

Министерство образования и науки, молодежи и спорта Украины
Сумский государственный университет

На правах рукописи

Лысенко Александр Владимирович

УДК 621.373

**МУЛЬТИГАРМОНИЧЕСКИЕ ПРОЦЕССЫ В
СУПЕРГЕТЕРОДИННЫХ ЛАЗЕРАХ НА СВОБОДНЫХ ЭЛЕКТРОНАХ**

01.04.01 – физика приборов, элементов и систем

ДИССЕРТАЦИЯ

на соискание ученой степени

доктора физико-математических наук

Научный консультант

Кулиш Виктор Васильевич,

заслуженный деятель науки и техники
Украины,

доктор физико-математических наук,
профессор

Сумы – 2012

СОДЕРЖАНИЕ

СПИСОК УСЛОВНЫХ ОБОЗНАЧЕНИЙ.....	6
ВВЕДЕНИЕ	7
РАЗДЕЛ 1 ПАРАМЕТРИЧЕСКИ-РЕЗОНАНСНЫЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ В СУПЕРГЕТЕРОДИННЫХ ЛАЗЕРАХ НА СВОБОДНЫХ ЭЛЕКТРОНАХ (ОБЗОР ЛИТЕРАТУРЫ).....	
1.1. Эффект супергетеродинного усиления	16
1.2. Двухпотоковые СЛСЭ.....	20
1.3. Плазменно-пучковые СЛСЭ	35
1.4. Параметрические электронно-волновые СЛСЭ	38
1.5. Особенности мультигармонических процессов в СЛСЭ	41
1.6. Теоретические подходы, используемые в теории сильноточных ЛСЭ	46
1.7. Метод усредненных характеристик	49
1.8. Выводы к разделу 1	60
РАЗДЕЛ 2 ПРИНЦИПЫ ФОРМИРОВАНИЯ КЛАСТЕРОВ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН И ОБЩАЯ ИДЕОЛОГИЯ ПРОЕКТИРОВАНИЯ МУЛЬТИГАРМОНИЧЕСКИХ ЛАЗЕРОВ НА СВОБОДНЫХ ЭЛЕКТРОНАХ	
2.1. Ультракороткие импульсы и ультракороткие кластеры	62
2.2. Идея и принцип формирования кластеров электромагнитного поля	65
2.3. Мультигармонические супергетеродинные ЛСЭ.....	69
2.3.1. Мультигармонические лазеры на свободных электронах	69
2.3.2. Мультигармонические двухпотоковые СЛСЭ	72
2.3.3. Секция модуляции электронного пучка	77
2.3.4. Пролетные секции.....	80
2.3.5. Системы накачки оконечной секции мультигармонического ЛСЭ	83

2.4. Исходные уравнения для описания мультигармонических процессов в СЛСЭ.....	85
2.4.1. О теоретических моделях	85
2.4.2. Модель электронного пучка	88
2.4.3. Исходные уравнения.....	91
2.5. Модернизация метода усредненных характеристик для задач анализа мультигармонических процессов в СЛСЭ	93
2.5.1. Общие замечания	93
2.5.2. Случай одной быстрой фазы	95
2.5.3. Случай нескольких быстрых фаз	97
2.6. Выводы к разделу 2.....	100
РАЗДЕЛ 3 НЕЛИНЕЙНЫЕ МУЛЬТИГАРМОНИЧЕСКИЕ ПРОЦЕССЫ	
В ДВУХПОТОВОМ ЭЛЕКТРОННОМ ПУЧКЕ	102
3.1. Модель	103
3.2. Типы трехволновых параметрических резонансных взаимодействий	105
3.3. Множественные параметрические резонансы.....	116
3.4. Кубически-нелинейные уравнения для комплексных амплитуд волн, участвующих в трехволновых параметрических резонансах	121
3.5. Слабосигнальный анализ трехволновых параметрических резонансов	129
3.5.1. Классификация трехволновых процессов в двухпоточковом электронном пучке.....	129
3.5.2. Инкременты нарастания	136
3.6. Формирование волн ВПЗ с широким мультигармоническим спектром	140
3.7. Выводы к разделу 3.....	155

РАЗДЕЛ 4 ФОРМИРОВАНИЕ УЛЬТРАКОРОТКИХ КЛАСТЕРОВ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПОЛЯ МУЛЬТИГАРМОНИЧЕСКИМИ ДВУХПОТОКОВЫМИ СУПЕРГЕТЕРОДИННЫМИ ЛАЗЕРАМИ НА СВОБОДНЫХ ЭЛЕКТРОНАХ	157
4.1. Множественные резонансные взаимодействия волн в мультigarмоническом ДСЛСЭ	157
4.2. Система кубически-нелинейных уравнений для комплексных амплитуд волн	163
4.3. Влияние высших гармоник на динамику волн в ДСЛСЭ в режиме максимального усиления	170
4.4. Особенности формирования ультракоротких кластеров электромагнитного поля	173
4.5. Формирование кластеров электромагнитного поля в ДСЛСЭ с монохроматическим входным сигналом.....	176
4.6. Формирование кластеров электромагнитного поля в ДСЛСЭ с мультigarмоническим входным сигналом	181
4.7. Выводы к разделу 4.....	184
РАЗДЕЛ 5 ПАРАМЕТРИЧЕСКИ-РЕЗОНАНСНЫЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ В ЭЛЕКТРОННО-ВОЛНОВЫХ СУПЕРГЕТЕРОДИННЫХ ЛСЭ.....	186
5.1. Модель параметрического электронно-волнового СЛСЭ	186
5.2. Самосогласованная система кубически-нелинейных уравнений для комплексных амплитуд взаимодействующих волн	190
5.3. Режимы работы параметрических электронно-волновых СЛСЭ	197
5.4. Нелинейная динамика параметрических резонансных взаимодействий	208
5.5. Выводы к разделу 5	212
РАЗДЕЛ 6 МУЛЬТИГАРМОНИЧЕСКИЕ ПРОЦЕССЫ В ПЛАЗМЕННО-ПУЧКОВЫХ СЛСЭ ДОПЛЕРТРОННОГО ТИПА	214
6.1. Модель плазменно-пучкового СЛСЭ доплертронного типа	214

6.2. Система кубически-нелинейных укороченных уравнений для комплексных амплитуд волн	216
6.3. Анализ процессов взаимодействия волн в слабосигнальном приближении	227
6.4. Уровни и механизмы насыщения в плазменно-пучковом СЛСЭ доплерotronного типа.....	236
6.5. Выводы к разделу 6.....	242
РАЗДЕЛ 7 МУЛЬТИГАРМОНИЧЕСКИЕ ПРОЦЕССЫ В ПЛАЗМЕННО-ПУЧКОВЫХ СЛСЭ С Н-УБИТРОННОЙ НАКАЧКОЙ.....	244
7.1. Модель плазменно-пучкового СЛСЭ Н-убитронного типа.....	244
7.2. Кубически-нелинейные укороченные уравнения для комплексных амплитуд взаимодействующих волн.....	246
7.3. Мультигармонические и монохроматические взаимодействия в ППСЛСЭ Н-убитронного типа	252
7.4. Мультигармонические взаимодействия в слабосигнальном приближении	257
7.5. Анализ уровней и механизмов насыщения.....	260
7.6. Выводы к разделу 7.....	265
ВЫВОДЫ	214
БЛАГОДАРНОСТИ	270
СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ	271

СПИСОК УСЛОВНЫХ ОБОЗНАЧЕНИЙ

ВПЗ	– волна пространственного заряда;
ДСЛСЭ	– двухпотоковый супергетеродинный лазер на свободных электронах;
$k.c.$	– комплексно-сопряженная величина;
ЛСЭ	– лазер на свободных электронах;
мм-ИК	– миллиметровый-инфракрасный;
мм-субмм	– миллиметровый-субмиллиметровый;
ППСЛСЭ	– плазменно-пучковый супергетеродинный лазер на свободных электронах;
РЭП	– релятивистский электронный пучок;
СВЧ	– сверхвысокая частота;
СЛСЭ	– супергетеродинный лазер на свободных электронах;
c	– скорость света;
e	– заряд электрона;
$\mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y, \mathbf{e}_z$	– орты осей X, Y, Z соответственно;
i	– мнимая единица;
m_e	– масса электрона;
γ	– релятивистский фактор.

ВВЕДЕНИЕ

Актуальность темы

После того как первые конструкции лазеров на свободных электронах (ЛСЭ) как с накачкой поперечным реверсивным магнитным полем [1], так и мощной относительно низкочастотной электромагнитной волной [2] были успешно экспериментально реализованы [3–6], эти устройства привлекают пристальное внимание исследователей. Интерес к ним вызван, прежде всего, таким их свойством как возможностью генерации мощного когерентного электромагнитного излучения во всем непрерывном диапазоне частот от миллиметровых до рентгеновских волн [7–13].

Среди различных типов ЛСЭ следует выделить супергетеродинные лазеры на свободных электронах (СЛСЭ) [13–29]. Особенностью СЛСЭ является то, что в них используют дополнительный механизм усиления продольных волн. Благодаря этому при равных с традиционными ЛСЭ параметрах системы (таких как сила тока, энергия пучка, амплитуда поля накачки и др.) одинаковое усиление волны сигнала достигается в СЛСЭ при существенно меньших длинах системы. В качестве дополнительных механизмов усиления в СЛСЭ используют пучковые неустойчивости, например, двухпотоковую, плазменно-пучковую. Известно, что такие неустойчивости способны обеспечить исключительно высокие уровни усиления пучковых волн. Именно поэтому СЛСЭ, построенные на такой технологической базе, характеризуются столь высокими усилительными свойствами.

Отметим, что пучковые волны, нарастающие за счет вышеупомянутых электронно-волновых неустойчивостей, характеризуются линейными дисперсионными зависимостями. Поэтому между гармониками таких волн возможно выполнение условий трехволнового параметрического резонанса. Последнее обстоятельство резко усложняет общую нелинейную динамику волн данного класса систем. Прежде всего, потому, что вышеуказанная

особенность законов дисперсии волн в конечном итоге приводит к одновременному возбуждению многих гармоник. Как следствие, в СЛСЭ оказываются возможными режимы взаимодействия, при реализации которых имеет место возбуждение десятков и более высших гармоник с соизмеримыми амплитудами. Следует отметить, что до начала исследований автора в данном направлении, общая нелинейная картина таких процессов не была ясной во многих отношениях. Объяснения наблюдаемых физических процессов могли быть получены только в рамках нелинейной теории множественных параметрических резонансов.

При разработке такой теории одним из наиболее осложняющих обстоятельств являлось то, что в некоторых конфигурациях систем амплитуды гармоник волн не просто были соизмеримыми, но высшие по частоте гармоники превосходили амплитуды низших. Как показано в работе, основной механизм генерации высших гармоник в таких ситуациях связан с реализацией эффекта множественных параметрических резонансов. Последние возникают в случаях, когда каждая гармоника (например, из нескольких десятков) участвует в трехволновом параметрическом резонансе с двумя другими этого же пакета гармоник. Такого рода нелинейные физико-математические задачи относятся к одним из наиболее сложных в электродинамике плазменноподобных систем. Поэтому проблема нелинейной теории множественных параметрических резонансов оставалась нерешенной до начала работ автора.

Характеризуя данное научное направление в целом, можно сказать, что физика мультигармонических процессов, протекающих в сильноточных, в том числе, и супергетеродинных лазерах на свободных электронах, является новой, многообещающей областью исследований. Наиболее яркой иллюстрацией этого служат мультигармонические СЛСЭ, которые способны формировать мощные ультракороткие электромагнитные кластеры. В работе показано, что путем придания специальной формы спектра выходного сигнала мультигармонического СЛСЭ, возможна

генерация не только обычных импульсов, но и интенсивных ультракоротких кластеров электромагнитного поля. Такие ультракороткие электромагнитные кластеры, как и ультракороткие импульсы, могут иметь широкое практическое применение для ряда фундаментальных и прикладных исследований в области физики, химии, биологии, медицины [30–32].

Таким образом, имеется ряд нерешенных задач, связанных с мультигармоническими процессами в супергетеродинных ЛСЭ, которые могут иметь как фундаментальное общезначимое, так и прикладное значение, что и определяет актуальность темы диссертационной работы.

Связь работы с научными программами, планами, темами

Работа выполнена на кафедре общей и теоретической физики Сумского государственного университета и связана с выполнением следующих госбюджетных тем и научных проектов: «Новый метод ускорения заряженных частиц и сгустков квазинейтральной плазмы» (№ 0197U16608, 1996–1999 гг.); «Обоснование возможности создания устройств на основе ускорителей заряженных частиц со скрещенными ЕН-полями ондуляторного типа (Ground of the possibility of creation of the devices on the basis of charged particles acceleration with crossed ЕН-fields in undulating fashion)» (проект Украинского научно технического центра №1457, 1999-2002 гг.); «Новый физический механизм усиления электромагнитных волн СВЧ-видимого диапазонов частот в потоках релятивистской плазмы и проект эксперимента по его реализации» (№ 0100U003215, 2000–2002 гг.); «Асимптотические иерархические методы и их применение к нелинейным задачам электродинамики» (№ 0103U000770, 2003–2005 гг.); «Физика волновых процессов в открытых волноводно-резонансных металлодиэлектрических системах с распределенными источниками излучения» (№ 0106U001931, 2006–2008 гг.); «Физика формирования потоков заряженных частиц в приборах для диагностики материалов атомной энергетики» (№ 0106U001378, 2009-2011 гг.).

Цели и задачи исследования

Целью работы является установление основных физических закономерностей нелинейных мультигармонических процессов в супергетеродинных ЛСЭ; определение режимов работы СЛСЭ, при которых возможно формирование интенсивных электромагнитных волн с широким частотным спектром, в том числе, ультракоротких кластеров.

Для достижения поставленной цели необходимо было решить следующие задачи:

- Разработать концепцию и исследовать мультигармонические супергетеродинные ЛСЭ, которые способны формировать интенсивные электромагнитные волны с широким спектром, в том числе и мощные ультракороткие кластеры электромагнитного поля.
- Построить самосогласованную нелинейную теорию мультигармонических взаимодействий в релятивистских двухпоточковых электронных пучках с учетом эффектов множественных параметрических резонансов разного типа. Определить условия формирования волн с широким аномальным спектром, когда гармоники с более высоким номером имеют большую амплитуду.
- Построить самосогласованную нелинейную теорию параметрически-резонансных взаимодействий волн в двухпоточковых, плазменно-пучковых и параметрических электронно-волновых супергетеродинных ЛСЭ. Изучить влияние мультигармонических взаимодействий на интенсивность основной гармоники в режиме, при котором она имеет максимальное усиление, выяснить механизмы и уровни насыщения.
- Модернизировать метод усредненных характеристик для решения задач параметрически-резонансных взаимодействий, имеющих множественный характер.

Объект исследования – мультигармонические процессы в супергетеродинных лазерах на свободных электронах.

Предмет исследования – вынужденное излучение сильноточными релятивистскими электронными пучками электромагнитных полей и его использование для формирования мощных электромагнитных волн с широким частотным спектром.

Методы исследования. В качестве базового математического аппарата для теоретического исследования мультигармонических процессов в супергетеродинных ЛСЭ использован иерархический подход к теории колебаний и волн [13–16]. Также применялись стандартные числовые и численно-аналитические методы, в том числе, метод медленно меняющихся амплитуд.

Научная новизна полученных результатов

1. Предложен метод и физический механизм реализации формирования ультракоротких кластеров электромагнитного поля.
2. Предложена концепция мультигармонических ЛСЭ – формирователей электромагнитных волн с широким частотным спектром.
3. Впервые построена самосогласованная нелинейная теория мультигармонических двухпоточковых супергетеродинных лазеров на свободных электронах – формирователей ультракоротких кластеров электромагнитного поля. Выявлены условия формирования широкого спектра волн. Продемонстрировано, что такие ЛСЭ способны формировать мощные ультракороткие кластеры электромагнитных волн.
4. Впервые построена самосогласованная нелинейная теория мультигармонических резонансных взаимодействий волн в двухпоточковом релятивистском электронном пучке с учетом множественных параметрических резонансов разного типа. Выяснено, что в таких системах при условии, когда частота первой гармоники волны пространственного заряда много меньше критической частоты двухпоточковой неустойчивости, могут возбуждаться волны с аномальными спектрами, в которых с увеличением номера гармоники увеличивается ее амплитуда. Показано, что здесь реализуются

параметрически-резонансные взаимодействия между волнами разного типа, с помощью которых можно управлять формированием широкого спектра нарастающей волны.

5. Впервые построена кубически-нелинейная самосогласованная теория параметрически-резонансных взаимодействий электромагнитных волн в параметрических электронно-волновых супергетеродинных лазерах на свободных электронах. Определены оптимальные режимы работы; показано, что такие ЛСЭ являются источниками мощных монохроматических волн в субмм-ИК диапазонах длин волн.
6. Предложена концепция и построена нелинейная самосогласованная теория мультигармонических плазменно-пучковых супергетеродинных лазеров на свободных электронах Н-убитронного типа. Продемонстрировано, что такие ЛСЭ способны формировать мощные мультигармонические электромагнитные волны в мм-субмм диапазоне длин волн.
7. Впервые построена самосогласованная кубически-нелинейная теория параметрически-резонансных взаимодействий электромагнитных волн в плазменно-пучковых супергетеродинных лазерах на свободных электронах с доплертоновой накачкой. Показано, что такие ЛСЭ способны генерировать мощные монохроматические электромагнитные волны в мм-субмм диапазоне длин волн.

Практическое значение полученных результатов

Значение полученных в диссертационной работе результатов состоит в том, что они могут быть использованы для создания новых типов устройств, которые предназначены для формирования интенсивного электромагнитного излучения с широким спектром, – мультигармонических супергетеродинных ЛСЭ. Предложенная концепция формирования ультракоротких кластеров электромагнитного поля может быть реализована не только с помощью супергетеродинных ЛСЭ, проанализированных в диссертационной работе, но и с помощью других типов устройств, использующих релятивистские пучки.

Разработанные мультигармонические кубически-нелинейные теории позволяют определить оптимальные режимы работы суперегетородинных ЛСЭ как в режиме максимального усиления, так и в режиме формирования электромагнитных волн с широким спектром. С помощью таких теоретических подходов можно определить характеристики СЛСЭ, рассчитать параметры конкретных конструкций. Используемые в работе подходы применимы для расчета других мультигармонических процессов в средах с квазилинейными дисперсионными зависимостями.

Личный вклад соискателя

Материал диссертации основывается на результатах исследований, выполненных при непосредственном участии диссертанта или под его научным руководством. Все новые результаты в защищаемых положениях получены лично диссертантом и изложены в работах [33–83].

В серии работ [33, 34, 38–40, 59–66], автор совместно с учеником Ромбовским М.Ю. и научным консультантом Кулишом В.В. провел анализ нелинейной динамики гармоник волн с учетом эффектов множественных резонансов в двухпотоковом релятивистском пучке и параметрическом электронно-волновом СЛСЭ. Соискателю принадлежит постановка задачи, получение укороченных уравнений, участие в разработке вычислительных программ, анализ полученных результатов.

В работах [41–45, 67–71] диссертант совместно с учеником Ковалем В.В. и научным консультантом Кулишом В.В. проанализировал мультигармонические процессы в плазменно-пучковых СЛСЭ. Соискатель провел постановку задачи, построил нелинейную теорию мультигармонических процессов в исследуемых устройствах, принял участие в компьютерном моделировании, анализе полученных результатов.

Работы [35–37, 48–58, 62, 72–83] посвящены исследованию мультигармонических процессов в двухпотоковых СЛСЭ, анализу ускорительных систем для ДСЛСЭ и развитию иерархических методов, в том числе, созданию метода усредненных характеристик. Соискателю в этих

статьях принадлежит материал, связанный с анализом мультигармонических процессов в ДСЛСЭ, с модернизацией метода усредненных характеристик. Он участвовал в постановке задачи, им была построена мультигармоническая теория исследуемых систем, проводил компьютерное моделирование, анализировал полученные результаты.

В работах [46, 47] автором проведено качественное физико-технологическое обоснование практической реализации формирования ультракоротких кластеров электромагнитного поля супергетеродинными ЛСЭ клистронного типа.

Идеи, развитые в диссертационной работе и статьях, обсуждались и обобщались совместно с научным консультантом проф. Кулишом В.В. Во всех работах другие соавторы участвовали в проведении аналитических преобразований, компьютерном моделировании, анализе полученных результатов и их обсуждении.

Лично автором подготовлены тексты статей [33–35, 37–44, 46, 47, 52–54] и тезисы докладов [59–68, 71–73, 79, 82].

Апробация результатов диссертации

Основные результаты работы докладывались и обсуждались на следующих конференциях: 27th International Conference on Infrared and Millimeter Waves (San Diego, California, USA, 2002); 14th International Conference on Microwaves, Radar and Wireless Communications “MIKON-2002” (Gdańsk, Poland, 2002); 5th International Conference of Science and Technology “AVIA-2003” (Киев, 2003 г.); Joint 29th International Conference on Infrared and Millimeter Waves and 12th International Conference on Terahertz Electronics (Karlsruhe, Germany, 2004); The International Workshop on Microwaves, Radar and Remote Sensing (Киев, 2005 г.); 14-й, 15-й, 17-й, 18-й и 19-й Международных крымских конференциях “СВЧ-техника и телекоммуникационные технологии” (Севастополь, 2004, 2005, 2007, 2008 и 2009 гг.); I, II, IV, VIII International Young Scientists Conference Optics and High Technology Material Science (Киев, 2000, 2001, 2003, 2007 гг.); Международной конференции

молодых ученых и аспирантов (Ужгород, 2009, 2011 гг.); V International Conference "Electronics and Applied Physics" (Киев, 2009 г.).

Публикации

Результаты диссертации изложены в 51 научной работе, 22 из которых опубликованы в отечественных и международных специализированных научных журналах [33–54]; 4 статьи опубликованы в журналах, которые не входят в перечень специализированных научных журналов по специальности диссертации [55–58]; 14 статей опубликованы в трудах конференций [61, 64, 65, 67, 68, 71, 74–78, 80–82], 11 работ – тезисы докладов [59, 60, 62, 63, 66, 69, 70, 72, 73, 79, 83].

РАЗДЕЛ 1

ПАРАМЕТРИЧЕСКИ-РЕЗОНАНСНЫЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ В СУПЕРГЕТЕРОДИННЫХ ЛАЗЕРАХ НА СВОБОДНЫХ ЭЛЕКТРОНАХ (ОБЗОР ЛИТЕРАТУРЫ)

1.1. Эффект супергетеродинного усиления

В супергетеродинных ЛСЭ используется эффект супергетеродинного усиления электромагнитных волн в релятивистских электронных пучках [13-18, 20–29 и др.]. Благодаря этому эффекту СЛСЭ характеризуются более высокими коэффициентами усиления по сравнению с параметрическими ЛСЭ [7–10, 12–16 и др.], которые используют такие же по интенсивности электронные пучки, имеют меньшие габариты, стоимость.

Впервые понятие об эффекте супергетеродинного усиления волн было сформулировано в работе [84], где рассматривалась задача о трехволновом параметрическом резонансе электромагнитных волн (накачки, сигнала и холостой волны) в нелинейной активной среде. При этом частоты накачки ω_2 и сигнала ω_1 выбирали близкими, а именно, такими, чтобы частота холостой волны была намного меньше частот сигнала и накачки $\omega_3 = \omega_1 - \omega_2 \ll \omega_1, \omega_2$. Параметры среды подбирались так, чтобы холостая волна, обладающая низкой частотой, попадала в полосу усиления, связанную с неким внешним дополнительным механизмом. В силу нелинейной связи волн это усиление переносилось на волну сигнала, что и трактовалось как эффект супергетеродинного усиления. Таким образом, за счет реализации эффекта супергетеродинного усиления появлялась возможность переносить усиление далеко "вверх" по частоте, а именно, из более низкочастотной области (где имелся эффективный механизм усиления, используемый как дополнительный) в относительно более высокочастотную область (где таких механизмов усиления не имелось).

Аналогичная идея применительно к ЛСЭ была сформулирована в работах В.В.Кулиша [17, 18]. Однако здесь имеются некоторые отличия. В ЛСЭ частоты сигнала ω_1 и холостой волны (ВПЗ) ω_3 часто оказываются близкими либо равными. Поэтому выше описанная идея переноса усиления по частотному диапазону в данном случае использована быть не могла. С другой стороны, в вакуумной и плазменной электронике уже давно известны высокоэффективные механизмы усиления продольных пучковых волн. Например, плазменно-пучковый, двухпотоковый, параметрический двухпотоковый [13, 15, 85–101 и др.], обеспечивающие рекордные уровни их усиления. Многие годы ситуация осложнялась тем, что отсутствовали эффективные способы трансформации продольных волн (пучковых) в поперечные (электромагнитные). После успешных экспериментов с параметрическими ЛСЭ стало понятно, что проблема трансформации продольных в поперечные может быть решена с помощью явления трехволнового параметрического резонанса, который используется в параметрических ЛСЭ. В работах [17, 18] и было предложено объединить идею дополнительного усиления продольных волн пространственного заряда и трансформации энергии этих волн в поперечную электромагнитную путем использования параметрического резонанса. Лазеры на свободных электронах, в которых используются такие эффекты, называют супергетеродинными лазерами на свободных электронах.

Особенности механизма супергетеродинного усиления в СЛСЭ обсудим на примере рамановской стационарной модели с неким произвольным квазилинейным механизмом дополнительного усиления [17, 18]. Тогда для нормированных амплитуд волн можем получить систему уравнений (подробнее см. в [13, 15, 16, 20, 25]):

$$\frac{da_1}{dz} = -a_2 a_3, \quad \frac{da_2}{dz} = -a_1 a_3, \quad \frac{da_3}{dz} - \Gamma a_3 = -a_1 a_2. \quad (1.1)$$

Линейным слагаемым $-\Gamma a_3$ в третьем уравнении системы (1.1) моделируем отрицательное "затухание" ВПЗ (т.е. усиление) за счет внешнего дополнительного механизма. Здесь: a_k – нормированные амплитуды волн накачки ($k=2$), сигнала ($k=1$) и ВПЗ ($k=3$); Γ – нормированный инкремент, описывающий дополнительный механизм усиления. Несмотря на разнообразие физических форм последнего, все модели данного типа сохраняют некоторые общие характерные черты. Обсудим их, анализируя решения системы уравнений (1.1).

Считаем накачку сильной ($|a_2| \gg |a_1|, |a_3|$), такой, что в процессе взаимодействия ее изменением можно пренебречь ($a_2 \approx a_{20}$). Волны сигнала и ВПЗ полагаем распространяющимися в положительном направлении оси Z , граничные условия выбираем в виде:

$$a_1(z=0) = a_{10}, \quad a_3(z=0) = a_{30} = 0. \quad (1.2)$$

Решение системы (1.1) ищем в виде $\sim \exp(\alpha z)$. После несложных вычислений получаем для инкрементов $\alpha_{1,2}$ следующие выражения ([17, 18]):

$$\alpha_{1,2} = \frac{\Gamma}{2} \pm \sqrt{\frac{\Gamma^2}{4} + a_{20}^2}. \quad (1.3)$$

Из (1.3) следует, что в случае отсутствия дополнительного механизма усиления ($\Gamma=0$) имеет место параметрическое нарастание волн с инкрементом $\alpha_p = a_{20}$. Используя граничные условия (1.2), для коэффициента усиления электромагнитной волны находим:

$$K_1 = \frac{a_1(L)}{a_{10}} = \frac{\alpha_2 e^{\alpha_1 L} - \alpha_1 e^{\alpha_2 L}}{\alpha_2 - \alpha_1}, \quad (1.4)$$

где L – длина области взаимодействия, $a_1(L)$ – амплитуда волны сигнала при $z = L$. При условии, что $4\alpha_p^2 \ll \Gamma^2$, выражение (1.4) можно привести к более простой форме [17, 18]

$$K_1 \cong 1 + \frac{\alpha_p^2}{\Gamma^2} \cdot \exp(\Gamma \cdot L), \quad (1.5)$$

наглядно демонстрирующей суть обсуждаемого явления. Как видим, основное усиление электромагнитной волны достигается не за счет параметрического (инкремент α_p), как в традиционных ЛСЭ, а дополнительного механизма усиления $\exp(\Gamma \cdot L)$. Заметим, что параметрический инкремент при этом не может быть слишком малым, поскольку он влияет на результирующий коэффициент супергетеродинного усиления ($\alpha_p^2 \exp(\Gamma L) / \Gamma^2 \gg 1$).

Проиллюстрируем сказанное численными оценками. Например, при $\Gamma \sim 0,15 \text{ см}^{-1}$, $\alpha_p \sim 0,01 \text{ см}^{-1}$ и $L \sim 1 \text{ м}$ находим, что $K_1 \sim 1,5 \cdot 10^4$. В случае, когда супергетеродинное усиление отсутствует $\Gamma = 0$, из (1.4) получаем, что $K_{1p} \approx 1,5 \ll K_1$. Таким образом, эффект супергетеродинного усиления позволяет повысить коэффициент усиления на четыре порядка! Анализируя взятые выше значения для оценок, следует заметить, что пучковые электронно-волновые неустойчивости обладают рекордными значениями инкремента усиления [13, 15, 85–101]. Так, принятое выше $\Gamma \sim 0,15 \text{ см}^{-1}$ для плазменно-пучкового механизма является обычным значением [85–101], тогда как для параметрического инкремента нарастания значение $\alpha_p \sim 0,01 \text{ см}^{-1}$ считается уже достаточно высоким [7–16].

Из сказанного выше следует, что супергетеродинные СЛСЭ различаются, в первую очередь, типом дополнительного механизма

усиления. В связи с этим отметим, что по типу используемого дополнительного механизма все СЛСЭ можно разделить на линейные и квадратичные [13–15, 24, 27]. Первые из них построены на основе линейных механизмов усиления пучковых волн, второй – нелинейных, в частности параметрических. Линейные механизмы дополнительного усиления характеризуются линейными дисперсионными зависимостями, имеют нерезонансный характер и, следовательно, такие эффекты усиления волн проявляются в первом (линейном) порядке соответствующей теории СЛСЭ. Плазменно-пучковые, двухпотоковые неустойчивости являются яркими представителями таких механизмов усиления. В отличие от линейных, квадратичные механизмы усиления уже носят резонансный характер и поэтому проявляются только во втором порядке соответствующей теории СЛСЭ.

В соответствии с типом используемого дополнительного механизма усиления супергетеродинные ЛСЭ называются плазменно-пучковыми, двухпотоковыми, параметрическими электронно-волновыми и т.д.

1.2. Двухпотоковые СЛСЭ

Наиболее изученными на сегодняшний день являются двухпотоковые супергетеродинные ЛСЭ, использующие в качестве дополнительного механизма усиления двухпотоковую неустойчивость. Идея использования двухпотоковой неустойчивости для усиления электромагнитных волн появилась сразу же после ее теоретического открытия [102–105] и экспериментального подтверждения [106–108]. Отметим, что в литературе под термином двухпотоковая неустойчивость понимают два случая: а) неустойчивость, которая развивается в системе, состоящей из двух электронных пучков одинаковой плотности, которые двигаются или навстречу друг другу, или вдоль одного направления с близкими по модулю скоростями; б) неустойчивость, развивающуюся в плазме, через которую

проходит пучок малой плотности (по сравнению с плазмой). О последнем случае говорят также как о плазменно-пучковой неустойчивости, а о первом – как о двухпотоковой неустойчивости в узком значении этого термина.

Первое электронное устройство, которое использовало в качестве рабочего механизма двухпотоковую неустойчивость, была электронно-волновая лампа (лампа Гаева) [109, 110]. Ее схема представлена на рис. 1.1. Здесь нерелятивистский двухскоростной электронный пучок 1 с парциальными скоростями v_1 и v_2 последовательно проходит через два отрезка спирали 2 и 4, которые разделены пролетной секцией 3. Первая из спиралей является входным устройством. Ее функцией является преобразование усиливаемого электромагнитного сигнала в продольную пучковую волну (волну пространственного заряда). Скорость одного из потоков подбирается близкой к фазовой скорости электромагнитной волны в спирали для того, чтобы модуляция потока входным сигналом была наиболее эффективной. Основное усиление преобразованного сигнала происходит в пролетной секции 3 за счет механизма двухпотоковой неустойчивости. В результате экспоненциального нарастания волны ВПЗ вдоль оси системы в выходной спирали 4 возбуждается сигнал с намного большей амплитудой, чем на входе лампы.

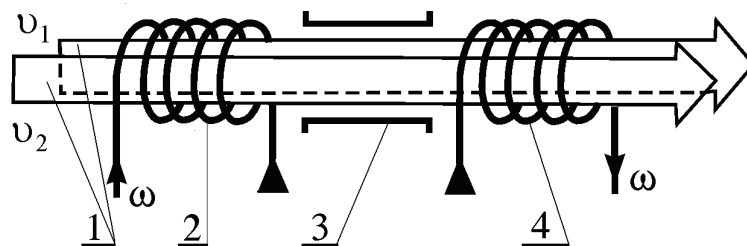


Рис. 1.1. Схема электронно-волновой лампы (лампы Гаева) [109, 110]

Сначала электронно-волновая лампа казалась достаточно перспективной, особенно в диапазоне миллиметровых длин волн, поскольку объединила в себе длительное взаимодействие с отсутствием замедляющих

систем. Хотя при этом нужно отметить, что входная и выходная спирали в этом диапазоне волн оставались мелкоструктурными. Как показали исследования, переход к высоким частотам требует уменьшения разности скоростей потоков $\Delta v = v_1 - v_2$ и увеличения плотности тока в них (или же увеличения плазменной частоты парциальных пучков ω_p). Это связано с тем, что рабочая частота, на которой работает электронно-волновая лампа, равна оптимальной частоте ω_{opt} , которая соответствует максимальному инкременту нарастания двухпотоковой неустойчивости и определяется соотношением [13, 15]

$$\omega = \omega_{opt} \cong \frac{\sqrt{3}\omega_p}{\Delta v} v_0, \quad (1.6)$$

где $v_0 = (v_1 + v_2)/2$.

При характерных для микроволновых приборов значениях $\omega_p \sim (10^8 - 10^9) \text{ с}^{-1}$, полагая, например, $\Delta v / v_0 \sim 10^{-3} - 10^{-2}$, получаем, казалось бы, возможность работы в миллиметровом и более высокочастотном диапазонах длин волн. В эксперименте же исследователям не удалось выйти за пределы сантиметрового диапазона. Главная сложность заключалась в том, что пучки, которые использовались в то время, не имели достаточно малых значений раздвижек скоростей Δv парциальных пучков. Дело в том, что раздвижка скоростей пучков Δv не может быть меньше, чем тепловой разброс электронов по скоростям Δv_T , иначе пучок становится односкоростным. Это требование приводит к ограничению частоты электронно-волновой лампы (1.6).

Кроме того, даже в случае устранения этих трудностей (например, используя специальные катоды), перспективы создания электронно-волновых устройств этого типа в миллиметровом и инфракрасном диапазоне были бы сомнительными по технологическим причинам. Так как входными и

выходными элементами являются фрагменты замедляющих систем или клистронные резонаторы, то электронно-волновые устройства автоматически унаследовали все главные недостатки конкурирующих устройств (ламп бегущей волны, клистронов и т.п.). К этим недостаткам относят ограничения на частотный диапазон, которые связаны с миниатюризацией конструктивных элементов. Таким образом, электронно-волновые устройства оказались неконкурентоспособными и сегодня в СВЧ электронике не используются.

В последние годы интерес к электронно-волновым приборам восстановился. Это связано с переосмыслением новых возможностей в свете последних достижений релятивистской электроники. Во-первых, стало очевидным, что проблема трансформации продольных субмиллиметровых-инфракрасных волн в поперечные может быть эффективно решена с помощью механизма параметрического взаимодействия волн, на котором основана работа параметрических лазеров на свободных электронах [7–16, 111–115]. Во-вторых, в связи с успехами техники формирования мощных релятивистских электронных пучков [88, 101, 116–120] появилась возможность для реального повышения рабочей частоты двухпотокового механизма усиления. Это связано с повышением как силы тока (а значит и ω_p , см. (1.6)), так и качества таких пучков. В-третьих, релятивизм пучков приводит к уменьшению относительного разброса электронов по скоростям. А это, в свою очередь, приводит к смещению вверх верхней границы рабочей частоты (1.6). В результате возникает возможность использования вышеописанных систем в миллиметровом-инфракрасном диапазоне длин волн. Таким образом, развитие сильноточной релятивистской электроники привело к созданию нового класса мощных устройств – супергетеродинных лазеров на свободных электронах.

Впервые идея супергетеродинного усиления электромагнитных волн была изложена В.В. Кулишом в работе [17], а первый СЛСЭ, использующий в качестве дополнительного механизма усиления плазменно-пучковую

неустойчивость, был описан в [18] (плазменно-пучковый СЛСЭ). Несмотря на то, что первым был предложен именно плазменно-пучковый СЛСЭ [18], наиболее исследован на сегодняшний день двухпоточковый СЛСЭ, в котором в качестве дополнительного механизма усиления используется двухпоточковая неустойчивость.

Двухпоточковый супергетеродинный ЛСЭ впервые был предложен в работе [20]. Хотя следует отметить, что идея использования двухпоточковой неустойчивости в лазере на свободных электронах с целью увеличения коэффициента усиления была использована G. Bekefi и K.D. Jacobs в более ранней работе [19]. Однако, в таком устройстве двухпоточковая неустойчивость использовалась только для предварительной группировки пучка перед его входом в секцию обычного параметрического ЛСЭ. Иначе говоря, усиление электромагнитного сигнала в предложенном ЛСЭ осуществлялось в первую очередь за счет традиционной параметрической неустойчивости, которая преобладала над двухпоточковой. В двухпоточковом же СЛСЭ реализуется полностью противоположная ситуация: двухпоточковый механизм усиления должен преобладать над параметрическим. Следовательно, работу [19] нельзя рассматривать как первую работу по супергетеродинным ЛСЭ, так как в ней внимание концентрировалось на существенно другой (несупергетеродинной) физической идее.

Далее двухпоточковые СЛСЭ исследовались во многих работах [21–29, 121–138 и др.], первые конструкции двухпоточковых СЛСЭ были описаны в патенте [121]. Впервые предложены и описаны двухпоточковые СЛСЭ клистронного типа в работах [23, 121, 124], первая нелинейная теория ДСЛСЭ была построена в [28, 29]. На сегодня двухпоточковые СЛСЭ характеризуются довольно большим разнообразием конструктивных решений. Рассмотрим основные из них.

Все варианты конструктивных схем двухпоточковых ЛСЭ можно разделить на генераторные и усилительные, односекционные и

многосекционные, на монохроматические и мультигармонические. Монохроматические двухпотоковые ЛСЭ предназначены для усиления (или генерации) максимально мощного монохроматического сигнала. Для этого параметры системы подбираются таким образом, чтобы волна пространственного заряда, которая связана с основной гармоникой электромагнитного сигнала параметрически-резонансным образом, максимально усиливалась за счет двухпотоковой неустойчивости. Во всех работах до работ автора исследовались именно такие монохроматические ДСЛСЭ. Назначение мультигармонических ДСЛСЭ иное – сформировать мощный электромагнитный сигнал с максимально широким спектром. Такие ДСЛСЭ будут рассмотрены в последующих главах диссертационной работы. В этой же главе рассмотрим основные конструкционные схемы монохроматических ДСЛСЭ, которые предшествовали мультигармоническим схемам. Также следует сказать, что супергетеродинные ЛСЭ характеризуются исключительно высокими коэффициентами усиления и могут работать в режиме усиления сигнала за один проход. Поэтому свойства СЛСЭ-усилителей изучаются в подавляющем большинстве публикаций.

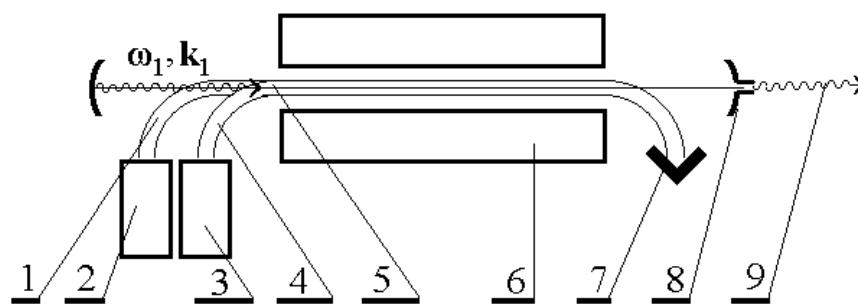


Рис. 1.2. Схема ДСЛСЭ-генератора [15]

Схема простейшего ДСЛСЭ-генератора представлена на рис. 1.2 [15]. Здесь релятивистские электронные пучки 1 и 4, имеющие различные скорости, формируются с помощью ускорителей 2, 3. Далее два парциальных пучка объединяются в один двухскоростной электронный пучок 5. Пучок 5, в

свою очередь, направляется в рабочую область системы накачки 6, а потом осаждается на коллекторе 7. Оптический резонатор 8 размещен так, чтобы двухскоростной электронный пучок 5 в области поля накачки 6 двигался вдоль ее оптической оси. Источником для генерирования волны сигнала с частотой ω_1 и волновым числом k_1 является случайное начальное колебание. Затем волна сигнала $\{\omega_1, k_1\}$ вследствие супергетеродинного механизма многократно усиливается в рабочем объеме резонатора 8. Сгенерированный сигнал 9 выходит из одного из зеркал резонатора 8.

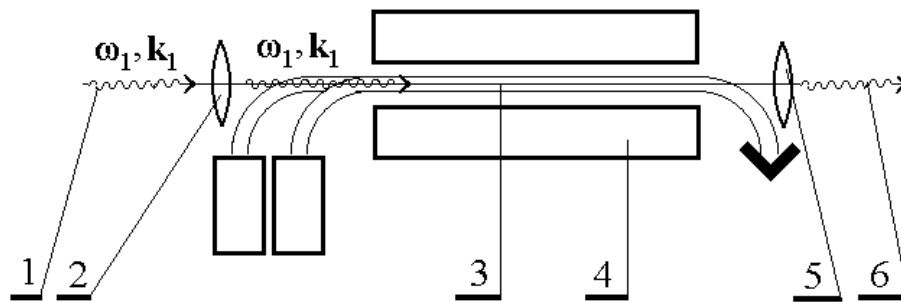


Рис. 1.3. Схема односекционного ДСЛСЭ-усилителя [15]

Конструкционная схема односекционного ДСЛСЭ-усилителя показана на рис. 1.3 [15]. Ее главное отличие от системы, показанной в рис. 1.2, состоит в том, что усиливаемый сигнал 1 не генерируется внутри ДСЛСЭ, а поступает на его вход 2. Соответственно, волна сигнала $\{\omega_1, k_1\}$ усиливается только в результате одного прохода рабочей области. Нелинейное взаимодействие волны сигнала $\{\omega_1, k_1\}$ с полем накачки 4 в плазме электронного пучка 3 приводит к возбуждению продольной волны пространственного заряда с частотой ω_3 . Усиление электромагнитной волны сигнала за счет эффекта супергетеродинного усиления будет максимальным, когда частота волны ВПЗ ω_3 совпадает с оптимальной частотой двухпотоковой неустойчивости ω_{opt} , которая соответствует максимальному инкременту нарастания. Нелинейная суперпозиция параметрической и двухпотоковой неустойчивостей, как было сказано выше, рассматривается

как эффект супергетеродинного усиления. Усиленный сигнал 6 выводится через выходную систему 5.

На рис. 1.4 показан еще один тип ДСЛСЭ-усилителя – ДСЛСЭ-усилитель клистронного типа [15]. В его основе лежит та же идея, что и в лампе Гаева (рис. 1.1). Однако имеется два главных различия. Прежде всего, вместо двух замедляющих систем (позиции 2 и 4 на рис. 1.1) используются две короткие системы накачки (позиции 3 и 5 на рис. 1.4). Второе различие – использование в ДСЛСЭ релятивистских электронных пучков. ДСЛСЭ-усилители клистронного типа занимают особое место среди устройств обсуждаемого класса из-за наличия в нем ряда уникальных особенностей. Так как в диссертационной работе будут исследованы физические процессы в системах такого типа, то рассмотрим принцип их работы более детально.

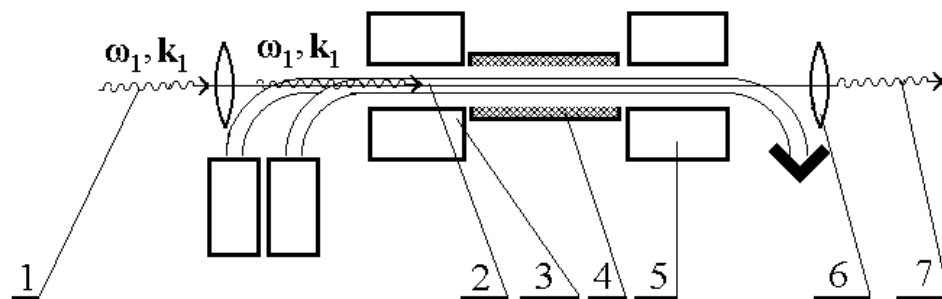


Рис. 1.4. Схема ДСЛСЭ-усилителя клистронного типа [15]

Наличие транзитной секции 4 (рис. 1.4) является наиболее характерной особенностью ДСЛСЭ-усилителя клистронного типа по сравнению с односекционными ДСЛСЭ. Взаимодействие двухскоростного электронного пучка 2 с полем первой накачки 3 происходит аналогично, как и в односекционном ДСЛСЭ. Различие состоит только в том, что первая система накачки 3 имеет меньшую длину по сравнению с односекционной моделью. В результате входной сигнал 1 в первой части системы накачки 3 усиливается слабо. Главный же результат этого взаимодействия – происходит модуляция двухскоростного электронного пучка 2 по плотности.

Иными словами, в первой части системы накачки 3 и в электронном пучке 2 происходит возбуждение волн ВПЗ с частотой ω_3 .

Далее электронный пучок 2 входит в пролетную секцию 4, в которой он усиливается из-за двухпотоковой неустойчивости. Отработанная же волна сигнала $\{\omega_1, k_1\}$ на входе в пролетную секцию поглощается.

Потом уже сильно модулированный электронный пучок 2 поступает на вход второй системы накачки 5. Здесь происходит генерация (восстановление) входного сигнала 7 и его дальнейшее усиление. Это происходит благодаря нелинейному взаимодействию сильно промодулированного электронного пучка 2 с ондуляторным полем второй системы накачки 5. По сути можно сказать, что здесь происходит обратное преобразование волны пространственного заряда в электромагнитный сигнал. Далее усиленный электромагнитный сигнал 7 выходит через выходную систему 6. Главное преимущество ДСЛСЭ клистронного типа состоит в разъединении входа с выходом и возможностью работать в режимах преобразования сигнала вверх по частоте.

Выше мы рассмотрели конструкционные схемы ДСЛСЭ, в которых мы не конкретизировали используемые в них типы систем накачек. Это значит, что схемы, приведенные, например, на рис. 1.3–1.4, могут иметь различные модификации, отличающиеся тем или иным набором секций накачек. Для анализа особенностей таких конструкционных схем ДСЛСЭ ограничимся рассмотрением наиболее распространенных систем накачек, а именно, Н-убитронного и доплертронного типа. При этом будем иметь в виду, что в системах доплертронного типа возможна реализация взрывной неустойчивости [13–16, 88, 95, 195]. Проанализируем модели, представленные на рис. 1.5–1.10.

Следует обратить внимание на тот факт, что доплертронные системы для супергетеродинных ЛСЭ играют гораздо большую роль, чем в обычных параметрических ЛСЭ. Исторически в первых экспериментах с лазерами на свободных электронах использовались модели как с Н-убитронной [3, 4], так

доплертронной накачкой [5, 6]. Однако, в последующих экспериментах наиболее популярными стали Н-убитронные системы. Главная причина этого – трудности в создании волны накачки доплертронного типа с соответствующей амплитудой. Необходимо напомнить, что приемлемые технологические решения для Н-убитронных систем (амплитуда ондуляторного магнитного поля – сотни – тысячи гаусс) были найдены довольно быстро. Ситуация с доплертронной накачкой (мощность электромагнитной волны должна быть сотни – десятки мегаватт в СВЧ диапазоне) оказалась значительно хуже. Приемлемые конкурентоспособные технологические решения не были найдены.

Тем не менее, общая ситуация начала изменяться с появлением первых проектов СЛСЭ. Как оказалось, такие же уровни усиления (по сравнению с параметрическим ЛСЭ) могут быть достигнуты в СЛСЭ, использующие существенно меньшие мощности доплертронной накачки. Это намного смягчило технологические требования для СЛСЭ-доплертронного типа. Действительно, создание импульсной системы, формирующей электромагнитные волны СВЧ диапазона на уровне сотни киловатт – единицы мегаватт не является слишком сложной проблемой для современной микроволновой технологии. Ситуация может быть к тому же дополнительно упрощена в случае использования специальных резонаторных решений для систем накачки. С другой стороны, у доплертронной накачки имеется много дополнительных технологических преимуществ по сравнению с Н-убитронными. Основное преимущество – возможность создавать системы с преобразованием частоты сигнала [46]. Во многих случаях это делает сегодня доплертронные системы более конкурентоспособными по сравнению с СЛСЭ с Н-убитронной накачкой.

Модель односекционного СЛСЭ-усилителя с Н-убитронной накачкой представлена на рис. 1.5. Здесь двухскоростной релятивистский электронный пучок 5, состоящий из двух парциальных односкоростных электронных пучков 2 и 3, движется в поле Н-убитронной накачки 4. Усиливаемый

электромагнитный сигнала 1 поступает на вход системы, а затем распространяется вдоль двухскоростного пучка 5. Частота сигнала ω_1 выбирается равной оптимальной частоте двухпоточковой неустойчивости ω_{opt} . Поэтому в системе имеет место усиление волны пространственного заряда с частотой $\omega_3 = \omega_1$, которая возбуждается в электронном пучке 5, и волны сигнала такой же частоты ω_1 вследствие эффекта супергетеродинного усиления. В результате на выходе системы получаем усиленную волну сигнала 6.

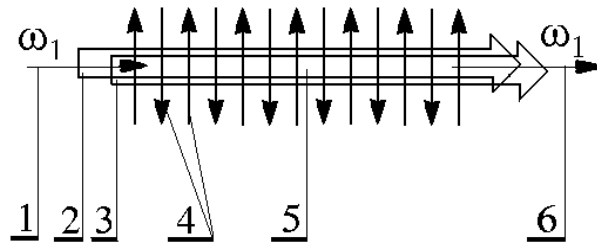


Рис. 1.5. Схема односекционного ДСЛСЭ-усилителя Н-убитронного типа [15]

Другой вариант односекционной модели ДСЛСЭ-усилителя (рис. 1.3) с накачкой замедленной электромагнитной волной [197–200] представлен на рис. 1.6. Как и в предыдущем случае, релятивистский двухскоростной электронный пучок 5, который сформирован объединением двух односкоростных пучков 2 и 3, введен в рабочую область системы замедления 6 электромагнитной волны. Усиливаемый электромагнитный сигнал 1 с частотой ω_1 и замедленная электромагнитная волна накачки 4 с частотой ω_2 распространяются в одном и том же продольном направлении в рабочей области системы. Вследствие реализации параметрического механизма взаимодействия электромагнитных полей сигнала 1 и накачки 4 в плазме пучка 5 возбуждается волна ВПЗ с комбинационной частотой $\omega_3 = \omega_1 + \omega_2$. Так же как и в вышеизложенном случае, частота ω_3 подбирается равной оптимальной частоте ω_{opt} двухпоточковой неустойчивости. В результате

суперпозиции взрывной и двухпоточковой неустойчивостей происходит усиление всех трех волн.

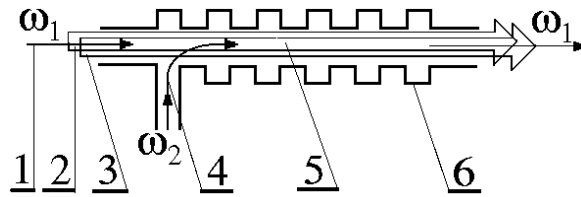


Рис. 1.6. Схема односекционного ДСЛСЭ-усилителя доплертронного типа с замедленной волной накачки [13]

Устройства, схемы которых показаны на рис. 1.7–1.10, представляют различные типы ДСЛСЭ-клистронов [23, 26, 29, 121 и др.].

Конструктивная схема ДСЛСЭ-усилителя клистронного типа с доплертронной накачкой представлена на рис. 1.7. В этом варианте СЛСЭ используются две системы накачки доплертронного типа (позиции 2 и 6, рис. 1.7). Характерная особенность этой схемы состоит в том, что частоты обеих систем накачки в принципе могут быть различными ($\omega_2 \neq \omega'_2$). Частоты сигнала на входе ω_1 и на выходе ω'_1 также могут не совпадать. Это позволяет дополнительно увеличивать уровень электромагнитной развязки вход-выход. Принципы работы этого устройства подобны тем, которые обсуждались выше и представлены на рис. 1.4 и 1.6.

