_k}{\partial z^2} &= 0; \quad -\lambda_k \frac{\partial T_k}{\partial y} \Big|_{\Gamma_y^\pm} = \alpha_{ky}^\pm (T_{ky}^\pm - T_y^\pm) \Big|_{\Gamma_y^\pm}, \\
 \frac{\partial^2 T_k}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T_k}{\partial z^2} &= 0; \quad -\lambda_k \frac{\partial T_k}{\partial x} \Big|_{\Gamma_x^\pm} = \alpha_{kx}^\pm (T_{kx}^\pm - T_x^\pm) \Big|_{\Gamma_x^\pm}.
 \end{aligned} \tag{6}$$

:

$$\begin{aligned}
 \dot{V}_y^+ \rho c_p \frac{dT_y^+}{dz} &= \dot{e}_y^+ s_y^+ + \alpha_{iy}^+ (T_h^+ - T_y^+) p_y^+, \\
 \dot{V}_y^- \rho c_p \frac{dT_y^-}{dz} &= \dot{e}_y^- s_y^- + \alpha_{iy}^- (T_h^- - T_y^-) p_y^-, \\
 \dot{V}_x^+ \rho c_p \frac{dT_x^+}{dz} &= \dot{e}_x^+ s_x^+ + \alpha_{ix}^+ (T_a^+ - T_x^+) p_x^+,
 \end{aligned} \tag{7}$$

$$\dot{V}_x^- \rho c_p \frac{dT_x^-}{dz} = \dot{e}_x^- s_x^- + \alpha_{ix}^- (T_a^- - T_x^-) p_x^- .$$

(7)

$$\dot{V}_y^+ \rho c_p \frac{dT_y^+}{dz} = \dot{e}_y^+ s_y^+ + K_y^+ (T_y^{+\infty} - T_y^+) p_y^+ ,$$

$$\dot{V}_y^- \rho c_p \frac{dT_y^-}{dz} = \dot{e}_y^- s_y^- + K_y^- (T_y^{-\infty} - T_y^-) p_y^- ,$$

$$\dot{V}_x^+ \rho c_p \frac{dT_x^+}{dz} = \dot{e}_x^+ s_x^+ + K_x^+ (T_x^{+\infty} - T_x^+) p_x^+ ,$$

(8)

$$\dot{V}_x^- \rho c_p \frac{dT_x^-}{dz} = \dot{e}_x^- s_x^- + K_x^- (T_x^{-\infty} - T_x^-) p_x^- .$$

(2), (4), (6), (8)

$$\dot{V}_e^+ \rho_e c_{pe} \frac{dT_e^+}{dz_e} = K^+ (T_e^+ - T^+) p^+ + K_e^+ (T_e^+ - T_{ee}^+) p_{ee}^+ ,$$

(9)

$$\dot{V}_e^- \rho_e c_{pe} \frac{dT_e^-}{dz_e} = K^- (T_e^- - T^-) p^- + K_e^- (T_e^- - T_{ee}^-) p_{ee}^- .$$

T_e^\pm

«ee»

T_e^\pm

(9)

T^\pm

x y.

z z_e

T_e^\pm

$T_e(z_1)$,

z₁.

[6].

z z_e.

$$z_e = z\sqrt{1 + tg^2\varphi}. \quad (10)$$

z_e .

z_e .

T_e , z_{ei} , T_e

[7]:

$$\begin{aligned} z_{e1} &= \xi z; \quad z_{e2} = \xi z + \left(\frac{a+h}{2} + \delta\right)\sqrt{1-\xi^2}; \\ z_{e3} &= \xi z + \left(\frac{2a+2h}{2} + 2\delta\right)\sqrt{1-\xi^2}; \\ z_{e4} &= \xi z + \left(\frac{3a+3h}{2} + 3\delta\right)\sqrt{1-\xi^2}; \end{aligned} \quad (11)$$

$$\xi \equiv 1 + tg^2\varphi,$$

$a, h,$ –

$$\dot{V} \rho c_p \frac{dT}{dz} = \dot{e}s + K_1(T_1^\infty - T)a + K_2(T_2^\infty - T)h + K_3(T_3^\infty - T)a + K_4(T_4^\infty - T)h,$$

$$\begin{aligned} \dot{V}_e \rho_e c_{pe} \frac{dT_y^+}{dz} &= -K_1(T_1^\infty - T)a - K_2(T_2^\infty - T)h - K_3(T_3^\infty - T)a - K_4(T_4^\infty - T)h - \\ &- K_{e1}(T_1^\infty - T_{1ee})(a + 2\delta) - K_{e2}(T_2^\infty - T_{2ee})(h + 2\delta) - K_{e3}(T_3^\infty - T_{3ee})(a + 2\delta) - \\ &- K_{e4}(T_4^\infty - T_{4ee})(h + 2\delta), \end{aligned} \quad (12)$$

$$K_i \equiv K_i(z_{ei}), \quad K_{ie} = K_{ie}(z_{ei}); \quad T_i^\infty = T_i^\infty(z_{ei}),$$

T_{1ee} –

(12)

(1) -(9).