Сравнивая односекционные ДСЛСЭ и традиционные параметрические ЛСЭ, следует отметить, что главное преимущество первых из них – чрезвычайно высокие уровни усиления сигнала. Однако это преимущество и приводит к главному недостатку односекционных ДСЛСЭ. Имеется в виду их склонность к самовозбуждению, так как вход системы в действительности всегда слабо связан с выходом системы. Как показывает анализ, ДСЛСЭ клистронного типа кардинально решает эту проблему. Из-за наличия пролетной секции (рис. 1.4, 1.7–1.10) ДСЛСЭ клистронного типа характеризуются весьма надежной развязкой вход-выход. Это позволяет

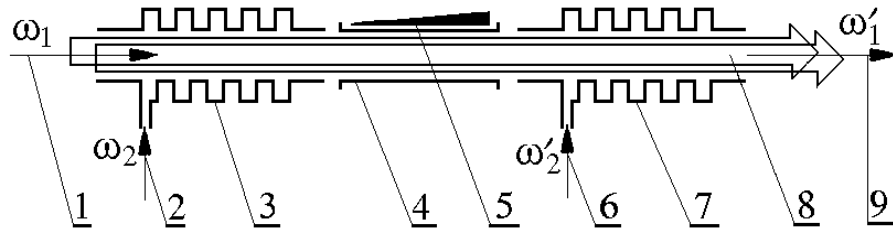


Рис. 1.7. Конструкционная схема ДСЛСЭ-усилителя клистронного типа с доплертронной накачкой [13]

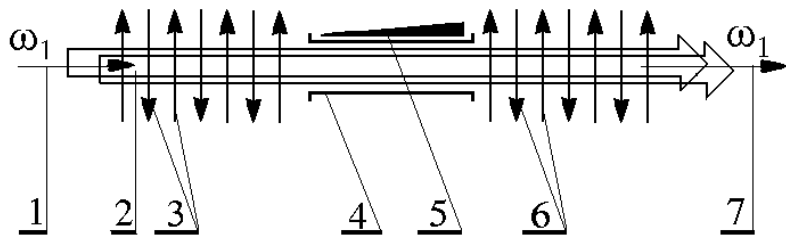


Рис. 1.8. Конструкционная схема ДСЛСЭ-усилителя клистронного типа с N-убитронной накачкой [13]

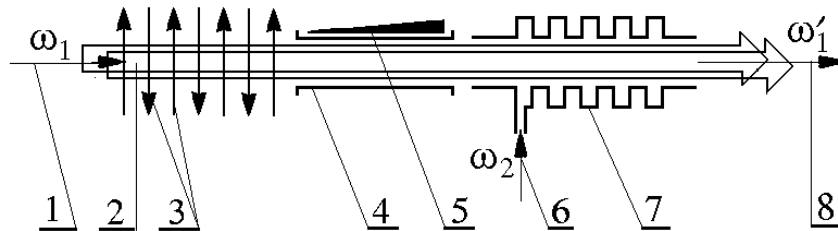


Рис. 1.9. Конструкционная схема ДСЛСЭ-усилителя клистрона смешанного типа с N-убитронной и доплертронной накачками [13]

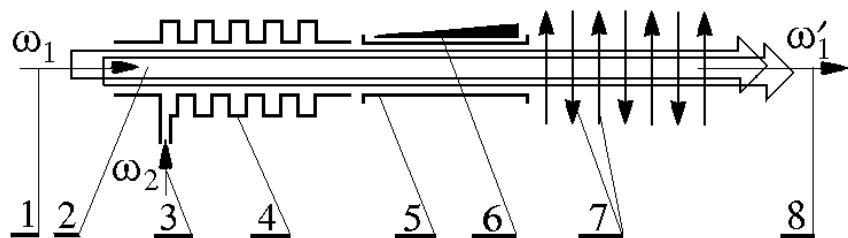


Рис. 1.10. Конструкционная схема ДСЛСЭ-усилителя клистрона смешанного типа с доплертронной и N-убитронной накачками [13]

подавить в таких устройствах эффекты самовозбуждения. Развязка вход-вывод может быть еще более сильной из-за изменения частоты сигнала на входе ω_1 и частоты сигнала на выходе ω'_1 . При этом, комбинационная частота продольной волны ВПЗ ω_3 остается одной и той же для входной и выходной секций. Технологически это возможно осуществить во всех клистронных схемах, где имеются доплертронные системы накачки (рис. 1.7, 1.9, 1.10).

Также у каждого типа ДСЛСЭ клистронного типа имеются и другие преимущества. Например, системы, подобные представленным на рис. 1.8, 1.10 (имеют конечную секцию Н-убитронного типа), характеризуются более высокими коэффициентами усиления, по сравнению с системами, представленными на рис. 1.7, 1.9. В то же время, система, содержащая доплертронную систему накачки на входе, может работать в специфическом супергетеродинном режиме. В этом режиме можно менять входную частоту ω_1 без изменения выходной частоты ω'_1 . При этом, частота сигнала ω_1 и частота накачки ω_2 меняются синхронно, а комбинационная частота $\omega_3 = \omega_1 + \omega_2$ остается постоянной.

Во многих работах исследуются ДСЛСЭ, в которых эффект двухпоточковой неустойчивости используется в комбинации с традиционными элементами ЛСЭ, мазеров на циклотронном резонансе, устройств СВЧ электроники. При этом анализируются усилительные свойства ДСЛСЭ в зависимости от конструкций ондуляторов, фокусирующего магнитного поля, собственных полей пучков и т.д.

Так в работах [125–128 и др.] изучается влияние фокусирующего магнитного поля на работу ДСЛСЭ. Показано, что благодаря использованию продольного магнитного поля увеличиваются инкременты нарастания электромагнитных волн, появляется дополнительная возможность регулировать частоту. Анализируется влияние разного типа накачек, собственных полей на эффективность работы ДСЛСЭ с продольным магнитным полем.

Авторы [129, 130 и др.] предложили модель двухпотокового мазера на циклотронном резонансе, в котором взаимодействие циклотронных волн в двухскоростном электронном пучке, помещенном в продольное магнитное поле, приводит к высокочастотной группировке. Частота, соответствующая максимальному инкременту нарастания прямо пропорциональна циклотронной частоте и обратно пропорциональна раздвижке парциальных скоростей двухскоростного электронного пучка. Предложенное устройство работает в мм-субмм диапазоне длин волн.

В статьях [131 и др.] исследуются двухпотоковые СЛСЭ, использующие эффект Парселла-Смита. Показано, что благодаря использованию двухпотоковой неустойчивости в таких СЛСЭ существенно повышаются инкременты нарастания волн.

В работах [132–137] исследуются ДСЛСЭ, в котором двухскоростной пучок движется в ионном канале. Показано, что использование ионного канала позволяет существенно повысить токи двухскоростного электронного пучка, а значит и выходную мощность ДСЛСЭ. Проводится анализ работы устройств с различными типами накачки, с учетом собственных полей двухскоростного электронного пучка, при наличии фокусирующего магнитного поля.

В работе [138] проведен учет влияния теплового разброса и неоднородности пучка на коэффициент нарастания электромагнитной волны в двухпотоковом СЛСЭ. Показано, что учет теплового разброса приводит к уменьшению максимального значения инкремента нарастания электромагнитных волн, но при этом увеличивается ширина полосы усиления.

Следует заметить, что в работах [125–138] авторы ограничиваются анализом дисперсионных свойств волн в исследуемых ДСЛСЭ, слабосигнальным анализом.

Таким образом, как следует из анализа литературных источников, двухпотоковые СЛСЭ характеризуются высокими инкрементами нарастания,

которые превышают на порядок инкременты нарастания эквивалентных параметрических ЛСЭ. Благодаря этому в таких устройствах можно использовать системы накачки с существенно меньшими амплитудами. В итоге ДСЛСЭ имеют гораздо меньшие по сравнению с эквивалентными параметрическими ЛСЭ габариты, позволяют генерировать мощные электромагнитные волны в миллиметровом – инфракрасном диапазоне длин волн. Нужно отметить, что во всех публикациях до работ автора исследовались ДСЛСЭ, работающие в режиме максимального усиления электромагнитной волны. При теоретическом анализе учитывались не более трех гармоник взаимодействующих волн.

Также следует отметить, что в настоящее время достаточно интенсивно проводятся изучение двухпоточковой неустойчивости в системах, не связанных с ЛСЭ [139–148]. Одним из результатов таких исследований является вывод, что в таких системах имеет место возбуждение высших гармоник. Это значит, что и в двухпоточковых СЛСЭ возможна интенсивная генерация высших гармоник, которая может оказать существенное влияние на усилительные характеристики ДСЛСЭ. С другой стороны, использование мультигармонических особенностей двухпоточковой неустойчивости открывает возможность создания мощных мультигармонических источников электромагнитных волн, которые позволяют формировать, например, ультракороткие кластеры электромагнитного поля. Таким образом, возникает необходимость провести исследование мультигармонических процессов в двухпоточковых СЛСЭ, которые, с одной стороны, позволили бы уточнить свойства традиционных ДСЛСЭ, а с другой – обосновали бы возможность работы таких устройств в совершенно новых мультигармонических режимах.

1.3. Плазменно-пучковые СЛСЭ

Впервые идея плазменно-пучкового супергетеродинного ЛСЭ была сформулирована в [18, 149]. В этих работах было предложено для усиления

электромагнитных волны в качестве дополнительного механизма усиления использовать плазменно-пучковую неустойчивость [85–101]. Рассматривалась плазменно-пучковая система, находящаяся в продольном магнитном поле. Накачка выбиралась в виде необыкновенной электромагнитной волны [150]. Была проведена оценка для инкремента нарастания электромагнитного сигнала и получено, что такие системы характеризуются исключительно высокими инкрементами нарастания, определяемыми плазменно-пучковой неустойчивостью. Был сделан вывод, что на базе таких систем можно создать новый тип супергетеродинных параметрических плазменно-пучковых устройств.

Плазменно-пучковые СЛСЭ имеют основные преимущества традиционных плазменно-пучковых генераторов и усилителей, а также лишены некоторых их недостатков. Так, эти системы, как и традиционные плазменно-пучковые [88, 96], имеют большие коэффициенты усиления, характеризуются объемным характером взаимодействия, которое открывает возможности для генерации электромагнитных сигналов большой мощности. С другой стороны, в таких устройствах отсутствует проблема трансформации волн пространственного заряда в электромагнитные волны, которая имеется в традиционных плазменно-пучковых приборах, благодаря использованию параметрически-резонансных взаимодействий.

Следует сказать, что поля в системе плазма-пучок незначительно изменяются вдоль поперечного сечения, благодаря чему оказывается возможным использовать более широкие пучки, чем в вакуумных приборах. Поэтому плазменно-пучковые супергетеродинные ЛСЭ должны иметь более высокие коэффициенты полезного действия, более высокие мощности усиления электромагнитного излучения. Также в таких приборах можно использовать электронные пучки с большими токами, чем в приборах вакуумной электроники. Напомним, что в вакуумной электронике существует предельный электрический ток пучка, который ограничен пространственным зарядом электронов, выше которого транспортировка

электронного пучка является невозможной [85–101]. Пучки с током превышающий предельный могут распространяться только при наличии нейтрализации пространственного заряда электронов, что легко осуществить в плазменно-пучковой системе заполнением относительно плотной (по сравнению с плотностью пучка) плазмой.

Исследования, подобные выполненным в [18, 149], проводились в работах [151, 152 и др.]. В них было подтверждено, что лазеры на свободных электронах, которые используют в качестве дополнительного механизма усиления плазменно-пучковые неустойчивости, имеют существенно большие инкременты нарастания по сравнению с эквивалентными ЛСЭ.

В работах [153–156 и др.] предложены схемы лазеров на свободных электронах, в которых возбуждаемые в плазме волны пространственного заряда используются в качестве ондулятора с малым периодом ондуляции. Благодаря уменьшению периода ондуляции существенно снижаются требования энергии электронных пучков, появляется возможность усиления более высокочастотных сигналов. Показано, что плазменные ондуляторы могут иметь периоды ондуляции вплоть до 100 мкм и при этом создавать достаточно сильные электрические поля. Обсуждаются различные методы создания плазменных ондуляторов, свойства таких систем.

Таким образом, из анализа литературных источников следует, что плазменно-пучковые СЛСЭ имеют исключительно высокие инкременты нарастания. Благодаря возможности использования электронных пучков с большими токами следует ожидать и большие мощности таких устройств. Однако по сравнению с ДСЛСЭ плазменно-пучковые СЛСЭ характеризуются меньшими рабочими частотами, длины волн которых находятся в мм-субмм диапазоне.

Также нужно отметить, что систематических исследований плазменно-пучковых СЛСЭ типа [18, 149] до работ диссертанта проведено не было. Была лишь сформулированная общая идея таких устройств, предполагалась, что такие СЛСЭ будут реализованы как сверхмощные усилители

электромагнитного сигнала в мм-субмм диапазоне волн. Поэтому кубически-нелинейный анализ физических процессов в таких устройствах, который позволил бы убедиться в выше изложенных свойствах плазменно-пучковых супергетеродинных ЛСЭ, выяснить их новые особенности, является задачей важной и актуальной.

Отметим, плазменно-пучковая, как и двухпотоковая неустойчивости характеризуются линейными дисперсионными зависимостями. Поэтому между гармониками таких волн происходят интенсивные параметрические взаимодействия, которые приводят к их возбуждению [157]. Следует отметить, что сейчас активно развивается такое направление как релятивистская плазменная электроника, которое основывается на нелинейных взаимодействиях релятивистских электронных пучков с плазмой [87–96, 158–183]. Одним из результатов этих исследований является вывод, что в таких системах происходит возбуждение высших гармоник. Отсюда следует, что в плазменно-пучковых СЛСЭ также должны возбуждаться высшие гармоники пространственного заряда. Таким образом, возникает необходимость в проведении исследований мультигармонических взаимодействий в плазменно-пучковых СЛСЭ.

1.4. Параметрические электронно-волновые СЛСЭ

Прообразом параметрических электронно-волновых СЛСЭ являются нерелятивистские параметрические электронно-волновые усилители, которые известны в традиционной электронике СВЧ с конца 50-х годов прошлого века [184–192]. Параметрические электронно-волновые усилители, в первую очередь, интересны тем, что на их основе возможно создание устройств с низким уровнем шума [184–192]. В качестве рабочего физического механизма здесь использован принцип параметрического усиления за счет энергии внешнего источника. В этих приборах усиление происходит, как правило, с использованием быстрых электронных волн, что

выгодно с точки зрения получения низкого уровня шума. Реализован многочисленный класс таких устройств, которые различаются схемами взаимодействия [184–186].

Такие приборы работают в дециметровом-сантиметровом диапазоне длин волн. Переход к более высоким рабочим частотам сталкивался с проблемами технологического характера: в электронно-волновых усилителях используются замедляющие системы или резонаторы, характерный размер которых определяется длиной рабочей волны. При переходе к волнам субмиллиметрового-инфракрасного диапазона их изготовление становилось проблемным, на геометрические размеры электронного пучка накладывались жесткие условия. Нужны были новые идеи физические механизмы.

Новые идеи и физические механизмы появились благодаря развитию релятивистской электроники. Во-первых, передача энергии от поперечных электромагнитных волн к продольным волнам пространственного заряда (и в обратном направлении) эффективно могла быть решена через механизм параметрического взаимодействия волн, который используется в параметрических лазерах на свободных электронах [7–16, 111–115]. Во-вторых, благодаря эффекту Доплера получена возможность сместить верхнюю границу частоты излучения релятивистских электронов, на которой работают эти приборы.

Именно благодаря развитию вышеописанных идей и появились параметрические электронно-волновые СЛСЭ. Впервые теоретическую модель таких устройств было предложено в работе [24]. Как и двухпоточковые, параметрические электронно-волновые СЛСЭ используют двухскоростные электронные пучки. Как известно, двухпоточковые СЛСЭ в качестве дополнительного механизма усиления используют двухпоточковую неустойчивость, которая реализуется, если частота продольной волны не превышает критической частоты [13–16, 86, 96, 97]. Поэтому в ДСЛСЭ критическая частота определяет верхний уровень частот, на которых работают эти приборы. Чтобы перейти к более высоким рабочим частотам,

нужны иные механизмы дополнительного усиления. В работе [24] и предложено использовать в параметрических электронно-волновых СЛСЭ трехволновой параметрический резонанс продольных волн, частоты которых превышают критическую частоту, в качестве дополнительного механизма усиления. При этом одна из волн ВПЗ, которая участвует в таком резонансе, должна быть предварительно промодулирована внешним устройством. В отличие от односкоростных, в двухскоростных электронных пучках трехволновой параметрический резонанс продольных волн возможен. Это связано с тем, что в таких пучках при частотах превышающих критическую могут распространяться продольные волны четырех типов [13–16, 86, 96, 97]. В параметрических электронно-волновых СЛСЭ для преобразования энергии продольных волн в энергию электромагнитного сигнала используется еще один традиционный для ЛСЭ трехволновой параметрический резонанс: между одной из продольных волн, которые участвуют в параметрическом резонансе трех ВПЗ, поперечным полем накачки и поперечной электромагнитной волной. Таким образом, в предложенном СЛСЭ реализуется два параметрических резонанса, которые связаны между собой общей волной ВПЗ. Благодаря параметрическому резонансу продольных волн обеспечивается дополнительное усиление. Такой тип дополнительного усиления существенно отличается от линейных механизмов дополнительного усиления, которые реализуются, например, за счет двухпотоковой и плазменно-пучковой неустойчивостей. В его основе лежит параметрический резонанс, проявляется он во втором порядке соответствующей теории СЛСЭ, и поэтому его относят к квадратичным механизмам дополнительного усиления.

Кроме работы [24] свойства параметрических электронно-волновых СЛСЭ исследовались в [27, 193]. Здесь была описана общая идея таких приборов, проведен слабосигнальный анализ процессов. Были выполнены оценки, из которых следовало, что на базе таких приборов можно создать мощные усилители субмиллиметрового-инфракрасного диапазонов с малым

уровнем шума, эти устройства могут обеспечивать усиление на более высоких частотах, чем эквивалентные плазменно-пучковые и двухпоточковые СЛСЭ.

Следует также отметить, что связанные трехволновые параметрические взаимодействия двух поперечных и трех продольных волн исследовались в ряде работ [194, 195 и др.]. Основываясь на результатах анализа слабосигнального приближения, показано, что в таких системах возможна реализация взрывной неустойчивости, благодаря которым темп усиления волн существенно увеличивается.

Таким образом, из литературных источников следует, что, несмотря на то, что параметрические электронно-волновые ЛСЭ, являются достаточно интересными для практических применений, нелинейный анализ физических процессов в этих устройствах проведен не был. Не изучены режимы работы таких приборов, которые связаны с различными типами параметрических резонансных взаимодействий волн ВПЗ. Не выяснены уровни насыщения, не проанализированы амплитуды высших гармоник, которые бы свидетельствовали о высоком уровне монохроматичности выходного электромагнитного сигнала. Выше сказанное обуславливает необходимость в проведении исследований нелинейных параметрических взаимодействий волн в параметрических электронно-волновых СЛСЭ.

1.5. Особенности мультигармонических процессов в СЛСЭ

В теории лазеров на свободных электронах поле накачки часто считают гармоническим [7–16, 27–29, 202–205]. В таких моделях заметная мультигармоничность волновых полей, характерная для нелинейной стадии взаимодействия, проявляется только по отношению к электронным волнам пучка [12–15, 29]. Высшими гармониками волн сигнала и накачки, как правило, пренебрегают. Прежде всего, потому, что их появление в спектре

волны сигнала в такой ситуации обусловлено, чаще всего, лишь слабым влиянием нерезонансных нелинейных эффектов [12–15, 29].

В эксперименте, однако, магнитные ондуляторы (вигглеры) всегда характеризуются неидеально-синусоидальным магнитным или электромагнитным полем и, как следствие, хоть и слабо выраженной, но, все же, заметной мультигармоничностью. Это означает, что для некоторых высших гармоник ВПЗ и гармоник поля накачки, могут выполняться дополнительные условия параметрической связи. В этом случае процесс генерации гармоник волны сигнала оказывается резонансным, и, соответственно, становится гораздо более интенсивным. А это, в свою очередь, может ощутимо сказаться на форме усиливаемого (генерируемого) электромагнитного сигнала.

Далее следует отметить, что, несмотря на очевидность описанного выше резонансного механизма генерации высших гармоник, в теории ЛСЭ он практически не изучался. Прежде всего, потому, что в традиционной постановке вопроса, когда главной целью является достижение высоких уровней усиления и КПД при гармоническом выходном сигнале [7–16, 29, 202, 203], такие мультигармонические взаимодействия представляют слабый интерес для практики. В тех же отдельных случаях, когда явлениям данного класса все же уделяют какое-то внимание, их рассматривают как паразитные эффекты, реализация которых для практики является нежелательной.

Ситуация, однако, существенно изменилась с появлением супергетеродинных ЛСЭ [13–29, 121, 193, 206]. Последние, как известно, построены на основе пространственного совмещения одной из продольных пучковых неустойчивостей (например, двухпотоковой [20] или плазменно-пучковой [18]) с традиционной для ЛСЭ параметрической неустойчивостью [7–16, 29, 202–205]. В отличие от параметрических ЛСЭ [7–16, 29, 202–205], здесь мультигармоничность ВПЗ оказывается достаточно сильно выраженной изначально. Это связано с тем, что линейные механизмы

дополнительного усиления, например, на основе двухпоточковой или плазменно-пучковой неустойчивости, характеризуются линейной дисперсионной зависимостью [85–101]. Благодаря этому в таких системах возможно интенсивное возбуждение высших гармоник [157]. То, что и двухпоточковая, и плазменно-пучковая неустойчивости сопровождаются возбуждением высших гармоник, свидетельствуют исследования [139–148, 158–183]. В такой ситуации даже наличие слабо выраженной мультигармоничности поля накачки способно привести к генерации достаточно интенсивного спектра высших гармоник электромагнитного сигнала. Форма выходного сигнала в таком случае может радикально измениться. Появляется возможность формировать с помощью СЛСЭ мощные мультигармонические электромагнитные поля, в том числе и ультракороткие кластеры. Еще одной особенностью СЛСЭ, которая способствует формированию мощных электромагнитных волн с широким спектром, является то обстоятельство, что супергетеродинные ЛСЭ характеризуются исключительно высокими инкрементами нарастания волн. Благодаря этому формирование мощных мультигармонических электромагнитных волн в СЛСЭ можно осуществить в однопроходном режиме. То есть СЛСЭ должен работать как усилитель. Резонатор, одно из назначений которого формирование монохроматического выходного сигнала, в СЛСЭ-формирователе мультигармонических волн отсутствует.

Интерес к устройствам, которые способны формировать мощные ультракороткие электромагнитные импульсы, связан тем, что такие импульсы могут обладать рядом уникальных физических свойств, например, способностью проникать на заданную глубину в различные плотные материальные среды (газообразные, твердые, жидкие) без затухания [30–32, 207–212]. А это, в свою очередь, открывает возможность для практической реализации ряда абсолютно новых технологий как коммерческого, так и специального назначения. Такого рода электромагнитные сигналы могут иметь широкое практическое применение

для фундаментальных и прикладных исследований в области физики, химии, биологии, медицины [30–32, 213–220].

Следует отметить, что проблема формирования ультракоротких импульсов возникла сразу же после изобретения лазера. Многочисленные теоретические и экспериментальные работы конца 70^х – первой половины 80^х [30–32, 207, 208] подтвердили как принципиальную возможность практического построения ультракоротких, в том числе и фемтосекундных генераторов, так и ключевые физические особенности самих фемтосекундных импульсов. В том числе, их способность распространяться среде без затухания на большие расстояния в непрозрачных средах (газообразных, жидких и твердотельных), наличие при этом слабой частотной дисперсии (что, в свою очередь, ведет к появлению эффекта постепенного увеличения длительности импульса в процессе его распространения) и некоторых других. Заметим также, что все, без исключения, экспериментально реализованные в то время фемтосекундные системы, были построены на базе квантовых лазеров.

Важно отметить, что несмотря на реально достигнутые успехи фундаментального плана, такого рода системы, однако, не получили того широкого практических применений, ради которых, собственно, все и начиналось. Прежде всего, потому, что наиболее интересные прикладные применения требовали исключительно высоких уровней средней мощности (единицы – десятки, а в ряде случаев – и сотни кВт). Тогда как реально достигнутые уровни средней мощности были намного ниже (как правило, десятки – сотни мВт). Одной из проблем, ограничивающих мощность ультракоротких импульсов в квантовых лазерах, является нагревание активной среды лазера, что приводит к его разрушению. Изобретение метода усиления чирпованных импульсов [211, 221–225 и др.] позволило частично преодолеть эти сложности.

В отличие от квантовых генераторов лазеры на свободных электронах не имеют проблем, связанных с нагреванием активной среды, так как

активной средой здесь является вакуум, в котором движется электронный пучок. Поэтому в настоящее время проводятся активные исследования использования ЛСЭ для создания ультракоротких импульсов, включая фемтосекундные. Одно из направлений таких исследований связано с использованием ультрафиолетовых и рентгеновских ЛСЭ [226–239], которые используют электронные пучки с энергиями порядка 1 ГэВ. Отметим, что для лазеров ультрафиолетового и рентгеновского диапазона создание зеркал для оптического резонатора является достаточно сложной технологической проблемой. Поэтому в последнее время большое развитие получили ЛСЭ-усилители, в котором усиление электромагнитного сигнала происходит за один проход. При этом широко используется режим самоусиления спонтанного излучения SASE (Self Amplified Spontaneous Emission) [240–251]. Этот режим становится возможным в случае достижения достаточно высоких инкрементов нарастания сигнала. Поэтому в таких установках используют электронные пучки с электрическими токами в сотни – тысячи ампер. Понятно, что такие установки являются уникальными, огромны в размерах, имеют исключительно высокую стоимость. Такие ЛСЭ способны генерировать импульсы длительностью порядка единиц фемтосекунд.

В настоящее время рассматриваются и другие способы формирования ультракоротких импульсов электромагнитного поля с использованием электронных пучков с меньшей энергией. Так для генерации таких импульсов авторами [252–255] предложено использовать эффекты сверхизлучения. Этот эффект представляет собой когерентное излучение электромагнитного импульса электронным сгустком, обусловленное развитием группировки частиц внутри сгустка. При этом синфазность излучения различных частей сгустка, протяженность которого составляет несколько десятков длин волн, обеспечивается проскальзыванием волны относительно частиц вследствие отличия групповой скорости волны от поступательной скорости частиц. Сообщается, что такой способ

формирования позволяет создавать импульсы мощностью до 1 ГВт в миллиметровом диапазоне при длительности порядка 300 пс.

Таким образом, из анализа литературных источников следует, что проблема создания ультракоротких импульсов электромагнитного поля привлекает внимание исследователей и является актуальной. Благодаря мультигармоническим особенностям физических процессов, протекающих в супергетеродинных ЛСЭ, появляется возможность формирования мощных ультракоротких импульсов на их базе. Для этого необходимо проанализировать как мультигармонические физические процессы в таких устройствах, так и провести поиск режимов работы, при которых формирование мультигармонических волн было бы наиболее эффективным.

1.6. Теоретические подходы, используемые в теории сильноточных ЛСЭ

Главное отличие супергетеродинных от других типов ЛСЭ состоит в том то, что в них используют дополнительный механизм усиления продольных волн, например, плазменно-пучковую, двухпотоковую неустойчивости. В электродинамике известно, что такие неустойчивости способны обеспечить исключительно высокие уровни усиления пучковых волн [139–148, 158–183 и др.]. Именно поэтому и СЛСЭ, построенные на такой технологической базе, и характеризуются столь высокими усилительными свойствами. Вместе с тем, упор на использование пучковых неустойчивостей автоматически означает, что, за редким исключением, все СЛСЭ следует классифицировать как релятивистские плазменноподобные системы. Прежде всего потому, что такого рода пучковые неустойчивости, носят принципиально коллективный характер. Технологически это означает, что реально СЛСЭ всегда являются сильноточными релятивистскими электронными приборами со всеми вытекающими из этого физико-математическими следствиями. Поэтому для описания физических процессов

в супергетеродинных ЛСЭ следует применять теоретические методы, используемые в теории сильноточных ЛСЭ, в плазменной релятивистской электронике.

Наиболее общим для изучения физических процессов в сильноточных релятивистских электронных пучках и системах на их основе является подход, который базируется на основе методов теории плазмы [13–16, 85–101 и др.]. Релятивистский электронный пучок здесь рассматривают как поток плазмы. Теория физических процессов строится на самосогласованном решении уравнений Максвелла и кинетического уравнения. Такой теоретический подход позволяет описать явления, которые происходят в электронных пучках, как с малой плотностью заряда, так и в интенсивных пучках, в которых развиваются коллективные эффекты. Основным недостатком такого подхода является то, что он является очень сложным даже для численного анализа, не говоря о возможности получения аналитических решений. Поэтому в рамках плазменного подхода используют ряд приближений.

Часто, исходя из условий конкретной задачи, пренебрегают столкновениями заряженных частиц между собой, т.е. интеграл столкновений считают равным нулю. В этом случае можно ввести одночастичную функцию распределения, которая определяет плотность вероятности нахождения заряженной частицы в некоторый момент времени в заданной точке фазового пространства. В результате задача сводится к самосогласованному решению так называемого кинетического уравнения Власова и системы уравнений Максвелла. Для решения кинетического уравнения Власова используют, например, метод интегрирования по траекториям частиц [87–89]. Но этот метод можно применять, когда известны аналитические решения уравнений движения для заряженных частиц. Такие решения найти довольно сложно, особенно, когда необходимо учитывать собственные поля электронных пучков.

Иной приближенный подход использует, так называемые квазиблоховские уравнения [7–16, 256–258 и др.]. Здесь решения

кинетического уравнения ищут в виде разложения функции распределения в ряд по гармоникам с медленно меняющимися амплитудами. Далее используя кинетическое уравнение, получают систему связанных (квазиблоховских) уравнений для амплитуд функции распределения. Также электромагнитные поля представляют в виде разложений в ряды по гармоникам поля и используют их в уравнениях Максвелла. В результате задача сводится к решению связанных укороченных максвелловских и квазиблоховских уравнений для амплитуд поля и функции распределения, которые описывают нелинейные процессы в исследуемой системе.

В теории плазмы также широко применяют квазигидродинамическое описание [7–16, 85–101 и др.]. Такой подход используют, когда плазма ведет себя как проводящая жидкость. С помощью квазигидродинамических уравнений, которые имеют разные модификации, находят гидродинамическую плотность, скорость, импульс. Так для холодной плазмы замкнутую систему уравнений гидродинамики формируют уравнения непрерывности и Эйлера для каждого сорта частиц. Плотность электрического тока и заряда определяются гидродинамической плотностью и скоростью. Уравнения непрерывности и Эйлера совместно с уравнениями Максвелла составляют полную систему уравнений, которая описывает самосогласованное движение плазмы с электромагнитными полями. По сравнению с кинетическим квазигидродинамическое описание является менее общим. Одно из основных преимуществ квазигидродинамического подхода является то, что он является гораздо проще кинетического.

Также при рассмотрении процессов в электронных пучках часто используют метод одночастных токов [7–13, 259–263] и метод крупных частиц [7–13, 264–269]. Метод одночастных токов основывается на релятивистском уравнении движения отдельно взятой частицы в электромагнитных полях и уравнении Максвелла. Плотность электрического тока находится как совокупность одночастичных токов, создаваемых отдельными группами заряженных частиц. Полученная система уравнений

анализируется численно. Аналогично строится и метод крупных частиц. К недостатку этих методов следует отнести то, что они опираются, в основном, на численный анализ. Проведение аналитического анализа, как правило, оказывается довольно трудной задачей. Тем не менее, этот подход находит сегодня широкое применение для проверки результатов, полученных другими методами.

Среди методов, которые используются для анализа физических процессов с точки зрения теории плазмы, следует выделить иерархический асимптотический подход в теории колебаний и волн [13–16, 270–277]. В рамках этого подхода используются следующие методы: метод усредненного кинетического уравнения, метод усредненного квазигидродинамического уравнения, метод усредненного уравнения для плотности тока, метод усредненных характеристик. Следует отметить, что метод усредненных характеристик фактически является обобщением выше перечисленных методов. Эти методы с одной стороны включают у себя преимущества плазменного подхода, а с другой – базируются на математически обоснованных асимптотических схемах уравнений. Сравнивая эти методы с другими, видим, что он позволяет описывать широкий круг задач. С другой стороны благодаря использованию асимптотических схем интегрирования можно получать часть результатов, как в аналитическом виде, так и в виде, хорошо адаптированном для численных методов анализа. Поскольку метод усредненных характеристик является базовым для нелинейного анализа физических процессов в супергетеродинных ЛСЭ в представленной диссертационной работе, изложим его в следующем параграфе более детально.

1.7. Метод усредненных характеристик

Метод усредненных характеристик имеет несколько разных расчетных схем [13–15, 277]. Здесь рассмотрим только одну из его модификаций,

которую далее будем использовать в качестве расчетной основы в диссертационной работе.

Метод усредненных характеристик применяется для асимптотического интегрирования систем уравнений в частных производных, которые можно записать в стандартной форме [13–15, 277]

$$\mathbf{A}'(\mathbf{U}, \mathbf{z}, t) \frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + \left(\mathbf{Z}'(\mathbf{U}, \mathbf{z}, t) \times \frac{\partial}{\partial \mathbf{z}} \right) \mathbf{U} + \mathbf{C}'(\mathbf{z}, t) \mathbf{U} = \mathbf{R}'(\mathbf{U}, \mathbf{z}, t), \quad (1.7)$$

где \mathbf{A}' , \mathbf{Z}' , \mathbf{C}' , \mathbf{R}' – квадратные матрицы-функции размером $n \times n$, компоненты матрицы \mathbf{R}' являются слабо нелинейными периодическими функциями (в общем случае m -кратными); $\mathbf{U} = \mathbf{U}(\mathbf{z}, t)$ – некоторая вектор-функция в Евклидовом n -мерном пространстве; $\mathbf{z} = \{z_1, z_2, \dots, z_i, \dots, z_n\}$, $z_i \in (-\infty, +\infty)$; t – некоторая скалярная переменная, например, лабораторное время.

Можно показать [13–15, 277], что уравнения в стандартной форме (1.7) могут быть преобразованы в линейные относительно производных уравнения

$$\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + \mathbf{Z}(\mathbf{U}, \mathbf{z}, t) \frac{\partial \mathbf{U}}{\partial \mathbf{z}} = \mathbf{R}(\mathbf{U}, \mathbf{z}, t), \quad (1.8)$$

где \mathbf{Z} , \mathbf{R} – квадратные матрицы размером $n \times n$.

Рассмотрим алгоритм асимптотического интегрирования уравнений вида (1.8) с помощью метода усредненных характеристик. Вычислительную процедуру этого метода можно разбить на три этапа (рис. 1.11). Первый этап – преобразование исходной системы уравнений в частных производных к системе уравнений k -го иерархического уровня. Главная задача второго этапа – нахождение решений этих уравнений. Смысл третьего этапа состоит в обратном преобразовании полученных решений на k -м иерархическом уровне к начальному (нулевому) уровню.

Рассмотрим первый этап вычислительного алгоритма. Он включает в себя две стадии (рис. 1.11). На первой стадии переходим от исходной системы дифференциальных уравнений в частных производных (1.8) к ее характеристикам, которые уже являются уравнениями в полных производных:

$$\frac{dz}{dt} = \mathbf{Z}(\mathbf{U}, \mathbf{z}, t); \quad \frac{d\mathbf{U}}{dt} = \mathbf{R}(\mathbf{U}, \mathbf{z}, t). \quad (1.9)$$

Как известно, интегрирование уравнений в полных производных (1.9) гораздо проще интегрирования уравнений в частных производных (1.8). Однако, не смотря на достигнутое упрощение, решение системы уравнений (1.9), особенно в случае многопериодических и многорезонансных нелинейных процессов, оказывается далеко не простой задачей. Поэтому на второй стадии (рис. 1.11) проводят асимптотическое интегрирование уравнений (1.9) с использованием иерархической расчетной схемы [13–16]. При этом уравнения (1.9) принимаются в качестве исходной системы на нулевом иерархическом уровне.

Далее в соответствии с иерархическим подходом [13–16] классифицируем переменных в системе (1.9) на медленные переменные \mathbf{x} и быстрые фазы Ψ , формируем ряд больших параметров задачи

$$\xi_1 \gg \xi_2 \gg \dots \gg \xi_m \gg \xi_k \gg 1, \quad (1.10)$$

где

$$\xi_m \sim \left| \frac{d\Psi_m}{dt} \right| \left/ \left| \frac{dx_q}{dt} \right| \right., \quad (1.11)$$

Ψ_m – m -я компонента вектора быстрых фаз Ψ ;

x_q – q -я компонента вектора медленных переменных \mathbf{x} , скорость изменения которой не превышает скорость изменения других медленных переменных.

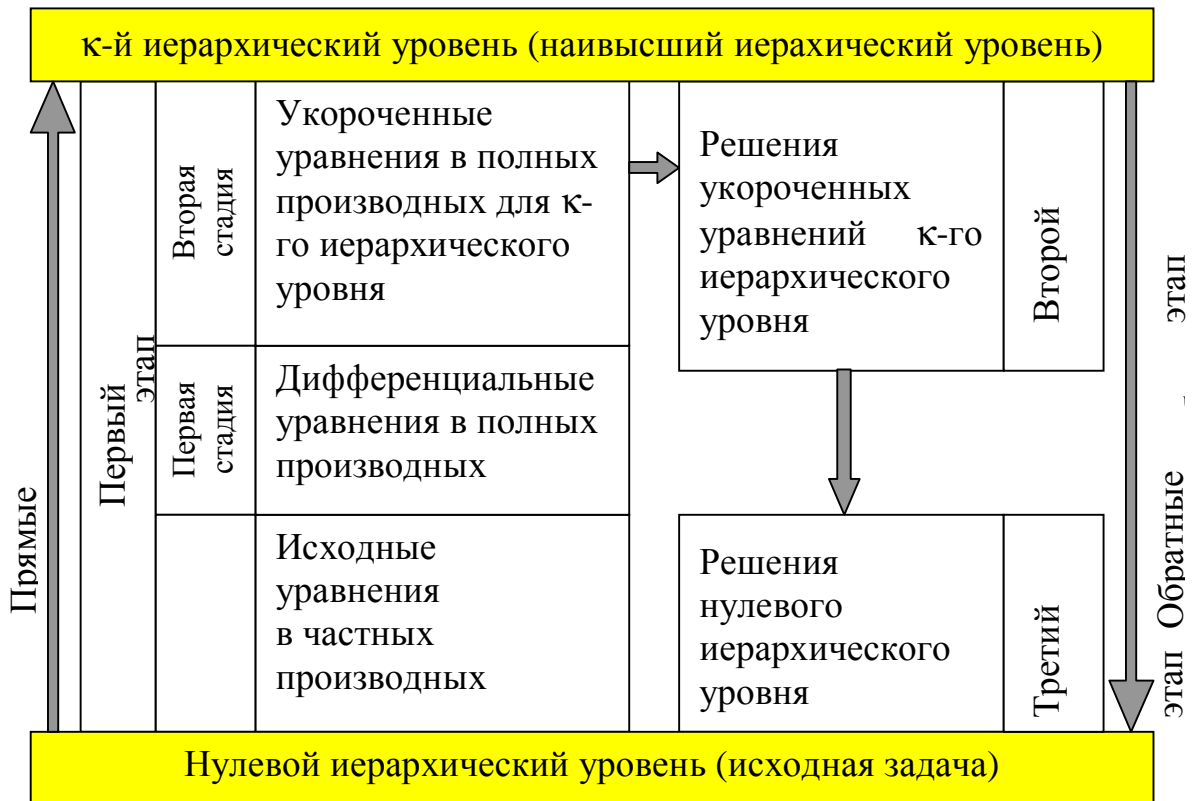


Рис. 1.11 Схема вычислительной процедуры метода усредненных характеристик

Следует заметить, что функции \mathbf{Z}, \mathbf{R} в (1.9) являются периодическими функциями от компонент вектора быстрых фаз $\boldsymbol{\psi}$. Также отметим, что имеются расчетные схемы, когда большой параметр ξ_m (1.11) характеризует скорость изменения не одной быстрой фазы, а группы быстрых фаз.

Как следует из (1.10)–(1.11) наибольшей скоростью изменения характеризуется быстрая фаза ψ_1 . Скорости изменения остальных фаз по сравнению с ψ_1 являются малыми, и поэтому остальные фазы при переходе от нулевого иерархического уровня к первому можно отнести к медленным переменным. В результате систему уравнений (1.9) можно записать в виде

$$\frac{d\mathbf{x}_1}{dt} = \frac{1}{\xi_1} \mathbf{X}_1(\mathbf{x}_1, \psi_1), \quad \frac{d\psi_1}{dt} = \Omega_1(\mathbf{x}_1) + \frac{1}{\xi_1} Y_1(\mathbf{x}_1, \psi_1). \quad (1.12)$$

Для нахождения асимптотических решений системы (1.12) используем замену Крылова-Боголюбова [13–16, 281] и переходим к усредненным величинам $\bar{\mathbf{x}}_1$ и $\bar{\psi}_1$ (переменным следующего уровня иерархии):

$$\mathbf{x}_1 = \bar{\mathbf{x}}_1 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\xi_1^n} \mathbf{u}_1^{(n)}(\bar{\mathbf{x}}_1, \bar{\psi}_1), \quad \psi_1 = \bar{\psi}_1 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\xi_1^n} v_1^{(n)}(\bar{\mathbf{x}}_1, \bar{\psi}_1). \quad (1.13)$$

Функции $\mathbf{u}_1^{(n)}(\bar{\mathbf{x}}_1, \bar{\psi}_1)$ и $v_1^{(n)}(\bar{\mathbf{x}}_1, \bar{\psi}_1)$ подбирают таким образом, чтобы усредненные величины удовлетворяли следующей системе уравнений:

$$\frac{d\bar{\mathbf{x}}_1}{dt} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\xi_1^n} \mathbf{A}_1^{(n)}(\bar{\mathbf{x}}_1), \quad (1.14)$$

$$\frac{d\bar{\psi}_1}{dt} = \Omega_1(\bar{\mathbf{x}}_1) + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\xi_1^n} B_1^{(n)}(\bar{\mathbf{x}}_1). \quad (1.15)$$

Основной смысл замены (1.13) состоит в том, что медленное движение, определяемое вектором $\bar{\mathbf{x}}_1$, отделено полностью от быстрой переменной $\bar{\psi}_1$. А именно, правая часть системы (1.14) не зависит от $\bar{\psi}_1$ и поэтому интегрируется независимо от уравнения (1.15). Определив $\bar{\mathbf{x}}_1$, можно найти $\bar{\psi}_1(t)$ из уравнения (1.15), вычислив квадратуру. Уравнения (1.14)–(1.15) определяют поведение исследуемой системы на первом иерархическом уровне.

Функции $\mathbf{A}_1^{(n)}, B_1^{(n)}, \mathbf{u}_1^{(n)}, v_1^{(n)}$, которые входят в систему уравнений (1.13)–(1.15) имеют следующий вид [13–16, 281]:

$$\mathbf{A}_1^{(n)} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \mathbf{g}_1^{(n)}(\bar{\mathbf{x}}, \bar{\Psi}) d\bar{\Psi}, \quad B_1^{(n)} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} h_1^{(n)}(\bar{\mathbf{x}}, \bar{\Psi}) d\bar{\Psi}, \quad (1.16)$$

$$\mathbf{u}_1^{(n)} = \frac{1}{\Omega} \int_0^{\bar{\Psi}} (\mathbf{g}_1^{(n)} - \mathbf{A}_1^{(n)}) d\bar{\Psi} + \boldsymbol{\varphi}_1^{(n)}(\bar{\mathbf{x}}), \quad (1.17)$$

$$\mathbf{v}_1^{(n)} = \frac{1}{\Omega} \int_0^{\bar{\Psi}} (h_1^{(n)} - B_1^{(n)}) d\bar{\Psi} + \boldsymbol{\varpi}_1^{(n)}(\bar{\mathbf{x}}). \quad (1.18)$$

Как следует из (1.16)–(1.18), выражения для $\mathbf{A}_1^{(n)}, B_1^{(n)}, \mathbf{u}_1^{(n)}, \mathbf{v}_1^{(n)}$ определяются через $\mathbf{g}_1^{(n)}$ и $h_1^{(n)}$, которые, в свою очередь, связаны с функциями $\mathbf{X}_1(\mathbf{x}_1, \Psi_1)$, $\Omega_1(\mathbf{x}_1)$ и $Y_1(\mathbf{x}_1, \Psi_1)$ исходной системы уравнений (1.12).

Для первых трех приближений функции $\mathbf{g}_1^{(n)}$ и $h_1^{(n)}$ имеют следующий вид:

$$\mathbf{g}_1^{(1)} = \frac{1}{\xi_1} \mathbf{X}_1(\bar{\mathbf{x}}_1, \bar{\Psi}_1), \quad h_1^{(1)} = \frac{1}{\xi_1} \left(\sum_j \frac{\partial \Omega}{\partial x_1^{(j)}} u_1^{(1,j)} + Y(\bar{\mathbf{x}}_1, \bar{\Psi}) \right), \quad (1.19)$$

$$\mathbf{g}_1^{(2)} = \frac{1}{\xi^2} \left[\sum_j \left(\frac{\partial \mathbf{X}_1}{\partial \bar{x}_1^{(j)}} u_1^{(1,j)} - \frac{\partial \mathbf{u}_1^{(1)}}{\partial \bar{x}_1^{(j)}} A_1^{(1,j)} \right) + \frac{\partial \mathbf{X}_1}{\partial \bar{\Psi}_1} v_1^{(1)} - \frac{\partial \mathbf{u}_1^{(1)}}{\partial \bar{\Psi}_1} B_1^{(1)} \right], \quad (1.20)$$

$$h_1^{(2)} = \frac{1}{\xi^2} \left[\sum_j \left(\frac{\partial Y_1}{\partial \bar{x}_1^{(j)}} u_1^{(1,j)} - \frac{\partial v_1^{(1)}}{\partial \bar{x}_1^{(j)}} A_1^{(1,j)} + \frac{\partial \Omega_1}{\partial \bar{x}_1^{(j)}} u_1^{(2,j)} \right) + \frac{\partial Y_1}{\partial \bar{\Psi}_1} v_1^{(1)} - \frac{\partial v_1^{(1)}}{\partial \bar{\Psi}_1} B_1^{(1)} + \frac{1}{2} \sum_{j,k} \frac{\partial^2 \Omega}{\partial x_1^{(j)} \partial x_1^{(k)}} u_1^{(j)} u_1^{(k)} \right], \quad (1.21)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{g}_1^{(3)} = & \frac{1}{\xi^3} \left[\sum_j \left(\frac{\partial \mathbf{X}_1}{\partial \bar{x}_1^{(j)}} u_1^{(2,j)} + \frac{\partial^2 \mathbf{X}_1}{\partial \bar{x}_1^{(j)} \partial \bar{\Psi}_1} u_1^{(1,j)} v_1^{(1)} - \frac{\partial \mathbf{u}_1^{(2)}}{\partial \bar{x}_1^{(j)}} A_1^{(1,j)} - \frac{\partial \mathbf{u}_1^{(1)}}{\partial \bar{x}_1^{(j)}} A_1^{(2,j)} \right) + \right. \\ & \left. + \frac{1}{2} \sum_{j,k} \frac{\partial^2 \mathbf{X}_1}{\partial \bar{x}_1^{(j)} \partial \bar{x}_1^{(k)}} u_1^{(1,j)} u_1^{(1,k)} + \frac{\partial \mathbf{X}_1}{\partial \bar{\Psi}_1} v_1^{(2)} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 \mathbf{X}_1}{\partial \bar{\Psi}_1 \partial \bar{\Psi}_1} (v_1^{(1)})^2 - \frac{\partial \mathbf{u}_1^{(2)}}{\partial \bar{\Psi}} B_1^{(1)} - \frac{\partial \mathbf{u}_1^{(1)}}{\partial \bar{\Psi}} B_2^{(1)} \right], \end{aligned} \quad (1.22)$$

$$\begin{aligned}
h_1^{(3)} = & \frac{1}{\xi^3} \left[\sum_j \left(\frac{\partial Y_1}{\partial \bar{x}_1^{(j)}} u_1^{(2,j)} + \frac{\partial^2 Y_1}{\partial \bar{\Psi}_1 \partial \bar{x}_1^{(j)}} v_1^{(1)} u_1^{(1,j)} - \frac{\partial v_1^{(1)}}{\partial \bar{x}_1^{(j)}} A_1^{(2,j)} - \frac{\partial v_1^{(2)}}{\partial \bar{x}_1^{(j)}} A_1^{(1,j)} - \right. \right. \\
& \left. \left. - \frac{\partial \Omega_1}{\partial \bar{x}_1^{(j)}} u_1^{(3,j)} \right) + \frac{1}{2} \sum_{j,k} \left(\frac{\partial^2 Y_1}{\partial \bar{x}_1^{(j)} \partial \bar{x}_1^{(k)}} u_1^{(1,j)} u_1^{(1,k)} + \frac{\partial^2 \Omega_1}{\partial \bar{x}_1^{(j)} \partial \bar{x}_1^{(k)}} u_1^{(1,j)} u_1^{(2,k)} \right) + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 Y_1}{\partial \bar{\Psi}_1 \partial \bar{\Psi}_1} \left(v_1^{(1)} \right)^2 + \\
& \left. + \frac{1}{6} \sum_{j,k,s} \left(\frac{\partial^3 Y_1}{\partial \bar{x}_1^{(j)} \partial \bar{x}_1^{(k)} \partial \bar{x}_1^{(s)}} u_1^{(1,j)} u_1^{(1,k)} u_1^{(1,s)} \right) + \frac{\partial Y_1}{\partial \bar{\Psi}_1} v_1^{(2)} - \frac{\partial v_1^{(1)}}{\partial \bar{\Psi}_1} B_1^{(2)} - \frac{\partial v_1^{(2)}}{\partial \bar{\Psi}_1} B_1^{(1)} \right]. \quad (1.23)
\end{aligned}$$

Также следует иметь в виду, что функции $\varphi_1^{(n)}(\bar{\mathbf{x}})$ и $\varpi_1^{(n)}(\bar{\mathbf{x}})$ в (1.17)–(1.18) имеют смысл постоянных интегрирования. Существуют различные способы задания этих функций. Например, эти функции можно выбирать так, чтобы постоянные составляющие $\mathbf{u}_1^{(n)}$ и $v_1^{(n)}$ были равны нулю. Точность построения приближенного решения не зависит от выбора функций $\varphi_1^{(n)}(\bar{\mathbf{x}})$ и $\varpi_1^{(n)}(\bar{\mathbf{x}})$.

Напомним, что в соотношениях (1.19)–(1.23) $\bar{\mathbf{x}}_1$, $\mathbf{u}_1^{(n)}$ и $\mathbf{A}_1^{(n)}$ – векторы с компонентами $\bar{x}_1^{(j)}$, $u_1^{(n,j)}$ и $A_1^{(n,j)}$ соответственно, $\bar{\Psi}_1$, $v_1^{(n)}$ и $B_1^{(n)}$ – скаляры. Аналогично \mathbf{X}_1 – вектор-функция, а Y_1 и Ω_1 – скалярные функции.

Анализируя полученную систему (1.14), видим, что хотя она и не зависит от быстрой фазы $\bar{\Psi}_1$, но, все же, остается зависимой от других быстрых фаз $\Psi_2, \dots, \Psi_m, \dots, \Psi_\kappa$. Поэтому ее интегрирование остается сложной задачей. С другой стороны, для нахождения решений (1.14) мы вновь можем применить изложенный выше алгоритм (1.13), (1.16)–(1.23). В качестве быстрой фазы используем Ψ_2 (напомним, на первом иерархическом уровне фаза Ψ_2 входит в вектор медленных переменных \mathbf{x}_1). Фазы, соответствующие большим параметрам $\xi_3, \xi_4, \dots, \xi_\kappa$, на этом этапе решения задачи отнесем к вектору медленных переменных \mathbf{x}_2 . В результате система (1.14) может быть записана в виде аналогичном (1.12):

$$\frac{d\mathbf{x}_2}{dt} = \frac{1}{\xi_2} \mathbf{X}_2(\mathbf{x}_2, \psi_2), \quad \frac{d\psi_2}{dt} = \Omega_2(\mathbf{x}_2) + \frac{1}{\xi_2} Y_2(\mathbf{x}_2, \psi_2).$$

Далее к этой системе применяем замену Крылова-Боголюбова аналогично как в (1.13), (1.16)–(1.23) и получаем усредненные уравнения второго иерархического уровня

$$\frac{d\bar{\mathbf{x}}_2}{dt} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\xi_2^n} \mathbf{A}_2^{(n)}(\bar{\mathbf{x}}_2), \quad (1.24)$$

$$\frac{d\bar{\psi}_2}{dt} = \Omega_2(\bar{\mathbf{x}}_2) + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\xi_2^n} B_2^{(n)}(\bar{\mathbf{x}}_2). \quad (1.25)$$

Видим, что медленное движение (1.24), описываемое вектором $\bar{\mathbf{x}}_2$, как и в случае (1.14), уже полностью отделено от быстрой фазы $\bar{\psi}_2$, а значит, становится еще более простым. Уравнения (1.24)–(1.25) определяют поведение исследуемой системы на втором иерархическом уровне.

Аналогичную процедуру интегрирования мы можем применить многократно, пока не будут отделены в уравнениях вида (1.14), (1.24) все быстрые фазы, соответствующие ряду больших параметров (1.10). В итоге получим уравнение аналогичное к (1.14), (1.24) для медленных переменных на наивысшем k -м иерархическом уровне. Это уравнение уже не содержит быстрых фаз и поэтому является более простым, чем (1.8). Получение укороченных уравнений на наивысшем k -м иерархическом уровне, которые не зависят от быстрых фаз, и составляет основное содержание первого этапа (рис. 1.11).

Далее переходим ко второму этапу вычислительной процедуры, которая состоит в нахождении решения усредненного уравнения на k -м иерархическом уровне (рис. 1.11). Для этого можно применить стандартные методы, например метод медленно меняющихся амплитуд [13–

16, 157, 185, 186, 195, 282, 283]. Возможны и другие варианты нахождения решений, например, с использованием метода характеристик [13–277]. В любом случае, находить решение усредненного уравнения на наивысшем k -м иерархическом уровне гораздо легче, чем решение исходного уравнения, так как оно не содержит быстроосциллирующие фазы.

Однако нам нужны решения не усредненных уравнений, а исходного уравнения (1.8). Поэтому на следующем третьем этапе проведем обратные преобразования, используя замену переменных Крылова-Боголбова для преобразования переменных из произвольного m -го иерархического уровня в переменные $(m - 1)$ -го уровня

$$\bar{\mathbf{x}}_{m-1} = \bar{\mathbf{x}}_m + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\xi_m^n} \mathbf{u}_m^{(n)}(\bar{\mathbf{x}}_m, \bar{\Psi}_m); \quad \bar{\Psi}_{m-1} = \bar{\Psi}_m + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\xi_m^n} v_m^{(n)}(\bar{\mathbf{x}}_m, \bar{\Psi}_m), \quad (1.26)$$

где $\bar{\mathbf{x}}_{m-1} = \mathbf{x}_m$, $\bar{\Psi}_{m-1} = \Psi_m$ как это следует из соотношений вида (1.13). Напомним, функции $\mathbf{u}_m^{(n)}$, $v_m^{(n)}$, которые входят в систему уравнений (1.26) находятся по известной процедуре (1.17)–(1.23).

Таким образом, соотношения типа (1.13), (1.26) играют двойную роль в обсуждаемой вычислительной схеме. Используя их, мы выполняем как прямые, так и обратные преобразования (рис. 1.11). Благодаря обратным преобразованиям от наивысшего k -го иерархического уровня до исходного (нулевого) иерархического уровня находим решения исходного уравнения.

Сущность выполнения обратных преобразований от переменных $\{\bar{\mathbf{x}}_m, \bar{\Psi}_m\}$ к переменным $\{\bar{\mathbf{x}}_{m-1}, \bar{\Psi}_{m-1}\}$ состоит в том, чтобы выразить $\{\bar{\mathbf{x}}_m, \bar{\Psi}_m\}$ как функции $\{\bar{\mathbf{x}}_{m-1}, \bar{\Psi}_{m-1}\}$ по имеющейся обратной связи (1.26). Выражения (1.26), являются нелинейными уравнениями, поскольку зависят, в общем случае, от нелинейных, хотя и известных, функций $\mathbf{u}_m^{(n)}(\bar{\mathbf{x}}_m, \bar{\Psi}_m)$ и $v_m^{(n)}(\bar{\mathbf{x}}_m, \bar{\Psi}_m)$. Таким образом, проведение обратных преобразований оказывается достаточно непростой задачей.

Для того чтобы в общем виде найти искомую связь между переменными двух соседних иерархических уровней, воспользуемся наблюдением, что разность между произвольными переменными двух соседних иерархических уровней (например, $(m-1)$ и m -м, см. (1.26)) пропорциональна $1/\xi_m \ll 1$. Это наблюдение позволяет разложить функции $\mathbf{u}_m^{(n)}(\bar{\mathbf{x}}_m, \bar{\Psi}_m)$ и $v_m^{(n)}(\bar{\mathbf{x}}_m, \bar{\Psi}_m)$ в ряд Тейлора в окрестности переменных $(m-1)$ -го иерархического уровня. Заменяя в этом разложении все разности типа $(\bar{\mathbf{x}}_m - \bar{\mathbf{x}}_{m-1})$, $(\bar{\Psi}_m - \bar{\Psi}_{m-1})$ через функции $\mathbf{u}_m^{(n)}$ и $v_m^{(n)}$ благодаря (1.26), получаем искомую асимптотическую связь между переменными соседних иерархических уровней:

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{x}}_m &= \bar{\mathbf{x}}_{m-1} - \left(\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\xi_m^n} \mathbf{u}_m^{(n)} \right) \Big|_{\substack{\bar{\mathbf{x}}_m = \bar{\mathbf{x}}_{m-1} \\ \bar{\Psi}_m = \bar{\Psi}_{m-1}}} + \\ &+ \left(\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\xi_m^n} \left(\frac{\partial \mathbf{u}_m^{(n)}}{\partial \bar{\mathbf{x}}_m} \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\xi_m^n} \mathbf{u}_m^{(n)} \right) \right) \Big|_{\substack{\bar{\mathbf{x}}_m = \bar{\mathbf{x}}_{m-1} \\ \bar{\Psi}_m = \bar{\Psi}_{m-1}}} + \left(\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\xi_m^n} \left(\frac{\partial \mathbf{u}_m^{(n)}}{\partial \bar{\Psi}_m} \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\xi_m^n} v_m^{(n)} \right) \right) \Big|_{\substack{\bar{\mathbf{x}}_m = \bar{\mathbf{x}}_{m-1} \\ \bar{\Psi}_m = \bar{\Psi}_{m-1}}} + \dots, \end{aligned} \quad (1.27)$$

$$\begin{aligned} \bar{\Psi}_m &= \bar{\Psi}_{m-1} - \left(\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\xi_m^n} v_m^{(n)} \right) \Big|_{\substack{\bar{\mathbf{x}}_m = \bar{\mathbf{x}}_{m-1} \\ \bar{\Psi}_m = \bar{\Psi}_{m-1}}} + \\ &+ \left(\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\xi_m^n} \left(\frac{\partial v_m^{(n)}}{\partial \bar{\mathbf{x}}_m} \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\xi_m^n} \mathbf{u}_m^{(n)} \right) \right) \Big|_{\substack{\bar{\mathbf{x}}_m = \bar{\mathbf{x}}_{m-1} \\ \bar{\Psi}_m = \bar{\Psi}_{m-1}}} + \left(\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\xi_m^n} \left(\frac{\partial v_m^{(n)}}{\partial \bar{\Psi}_m} \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\xi_m^n} v_m^{(n)} \right) \right) \Big|_{\substack{\bar{\mathbf{x}}_m = \bar{\mathbf{x}}_{m-1} \\ \bar{\Psi}_m = \bar{\Psi}_{m-1}}} + \dots \end{aligned} \quad (1.28)$$

Эти преобразования позволяют перейти от решений, полученных на наивысшем K -м иерархическом уровне к исходному нулевому иерархическому уровню (рис. 1.11).

Таким образом, в основе метода усредненных характеристик лежит идея замены сложной мультирезонансной и мультигармонической исходной задачи (1.8) гораздо более простой, в которой отсутствуют осцилляторные переменные. Решая такую простую задачу, а затем, осуществляя обратный

переход, получаем решение исходной сложной задачи.

Следует отметить, что решения исходных уравнений, полученные с использованием метода усредненных характеристик, как правило, имеют вид асимптотических рядов. Поэтому очень удобно совместно с иерархическими методами использовать метод медленно меняющихся амплитуд, для эффективного использования которого компоненты исходных уравнений должны быть представлены в виде разложения по малому параметру [13–16, 157, 185, 186, 195, 282, 283].

Одним из достоинств метода усредненных характеристик, как и других методов асимптотического иерархического подхода [13–16] является возможность получить часть результатов в аналитическом виде [28, 29, 274, 275 и др.]. Например, осцилляторные величины $\mathbf{u}_m^{(n)}$ и $v_m^{(n)}$ определяются соотношениями (1.17)–(1.23). Следует отметить, что техника использования прямых (1.13)–(1.23) и обратных переходов (1.27)–(1.28) также предполагает выполнение части преобразований в аналитическом виде. Однако для задач анализа множественных параметрически-резонансных взаимодействий, когда изучаются резонансные взаимодействия сотен гармоник, и при этом одновременно реализуются параметрические резонансы разного типа, ситуация становится совершенно иной. Такие задачи по уровню сложности относят к одним из самых сложных в электродинамике плазменноподобных систем, и аналитические решения здесь получить из-за их громоздкости не представляется возможным. В связи с этим возникает задача модернизации метода усредненных характеристик. Такая модернизация должна быть направлена, прежде всего, на алгоритмизацию вычислительных схем с учетом специфики анализа мультигармонических процессов в сильноточных релятивистских устройствах. Необходимо осуществить переход от ряда аналитических процедур к численным и реализовать необходимые алгоритмы в виде компьютерных программ. Также такая модернизация должна упростить процедуры прямого (1.13)–(1.23) и обратного переходов (1.27)–(1.28).

1.8. Выводы к разделу 1

1. В результате обзора литературных источников выяснено, что супергетеродинные ЛСЭ имеют ряд преимуществ по сравнению с эквивалентными параметрическими ЛСЭ, использующие такие же по интенсивности электронные пучки, амплитуду поля накачки и пр. Благодаря использованию дополнительного механизма усиления они имеют гораздо большие (на порядок и более) инкременты нарастания волн в миллиметровом – инфракрасном диапазоне волн, имеют меньшие габариты, используют накачку с существенно меньшими амплитудами.

2. Также было выяснено, что продольные волны, которые усиливаются в результате дополнительного механизма усиления, в двухпоточковых и плазменно-пучковых СЛСЭ характеризуются линейными дисперсионными зависимостями. В результате этого, между гармониками таких волн возникают множественные параметрические резонансы, которые приводят к возбуждению десятков и более гармоник. Помимо этого, в двухпоточковой релятивистской системе имеются и другие типы волн, которые также принимают участие в параметрически-резонансных взаимодействиях. Таким образом, общая картина мультигармонических нелинейных процессов в супергетеродинных ЛСЭ оказывается достаточно сложной и неизученной. Поэтому возникает необходимость построить нелинейную теорию мультигармонических взаимодействий в двухпоточковых и плазменно-пучковых системах, которые используются в двухпучковых и плазменно-пучковых СЛСЭ.

3. Анализ литературных источников показал, что последнее время бурно развивается направление в науке и технике, связанное с созданием и изучением систем способных формировать мощные ультракороткие электромагнитные импульсы, сигналы с широким спектром. Такие сигналы имеют широкое практическое применение для ряда фундаментальных и

прикладных исследований в области физики, химии, биологии, медицины. В супергетеродинных ЛСЭ, как показали предварительные оценки, могут генерироваться десятки и больше высших гармоник. В связи с этим возникает задача исследования мультигармонических супергетеродинных ЛСЭ, главное предназначение которых состоит в формировании интенсивных электромагнитных волн с широким спектром, в том числе и формирование мощных ультракоротких кластеров электромагнитного поля.

4. Как показал обзор литературных источников, ряд супергетеродинных ЛСЭ, например электронно-волновые СЛСЭ, плазменно-пучковые СЛСЭ с доплертронной накачкой изучены недостаточно. Была сформулирована лишь их общая идея, определены инкременты нарастания, сделан вывод о возможности создания на их основе мощных усилителей и генераторов в миллиметровом – инфракрасном диапазоне волн. Для подтверждения этого вывода необходимо провести исследования механизмов и уровней насыщения, изучить параметрически-резонансные взаимодействия в таких приборах.

5. Было выяснено, что для задач анализа множественных резонансных взаимодействий, то есть таких, которые связаны друг с другом через общие гармоники волн и в которых участвуют сотни гармоник, следует использовать один из наиболее мощных методов – метод усредненных характеристик. Также необходимо провести модернизацию этого метода для учета специфики множественных параметрических резонансов.

РАЗДЕЛ 2

ПРИНЦИПЫ ФОРМИРОВАНИЯ КЛАСТЕРОВ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН И ОБЩАЯ ИДЕОЛОГИЯ ПРОЕКТИРОВАНИЯ МУЛЬТИГАРМОНИЧЕСКИХ ЛАЗЕРОВ НА СВОБОДНЫХ ЭЛЕКТРОНАХ

Одним из наиболее интересных применений супергетеродинных лазеров на свободных электронах является построение на их основе систем, способных формировать ультракороткие кластеры электромагнитного поля. Прежде чем приступить к изучению физических процессов в конкретных моделях СЛСЭ, приводящих к формированию ультракоротких кластеров, обсудим как саму идею формирования ультракоротких кластеров, так и некоторые ключевые проблемы, характерные для данного класса технологий. Основные научные результаты раздела опубликованы в работах [36, 46, 47, 50, 51, 72–83].

2.1. Ультракороткие импульсы и ультракороткие кластеры

В современной литературе активно обсуждаются системы для формирования ультракоротких импульсов и их свойства [30–32, 207–212 и др.]. Как выяснено в предыдущем разделе, интерес к ультракоротким импульсам связан с широкими возможностями их практического применения в различных областях науки и техники [30–32].

Следует отметить, что практически во всех публикациях речь идет об ультракоротких *импульсах*. В диссертационной же работе будут рассмотрены системы для формирования ультракоротких *кластеров* электромагнитного поля. Импульсы и кластеры по своей структуре являются разными объектами, поэтому и требования для систем, их формирующих, также отличаются. Рассмотрим эти различия.

Суть главных физических отличий между понятиями «ультракороткий импульс» и «ультракороткий кластер» проиллюстрирована на рис. 2.1 и 2.2.

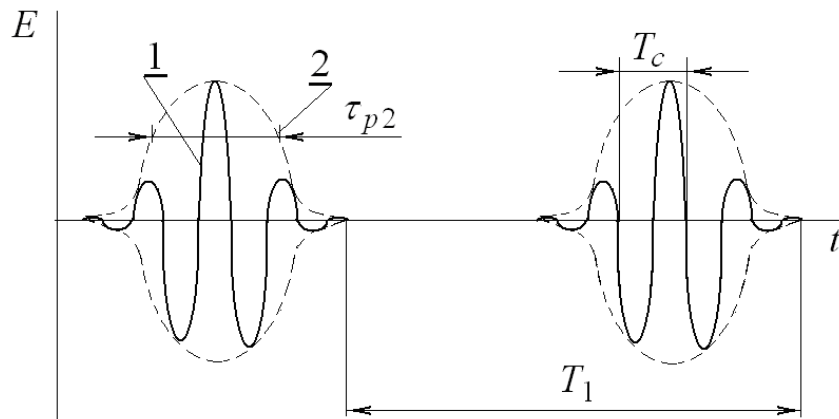


Рис. 2.1. Ультракороткий электромагнитный импульс

Как известно, например, из курса радиотехники, электромагнитный импульс или радиоимпульс не являются «настоящим» импульсом. Прежде всего потому, что это импульс огибающей, заполненный колебаниями электромагнитной волны несущей частоты. Форму такого импульса показано на рис. 2.1, где сплошная кривая 1 представляет зависимость мгновенного значения напряженности электрического поля от времени, а штриховая кривая 2 – ее огибающую. Особенность ультракоротких импульсов состоит в том, что в пределах одного импульса должно помещаться несколько периодов колебаний электромагнитной волны. Если принять, что длительность импульса $\tau_{p2} \sim 5 \cdot 10^{-14}$ с, то период колебаний несущей должен быть равен (рис. 2.1) $T_c \sim 10^{-14}$ с. Отсюда следует принципиальный недостаток фемтосекундной технологии, построенной на использовании радиоимпульсов: для получения длительностей импульса порядка фемтосекунды и меньших необходимо уходить дальше и дальше в ультрафиолетовый и рентгеновский диапазоны несущих частот [30, 207–212 и др.]. А чтобы создать такие системы, например, рентгеновские ЛСЭ необходимо использовать уникальные установки как по исполнению, так по

габаритах и стоимости [10, 11, 226–239 и др.]. При этом возникают непростые технологические проблемы, связанных с базовой техникой сжатия лазерных радиоимпульсов [10, 11, 226–239 и др.]. А в результате средняя мощность такого типа фемтосекундных генераторов оказывается недостаточной для их практического использования (десятки – сотни мВт). Так, например, в работах [209–211] сообщается о лазерных системах достигающих петаваттных уровней (энергия импульса несколько сотен джоулей), но способных создавать только один импульс в сутки ($T_1 \sim 1$ сутки).

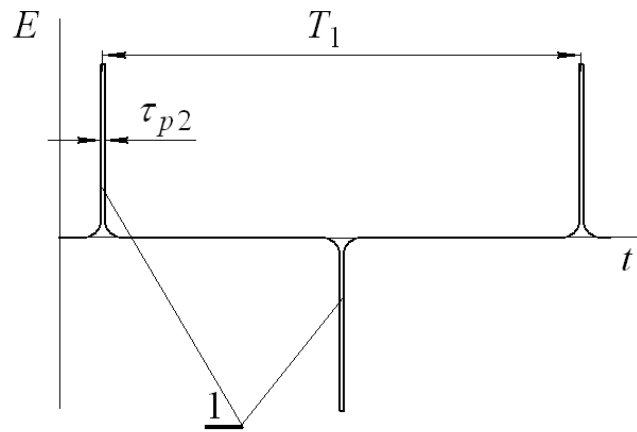


Рис. 2.2. Ультракороткие кластеры электромагнитного поля

На рис. 2.2 представлены кластеры электромагнитного поля, где сплошная кривая 1 представляет зависимость мгновенного значения напряженности электрического поля от времени. В отличие от радиоимпульса, кластеры являются «истинными» импульсами, подобными импульсам тока или напряжения, которые изучаются, например, в классической электротехнике. По сути, в этом случае мы имеем дело с некой периодической последовательностью очень плотных и коротких сгустков (кластеров) электрического и магнитного полей, распространяющихся в среде. Принципиальным при этом здесь является то, что электромагнитные кластеры не связаны с какой-либо несущей частотой и, следовательно, их длительность не ограничивается причинами, подобными тем, что упомянуты

выше в отношении радиоимпульсов. Поэтому требования к оборудованию, создающие такие кластеры, существенно ниже. Как показывает анализ, на современном уровне уже существующих технологий принципиально возможным является формирование ультракоротких кластеров порядка десятков фемтосекунд. Главным достоинством ультракоротких кластерных технологий является реальная перспектива формирования периодических серий кластеров (кластерных волн) со средней мощностью в десятки и даже сотни кВт и, соответственно, мгновенной – на уровнях $1 \div 100$ МВт. Это, в свою очередь, открывает уникальную перспективу для разработки класса коммерческих и специальных технологий, построенных на такой основе.

2.2. Идея и принцип формирования кластеров электромагнитного поля

Идея предложенного метода формирования ультракоротких кластеров, который также называют методом компрессии волновых пакетов, проиллюстрирована на рис. 2.3. Предположим, что мы имеем начальную гармоническую электромагнитную волну с периодом T , показанную на рис. 2.3 кривой 1, которая показывает зависимость мгновенного значения напряженности электрического поля от времени. Эту кривую можно мысленно представить как периодическую знакопеременную последовательность (с периодом T) полусинусоидальных импульсов типа 2, которые характеризуются длительностью τ_{p1} (рис. 2.3). Основная идея метода состоит в сильной компрессии каждого из импульсов 2 во времени и в пространстве, в результате чего получаем на выходе ультракороткий кластер 3 длительности τ_{p2} (рис. 2.3). Величину такой компрессии можно охарактеризовать, например, коэффициентом компрессии

$$f_{comp} = \tau_{p1} / \tau_{p2} \approx T / 4\tau_{p2} . \quad (2.1)$$

В формуле (2.1) учтено, что $\tau_{p1} = T/4$ (рис. 2.3).

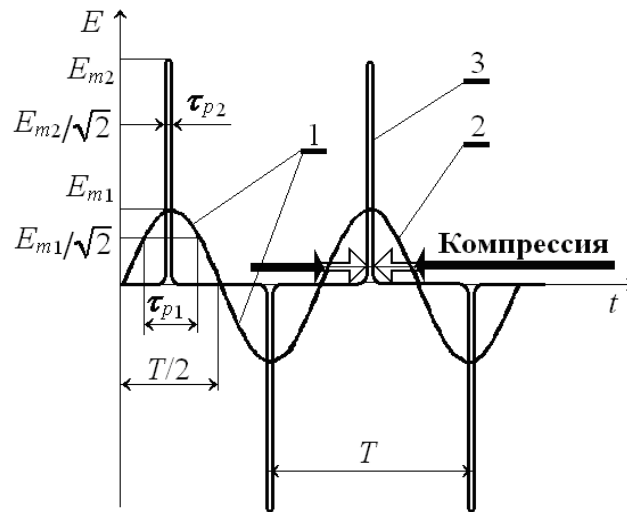


Рис. 2.3. Иллюстрация метода компрессии ультракоротких электромагнитных кластеров

Очевидно также, что каждый из ультракоротких кластеров 3 можно считать своеобразным волновым пакетом в случае, если характерный временной интервал τ_{ch} , на котором происходит релаксация среды после прохождения одного кластера, будет намного меньше полупериода начальной электромагнитной волны и коэффициент компрессии – намного больше единицы

$$f_{comp} \gg 1, \quad \tau_{ch} < T/2, \quad (2.2)$$

то каждый их ультракоротких кластеров 3 будет средой восприниматься как отдельный, изолированный от других кластеров.

На первый взгляд идея метода компрессии выглядит достаточно простой, однако возникает вопрос: как ее реализовать экспериментально? В принципе, возможно несколько вариантов практической реализации этого метода.

В качестве первого варианта следует предложить использование мультигармонического источника электромагнитных волн. Такой источник должен генерировать десятки или даже сотни гармоник сигнала с приблизительно одинаковыми амплитудами. Другими словами, источник должен формировать электромагнитный сигнал с широким спектром, пример которого представлен на рис. 2.4. Создание таких устройств является с технологической точки зрения далеко не простой задачей. Мультигармонические процессы в таких источниках, созданных на базе супергетеродинных ЛСЭ, далее анализируются в диссертационной работе.

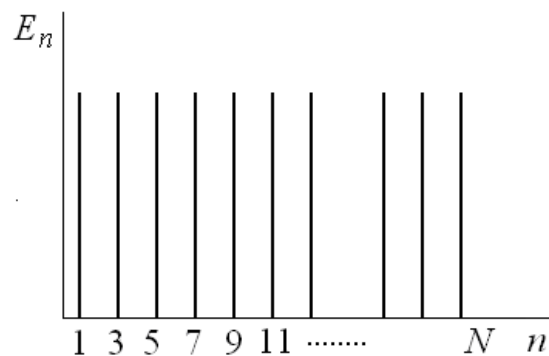


Рис. 2.4. Спектр ультракоротких кластеров как спектр «размазанных» дельта-функций Дирака

Почему же мультигармонический источник должен генерировать большое количество гармоник для формирования ультракоротких импульсов? Объясняется это мультигармонической природой кластерной волны, показанной на рис. 2.3 (кривая 3). Разложим кластерную волну в ряд Фурье. Прежде всего отметим, что как следует из рис. 2.3, кластер по своей форме очень близок к, так называемой, размазанной дельта-функции Дирака [284]. Поэтому спектр кластерной волны подобен спектру размазанной дельта-функции [284]. На рис. 2.4 показан спектр ультракоротких кластеров как зависимость амплитуд гармоник сигнала E_n от номера ее гармоники n . Как видим, кластерная волна по своему спектральному составу состоит из гармоник с соразмерными амплитудами. Для предельного случая дельта-

функции Дирака все гармоники имеют одинаковую амплитуду. Максимальный номер гармоники N на рис. 2.4 характеризует размазанность дельта-функции или же степень сжатия кластерной волны. Чем меньше длительность кластера, тем больше гармоник будет в спектре такого сигнала (тем больше будет N).

В связи с вышесказанным, рассмотренную выше процедуру компрессии монохроматического сигнала (рис. 2.3) математически можно рассматривать как генерацию высших гармоник с соизмеримыми амплитудами. И чем больше будет таких гармоник, тем короче будет кластер. С физической точки зрения эта процедура может рассматриваться как синтез ультракороткого кластера электромагнитного поля из многих гармоник. Поэтому предложенный метод для формирования кластеров называют также методом синтеза электромагнитных кластерных волн.

Таким образом, по форме ультракороткий кластер подобен дельта-функции Дирака. Это значит, что спектр таких кластеров должен быть подобным спектру дельта-функции Дирака и состоять из множества гармоник с соизмеримыми амплитудами.

Вышеописанный метод синтеза ультракоротких кластеров с помощью мультигармонического источника электромагнитных волн не является единственным возможным вариантом. Как пример второго варианта синтеза рассмотрим систему для формирования ультракоротких кластеров путем сложения гармоник сигнала от группы монохроматических источников волн, схема которой представлена на рис. 2.5. Предположим, что мы имеем группу монохроматических источников электромагнитных сигналов 1, 2, частоты $n_1\omega_1$ и волновые числа n_1k_1 которых кратны частоте и волновому числу сигнала первого монохроматического источника ω_1, k_1 (рис. 2.5). Сигналы, которые генерируются такими источниками, поступают на вход системы сложения 3. Путем специальной настройки амплитуд и начальных фаз колебаний сигналов от источников 1, 2 на выходе системы сложения 3 можно получать ультракороткие последовательности электромагнитных кластеров 4.

Варьируя количество таких монохроматических источников, их амплитуду и начальную фазу, в принципе, можно получить заданную форму ультракороткой кластерной волны на выходе из системы.

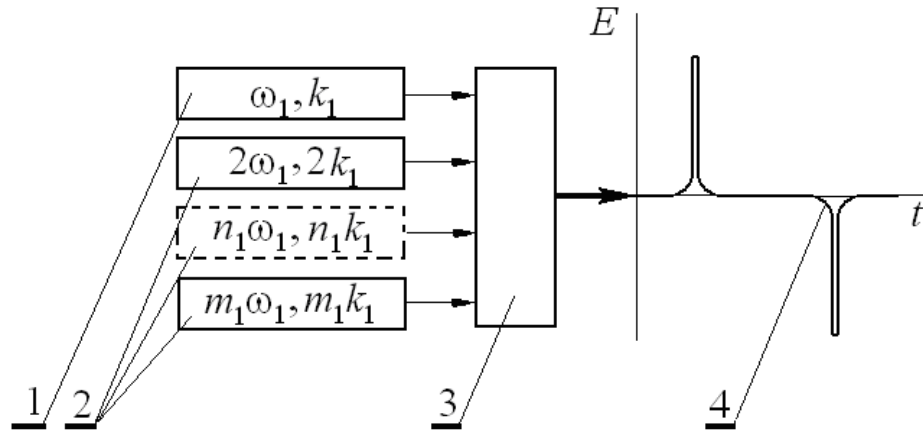


Рис. 2.5. Схема системы для формирования ультракоротких кластеров путем сложения гармоник сигнала от группы монохроматических источников волн

Возможен третий вариант системы для синтеза ультракоротких кластерных волн, схема которой подобна представленной на рис. 2.5. Если в схеме, изображенной на рис. 2.5 заменить источники монохроматических волн источниками мультигармонических волн, то результирующий спектр входящих в систему сложения 3 волн окажется гораздо шире. В итоге кластеры, формируемые группой мультигармонических источников, будут характеризоваться существенно более короткими длительностями.

2.3. Мультигармонические супергетеродинные ЛСЭ

2.3.1. Мультигармонические лазеры на свободных электронах

Возникает вопрос: а возможно ли вообще реализовать на практике описанный выше принцип синтеза кластерных сигналов? Или, другими словами, возможно ли технологически сформировать мощный ультракороткий электромагнитный кластер за счет эффективной генерации

высших гармоник в самой системе, создать мультигармонический источник ультракороткой кластерной волны, как это было проиллюстрировано на рис. 2.3?

Как показано в работах [43–45, 46–36, 50, 51, 55, 70, 71, 79–82], создание таких формирователей ультракоротких кластеров электромагнитного поля возможно на базе супергетеродинных ЛСЭ, в качестве дополнительного механизма усиления которых используется механизм мультигармонического усиления продольных волн пространственного заряда за счет двухпотоковой неустойчивости [33, 46–36, 50, 51, 55, 79–82] или плазменно-пучковой неустойчивости [43–45, 70, 71]. То есть двухпотоковые и плазменно-пучковые СЛСЭ могут формировать ультракороткие кластерные электромагнитные поля.

Использование двухпотоковой и плазменно-пучковой неустойчивостей в СЛСЭ-формирователях ультракоротких кластеров обусловлено двумя характерными свойствами таких неустойчивостей. Во-первых, эти неустойчивости, как было выяснено в первом разделе, относят к классу линейных неустойчивостей и характеризуются линейными дисперсионными зависимостями. Именно поэтому в таких системах имеет место интенсивное возбуждение высших гармоник за счет параметрических резонансных взаимодействий. Во-вторых, для двухпотоковой и плазменно-пучковой неустойчивостей оказывается возможным выделить диапазон частот, в котором с повышением частоты повышается инкремент нарастания волны ВПЗ. В таком частотном диапазоне наиболее высокой является оптимальная частота – частота, для которой инкремент неустойчивости является максимальным. Если в качестве частоты первой гармоники выбрать нижнюю границу такого диапазона, то, с одной стороны, вследствие параметрически-резонансных взаимодействий будут возбуждаться высшие гармоники, а с другой стороны из-за второго свойства более высокие гармоники будут усиливаться сильнее. В результате в таких системах оказывается возможным формирование волн ВПЗ с аномальными спектрами. Это означает, что

высшие гармоники в таких ВПЗ будут иметь более высокие амплитуды. Далее используя мультигармонические ондуляторные системы, которые, как правило, характеризуются нормальными спектрами (с повышением частоты амплитуда гармоник ондуляторного поля уменьшается) энергия волн ВПЗ трансформируется в мультигармоническую электромагнитную волн, гармоники которой имеют приблизительно одинаковую амплитуду. В результате таких процессов формируется ультракороткий кластер электромагнитного поля.

Таким образом, в СЛСЭ-формирователях мультигармонических электромагнитных волн частота первой гармоники должна выбираться не с точки зрения максимального ее усиления, а с точки зрения формирования максимально широкого спектра волн.

Из вышесказанного следует, что требования, которые выдвигаются к ЛСЭ, основное предназначение которых состоит в формировании мультигармонических электромагнитных волн, существенно изменяются. А именно, усилительные свойства ЛСЭ отходят на второй план, а главным становится его способность работать в качестве формирователя ультракоротких кластеров электромагнитного поля. Или, другими словами, задачи оптимизации системы по максимуму усиления и КПД, оставаясь по-прежнему важными, становятся, все же, гораздо менее актуальными. На первый план выходит способность системы *эффективно формировать мультигармонические спектры* выходного сигнала заданной формы. А это, в свою очередь, заметно изменяет как саму идеологию построения ЛСЭ такого класса, так и главные акценты теории при изучении базовой физики процессов, протекающих здесь.

Таким образом, можно говорить о новом классе устройств – мультигармонических лазерах на свободных электронах, основное назначение которых состоит в формировании интенсивных электромагнитных волн с широким спектром, в том числе, и мощных ультракоротких кластеров электромагнитного поля.

Также нужно сказать, что кроме двухпоточковых и плазменно-пучковых СЛСЭ, которые детально анализируются в представленной диссертационной работе, существуют и другие мультигармонические ЛСЭ. Например, супергетеродинные ЛСЭ с продольным электростатическим ондулятором [13, 206], активные ЛСЭ-клистроны [13, 46]. Существуют и другие линейные неустойчивости, например, черенковская, циклотронная [85–101], которые могли бы использоваться в мультигармонических ЛСЭ для формирования электромагнитных волн с широким спектром.

2.3.2. Мультигармонические двухпоточковые СЛСЭ

Схема двухпоточкового СЛСЭ-клистроны с резонансным модулятором и монохроматическим входным сигналом, в котором реализована идея компрессии (синтеза) кластерной электромагнитной волны, описанная в параграфе 2.2, представлена на рис. 2.6. Проведем качественный анализ основных принципов ее работы.

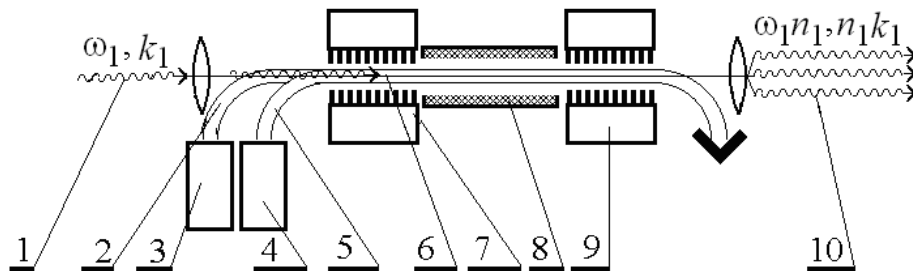


Рис. 2.6. Схема двухпоточкового СЛСЭ-клистроны с резонансным модулятором 7 и монохроматическим входным сигналом 1

Монохроматический электромагнитный сигнал 1 с частотой ω_1 и волновым числом k_1 поступает в рабочий объем секции модулятора 7. Сюда же подается двухскоростной электронный пучок 6, формирующийся за счет слияния двух односкоростных пучков 2 и 5, источниками которых являются ускорители 3 и 4.

Основным предназначением секции модулятора 7 в ДСЛСЭ является возбуждение в объеме двухскоростного пучка 6 волны пространственного заряда. В зависимости от конструктивных особенностей модулятора, а именно того, является ли он резонансный или нерезонансный (рис. 2.11–2.12), возможна реализация нескольких более частных схемных конструктивных вариантов исследуемых двухпоточковых СЛСЭ-клистронов (рис. 2.7–2.9). В данном случае на вход поступает монохроматический сигнал, поэтому в этой схеме используется модулятор 7 с монохроматическим полем накачки. Монохроматический модулятор конструктивно гораздо проще мультигармонического. Именно в этом и заключается преимущество рассматриваемой схемы по сравнению со схемой представленной, например, на рис. 2.7. В результате параметрического резонанса монохроматической волны сигнала с монохроматическим полем модулятора в двухскоростном пучке возбуждается монохроматическая волна ВПЗ. Далее промодулированный электронный пучок 6 входит в пролетную секцию 8, электромагнитная же волна на входе эту секцию поглощается.

Основным назначением пролетной секции 8 является усиление и интенсивное возбуждение высших гармоник ВПЗ за счет двухпоточковой неустойчивости. Для этого частота первой гармоники выбирается намного меньшей оптимальной частоты, которая соответствует максимальному инкременту нарастания. Из-за этого инкремент нарастания увеличивается с увеличением номера гармоник. При этом оптимальная частота определяет верхнюю границу таких волн. Одновременно с усилением высших гармоник происходит их интенсивная генерация, что обуславливается линейной дисперсионной зависимостью волн ВПЗ. Из-за этого в пролетной секции возникают множественные параметрические резонансы между гармониками волны пространственного заряда. В итоге на выходе из пролетной секции формируется волна ВПЗ с широким аномальным спектром. То есть более высокие гармоники ВПЗ имеют более высокие амплитуды.

После прохождения пролетной секции 8 промодулированный пучок направляют на вход мультигармонической накачки 9. Здесь благодаря параметрическим резонансам между гармониками волны ВПЗ и гармониками мультигармонического поля накачки происходит генерация мультигармонического электромагнитного сигнала 10 и его дальнейшее усиление. По сути, здесь происходит обратное преобразование энергии мультигармонической волны ВПЗ в энергию мультигармонического электромагнитного сигнала. При этом для каждой из гармоник мультигармонической ВПЗ выполняется условие параметрического резонанса с соответствующими гармониками поля накачки и электромагнитного сигнала. Таким образом, в оконечной секции ДСЛСЭ одновременно реализуется множество трехволновых параметрических резонансов. Регулируя форму спектра ВПЗ, а также параметры мультигармонического поля накачки 9, получаем возможность управлять формой электромагнитных кластеров 10 на выходе ДСЛСЭ.

Как уже отмечалось выше, возможны и другие варианты схем (рис. 2.7-2.9) для формирования ультракоротких кластеров электромагнитных волн. Так на рис. 2.7 представлена схема двухпотокового

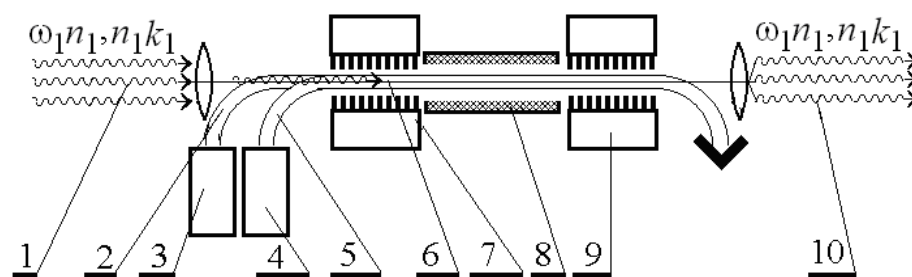


Рис. 2.7. Схема двухпотокового СЛСЭ-клистрона с резонансным модулятором 7 и мультигармоническим входным сигналом 1

СЛСЭ-клистрона с резонансным модулятором 7 и мультигармоническим входным сигналом 1. Ее ключевое отличие от схемы, приведенной на рис. 2.6, состоит в том, что здесь предусмотрено использование исходно

мультигармонического входного сигнала 1. Это влечет за собой использование для модуляции электронного пучка не монохроматического, а мультигармонического поля накачки 7. В итоге мультигармоническая ВПЗ формируется не в пролетной секции 8, а уже в области первой системы накачки 7. Меняя форму входного мультигармонического сигнала 1, можем влиять на форму спектра мультигармонической ВПЗ, а значит, получаем еще одну возможность для оптимизации спектра выходного сигнала 10. В этом и состоит главное преимущество такой схемы.

Конструкционные схемы, приведенные на рис. 2.8 и 2.9, представляют несколько иную ветвь технологической мысли в области двухпоточковых кластерных СЛСЭ-клистронов. Их главной отличительной особенностью

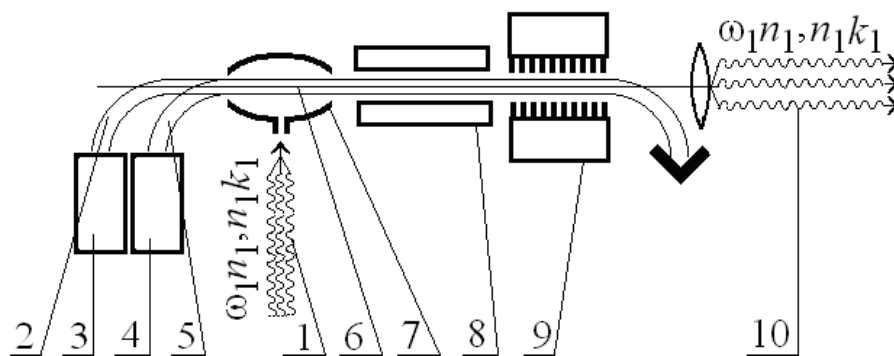


Рис. 2.8. Схема двухпоточкового СЛСЭ-клистронов с нерезонансным модулятором 7 и мультигармоническим входным сигналом 1

является выбор нерезонансной конструкции для секции модуляции 7 двухскоростного электронного пучка. Ключевая идея такого технического решения состоит в том, что нерезонансные модуляторы (рис. 2.12) конструктивно намного проще, чем обсуждавшиеся выше резонансные. С другой стороны, когда базовым рабочим механизмом пролетной секции 7 является двухпоточковая неустойчивость, известная в электродинамике своими исключительно высокими уровнями усиления [13, 15, 16, 85–101], необходимость применения именно резонансных секций модуляции

перестает быть самоочевидной. Использование нерезонансных модуляторов во многих практически интересных случаях оказывается намного более интересным с прикладной точки зрения.

На рис. 2.9 приведена схема двухпоточкового СЛСЭ-клистрона с нерезонансным модулятором 7 и системой промежуточного ускорения электронного пучка 11. Как легко видеть из сравнения вариантов схем, проиллюстрированных на рис. 2.8 и 2.9, их отличие заключается во введении во второе из устройств (рис. 2.9) системы промежуточного ускорения модулированного электронного пучка 12. Изменение энергии пучка существенно влияет на спектр выходного мультигармонического сигнала 11. Появляется еще одна возможность управлять мультигармоническим спектром выходной кластерной электромагнитной волны. В остальном же, принципы работы устройств, приведенных на рис. 2.8–2.9, подобны изложенным выше.

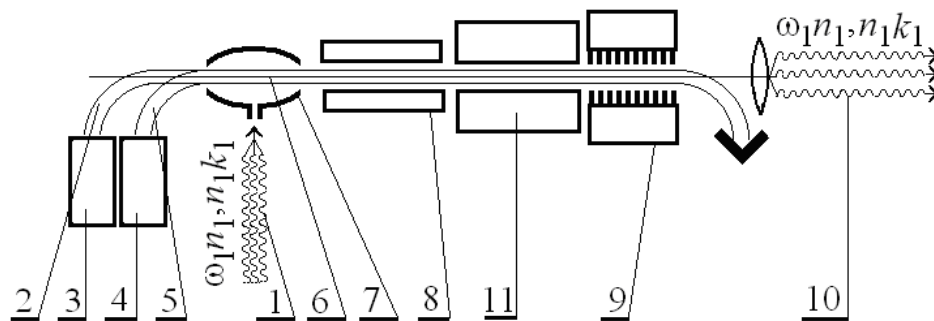


Рис. 2.9. Схема двухпоточкового СЛСЭ-клистрона с нерезонансным модулятором 7 и системой промежуточного ускорения электронного пучка 11

Двухпоточковые СЛСЭ-формирователи ультракоротких кластеров, схемы которых представлены на рис. 2.6–2.9, могут быть описаны в рамках обобщенной теоретической модели, которая представлена на рис. 2.10. Здесь единая область взаимодействия разбита на четыре части, каждая из которых функционально соответствует определенной секции двухпоточковых СЛСЭ (рис. 2.6–2.9).

Из рис. 2.10 следует, что электронный двухскоростной пучок со скоростями v_1 и v_2 парциальных пучков, направляемый в область взаимодействия мультигармонического ДСЛСЭ-клистрона, в процессе движения встречает первой секцию модуляции I (область резонансного или нерезонансного модулятора), затем последовательно проходит активную II и пассивную III части и пролетной секции. Физические процессы в пролетной секции качественно описаны далее в подразделе 2.3.4. Потом пучок направляется в оконечную секцию IV. Количество вариантов схем, различающихся комбинациями секций, может быть достаточно большим, тогда как разнообразие различных их теоретических моделей оказывается гораздо меньшим. Это обстоятельство дает возможность рассматривать обобщенную теоретическую модель, представленную на рис. 2.10, как охватывающую, если и не все, то хотя бы большинство схемных вариантов мультигармонических ДСЛСЭ.

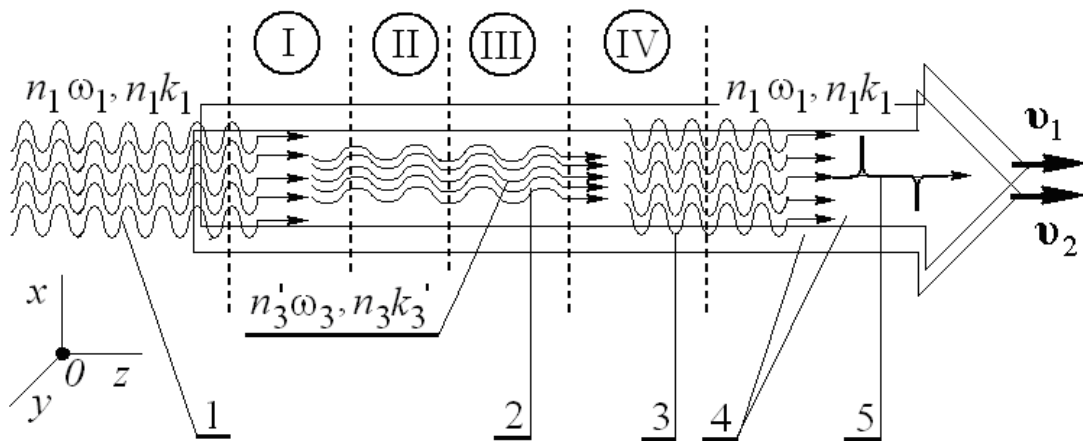


Рис. 2.10. Обобщенная теоретическая модель ДСЛСЭ-клистрона для устройств, проиллюстрированных на рис. 2.6–2.9

2.3.3. Секция модуляции электронного пучка

Рассмотрим конструкционные особенности секции модуляции γ , используемые в мультигармонических ЛСЭ (рис. 2.6–2.9). При этом будем

иметь в виду, что такие секции могут использоваться как в ДСЛСЭ, так и в плазменно-пучковых СЛСЭ, активных клистродах [13, 46] и т.д.

Основное назначение секций модуляции – модуляция электронного пучка. Как отмечалось выше, в супергетеродинных ЛСЭ-клистродах возможно использование двух принципиально разных классов модуляторов электронного пучка: резонансных и нерезонансных. К резонансным модуляторам относят всю совокупность возможных конструктивных решений, построенных на принципах резонансного взаимодействия входного электромагнитного сигнала с релятивистским электронным пучком.

Пример схемы резонансного модулятора представлен на рис. 2.11. Рассматриваем, как более общую, модель мультигармонического модулятора. Здесь мультигармонический электромагнитный сигнал 1 (с частотным спектром $n_1\omega_1, n_1k_1$) поступает в объем мультигармонического

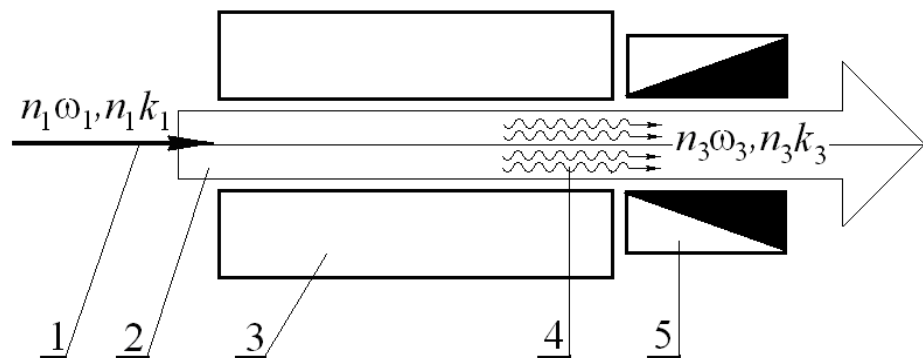


Рис. 2.11. Схема резонансного модулятора электронного пучка

модулятора 3. Сюда также подают первоначально немодулированный электронный пучок 2, который в общем случае может быть как двухскоростным, так и односкоростным. Параметры системы выбираем таким образом, чтобы в рабочей области модулятора имели место параметрические резонансные взаимодействия гармоник пучка, модулятора и волн ВПЗ. В результате этого возникает множество трехволновых параметрических резонансов между соответствующими гармониками волн, и в пучке генерируется мультигармоническая волна ВПЗ 4, характеризующаяся

частотным спектром $n_3\omega_3$, n_3k_3 . Далее, модулированный электронный пучок поступает в пролетную секцию, а электромагнитный сигнал, основное предназначение которого модулирование электронного пучка, поглощается системой 5.

В общем случае различные конструкционные модификации резонансных модуляторов могут также различаться структурой электронного пучка, типом используемого поля накачки в ондуляторе и т.д. В отношении структуры пучков можно сказать, что чаще всего предлагается использование как односкоростных, так и двухскоростных прямолинейных пучков. Что касается конструкционных вариантов исполнения ондулятора 3 на рис. 2.11, то тут возможно достаточно большое разнообразие. Могут быть магнитные (Н-убитронные) ондуляторы [7–16], ондуляторы со скрещенными магнитным и электрическими полями (ЕН-ондуляторы) [13-15], ондуляторы на базе интенсивных электромагнитных волн (доплертронные системы) [7–16] и т.д. Причем, все эти варианты могут иметь как квазигармоническое, так и существенно мультигармоническое исполнение. Один из примеров такой мультигармонической накачки ЛСЭ приведен далее на рис. 2.14.

В случае нерезонансных ондуляторов используется несколько иной принцип возбуждения ВПЗ. Известно, что при любых периодических возмущениях скоростей электронов пучка в нем возбуждаются собственные волны, в том числе и интересующие нас продольные. Реальная эффективность такого преобразования «электромагнитная волна сигнала – ВПЗ», по сравнению с резонансным случаем, является относительно невысокой. Однако на практике данное обстоятельство далеко не всегда играет определяющую роль. Например, в моделях СЛСЭ-клистронов с высоким усилением ВПЗ в пролетной секции (например, за счет двухпотоковой или плазменно-пучковой неустойчивостей) использование нерезонансных модуляторов является технологически предпочтительнее. Прежде всего, потому, что такие системы всегда являются конструкционно намного более простыми, чем их резонансные аналоги.

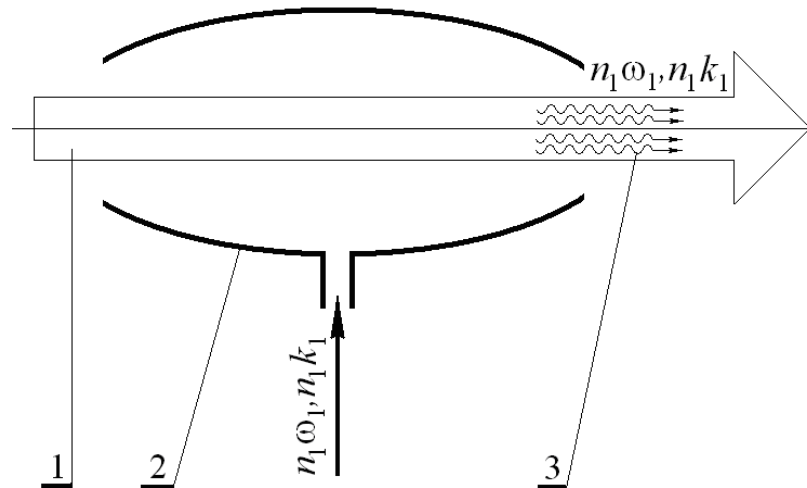


Рис. 2.12. Схема оптического (квазиоптического) нерезонансного модулятора электронного пучка

Пример конструкции такого типа оптического (квазиоптического) нерезонансного модулятора электронного пучка приведен на рис. 2.12. Здесь электронный пучок 1 входит в область взаимодействия резонатора 2, в объеме которого возбуждено поле мультигармонического кластерного сигнала с частотным спектром $n_1\omega_1, n_1k_1$. Модуляция пучка происходит под действием продольной компоненты этого поля. Промодулированный пучок 3 далее направляют в пролетную секцию.

2.3.4. Пролетные секции

В общем случае, пролетная секция 2 супергетеродинного ЛСЭ клистронного типа, может содержать как активную 3, так и пассивную 4 части (рис. 2.13). При этом под активной частью пролетной секции понимаем ее область, которая предназначена для формирования мультигармонической ВПЗ. Пассивная часть пролетной секции готовит пучок к преобразованию, трансформации энергии ВПЗ в электромагнитную волну. Отметим, что механизмы управляющие процессами как в активной, так и в пассивной частях могут быть сходными.

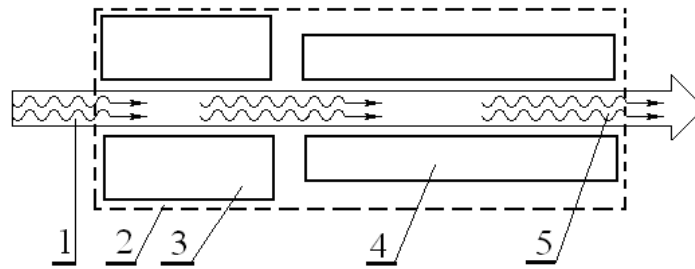


Рис. 2.13. Блок схема пролетной секции

Анализ показывает, что наиболее перспективными с технологической точки зрения являются варианты, в которых активная часть выполнена на базе двухпотоковой [46–36, 50, 51, 55, 79–82], плазменно-пучковой [43–45, 70, 71], а также параметрических электронно-волновых систем (включая системы с продольным электрическим ондулятором накачки) [24, 27, 38–40, 206].

В активной части пролетной секции происходит одновременно два ключевых физических процесса. Первый из них – усиление электронных гармоник волн ВПЗ пучка 1 и, тем самым, формирование мультигармонического спектра ВПЗ. Второй – это процесс придания спектру мультигармонической ВПЗ оптимальной формы. Последнее осуществляется за счет дополнительного генерирования (усиления) высших гармоник ВПЗ. Следует отметить, что в случае использования квазигармонических (т.е., одночастотных) модуляторов (как, например, в модели, исследовавшейся в работах [51, 37, 55, 81]) оба процесса физически оказываются явно различимыми. В случае же использования «исходно мультигармонических» модуляторов (например, таких как 2.11 и 2.12) второй из эффектов оказывается как бы «замазанным» эффектом мультигармонического усиления, хотя, в действительности, наблюдаемое усиление гармоник при этом, в значительной мере, является всего лишь одним из аспектов самого процесса их генерации.