[8].

[9, 10].

$$K^{\pm} = \frac{1}{\frac{\delta_e}{\lambda_e} + \frac{1}{\alpha_i^{\pm}} + \frac{1}{\alpha_e^{\pm}}}; \quad K_k^{\pm} = \frac{1}{\frac{\Gamma^{\pm}}{\lambda_k} + \frac{1}{\alpha_k^{\pm}}}; \quad (13)$$

$$K_y^{\pm} = \frac{1}{\frac{\delta_e}{\lambda_e} + \frac{1}{\alpha_{iy}^{\pm}} + \frac{1}{\alpha_{ey}^{\pm}}}; \quad K_x^{\pm} = \frac{1}{\frac{\delta_e}{\lambda_e} + \frac{1}{\alpha_{ix}^{\pm}} + \frac{1}{\alpha_{ex}^{\pm}}}; \quad (14)$$

$$K_{ky}^{\pm} = \frac{1}{\frac{\Gamma_y^{\pm}}{\lambda_k} + \frac{1}{\alpha_{ky}^{\pm}}}; \quad K_{kx}^{\pm} = \frac{1}{\frac{\Gamma_x^{\pm}}{\lambda_k} + \frac{1}{\alpha_{kx}^{\pm}}}; \quad (15)$$

$$K_e^{\pm} = \frac{1}{\frac{\delta_{ee}}{\lambda_{ee}} + \frac{1}{\alpha_e^{\pm}} + \frac{1}{\alpha_{ee}^{\pm}}};$$

$$K_{ey}^{\pm} = \frac{1}{\frac{\delta_{ee}}{\lambda_{ee}} + \frac{1}{\alpha_{ey}^{\pm}} + \frac{1}{\alpha_{eeey}^{\pm}}};$$

$$K_{ex}^{\pm} = \frac{1}{\frac{\delta_{ee}}{\lambda_{ee}} + \frac{1}{\alpha_{ex}^{\pm}} + \frac{1}{\alpha_{eeex}^{\pm}}}. \quad (16)$$

«k».

$$z_{ei} \cdot \quad (13) - (16) \quad e$$

ee -

; e ee -

/ ... [11].

(1) -(9)

SUMMARY

CALCULATION OF HEAT TRANSFER IN FLOW OF NON-NEWTONIAN MATERIALS

Beletsky E. V., Tolchinskiy Y. A*.

*Kharkiv Institute of Trade and Economics of Kyiv National University of Trade and Economics,
Kharkiv, Ukraine;*

**Kharkiv National Technical University, Kharkiv, Ukraine*

The work deals with calculation methods for heat exchange in ducts and heat generators for non-Newtonian fluid flows. It presents heat exchange equations and equations for determining heat exchange coefficients.

Key words: *Bingham fluid, generalized shear rigidity, heat reservoir, transverse-longitudinal flow.*

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Beletsky E. V., Tolchinskiy Y. A. // *Journal of Heat Treatment*, 2009. – 448.
2. Beletsky E. V., Tolchinskiy Y. A. // *Journal of Heat Treatment*, 2002. – 383.
3. Beletsky E. V., Tolchinskiy Y. A. // *Journal of Heat Treatment*, 2010. – 211.
4. Beletsky E. V., Tolchinskiy Y. A. // *Journal of Heat Treatment*, 2011. – 288.
5. Beletsky E. V., Tolchinskiy Y. A. // *Journal of Heat Treatment*, 1974. – 156.
6. Beletsky E. V., Tolchinskiy Y. A. // *Journal of Heat Treatment*, 1978. – 632.
7. Beletsky E. V., Tolchinskiy Y. A. // *Journal of Heat Treatment*, 1962. – 432.
8. Beletsky E. V., Tolchinskiy Y. A. // *Journal of Heat Treatment*, 1988. – 304.
9. Beletsky E. V., Tolchinskiy Y. A. // *Journal of Heat Treatment*, 2001. – 559.
10. Beletsky E. V., Tolchinskiy Y. A. // *Journal of Heat Treatment*, 1975. – 229.
11. Beletsky E. V., Tolchinskiy Y. A. // *Journal of Heat Treatment*, 1964. – 216.

Поступила в редакцію 5 мая 2012 г.