Пассивная часть пролетной секции 4 может быть выполнена в форме системы магнитной компрессии (декомпрессии) или как промежуточный

ускорительный блок для электронного пучка 1. Технологический смысл введения в конструкцию пассивной части пролетной секции состоит, прежде всего, в достижении оптимальной конфигурации выходного пучка 5 перед его вводом в следующую (оконечную) ЛСЭ-секцию. В последней, как уже говорилось, происходит трансформация электронно-волновых (пучковых) кластеров в электромагнитные кластеры сигнала. Дело в том, что условия оптимума для реализации, например, двухпотоковой или плазменно-пучковой неустойчивостей, как правило, заметно отличаются от оптимальных условий работы следующей оконечной ЛСЭ-секции. Соответственно, в общем случае, в системах без такой пассивной части нередко имеем конструкционное противоречие в оптимальных настройках пролетной и оконечной секций. Введение пассивной части, таким образом, позволяет снять такого типа противоречия.

Из разнообразия вариантов возможных конструкционных решений активных частей секции 3, позволяющих управлять формированием спектром волн ВПЗ, можно выделить три наиболее интересные в прикладном отношении. В системах первого типа предусмотрена возможность изменения параметров пучка, таких например, как его плазменная частота, параметров волн, присутствующих в рабочем объеме (например, коэффициента замедления необыкновенной волны накачки в плазменно-пучковых системах [41]) и т.д. Технологически это достигается за счет компрессии (или декомпрессии) пучка при его движении в фокусирующем магнитном поле. В физическом плане такая ситуация реализуется, например, при использовании для усиления продольных волн эффектов плазменно-пучковой, двухпотоковой, продольной параметрической (в том числе, с применением продольного электрического ондулятора накачки) и других подобных неустойчивостей. При этом, как уже отмечалось, параметры пучка в пределах активной части пролетной секции подбираются оптимальными для механизмов формирования ВПЗ-кластеров, тогда как в пределах пассивной

части, как уже говорилось, происходит перенастройка этих параметров на оптимум для оконечной ЛСЭ-секции.

В системах второго типа, кроме того, предусмотрено изменение энергии пучка, что достигается путем его ускорения или замедления. Дело в том, что инкременты нарастания выше упомянутых продольных неустойчивостей, как правило, оказываются гораздо более чувствительными к степени релятивизма электронного пучка, чем традиционный продольно-поперечный параметрический ЛСЭ-механизм. Как результат, в ряде практически важных случаев, возникает достаточно жесткое конструкционное ограничение на энергию пучка в области пролетной секции. В то же время, функционально подобные критерии для оконечной ЛСЭ-секции требуют использование гораздо более релятивистских пучков. Введение промежуточного ускорения позволяет существенно смягчить описанный конфликт требований. А именно, возникает технологическая возможность производить основные процедуры по формированию ВПЗ-кластеров на относительно низких (единицы МэВ) уровнях энергии пучка, тогда как процедуры энергоотбора и формирования электромагнитных кластеров осуществлять при более высоких энергиях.

И, наконец, конструкционные варианты третьего типа характеризуются одновременным применением обоих выше описанных технологических приемов, т.е. одновременным изменением таких параметров как, например, плазменная частота пучка и его энергии. Такие ситуации возникают, например, в двухпоточковых ЛСЭ-клистронах, когда в процессе ускорения целесообразно одновременно продолжить и процесс двухпоточкового усиления продольных ВПЗ пучка.

2.3.5. Системы накачки оконечной секции мультигармонического ЛСЭ

Как показывает анализ, одной из ключевых технологических проблем техники ультракоротких ЛСЭ является практическая реализация

мультигармонической (кластерной) накачки. По аналогии с традиционными параметрическими ЛСЭ здесь, в принципе, возможно создание различных конструктивных вариантов. Это Н-убитронные, скрещенные ЕН-убитронные, доплертронные и т.д. мультигармонические версии хорошо известных технике ЛСЭ систем накачки [7–16]. Пример такого типа проиллюстрирован на рис. 2.14.

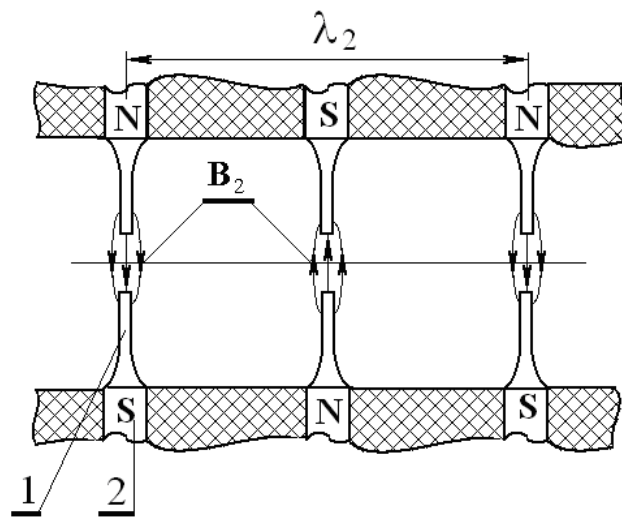


Рис. 2.14. Конструкция мультигармонического (кластерного) магнитного ондулятора

Здесь представлен вариант мультигармонической Н-убитронной накачки, реализована идея периодически-реверсивной последовательности мультигармонических магнитных полей. Такие мультигармонические магнитные поля образуются в зазорах между очень узкими (по сравнению с периодом ондуляции λ_2) магнитными наконечниками 1, конструктивно соединенных с магнитными полюсами 2 (рис. 2.14). Очевидно, что, разлагая в ряд Фурье величину индукции магнитного поля B_2 такой накачки, нетрудно получить достаточно ярко выраженный мультигармонический спектр по волновым числам $k_2 = 2p/\lambda_2$. При этом характерной физической особенностью сформированной таким образом волны является ее статичный характер.

Имеется еще один фактор способствующий формированию мультигармонического электромагнитного сигнала с помощью Н-убитронного поля накачки. Известно, что с повышением индукции магнитного поля накачки B_2 отношение скорости поперечного движения электронов v_{\perp} к их продольной скорости v_z повышается [7, 285, 286]

$$\frac{v_{\perp}}{v_z} = a_w \sqrt{1 - (v_{\perp}^2 + v_z^2)/c^2}, \quad (2.3)$$

где $a_w = \frac{|e| B_2}{m_e c^2 k_2}$ – коэффициент ондуляторности.

Когда коэффициент ондуляторности будет превышать единицу (в этом случае ондуляторы называют вигглерами), то, как это следует из (2.3), скорость поперечного движения электронов будет релятивистской, и спектр излучения электромагнитных волн такими электронами будет содержать много гармоник [7, 285, 286]. Таким образом, используя режимы работы, когда $a_w > 1$, появляется возможность формировать мультигармонический спектр выходных электромагнитных волн, а значит и создавать волну с ультракороткими кластерами электромагнитного поля.

2.4. Исходные уравнения для описания мультигармонических процессов в СЛСЭ

2.4.1. О теоретических моделях

Прежде чем приступить к построению нелинейных теорий мультигармонических процессов в супергетеродинных ЛСЭ, сделаем несколько замечаний методического характера.

Прежде всего заметим, что в теории ЛСЭ [7–16, 88, 185, 186, 202, 285] известно два принципиально отличных типа теоретических моделей. Модели

первого типа условно назовем «точными». Их наиболее характерной особенностью является достижение максимально возможного для существующего уровня развития теории уровня соответствия построенных теоретических моделей с изучаемыми экспериментальными системами. Очевидно, что, являясь наиболее точными, они автоматически оказываются и наиболее сложными и узко применимыми на практике. То есть данная теоретическая модель пригодна для приемлемого количественного описания конкретных конструкций ЛСЭ, содержащие конкретные конструкционные решения для систем накачки, электродинамических систем сигнала, электронных трактов для транспортировки электронного пучка и т.д. Как яркий пример такого рода здесь можно привести теоретические модели однопоточковых ЛСЭ с магнитоондуляторной накачкой [12, 202]. Достоинством таких «точных» моделей является возможность учета большого количества мелких физических и конструкционных деталей, обуславливающих например, многомодовость пучковых и электромагнитных волновых процессов в области взаимодействия ЛСЭ вполне конкретной геометрии и т.д. Однако, их недостатки оказываются продолжением их достоинств. Такие сложнейшие и очень информативные модели оказываются наиболее эффективными в ситуациях, когда *предпроектный анализ уже произведен*, оптимальное конструкционное решение выбрано. И задача теоретического анализа в данном случае, состоит, прежде всего, в том, чтобы максимально точно отработать все ключевые физико-технологические элементы выбранного проектного решения путем численно-аналитического моделирования всего происходящего в системе. Следует подчеркнуть, при этом, что эксперименты в области техники ЛСЭ всегда имеют большую стоимость, и возможные ошибки при проектировании обходятся впоследствии очень дорого. В этом и состоит практическая важность обсуждаемого здесь типа моделей.

Но как поступать в тех случаях, когда ставится задача проведения именно *предпроектного* анализа? Когда, прежде чем приступить к

вышеописанному «точному анализу», необходимо предварительно хотя бы приближенно оценить перспективность того или другого конструкционного решения из довольно длинного списка возможных моделей и выбрать такую, которую потом будем считать оптимальной? Очевидно, что сделать это с помощью «точных» моделей практически нереально, поскольку каждая из них, как говорилось, очень сложна и узко специализирована. А число возможных конструкционных решений, которые следует оценить, как отмечалось, слишком велико. Как результат объем необходимой работы на таком пути становится нереально большим. К тому же, значительное количество подробной информации, которая может быть при этом получена, на практике оказывается избыточной. Действительно, зачем нам, скажем, информация о деталях модовой структуры электромагнитного поля в области взаимодействия, когда у нас вообще нет уверенности в том, что та или иная конструкция вообще способна функционировать, если исходить из базовых физических принципов? В таких ситуациях на первый план выступают хотя и несколько «грубые», однако, в значительной мере гораздо более универсальные модели. То есть, необходимые базовые характеристики при этом можно получить заметно более простым путем, а лишь затем уже уточнять их физико-технологические особенности выбранного проектного решения с помощью использования более точных моделей.

Заметим, однако, что именно такого типа многовариантные задачи и были поставлены выше в этой главе диссертации. Суть каждой такой задачи состоит в том, чтобы произвести приближенную количественную и качественную оценку целой различных вариантов конструкционных схем супергетеродинных ЛСЭ. В рамках такого анализа надлежит, прежде всего, выяснить, когда и при каких условиях использование тех или иных конструкционных схем окажется целесообразным или даже оптимальным с точки зрения критериев, сформулированных техническим заданием. Такими критериями могут, например, быть мгновенная мощность выходного

ультракороткого кластера, средняя мощность генерируемой кластерной волны, электронный КПД, габариты и т.д.

2.4.2. Модель электронного пучка

Следуя выше изложенной логике, далее произведем обоснование приближенной, но достаточно универсальной модели электронного пучка. При этом будем иметь в виду, что такая модель должна позволять проводить анализ мультигармонических процессов в СЛСЭ, в которых участвуют десятки и сотни гармоник волн пространственного заряда.

Реальные пучки являются поперечно ограниченными. Известно, что для поперечно ограниченных систем дисперсионные свойства пучковых волн зависят не только от собственных характеристик пучка (плотность, скорость), но от его геометрии и внешнего окружения [13, 85, 87, 88, 89, 96, 287]. Такое влияние на дисперсионные свойства продольных волн ВПЗ можно достаточно легко учесть, заменив плазменную частоту в дисперсионных соотношениях поперечно-неограниченных пучков на, так называемую, редуцированную плазменную частоту [13, 85, 87, 88, 89, 96, 287], которая зависит от поперечных геометрических размеров пучка. Таким образом, поперечная ограниченность принципиально не влияет на характер дисперсионных соотношений продольных волн ВПЗ. Также следует отметить, что из анализа выражений для редуцированной плазменной частоты следует, что если поперечные размеры пучка много больше длин волн, распространяющихся в исследуемой системе, то редуцированная плазменная частота совпадает с плазменной и фактором поперечной ограниченности пучков можно пренебречь [13, 85, 87, 88, 89, 96, 287]. В диссертационной работе будем изучать нелинейные процессы в сильноочных электронных пучках, диаметр которых $\sim 0,5$ см. Максимальная длина волны при этом не будет превышать 1–0,1 мм. Как видим, поперечные размеры пучков в таких моделях

существенно превышают длины волн, которые распространяются в системе. Поэтому электронные пучки в таких моделях будем считать поперечно неограниченными.

В супергетеродинных ЛСЭ используются сильноточные электронные пучки. Это значит, что на движение таких пучков значительное влияние оказывает их собственный статический пространственный заряд. Его влияние проявляется в виде кулоновского взаимодействия, которое приводит к расширению поперечного сечения пучка и изменению потенциала внутри пучка, уменьшающего продольную скорость электронов [13, 85, 87, 88, 89, 96, 287-294]. Для компенсации этих явлений используют различные способы, например, фокусирующие магнитные поля, в некоторых случаях поле электронных пучков частично нейтрализуется ионами, образующимися при столкновениях электронов пучка с остаточным газом малой плотности, и т.д. В представленной диссертационной работе проблемы транспортировки электронных пучков рассматриваться не будем. Будем считать, что собственные статические поля электронных пучков в рассматриваемых ЛСЭ компенсированы тем или иным способом. О таких электронных пучках говорят, что они являются зарядово-компенсированными.

Известно, что если размер неоднородности переменного поля существенно больше дебаевского радиуса экранирования, то тепловым движением частиц плазмы (и электронов в электронных пучках) можно пренебречь [7, 13, 15, 88, 185, 292–294]. Это условие пренебрежения тепловым движением электронов можно преобразовать и записать в виде [88, 185, 293]

$$v_T \ll v_{ph}, \quad (2.4)$$

где v_T – тепловая скорость электронов;

v_{ph} – фазовая скорость распространения волн.

Для электронных пучков, используемых СЛСЭ, температура, как правило, не превышает 10^4 К, а тепловая скорость – $6 \cdot 10^5$ м/с [7, 13, 15, 88, 292–294]. Фазовые же скорости волн при этом близки к скорости света $c \sim 3 \cdot 10^8$ м/с. Поэтому условие (2.4) ($v_T / v_{ph} \approx 2 \cdot 10^{-3}$) выполняется с хорошей точностью. Поэтому в исследуемых моделях СЛСЭ тепловым разбросом электронов будем пренебрегать.

Будем также считать, что как в электронных пучках, так и в плазменно-пучковых системах, которые будут рассматриваться в работе, столкновениями частиц можно пренебречь. Такое приближение можно применить для описания процессов, протекающих за времена, меньшие времени свободного пробега частиц (время между двумя столкновениями) [7, 13, 15, 88, 185, 292, 93]. Это значит, что частота исследуемых волн ω должна превышать частоту столкновений ν :

$$\omega \gg \nu. \quad (2.5)$$

Для анализа неравенства (2.5) применительно к типичным задачам сильноточной релятивистской электроники (к которым относится и СЛСЭ), следует оценить частоты разного типа столкновений. Такой анализ, проведенный, например, в [88, 185, 292, 93], показывает, как электронные пучки, так и плазменные системы, используемые в сильноточной релятивистской плазменной электронике, можно считать бесстолкновительными.

В исследуемых в диссертационной работе супергетеродинных ЛСЭ используется двухскоростной электронный пучок двух типов. В двухпоточковых СЛСЭ двухскоростной электронный пучок состоит из двух парциальных взаимопроникающих пучков с близкими скоростями. Если обозначить парциальные скорости пучков через v_1 и v_2 , то условие близости

скоростей будет иметь следующий вид: $|\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2| \ll |\mathbf{v}_1|, |\mathbf{v}_2|$. В плазменно-пучковых СЛСЭ электронный пучок пронизывает неподвижную плазму. В этом случае скорость электронов пучка намного больше скорости электронов плазмы $|\mathbf{v}_1| \ll |\mathbf{v}_2|$. Так как масса положительно заряженных ионов плазмы намного больше массы электронов, то их скорости, смещения оказываются гораздо меньше аналогичных величин электронов плазмы. Поэтому при рассмотрении плазменных колебаний и колебаний других типов ионным вкладом будем пренебрегать, считая ионы неподвижными. Такой подход очень широко используется в плазменной электронике, и получил название модель электронной плазмы [13, 87–101].

2.4.3. Исходные уравнения

Для описания нелинейных мультигармонических процессов в супергетеродинных ЛСЭ будем использовать релятивистское квазигидродинамическое уравнение [13–16]

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{v}_q \frac{\partial}{\partial \mathbf{r}} + \frac{\mathbf{v}}{\gamma_q^2} \right) \mathbf{v}_q = \frac{e}{m_e \gamma_q} \left\{ \mathbf{E} + \frac{1}{c} [\mathbf{v}_q \mathbf{B}] - \frac{\mathbf{v}_q}{c^2} (\mathbf{v}_q \mathbf{E}) \right\} - \frac{v_T^2}{n_q \gamma_q} \left[\frac{\partial n_q}{\partial \mathbf{r}} - \frac{\mathbf{v}_q}{c^2} \left(\mathbf{v}_q \frac{\partial}{\partial \mathbf{r}} \right) n_q \right], \quad (2.6)$$

уравнение непрерывности

$$\frac{\partial n_q}{\partial t} + \frac{\partial (n_q \mathbf{v}_q)}{\partial \mathbf{r}} = 0, \quad (2.7)$$

и уравнения Максвелла:

$$\operatorname{rot} \mathbf{B} = \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} + \frac{4\pi}{c} \sum_{q=1}^2 e n_q \mathbf{v}_q, \quad \operatorname{rot} \mathbf{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, \quad \operatorname{div} \mathbf{E} = 4\pi \sum_{q=1}^2 e n_q, \quad \operatorname{div} \mathbf{B} = 0. \quad (2.8)$$

В этих уравнениях учтено, что двухскоростной электронный пучок движется в вакууме. В этих уравнениях \mathbf{v}_q – вектор скорости электронов q -го парциального пучка; ν – частота столкновений электронов; \mathbf{E} – напряженность электрического поля; \mathbf{B} – индукция магнитного поля; $\gamma_q = 1/\sqrt{1 - \mathbf{v}_q^2/c^2}$ – релятивистский фактор q -го парциального пучка; n_q – концентрация электронов соответствующей компоненты пучка; \mathbf{v}_T – среднеквадратическая скорость теплового движения электронов; c – скорость света в вакууме; $\partial/\partial \mathbf{r} = \mathbf{e}_x \partial/\partial x + \mathbf{e}_y \partial/\partial y + \mathbf{e}_z \partial/\partial z$, $\mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y, \mathbf{e}_z$ – орты соответствующих осей; $e = -|e|$, m_e – заряд та масса электрона соответственно.

Исходя из анализа, проведенного в подразделе 2.4.2, электронные пучки в рассматриваемых моделях супергетеродинных ЛСЭ можно считать бесстолкновительными и холодными. Поэтому принимаем, что

$$\mathbf{v} = 0, \quad \mathbf{v}_T = 0. \quad (2.9)$$

Система уравнений (2.6)-(2.9) описывает нелинейные процессы в исследуемых моделях СЛСЭ. Для получения решений этой системы разделим общую самосогласованную задачу на три формально независимых этапа. На первом этапе решаем задачу движения (2.6) двухскоростного релятивистского электронного пучка в заданных (известных) электромагнитных полях (задача движения). На втором этапе ищем решения уравнения непрерывности (2.7), полагая, что скорости электронного пучка уже известны (задача уравнения непрерывности). И на третьем этапе решаем задачу о возбуждении электромагнитных полей (2.8), считая скорости и

концентрации известными функциями, зависящими, в том числе, и от полей.

2.5. Модернизация метода усредненных характеристик для задач анализа мультигармонических процессов в СЛСЭ

2.5.1. Общие замечания

Для решения системы уравнений (2.6)-(2.9) используем метод усредненных характеристик [13–16, 275] и сопряженный с ним метод медленно меняющихся амплитуд [13–16, 157, 185, 186, 195, 282, 283]. При этом метод усредненных характеристик применим для решения релятивистского квазигидродинамического уравнения (2.6) и уравнения непрерывности (2.7), а метод медленно меняющихся амплитуд – для уравнений Максвелла (2.8). Как уже говорилось выше, решения для гидродинамической скорости \mathbf{v} и концентрации n , полученные в результате использования метода усредненных характеристик, имеют вид асимптотических рядов по малому параметру $1/\xi$. Благодаря этому использование их в уравнениях Максвелла позволяет последние преобразовать к стандартному для метода медленно меняющихся амплитуд виду [13–16, 157, 282, 283] и получить достаточно легко укороченные уравнения для амплитуд электромагнитных полей.

Как известно [13–15], процедура нахождения решений с помощью метода усредненных характеристик состоит из: а) преобразования исходной системы нелинейных уравнений к более простой системе усредненных уравнений (рис. 1.11, первый этап); б) нахождения решений системы усредненных уравнений как функции усредненных величин (рис. 1.11, второй этап); в) выполнения обратных преобразований для получения решений исходных уравнений через неусредненные величины (рис. 1.11, третий этап). При этом решения системы усредненных уравнений как функции усредненных величин (рис. 1.11, второй этап) находятся из самой

процедуры перехода к усредненной системе уравнений: для осцилляторных величин находят аналитические выражения, для постоянных составляющих – дифференциальные уравнения.

С одной стороны, возможность получить аналитические решения является положительной стороной метода усредненных характеристик. А с другой стороны, когда в параметрических резонансных взаимодействиях принимают участие сотни гармоник, и при этом одновременно реализуются несколько различных типов взаимодействий, такое преимущество превращается в недостаток. При этом также нужно учесть, что сначала нужно аналитически провести прямые преобразования (1.13)–(1.23), а затем провести аналитически обратные преобразования (1.27)–(1.28). Поэтому возникает необходимость перехода от ряда аналитических процедур к таким, которые можно было бы реализовать в виде компьютерных программ.

Следует также учесть, что решения для скорости и концентрации, получающиеся в результате использования метода усредненных характеристик, далее используются в уравнениях Максвелла, которые решаем с помощью метода медленно меняющихся амплитуд. При этом нас интересуют решения для скорости и концентрации как функции *неусредненных* быстрых фаз, поскольку метод медленно меняющихся амплитуд используется для получения уравнений для амплитуд полей при *неусредненных* Эйлеровых быстрых фазах. Таким образом, возникает задача для систем с одним уровнем иерархии в объединении процедуры прямого (1.13)–(1.23) и обратного преобразования (1.27)–(1.28) в одну процедуру, которая позволяла бы получать скорости и концентрации электронных пучков как функции неусредненных быстрых фаз, и при этом ее алгоритм было бы легко реализовать в виде компьютерной программы.

Перед тем как перейти к решению выше поставленной задачи, заметим, что усредненные медленные переменные, например, постоянная составляющая скорости, постоянная составляющая концентрации и т.д., могут и должны использоваться в укороченных уравнениях для амплитуд.

Поэтому уравнения для амплитуд полей должны быть дополнены уравнениями для медленных переменных.

Для того чтобы получить усредненные уравнения как функции неусредненных быстрых фаз, в соотношения (1.13)–(1.23) подставим обратное преобразование для быстрой фазы (1.28). В результате довольно громоздких преобразований придем к искомому алгоритму асимптотического интегрирования. Изложим этот алгоритм сначала для случая одной быстрой фазы, а затем обобщим его на случай многих быстрых фаз.

2.5.2. Случай одной быстрой фазы

Учтем, что для решаемых в диссертационной работе задач, система исходных уравнений может быть записана в более простой по сравнению с (1.12) форме:

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \frac{1}{\xi} \mathbf{X}(\mathbf{x}, \psi), \quad \frac{d\psi}{dt} = \Omega(\mathbf{x}). \quad (2.10)$$

Для перехода к усредненным медленным переменным используем замену Крылова-Боголюбова в модернизированной по сравнению с (1.13) форме

$$\mathbf{x} = \bar{\mathbf{x}} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\xi^n} \mathbf{u}^{(n)}(\bar{\mathbf{x}}, \psi). \quad (2.11)$$

Как видим, в (2.11) в отличие от (1.13) быстрая фаза остается неусредненной. Как и прежде функции $\mathbf{u}^{(n)}$ подбираем таким образом, чтобы правые части

усредненных уравнений для медленных переменных не зависели от быстрых фаз

$$\frac{d\bar{\mathbf{x}}}{dt} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\xi^n} \mathbf{A}^{(n)}(\bar{\mathbf{x}}). \quad (2.12)$$

Функции $\mathbf{u}^{(n)}$ и $\mathbf{A}^{(n)}$, которые входят в (2.11)–(2.12), находим из следующих соотношений

$$\mathbf{A}^{(n)} = \langle \mathbf{g}^{(n)}(\bar{\mathbf{x}}, \psi) \rangle, \quad (2.13)$$

$$\mathbf{u}^{(n)} = \sum_{m=-N, m \neq 0}^{m=+N} \frac{\mathbf{g}_m^{(n)}}{im\Omega(\bar{\mathbf{x}})} \exp(im\psi). \quad (2.14)$$

В уравнениях (2.13)–(2.14) использованы обозначения

$$\mathbf{g}_m^{(n)} = \langle \mathbf{g}^{(n)}(\bar{\mathbf{x}}, \psi) \rangle_{m\psi} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \mathbf{g}^{(n)} e^{-im\psi} d\psi, \quad \langle \mathbf{g}^{(n)} \rangle = \langle \mathbf{g}^{(n)} \rangle_{0\cdot\psi}. \quad (2.15)$$

Выражения для $\mathbf{A}^{(n)}, \mathbf{u}^{(n)}$ определяются через $\mathbf{g}^{(n)}$, которые связаны с функциями $\mathbf{X}(\mathbf{x}, \psi)$, $\Omega(\mathbf{x})$ исходной системы уравнений (2.10) следующим образом:

$$\mathbf{g}^{(1)} = \frac{1}{\xi} \mathbf{X}(\bar{\mathbf{x}}, \psi), \quad (2.16)$$

$$\mathbf{g}^{(2)} = \frac{1}{\xi^2} \sum_j \left(\frac{\partial \mathbf{X}}{\partial \bar{x}^{(j)}} u^{(1,j)} - \frac{\partial \mathbf{u}^{(1)}}{\partial \bar{x}^{(j)}} A^{(1,j)} - \frac{\partial \mathbf{u}^{(1)}}{\partial \psi} \frac{\partial \Omega}{\partial \bar{x}^{(j)}} u^{(1,j)} \right), \quad (2.17)$$

$$\mathbf{g}^{(3)} = \frac{1}{\xi^3} \left[\sum_j \left(\frac{\partial \mathbf{X}}{\partial \bar{x}^{(j)}} u^{(2,j)} - \frac{\partial \mathbf{u}^{(2)}}{\partial \bar{x}^{(j)}} A^{(1,j)} - \frac{\partial \mathbf{u}^{(1)}}{\partial \bar{x}^{(j)}} A^{(2,j)} - \frac{\partial \mathbf{u}^{(1)}}{\partial \psi} \frac{\partial \Omega}{\partial \bar{x}^{(j)}} u^{(2,j)} - \right. \right.$$

$$\left. - \frac{\partial \mathbf{u}^{(2)}}{\partial \psi} \frac{\partial \Omega}{\partial \bar{x}^{(j)}} u^{(1,j)} \right) + \frac{1}{2} \sum_{j,k} \left(\frac{\partial^2 \mathbf{X}}{\partial \bar{x}^{(j)} \partial \bar{x}^{(k)}} u^{(1,j)} u^{(1,k)} - \frac{\partial \mathbf{u}^{(1)}}{\partial \psi} \frac{\partial^2 \Omega}{\partial \bar{x}^{(j)} \partial \bar{x}^{(k)}} u^{(1,j)} u^{(1,k)} \right) \Bigg]. \quad (2.18)$$

Напомним, что в соотношениях (2.11)–(2.18) $\bar{\mathbf{x}}$, $\mathbf{u}^{(n)}$ и $\mathbf{A}^{(n)}$ – векторы с компонентами $\bar{x}^{(j)}$, $u^{(n,j)}$ и $A^{(n,j)}$ соответственно, \mathbf{X} – вектор-функция, а Ω – скалярная функция.

Таким образом, алгоритм (2.11), (2.13), (2.14), (2.16)–(2.18) решает поставленную выше задачу. Легко убедиться, что эти соотношения гораздо проще по сравнению с немодернизированными (1.13)–(1.23), (1.27), (1.28).

2.5.3. Случай нескольких быстрых фаз

Обобщим полученный алгоритм случай нескольких быстрых фаз. В этом случае $\boldsymbol{\psi} = \{\psi_1, \psi_2, \dots, \psi_k\}$ – вектор быстрых фаз, $\boldsymbol{\Omega}(\mathbf{x})$ – вектор-функция медленных переменных. Тогда исходная система запишется в виде

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \frac{1}{\xi} \mathbf{X}(\mathbf{x}, \boldsymbol{\psi}), \quad \frac{d\boldsymbol{\psi}}{dt} = \boldsymbol{\Omega}(\mathbf{x}). \quad (2.19)$$

Для перехода к усредненным медленным переменным используем замену Крылова-Боголюбова, зависящую от вектора быстрых фаз

$$\mathbf{x} = \bar{\mathbf{x}} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\xi^n} \mathbf{u}^{(n)}(\bar{\mathbf{x}}, \boldsymbol{\psi}), \quad (2.20)$$

Функции $\mathbf{u}^{(n)}$ подбираем таким образом, чтобы правые части усредненных уравнений для медленных переменных не зависели от быстрых

$$\frac{d\bar{\mathbf{x}}}{dt} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\xi^n} \mathbf{A}^{(n)}(\bar{\mathbf{x}}), \quad (2.21)$$

Алгоритм нахождения $\mathbf{u}^{(n)}$ и $\mathbf{A}^{(n)}$, которые входят в (2.20)–(2.21), изменяется. Осцилляторные компоненты (2.20) находятся из соотношения

$$\mathbf{u}^{(n)} = \sum_{m_1=-N}^{m_1=+N} \dots \sum_{m_k=-N}^{m_k=+N} \frac{\mathbf{g}_{m_1, \dots, m_k}^{(n)}}{i(m_1\Omega_1 + \dots + m_k\Omega_k)} \exp(i(m_1\Psi_1 + \dots + m_k\Psi_k)). \quad (2.22)$$

при условии, чтобы ни один из знаменателей (2.22) не обращался в нуль.

Случаи, когда знаменатели в (2.22) равны нулю

$$m_1\Omega_1 + \dots + m_k\Omega_k = 0, \quad (2.23)$$

называют комбинационными резонансами [13–16, 278–281]. Это значит, что осцилляторные слагаемые в (2.22) определяются нерезонансными компонентами $\mathbf{g}^{(n)}$.

Функция $\mathbf{A}^{(n)}$, в отличие от аналогичной формулы (2.13), определяется как средним значением $\langle \mathbf{g}^{(n)} \rangle$, так и компонентами $\mathbf{g}^{(n)}$, связанными с комбинационными резонансами

$$\mathbf{A}^{(n)} = \mathbf{g}_{m_1, \dots, m_k}^{(n)} \Big|_{m_1\Omega_1 + \dots + m_k\Omega_k = 0}. \quad (2.24)$$

В уравнениях (2.22) и (2.24) использовали обозначения

$$\mathbf{g}_{m_1, \dots, m_k}^{(n)} = \langle \mathbf{g}^{(n)} \rangle_{m_1\Psi_1, \dots, m_k\Psi_k} = \left(\frac{1}{2\pi} \right)^k \cdot \int_0^{2\pi} \dots \int_0^{2\pi} \mathbf{g}^{(n)} e^{-i(m_1\Psi_1 + \dots + m_k\Psi_k)} d\Psi_1 \dots d\Psi_k. \quad (2.25)$$

Функции $\mathbf{g}^{(n)}$, через которые определяются $\mathbf{u}^{(n)}$ и $\mathbf{A}^{(n)}$ в (2.22) и (2.24),

имеют следующий вид:

$$\mathbf{g}^{(1)} = \frac{1}{\xi} \mathbf{X}(\bar{\mathbf{x}}, \psi), \quad (2.26)$$

$$\mathbf{g}^{(2)} = \frac{1}{\xi^2} \sum_j \left(\frac{\partial \mathbf{X}}{\partial \bar{x}^{(j)}} u^{(1,j)} - \frac{\partial \mathbf{u}^{(1)}}{\partial \bar{x}^{(j)}} A^{(1,j)} - \sum_s \frac{\partial \mathbf{u}^{(1)}}{\partial \psi_s} \frac{\partial \Omega_s}{\partial \bar{x}^{(j)}} u^{(1,j)} \right), \quad (2.27)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{g}^{(3)} = \frac{1}{\xi^3} \left[\sum_j \left(\frac{\partial \mathbf{X}}{\partial \bar{x}^{(j)}} u^{(2,j)} - \frac{\partial \mathbf{u}^{(2)}}{\partial \bar{x}^{(j)}} A^{(1,j)} - \frac{\partial \mathbf{u}^{(1)}}{\partial \bar{x}^{(j)}} A^{(2,j)} - \sum_s \frac{\partial \mathbf{u}^{(1)}}{\partial \psi_s} \frac{\partial \Omega_s}{\partial \bar{x}^{(j)}} u^{(2,j)} - \right. \right. \\ \left. \left. - \sum_s \frac{\partial \mathbf{u}^{(2)}}{\partial \psi_s} \frac{\partial \Omega_s}{\partial \bar{x}^{(j)}} u^{(1,j)} \right) + \frac{1}{2} \sum_{j,k} \left(\frac{\partial^2 \mathbf{X}}{\partial \bar{x}^{(j)} \partial \bar{x}^{(k)}} u^{(1,j)} u^{(1,k)} - \sum_s \frac{\partial \mathbf{u}^{(1)}}{\partial \psi_s} \frac{\partial^2 \Omega_s}{\partial \bar{x}^{(j)} \partial \bar{x}^{(k)}} u^{(1,j)} u^{(1,k)} \right) \right]. \quad (2.28) \end{aligned}$$

Таким образом, наличие нескольких быстрых фаз качественно меняет процедуру асимптотического интегрирования – возникает необходимость учета комбинационных резонансов. С точки зрения математической процедуры, учет комбинационных резонансов состоит в разделении $\mathbf{g}_{m_1, \dots, m_k}^{(n)}$ на резонансные компоненты, для которых выполняется условие (2.23), и нерезонансные, для которых это условие не выполняется. Так как частоты Ω_s , зависящие от медленных переменных \mathbf{x} , с течением времени меняются, то в процессе интегрирования мы постоянно должны проверять условие (2.23). Такая проверка с точки зрения компьютерного моделирования сводится к проверке неравенства

$$m_1 \Omega_1 + \dots + m_k \Omega_k \leq 1/\xi. \quad (2.29)$$

Так как количество гармоник N , которое учитывается при компьютерном моделировании, ограничено ($m_s \leq N$), то компьютерная проверка условия (2.29) является несложной задачей.

Также следует учитывать, что исходя из физических соображений, практически все резонансные условия типа (2.23), (2.29) является известными. Поэтому целесообразно данную проверку объединить с процедурой нахождения $\mathbf{g}_{m_1, \dots, m_k}^{(n)}$ (2.25). Используемые в диссертационной работе функции $\mathbf{g}^{(n)}$, как правило, формируются величинами, имеющими вид рядов Фурье с медленно меняющимися амплитудами. Поэтому численное нахождение $\mathbf{g}_{m_1, \dots, m_k}^{(n)}$ – амплитуд при соответствующих комбинационных фазах, по сути, сводится к анализу резонансных условий и формированию $\mathbf{g}_{m_1, \dots, m_k}^{(n)}$ как функции амплитуд величин, которые входят в $\mathbf{g}^{(n)}$.

Таким образом, алгоритмы, описанные в (2.20), (2.22), (2.24), (2.26)–(2.28) позволяют решать мультигармонические нелинейные задачи с учетом параметрических резонансов разного типа.

2.6. Выводы к разделу 2

1. Предложен метод (метод компрессии) формирования ультракоротких кластеров электромагнитного поля, суть которого состоит в компрессии первоначально гармонического сигнала. Показано, что этот метод основывается на генерации входным сигналом высших гармоник с соизмеримыми амплитудами, суперпозиция которых и является ультракоротким электромагнитным кластером.

2. Предложено три вида систем для формирования ультракоротких кластеров электромагнитного поля: а) мультигармоническим устройством; б) с помощью группы монохроматических источников; в) группой мультигармонических источников.

3. Произведено качественное физико-технологическое обоснование возможности создания нового класса устройств – мультигармонических лазеров на свободных электронах, основное назначение которых

формирование интенсивных электромагнитных волн с широким спектром, в том числе, и мощных ультракоротких кластеров электромагнитного поля.

4. Предложен физический механизм реализации метода компрессии на базе двухпоточкового СЛСЭ нового типа – мультигармонического ДСЛСЭ. Суть реализации такого механизма в мультигармоническом ДСЛСЭ состоит в следующем: а) преобразовании на начальном этапе входящего электромагнитного сигнала в волну пространственного заряда; б) генерации высших гармоник в двухскоростном электронном пучке вследствие мультигармонических свойств двухпоточковой неустойчивости (частота первой гармоники ВПЗ должна быть намного меньше критической частоты); в) преобразовании мультигармонической ВПЗ в мультигармоническую волну сигнала, которая является кластером электромагнитного поля.

5. Предложено четыре схемы мультигармонических ДСЛСЭ: 1) клистронная модель с резонансным модулятором и монохроматическим входным сигналом; 2) клистронная модель с резонансным модулятором и мультигармоническим входным сигналом; 3) клистронная модель с нерезонансным модулятором и мультигармоническим входным сигналом; 4) клистронная модель с нерезонансным модулятором и промежуточным ускорением электронного пучка. Обсуждены ключевые конструкционные особенности технологического исполнения элементной базы данного класса систем.

6. Проведена модернизация метода усредненных характеристик для решения задач анализа мультигармонических процессов в супергетеродинных ЛСЭ с учетом специфики множественных параметрических резонансов. Такая модернизация связана с прямым и обратным переходами и направлена на упрощение алгоритма асимптотического интегрирования для систем с одним иерархическим уровнем. Проведена алгоритмизация нахождения матричных элементов с целью перехода от их аналитического нахождения к численному.

РАЗДЕЛ 3

НЕЛИНЕЙНЫЕ МУЛЬТИГАРМОНИЧЕСКИЕ ПРОЦЕССЫ В ДВУХПОТОКОВОМ ЭЛЕКТРОННОМ ПУЧКЕ

В этом разделе рассмотрим физические процессы, происходящих в двухпотоковой релятивистской системе, состоящей из двух взаимно проникающих электронных пучков, которые имеют разные скорости. Такие процессы имеют место в пролетной секции клистронных ДСЛСЭ. Дополнительный механизм супергетеродинного усиления, который используется в параметрических электронно-волновых СЛСЭ, основывается на параметрическом резонансе продольных волн в релятивистском двухпотоковом электронном пучке. Также в этом разделе будут рассмотрены условия формирования волн ВПЗ с аномальными спектрами, благодаря чему становится возможным создание мультигармонических приборов, которые, в частности, способны формировать мощные ультракороткие кластеры электромагнитного поля.

Исследования физических процессов в двухскоростных пучках и, в частности, двухпотоковой неустойчивости являются далеко не новыми и исследуются уже не менее пятидесяти лет [13–16, 85–101, 295–298]. Однако, физическая ситуация в исследуемой модели кардинально отличается от того, что изучалось ранее. Спецификой реализующихся здесь разновидностей трехволновых резонансов является их явно выраженная *множественность* – число взаимодействующих гармоник волн может достигать до сотни и больше. Кроме того, гармоники ВПЗ в силу особенностей их дисперсионных свойств могут многократно взаимодействовать друг с другом. Понятно, что общая картина таких множественных взаимодействий реально оказывается достаточно сложной. Основные научные результаты раздела опубликованы в работах [33–37, 59–62]

3.1. Модель

Для исследования нелинейных мультигармонических процессов в двухскоростном релятивистском электронном пучке рассматриваем следующую модель. Двухскоростной электронный пучок, движущийся вдоль оси Z , состоит из двух взаимно проникающих парциальных релятивистских электронных пучков. Парциальные пучки характеризуются близкими по модулю скоростями v_1 и v_2 ($v_1 - v_2 \ll v_1, v_2$) и одинаковыми плазменными частотами $\omega_{p1} = \omega_{p2} = \omega_p$. Полагаем, что пучок является достаточно широким. Поэтому влиянием границ на процессы взаимодействия волн пренебрегаем. Также считаем, что тепловые скорости электронов в исследуемом пучке намного меньше фазовых скоростей взаимодействующих волн, поэтому тепловым разбросом можем пренебречь. Столкновениями электронов друг с другом также пренебрегаем. Исследование статических полей в двухскоростном электронном пучке проводить не будем. Обоснование такой модели электронного пучка дано в подразделе 2.4.2.

В двухскоростном электронном пучке распространяются волны пространственного заряда, которые в общем случае являются мультигармоническими. Тогда для напряженности электрического поля волн ВПЗ можем записать

$$\mathbf{E} = \sum_{\chi} \mathbf{E}_{\chi}, \quad \mathbf{E}_{\chi} = \sum_{m=1}^N [E_{\chi,m} \exp(ip_{\chi,m}) + k.c.] \mathbf{e}_z. \quad (3.1)$$

Здесь индексом « χ » обозначен тип волны ВПЗ, которая возбуждается в плазме двухскоростного электронного пучка, индексом m – номер соответствующей гармоники. В общем случае в двухпоточковой системе может возбуждаться семь разных типов волн, которые имеют разные законы

дисперсии (табл. 3.1). Поэтому индекс « χ » принимает значения от 1 до 7. В уравнении (3.1)

$$P_{\chi,m} = \omega_{\chi,m} \cdot t - k_{\chi,m} \cdot z \quad (3.2)$$

– фаза m -й гармоники χ -й волны; $\omega_{\chi,m} = \omega_{\chi,1} \cdot m$ и $k_{\chi,m}$ ее частота и действительная часть волнового числа, N – число гармоник, которые учитываем при решении задачи.

В плазме двухскоростного пучка реализуются трехволновые параметрические взаимодействия между гармониками волн. Обозначим частоты, волновые числа и гармоники волн, участвующих в трехволновом параметрическом резонансе волн индексами α , β и γ . Тогда условие параметрического резонанса можно записать в виде

$$P_{\alpha,m\alpha} + \nu \cdot P_{\beta,m\beta} = P_{\gamma,m\gamma}, \quad (3.3)$$

или, учитывая определение фазы (3.2),

$$m_{\alpha}\omega_{\alpha,1} + \nu \cdot m_{\beta}\omega_{\beta,1} = m_{\gamma}\omega_{\gamma,1}, \quad (3.4)$$

$$k_{\alpha,m\alpha} + \nu \cdot k_{\beta,m\beta} = k_{\gamma,m\gamma}. \quad (3.5)$$

При проведении анализа трехволновых параметрических резонансов с участием волн α , β и γ необходимо выделять физически различные типы взаимодействий. Так как волны α , β и γ с физической точки зрения являются равноправными, то при выделении разных типов взаимодействий может возникнуть неоднозначность, связанная с этим свойством: при перестановке индексов α , β и γ физически ничего не меняется, а математически имеем

различные ситуации. Для снятия такой неоднозначности в соотношениях (3.3)–(3.5) знаковую функцию ν далее примем равной

$$\nu = -1. \quad (3.6)$$

Тогда волна α , как следует из уравнения (3.4) будет иметь наибольшую частоту, волна γ – наименьшую, а волна β – промежуточную. В соответствии с этим будем называть волну с наибольшей частотой волной α или сигнальной, волну с наименьшей частотой – волной γ или накачкой, а волну с промежуточной частотой – волной β или холостой. При проведении анализа случаи, при которых, например, частота волны α окажется не максимальной, будем отбрасывать.

3.2. Типы трехволновых параметрических резонансных взаимодействий

Наличие в двухскоростном электронном пучке разных типов волн ВПЗ обуславливает множество вариантов взаимодействий их гармоник. Поэтому прежде, чем перейти к нелинейному анализу мультигармонических процессов в релятивистском двухскоростном электронном пучке выясним, какие типы резонансных взаимодействий здесь реализуются, какие волны участвуют в таких трехволновых параметрических резонансах. Заметим, для однопоточковых систем параметрическое резонансное взаимодействие пучковых волн в рамках поперечно-неограниченной модели является принципиально невозможным.

Как известно, типы волн, которые могут распространяться в исследуемой системе, определяются решениями дисперсионного уравнения. Для волны ВПЗ частотой ω_χ , которая распространяется в двухпоточковом релятивистском электронном пучке, приближенные решения дисперсионного

уравнения для действительных k_χ можно записать в виде [13–16, 86–88, 96, 97]

$$k_\chi \approx \frac{\omega_\chi}{v_0(1 + \sigma_\chi \delta)} + r_\chi \frac{\omega_p}{v_0 \gamma_0^{3/2}}. \quad (3.7)$$

В этом соотношении $v_0 = (v_1 + v_2)/2$, $\delta = (v_1 - v_2)/(v_1 + v_2)$, $\gamma_0 = (\gamma_1 + \gamma_2)/2$, σ_χ и r_χ являются знаковыми функциями, значения которых для различных типов волн представлены в табл. 3.1, индекс χ принимает значение от одного до семи и соответствует типу продольной волны в рассматриваемой системе. В случае, когда частота волны меньше критической частоты

$$\omega_{cr} = \sqrt{2} \omega_p / (\delta \gamma_0^{3/2}) \quad (3.8)$$

дисперсионное уравнение имеет комплексные решения для волновых чисел. Мнимая составляющая такого комплексного волнового числа $\pm \Gamma$ характеризует инкремент двухпоточковой неустойчивости [13–16, 86–88, 96, 97].

Поставим в соответствие каждому типу волны, которая характеризуется своим конкретным набором параметров (σ_χ, r_χ) , номер χ . Соответствующая классификация волн представлена в табл. 3.1.

Как следует из табл. 3.1, волны, у которых частоты меньше критической частоты ($\omega_\chi < \omega_{cr}$), описываются значением знаковой функции $\sigma_\chi = 0$ ($\chi = 1, 2, 3$). При этом знаковая функция $r_1 = 0$ описывает нарастающую волну, $r_2 = -\sqrt{2}$ – быструю, а $r_3 = +\sqrt{2}$ – медленную ВПЗ. Индекс $\chi = 4, 5, 6$ и 7 характеризует волны, частоты которых превышают критическую частоту ($\omega_\chi > \omega_{cr}$). Функция $\sigma_\chi = -1$ при этом характеризует волны первого пучка ($r_4 = -1$ – быстрая ($\chi = 4$), $r_5 = +1$ – медленная ($\chi = 5$)). Функция $\sigma_\chi = +1$

характеризует волны второго пучка ($r_6 = -1$ – быстрая ($\chi = 6$), $r_7 = +1$ – медленная ($\chi = 7$)).

Таблица 3.1

Типы волн ВПЗ в двухпотоковой системе

Тип волны (χ)	σ_χ	r_χ	Название волны
1	0	0	Нарастающая волна ($\omega_\chi < \omega_{cr}$)
2	0	$-\sqrt{2}$	Быстрая волна ($\omega_\chi < \omega_{cr}$)
3	0	$+\sqrt{2}$	Медленная волна ($\omega_\chi < \omega_{cr}$)
4	+1	-1	Быстрая волна первого пучка ($\omega_\chi > \omega_{cr}$)
5	+1	+1	Медленная волна первого пучка ($\omega_\chi > \omega_{cr}$)
6	-1	-1	Быстрая волна второго пучка ($\omega_\chi > \omega_{cr}$)
7	-1	+1	Медленная волна второго пучка ($\omega_\chi > \omega_{cr}$)

Выясним, при каких условиях становится возможным трехволновое параметрическое взаимодействие продольных волн в двухпотоковой релятивистской электронной системе. Для этого подставим решения дисперсионного уравнения (3.7) в условие параметрического резонанса для волновых чисел (3.5), учтем (3.6). Далее в полученном соотношении исключим $m_\gamma \omega_{\gamma,1}$ с помощью (3.4). В результате получим

$$m_\alpha \omega_{\alpha,1} \frac{\sigma_\gamma - \sigma_\alpha}{1 + \sigma_\alpha \delta} - m_\beta \omega_{\beta,1} \frac{\sigma_\gamma - \sigma_\beta}{1 + \sigma_\beta \delta} = \frac{\omega_p (1 + \sigma_\gamma \delta) (r_\gamma - r_\alpha + r_\beta)}{\delta \gamma_0^{3/2}}. \quad (3.9)$$

Условия (3.4) и (3.9) определяют все возможные типы параметрических резонансных взаимодействий в исследуемой модели. Проведем анализ возможных значений знаковых функций σ_χ и r_χ (табл. 3.1), при которых выполняются условия (3.9) и (3.4).

Сначала рассмотрим возможные трехволновые параметрические взаимодействия между волнами, частота которых меньше критической ($\chi = 1, 2, 3$). Для этих волн $\sigma_\alpha = \sigma_\beta = \sigma_\gamma = 0$ и поэтому левая часть равенства (3.9) равна нулю. Соотношение (3.9) для таких взаимодействий преобразуется в

$$r_\gamma - r_\alpha + r_\beta = 0. \quad (3.10)$$

Множественные параметрические взаимодействия между гармониками нарастающей волны. В этом случае все взаимодействующие волны являются нарастающими ($\chi = 1$), а значит $\sigma_\alpha = \sigma_\beta = \sigma_\gamma = 0$, $r_\alpha = r_\beta = r_\gamma = 0$. Напомним, частоты этих волн не превышают критическую ($\omega_\chi \leq \omega_{cr}$). Очевидно, что в этом случае как условие (3.10), так и (3.9) выполняются. Так как волны α , β и γ принадлежат одному и тому же типу волны ($\chi = 1$), то их первые гармоники одинаковые: $\omega_{\alpha,1} = \omega_{\beta,1} = \omega_{\gamma,1}$. Тогда условие параметрического резонанса для частот (3.4) преобразуется к виду:

$$m_\alpha - m_\beta = m_\gamma. \quad (3.11)$$

Таким образом, единственным условием для реализации трехволновых резонансов такого типа является условие (3.11), которое может быть выполнено для большого множества гармоник. Это значит, что в двухпотоковой системе реализуются множественные параметрические резонансы между гармониками нарастающей волны.

Множественные параметрические взаимодействия между гармониками волн разного типа. Рассмотрим резонансное взаимодействие нарастающей, быстрых и медленных волн, частоты которых не превышают критическую. Так как для всех волн $\omega_\chi \leq \omega_{cr}$, то знаковые функции σ равны нулю $\sigma_\alpha = \sigma_\beta = \sigma_\gamma = 0$.

Из соотношения (3.10) следует, что здесь возможна реализация трех вариантов взаимодействия: 1) взаимодействие нарастающей, быстрой и медленной волн; 2) взаимодействие нарастающей и двух быстрых волн; 3) взаимодействие нарастающей и двух медленных волн.

Рассмотрим первый вариант взаимодействия. Исходя из соотношения (3.10), находим, что знаковые функции r могут иметь следующие значения: 1) $r_\alpha = 0$, $r_\beta = +\sqrt{2}$, $r_\gamma = -\sqrt{2}$; 2) $r_\alpha = 0$, $r_\beta = -\sqrt{2}$, $r_\gamma = +\sqrt{2}$. Как видим, волна с наименьшей частотой может как быстрой ($\chi = 2$), так и медленной ($\chi = 3$). Отметим, что для волн, принимающих участие в резонансных взаимодействиях данного типа, условие (3.10), а значит и (3.9), выполняется для любых гармоник (выражение (3.10) не зависят от номеров гармоник).

Рассмотрим условие трехволнового резонанса для частот гармоник (3.4). Из него следует, если это условие выполнено, например, для первых гармоник

$$\omega_{\alpha,1} - \omega_{\beta,1} = \omega_{\gamma,1}, \quad (3.12)$$

то оно будет выполненным и для любых гармоник с номером m ($m_\alpha = m_\beta = m_\gamma = m$)

$$m \omega_{\alpha,1} - m \omega_{\beta,1} = m \omega_{\gamma,1}. \quad (3.13)$$

Это значит, в системе реализуются множественные параметрические резонансы между гармониками волн разного типа.

Рассмотрим второй вариант: взаимодействие нарастающей и двух быстрых волн. Для знаковых функций r , исходя из (3.11), получаем такие значения: 1) $r_\alpha = -\sqrt{2}$, $r_\beta = -\sqrt{2}$, $r_\gamma = 0$; 2) $r_\alpha = -\sqrt{2}$, $r_\beta = 0$, $r_\gamma = -\sqrt{2}$. При этом условие трехволнового резонанса для частот (3.4) преобразуется, как и в

предыдущем случае, в соотношения (3.12)–(3.13). Таким образом, и такие параметрические взаимодействия также имеют множественный характер.

Рассмотрим третий вариант взаимодействия, в котором участвуют нарастающая и две медленных волны. Из условия (3.11) получаем, что для функций r имеются следующие значения: 1) $r_\alpha = +\sqrt{2}$, $r_\beta = +\sqrt{2}$, $r_\gamma = 0$; 2) $r_\alpha = +\sqrt{2}$, $r_\beta = 0$, $r_\gamma = +\sqrt{2}$. При этом условие трехволнового резонанса для частот гармоник (3.4) преобразуется, как и в предыдущем случае, в соотношения (3.12)–(3.13). Таким образом, и такие параметрические взаимодействия также имеют множественный характер.

Параметрические взаимодействия докритических и закритических волн. В этом случае в трехволновом параметрическом резонансе взаимодействуют как волны, частоты которых не превышают критическую ($\omega_\chi \leq \omega_{cr}$), так и волны с частотами превышающими критическую ($\omega_\chi > \omega_{cr}$). Из общих соображений следует, что здесь могут быть реализованы две группы взаимодействий. Резонансы с участием двух докритических и одной закритической волн формируют первую группу. Во вторую группу входят резонансные взаимодействия с одной докритической и двумя закритическими волнами.

Сначала рассмотрим первую группу взаимодействий. Полагаем, что в трехволновом параметрическом резонансе участвует волна α , для которой $\omega_\alpha > \omega_{cr}$, и волны β и γ , для которых $\omega_\beta \leq \omega_{cr}$. В этом случае $\sigma_\gamma = \sigma_\beta = 0$ и соотношение (3.9) принимает вид

$$\frac{m_\alpha \omega_{\alpha,1}}{\omega_{cr}} = -\frac{(r_\gamma - r_\alpha + r_\beta)}{\sqrt{2}\sigma_\alpha} > 1. \quad (3.14)$$

При получении соотношения (3.14) учли выражение для критической частоты (3.8) и условие $\sigma_\chi \delta \ll 1$. Путем непосредственной подстановки можно убедиться, что условию (3.14) удовлетворяет восемь различных

комбинаций знаковых чисел: 1) $r_\gamma = \sqrt{2}$, $r_\beta = \sqrt{2}$, $r_\alpha = -1$, $\sigma_\alpha = -1$; 2) $r_\gamma = -\sqrt{2}$, $r_\beta = -\sqrt{2}$, $r_\alpha = +1$, $\sigma_\alpha = +1$; 3) $r_\gamma = \sqrt{2}$, $r_\beta = \sqrt{2}$, $r_\alpha = +1$, $\sigma_\alpha = -1$; 4) $r_\gamma = -\sqrt{2}$, $r_\beta = -\sqrt{2}$, $r_\alpha = -1$, $\sigma_\alpha = +1$; 5) $r_\gamma = 0$, $r_\beta = \sqrt{2}$, $r_\alpha = -1$, $\sigma_\alpha = -1$; 6) $r_\gamma = 0$, $r_\beta = -\sqrt{2}$, $r_\alpha = +1$, $\sigma_\alpha = +1$. 6) $r_\gamma = \sqrt{2}$, $r_\beta = 0$, $r_\alpha = -1$, $\sigma_\alpha = -1$; 8) $r_\gamma = -\sqrt{2}$, $r_\beta = 0$, $r_\alpha = +1$, $\sigma_\alpha = +1$.

Как известно, нарастающая волна имеет дополнительное усиление за счет эффекта двухпотоковой неустойчивости. Поэтому случаи с участием нарастающей волны (варианты 5–8) имеют большую практическую ценность. Отметим, из-за того что волны β и γ имеют частоту меньше критической ω_{cr} , то и наибольшая частота волны α не может превышать значение $2 \cdot \omega_{cr}$.

Перейдем к рассмотрению второй группы взаимодействий этого типа: параметрический резонанс одной докритической и двух закритических волн. В этом случае наименьшей частотой обладает докритическая волна γ ($\sigma_\gamma = 0$). Условие параметрического резонанса (3.9) с учетом (3.14) принимает вид

$$m_\alpha \omega_{\alpha,1} \frac{\sigma_\alpha}{1 + \sigma_\alpha \delta} - m_\beta \omega_{\beta,1} \frac{\sigma_\beta}{1 + \sigma_\beta \delta} = \frac{\omega_{cr} (r_\alpha - r_\beta - r_\gamma)}{\sqrt{2}}. \quad (3.15)$$

Рассмотрим случай, когда закритические волны принадлежат разным пучкам: $\sigma_\alpha = -\sigma_\beta$. Тогда условие (3.15) преобразовывается

$$m_\alpha \omega_{\alpha,1} + m_\beta \omega_{\beta,1} = \frac{\omega_{cr} \sigma_\alpha (r_\alpha - r_\beta - r_\gamma) (1 - \delta^2)}{\sqrt{2}}. \quad (3.16)$$

Чтобы такое взаимодействие было возможным, сумма частот двух закритических волн должна превышать $2\omega_{cr}$, а значит

$$\sigma_{\alpha}(r_{\alpha} - r_{\beta} - r_{\gamma}) > 2\sqrt{2}.$$

Отсюда получаем: 1) $\sigma_{\gamma} = 0$, $\sigma_{\alpha} = -\sigma_{\beta} = +1$, $r_{\alpha} = 1$, $r_{\beta} = -1$, $r_{\gamma} = \sqrt{2}$; 1) $\sigma_{\gamma} = 0$, $\sigma_{\alpha} = -\sigma_{\beta} = -1$, $r_{\alpha} = -1$, $r_{\beta} = +1$, $r_{\gamma} = -\sqrt{2}$. Подставим параметры взаимодействующих волн в (3.16) и получим для частот закритических волн условие

$$m_{\alpha}\omega_{\alpha,1} + m_{\beta}\omega_{\beta,1} = \frac{\omega_{cr}(2 + \sqrt{2})(1 - \delta^2)}{\sqrt{2}} \approx \omega_{cr} \cdot 2,4.$$

Это значит, что при таком взаимодействии частоты закритических волн α и β должны быть близкими к критической.

Теперь рассмотрим случай, когда обе закритические волны принадлежат одному и тому же пучку: $\sigma_{\alpha} = \sigma_{\beta}$. Тогда условие (3.15) приобретает форму

$$m_{\gamma}\omega_{\gamma,1} = \frac{\omega_{cr}\sigma_{\alpha}(r_{\alpha} - r_{\beta} - r_{\gamma})(1 + \sigma_{\alpha}\delta)}{\sqrt{2}}. \quad (3.17)$$

Чтобы частота волны γ не была равной нулю и не превышала критическую частоту должно выполняться условие

$$0 < \sigma_{\alpha}(r_{\alpha} - r_{\beta} - r_{\gamma}) < \sqrt{2}.$$

Отсюда получаем следующие варианты параметрических резонансных взаимодействий: 1) $\sigma_{\gamma} = 0$, $\sigma_{\alpha} = \sigma_{\beta} = +1$, $r_{\alpha} = 1$, $r_{\beta} = -1$, $r_{\gamma} = \sqrt{2}$; 1) $\sigma_{\gamma} = 0$, $\sigma_{\alpha} = \sigma_{\beta} = -1$, $r_{\alpha} = -1$, $r_{\beta} = +1$, $r_{\gamma} = -\sqrt{2}$. Подставим параметры взаимодействующих волн в (3.17) и получим для частоты волны γ значение

$$\omega_{\gamma,m} \approx \omega_{cr}(\sqrt{2} - 1) = \omega_p / (\delta\gamma_0^{3/2})(2 - \sqrt{2}). \quad (3.18)$$

При этом частота $\omega_{\beta,m}$ может принимать произвольное значение, а частота волны α , как это следует из (3.4), равна $\omega_{\alpha,m} = \omega_{\beta,m} + \omega_{\gamma,m}$. Это значит, что частоты волн α и β могут быть намного больше критической частоты. Этот тип взаимодействий с практической точки зрения может быть интересен для его использования в устройствах, работающих на высоких частотах $\omega \gg \omega_{cr}$. Характерной особенностью взаимодействия рассматриваемой группы волн является то, что одна из частот (ω_γ) определяется свойствами системы, имеет значение близкое к критической (3.8) и не зависит от частот двух других волн, с которыми она находится в резонансе.

Параметрические взаимодействия за критических волн, у которых частота превышает критическую ($\omega_{\alpha,m}, \omega_{\beta,m}, \omega_{\gamma,m} > \omega_{cr}$). Отметим, из соотношения (3.9) следует, что трехволновой параметрический резонанс, когда все три волны принадлежат одному и тому же пучку ($\sigma_\alpha = \sigma_\beta = \sigma_\gamma$), не реализуем. Из оставшихся трех комбинаций знаковых функций σ только одна удовлетворяет условию максимальности частоты волны α и минимальности частоты γ (3.4), (3.6). В этом случае

$$\sigma_\alpha = \sigma_\beta = -\sigma_\gamma, \quad (3.19)$$

волна γ принадлежит одному пучку, а волны α и β другому. Тогда резонансное условие (3.9) приобретает форму

$$m_\gamma \omega_{\gamma,1} = \frac{\sigma_\gamma (r_\gamma - r_\alpha + r_\beta) \omega_p (1 - \delta^2)}{(2\delta\gamma_0^{3/2})}. \quad (3.20)$$

Для того чтобы выполнялось условие $m_\gamma \omega_{\gamma,1} > \omega_{cr}$, необходимо

$$\sigma_\gamma (r_\gamma - r_\alpha + r_\beta) = +3. \quad (3.21)$$

Из условия (3.21) находим возможные варианты знаковых функций для рассматриваемого случая: 1) $r_\gamma = +1$, $r_\alpha = -1$, $r_\beta = +1$, $\sigma_\gamma = +1$, $\sigma_\beta = -1$, $\sigma_\alpha = -1$; 2) $r_\gamma = -1$, $r_\alpha = +1$, $r_\beta = -1$, $\sigma_\gamma = -1$, $\sigma_\beta = +1$, $\sigma_\alpha = +1$. Подставляя (3.21) в (3.20) получим

$$\omega_{\gamma,m} = 3\omega_p (1 - \delta^2) / (2\delta\gamma_0^{3/2}). \quad (3.22)$$

При этом частота $\omega_{\beta,m}$ может принимать произвольное значение, превышающее критическое, а частота волны α , как это следует из (3.4), равна $\omega_{\alpha,m} = \omega_{\beta,m} + \omega_{\gamma,m}$. Это значит, что частоты волн α и β могут быть намного больше критической частоты. Этот тип взаимодействий с практической точки зрения может быть интересен для его использования в устройствах, работающих на высоких частотах $\omega \gg \omega_{cr}$. Характерной особенностью взаимодействия рассматриваемой группы волн является то, что одна из частот (ω_γ) определяется свойствами системы, имеет значение близкое к критической (3.8) и не зависит от частот двух других волн, с которыми она находится в резонансе.

Основные параметры рассмотренных выше типов трехволновых параметрических резонансных взаимодействий между волнами α , β , γ можно представить в виде табл. 3.2. При этом в соответствии с принятой классификацией волна с индексом α имеет наибольшую частоту, волна с индексом γ – наименьшую частоту.

Таким образом, в двухпотоковом релятивистском электронном пучке возможна реализация 16 типов параметрических резонансно-волновых

**Типы трехволновых параметрических взаимодействий ВПЗ
в двухпоточковой системе**

Тип взаим.	Тип волны α	Тип волны β	Тип волны γ	Примеч.
1	1	1	1	Множественные взаимодействия 1
2	1	2 (3)	3 (2)	Множественные взаимодействия 2
3	2	2 (1)	1 (2)	
4	3	3 (1)	1 (3)	
5	7	3	3	Параметрические взаимодействия докритических и закритических волн
6	6	3	3	
7	6	3 (1)	1 (3)	
8	5	2 (1)	1 (2)	
9	5	2	2	
10	4	2	2	
11	5	6	3	
12	6	5	2	
13	5	4	3	
14	6	7	2	
15	5	4	6	Параметрические взаимодействия закритических волн
16	6	7	5	

взаимодействий продольных волн ВПЗ. Четыре типа таких резонансных взаимодействий носят множественный характер.

3.3. Множественные параметрические резонансы

Анализируя результаты, полученные в предыдущем параграфе, следует сказать, что множественные параметрические резонансы (тип взаимодействий 1–4) имеют несколько характерных особенностей. Первая особенность, состоит в том, что условия трехволновых параметрических резонансов одновременно выполняются для множества троек волн. Второй характерной особенностью является наличие связи между тройками взаимодействующих волн через общие волны. Благодаря этому многие исходно изолированные тройки волн объединяются в одну большую систему, где число одновременно протекающих резонансов может составлять десятки и сотни. И третья особенность состоит в том, что на множественные параметрически-резонансные взаимодействия, которые обуславливают параметрическую неустойчивость, накладывается двухпотоковая неустойчивость. В итоге, результат такого наложения оказывается таковым, что его, строго говоря, нельзя трактовать ни только через свойства двухпотоковой неустойчивости, ни только через свойства параметрического резонанса.

Рассмотрим множественные взаимодействия 1 – 4 типов с точки зрения вышеуказанных особенностей, выделим их различия.

Множественные трехволновые параметрические резонансы между гармониками одной и той же волны (тип взаимодействия 1, табл. 3.2) обусловлены взаимодействиями между гармониками нарастающей волны, то есть гармониками волны одного и того же типа ($\chi = \alpha = \beta = \gamma = 1$, табл. 3.1). Как следует из (3.7) для этой волны связь между действительной частью волнового числа и частотой является линейной

$$k_{\chi} = \omega_{\chi} / \nu_0. \quad (3.23)$$

Это значит, что если для m -й гармоники частота будет $\omega_{\chi,m} = \omega_{\chi,1} \cdot m$ в m раз больше частоты первой гармоники $\omega_{\chi,1}$, то и действительная часть волнового числа m -й гармоники $k_{\chi,m}(\omega_{\chi,m})$ тоже будет в m раз больше действительной части волнового числа первой гармоники $k_{\chi,1}$:

$$k_{\chi,m}(\omega_{\chi,m}) = \omega_{\chi,m} / \nu_0 = m\omega_{\chi,1} / \nu_0 = mk_{\chi,1}.$$

Таким образом, фаза m -й гармоники (она определяется действительной частью волнового числа)

$$p_m = \omega_m - k_{\chi,m} \nu_z = m \cdot \omega_{\chi,1} - m \cdot k_{\chi,1} \nu_z = m \cdot p_1$$

в m раз больше фазы первой гармоники, то есть имеется линейная связь между гармониками. Поэтому условия параметрического резонанса (3.4)-(3.5) между гармониками нарастающей волны сводятся к виду (3.11): $m_{\alpha} - m_{\beta} = m_{\gamma}$, где m_{α} , m_{β} , m_{γ} – целые числа. Условие (3.11) реализуется с участием огромного количества гармоник, например, $5 - 1 = 4$, $3 - 2 = 1$ и так далее. Поэтому о создавшейся ситуации говорим как о такой, в которой реализуются множественные резонансы.

Таким образом, множественные параметрические резонансы между гармониками одной и той же волны (тип взаимодействия 1, табл. 3.2) реализуется благодаря линейной дисперсионной зависимости. Следует сказать, что такие множественные резонансные взаимодействия будут всегда иметь место в системах, которые характеризуются линейными дисперсионными зависимостями типа (3.23), например, в плазменно-пучковых.

Характерная особенность такого типа взаимодействия состоит в том, что здесь между *любыми гармониками* имеется непосредственная связь. Например, 2 и 20 гармоники участвуют в резонансных взаимодействиях с 18 и 22 гармониками: $20 - 2 = 18$, $22 - 2 = 20$.

В этих взаимодействиях также *каждая* гармоника усиливается благодаря двухпотоковой неустойчивости. Именно поэтому этот тип параметрических резонансных взаимодействий является определяющим при развитии мультигармонических процессов в двухпотоковой системе.

Множественные трехволновые параметрические резонансы между гармониками волн разного типа (взаимодействия 2–4, табл. 3.2) обусловлены взаимодействиями между гармониками волн разных типов: нарастающей ($\chi = 1$, табл. 3.1), быстрыми ($\chi = 2$) и медленными ($\chi = 3$) волнами. Для взаимодействий такого типа характерным является то, что если условие параметрического резонанса для частот первых гармоник является выполненным $\omega_{\alpha,1} - \omega_{\beta,1} = \omega_{\gamma,1}$ (3.12), то оно будет выполненным и для любых гармоник: $m \omega_{\alpha,1} - m \omega_{\beta,1} = m \omega_{\gamma,1}$ (3.13).

Как было выяснено выше, при этом возможно три варианта взаимодействий: 1) взаимодействие нарастающей, быстрой и медленной волн (тип взаимодействия 2, табл. 3.2); 2) взаимодействие нарастающей и двух быстрых волн (тип взаимодействия 3, табл. 3.2); 3) взаимодействие нарастающей и двух медленных волн (тип взаимодействия 4, табл. 3.2).

В *первом* из вариантов осуществляется взаимодействие нарастающей, быстрой и медленной волн. При этом максимальной частотой обладает нарастающая волна и поэтому характеризуется индексом α . На рис. 3.1 проиллюстрирован этот тип множественных параметрических резонансных взаимодействий. Буквами α , β и γ обозначены дисперсионные кривые соответственно нарастающей, быстрой и медленной волн при $\omega < \omega_{cr}$. Цифрами на каждой кривой обозначены номера гармоник взаимодействующих волн. Вектора, проекции которых определяются

волновым числом и частотой, характеризуют конкретные волны, участвующие в трехволновом параметрическом резонансе.

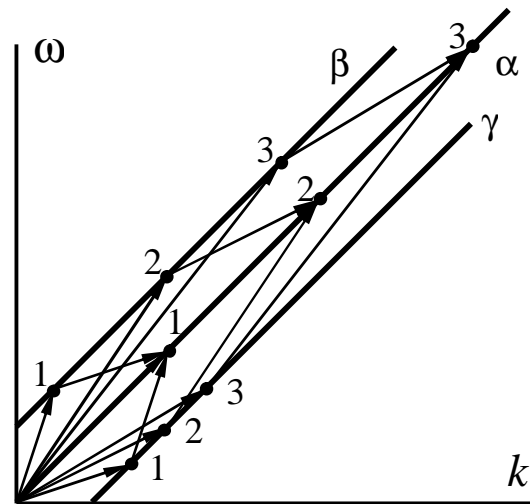


Рис. 3.1. Схема трехволновых взаимодействий 2-го типа

Из рис. 3.1 следует, что связь между различными тройками взаимодействующих волн осуществляется только через взаимодействие гармоник нарастающей волны. Гармоники медленных и быстрых волн непосредственно друг с другом не связаны. Дополнительное усиление за счет двухпотоковой неустойчивости испытывает только нарастающая волна. Поэтому трехволновые взаимодействия 2-го типа (табл. 3.2) слабее влияют на общую динамику волн в двухпотоковом электронном пучке, по сравнению с взаимодействиями 1-го типа.

Во *втором* варианте множественного взаимодействия (3-й тип взаимодействий, табл. 3.2) участвуют гармоника нарастающей ($\chi = 1$, табл. 3.1) волны и две гармоники быстрой ($\chi = 2$) волны. Такое взаимодействие проиллюстрировано на рис. 3.2. В этом примере гармоники нарастающей волны имеют наименьшую частоту, и поэтому их характеризуем индексом γ . Одна гармоника быстрой волны характеризуется наивысшей (индекс α) и одна промежуточной частотой (индекс β). Как и в предыдущем случае вектора, проекции которых определяются волновым

числом и частотой, характеризуют конкретные волны, участвующие в трехволновом параметрическом резонансе.

Видим (рис. 3.2), связь между различными тройками взаимодействующих волн осуществляется, как и в предыдущем варианте, только через взаимодействие гармоник нарастающей волны. Дополнительное усиление за счет двухпотоковой неустойчивости в этом случае испытывает только нарастающая волна. Значит и такие трехволновые взаимодействия, по сравнению с первым типом, слабее влияют на общую динамику волн в двухпотоковом электронном пучке.

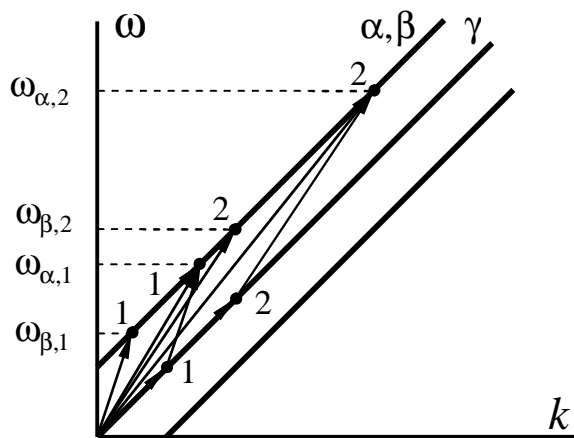


Рис. 3.2. Схема трехволновых взаимодействий 3-го типа

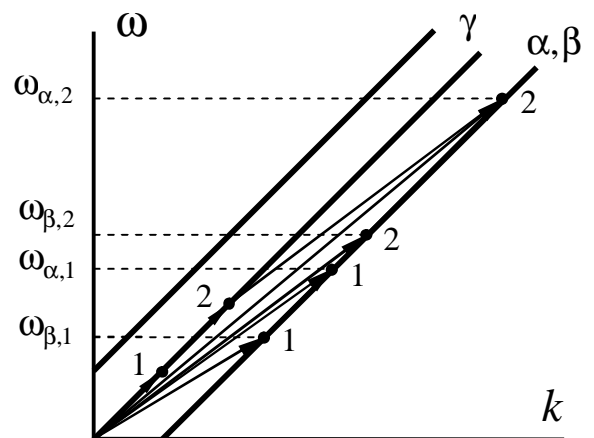


Рис. 3.3. Схема трехволновых взаимодействий 4-го типа

Анализируя рис. 3.2 видим, что в общем случае частоты первой гармоники волны α $\omega_{\alpha,1}$ и второй гармоники волны β $\omega_{\beta,2} = 2\omega_{\beta,1}$ не совпадают. Тем не менее, возможна ситуация, когда такое совпадение будет иметь место $\omega_{\alpha,1} = \omega_{\beta,2} = 2\omega_{\beta,1}$. Отсюда следует, что частота нарастающей волны (в данном случае волна γ) будет равна $\omega_{\gamma,1} = \omega_{\alpha,1} - \omega_{\beta,1} = 2\omega_{\beta,1} - \omega_{\beta,1} = \omega_{\beta,1}$. То есть частоты первых гармоник волн β и γ совпадают. Такой случай легко экспериментально реализуется. Если возбуждение волн в двухпотоковом электронном пучке производить с помощью нерезонансного модулятора (рис. 2.8, 2.9), то возбуждаются

быстрая, медленная и нарастающая волны, имеющие одинаковые частоты. Тогда, помимо связи между тройками взаимодействующих волн через гармоники нарастающей волны, возникает дополнительная связь между тройками гармоник: одна и та же гармоника быстрой волны с частотой $\omega_{\alpha,m} = \omega_{\beta,m+1}$ одновременно участвует в двух соседних трехволновых резонансах (m и $m + 1$).

В *третьем* варианте множественного взаимодействия (4-й тип взаимодействий, табл. 3.2) резонансные процессы протекают аналогично, как и во втором варианте, рассмотренном выше. Схема трехволновых взаимодействий этого типа представлена на рис. 3.3. Сравнивая эту схему со схемой взаимодействий 3-го типа (рис. 3.2), видим, что они подобны.

Таким образом, все варианты множественных трехволновых резонансных взаимодействий между гармониками волн разного типа (взаимодействия 2–4 типа, табл. 3.2) характеризуются резонансными условиями (3.12), (3.13). Все взаимодействия 2–4 типа протекают одновременно. Связь между тройками взаимодействующих волн обеспечивается через гармоники нарастающей волны. Нарастание за счет двухпоточковой неустойчивости испытывают только гармоники нарастающей волны. Поэтому такие множественные трехволновые взаимодействия слабее влияют на общую динамику волн в двухпоточковом электронном пучке, по сравнению с взаимодействиями 1-го типа (табл. 3.2).

3.4. Кубически-нелинейные уравнения для комплексных амплитуд волн, участвующих в трехволновых параметрических резонансах

Для проведения нелинейного анализа мультигармонических процессов в двухпоточковом релятивистском электронном пучке получим систему укороченных уравнений для амплитуд волн, участвующих в трехволновых параметрических резонансах.

Как было выяснено выше, в двухскоростном электронном пучке может распространяться семь типов волн ВПЗ (табл. 3.1), каждая из которых имеет высшие гармоники. Гармоники этих волн могут принимать участие в трехволновых параметрических резонансах различного типа (табл. 3.2). Отметим, часть из этих волновых резонансов носит множественный характер – резонансные условия выполняются одновременно для большого количества троек гармоник, которые связаны между собой общими волнами. Таким образом, задача анализа нелинейных мультигармонических процессов в такой системе является достаточно сложной.

Для решения задачи описания динамики волн, участвующих во множественных трехволновых параметрических резонансах, используем модернизированный метод усредненных характеристик (см. подразд. 2.5), сопряженный с методом медленно меняющихся амплитуд [13–16, 157, 185, 186, 195, 282, 283].

В качестве исходных уравнений для численного анализа используем релятивистское квазигидродинамическое уравнение (2.6), уравнение непрерывности (2.7) и уравнения Максвелла (2.8). Также считаем выполненными условия пренебрежения столкновениями и разбросом электронов по скоростям (2.9). Учитывая, что в рассматриваемой модели (см. подраздел 3.1) все величины зависят только от продольной координаты z и времени t , соотношения (2.6)–(2.9) можно записать в виде

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + v_{qz} \frac{\partial}{\partial z} \right) v_{qz} = \frac{e}{m_e \gamma_q} \left(E_z - \frac{v_{qz}^2 E_z}{c^2} \right), \quad (3.24)$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + v_{qz} \frac{\partial}{\partial z} \right) n_q = -n_q \frac{\partial v_{qz}}{\partial z}, \quad (3.25)$$

$$\frac{\partial E_z}{\partial z} = 4\pi \sum_{q=1}^2 e n_q. \quad (3.26)$$

В этих уравнениях E_z и v_{qz} – проекции вектора напряженности электрического поля волн ВПЗ \mathbf{E} (3.1) и вектора скорости q -го парциального электронного пучка \mathbf{v}_q на ось Z , $\gamma_q = (1 - (v_{qz}/c)^2)^{-1/2}$ – релятивистский фактор q -го пучка. Остальные величины определены в комментариях к формулам (2.6)–(2.8). Электрическое поле E_z в исследуемой системе рассматриваем как суперпозицию полей α , β и γ волн, участвующих в трехволновом параметрическом резонансе

$$E_z = E_\alpha + E_\beta + E_\gamma = \sum_{\chi}^{\alpha, \beta, \gamma} \sum_{m=1}^N [E_{\chi, m} \exp(ip_{\chi, m}) + k.c.], \quad (3.27)$$

фазы $p_{\chi, m}$ определяются соотношением (3.2), резонансные условия – (3.3)–(3.6). В расчетах учитываем N гармоник каждого из типов волн.

Решение системы (3.24)–(3.27), исходя из общих принципов, разбиваем на три формально независимых этапа: 1) решения задачи движения (3.24) двухскоростного релятивистского электронного пучка в заданных электромагнитных полях; 2) нахождение решений уравнения непрерывности (3.25), полагая, что скорости электронного пучка уже известны; 3) решения задачи о возбуждении электромагнитных полей (3.26), полагая скорости и концентрации известными функциями, зависящими, в том числе, и от полей.

Задачи движения и уравнения непрерывности решаем с помощью модернизированного метода усредненных характеристик, задачу о возбуждении электромагнитного поля – с помощью метода медленно меняющихся амплитуд. При этом учитываем особенности конкретных параметрически-резонансных взаимодействий (см. подразд. 3.2 и 3.3).

Для решения задачи движения преобразуем уравнение (3.24) к стандартному виду (2.10). Включим в такую систему уравнения для быстрых фаз, используя определения (3.2). Будем считать, что амплитуды волн $E_{\chi, m}$

медленно меняются с изменением продольной координаты z . Для описания такой зависимости введем медленную продольную координату $\zeta = z/\xi$. Так как будем решать граничную задачу, то в полученных уравнениях перейдем от производной по времени к производной по координате, используя известное соотношение для скорости $dt = dz/v_z$. В итоге получим систему в стандартом виде

$$\begin{aligned} \frac{dv_{qz}}{dz} &= \frac{e}{m_e v_{qz}} \left(1 - \frac{v_{qz}^2}{c^2}\right)^{3/2} \cdot \sum_{\chi}^{\alpha, \beta, \gamma} \sum_{m=1}^N [E(\zeta)_{\chi, m} \exp(ip_{\chi, m}) + k.c.], \quad \frac{d\zeta}{dz} = \frac{1}{\xi}, \\ \frac{dp_{q, \chi, m}}{dz} &= \frac{m\omega_{\chi, 1}}{v_{qz}} - k_{\chi, m} \equiv \Omega_{q, \chi, m}. \end{aligned} \quad (3.28)$$

Сравним систему (3.28) с (2.10) и запишем вектор медленных переменных \mathbf{x} , вектор-функции \mathbf{X} , вектор быстрых фаз Ψ и вектор фазовых скоростей Ω в явном виде

$$\begin{aligned} \mathbf{x} &= \{x_v, x_\zeta\} = \{v_{qz}, \zeta\}, \\ \frac{1}{\xi} \mathbf{X} &= \frac{1}{\xi} \{X_v, X_\zeta\} = \left\{ \frac{e}{m_e v_{qz}} \left(1 - \frac{v_{qz}^2}{c^2}\right)^{3/2} \cdot \sum_{\chi}^{\alpha, \beta, \gamma} \sum_{m=1}^N [E(\zeta)_{\chi, m} \exp(ip_{\chi, m}) + k.c.], \frac{1}{\xi} \right\}, \\ \Psi &= \{p_{q, \alpha, 1}, \dots, p_{q, \alpha, N}, p_{q, \beta, 1}, \dots, p_{q, \beta, N}, p_{q, \gamma, 1}, \dots, p_{q, \gamma, N}\}, \\ \Omega &= \{\Omega_{q, \alpha, 1}, \dots, \Omega_{q, \alpha, N}, \Omega_{q, \beta, 1}, \dots, \Omega_{q, \beta, N}, \Omega_{q, \gamma, 1}, \dots, \Omega_{q, \gamma, N}\}. \end{aligned} \quad (3.29)$$

Далее используем описанный в подразделе 2.5.3 алгоритм модернизированного метода усредненных характеристик для случая нескольких быстрых фаз. В соответствии с этим алгоритмом переходим к усредненным переменным

$$\mathbf{v}_{qz} = \bar{\mathbf{v}}_{qz} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\xi^n} u_{\mathbf{v}}^{(n)}(\bar{\mathbf{x}}, \boldsymbol{\Psi}), \quad \zeta = \bar{\zeta} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\xi^n} u_{\zeta}^{(n)}(\bar{\mathbf{x}}, \boldsymbol{\Psi}). \quad (3.30)$$

Уравнения для усредненных переменных имеют вид

$$\frac{d\bar{\mathbf{v}}_{qz}}{dz} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\xi^n} A_{\mathbf{v}}^{(n)}(\bar{\mathbf{x}}), \quad \frac{d\bar{\zeta}}{dz} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\xi^n} A_{\zeta}^{(n)}(\bar{\mathbf{x}}). \quad (3.31)$$

Ограничиваемся третьим приближением по $1/\xi$. Алгоритм нахождения $\mathbf{u}^{(n)}$ и $\mathbf{A}^{(n)}$ известен и описан в (2.22)–(2.28). Из этих формул, в частности следует: $u_{\zeta}^{(n)} = 0$ для любых n ; $A_{\zeta}^{(1)} = 1$, $A_{\zeta}^{(n)} = 0$ для $n > 1$; $A_{\mathbf{v}}^{(1)} = A_{\mathbf{v}}^{(2)} = 0$.

$$\frac{1}{\xi} u_{\mathbf{v}}^{(1)} = \frac{e}{m_e \bar{\mathbf{v}}_{qz}} \left(1 - \frac{\bar{\mathbf{v}}_{qz}^2}{c^2} \right)^{3/2} \cdot \sum_{\chi}^{\alpha, \beta, \gamma} \sum_{m=1}^N \left[\frac{E(\bar{\zeta})_{\chi, m}}{i\Omega_{q, \chi, m}} \exp(ip_{q, \chi, m}) + k.c. \right] \text{ и так далее.}$$

Детали подобных преобразований описаны в [299]. В результате получаем решения как для скорости (3.30), так и для ее постоянной составляющей (3.31).

Решение уравнения непрерывности находим аналогично. Преобразовываем уравнение (3.25) к стандартному виду (2.10). Скорость считаем известной функцией (3.30), (3.31) от быстрых фаз, постоянной составляющей скорости и медленно меняющихся амплитуд электрических полей. Включим в такую систему уравнения для быстрых фаз (3.28). В итоге получим систему в стандартном виде

$$\frac{dn_q}{dz} = -\frac{n_q}{\mathbf{v}_{qz}} \frac{\partial \mathbf{v}_{qz}}{\partial z}, \quad \frac{dp_{q, \chi, m}}{dz} = \frac{m\omega_{\chi, 1}}{\mathbf{v}_{qz}} - k_{\chi, m} \equiv \Omega_{q, \chi, m}. \quad (3.32)$$

Сравним систему (3.32) с (2.10) и запишем вектор медленных переменных \mathbf{x} , вектор-функции \mathbf{X} , вектор быстрых фаз $\boldsymbol{\Psi}$ и вектор фазовых

скоростей Ω в явном виде

$$\begin{aligned} \mathbf{x} = \{x_n\} &= \{n_q\}, \quad \frac{1}{\xi} \mathbf{X} = \frac{1}{\xi} \{X_n\} = \left\{ -\frac{n_q}{v_{qz}} \frac{\partial v_{qz}}{\partial z} \right\}, \\ \Psi &= \{p_{q,\alpha,1}, \dots, p_{q,\alpha,N}, p_{q,\beta,1}, \dots, p_{q,\beta,N}, p_{q,\gamma,1}, \dots, p_{q,\gamma,N}\}, \\ \Omega &= \{\Omega_{q,\alpha,1}, \dots, \Omega_{q,\alpha,N}, \Omega_{q,\beta,1}, \dots, \Omega_{q,\beta,N}, \Omega_{q,\gamma,1}, \dots, \Omega_{q,\gamma,N}\}. \end{aligned} \quad (3.33)$$

Напомним, что скорость здесь считается известной. Далее используем описанный в подразделе 2.5.3 алгоритм модернизированного метода усредненных характеристик, переходим к усредненным переменным

$$n_q = \bar{n}_q + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\xi^n} u_n^{(n)}(\bar{\mathbf{x}}, \Psi). \quad (3.34)$$

Уравнения для усредненной концентрации имеют вид

$$\frac{d\bar{n}_q}{dz} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\xi^n} A_n^{(n)}(\bar{\mathbf{x}}). \quad (3.35)$$

Ограничиваемся третьим приближением по $1/\xi$. Используем алгоритм нахождения $\mathbf{u}^{(n)}$ и $\mathbf{A}^{(n)}$ (2.22)–(2.28). Из этих формул, в частности, следует:

$$A_n^{(1)} = A_n^{(2)} = 0, \quad \frac{1}{\xi} u_n^{(1)} = \frac{e \cdot \bar{n}}{m_e \bar{v}_{qz}^2} \left(1 - \frac{\bar{v}_{qz}^2}{c^2} \right)^{3/2} \cdot \sum_{\chi}^{\alpha, \beta, \gamma} \sum_{m=1}^N \left[\frac{k_{\chi, m} E(\bar{\zeta})_{\chi, m}}{i \Omega_{q, \chi, m}^2} \exp(ip_{q, \chi, m}) + k.c. \right]$$

и так далее. Детали подобных преобразований описаны в [299]. В результате таких преобразований получаем решения для концентрации (3.34), (3.35).

Для нахождения решений задачи о возбуждении электромагнитных полей полученные выражения для концентрации (3.34) подставляем в уравнения Максвелла (3.26). Учитываем, что выражения для концентраций

парциальных пучков полученные методом усредненных характеристик, имеют вид рядов по малому параметру $1/\xi$. Разлагаем также эти выражения в ряды по гармоникам быстрых фаз. Используем, что электрическое поле в двухпотоковом электронном пучке является суперпозицией мультигармонических ВПЗ разного типа (3.27). В итоге получаем для амплитуд напряженности электрического поля нарастающей волны ВПЗ α , волн β и γ , которые участвуют в параметрическом резонансе, систему дифференциальных уравнений в кубически-нелинейном приближении

$$\begin{aligned}
& C_{2,\alpha,m} \frac{d^2 E_{\alpha,m}}{dz^2} + C_{1,\alpha,m} \frac{dE_{\alpha,m}}{dz} + D_{\alpha,m} E_{\alpha,m} = C_{3,\alpha,m} E_{\beta,m} E_{\gamma,m} + \\
& + C_{4,m} \left\langle \int E_{\alpha} \left(\int E_{\alpha} dp_{\alpha,1} \right) dp_{\alpha,1} \right\rangle_{p_{\alpha,m}} + C_{5,m} \left\langle \left(\int E_{\alpha} dp_{\alpha,1} \right)^2 \right\rangle_{p_{\alpha,m}} + F_{\alpha,m}, \\
& C_{2,\beta,m} \frac{d^2 E_{\beta,m}}{dz^2} + C_{1,\beta,m} \frac{dE_{\beta,m}}{dz} + D_{\beta,m} E_{\beta,m} = C_{3,\beta,m} E_{\alpha,m} E_{\gamma,m}^* + F_{\beta,m}, \quad (3.36) \\
& C_{2,\gamma,m} \frac{d^2 E_{\gamma,m}}{dz^2} + C_{1,\gamma,m} \frac{dE_{\gamma,m}}{dz} + D_{\gamma,m} E_{\gamma,m} = C_{3,\gamma,m} E_{\alpha,m} E_{\beta,m}^* + F_{\gamma,m}.
\end{aligned}$$

Коэффициенты этого уравнения определяются параметрами системы, волновыми числами и частотами соответствующих гармоник, постоянными составляющими скорости и концентрации парциальных пучков:

$$D_{\chi,m} \equiv D(m\omega_{\chi}, k_{\chi,m}) = -ik_{\chi,m} \left(1 - \sum_{q=1}^2 \frac{\omega_{p,q}^2}{\Omega_{\chi,q,m}^2 \bar{v}_{qz}^2 \bar{\gamma}_q^3} \right), \quad (3.37)$$

$$C_{1,\chi,m} = \partial D_{\chi,m} / \partial(-ik_{\chi,m}), \quad C_{2,\chi,m} = \partial^2 D_{\chi,m} / \partial(-ik_{\chi,m})^2 / 2,$$

$$C_{3,\alpha,m} = -k_{\alpha,m} \sum_{q=1}^2 \left[\frac{\omega_{p,q}^2 e / m_e}{\Omega_{\alpha,q,m} \Omega_{\beta,q,m} \Omega_{\gamma,q,m} \bar{v}_{qz}^4 \bar{\gamma}_q^6} \left(\frac{k_{\alpha,m}}{\Omega_{\alpha,q,m}} + \frac{k_{\beta,m}}{\Omega_{\beta,q,m}} + \frac{k_{\gamma,m}}{\Omega_{\gamma,q,m}} - 3\bar{v}_{qz}^2 \bar{\gamma}_q^2 / c^2 \right) \right],$$

$$C_{3,\beta,m} = -k_{\beta,m} C_{3,\alpha,m} / k_{\alpha,m}, \quad C_{3,\gamma,m} = -k_{\gamma,m} C_{3,\alpha,m} / k_{\alpha,m}, \quad \Omega_{\chi,q,m} = (m\omega_{\chi} / \bar{v}_q) - k_{\chi,m},$$

$$C_{4,m} = \sum_{q=1}^2 \frac{\omega_{p,q}^2 k_{\alpha,1}}{c \bar{\gamma}_q^4 \bar{v}_{qz}^4 \Omega_{\alpha,q,1}^3} \frac{e}{m_e} \left[\frac{2k_{\alpha,1} + \omega_{\alpha,1} / \bar{v}_{qz}}{\Omega_{\alpha,q,1} \bar{\gamma}_q^2} - 3 \frac{\bar{v}_{qz} \omega_{\alpha,1} / k_{\alpha,1}}{c^2} \right];$$

$$C_{5,m} = \sum_{q=1}^2 \left[\frac{\omega_{p,q}^2}{c \bar{\gamma}_q^6} \frac{e}{m_e} \frac{k_{\alpha,1}}{\bar{v}_{qz}^4 \Omega_{\alpha,q,1}^3} \right]; \quad \bar{\gamma}_q = 1 / \sqrt{1 - (\bar{v}_{qz} / c)^2}, \quad \omega_{p,q}^2 = 4\pi \bar{n}_q e^2 / m_e,$$

$$F_{\chi,m} = 4\pi e \left\langle \sum_{q=1}^2 \frac{1}{\xi^3} u_{n,q}^{(3)} \right\rangle_{p_{\chi,m}} \quad - \quad \text{функции, учитывающие кубически}$$

нелинейные слагаемые, в том числе и связанные с параметрическими резонансными взаимодействиями в исследуемой системе. Функции $u_{n,q}^{(3)} / \xi^3$ определяют осцилляторные слагаемые концентрации (3.34) парциальных пучков в третьем приближении.

Выражение (3.37) определяет дисперсионную функцию $D_{\chi,m} \equiv D(m\omega_{\chi}, k_{\chi,m})$ m -й гармоники волны типа χ . Как правило, эти функции для первой гармоники равны нулю (условие «собственности» волны) и определяют связь между частотой и волновым числом данного типа волны. При этом решения дисперсионных уравнений $D_{\chi,m} = 0$ для k_{χ} при $\omega_{\chi} > \omega_{cr}$ являются действительными, тогда как в случае $\omega_{\chi} < \omega_{cr}$ часть решений этого уравнения являются комплексными. При таких условиях, как известно, реализуется эффект двухпотоковой неустойчивости.

Систему уравнений для амплитуд волн (3.36) дополним, исходя из (3.31) и (3.35), уравнениями для постоянных составляющих скоростей и концентраций парциальных пучков:

$$\frac{d\bar{v}_q}{dz} = V_q(\mathbf{E}_{\alpha}, \mathbf{E}_{\beta}, \mathbf{E}_{\gamma}), \quad \frac{d\bar{n}_q}{dz} = N_q(\mathbf{E}_{\alpha}, \mathbf{E}_{\beta}, \mathbf{E}_{\gamma}). \quad (3.38)$$

Функции $V_q = \sum_{q=1}^2 \frac{1}{\xi^3} A_{v,q}^{(3)}$, $N_q = \sum_{q=1}^2 \frac{1}{\xi^3} A_{n,q}^{(3)}$ учитывают кубически

нелинейные слагаемые, зависят от типа параметрических резонансных взаимодействий.

Таким образом, полученная система уравнений (3.36)–(3.38) описывает нелинейные мультигармонические процессы в двухскоростном релятивистском пучке, в том числе, и множественные трехволновые параметрически-резонансные взаимодействия. Эта система позволяет исследовать в кубическом приближении широкий круг нелинейных процессов в плазме релятивистского двухскоростного электронного пучка.

3.5. Слабосигнальный анализ трехволновых параметрических резонансов

3.5.1. Классификация трехволновых процессов в двухпотоковом электронном пучке

Проведем анализ различных типов трехволновых взаимодействий (табл. 3.2) с точки зрения законов сохранения энергии и импульсов [13, 15, 87–95, 195]. В этом случае условие параметрического резонанса (3.3)–(3.6), законы сохранения энергии и импульса принимают вид

$$\omega_{\alpha,m} - \omega_{\beta,m} = \omega_{\gamma,m}, \quad \pm \omega_{\alpha,m} N_{\alpha} \pm \omega_{\beta,m} N_{\beta} \pm \omega_{\gamma,m} N_{\gamma} = const, \quad (3.39)$$

$$k_{\alpha,m} - k_{\beta,m} = k_{\gamma,m}, \quad \pm k_{\alpha,m} N_{\alpha} \pm k_{\beta,m} N_{\beta} \pm k_{\gamma,m} N_{\gamma} = const. \quad (3.40)$$

В этих соотношениях $N_{\alpha}, N_{\beta}, N_{\gamma}$ – количество плазмонов соответствующего типа волны в пучке. Также отметим, медленные волны характеризуются отрицательной энергией, быстрые – положительной, а нарастающие – нулевой [13, 15, 87–95, 195, 196]. Тогда, исходя из конкретных типов волн

(табл. 3.1), участвующих в трехволновом взаимодействии, следует выбирать знаки во вторых уравнениях (3.39)–(3.40). Рассмотрим наиболее характерные случаи трехволновых взаимодействий.

Для 16-го типа трехволнового взаимодействия (табл. 3.2) индексы взаимодействующих волн имеют следующие значения: $\alpha = 5$, $\beta = 4$, $\gamma = 6$ (волна α имеет отрицательную энергию, волны β, γ – положительную). Тогда соотношения (3.39)–(3.40) приобретают вид

$$\omega_{5,m} - \omega_{4,m} = \omega_{6,m}, \quad -\omega_{5,m}N_5 + \omega_{4,m}N_4 + \omega_{6,m}N_6 = const, \quad (3.41)$$

$$k_{5,m} - k_{4,m} = k_{6,m}, \quad -k_{5,m}N_5 + k_{4,m}N_4 + k_{6,m}N_6 = const. \quad (3.42)$$

Из этой системы уравнений получаем известные соотношения Мэнли-Роу [300]

$$N_5 - N_4 = const, \quad N_5 - N_6 = const, \quad N_6 - N_4 = const. \quad (3.43)$$

О таком процессе говорят как о взрывной неустойчивости [13, 15, 87–95, 195–201]. Из соотношений (3.43) следует, что в процессе такого взаимодействия происходит одновременное усиление всех трех волн.

Выводы, которые мы получили с помощью соотношений Мэнли-Роу (3.43), подтверждает численный анализ системы уравнений (3.36)–(3.38), в которых отброшены кубически-нелинейные слагаемые. Используя эту систему уравнений, нетрудно найти зависимость амплитуд первых гармоник волн E_α , E_β , E_γ для изученного типа взаимодействия от нормированной продольной координаты $T = z/L$ (рис. 3.4). Видим, что, действительно, в области координаты T_1 наблюдается неограниченный рост амплитуд всех волн. Аналогичная динамика амплитуд наблюдается и для 6, 9, 15 типов параметрического взаимодействия (табл. 3.2).

Для 13-го типа взаимодействия (рис. 3.5) соотношения Мэнли-Роу имеют вид

$$N_5 - N_4 = \text{const}, \quad N_5 + N_3 = \text{const}, \quad N_3 + N_4 = \text{const}. \quad (3.44)$$

Из этих соотношений следует, что в процессе такого взаимодействия возможно усиление волн 4-го и 5-го типа ($\alpha = 4, \beta = 5$) за счет уменьшения амплитуды волны 3-го типа ($\gamma = 3$). То есть волна 3-го типа выступает как источник этого процесса. Такой процесс называют рамановским рассеянием с повышением частоты [88] или распадом с повышением частоты [95].

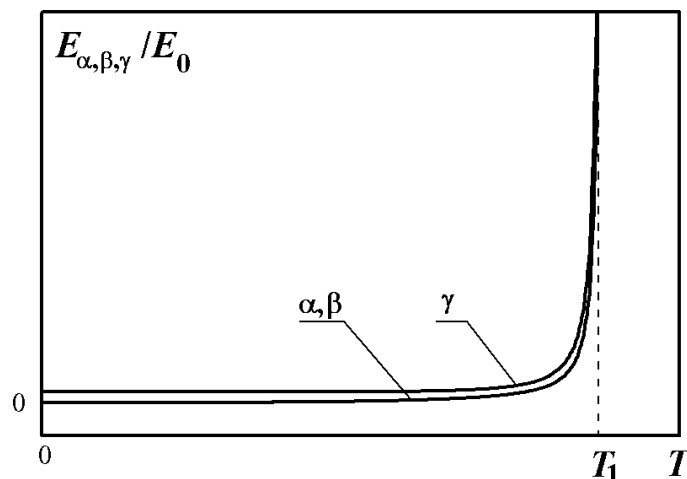


Рис. 3.4. Зависимость нормированных амплитуд первых гармоник волн E_α/E_0 , E_β/E_0 , E_γ/E_0 от нормированной координаты $T = z/L$ для взаимодействий, при которых развивается взрывная неустойчивость (тип взаимодействий 6, 9, 15, 16, табл. 3.2)

Используя систему уравнений (3.36)–(3.38), в которых отброшены кубически-нелинейные слагаемые, можем получить зависимость амплитуд первых гармоник волн E_α , E_β , E_γ для рассмотренного выше типа взаимодействия от нормированной продольной координаты $T = z/L$ (рис. 3.5). Видим, что усиление волн α и β происходит за счет уменьшения

волны γ . Аналогичная динамика амплитуд наблюдается для 11 – 14 типов параметрического взаимодействия (табл. 3.2).

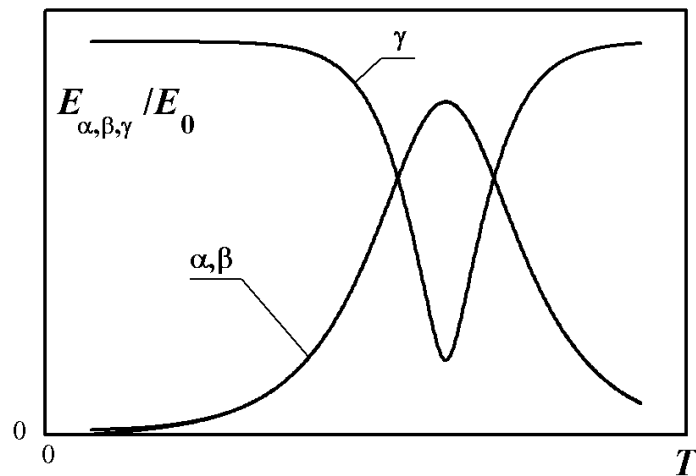


Рис. 3.5. Зависимость нормированных амплитуд первых гармоник волн E_α/E_0 , E_β/E_0 , E_γ/E_0 от нормированной координаты $T = z/L$ для взаимодействий, при которых имеет место рамановское рассеяние с повышением частоты (тип взаимодействий 11 – 14, табл. 3.2)

Взаимодействие 5-го типа отличается от выше описанных. Это связано с тем, что в данном случае все волны имеют одинаковый знак энергии, соотношения Мэнли-Роу принимают вид

$$N_7 + N_{\beta 3} = const, N_7 + N_{\gamma 3} = const, N_{\gamma 3} - N_{\beta 3} = const. \quad (3.45)$$

Из этих соотношений следует, что в процессе такого взаимодействия возможно усиление волн γ_3 и β_3 типа за счет уменьшения амплитуды волны 7-го типа. То есть волна 7-го типа, волна с наиболее высокой частотой, выступает как источник этого процесса. Такой процесс называют рамановским рассеянием с понижением частоты [88] или распадом с понижением частоты [95]. Аналогичная динамика амплитуд наблюдается и для 10-го типа взаимодействия (табл. 3.2).

Для случая 7-го типа взаимодействия имеется особенность. В параметрическом резонансе здесь принимает участие волна 1-го типа (нарастающая волна за счет двухпотоковой неустойчивости). Как известно [13–16], энергия этой волны равна нулю. Поэтому в этой ситуации соотношения Мэнли-Роу принимают вид

$$N_6 - N_3 = \text{const.} \quad (3.46)$$

Это означает, что в этом процессе имеет место усиление всех трех волн. Волна типа 1 ($\gamma=1$) возрастает за счет двухпотоковой неустойчивости, а волны типа 6 ($\alpha=6$) и 3 ($\beta=3$) за торможения электронного пучка. Динамика волн в данном процессе проиллюстрирована на рис. 3.6. Видим, что здесь на начальном этапе развивается двухпотоковая неустойчивость для волны γ . Также имеет место усиление волн α и β за счет параметрического резонанса волн. После того, как амплитуды всех трех волн становятся приблизительно одинаковыми, нарастание волны γ переходит из экспоненциального в неограниченное, которое характерно для взрывной неустойчивости. Таким образом, происходит переход двухпотоковой неустойчивости во взрывную. Аналогичные процессы происходят и при 8-ом типе взаимодействия.

Для 2-го типа взаимодействия трехволновой процесс с участием нарастающей волны происходит иначе. В этом случае соотношения Мэнли-Роу принимают вид

$$N_2 + N_3 = \text{const.} \quad (3.47)$$

Это означает, что в этом процессе имеет место экспоненциальное нарастание волны 1-го типа за счет двухпотоковой неустойчивости. Волна 2-го типа нарастает за счет уменьшения энергии волны 3-го типа. По сути, имеет место распад волны 3 в волну 2 (распад с повышением частоты).

Аналогично рассматриваются и другие процессы. Соответствующие результаты представлены в табл. 3.3, в которой обозначено константу буквой C .

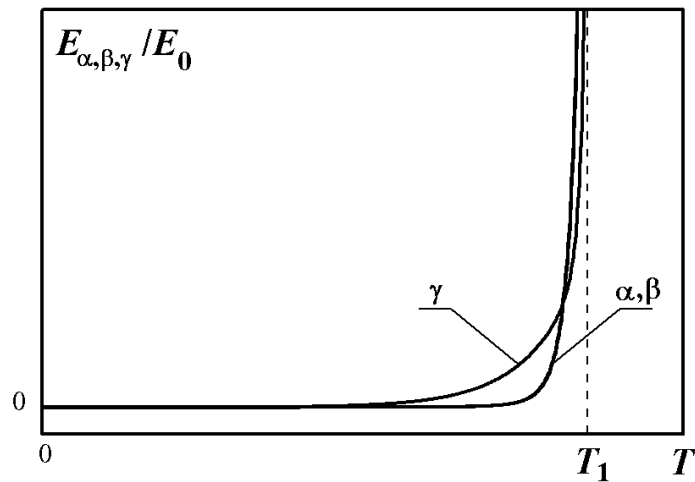


Рис. 3.6. Зависимость нормированных амплитуд первых гармоник волн E_α/E_0 , E_β/E_0 , E_γ/E_0 от нормированной координаты $T = z/L$ для взаимодействий, при которых имеет место суперпозиция двухпотоковой и взрывной неустойчивостей (тип взаимодействий 7 и 8, табл. 3.2)

Таким образом, в двухпотоковом релятивистском электронном пучке имеют место взаимодействия взрывного типа, распад с повышением и понижением частоты, экспоненциальное нарастание волн за счет двухпотоковой неустойчивости. Трехволновые взаимодействия, в которых имеет место взрывная неустойчивость, экспоненциальное нарастание волн, являются наиболее интересными с точки зрения практического применения и используются в двухпотоковых и электронно-волновых СЛСЭ.

Выводы, которые мы получили с помощью соотношений Мэнли-Роу, также можно получить из системы уравнений (3.36)–(3.38), в которых отброшены кубически-нелинейные слагаемые. Такая система квадратично-нелинейных уравнений может быть проинтегрирована [13, 15, 16, 195]. Из полученных интегралов следуют соотношения (3.39)–(3.47), а значит и выше сформулированные выводы относительно характера каждого конкретного трехволнового процесса.

**Классификация трехволновых взаимодействий ВПЗ
в двухпоточковой системе**

Тип взаим.	Взаимодействующие волны	Соотношения Мэнли-Роу	Название процесса
1	$\alpha = 1, \beta = 1, \gamma = 1$		Экспоненц. нараст. волн
2	$\alpha = 1,$ $\beta = 2 (3), \gamma = 3 (2)$	$N_2 + N_3 = C$	Экспоненц. нараст. волны 1, распад волны 3 (2)
3	$\alpha = 3,$ $\beta = 3 (1), \gamma = 1 (3)$	$N_{\alpha 3} + N_{\beta 3} = C$	Экспоненц. нараст. волны 1, распад волны $\alpha 3$
4	$\alpha = 2,$ $\beta = 2 (1), \gamma = 1 (2)$	$N_{\alpha 2} + N_{\beta 2} = C$	Экспоненц. нараст. волны 1, распад волны $\alpha 2$
5	$\alpha = 7, \beta = 3, \gamma = 3$	$N_7 + N_{\beta 3} = C$ $N_7 + N_{\gamma 3} = C$ $N_{\gamma 3} - N_{\beta 3} = C$	Распад с понижением частоты
6	$\alpha = 6, \beta = 3, \gamma = 3$	$N_6 - N_{\beta 3} = C$ $N_6 - N_{\gamma 3} = C$ $N_{\gamma 3} - N_{\beta 3} = C$	Взрывной процесс
7	$\alpha = 6,$ $\beta = 3 (1), \gamma = 1 (3)$	$N_6 - N_3 = C$	Экспоненц. нараст. волны 1, нараст. волн 3 и 6
8	$\alpha = 5,$ $\beta = 2 (1), \gamma = 1 (2)$	$N_5 - N_2 = C$	Экспоненц. нараст. волны 1, нараст. волн 5 и 2
9	$\alpha = 5, \beta = 2, \gamma = 2$	$N_5 - N_{\beta 2} = C$ $N_5 - N_{\gamma 2} = C$ $N_{\gamma 2} - N_{\beta 2} = C$	Взрывной процесс
10	$\alpha = 4, \beta = 2, \gamma = 2$	$N_4 + N_{\beta 2} = C$ $N_4 + N_{\gamma 2} = C$ $N_{\gamma 2} - N_{\beta 2} = C$	Распад с понижением частоты
11	$\alpha = 5, \beta = 6, \gamma = 3$	$N_5 - N_6 = C$ $N_5 + N_3 = C$ $N_3 + N_6 = C$	Распад с повышением частоты
12	$\alpha = 6, \beta = 5, \gamma = 2$	$N_6 - N_5 = C$ $N_6 + N_2 = C$ $N_2 + N_5 = C$	Распад с повышением частоты
13	$\alpha = 5, \beta = 4, \gamma = 3$	$N_5 - N_4 = C$ $N_5 + N_3 = C$ $N_3 + N_4 = C$	Распад с повышением частоты
14	$\alpha = 6, \beta = 7, \gamma = 2$	$N_6 - N_7 = C$ $N_6 + N_2 = C$ $N_2 + N_7 = C$	Распад с повышением частоты
15	$\alpha = 5, \beta = 4, \gamma = 6$	$N_5 - N_4 = C$ $N_5 - N_6 = C$ $N_6 - N_4 = C$	Взрывной процесс
16	$\alpha = 6, \beta = 7, \gamma = 5$	$N_6 - N_7 = C$ $N_6 - N_5 = C$ $N_5 - N_7 = C$	Взрывной процесс

3.5.2. Инкременты нарастания

Систему квадратично-нелинейных уравнений, которая позволяет определить инкременты нарастания волн на начальном этапе развития резонансно-волновых взаимодействий, легко получить из (3.36)–(3.38), в которых отброшены кубически-нелинейные слагаемые

$$\begin{aligned}
 C_{2,\alpha,m} \frac{d^2 E_{\alpha,m}}{dz^2} + C_{1,\alpha,m} \frac{dE_{\alpha,m}}{dz} + D_{\alpha,m} E_{\alpha,m} &= C_{3,\alpha,m} E_{\beta,m} E_{\gamma,m}, \\
 C_{2,\beta,m} \frac{d^2 E_{\beta,m}}{dz^2} + C_{1,\beta,m} \frac{dE_{\beta,m}}{dz} + D_{\beta,m} E_{\beta,m} &= C_{3,\beta,m} E_{\alpha,m} E_{\gamma,m}^*, \\
 C_{2,\gamma,m} \frac{d^2 E_{\gamma,m}}{dz^2} + C_{1,\gamma,m} \frac{dE_{\gamma,m}}{dz} + D_{\gamma,m} E_{\gamma,m} &= C_{3,\gamma,m} E_{\alpha,m} E_{\beta,m}^*.
 \end{aligned} \tag{3.48}$$

Обозначения в полученной системе уравнений даны в комментариях к системе (3.36)–(3.38). Особенностью таких уравнений является то, что она описывает как параметрические резонансные взаимодействия (квадратичные слагаемые в правой части уравнений), так и экспоненциальное нарастание за счет двухпотоковой неустойчивости.

Выясним, какие слагаемые системы (3.48) связаны с эффектом двухпотоковой неустойчивости. Как известной, с математической точки зрения эффект двухпотоковой неустойчивости проявляется в том, что решения дисперсионного уравнения (3.37) являются комплексными. Это значит, что если подставить действительные части таких решений (а не точные комплексные решения) в дисперсионную функцию (3.37), то она не будет равной нулю. Отсюда следует, что в общем случае величины $D_{\alpha,m}$, $D_{\beta,m}$, $D_{\gamma,m}$ не равны нулю, их учитывать в системе (3.48) нужно обязательно.

Предположим, что экспоненциально нарастающей волной является волна α , параметрический резонанс с волнами β и γ отсутствует. Тогда уравнение, описывающее нарастающую волну α , будет иметь вид

$$C_{2,\alpha,m} \frac{d^2 E_{\alpha,m}}{dz^2} + C_{1,\alpha,m} \frac{dE_{\alpha,m}}{dz} + D_{\alpha,m} E_{\alpha,m} = 0. \quad (3.49)$$

Ищем решение уравнения (3.49) в виде $\sim A \cdot \exp(\Gamma z)$ и находим

$$C_{2,\alpha,m} \Gamma^2 + C_{1,\alpha,m} \Gamma + D_{\alpha,m} = 0. \quad (3.50)$$

Отсюда

$$\Gamma = \frac{-C_{1,\alpha,m} \pm \sqrt{(C_{1,\alpha,m})^2 - 4C_{2,\alpha,m}D_{\alpha,m}}}{2C_{2,\alpha,m}} \approx \pm \sqrt{-\frac{D_{\alpha,m}}{C_{2,\alpha,m}}}. \quad (3.51)$$

Таким образом, получили выражение для инкремента нарастания, исходя из системы уравнений (3.48). Из полученного уравнения следует, что в системе уравнений (3.48) двухпотоковую неустойчивость описывают слагаемые типа $C_{2,\alpha,m}$ и $D_{\alpha,m}$. Именно поэтому в системе уравнений (3.48) следует удерживать слагаемые со второй производной от амплитуды поля.

Перейдем к определению инкрементов нарастания в двухпотоковом электронном релятивистском пучке с учетом как эффекта двухпотоковой неустойчивости, как и параметрически-резонансных взаимодействий между волнами ВПЗ. Считаем, что в систему вводится извне волна с достаточно высокой амплитудой, которая на начальном этапе взаимодействия практически не изменяется. Будем называть эту волну накачкой и обозначать индексом γ . В этом приближении полученная система квадратично-нелинейных становится квазилинейной, ее решения можно искать в виде

$\sim A \cdot \exp(\Gamma z)$. Подставим этот вид решения в (3.48), после несложных алгебраических преобразований находим уравнение для определения инкремента Γ системы

$$\begin{aligned} & \Gamma^4 \cdot C_{2,\alpha,m} C_{2,\beta,m} + \Gamma^3 \cdot (C_{2,\alpha,m} C_{1,\beta,m} + C_{1,\alpha,m} C_{2,\beta,m}) + \\ & + \Gamma^2 \cdot (C_{2,\alpha,m} D_{\beta,m} + C_{1,\alpha,m} C_{1,\beta,m} + D_{\alpha,m} D_{\beta,m}) + \\ & + \Gamma \cdot (C_{1,\alpha,m} D_{\beta,m} + D_{\alpha,m} C_{1,\beta,m}) + (D_{\alpha,m} D_{\beta,m} - |E_{\gamma,m}|^2 C_{3,\alpha,m} C_{3,\beta,m}) = 0. \end{aligned} \quad (3.52)$$

Уравнение (3.52) является алгебраическим уравнением 4-й степени относительно неизвестной величины Γ . Можно найти аналитические решения этого уравнения. Однако для нас важно выяснить величины инкрементов и их зависимости от частоты для разных типов параметрического резонанса. Поэтому решение уравнения (3.52) будем находить численно.

Исследуем инкременты нарастания для нескольких вариантов взаимодействий, которые могут использоваться в двухпоточковых и параметрических электронно-волновых СЛСЭ. Это типы взаимодействия 6, 9, 15, 16 (рис. 3.7) и соответственно 1 – 4 (рис. 3.8). Проведем анализ для двухскоростного электронного пучка со следующими параметрами: парциальная плазменная частота $\omega_p = 6,0 \cdot 10^{10} \text{ с}^{-1}$; среднее значение релятивистского фактора $\gamma_0 = 3,35$; разность релятивистских факторов парциальных пучков $\Delta\gamma = 0,1$. Тогда критическая частота будет равной $\omega_{cr} = 9,5 \cdot 10^{12} \text{ с}^{-1}$. Напряженность волны накачки выбираем $E_\gamma = 10^5 \text{ В/м}$.

На рис. 3.7 представлены зависимости инкремента нарастания от частоты ω_α для параметрического резонансного взаимодействия 16 и 15 типов, которые соответствуют взрывной неустойчивости. Видим, что в этом случае с повышением частоты инкремент нарастания увеличивается и при больших значениях частоты по сравнению с критической выходит на

насыщение. Поведение исследуемых зависимостей для взаимодействий 16 (кривая 1) и 15 (кривая 2) типа подобны. При этом, как следует из рис. 3.7, инкремент взаимодействия 16 (кривая 1), для которого волна с наибольшей частотой имеет отрицательную энергию, превышает инкремент взаимодействия 15 (кривая 2), у которого волна α имеет положительную энергию. Анализ инкрементов взаимодействий 6 и 9 типа показывает, что соответствующие зависимости практически совпадают с изображенными на рис. 3.7.

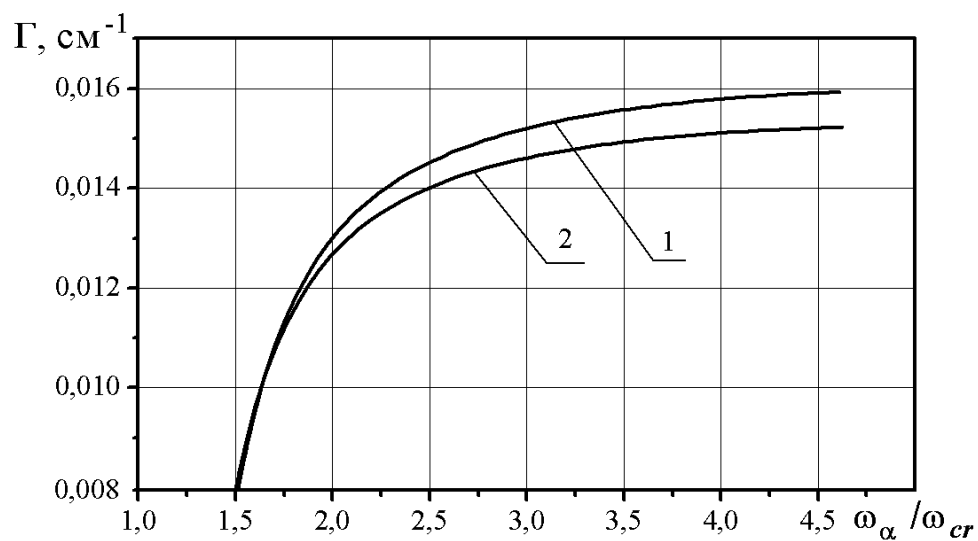


Рис. 3.7. Зависимость инкремента нарастания от нормированной частоты $\omega_\alpha / \omega_{cr}$ для взаимодействий 16 (кривая 1) и 15 (кривая 2)

На рис. 3.8 представлена зависимость инкремента нарастания от нормированной частоты $\omega_\alpha / \omega_{cr}$ для взаимодействия 2–4 типов. Его особенность заключается в том, что здесь инкремент нарастания всех волн, которые находятся в параметрическом резонансе, практически полностью определяется двухпоточковой неустойчивостью. Обращает на себя внимание также то обстоятельство, что инкремент нарастания в этом случае является на порядок большим, чем в случае взрывной неустойчивости (сравните значения инкрементов на рис. 3.7 и на рис. 3.8). Анализ взаимодействий 3 и 4

типов показывает, что и в этом случае их поведение определяется двухпотоковой неустойчивостью.

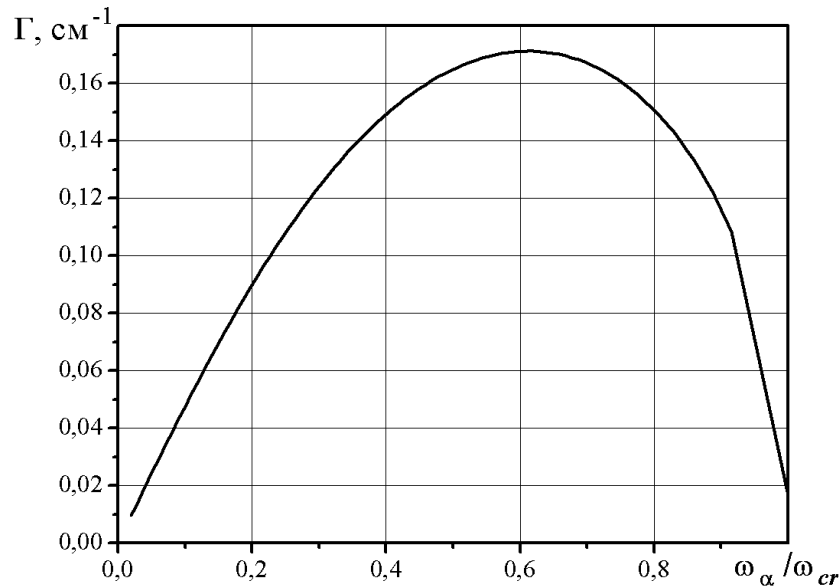


Рис. 3.8. Зависимость инкремента нарастания от нормированной частоты $\omega_\alpha / \omega_{cr}$ для взаимодействий 2–4 типов

3.6. Формирование волн ВПЗ с широким мультигармоническим спектром

Изучим в кубически-нелинейном приближении мультигармонические процессы в двухскоростном релятивистском электронном пучке при развитии двухпотоковой неустойчивости. Такая задача представляет интерес в связи с двумя возможностями ее практического применения: 1) использование двухпотоковой неустойчивости в СЛСЭ, которые предназначены для максимального усиления электромагнитного сигнала; 2) создание на базе двухскоростных релятивистских электронных пучков систем для формирования электромагнитных волн с широким мультигармоническим спектром, включая ультракороткие кластеры.

Как известно, для возбуждения двухпотоковой неустойчивости в релятивистской двухпотоковой электронной системе необходимо, чтобы

частота волны ВПЗ была меньше критической частоты (3.8) [13–16, 85–101]. В этом случае в двухскоростном электронном пучке могут распространяться три типа волн (табл. 3.1), между гармониками которых реализуются множественные трехволновые параметрические резонансы. Напомним, что для множественных трехволновых взаимодействий характерным является то, что резонансные условия выполняются одновременно для многих троек волн, которые связаны между собой через общие волны. Первый тип (табл. 3.2) множественных волновых резонансов реализуется между гармониками только нарастающей волны и описывается условием (3.11). О таком типе множественного резонанса говорят, как множественном резонансе между гармониками одного и того же типа волны. В других множественных параметрических резонансах (2 – 4 типы трехволновых взаимодействий, табл. 3.2) возникают взаимодействия между гармониками нарастающей, быстрой и медленной волнам. Такие взаимодействия называют множественными резонансами между гармониками разного типа волн и описываются условием (3.13).

Таким образом, на нелинейные процессы в двухпотоковой релятивистской электронной системе существенное влияние оказывают два вида множественных параметрически-резонансных взаимодействий: взаимодействие между продольными волнами разных типов и параметрическое взаимодействие между гармониками волн одного типа. Следует также сказать, что решение мультигармонической кубически-нелинейной задачи с учетом множественных резонансов двух видов с точки зрения математики является достаточно сложной проблемой. И эта проблема решается сравнительно легко благодаря использованию модернизированного метода усредненных характеристик (подразд. 2.5).

Для иллюстрации влияния на развитие двухпотоковой неустойчивости выше указанных двух видов множественных параметрических резонансных взаимодействий рассмотрим зависимость первой гармоники нарастающей ВПЗ (волна α , тип волны 1, табл. 3.1) от продольной координаты (рис. 3.9),

просчитанной в следующих случаях: 1) в расчетах принимается во внимание только одна гармоника нарастающей волны ВПЗ (кривая 1, ось абсцисс слева); 2) рассматриваем параметрически-резонансное взаимодействие 50 гармоник нарастающей волны между собой, параметрический резонанс волн разного типа отсутствует (кривая 2, ось абсцисс справа); 3) в расчетах учитываем 50 гармоник, как нарастающей волны, так и других типов волн, которые находятся в параметрически-резонансной связи как в пределах одного типа волны, так и между волнами разного типа (кривая 3, ось абсцисс справа). Считаем, что на вход в систему подается модулированный двухскоростной пучок, в котором напряженность электрического поля первой гармоники нарастающей волны ВПЗ равна 1 В/см. Параметры электронного пучка, для которого проводились расчеты, представлены в табл. 3.4.

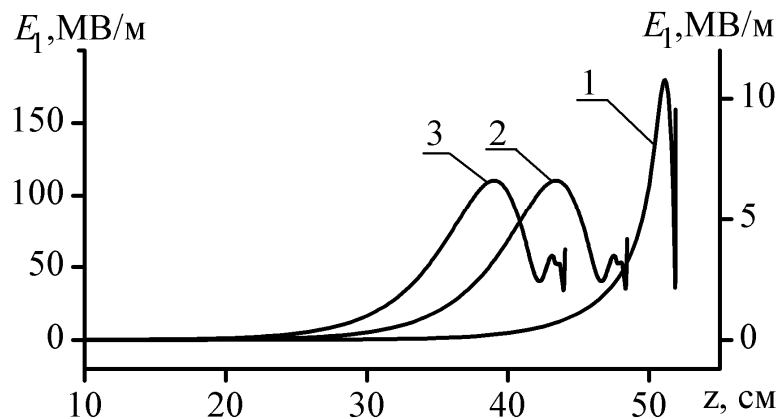


Рис. 3.9. Зависимость первой гармоники нарастающей ВПЗ от продольной координаты

При расчетах, представленных на рис. 3.9, частоту первой гармоники нарастающей ВПЗ (волна α , тип волны 1, табл. 3.1) выбираем такой, чтобы инкремент нарастания волны Γ был максимальным. Частоту, удовлетворяющую этому условию, называют оптимальной и она равна (см., например, [13–16])

$$\omega_{opt} = \sqrt{3}\omega_p / (2\delta\gamma_0^{3/2}) = \sqrt{3/8} \cdot \omega_{cr}. \quad (3.53)$$

Именно такой выбор частоты ВПЗ используется в большинстве двухпотоковых ЛСЭ [21–29, 121–138].

Таблица 3.4

Параметры двухскоростного электронного пучка

Параметр	Значение
Парциальная ленгмюровская частота пучка (ω_p)	$1,5 \cdot 10^{11} \text{ с}^{-1}$
Среднее значение релятивистского фактора пучков (γ_0)	4,5
Разность релятивистских факторов пучков ($\Delta\gamma$)	0,5
Критическая частота (ω_{cr})	$7,7 \cdot 10^{12} \text{ с}^{-1}$

Сравнивая кривые 1 (ось абсцисс слева) и 2 (ось абсцисс справа) на рис. 3.9, первая из которых вычислена без учета влияния высших гармоник, а вторая с их учетом, видим, что они отличаются почти в 30 раз! Это свидетельствует о том, что эффект двухпотоковой неустойчивости является сильно нелинейным, параметрический резонанс между гармониками нарастающей волны играет принципиально важную роль. Таким образом, при изучении явлений связанных с двухпотоковой неустойчивостью нужно обязательно учитывать взаимодействия между гармониками.

Теперь рассмотрим влияние параметрического резонанса продольных волн разного типа (2 – 4 тип взаимодействий, табл. 3.2). На рис. 3.9 кривая 2 была посчитана без учета такого резонанса, а кривая 3 с его учетом. При расчете кривой 3 полагали, что на входе в систему двухскоростной электронный пучок кроме первой гармоники нарастающей волны α имеет также ненулевые первые гармоники волн β и γ , напряженность электрического поля которых равна 500 В/см. Как известно, условия развития параметрической неустойчивости зависят от начальных значений

амплитуд и фаз взаимодействующих волн. Рассмотрим вариант взаимодействия, при котором параметрический резонанс волн разного типа может существенно влиять на динамику нарастающей волны. Поэтому выберем начальные фазы волн β и γ равными нулю, а волны $\alpha - \pi$. Также будем рассматривать ситуацию, когда амплитуды двух других волн на входе в систему значительно превышают амплитуду нарастающей волны. В этом случае на начальном этапе взаимодействия нарастающая волна усиливается как за счет параметрического резонанса волн разного типа, так и за счет эффекта двухпотоковой неустойчивости. При расчете кривой 3 производился учет 50 гармоник каждой из разных типов волн, участвующих в параметрическом резонансе.

Сравнивая кривую 3 (ось абсцисс справа) с кривой 2 (ось абсцисс справа) видим, что параметрический резонанс продольных волн разных типов приводит лишь к уменьшению длины насыщения, уровень и характер поведения кривых при насыщении остается практически одинаковым. Это свидетельствует о том, что параметрическая неустойчивость, которая вызвана резонансным взаимодействием разного типа волн, накладывается на двухпотоковую неустойчивость, в результате чего темп усиления нарастающей волны ВПЗ становится выше. Следует отметить, что влияние такого наложения является существенным на начальном этапе взаимодействия. Причиной этого является то, что темп усиления зависит не только от инкремента нарастания (инкремент нарастания двухпотоковой неустойчивости существенно выше параметрического), но и от амплитуд взаимодействующих волн. На начальном этапе усиления амплитуды волн β (тип волны 2) и γ (типа волны 3) гораздо больше амплитуды нарастающей волны, и потому параметрический резонанс волн разного типа здесь сильно влияет на динамику нарастающей волны. Именно из-за этого имеет место увеличение темпа нарастания волны α , что и приводит к уменьшению длины насыщения. Также следует отметить, что уровень насыщения и характер поведения кривых 2 и 3 при насыщении остается практически одинаковым.

Это говорит о том, что на процессы насыщения нарастающей волны ВПЗ (волна α) параметрический резонанс разных типов волн в данном случае практически не влияет.

Таким образом, взаимодействия высших гармоник оказывают существенное влияние на динамику основной гармоники (в данном примере мультигармонические взаимодействия приводят к снижению уровня насыщения основной гармоники в 30 раз) в режимах, когда первая гармоника ВПЗ имеет максимальное усиление за счет двухпотоковой неустойчивости.

Теперь рассмотрим режимы работы, позволяющие формировать волны ВПЗ с широким аномальным спектром, в которых спектральные компоненты с большими номерами гармоник обладают и большими амплитудами. Такие ВПЗ позволяют в двухпотоковых СЛСЭ формировать выходной электромагнитный сигнал со спектральными компонентами, которые имеют приблизительно одинаковую амплитуду, а значит, и формировать ультракороткий кластер электромагнитного поля. Необходимость в волне ВПЗ с аномальным спектром вызвана следующими соображениями. Формирование ультракороткого кластера электромагнитного поля происходит в мультигармоническом ондуляторе вследствие параметрического резонанса волны ВПЗ, электромагнитного сигнала и поля ондулятора. Известно, что спектр поля магнитных ондуляторов, как правило, оказывается ниспадающим. Далее учтем, что, как показано далее, основной вклад в формирование каждой m -й спектральной компоненты сигнала (вдали от насыщения) вносят квадратичные слагаемые укороченных уравнений пропорциональные $\sim E_{\alpha m} H_{2m}$ (где $E_{\alpha m}$ и H_{2m} – амплитуды m -х гармоник электрического поля ВПЗ и магнитного поля накачки). В этой связи становится очевидным, что только в случае аномальной зависимости $E_{\alpha m}(m)$ при ниспадающей аналогичной зависимости $H_{2m}(m)$ удастся получить достаточно длинный участок спектра с примерно одинаковыми спектральными амплитудами сигнала. Именно такой характер спектра присущ ультракоротким кластерным электромагнитным волнам (рис. 2.4).

Однако в свете вышесказанного возникает вопрос: каким образом возможно формировать ВПЗ с аномальными спектрами? Физический ответ был предложен в работах [51, 55, 80–82]: для этого следует переходить к моделям, в которых частота первой гармоники ВПЗ оказывается много меньшей, чем оптимальная частота ω_{opt} . При этом эффект двухпотоковой неустойчивости будет иметь место для всех гармоник, частота которых меньше критической $\omega < \omega_{cr}$. Причем в случае, когда $\omega < \omega_{opt}$ для гармоник с более высокой частотой инкремент нарастания будет больше, чем для гармоник с более низкой частотой. В результате этого в двухпотоковой системе оказывается возможным сформировать нарастающую волну с широким мультигармоническим спектром, который имеет достаточно большой «аномальный» участок, где гармоники с более высокой частотой имеют большую амплитуду.

Для пояснения выше сказанного, рассмотрим зависимость инкремента нарастания Γ от частоты ω (рис. 3.10). Эту зависимость несложно получить, решая дисперсионное уравнение (3.37) численно или аналитически.

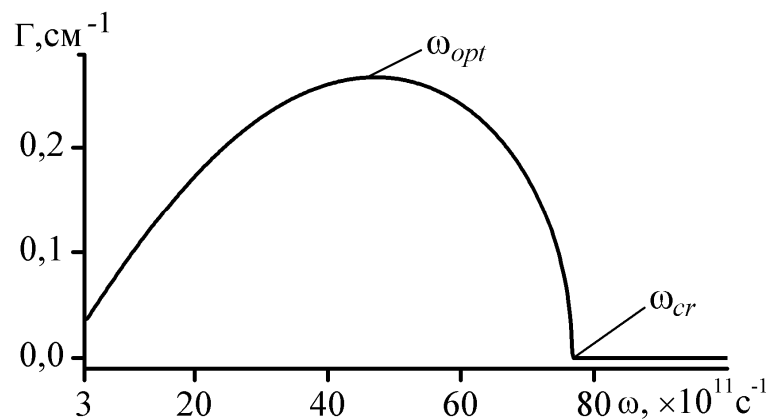


Рис. 3.10. Зависимость инкремента нарастания Γ от частоты ω

Зависимость получена для системы параметры, которой представлены в табл. 3.4. Из рис. 3.10 следует, что инкремент нарастания Γ принимает максимальное значение при оптимальной частоте ω_{opt} , а при частотах

превышающих критическую частоту $\omega > \omega_{cr}$ двухпотоковая неустойчивость не реализуется и $\Gamma = 0$. Поэтому, если частота первой гармоники будет совпадать с оптимальной, то вторая гармоника уже будет превышать критическую частоту ω_{cr} , и в этом случае за счет двухпотоковой неустойчивости можно усиливать только одну гармонику. Если же частота первой гармоники будет много меньше оптимальной, а значит и критической, то за счет двухпотоковой неустойчивости будут усиливаться все гармоники, для которых выполняется условие $\omega < \omega_{cr}$. Именно эту ситуацию мы и используем для формирования волн ВПЗ с аномальными спектрами. При этом, как следует из рис. 3.10, для гармоник, частота которых меньше оптимальной, инкремент нарастания более высокой гармоники будет больше. Благодаря этому, возбуждаемые вследствие множественных параметрических резонансов, высшие гармоники с увеличением номера гармоник будут иметь большую амплитуду.

Результаты численного анализа, проведенные на основе системы (3.36)–(3.38), подтверждают выше изложенные рассуждения. На рис. 3.11–3.13 представлена динамика спектра нарастающей волны ВПЗ.

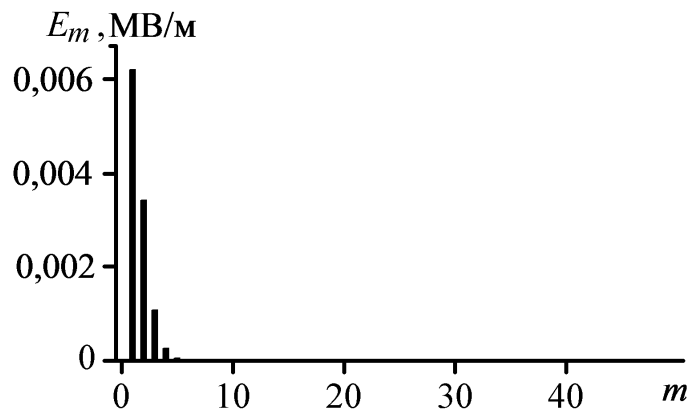


Рис. 3.11. Зависимость амплитуд гармоник E_m нарастающей волны ВПЗ от номера гармоники m при $z = 50$ см

Рассматриваем модель, в которой частота первой гармоники ВПЗ $\omega_{\alpha,1}$ не совпадает с оптимальной частотой двухпотоковой неустойчивости ω_{opt} и удовлетворяет условию $\omega_{\alpha,1} \ll \omega_{cr}$. Поэтому выбираем частоту первой гармоники в 25 раз меньше критической частоты ($\omega_{cr}/\omega_{\alpha,1} = 25$). Критическая частота в рассматриваемом случае $\omega_{cr} = 7,7 \cdot 10^{12} \text{ с}^{-1}$. Поэтому частота первой гармоники $\omega_{\alpha,1} = 3,1 \cdot 10^{11} \text{ с}^{-1}$. При расчетах учитывали 50 гармоник. Остальные параметры системы представлены в табл. 3.4. Также следует отметить, что спектры на рис. 3.11–3.13 получены при учете трехволнового параметрически-резонансного взаимодействия гармоник нарастающей волны между собой (множественные трехволновые взаимодействия 1-го типа, табл. 3.2), множественные взаимодействия между гармониками разного типа волн отсутствовал (трехволновые взаимодействия 2 – 4 типа, табл. 3.2).

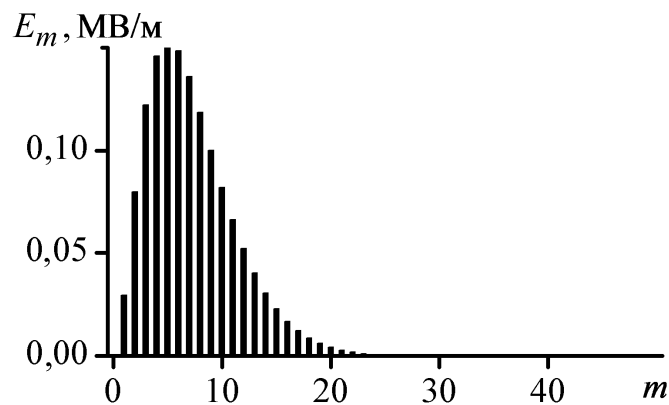


Рис. 3.12. Зависимость амплитуд гармоник E_m нарастающей волны ВПЗ от номера гармоник m при $z = 90$ см

На рис. 3.11 представлен спектр при $z = 50$ см, на рис. 3.12 – при $z = 90$ см, на рис. 3.13 – при $z = 100$ см. На входе в систему ($z = 0$) амплитуда первой гармоники равна 10 В/см, остальные гармоники равны нулю. Как видим, на начальном этапе формирования мультигармонического спектра (рис. 3.11) за счет множественных параметрических резонансов

возбуждаются высшие гармоники, амплитуда которых по мере увеличения номера гармоники уменьшается. Далее (рис. 3.12) за счет аномального инкремента (рис. 3.10) нарастания при реализации двухпотоковой неустойчивости формируется аномальный спектр. При этом максимальной является уже не первая гармоника как в случае рис. 3.11, а пятая гармоника. И наконец, на рис. 3.13 широкий спектр волны ВПЗ сформирован. Частота гармоники с максимальной амплитудой равна оптимальной частоте ω_{opt} , что вполне логично, так как этой частоте соответствует максимальный инкремент нарастания двухпотоковой неустойчивости. С другой стороны, как видим на рис. 3.13, в системе возбуждаются также гармоники, частота которых превышает критическую частоту ω_{cr} (инкремент нарастания для этих гармоник, как следует из рис. 3.10, равен нулю). Минимум амплитуды соответствует не критической частоте (25-я гармоника), а частоте ω_{min} (33 гармоника). Также имеются и ненулевые гармоники, с частотой превышающей ω_{min} . Выясним, какие процессы определяют формирование этих гармоник.

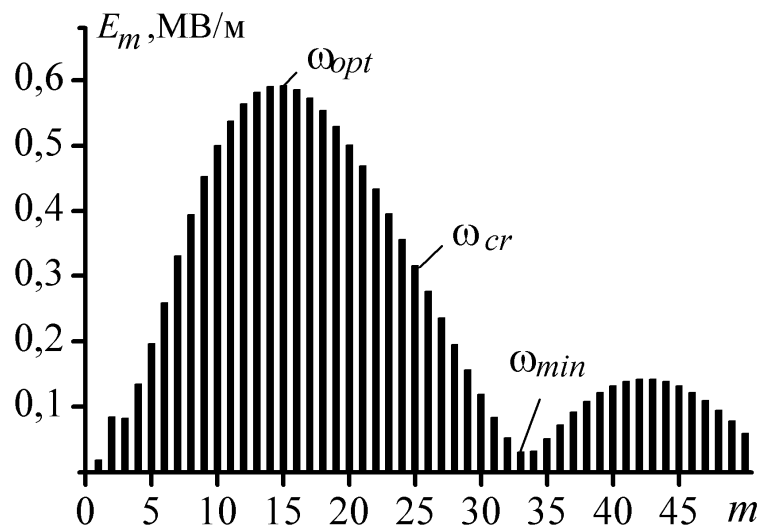


Рис. 3.13. Зависимость амплитуд гармоник E_m волны ВПЗ от номера гармоник m при $z = 110$ см

Также следует отметить, что исследуемые волны ВПЗ с частотами меньшими и большими критической частоты имеют разные законы

дисперсии. Более того, при этом происходит изменение режима взаимодействия. Если при частотах $\omega < \omega_{cr}$ реализуется рамановский режим взаимодействия [13–16], то при $\omega_{cr} < \omega < \omega_{min}$, как показывает анализ, имеет место квазикомптоновский режим взаимодействия [13–16]. Далее об этом несколько подробнее.

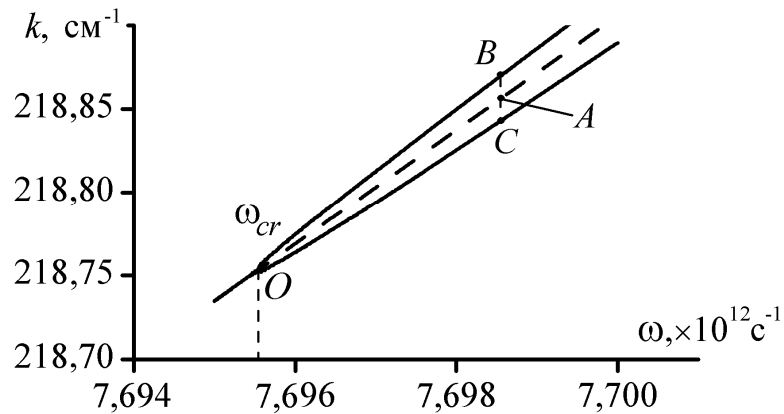


Рис. 3.14. Зависимость волнового числа k от частоты ω волны ВПЗ в области критической частоты ω_{cr}

Как известно, при частотах превышающих критическую частоту имеет место иной закон дисперсии по сравнению с линейным. На рис. 3.14 изображена зависимость волнового числа k от частоты ω волны ВПЗ в области критической частоты ω_{cr} . Изменение закона дисперсии проявляется в том, что при частотах превышающих критическую частоту ω_{cr} (точка O) происходит раздвоение дисперсионной ветви: вместо одной ветви до точки O возникает две ветви OB и OC . В результате этого закон линейной дисперсии, который отображается кривой OA , не совпадает ни с одной из ветвей собственных волн OB и OC . То есть при частотах $\omega > \omega_{cr}$ гармоники с фазами $mp_{\alpha,1}$ формально перестают быть собственными для данной системы. Это утверждение является справедливым только для модели, когда ширину спектральной линии можно принять равной нулю. В реальной же ситуации гармоники при $\omega > \omega_{cr}$ не являются константами, они растут и

поэтому необходимо принять во внимание их конечную спектральную ширину Δk . Если спектральные расстояния между ветвями OB и OA , OC и OA будут меньше или соизмеримым со спектральной шириной линий Δk , то говорить об отдельных спектральных линиях OA , OB или же OC не имеет смысла. Будет иметь место суперпозиция колебательно-волновых движений, о которой мы говорим как о квазикомптоновском режиме [13–16]. При этом волны, которые характеризуются ветвями OA , OB , OC будут неразличимыми и их можно считать собственными для данной системы. Таким образом, в области частот $\omega_{cr} < \omega < \omega_{min}$ реализуется квазикомптоновский режим взаимодействия. В этой области частот гармоники формируются за счет параметрических резонансных взаимодействий с докритическими гармониками. Поэтому их динамика определяется динамикой докритических волн.

Исходя из выше изложенного, проведем оценку частоты ω_{min} . Будем считать, что динамика волн с частотами $\omega_{cr} < \omega < \omega_{min}$ определяется множественными параметрическими резонансами с гармониками, частота которых $\omega < \omega_{cr}$, инкременты которых имеют значения, представленные на рис. 3.10. Анализируя зависимость инкремента нарастания от частоты (см. рис. 3.10), можно получить оценку среднего значения инкремента нарастания как $\Gamma_{aver} \sim 0,2 \text{ см}^{-1}$ и полагать, что полуширина спектральной линии волн в области квазикомптоновского режима взаимодействия $\omega_{cr} < \omega < \omega_{min}$ равна $(\Delta k / 2) \sim \Gamma_{aver} \sim 0,2 \text{ см}^{-1}$. Тогда частота ω_{min} будет определяться как частота ω_A (рис. 3.14), при которой $(k_B - k_A) \sim (k_A - k_C) \sim \Delta k \sim 2\Gamma_{aver} \sim 0,4 \text{ см}^{-1}$ (ω_A , k_A , k_B , k_C частоты и волновые числа волн, которые на рис. 3.14 изображены соответствующими точками). Исходя из этого критерия, несложно найти частоту ω_{min} . Она для исследуемой системы равна $\sim 1,02 \cdot 10^{13} \text{ с}^{-1}$ и совпадает с частотой ω_{min} , которая определена из рис. 3.13 как соответствующая первому спектральному минимуму.

При частотах превышающих ω_{\min} также имеются ненулевые гармоники ВПЗ (рис. 3.13). Эти гармоники в данной области частот являются несобственными, возникают благодаря параметрическому резонансу (интерференции) продольных волн. В результате взаимодействия продольных волн форма этой части спектра $\omega > \omega_{\min}$ напоминает интерференционные картины, по своей сути имеет интерференционный характер. Интенсивность этих гармоник гораздо меньше тех, которые входят в основную часть спектра ($\omega < \omega_{\min}$), но, тем не менее, совокупный вклад этих гармоник в ряде случаев может оказаться ощутимым.

Рассмотрим, как будет меняться форма спектра нарастающей волны под влиянием множественных трехволновых резонансов продольных волн разного типа (параметрические резонансные взаимодействия 2 – 4 типа, табл. 3.2). На рис. 3.15–3.17 представлена динамика спектра нарастающей волны ВПЗ с учетом влияния параметрического резонанса продольных волн

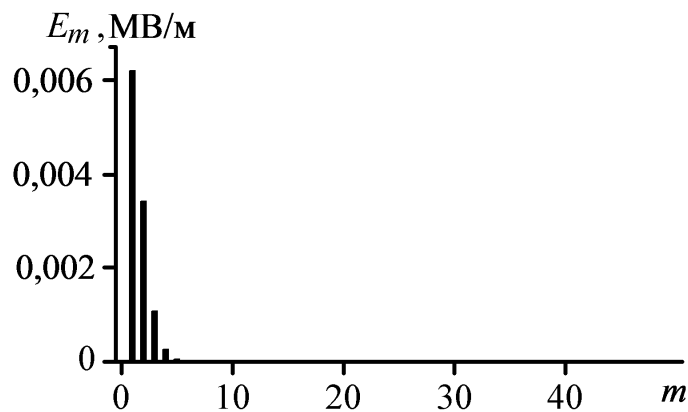


Рис. 3.15. Зависимость амплитуды гармоник E_m нарастающей волны α (тип волны 1) от ее номера гармоники m при $z = 50$ см

разного типа, просчитанная при таких же условиях, как и в случае рис. 3.11–3.13. На рис. 3.15 представлен спектр нарастающей волны (волна α , тип волны 1) при $z = 50$ см, на рис. 3.16 – при $z = 90$ см, на рис. 3.17 – при $z = 109$ см. Амплитуда волны β (тип волны 2) и волны γ (тип волны 3), которые находятся в параметрическом резонансе с 20 гармоникой

нарастающей волны α (тип волны 1), равны 0,5 В/см. Начальные фазы волн β и γ выбирались равными нулю, а волны α – π . При расчетах учитывалось влияние 50 гармоник каждой из взаимодействующих волн.

Как видим, на начальном этапе формирования мультигармонического спектра (рис. 3.15) за счет множественных параметрических резонансов возбуждаются высшие гармоники нарастающей волны α , амплитуда которых по мере увеличения номера гармоники уменьшается. Как и следовало ожидать, этот спектр гармоник нарастающей ВПЗ практически совпадает со спектром, представленном на рис. 3.11. Отметим, что в рассматриваемом случае амплитуда волн β и γ на входе в систему в 20 раз меньше амплитуды первой гармоники нарастающей волны α . Поэтому здесь (рис. 3.15) влияния параметрического резонанса продольных волн разного типа не наблюдаем.

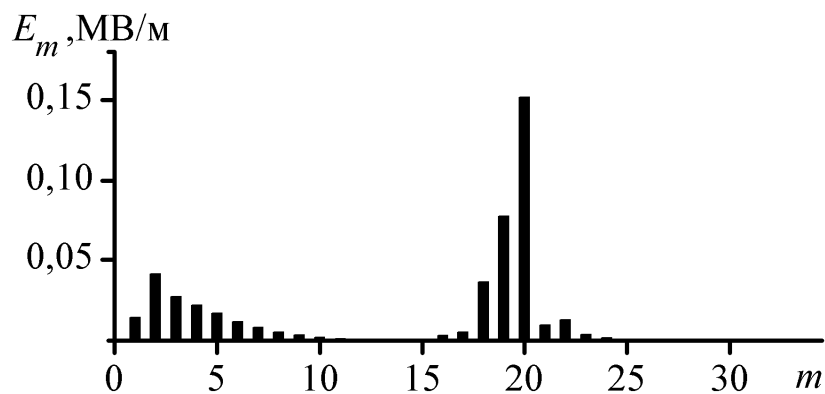


Рис. 3.16. Зависимость амплитуды гармоник E_m нарастающей волны α (тип волны 1) от ее номера гармоники m при $z = 90$ см

Далее (рис. 3.16) за счет реализации двухпотоковой неустойчивости формируется аномальный спектр. При этом вторая гармоника уже имеет большую амплитуду, чем первая в отличие от случая, который изображен на рис. 3.15. Также за счет параметрического резонанса продольных волн разного типа формируется 20-я и близлежащие гармоники нарастающей волны α . Причем их формирование идет как за счет параметрического резонанса волн разного типа, так и за счет двухпотоковой неустойчивости.

При этом роль параметрического резонанса сводится к возбуждению соответствующей гармоники нарастающей волны α , а их дальнейший рост происходит в основном благодаря двухпотоковой неустойчивости. Так как для 20-й гармоники волны α инкремент нарастания вследствие двухпотоковой неустойчивости является большим, чем для 1-й гармоники, то этом этапе развития процессов (рис. 3.15) амплитуда 20-й гармоники превышает амплитуду первой. Следует заметить, что для обеспечения такого механизма развития процессов достаточно иметь на входе в систему волны β и γ со сравнительно малыми амплитудами (0,5 В/см).

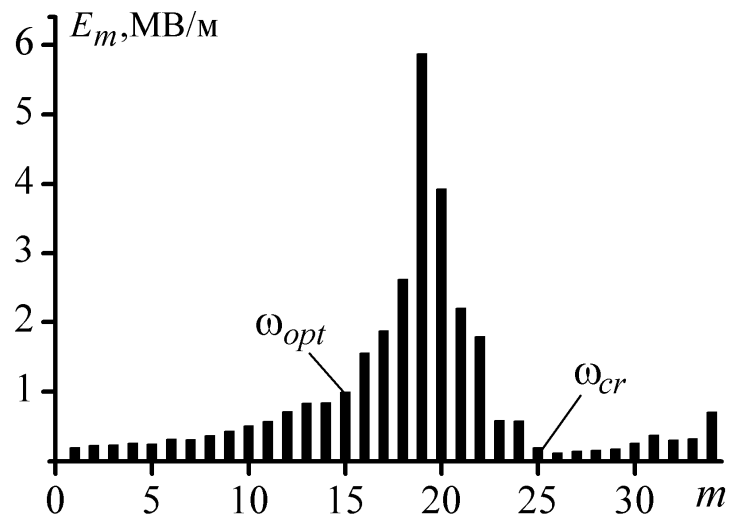


Рис. 3.17. Зависимость амплитуды гармоник E_m нарастающей волны α (тип волны 1) от ее частоты ω при $z = 109$ см.

И, наконец, на рис. 3.17 широкий спектр волны ВПЗ сформирован. При этом он существенно отличается от случая, когда параметрический резонанс продольных волн разного типа отсутствует (сравните с рис. 3.13). Максимум спектра приходится теперь на 19 гармонику. Это вызвано параметрическим резонансом продольных волн разного типа, который имеет место, прежде всего, между двадцатыми гармониками соответствующих типов волн, а также с тем фактором, что инкремент нарастания для 19-й гармоники выше, чем для 20-й. Существенно изменилась и форма спектра (сравните рис. 3.13 и рис. 3.17). Увеличился участок «аномального спектра» с 15 гармоник на

рис. 3.13 до 19 на рис. 3.17. Также следует отметить, что при этом существенно увеличилась максимальная амплитуда спектра с 0,6 МВ/м на рис. 3.13 до 6 МВ/м на рис. 3.17 (в десять раз!).

Таким образом, параметрический резонанс продольных волн разного типа позволяет существенно изменять форму широкого мультигармонического спектра нарастающей продольной волны ВПЗ. Благодаря этому данный эффект можно использовать для управления формированием широкого мультигармонического спектра волн в двухпотоковой электронной системе.

3.7. Выводы к разделу 3

1. Впервые проанализированы трехволновые параметрически-резонансные взаимодействия в волн ВПЗ в двухскоростном релятивистском электронном пучке. Проведена их классификация и выяснено, что здесь возможна реализация шестнадцати разных типов параметрических резонансных взаимодействий. Первые четыре типа соответствуют взаимодействиям волн, частоты которых меньше критической частоты; 5–14 типы – взаимодействиям волн, частоты которых меньше критической, с волнами, частоты которых превышают критическую; 15, 16 типы характеризуют взаимодействия волн с частотами большими критической.

2. Выяснено, что первые четыре типа параметрических резонансных взаимодействий имеют множественный характер – условия трехволнового параметрического резонанса выполняются одновременно для большого количества троек волн, которые связаны друг с другом через общую волну. Такие взаимодействия являются суперпозицией параметрических резонансных взаимодействий и двухпотоковой неустойчивости. В них одновременно участвуют сотни и больше связанных друг с другом гармоник. При этом первый тип множественных взаимодействий описывает трехволновые резонансы гармоник одной и той же нарастающей волны. 2–4 тип множественных взаимодействий описывает трехволновые резонансы

гармоник волн разного типа: нарастающей, медленной и быстрой волн.

3. Получено, что здесь возможны следующие варианты трехволновых взаимодействий (табл. 3.3): взрывная неустойчивость (6, 9, 15, 16 типы взаимодействий), экспоненциальное нарастание волн (1–4, 7, 8 типы взаимодействий), распад с повышением частоты (11–14 типы взаимодействий), распад с понижением частоты (5–10 типы взаимодействий). Найдены инкременты нарастания волн. Выяснено, что наиболее существенное нарастание волн имеет место в случае взрывной неустойчивости и при экспоненциальном нарастании за счет двухпотоковой неустойчивости.

4. Впервые построена кубически-нелинейная самосогласованная теория мультигармонических взаимодействий нарастающих волн в двухскоростном релятивистском электронном пучке. Выяснено, что когда частота первой гармоники намного меньше критической, имеет место формирование продольных волн с широким мультигармоническим спектром, в котором высшие гармоники имеют более высокие амплитуды, чем низшие. Проанализированы механизмы формирования волнового спектра как с частотами меньшими критической частоты, так и частотами, которые превышают критическую частоту. Получено, что при частоте меньше критической формирование спектра обусловлено эффектом двухпотоковой неустойчивости, в области частот $\omega_{cr} < \omega < \omega_{min}$ имеет место квазикомптоновский режим взаимодействия, а при $\omega > \omega_{min}$ спектр имеет интерференционный характер.

5. Впервые в кубически-нелинейном приближении проведен анализ мультигармонических взаимодействий продольных волн разного типа в двухскоростном релятивистском электронном пучке. Выяснено, что параметрический резонанс продольных волн разного типа может оказывать существенное влияние на формирование спектра нарастающих волн. Предложено использовать такие резонансные взаимодействия для управления формированием волн с широким мультигармоническим спектром.

РАЗДЕЛ 4

ФОРМИРОВАНИЕ УЛЬТРАКОРОТКИХ КЛАСТЕРОВ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПОЛЯ МУЛЬТИГАРМОНИЧЕСКИМИ ДВУХПОТОКОВЫМИ СУПЕРГЕТЕРОДИННЫМИ ЛАЗЕРАМИ НА СВОБОДНЫХ ЭЛЕКТРОНАХ

В этом разделе проведено исследование мультигармонических процессов в двухпотоковых СЛСЭ, которые в качестве дополнительного механизма усиления используют двухпотоковую неустойчивость. Особенность таких ДСЛСЭ состоит в том, что здесь одновременно реализуются шесть различных множественных трехволновых резонансов. Четыре из них, между гармониками продольных волн ВПЗ, описаны в предыдущем разделе. В дополнение к ним здесь возникают множественные взаимодействия между гармониками электромагнитной волны сигнала, нарастающей ВПЗ и накачки, а также между гармониками сигнала. Такие множественные резонансные взаимодействия позволяют формировать электромагнитные сигналы с широким спектром, в том числе, и мощные ультракороткие кластеры. Анализу формирования электромагнитных кластеров в ДСЛСЭ и посвящен этот раздел. Основные научные результаты раздела опубликованы в работах [48–58, 72–82].

4.1. Множественные резонансные взаимодействия волн в мультигармоническом ДСЛСЭ

Рассмотрим формирование ультракоротких кластеров электромагнитного поля мультигармоническими ДСЛСЭ клистронного типа, конструкционные схемы которых описаны в разделе 2. Обобщенная теоретическая модель ДСЛСЭ-клистрона представлена на рис. 2.10. Из этого рисунка следует, что ДСЛСЭ клистронного типа состоит из ряда блоков:

секции модуляции I, активной II и пассивной III частей пролетной секции, оконечной секции IV.

Нелинейные мультигармонические процессы в пролетной секции ДСЛСЭ (рис. 2.6 и 2.7, позиция 8) детально рассмотрены в разделе 3. Было выяснено, что при частотах меньших критической в двухскоростном релятивистском электронном пучке (РЭП) возникают множественные резонансы между гармониками волн ВПЗ, реализуется двухпоточковая неустойчивость. Благодаря суперпозиции этих двух эффектов в двухскоростном РЭП оказывается возможным формирование нарастающей ВПЗ с аномальным спектром – более высокие гармоники имеют большие амплитуды. Как показано в разделе 3, для формирования таких спектров частота первой гармоники должна быть гораздо меньше критической частоты. Именно возможность формирования волн ВПЗ с аномальными спектрами в двухскоростных РЭП позволяет создавать в ДСЛСЭ мультигармонические электромагнитные волны с широким спектром, в том числе и ультракороткие кластеры.

Возбуждение волн ВПЗ в двухскоростном РЭП при частотах много меньших критической происходят в секции модуляции I, рис. 2.10 (рис. 2.6 и 2.7, позиция 7). В таких секциях для модуляции электронных пучков могут использоваться различные поперечные поля (см. разд. 2.3.3). Как наиболее часто используемый в технике ЛСЭ рассматриваем модулятор, построенный на базе поперечного Н-убитронного поля. В данном разделе будем рассматривать модели ДСЛСЭ как с монохроматическим, так и мультигармоническим Н-убитронным полем в секции модуляции. Понятно, что секция модуляции с мультигармоническим полем накачки является более общей моделью. Вариант монохроматической накачки является частным случаем мультигармонической накачки. Поэтому далее теоретический анализ будем проводить для секции модуляции с мультигармонической накачкой.

Преобразование энергии мультигармонической ВПЗ в энергию электромагнитного сигнала происходит в оконечной секции IV, рис. 2.10

(рис. 2.6 и 2.7, позиция 9). В качестве накачки оконечной секции выбираем, как и для секции модуляции, Н-убитронное магнитное поле. В мультигармонических ДСЛСЭ в оконечной секции, в отличие от секции модуляции, Н-убитронное магнитное поле является исключительно мультигармоническим. Благодаря этому на выходе из ДСЛСЭ клистронного типа формируется мощный мультигармонический электромагнитный сигнал.

Сравнивая секцию модуляции электронного пучка и оконечную секцию, видим, что с формальной точки зрения их можно считать подобными. Главные отличия между ними касаются, в основном, формы задания граничных условий. Если в секции модуляции амплитуды всех гармоник ВПЗ на входе равны нулю, а амплитуда, по крайней мере, одной из гармоник сигнала задается ненулевой, то в оконечной секции мы имеем обратную ситуацию. А именно, на входе ненулевыми задаются гармоники ВПЗ, тогда как все гармоники сигнала равны нулю, генерируясь далее в процессе взаимодействия в рабочей области оконечной секции.

Как для секции модуляции, так и для оконечной секции используем теоретическую модель, представленную на рис. 4.1. Из рис. 4.1 следует, что двухпоточковый электронный пучок 1 с парциальными скоростями

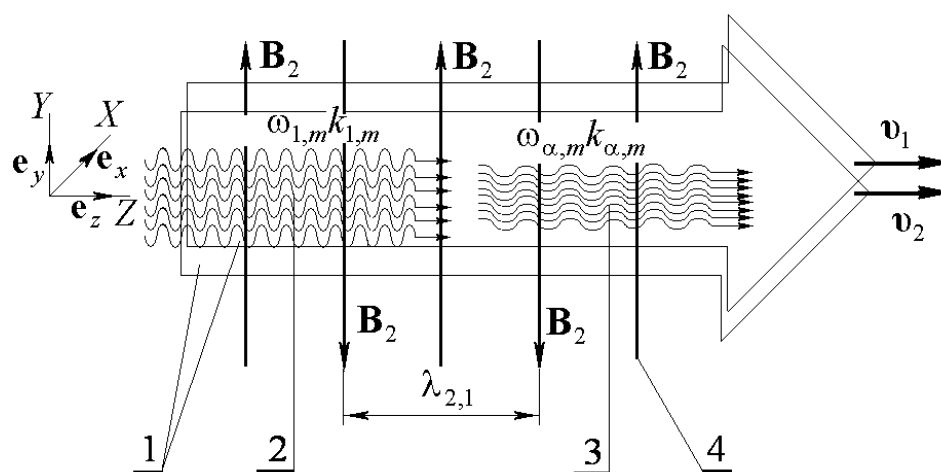


Рис. 4.1. Теоретическая модель оконечной секции и модулятора

$\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2$ пронизывает область взаимодействия, ограниченную полем мультигармонического ондуляторного магнитного поля накачки 4 с индукцией \mathbf{B}_2 и периодом ондуляции первой гармоники $\lambda_{2,1}$. В этой же области вдоль оси Z движется мультигармонический поперечный электромагнитный сигнал 2 с напряженностью электрического поля \mathbf{E}_1 и индукцией магнитного поля \mathbf{B}_1 , а также мультигармоническая волна пространственного заряда 3. Следует отметить, что в общем случае мультигармоническая волна ВПЗ состоит из гармоник волн трех типов: нарастающей с напряженностью электрического поля \mathbf{E}_α , быстрой \mathbf{E}_β и медленной \mathbf{E}_γ .

Так как все волны являются мультигармоническими, то напряженность \mathbf{E}_1 и индукция \mathbf{B}_1 электромагнитной волны сигнала, индукция поля накачки \mathbf{B}_2 , напряженности электрического поля нарастающей \mathbf{E}_α , быстрой \mathbf{E}_β и медленной \mathbf{E}_γ продольных волн ВПЗ могут быть представлены в виде

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_1 &= \sum_{m=1}^N [E_{1,m} \exp(ip_{1,m}) + k.c.] \mathbf{e}_x, \quad \mathbf{B}_1 = \sum_{m=1}^N [B_{1,m} \exp(ip_{1,m}) + k.c.] \mathbf{e}_y, \\ \mathbf{B}_2 &= \sum_{m=1}^N [B_{2,m} \exp(ip_{2,m}) + k.c.] \mathbf{e}_y, \quad \mathbf{E}_\alpha = \sum_{m=1}^N [E_{\alpha,m} \exp(ip_{\alpha,m}) + k.c.] \mathbf{e}_z, \\ \mathbf{E}_\beta &= \sum_{m=1}^N [E_{\beta,m} \exp(ip_{\beta,m}) + k.c.] \mathbf{e}_z, \quad \mathbf{E}_\gamma = \sum_{m=1}^N [E_{\gamma,m} \exp(ip_{\gamma,m}) + k.c.] \mathbf{e}_z. \end{aligned} \quad (4.1)$$

В соотношениях (4.1) $E_{1,m}$, $E_{\alpha,m}$, $E_{\beta,m}$, $E_{\gamma,m}$, $B_{1,m}$, $B_{2,m}$ – амплитуды m -х гармоник соответствующих полей;

$$p_{\chi,m} = \omega_{\chi,m} \cdot t - k_{\chi,m} \cdot z = m\omega_{\chi,1} \cdot t - k_{\chi,m} \cdot z \quad (4.2)$$

их фазы (индекс χ принимает значения 1, 2, α , β и γ); $\omega_{\chi,m} = m\omega_{\chi,1}$ – их частоты ($\omega_{2,1} = 0$) и $k_{\chi,m}$ – волновые числа. Таким образом, электрическое и магнитное поля в исследуемых секциях ДСЛСЭ клистронного типа имеют вид

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_\alpha + \mathbf{E}_\beta + \mathbf{E}_\gamma, \quad \mathbf{B} = \mathbf{B}_1 + \mathbf{B}_2. \quad (4.3)$$

В рассматриваемой системе реализуются трехволновые параметрические резонансы между гармониками электромагнитной волны сигнала, накачки и ВПЗ. Отметим, что, как следует из (3.23), нарастающая волна характеризуется линейной дисперсионной зависимостью. Для мультигармонического магнитного поля накачки для волнового числа $k_{2,m} = mk_{2,1}$ тоже имеет место линейная зависимость от номера гармоники ($\omega_{2,1} = 0$). И для электромагнитной волны сигнала в случае, когда частота превышает плазменную частоту пучка, связь между волновым числом и частотой можно считать линейной

$$k_{1,m} \approx \omega_{1,m} / c = m\omega_{1,1} / c. \quad (4.4)$$

Поэтому в исследуемой системе для каждой тройки m -х гармоник сигнала, накачки и нарастающей ВПЗ имеет место трехволновой резонанс, условия которых имеют вид

$$\omega_{\alpha,m} = \omega_{1,m}, \quad k_{\alpha,m} = k_{1,m} + k_{2,m}. \quad (4.5)$$

Условия (4.5) являются условиями множественных параметрических резонансных взаимодействий между гармониками волн разного типа, которые подобны (3.12), (3.13). Отличие состоит в том, что здесь

резонансные условия реализуются между поперечными и продольными волнами, а не только продольными как в (3.12)–(3.13). Сходство состоит в том, что в обоих случаях в резонансных взаимодействиях участвует нарастающая волна. Для нарастающей волны также реализуются множественные параметрические резонансные взаимодействия между гармониками волны одного и того же типа (3.11). Поэтому гармоники нарастающей волны оказываются связанными между собой, а значит резонансные тройки волн (4.5), в которые входят гармоники нарастающей волны, также оказываются связанными между собой. Кроме того следует учесть, что на эти параметрические взаимодействия накладывается эффект двухпотоковой неустойчивости, благодаря которому гармоники нарастающей волны ВПЗ экспоненциально нарастают.

Также следует учесть, что в исследуемой системе благодаря линейности дисперсионной зависимости электромагнитной волны сигнала (4.4) возникают множественные трехволновые взаимодействия между ее гармониками (множественные трехволновые взаимодействия между гармониками волны одного типа), которые описываются условием (3.11) и которые подобны множественным взаимодействиям 1-го типа (табл. 3.2) между гармониками нарастающей волны. В отличие от гармоник нарастающей волны гармоники электромагнитной волны сигнала не усиливаются из-за двухпотоковой неустойчивости.

И, наконец, на вышеописанные резонансы накладываются трехволновые резонансные взаимодействия между продольными волнами ВПЗ (3.4)–(3.5), частота которых меньше критической (типы взаимодействий 1–4, табл. 3.2).

Таким образом, в оконечной секции и модуляторе реализуется шесть типов множественных трехволновых параметрических резонансных взаимодействий. Построив нелинейную теорию таких взаимодействий, можем анализировать процессы в этих секциях. Используя результаты, полученные в разделе 3, можем исследовать процессы также и в пролетной

секции. В итоге получаем возможность анализа нелинейных волновых процессов в ДСЛСЭ клистронного типа в целом.

4.2. Система кубически-нелинейных уравнений для комплексных амплитуд волн

Для проведения нелинейного анализа мультигармонических процессов в ДСЛСЭ клистронного типа получим систему укороченных уравнений для амплитуд волн, которые участвуют во множественных трехволновых параметрических резонансах в оконечной секции и модуляторе.

В качестве исходных уравнений для численного анализа используем релятивистское квазигидродинамическое уравнение (2.6), уравнение непрерывности (2.7) и уравнения Максвелла (2.8). Также считаем выполненными условия пренебрежения столкновениями и разбросом электронов по скоростям (2.9). Учитывая, что в рассматриваемой модели (см. подраздел 3.1) все величины зависят только от продольной координаты z и времени t , соотношения (2.6)–(2.9) можно записать в виде

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + v_{qz} \frac{\partial}{\partial z} \right) v_{qx} = \frac{e}{m_e \gamma_q} \left(E_x - \frac{1}{c} v_{qz} B_y - \frac{v_{qx}}{c^2} (v_{qx} E_x + v_{qz} E_z) \right), \quad (4.6)$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + v_{qz} \frac{\partial}{\partial z} \right) v_{qz} = \frac{e}{m_e \gamma_q} \left(E_z + \frac{1}{c} v_{qx} B_y - \frac{v_{qz}}{c^2} (v_{qx} E_x + v_{qz} E_z) \right), \quad (4.7)$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + v_{qz} \frac{\partial}{\partial z} \right) n_q = -n_q \frac{\partial v_{qz}}{\partial z}, \quad (4.8)$$

$$-\frac{\partial B_y}{\partial z} = \frac{1}{c} \frac{\partial E_x}{\partial t} + \frac{4\pi}{c} \sum_{q=1}^2 (e n_q v_{qx}), \quad \frac{\partial E_x}{\partial z} = -\frac{1}{c} \frac{\partial B_y}{\partial t}, \quad \frac{\partial E_z}{\partial z} = 4\pi \sum_{q=1}^2 e n_q. \quad (4.9)$$

В этих уравнениях v_{qx} , v_{qz} – проекции вектора скорости q -го частичного электронного пучка \mathbf{v}_q на ось X и Z соответственно,

$\gamma_q = (1 - (v_{qz}^2 + v_{qx}^2)/c^2)^{-1/2}$ – релятивистский фактор q -го пучка. Остальные величины определены в комментариях к формулам (2.6)–(2.8).

Решение системы уравнений (4.6)–(4.9) разбиваем на три формально независимых этапа: 1) нахождение задачи движения (4.6)–(4.7) двухскоростного релятивистского электронного пучка в заданных электромагнитных полях; 2) решение уравнения непрерывности (4.8), полагая, что скорости электронного пучка уже известны; 3) решение задачи о возбуждении электромагнитных полей (4.9), полагая скорости и концентрации известными функциями.

Задачи движения и уравнения непрерывности решаем с помощью модернизированного метода усредненных характеристик, задачу о возбуждении электромагнитного поля – с помощью метода медленно меняющихся амплитуд. При этом учитываем особенности трехволновых параметрически-резонансных взаимодействий продольных волн (3.4)–(3.5), поперечных и продольных волн (4.5), множественные параметрические взаимодействия гармоник электромагнитной волны.

Для решения задачи движения преобразуем уравнения (4.6)–(4.7) к стандартному виду (2.10). Включим в такую систему уравнения для быстрых фаз $p_{\chi,m}$ (4.2). Будем считать, что амплитуды полей медленно меняются с изменением продольной координаты z . Для описания таких медленных изменений амплитуды введем медленную продольную координату $\zeta = z/\xi$. Так как будем решать граничную задачу, то в полученных уравнениях перейдем от производной по времени к производной по координате, используя известное соотношение для скорости $dt = dz/v_z$. В итоге получим систему уравнений в стандартном виде

$$\frac{dv_{qx}}{dz} = \frac{e}{m_e \gamma_q v_{qz}} \left(E_x - \frac{1}{c} v_{qz} B_y - \frac{v_{qx}}{c^2} (v_{qx} E_x + v_{qz} E_z) \right), \quad (4.10)$$

$$\frac{d\upsilon_{qz}}{dz} = \frac{e}{m_e \gamma_q \upsilon_{qz}} \left(E_z + \frac{1}{c} \upsilon_{qx} B_y - \frac{\upsilon_{qz}}{c^2} (\upsilon_{qx} E_x + \upsilon_{qz} E_z) \right), \quad \frac{d\zeta}{dz} = \frac{1}{\xi}, \quad (4.11)$$

$$\frac{dp_{q,\chi,m}}{dz} = \frac{m\omega_{\chi,1}}{\upsilon_{qz}} - k_{\chi,m} \equiv \Omega_{q,\chi,m}. \quad (4.12)$$

В этих уравнениях, исходя из (4.3), $E_x = E_1$, $B_y = B_1 + B_2$, $E_z = E_\alpha + E_\beta + E_\gamma$, амплитуды полей $E_{\chi,m} = E_{\chi,m}(\zeta)$, $B_{1,m} = B_{1,m}(\zeta)$ – медленно меняющиеся функции от продольной координаты z , индекс χ принимает значения $\alpha, \beta, \gamma, 1$.

Сравним систему (4.10)-(4.12) с (2.10) и запишем вектор медленных переменных \mathbf{x} , вектор-функции \mathbf{X} , вектор быстрых фаз Ψ и вектор фазовых скоростей Ω в явном виде

$$\mathbf{x} = \{x_{\upsilon_z}, x_{\upsilon_x}, x_\zeta\} = \{\upsilon_{qz}, \upsilon_{qx}, \zeta\}, \quad \frac{1}{\xi} \mathbf{X} = \frac{1}{\xi} \{X_{\upsilon_z}, X_{\upsilon_x}, X_\zeta\},$$

$$\frac{1}{\xi} X_{\upsilon_z} = \frac{e}{m_e \gamma_q \upsilon_{qz}} \left(E_z + \frac{1}{c} \upsilon_{qx} B_y - \frac{\upsilon_{qz}}{c^2} (\upsilon_{qx} E_x + \upsilon_{qz} E_z) \right),$$

$$\frac{1}{\xi} X_{\upsilon_x} = \frac{e}{m_e \gamma_q \upsilon_{qz}} \left(E_x - \frac{1}{c} \upsilon_{qz} B_y - \frac{\upsilon_{qx}}{c^2} (\upsilon_{qx} E_x + \upsilon_{qz} E_z) \right), \quad \frac{1}{\xi} X_\zeta = \frac{1}{\xi}, \quad (4.13)$$

$$\Psi = \{p_{q,1,1}, \dots, p_{q,1,N}, p_{2,1}, \dots, p_{2,N}, p_{q,\alpha,1}, \dots, p_{q,\alpha,N}, p_{q,\beta,1}, \dots, p_{q,\beta,N}, p_{q,\gamma,1}, \dots, p_{q,\gamma,N}\},$$

$$\Omega = \{\Omega_{q,1,1}, \dots, \Omega_{q,1,N}, \Omega_{2,1}, \dots, \Omega_{2,N}, \Omega_{q,\alpha,1}, \dots, \Omega_{q,\alpha,N}, \Omega_{q,\beta,1}, \dots, \Omega_{q,\beta,N}, \Omega_{q,\gamma,1}, \dots, \Omega_{q,\gamma,N}\}$$

Далее используем описанный в подразделе 2.5.3 алгоритм модернизированного метода усредненных характеристик для случая нескольких быстрых фаз. В соответствии с этим алгоритмом переходим к усредненным переменным

$$v_{qz} = \bar{v}_{qz} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\xi^n} u_{v_z}^{(n)}(\bar{\mathbf{x}}, \Psi),$$

$$v_{qx} = \bar{v}_{qx} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\xi^n} u_{v_x}^{(n)}(\bar{\mathbf{x}}, \Psi), \quad \zeta = \bar{\zeta} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\xi^n} u_{\zeta}^{(n)}(\bar{\mathbf{x}}, \Psi). \quad (4.14)$$

Уравнения для медленных переменных имеют вид

$$\frac{d\bar{v}_{qz}}{dz} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\xi^n} A_{v_z}^{(n)}(\bar{\mathbf{x}}), \quad \frac{d\bar{v}_{qx}}{dz} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\xi^n} A_{v_x}^{(n)}(\bar{\mathbf{x}}), \quad \frac{d\bar{\zeta}}{dz} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\xi^n} A_{\zeta}^{(n)}(\bar{\mathbf{x}}). \quad (4.15)$$

Ограничиваемся третьим приближением по $1/\xi$. Алгоритм нахождения $\mathbf{u}^{(n)}$ и $\mathbf{A}^{(n)}$ известен и описан в (2.22)–(2.28). Из этих формул, в частности следует: $u_{\zeta}^{(n)} = 0$ для любых n ; $A_{\zeta}^{(1)} = 1$, $A_{\zeta}^{(n)} = 0$ для $n > 1$; $A_{v_z}^{(1)} = A_{v_z}^{(2)} = 0$, $A_{v_x}^{(1)} = A_{v_x}^{(2)} = 0$,

$$\frac{1}{\xi} u_{v_z}^{(1)} = \frac{e}{m_e \bar{v}_{qz}} \left(1 - \frac{\bar{v}_{qz}^2}{c^2} \right)^{3/2} \cdot \sum_{\chi}^{\alpha, \beta, \gamma} \sum_{m=1}^N \left[\frac{E(\bar{\zeta})_{\chi, m}}{i\Omega_{q, \chi, m}} \exp(ip_{q, \chi, m}) + k.c. \right],$$

$$\frac{1}{\xi} u_{v_x}^{(1)} = \frac{e}{m_e \bar{\gamma}_q} \sum_{m=1}^N \left[\left(\frac{E(\bar{\zeta})_{1, m}}{i\Omega_{q, 1, m} \bar{v}_{qz}} - \frac{B(\bar{\zeta})_{1, m}}{i\Omega_{q, 1, m} c} \right) \exp(ip_{1, m}) - \frac{B_{2, m}}{i\Omega_{2, m} c} \exp(ip_{2, m}) + k.c. \right]$$

и так далее. Детали подобных преобразований описаны в [299]. В результате получаем решения как для скорости (4.14), так и для ее постоянной составляющей (4.15).

Решение уравнения непрерывности находим аналогично. Преобразовываем уравнение (4.8) к стандартному виду (2.10). Скорость считаем известной функцией (4.14), (4.15), зависящей от быстрых фаз, постоянной составляющей скорости и медленно меняющихся амплитуд

электрических и магнитных полей. Включим в такую систему уравнения для быстрых фаз (4.12). В итоге получим систему в стандартном виде

$$\frac{dn_q}{dz} = -\frac{n_q}{v_{qz}} \frac{\partial v_{qz}}{\partial z}, \quad \frac{dp_{q,\chi,m}}{dz} = \frac{m\omega_{\chi,1}}{v_{qz}} - k_{\chi,m} \equiv \Omega_{q,\chi,m}. \quad (4.16)$$

Сравним систему (4.16) с (2.10) и запишем вектор медленных переменных \mathbf{x} , вектор-функции \mathbf{X} , вектор быстрых фаз Ψ и вектор фазовых скоростей Ω в явном виде

$$\mathbf{x} = \{x_n\} = \{n_q\}, \quad \frac{1}{\xi} \mathbf{X} = \frac{1}{\xi} \{X_n\} = \left\{ -\frac{n_q}{v_{qz}} \frac{\partial v_{qz}}{\partial z} \right\},$$

$$\Psi = \{p_{q,1,1}, \dots, p_{q,1,N}, p_{2,1}, \dots, p_{2,N}, p_{q,\alpha,1}, \dots, p_{q,\alpha,N}, p_{q,\beta,1}, \dots, p_{q,\beta,N}, p_{q,\gamma,1}, \dots, p_{q,\gamma,N}\}, \quad (4.17)$$

$$\Omega = \{\Omega_{q,1,1}, \dots, \Omega_{q,1,N}, \Omega_{2,1}, \dots, \Omega_{2,N}, \Omega_{q,\alpha,1}, \dots, \Omega_{q,\alpha,N}, \Omega_{q,\beta,1}, \dots, \Omega_{q,\beta,N}, \Omega_{q,\gamma,1}, \dots, \Omega_{q,\gamma,N}\}.$$

Напомним, что скорость здесь считается известной. Далее используем описанный в подразделе 2.5.3 алгоритм модернизированного метода усредненных характеристик, переходим к усредненным переменным

$$n_q = \bar{n}_q + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\xi^n} u_n^{(n)}(\bar{\mathbf{x}}, \Psi). \quad (4.18)$$

Уравнения для усредненной концентрации имеют вид

$$\frac{d\bar{n}_q}{dz} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\xi^n} A_n^{(n)}(\bar{\mathbf{x}}). \quad (4.19)$$

Используем алгоритм нахождения $\mathbf{u}^{(n)}$ и $\mathbf{A}^{(n)}$, который описан соотношениями (2.22)–(2.28). В результате получим функции $u_n^{(1)}/\xi$, $u_n^{(2)}/\xi^2$, $u_n^{(3)}/\xi^3$, $A_n^{(1)}/\xi$, $A_n^{(2)}/\xi^2$, $A_n^{(3)}/\xi^3$, которые определяют решения для концентрации (4.18), (4.19) с точностью до кубических слагаемых по $1/\xi$.

Для получения решений задачи о возбуждении электромагнитных полей выражения для скорости (4.14) и концентрации (4.18) парциальных пучков подставляем в уравнения Максвелла (4.9). Учитываем, что эти выражения, полученные методом усредненных характеристик, имеют вид рядов по малому параметру $1/\xi$. Разлагаем их также в ряды по гармоникам быстрых фаз. В результате проведенных вычислительных процедур получаем для амплитуд напряженности электрического поля электромагнитной волны сигнала $\{\omega_1, k_1\}$, волн пространственного заряда $\{\omega_\alpha, k_\alpha\}$, $\{\omega_\gamma, k_\gamma\}$ и $\{\omega_\beta, k_\beta\}$ систему дифференциальных уравнений в кубически-нелинейном приближении

$$\begin{aligned}
& K_{2,1,m} \frac{d^2 E_{1,m}}{dz^2} + K_{1,1,m} \frac{dE_{1,m}}{dz} + D_{1,m} E_{1,m} = K_{3,1,m}^I E_{\alpha,m} B_{2,m} + F_{1,m}, \\
& C_{2,\alpha,m} \frac{d^2 E_{\alpha,m}}{dz^2} + C_{1,\alpha,m} \frac{dE_{\alpha,m}}{dz} + D_{\alpha,m} E_{\alpha,m} = C_{3,\alpha,m}^I E_{1,m} B_{2,m}^* + C_{3,\alpha,m}^{II} E_{\beta,m} E_{\gamma,m} + \\
& + C_{4,m} \left\langle \int E_\alpha \left(\int E_\alpha dp_{\alpha,1} \right) dp_{\alpha,1} \right\rangle_{p_{\alpha,m}} + C_{5,m} \left\langle \left(\int E_\alpha dp_{\alpha,1} \right)^2 \right\rangle_{p_{\alpha,m}} + F_{\alpha,m}, \quad (4.20) \\
& C_{2,\beta,m} \frac{d^2 E_{\beta,m}}{dz^2} + C_{1,\beta,m} \frac{dE_{\beta,m}}{dz} + D_{\beta,m} E_{\beta,m} = C_{3,\beta,m}^{II} E_{\alpha,m} E_{\gamma,m}^* + F_{\beta,m}, \\
& C_{2,\gamma,m} \frac{d^2 E_{\gamma,m}}{dz^2} + C_{1,\gamma,m} \frac{dE_{\gamma,m}}{dz} + D_{\gamma,m} E_{\gamma,m} = C_{3,\gamma,m}^{II} E_{\alpha,m} E_{\beta,m}^* + F_{\gamma,m}.
\end{aligned}$$

В этих уравнениях:

$$D_{1,m} = \left[k_{1,m}^2 - \frac{\omega_{1,m}^2}{c^2} - \sum_{q=1}^2 \frac{\omega_p^2}{\bar{\gamma}_q c^2} \right], \quad D_{\chi,m} = -ik_{\chi,m} \left(1 - \sum_{q=1}^2 \frac{\omega_{p,q}^2}{\Omega_{\chi,q,m}^2 \bar{v}_{qz}^2 \bar{\gamma}_q^3} \right) \quad (4.21)$$

дисперсионные функции соответственно электромагнитной волны сигнала и волны ВПЗ для m -й гармоники; индекс χ принимает значения α, β, γ ;

$$F_{1,m} = \frac{4\pi e}{c} \left\langle \sum_{q=1}^2 \frac{1}{\xi^3} (\bar{n}_q u_{v_x,q}^{(3)} + u_{n,q}^{(1)} u_{v_x,q}^{(2)} + u_{n,q}^{(2)} u_{v_x,q}^{(1)}) \right\rangle_{p_{1,m}}, \quad F_{\chi,m} = 4\pi e \left\langle \sum_{q=1}^2 \frac{1}{\xi^3} u_{n,q}^{(3)} \right\rangle_{p_{\chi,m}}$$

– функции, учитывающие кубически нелинейные слагаемые, в том числе, и связанные с параметрическими резонансными взаимодействиями в исследуемой системе. Функции $u_{n,q}^{(1)}/\xi$, $u_{n,q}^{(2)}/\xi^2$, $u_{n,q}^{(3)}/\xi^3$ определяют осцилляторные слагаемые концентрации (4.18) парциальных пучков в первом, втором и третьем приближении соответственно; $u_{v_x,q}^{(1)}/\xi$, $u_{v_x,q}^{(2)}/\xi^2$, $u_{v_x,q}^{(3)}/\xi^3$ – осцилляторные компоненты скорости v_x (4.14), $\delta_{m,1}$ – символ Кронекера.

$$\begin{aligned} K_{1,1,m} &= \frac{\partial D_{1,m}}{\partial(-ik_{1,m})}; \quad K_{2,1,m} = \frac{1}{2} \frac{\partial^2 D_{1,m}}{\partial(-ik_{1,m})^2}; \\ K_{3,1,m}^I &= -\sum_{q=1}^2 \frac{\omega_{p,q}^2 \omega_{1,m} e}{2\Omega_{\alpha,q,m} m_e \bar{\gamma}_q^4 k_{1,m} k_{2,m} c^3 \bar{v}_{qz}^2} \left(\frac{\bar{v}_{qz}^2 \bar{\gamma}_q^2}{c^2} - \frac{k_{\alpha,m}}{\Omega_{\alpha,q,m}} \right); \\ D_{\chi,m} &= -ik_{\chi,m} \left(1 - \sum_{q=1}^2 \frac{\omega_{p,q}^2}{\Omega_{\chi,q,m}^2 \bar{v}_{qz}^2 \bar{\gamma}_q^3} \right); \quad C_{1,\chi,m} = \frac{\partial D_{\chi,m}}{\partial(-ik_{\chi,m})}; \quad C_{2,\chi,m} = \frac{1}{2} \frac{\partial^2 D_{\chi,m}}{\partial(-ik_{\chi,m})^2}; \\ C_{3,\alpha,m}^I &= -\sum_{q=1}^2 \left(\frac{\omega_{p,q}^2 e k_{\alpha,m}}{\bar{v}_{qz}^2 \Omega_{\alpha,q,m}^2 m_e \bar{\gamma}_q^2 c^2 k_{2,m}} \left(\frac{\bar{v}_{qz}}{c} - \frac{k_{\alpha,m} c}{\omega_{\alpha,m}} \right) \right); \quad (4.22) \\ C_{3,\alpha,m}^{II} &= \sum_{q=1,2} \frac{-k_{\alpha,m} \omega_{p,q}^2 e / m_e}{\Omega_{\alpha,q,m} \Omega_{\beta,q,m} \Omega_{\gamma,q,m} \bar{\gamma}_q^6 \bar{v}_{qz}^3} \times \left(\frac{k_{\alpha,m}}{\Omega_{\alpha,q,m}} + \frac{k_{\beta,m}}{\Omega_{\beta,q,m}} + \frac{k_{\gamma,m}}{\Omega_{\gamma,q,m}} - \frac{3\bar{v}_{qz}^2 \bar{\gamma}_q^2}{c^2} \right); \\ C_{3,\beta,m}^{II} &= -k_{\beta,m} C_{3,\alpha,m}^{II} / k_{\alpha,m}; \quad C_{3,\gamma,m}^{II} = -k_{\gamma,m} C_{3,\alpha,m}^{II} / k_{\alpha,m}; \quad \omega_{p,q}^2 = 4\pi \bar{n}_q e^2 / m_e. \end{aligned}$$

Выражения для коэффициентов $C_{4,m}$ и $C_{5,m}$ представлены в комментариях к системе (3.36). Коэффициенты в системе уравнений (4.20) также зависят от постоянных составляющих скоростей \bar{v}_q и концентраций \bar{n}_q парциальных пучков. Поэтому систему уравнений (4.20) дополним уравнениями для постоянных составляющих

$$\frac{d\bar{v}_{qz}}{dz} = V_q(\mathbf{E}_1, \mathbf{E}_\alpha, \mathbf{E}_\beta, \mathbf{E}_\gamma, \bar{v}_q, \bar{n}_q), \quad (4.23)$$

$$\frac{d\bar{n}_q}{dz} = N_q(\mathbf{E}_1, \mathbf{E}_\alpha, \mathbf{E}_\beta, \mathbf{E}_\gamma, \bar{v}_q, \bar{n}_q). \quad (4.24)$$

Функции $V_q = \sum_{q=1}^2 \frac{1}{\xi^3} A_{v_{z,q}}^{(3)}$, $N_q = \sum_{q=1}^2 \frac{1}{\xi^3} A_{n,q}^{(3)}$ учитывают кубически нелинейные слагаемые, зависят от типа параметрических резонансных взаимодействий.

Полученную систему кубически-нелинейных уравнений (4.20)–(4.24) анализируем численно. Эта система уравнений описывает нелинейные процессы в ДСЛСЭ клистронного типа.

4.3. Влияние высших гармоник на динамику волн в ДСЛСЭ в режиме максимального усиления

Проведем анализ влияния множественных трехволновых взаимодействий на динамику основной гармоники двухпотокового СЛСЭ в режиме максимального усиления сигнала. Для этого рассмотрим односекционный ДСЛСЭ с Н-убитронной накачкой, схема которого представлена на рис. 1.5. Такой ДСЛСЭ описывается теоретической моделью, изображенной на рис. 4.1, и системой уравнений (4.20)–(4.24). Динамика волн в такой системе проиллюстрирована на рис. 4.2 и 4.3.

В случае максимального усиления первая гармоника электромагнитного сигнала, подаваемого на вход ДСЛСЭ с Н-убитронной

накачкой, равна оптимальной частоте $\omega_{1,1} = \omega_{opt}$ (оптимальная частота определяется соотношением (3.53)). Параметры исследуемого ЛСЭ выбираем следующими: плазменная частота парциальных пучков $\omega_p = 1,5 \cdot 10^{11} \text{ c}^{-1}$; среднее значение релятивистского фактора $\gamma_0 = 4,5$; разность релятивистских факторов $\Delta\gamma = 0,5$; индукция магнитного поля накачки $B_{2,1} = 400 \text{ Гс}$. Считаем, что магнитное поле накачки является монохроматическим. Частота первой гармоники сигнала равна $\lambda_{1,1} = 0,04 \text{ см}$, а период ондуляции магнитного поля накачки – $\lambda_{2,1} = 1,56 \text{ см}$.

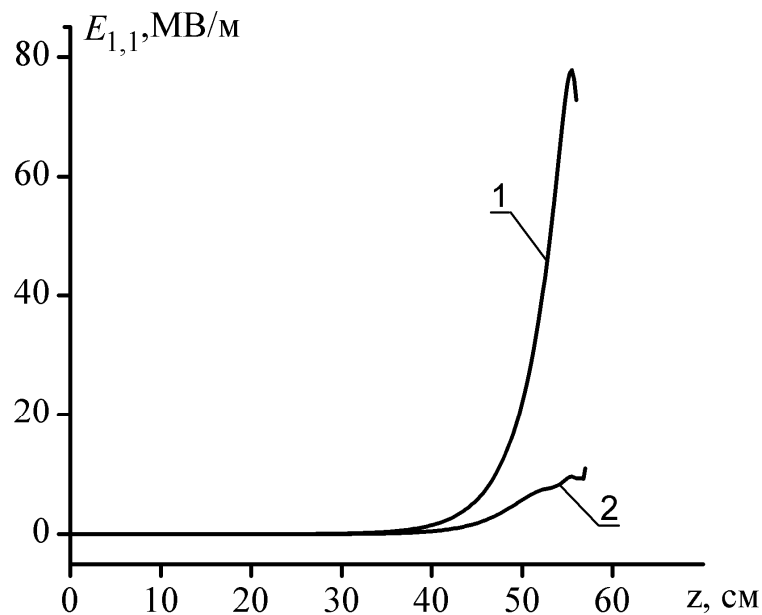


Рис. 4.2. Зависимость первой гармоники сигнала от продольной координаты z

Зависимость амплитуды первой гармоники сигнала от продольной координаты ДСЛСЭ представлена на рис. 4.2. Кривая 1 на этом рисунке описывает случай, когда в расчетах учитываем только первые гармоники взаимодействующих волн, а кривая 2 – когда учитываем 50 гармоник. Как видим, уровень насыщения электромагнитной волны сигнала в случае учета трехволновых множественных резонансов уменьшается почти в восемь раз по сравнению со случаем, когда высшими гармониками пренебрегают. Это

свидетельствует о том, что учет высших гармоник в двухпоточковых СЛСЭ необходим. Также соответствующий анализ показывает, что амплитуда высших гармоник электромагнитного сигнала на порядок и более меньше амплитуды основной гармоники. Поэтому в случае монохроматической накачки высшими гармониками сигнала можно пренебречь.

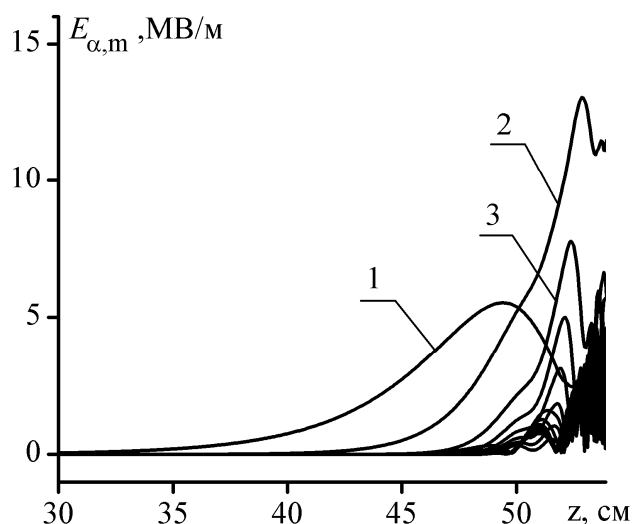


Рис. 4.3. Зависимость амплитуд гармоник ВПЗ от продольной координаты z

Существенное влияние высших гармоник на уровень насыщения объясняется генерацией высших гармоник нарастающей волны ВПЗ и уменьшением за счет этого первой гармоники ВПЗ, которая, в свою очередь, связана параметрически-резонансным образом с волной электромагнитного сигнала. На рис. 4.3 представлена динамика первых десяти гармоник нарастающей волны ВПЗ. Как видим, уровни насыщения 2-й (позиция 2) и 3-й гармоник (позиция 3) превышают уровень насыщения 1-й гармоники (позиция 1). Уровни насыщения остальных гармоник соизмеримы с уровнем насыщения первой гармоники.

Насыщение в двухпоточковом СЛСЭ происходит из-за торможения парциальных пучков и выравнивания их скоростей. На рис. 4.4 представлена динамика постоянных составляющих скоростей парциальных пучков от продольной координаты (учитываем 20 высших гармоник волн). Видим, что

в области продольной координаты $z = 58$ см происходит уменьшение и выравнивание парциальных скоростей электронных потоков.

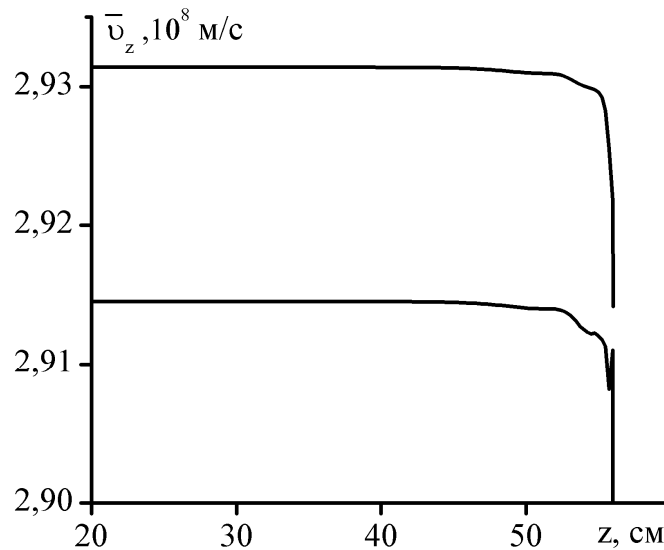


Рис. 4.4. Зависимость постоянных составляющих скоростей парциальных пучков от продольной координаты z

4.4. Особенности формирования ультракоротких кластеров электромагнитного поля

Рассмотрим особенности формирования ультракоротких кластеров электромагнитного поля в двухпотоковых СЛСЭ. Понятно, что в идеальном случае на выходе из мультигармонического ДСЛСЭ-формирователя мы должны получить периодическую серию дельта-функций, которые имеют, например, следующий вид

$$E(t) = A \cdot T \cdot (-\delta(t - T/4 + nT) + \delta(t - 3T/4 + nT)). \quad (4.25)$$

В этой формуле δ – дельта-функция Дирака, T – период, n – целое число, A – некоторый множитель. По своей сути, такая последовательность

дельта-функций $E(t)$ является сложным периодическим мультигармоническим сигналом, и ее можно разложить в ряд Фурье

$$E(t) = E_0 + \sum_{m=1}^{\infty} (E_m \exp(im(2\pi/T) \cdot t) + k.c.), \quad (4.26)$$

где

$$E_m = (1/T) \int_{-T/2}^{T/2} E(t) \cdot \exp(-im(2\pi/T) \cdot \tau) d\tau \quad (4.27)$$

комплексная амплитуда m -й гармоники. Для исследуемого случая, когда $E(t)$ определяется соотношением (4.25), несложно, используя выражение (4.27), вычислить комплексные амплитуды E_m . В результате получим

$$E_m = 2iA \cdot \sin(m\pi/2). \quad (4.28)$$

То есть $E_0 = 0$, $E_1 = +2iA$, $E_2 = 0$, $E_3 = -2iA$, $E_4 = 0$, $E_5 = +2iA$, $E_6 = 0$, $E_7 = -2iA$ и так далее. Из соотношения (4.28) следует: 1) амплитуды всех четных гармоник равны нулю; 2) модули нечетных гармоник одинаковы и равны в данном случае $2A$; 3) фазы 1-й, 5-й, 9-й и т.д. гармоник равны $(+ \pi/2)$; 4) фазы 3-й, 7-й, 11-й и т.д. гармоник равны $(- \pi/2)$.

Таким образом, для того чтобы получить серию фемтосекундных кластеров электромагнитного поля (4.25) необходимо сформировать мультигармонический сигнал, амплитуды и фазы которого удовлетворяли бы условию (4.28).

Исследуем динамику формирования мощного ультракороткого электромагнитного кластера с использованием уравнений (4.20)–(4.24) в системе, параметры которой представлены в табл. 4.1. При этом изучим два

варианта. Случай, когда на входе в ДСЛСЭ-формирователь подается:
а) монохроматический сигнал и б) мультигармонический сигнал.

Таблица 4.1

Параметры ДСЛСЭ клистронного типа

Параметр	Значение
Длина волны первой гармоники сигнала ($\lambda_{1,1}$)	0,7 мм
Среднее значение релятивистского фактора (γ_0)	7,5
Разность релятивистских факторов ($\Delta\gamma$)	0,07
Плазменная частота парциальных пучков (ω_p)	$1,3 \cdot 10^{11} \text{ с}^{-1}$
Период ондулятора ($\lambda_{2,1}$)	6,5 см
Длина секции модулятора	1,0 м
Длина пролетной секции	0,5 м
Длина оконечной секции	1,5 м

Для исследуемой системы критическая частота $\omega_{cr} = 8,63 \cdot 10^{13} \text{ с}^{-1}$, оптимальная частота $\omega_{opt} = 5,3 \cdot 10^{13} \text{ с}^{-1}$. Выбирая частоту первой гармоники в 32 раза меньше критической, получаем для нее следующее значение $\omega_{1,1} = 2,7 \cdot 10^{12} \text{ с}^{-1}$. Сравнивая эту частоту с плазменной частотой двухскоростного пучка $\sqrt{2}\omega_p = 1,8 \cdot 10^{11} \text{ с}^{-1}$, видим, что условие $\omega_{1,1} \gg \sqrt{2}\omega_p$ выполняется. Значит, для всех гармоник волны сигнала можем считать зависимость волнового числа от частоты линейной. Таким образом, в область нарастания за счет двухпотоковой неустойчивости попадают ~ 30 гармоник. При этом, как показано в разделе 3, область аномального спектра ВПЗ ограничивается оптимальной частотой. Значит, такой аномальный спектр ВПЗ будет содержать $\omega_{opt} / \omega_{1,1} \approx 20$ гармоник. В расчетах учитываем 50 гармоник каждого типа волн, участвующих в параметрических резонансных взаимодействиях.

4.5. Формирование кластеров электромагнитного поля в ДСЛСЭ с монохроматическим входным сигналом

Рассматриваем модель, представленную на рис. 2.6, в которой на вход секции модуляции 7 ДСЛСЭ клистронного типа подается монохроматический сигнал 1. Для анализа формирования кластера используем систему уравнений (4.20)–(4.24).

В модуляторе (позиция 7, рис. 2.6; см. также рис. 4.1) вследствие трехволнового параметрического резонанса между электромагнитным сигналом 1, Н-убитронным полем модулятора 7 в двухскоростном электронном пучке возбуждается волна пространственного заряда. Так как на вход модулятора подается монохроматическая волна сигнала, то Н-убитронное магнитное поле модулятора выбираем также монохроматическим. На вход модулятора подаем сигнал с амплитудой 100 В/см, остальные гармоники равны нулю. Индукцию магнитного поля Н-убитронного поля выбираем равной $B_{2,1} = 1000$ Гс, период модулятора $\lambda_{2,1} = 6,5$ см. Тогда на выходе из секции модуляции получаем волну ВПЗ, спектр которой представлен на рис. 4.5. Как видим, на выходе из модулятора

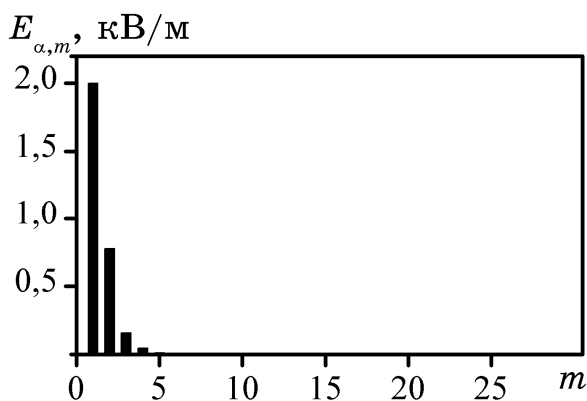


Рис. 4.5. Спектр ВПЗ на выходе модулятора ($z = 100$ см)

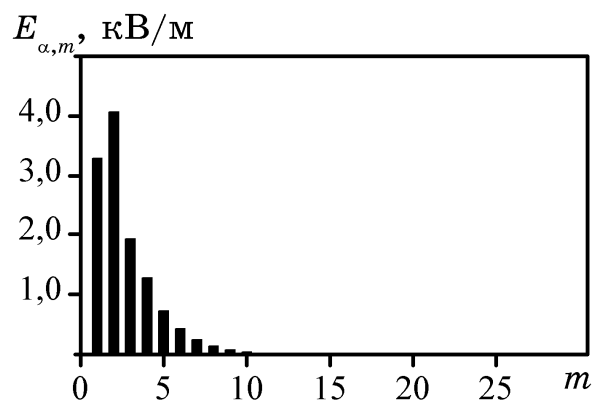


Рис. 4.6. Спектр ВПЗ на выходе пролетной секции ($z = 150$ см)

формируется волна ВПЗ, в которой амплитуда первой гармоники максимальная, высшие гармоники волны ВПЗ много меньше первой.

Далее возбужденная в двухскоростном электронном пучке волна ВПЗ нарастает вследствие двухпотоковой неустойчивости. Так как частота первой гармоники волны ВПЗ в 32 раза меньше критической (и в 20 раз меньше оптимальной), то инкременты нарастания первых 20 гармоник с увеличением частоты увеличиваются (рис. 3.10) и все 32 гармоники усиливаются вследствие двухпотоковой неустойчивости. В итоге на выходе из пролетной секции (координата системы $z = 150$ см) начинает формироваться аномальный спектр, который показан на рис. 4.6. При этом максимальной является уже не первая гармоника как в случае рис. 4.5, а вторая.

Зависимость начальных фаз гармоник волн ВПЗ в модуляторе и пролетной секции от продольной координаты z представлена на рис. 4.7. Как видим, на начальном этапе возбуждения мультигармонической волны ВПЗ имеют место переходные процессы. На выходе из пролетной секции фазы гармоник уже имеют установившиеся значения. Отметим, что разность фаз между соседними гармониками практически одна и та же и равна $\sim 0,6\pi$.

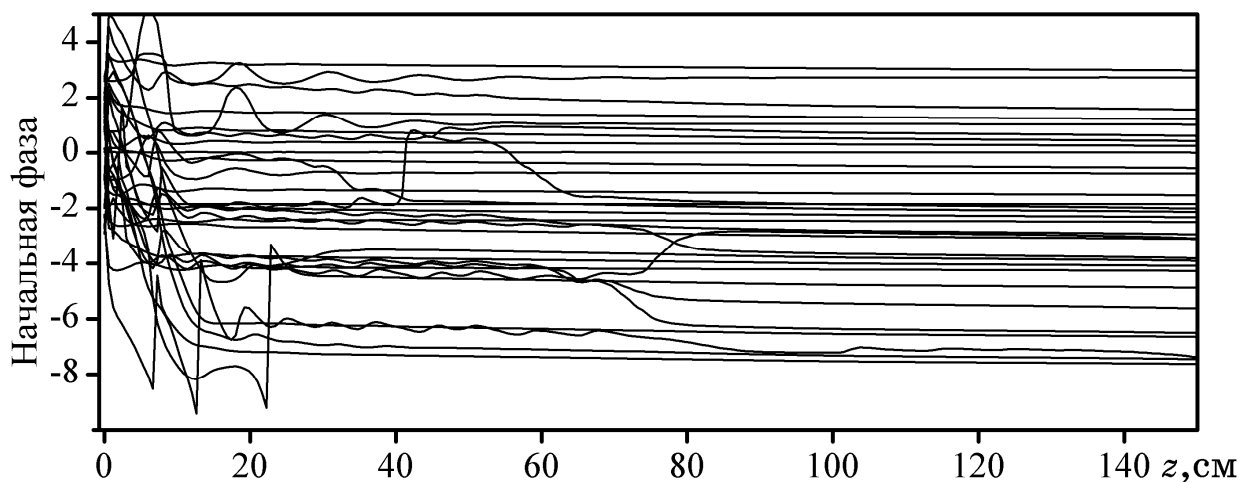


Рис. 4.7. Зависимость начальной фазы волны ВПЗ в модуляторе и пролетной секции ДСЛСЭ от продольной длины z

Следует отметить, что на выходе из пролетной секции аномальный спектр еще не сформирован. Его формирование продолжается и в оконечной секции. Одновременно с этим в этой секции происходит возбуждение мультигармонической электромагнитной волны благодаря множественным трехволновым параметрическим резонансам между мультигармонической волной ВПЗ, мультигармоническим Н-убитронным полем накачки. Амплитуду и начальную фазу гармоник мультигармонического магнитного поля накачки подбираем таким образом, чтобы в оконечной секции сформировать мультигармоническую электромагнитную волну, амплитуды и фазы которых удовлетворяли условиям (см. комментарии к соотношению (4.28)): амплитуды всех четных гармоник равны нулю; модули нечетных гармоник имели приблизительно одинаковые значения; фазы 1-й, 5-й, 9-й и т.д. гармоник равны $(+\pi/2)$; фазы 3-й, 7-й, 11-й и т.д. гармоник равны $(-\pi/2)$. Спектр такого магнитного поля представлен на рис. 4.8, а спектр электромагнитной волны в точке $z = 257$ см системы показан на рис. 4.9.

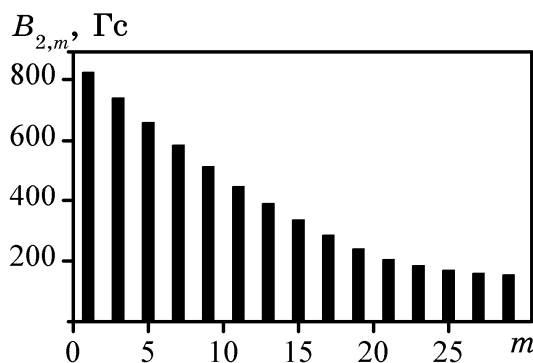


Рис. 4.8. Зависимость амплитуд гармоник индукции магнитного поля $B_{2,m}$ ондулятора оконечной секции от номера гармоники

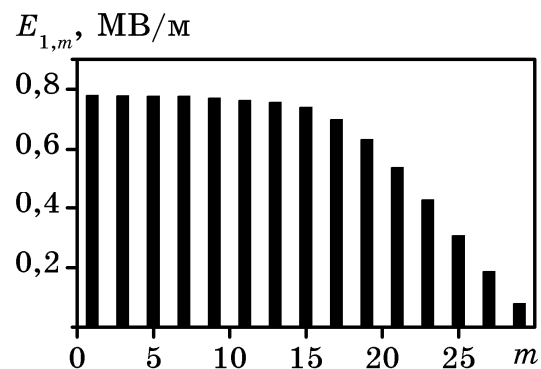


Рис. 4.9. Зависимость модулей амплитуд гармоник электромагнитного сигнала $E_{1,m}$ от номера гармоники для продольной координаты системы $z = 257$ см

На рис. 4.10 представлены зависимости модулей комплексных амплитуд гармоник волны сигнала $E_{1,m}$ от продольной координаты z . Видим,

что модули комплексных амплитуд нечетных гармоник экспоненциально нарастают, и в области с координатой $z=257$ см имеют приблизительно одинаковое значение.

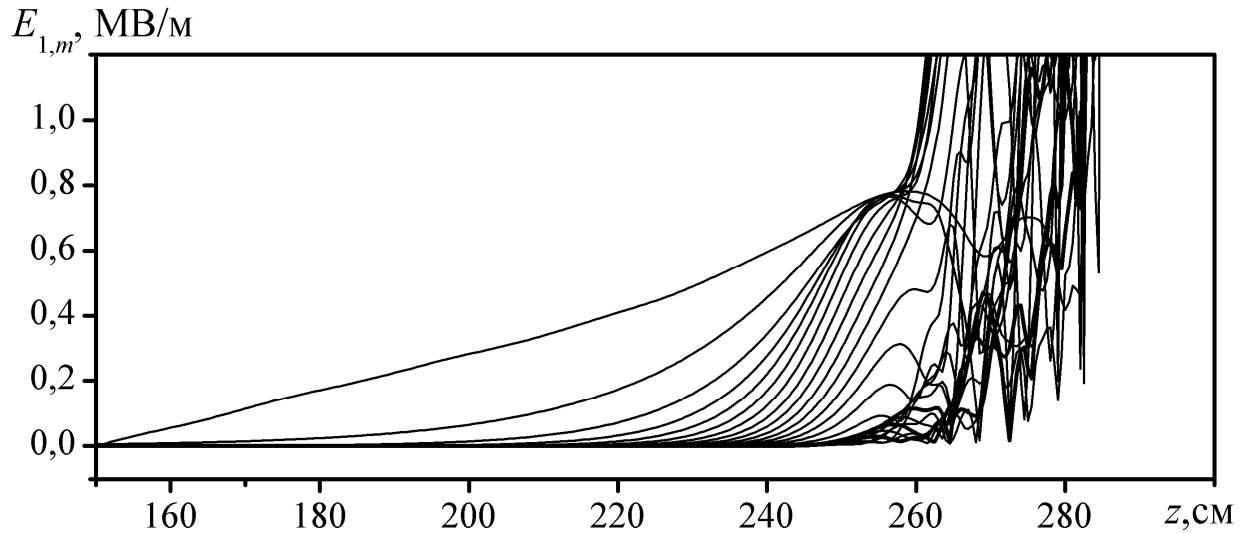


Рис. 4.10. Зависимости модулей комплексных амплитуд гармоник волны сигнала $E_{1,m}$ от продольной координаты z конечной секции

На рис. 4.11 представлены зависимости начальных фаз комплексных амплитуд гармоник мультигармонической электромагнитной волны в зависимости от продольной координаты. Как видим, в области с продольной координатой $z=257$ см начальные фазы 1-й, 5-й, 9-й и т.д. гармоник приблизительно равны $(+\pi/2)$ (кривые 1 на рис. 4.11), а начальные фазы 3-й, 7-й, 11-й и т.д. гармоник соответственно равны $(-\pi/2)$ (кривые 2 на рис. 4.11).

Итак, двухпоточковый СЛСЭ формирует в точке $z=257$ см кластер электромагнитного поля, гармоники которого удовлетворяют условию (4.28). На рис. 4.12 показана зависимость плотности потока энергии электромагнитного сигнала от времени, нормированного на период первой гармоники t/T . Как и предполагалось, электромагнитный сигнал имеет вид короткого кластера длительностью $\tau_{p2} = 4,04 \cdot 10^{-14}$ с ≈ 40 фс. Учитывая, что период первой гармоники входного сигнала соответствует $T = 2,3 \cdot 10^{-12}$ с $^{-1}$

находим коэффициент сжатия $f_{com} = 15$ (2.1). Когда электрический ток парциального электронного пучка равен 450 А мгновенная мощность такого кластера составляет 0,4 МВт. Средняя мощность такой кластерной волны будет равна 6,5 кВт. Таким образом, мультигармонические ДСЛСЭ способны формировать мощные ультракороткие кластеры электромагнитного поля.

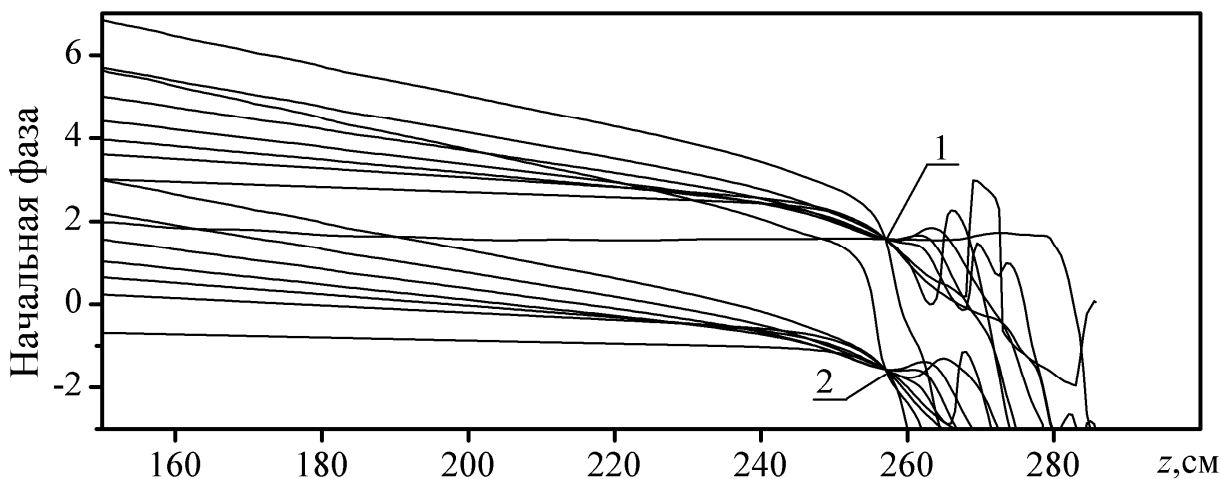


Рис. 4.11. Зависимости начальных фаз комплексных амплитуд гармоник волны сигнала $E_{1,m}$ от продольной координаты z оконечной секции. Кривые 1 соответствуют 1-й, 5-й, 9-й и т.д. гармоникам, кривые 2 соответствуют 3-й, 7-й, 11-й и т.д. гармоникам

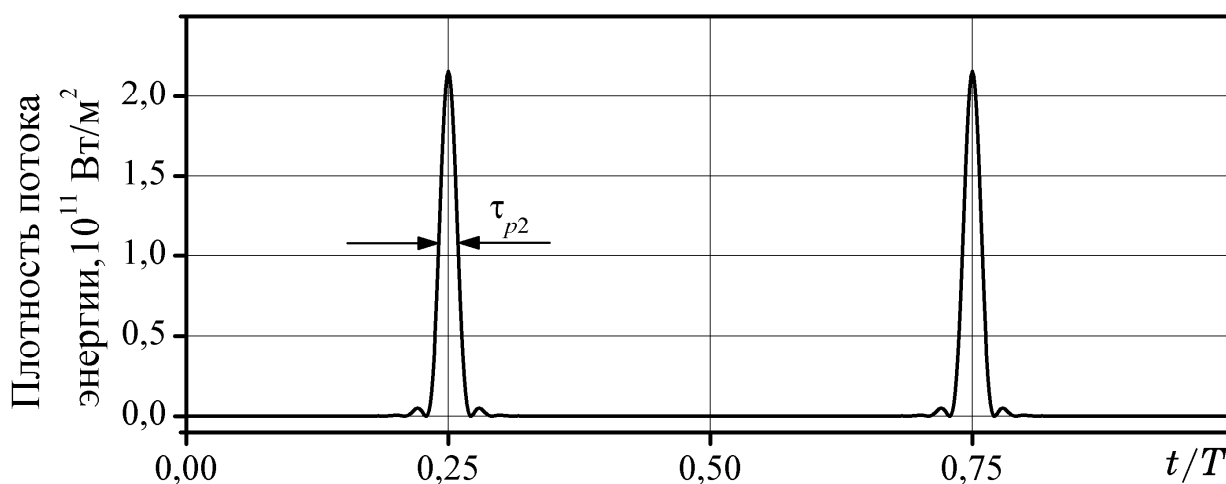


Рис. 4.12. Зависимость плотности потока энергии электромагнитного сигнала от нормированного времени t/T времени в оконечной секции с $z = 257$ см

4.6. Формирование кластеров электромагнитного поля в ДСЛСЭ с мультигармоническим входным сигналом

Создание мультигармонических ондуляторов является достаточно сложной технологической задачей. Поэтому в ряде случаев технологически проще создать на входе в ДСЛСЭ-формирователь электромагнитный сигнал с мультигармоническим спектром и требования к параметрам мультигармонического ондулятора смягчаются. Именно этот случай мы исследуем в этом разделе.

Когда на вход ДСЛСЭ клистронного типа подается мультигармонический сигнал, магнитное поле модулятора (позиция 7 рис. 2.6; рис. 4.1) также должно быть мультигармоническим. Рассмотрим случай, когда на вход подается электромагнитный сигнал, у которого амплитуда первой гармоники, как и в выше рассмотренном случае, равна 100 В/см, а амплитуда 20-й – 1 В/см. Смысл такого задания параметров мультигармонического входного сигнала состоит в следующем. Если в двухпотоковом электронном пучке возбудить первую гармонику и близкую к оптимальной частоте, то спектр мультигармонической ВПЗ будет подобен спектру, который изображен на рис. 3.17. Этот спектр отличается от спектра, формируемого только одной гармоникой, частота которой много меньше оптимальной, по форме и величине амплитуд гармоник ВПЗ (сравните рис. 3.17 и рис. 3.13). Из-за того что амплитуды гармоник ВПЗ в случае входной мультигармонической волны сигнала почти в 10 раз больше (рис. 3.17) амплитуд гармоник ВПЗ для монохроматического входного сигнала, то следует ожидать смягчение требований на амплитуды гармоник Н-убитронного поля накачки.

Рассматриваем мультигармоническое поле накачки секции модуляции, в котором амплитуда 1-й гармоника равна 800 Гс, а 20-й – 200 Гс. Тогда на выходе из модулятора спектр волны ВПЗ будет по структуре практически

совпадать с изображенным на рис. 4.5, а на выходе с пролетной секции будет иметь вид рис. 4.13.

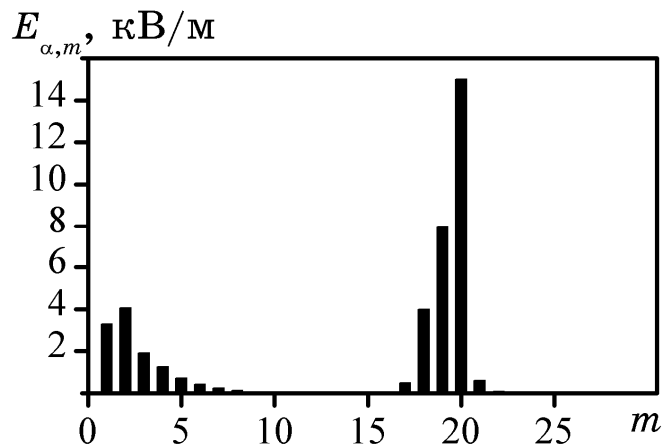


Рис. 4.13. Спектр ВПЗ на выходе пролетной секции в случае мультигармонического входного сигнала

Следует отметить, что на выходе из пролетной секции, как и в выше рассмотренном случае, аномальный спектр еще не сформирован. Его формирование продолжается и в оконечной секции. Одновременно с этим в этой секции происходит возбуждение мультигармонической электромагнитной волны благодаря множественным трехволновым параметрическим резонансам между мультигармонической волной ВПЗ, мультигармоническим Н-убитронным полем накачки. Амплитуду и начальную фазу гармоник мультигармонического магнитного поля накачки подбираем таким образом, чтобы в оконечной секции сформировать мультигармоническую электромагнитную волну, амплитуды и фазы которых удовлетворяли условиям формирования ультракороткого кластера (см. комментарии к соотношению (4.28)). Спектр магнитного поля оконечной секции представлен на рис. 4.14. Амплитуды гармоник электромагнитных волн имеют приблизительно одинаковые значения в этом случае в точке с продольной координатой $z = 255$ см. Спектр этих гармоник подобен приведенному на рис. 4.9.

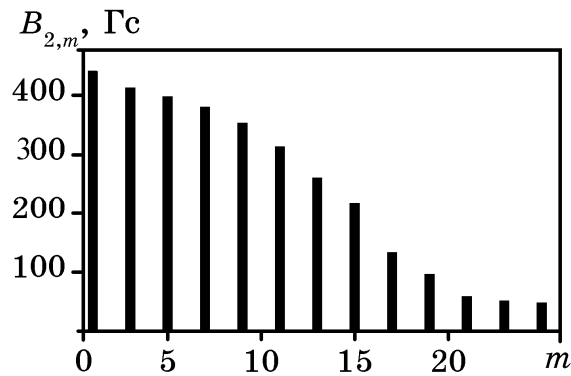


Рис. 4.14. Зависимость амплитуд гармоник индукции магнитного поля $B_{2,m}$ ондулятора конечной секции от номера гармоники для случая мультигармонического входного электромагнитного сигнала

Из сравнения спектров, представленный на рис. 4.14 и 4.8, следует, что благодаря подаче на вход ДСЛСЭ 20-й гармоники удалось снизить уровень амплитуд магнитного поля почти в два раза. Как и в предыдущем случае (рис. 4.8) четные гармоники магнитного поля равны нулю. Поэтому четные гармоники электромагнитного поля тоже будут отсутствовать, то есть будет выполняться одно из условий формирования короткого кластера электромагнитного поля. Зависимости модулей комплексных амплитуд гармоник волны сигнала $E_{1,m}$ и начальных фаз от продольной координаты z подобны представленным на рис. 4.10 и 4.11.

На рис. 4.15 показана зависимость плотности потока энергии электромагнитного сигнала от времени, нормированного на период первой гармоники t/T точке $z = 255$ см. Как и предполагалось, электромагнитный сигнал имеет вид короткого мощного кластера. Сравнивая рис. 4.15 и 4.12 видим, что параметры кластеров электромагнитного поля, полученных в обоих случаях, являются практически одинаковыми. При этом амплитуды магнитного поля накачки конечной секции уменьшены практически вдвое.

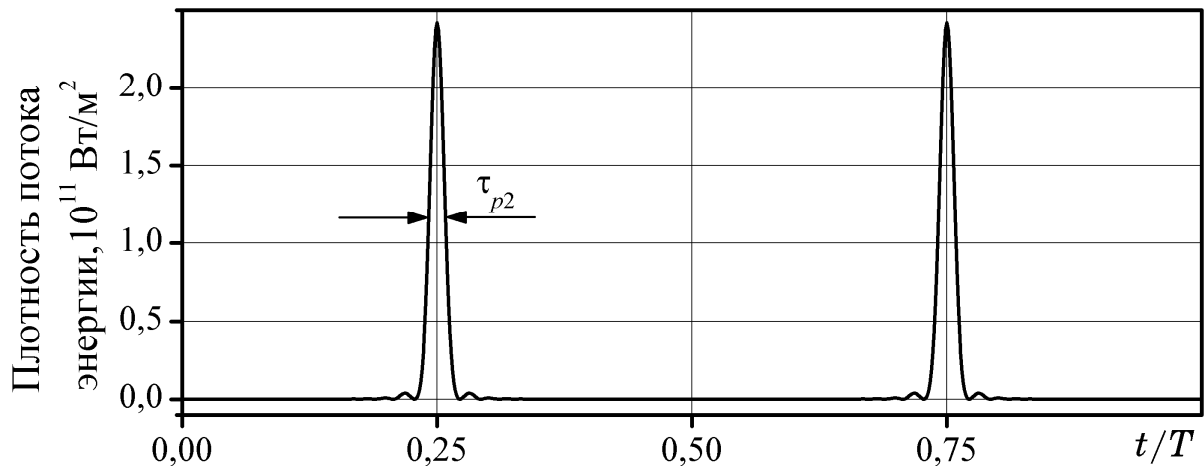


Рис. 4.15. Зависимость плотности потока энергии электромагнитного сигнала от нормированного времени t/T времени при координате оконечной секции $z = 255$ см в случае мультигармонического входного сигнала

4.7. Выводы к разделу 4

1. Впервые построена кубически-нелинейная самосогласованная теория мультигармонических двухпоточковых ДСЛСЭ, учитывающая множественные трехволновые резонансные взаимодействия гармоник волн (6 различных множественных взаимодействий).

2. Исследовано влияние множественных трехволновых взаимодействий на динамику основной гармоники ДСЛСЭ, работающего в режиме усиления максимально мощного сигнала. Показано, что учет таких взаимодействий может приводить к уменьшению уровня электромагнитного сигнала в восемь и более раз. Основное влияние на такое снижение уровня насыщения оказывают множественные трехволновые взаимодействия между гармониками нарастающей волны.

3. Впервые предложено для формирования мощных электромагнитных волн с широким спектром использовать режимы работы ДСЛСЭ, в которых первая гармоника ВПЗ много меньше критической частоты двухпоточковой неустойчивости. При этом становится возможным формирование

мультигармонических электромагнитных волн с приблизительно одинаковыми амплитудами.

4. Проведен амплитудный, фазовый и спектральный анализ процессов протекающих при формировании ультракоротких электромагнитных кластеров в устройствах, построенных на базе мультигармонических ДСЛСЭ. Выявлены условия, необходимые для формирования коротких кластеров электромагнитного поля. Рассмотрены два варианта формирования кластеров, которые различаются входным спектром электромагнитного сигнала. Продемонстрирована возможность создания ультракоротких кластеров электромагнитного поля в системах типа мультигармонические ДСЛСЭ. Показано, что в ДСЛСЭ с энергиями пучков $\sim 3,3$ МэВ возможно формирование кластеров с длительностями ~ 40 фс.

РАЗДЕЛ 5

ПАРАМЕТРИЧЕСКИ-РЕЗОНАНСНЫЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ В ЭЛЕКТРОННО-ВОЛНОВЫХ СУПЕРГЕТЕРОДИННЫХ ЛСЭ

В этом разделе проведено исследование параметрически-резонансных взаимодействий в электронно-волновых супергетеродинных ЛСЭ. В отличие от двухпотоковых СЛСЭ, рассмотренных в предыдущем разделе, которые работают на частотах меньших критической, параметрические электронно-волновые СЛСЭ работают при частотах существенно превышающих критическую частоту. Характерными особенностями таких СЛСЭ является возможность работы на достаточно высоких для такого класса устройств частотах и высокий уровень монохроматичности электромагнитных волн. Основные научные результаты раздела опубликованы в работах [38–40, 63–66].

5.1. Модель параметрического электронно-волнового СЛСЭ

Рассматриваем следующую модель параметрического электронно-волнового СЛСЭ. Вдоль оси Z прибора движется релятивистский электронный пучок 1 (рис. 5.1), который состоит из двух взаимно проникающих электронных потоков, характеризующихся близкими по значению парциальными релятивистскими скоростями $v_1 - v_2 \ll v_1, v_2$. Плазменные частоты парциальных электронных пучков считаем одинаковыми $\omega_{p1} = \omega_{p2} = \omega_p$, в поперечной плоскости пучок принимаем однородным, тепловым разбросом и столкновениями электронов пренебрегаем (см. подраздел 2.4.2).

Двухскоростной релятивистский электронный пучок проходит через H -убитронное магнитное поле, которое создается периодически реверсивной системой магнитов 2 с периодом ондуляции $\lambda_{2,1}$ (или волновым числом

первой гармоники $k_{2,1} = 2\pi/\lambda_{2,1}$). Магнитное поле ондулятора 2 в приборе играет роль первой накачки.

Электронный пучок 1, который подается на вход в систему, предварительно модулируется таким образом, что в нем создается продольная волна пространственного заряда, первая гармоника которой имеет частоту $\omega_{\gamma,1}$ и волновое число $k_{\gamma,1}$. Эта электронная волна играет роль второй (электронно-волновой) накачки. Также на вход в систему подается усиленная поперечная электромагнитная волна сигнала с частотой $\omega_{1,1}$ и волновым числом $k_{1,1}$.

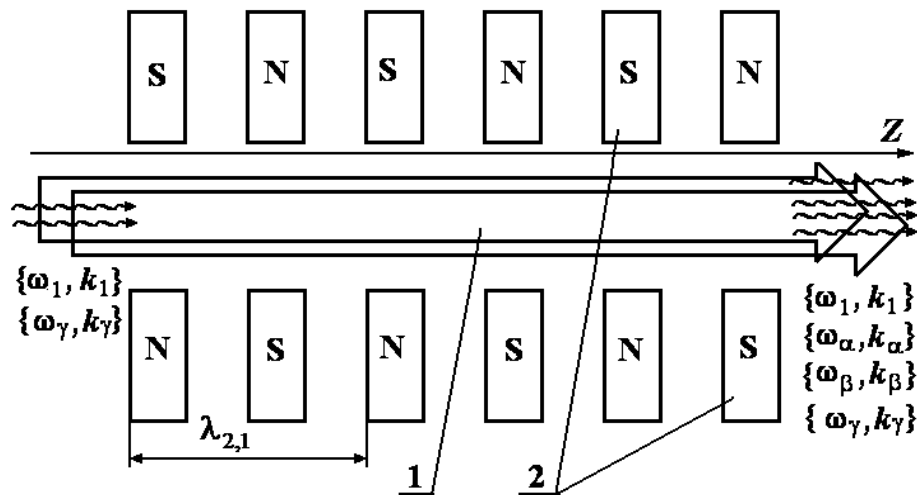


Рис. 5.1. Схема электронно-волнового двухпотокового ЛСЭ

В результате параметрически-резонансного взаимодействия поперечной электромагнитной волны сигнала $\{\omega_1, k_1\}$ и поперечного Н-убитронного магнитного поля накачки $\{k_2\}$ в релятивистском электронном пучке возбуждается продольная волна пространственного заряда с частотой $\omega_{\alpha,1}$ и волновым числом $k_{\alpha,1}$, которую будем называть рабочей. Частоты и волновые числа двух поперечных полей и одной продольной волны, которые находятся в волновом параметрическом резонансе (первый резонанс), связаны между собой соотношениями

$$\omega_{\alpha,1} = \omega_{1,1}, \quad k_{\alpha,1} = k_{1,1} + k_{2,1}. \quad (5.1)$$

Благодаря соответствующему выбору параметров, в исследуемой системе созданы условия для реализации еще одного параметрического резонанса между продольными волнами ВПЗ (второй резонанс). А именно, между волной ВПЗ электронной накачки $\{\omega_\gamma, k_\gamma\}$ и рабочей волной ВПЗ $\{\omega_\alpha, k_\alpha\}$, в результате чего возбуждается ВПЗ с частотой $\omega_{\beta,1}$ и волновым числом $k_{\beta,1}$, которую будем называть холостой. Частоты и волновые числа этих продольных волн ВПЗ удовлетворяют следующим условиям параметрического резонанса

$$\omega_{\alpha,1} = \omega_{\beta,1} + \omega_{\gamma,1}, \quad k_{\alpha,1} = k_{\beta,1} + k_{\gamma,1}. \quad (5.2)$$

Условия второго резонанса выбираем так, чтобы частота $\omega_{\alpha,1}$ рабочей волны ВПЗ была наибольшей среди частот холостой волны $\omega_{\beta,1}$ и волны накачки $\omega_{\gamma,1}$, а частота накачки $\omega_{\gamma,1}$ – наименьшей. При этом параметрические резонансные взаимодействия выбираем такими, чтобы частота рабочей волны α существенно превышала критическую частоту. Как следует из анализа, проведенного в подразделе 3.2, такому условию соответствуют параметрические резонансные взаимодействия 13–16 типа (табл. 3.2). Вторым резонансом продольных волн используем в качестве механизма дополнительного усиления рабочей волны α , которая участвует в формировании электромагнитного сигнала. Продольные волны, которые участвуют во втором параметрическом резонансе, выбираем так, чтобы они имели разный знак энергии. В этом случае имеет место усиление волны α благодаря трехволновому параметрическому резонансу продольных волн (подразд. 3.5.1, табл. 3.3).

В одном из вариантов такого типа взаимодействия, который будет рассматриваться далее в качестве основного, рабочую волну $\{\omega_\alpha, k_\alpha\}$ выбираем так, чтобы она была быстрой, а волна накачки и холостая волна ВПЗ были медленными. В этом случае реализуется режим взрывной неустойчивости, который приводит к усилению всех трех продольных волн, участвующих в трехволновом взаимодействии, за счет перехода части кинетической энергии пучка в энергию волн ВПЗ. Также отметим, что выбирая в качестве рабочей быструю (а не медленную) волну ВПЗ, мы формируем систему с низким уровнем собственных шумов (высших гармоник) [24, 185, 186, 189]. В параметрическом резонансе же поперечных волн (электромагнитная волна сигнала $\{\omega_1, k_1\}$, магнитное поле ондулятора $\{k_2\}$, продольная рабочая волна ВПЗ $\{\omega_\alpha, k_\alpha\}$) принимают участие волны, имеющие только положительную энергию. Это означает, что усиление электромагнитной волны сигнала возможно лишь за счет энергии рабочей волны ВПЗ $\{\omega_\alpha, k_\alpha\}$, которая усиливается за счет взаимодействия продольных волн ВПЗ. То есть в данном устройстве принципиально необходим процесс, который бы обеспечивал рост рабочей волны ВПЗ. Этот дополнительный механизм обеспечивается параметрическим резонансом продольных волн $\{\omega_\alpha, k_\alpha\}$, $\{\omega_\beta, k_\beta\}$, $\{\omega_\gamma, k_\gamma\}$. Таким образом, в исследуемом приборе реализуется конкуренция механизмов нарастания и затухания рабочей волны ВПЗ: резонанс поперечных волн приводит к затуханию рабочей волны ВПЗ, резонанс продольных волн ВПЗ – к нарастанию. Понятно, что усиление электромагнитной волны сигнала $\{\omega_1, k_1\}$ в данной системе возможно только тогда, когда увеличение энергии рабочей волны ВПЗ $\{\omega_\alpha, k_\alpha\}$ преобладает над ее уменьшением. Нелинейному анализу динамики усиления электромагнитной волны сигнала с учетом параметрических резонансных взаимодействий волн в электронно-волновых СЛСЭ и посвящен этот раздел.

5.2. Самосогласованная система кубически-нелинейных уравнений для комплексных амплитуд взаимодействующих волн

Считаем, что линейно поляризованные электрическое (\mathbf{E}_1) и магнитное (\mathbf{B}_1) поля электромагнитного сигнала, магнитное поле накачки (\mathbf{B}_2) и поля волн ВПЗ ($\mathbf{E}_\alpha, \mathbf{E}_\beta, \mathbf{E}_\gamma$) имеют мультигармоническую природу:

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_1 &= \sum_{m=1}^N [E_{1,m} \exp(ip_{1,m}) + k.c.] \mathbf{e}_x, & \mathbf{B}_1 &= \sum_{m=1}^N [B_{1,m} \exp(ip_{1,m}) + k.c.] \mathbf{e}_y, \\ \mathbf{B}_2 &= \sum_{m=1}^N [B_{2,m} \exp(ip_{2,m}) + k.c.] \mathbf{e}_y, & \mathbf{E}_\alpha &= \sum_{m=1}^N [E_{\alpha,m} \exp(ip_{\alpha,m}) + k.c.] \mathbf{e}_z, \\ \mathbf{E}_\beta &= \sum_{m=1}^N [E_{\beta,m} \exp(ip_{\beta,m}) + k.c.] \mathbf{e}_z, & \mathbf{E}_\gamma &= \sum_{m=1}^N [E_{\gamma,m} \exp(ip_{\gamma,m}) + k.c.] \mathbf{e}_z, \end{aligned} \quad (5.3)$$

где N – количество гармоник, которое принимается во внимание при решении задачи, m – тут и далее номер соответствующей гармоники, $p_{2,m} = mk_2 z$, $p_{\chi_1,m} = m\omega_{\chi_1} t - k_{\chi_1,m} z$ ($\chi_1 = \alpha, \beta, \gamma, 1$). Таким образом, электрические и магнитные поля в рабочем объеме исследуемого СЛСЭ имеют вид

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_\alpha + \mathbf{E}_\beta + \mathbf{E}_\gamma, \quad \mathbf{B} = \mathbf{B}_1 + \mathbf{B}_2. \quad (5.4)$$

В качестве исходных уравнений для численного анализа используем релятивистское квазигидродинамическое уравнение (2.6), уравнение непрерывности (2.7) и уравнения Максвелла (2.8). Также считаем выполненными условия пренебрежения столкновениями и разбросом электронов по скоростям (2.9). Учитывая, что в рассматриваемой модели все

величины зависят только от продольной координаты z и времени t , соотношения (2.6)–(2.9) можно записать в виде (4.6)–(4.9).

Решение системы уравнений (4.6)–(4.9), как в предыдущем разделе, разбиваем на три формально независимых этапа: 1) нахождение задачи движения (4.6)–(4.7) двухскоростного релятивистского электронного пучка в заданных электромагнитных полях; 2) решение уравнения непрерывности (4.8), полагая, что скорости электронного пучка уже известны; 3) решение задачи о возбуждении электромагнитных полей (4.9), полагая скорости и концентрации уже известными функциями.

Задачи движения и уравнения непрерывности решаем с помощью модернизированного метода усредненных характеристик, задачу о возбуждении электромагнитного поля – с помощью метода медленно меняющихся амплитуд. При этом учитываем особенности параметрически-резонансных взаимодействий (5.1)–(5.2). Отметим, что алгоритм решения этих задач аналогичен описанному в подразделе 4.3. Несмотря на то, что исходные уравнения (4.6)–(4.9) и для электронно-волнового СЛСЭ, и для двухпотокового СЛСЭ одинаковы, решения этих задач для разных типов СЛСЭ отличаются. Это обусловлено тем, что во взаимодействиях принимают разные типы волн (в ДСЛСЭ – докритические, в электронно-волновых СЛСЭ – закритические), различными условиями параметрически-резонансных взаимодействий.

Для решения задачи движения преобразуем уравнения (4.6)–(4.7) к стандартному виду (2.10). Включим в такую систему уравнения для быстрых фаз $p_{\chi_1, m}$. Будем считать, что амплитуды волн $E_{\chi, m}$ медленно меняются с изменением продольной координаты z . Для описания такой зависимости введем медленную продольную координату $\zeta = z/\xi$. Так как будем решать граничную задачу, то в полученных уравнениях перейдем от производной по времени к производной по координате, используя известное соотношение для скорости $dt = dz/v_z$. В итоге получим систему в стандартом виде

$$\frac{d\mathbf{v}_{qx}}{dz} = \frac{e}{m_e \gamma_q \mathbf{v}_{qz}} \left(E_x - \frac{1}{c} \mathbf{v}_{qz} B_y - \frac{\mathbf{v}_{qx}}{c^2} (\mathbf{v}_{qx} E_x + \mathbf{v}_{qz} E_z) \right), \quad (5.5)$$

$$\frac{d\mathbf{v}_{qz}}{dz} = \frac{e}{m_e \gamma_q \mathbf{v}_{qz}} \left(E_z + \frac{1}{c} \mathbf{v}_{qx} B_y - \frac{\mathbf{v}_{qz}}{c^2} (\mathbf{v}_{qx} E_x + \mathbf{v}_{qz} E_z) \right), \quad \frac{d\zeta}{dz} = \frac{1}{\xi}, \quad (5.6)$$

$$\frac{dp_{q,\chi_1,m}}{dz} = \frac{m\Omega_{\chi_1,1}}{\mathbf{v}_{qz}} - k_{\chi_1,m} \equiv \Omega_{q,\chi_1,m}, \quad \frac{dp_{2,m}}{dz} = mk_2 \equiv \Omega_{2,m}. \quad (5.7)$$

В этих уравнениях, исходя из (5.3), $E_x = E_1$, $B_y = B_1 + B_2$, $E_z = E_\alpha + E_\beta + E_\gamma$, амплитуды полей $E_{\chi_1,m} = E_{\chi_1,m}(\zeta)$, $B_{1,m} = B_{1,m}(\zeta)$ являются медленно меняющимися функциями от продольной координаты z , индекс χ_1 принимает значения $\alpha, \beta, \gamma, 1$.

Сравним систему (5.5)–(5.7) с (2.10) и запишем вектор медленных переменных \mathbf{x} , вектор-функции \mathbf{X} , вектор быстрых фаз Ψ и вектор фазовых скоростей Ω в явном виде

$$\mathbf{x} = \{x_{v_z}, x_{v_x}, x_\zeta\} = \{\mathbf{v}_{qz}, \mathbf{v}_{qx}, \zeta\}, \quad \frac{1}{\xi} \mathbf{X} = \frac{1}{\xi} \{X_{v_z}, X_{v_x}, X_\zeta\},$$

$$\frac{1}{\xi} X_{v_z} = \frac{e}{m_e \gamma_q \mathbf{v}_{qz}} \left(E_z + \frac{1}{c} \mathbf{v}_{qx} B_y - \frac{\mathbf{v}_{qz}}{c^2} (\mathbf{v}_{qx} E_x + \mathbf{v}_{qz} E_z) \right),$$

$$\frac{1}{\xi} X_{v_x} = \frac{e}{m_e \gamma_q \mathbf{v}_{qz}} \left(E_x - \frac{1}{c} \mathbf{v}_{qz} B_y - \frac{\mathbf{v}_{qx}}{c^2} (\mathbf{v}_{qx} E_x + \mathbf{v}_{qz} E_z) \right), \quad \frac{1}{\xi} X_\zeta = \frac{1}{\xi}, \quad (5.8)$$

$$\Psi = \{p_{q,1,1}, \dots, p_{q,1,N}, p_{2,1}, \dots, p_{2,N}, p_{q,\alpha,1}, \dots, p_{q,\alpha,N}, p_{q,\beta,1}, \dots, p_{q,\beta,N}, p_{q,\gamma,1}, \dots, p_{q,\gamma,N}\},$$

$$\Omega = \{\Omega_{q,1,1}, \dots, \Omega_{q,1,N}, \Omega_{2,1}, \dots, \Omega_{2,N}, \Omega_{q,\alpha,1}, \dots, \Omega_{q,\alpha,N}, \Omega_{q,\beta,1}, \dots, \Omega_{q,\beta,N}, \Omega_{q,\gamma,1}, \dots, \Omega_{q,\gamma,N}\}.$$

Далее используем описанный в подразделе 2.5.3 алгоритм модернизированного метода усредненных характеристик для случая

нескольких быстрых фаз. В соответствии с этим алгоритмом переходим к усредненным переменным

$$\begin{aligned} v_{qz} &= \bar{v}_{qz} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\xi^n} u_{v_z}^{(n)}(\bar{\mathbf{x}}, \Psi), \\ v_{qx} &= \bar{v}_{qx} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\xi^n} u_{v_x}^{(n)}(\bar{\mathbf{x}}, \Psi), \quad \zeta = \bar{\zeta} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\xi^n} u_{\zeta}^{(n)}(\bar{\mathbf{x}}, \Psi). \end{aligned} \quad (5.9)$$

Уравнения для усредненных переменных имеют вид

$$\frac{d\bar{v}_{qz}}{dz} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\xi^n} A_{v_z}^{(n)}(\bar{\mathbf{x}}), \quad \frac{d\bar{v}_{qx}}{dz} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\xi^n} A_{v_x}^{(n)}(\bar{\mathbf{x}}), \quad \frac{d\bar{\zeta}}{dz} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\xi^n} A_{\zeta}^{(n)}(\bar{\mathbf{x}}). \quad (5.10)$$

Ограничиваемся третьим приближением по $1/\xi$. Алгоритм нахождения $\mathbf{u}^{(n)}$ и $\mathbf{A}^{(n)}$ известен и описан в (2.22)–(2.28). Из этих формул, в частности, следует: $u_{\zeta}^{(n)} = 0$ для любых n ; $A_{\zeta}^{(1)} = 1$, $A_{\zeta}^{(n)} = 0$ для $n > 1$; $A_{v_z}^{(1)} = A_{v_z}^{(2)} = 0$, $A_{v_x}^{(1)} = A_{v_x}^{(2)} = 0$,

$$\begin{aligned} \frac{1}{\xi} u_{v_z}^{(1)} &= \frac{e}{m_e \bar{v}_{qz}} \left(1 - \frac{\bar{v}_{qz}^2}{c^2} \right)^{3/2} \cdot \sum_{\chi}^{\alpha, \beta, \gamma} \sum_{m=1}^N \left[\frac{E(\bar{\zeta})_{\chi, m}}{i\Omega_{q, \chi, m}} \exp(ip_{q, \chi, m}) + k.c. \right], \\ \frac{1}{\xi} u_{v_x}^{(1)} &= \frac{e}{m_e \bar{\gamma}_q} \sum_{m=1}^N \left[\left(\frac{E(\bar{\zeta})_{1, m}}{i\Omega_{q, 1, m} \bar{v}_{qz}} - \frac{B(\bar{\zeta})_{1, m}}{i\Omega_{q, 1, m} c} \right) \exp(ip_{1, m}) - \frac{B_{2, m}}{i\Omega_{2, m} c} \exp(ip_{2, m}) + k.c. \right] \end{aligned}$$

и так далее. Детали подобных преобразований описаны в [299]. В результате получаем решения как для скорости (5.9), так и для ее постоянной составляющей (5.10).

Решение уравнения непрерывности находим аналогично. Преобразовываем уравнение (4.8) к стандартному виду (2.10). Скорость

считаем известной функцией (5.9), (5.10) от быстрых фаз, постоянной составляющей скорости и медленно меняющихся амплитуд электрических и магнитных полей. Включим в такую систему уравнения для быстрых фаз (5.7). В итоге получим систему в стандартном виде

$$\frac{dn_q}{dz} = -\frac{n_q}{v_{qz}} \frac{\partial v_{qz}}{\partial z}, \quad \frac{dp_{q,\chi^{1,m}}}{dz} = \frac{m\omega_{\chi^{1,1}}}{v_{qz}} - k_{\chi^{1,m}} \equiv \Omega_{q,\chi,m}, \quad \frac{dp_{2,m}}{dz} = mk_2 \equiv \Omega_{2,m}. \quad (5.11)$$

Сравним систему (5.11) с (2.10) и запишем вектор медленных переменных \mathbf{x} , вектор-функции \mathbf{X} , вектор быстрых фаз Ψ и вектор фазовых скоростей Ω в явном виде

$$\mathbf{x} = \{x_n\} = \{n_q\}, \quad \frac{1}{\xi} \mathbf{X} = \frac{1}{\xi} \{X_n\} = \left\{ -\frac{n_q}{v_{qz}} \frac{\partial v_{qz}}{\partial z} \right\},$$

$$\Psi = \{p_{q,1,1}, \dots, p_{q,1,N}, p_{2,1}, \dots, p_{2,N}, p_{q,\alpha,1}, \dots, p_{q,\alpha,N}, p_{q,\beta,1}, \dots, p_{q,\beta,N}, p_{q,\gamma,1}, \dots, p_{q,\gamma,N}\}, \quad (5.12)$$

$$\Omega = \{\Omega_{q,1,1}, \dots, \Omega_{q,1,N}, \Omega_{2,1}, \dots, \Omega_{2,N}, \Omega_{q,\alpha,1}, \dots, \Omega_{q,\alpha,N}, \Omega_{q,\beta,1}, \dots, \Omega_{q,\beta,N}, \Omega_{q,\gamma,1}, \dots, \Omega_{q,\gamma,N}\}.$$

Напомним, что скорость здесь считается известной. Далее используем описанный в подразделе 2.5.3 алгоритм модернизированного метода усредненных характеристик, переходим к усредненным переменным

$$n_q = \bar{n}_q + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\xi^n} u_n^{(n)}(\bar{\mathbf{x}}, \Psi). \quad (5.13)$$

Уравнения для усредненной концентрации имеют вид

$$\frac{d\bar{n}_q}{dz} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\xi^n} A_n^{(n)}(\bar{\mathbf{x}}). \quad (5.14)$$

Используем алгоритм нахождения $\mathbf{u}^{(n)}$ и $\mathbf{A}^{(n)}$, который описан соотношениями (2.22)–(2.28). В результате находим функции $u_n^{(1)}/\xi$, $u_n^{(2)}/\xi^2$, $u_n^{(3)}/\xi^3$, $A_n^{(1)}/\xi$, $A_n^{(2)}/\xi^2$, $A_n^{(3)}/\xi^3$, которые определяют решения для концентрации (5.13), (5.14) с точностью до кубических слагаемых по $1/\xi$. Детали подобных преобразований описаны в [299].

Для получения решений задачи о возбуждении электромагнитных полей выражения для скорости (5.9) и концентрации (5.13) подставляем в уравнения Максвелла (4.9). Учитываем, что выражения для скорости и концентраций парциальных пучков, полученные методом усредненных характеристик, имеют вид рядов по малому параметру $1/\xi$. Разлагаем их также в ряды по гармоникам быстрых фаз. В результате проведенных вычислений получаем для амплитуд напряженности электрического поля электромагнитной волны сигнала $\{\omega_1, k_1\}$, рабочей электронной волны ВПЗ $\{\omega_\alpha, k_\alpha\}$, электронной волны накачки $\{\omega_\gamma, k_\gamma\}$ и холостой волны ВПЗ $\{\omega_\beta, k_\beta\}$ систему дифференциальных уравнений в кубически-нелинейном приближении

$$\begin{aligned}
 C_{2,1,m} \frac{d^2 E_{1,m}}{dz^2} + C_{1,1,m} \frac{dE_{1,m}}{dz} + D_{1,m} E_{1,m} &= C_{3,1,m}^I E_{\alpha,m} B_{2,m} \cdot \delta_{m,1} + F_{1,m}, \\
 C_{2,\alpha,m} \frac{d^2 E_{\alpha,m}}{dz^2} + C_{1,\alpha,m} \frac{dE_{\alpha,m}}{dz} + D_{\alpha,m} E_{\alpha,m} &= \\
 = C_{3,\alpha,m}^I E_{1,m} B_{2,m}^* \cdot \delta_{m,1} + C_{3,\alpha,m}^{II} E_{\beta,m} E_{\gamma,m} \cdot \delta_{m,1} + F_{\alpha,m}, & \quad (5.15) \\
 C_{2,\beta,m} \frac{d^2 E_{\beta,m}}{dz^2} + C_{1,\beta,m} \frac{dE_{\beta,m}}{dz} + D_{\beta,m} E_{\beta,m} &= C_{3,\beta,m}^{II} E_{\alpha,m} E_{\gamma,m}^* \cdot \delta_{m,1} + F_{\beta,m}, \\
 C_{2,\gamma,m} \frac{d^2 E_{\gamma,m}}{dz^2} + C_{1,\gamma,m} \frac{dE_{\gamma,m}}{dz} + D_{\gamma,m} E_{\gamma,m} &= C_{3,\gamma,m}^{II} E_{\alpha,m} E_{\beta,m}^* \cdot \delta_{m,1} + F_{\gamma,m}.
 \end{aligned}$$

В этих уравнениях:

$$D_{1,m} = \left[k_{1,m}^2 - \frac{\omega_{1,m}^2}{c^2} - \sum_{q=1}^2 \frac{\omega_p^2}{\bar{\gamma}_q c^2} \right], \quad D_{\chi,m} = -ik_{\chi,m} \left(1 - \sum_{q=1}^2 \frac{\omega_{p,q}^2}{\Omega_{\chi,q,m}^2 \bar{v}_q^2 \bar{\gamma}_q^3} \right) \quad (5.16)$$

дисперсионные функции соответственно электромагнитной волны сигнала и волны ВПЗ для m -й гармоники; индекс χ принимает значения α, β, γ ;

$$F_{1,m} = \frac{4\pi e}{c} \left\langle \sum_{q=1}^2 \frac{1}{\xi^3} \left(\bar{n}_q u_{v_x,q}^{(3)} + u_{n,q}^{(1)} u_{v_x,q}^{(2)} + u_{n,q}^{(2)} u_{v_x,q}^{(1)} \right) \right\rangle_{p_{1,m}}, \quad F_{\chi,m} = 4\pi e \left\langle \sum_{q=1}^2 \frac{1}{\xi^3} u_{n,q}^{(3)} \right\rangle_{p_{\chi,m}} -$$

функции, учитывающие кубически нелинейные слагаемые, в том числе, и связанные с параметрическими резонансными взаимодействиями в исследуемой системе. Функции $u_{n,q}^{(1)}/\xi$, $u_{n,q}^{(2)}/\xi^2$, $u_{n,q}^{(3)}/\xi^3$ определяют осцилляторные слагаемые концентрации (5.13) парциальных пучков в первом, втором и третьем приближении соответственно; $u_{v_x,q}^{(1)}/\xi$, $u_{v_x,q}^{(2)}/\xi^2$, $u_{v_x,q}^{(3)}/\xi^3$ – осцилляторные компоненты скорости v_x (5.9). $\delta_{m,1}$ – символ Кронекера.

$$\begin{aligned} C_{1,1,m} &= \frac{\partial D_{1,m}}{\partial(-ik_{1,m})}; \quad C_{2,1,m} = \frac{1}{2} \frac{\partial^2 D_{1,m}}{\partial(-ik_{1,m})^2}; \\ C_{3,1,m}^I &= \sum_{q=1}^2 \frac{\omega_{p,q}^2 \omega_{1,m} e}{2\Omega_{\alpha,q,m} m_e \bar{\gamma}_q^4 k_{1,m} k_{2,m} c^3 \bar{v}_q^2} \left(\frac{\bar{v}_q^2 \bar{\gamma}_q^2}{c^2} - \frac{k_{\alpha,m}}{\Omega_{\alpha,q,m}} \right); \\ D_{\chi,m} &= -ik_{\chi,m} \left(1 - \sum_{q=1}^2 \frac{\omega_{p,q}^2}{\Omega_{\chi,q,m}^2 \bar{v}_q^2 \bar{\gamma}_q^3} \right); \quad C_{1,\chi,m} = \frac{\partial D_{\chi,m}}{\partial(-ik_{\chi,m})}; \quad C_{2,\chi,m} = \frac{1}{2} \frac{\partial^2 D_{\chi,m}}{\partial(-ik_{\chi,m})^2}; \\ C_{3,\alpha,m}^I &= \sum_{q=1}^2 \left(\frac{\omega_{p,q}^2 e k_{\alpha,m}}{\bar{v}_q^2 \Omega_{\alpha,q,m}^2 m_e \bar{\gamma}_q^2 c^2 k_{2,m}} \left(\frac{\bar{v}_q}{c} - \frac{k_{\alpha,m} c}{\omega_{\alpha,m}} \right) \right); \quad (5.17) \\ C_{3,\alpha,m}^{II} &= \sum_{q=1,2} \frac{-k_{\alpha,m} \omega_{p,q}^2 e / m_e}{\Omega_{\alpha,q,m} \Omega_{\beta,q,m} \Omega_{\gamma,q,m} \bar{\gamma}_q^6 \bar{v}_q^3} \times \left(\frac{k_{\alpha,m}}{\Omega_{\alpha,q,m}} + \frac{k_{\beta,m}}{\Omega_{\beta,q,m}} + \frac{k_{\gamma,m}}{\Omega_{\gamma,q,m}} - \frac{3\bar{v}_q^2 \bar{\gamma}_q^2}{c^2} \right); \\ C_{3,\beta,m}^{II} &= -k_{\beta,m} C_{3,\alpha,m}^{II} / k_{\alpha,m}; \quad C_{3,\gamma,m}^{II} = -k_{\gamma,m} C_{3,\alpha,m}^{II} / k_{\alpha,m}; \quad \omega_{p,q}^2 = 4\pi \bar{n}_q e^2 / m_e. \end{aligned}$$

Коэффициенты в (5.15) также зависят от постоянных составляющих скоростей \bar{v}_q и концентраций \bar{n}_q парциальных пучков. Поэтому систему уравнений (5.15) дополним уравнениями для постоянных составляющих

$$\frac{d\bar{v}_q}{dz} = V_q(\mathbf{E}_1, \mathbf{E}_\alpha, \mathbf{E}_\beta, \mathbf{E}_\gamma, \bar{v}_q, \bar{n}_q). \quad (5.18)$$

$$\frac{d\bar{n}_q}{dz} = N_q(\mathbf{E}_1, \mathbf{E}_\alpha, \mathbf{E}_\beta, \mathbf{E}_\gamma, \bar{v}_q, \bar{n}_q). \quad (5.19)$$

Функции $V_q = \sum_{q=1}^2 \frac{1}{\xi^3} A_{v_z, q}^{(3)}$, $N_q = \sum_{q=1}^2 \frac{1}{\xi^3} A_{n, q}^{(3)}$ учитывают кубически нелинейные слагаемые, зависят от волновых чисел, частот, амплитуд полей, постоянных составляющих скоростей \bar{v}_q и концентраций \bar{n}_q парциальных пучков.

Полученную систему кубически-нелинейных уравнений (5.15)–(5.19) анализируем численно. Эта система уравнений описывает нелинейные процессы в параметрическом электронно-волновом двухпотоковом ЛСЭ, позволяет определить уровни насыщения и другие параметры исследуемого устройства.

5.3. Режимы работы параметрических электронно-волновых СЛСЭ

Режимы работы параметрических электронно-волновых СЛСЭ определяются типами волн, участвующих в параметрически-резонансных взаимодействиях (5.1)–(5.2). Как известно типы волн определяются решениями дисперсионных уравнений для поперечных $D_{1,m} \equiv D_{1,m}(\omega_{1,m}, k_{1,m}) = 0$ и продольных $D_{\chi,m} \equiv D_{\chi,m}(\omega_{\chi,m}, k_{\chi,m}) = 0$ волн, где $D_{1,m}(\omega_{1,m}, k_{1,m})$, $D_{\chi,m}(\omega_{\chi,m}, k_{\chi,m})$ дисперсионные функции, которые

определяются выражениями (5.16). В подразделе 3.2 выяснено, что в двухскоростном электронном пучке могут распространяться семь типов волн ВПЗ (табл. 3.1, соотношение (3.7)), четыре из которых имеют частоту превышающую критическую (3.8). Также было получено, что эти волны могут формировать шестнадцать типов трехволновых резонансных взаимодействий (табл. 3.2). Лишь четыре из этих резонансных взаимодействий могут усиливать продольную волну α , частота которой намного превышает критическую частоту. Это 13, 14, 15 и 16 типы взаимодействий (табл. 3.2). Напомним, мы проводим исследование СЛСЭ, частота электромагнитного сигнала которого намного превышает критическую частоту и, исходя из резонансного условия (5.1) равна частоте рабочей волны α . Таким образом, именно эти типы взаимодействий и определяют разнообразие режимов работы параметрических электронно-волновых СЛСЭ.

Проведем слабосигнальный анализ таких режимов взаимодействия, используя систему (5.15)–(5.19) в приближении сильной накачки. То есть считаем, что на начальном этапе взаимодействия Н-убитронное поле накачки B_2 и электронно-волновое поле накачки E_γ являются достаточно большими и практически не меняются. Убирая из системы (5.15)–(5.19) кубически нелинейные слагаемые, получаем уравнения для первых гармоник взаимодействующих волн

$$C_{1,1,1} \frac{dE_{1,1}}{dz} = C_{3,1,1}^I E_{\alpha,1} B_{2,1}, \quad C_{1,\beta,1} \frac{dE_{\beta,1}}{dz} = C_{3,\beta,1}^{II} E_{\alpha,1} E_{\gamma,1}^*,$$

$$C_{1,\alpha,1} \frac{dE_{\alpha,1}}{dz} = C_{3,\alpha,1}^I E_{1,1} B_{2,1}^* + C_{3,\alpha,1}^{II} E_{\beta,1} E_{\gamma,1}. \quad (5.20)$$

Ищем решение этой системы уравнений в виде $E_{1,1}, E_{\alpha,1}, E_{\beta,1} \sim \exp(\Gamma z)$. Подстановка таких решений в (5.20) позволяет найти выражение для результирующего инкремента нарастания волн в исследуемом СЛСЭ

$$\Gamma = \sqrt{\Gamma_1^2 - \Gamma_2^2}, \quad (5.21)$$

где

$$\Gamma_1 = \sqrt{\frac{C_{3,\alpha,1}^{II}}{C_{1,\alpha,1}} \cdot \frac{C_{3,\beta,1}^{II}}{C_{1,\beta,1}} \cdot |E_{\gamma,1}|^2} \quad \text{и} \quad \Gamma_2 = \sqrt{-\frac{C_{3,1,1}^I}{C_{1,1,1}} \cdot \frac{C_{3,\alpha,1}^I}{C_{1,\alpha,1}} \cdot |B_{2,1}|^2} \quad (5.22)$$

соответственно инкремент нарастания, который определяется параметрическим резонансом электронных волн (электронно-волновой механизм), и инкремент нарастания, который определяет параметрическое затухание рабочей ВПЗ за счет взаимодействия поперечных полей в СЛСЭ. Проведем анализ результирующего инкремента нарастания Γ (5.21) в зависимости от частоты электромагнитной волны сигнала для каждого из выше указанных типов взаимодействий.

Рассмотрим режим работы электронно-волнового СЛСЭ, в котором продольные волны характеризуются 16-м типом трехволнового взаимодействия (табл. 3.2). На рис. 5.2 представлена зависимость результирующего инкремента нарастания Γ (5.21) от частоты электромагнитной волны сигнала ω_1 (кривая 3). Кривая 1 описывает аналогичную зависимость для инкремента Γ_1 , а кривая 2 – для величины Γ_2 (5.22). Расчеты выполнены при следующих параметрах системы: среднее значение релятивистского фактора $\gamma_0 = 4.5$; разность релятивистских факторов $\Delta\gamma = 0,2$; плазменная частота каждого из электронных пучков $\omega_p = 3,5 \cdot 10^{10} \text{ с}^{-1}$; напряженность поля электронно-волновой накачки $E_{\gamma,1} = 0,4 \text{ МВ/м}$, индукция магнитного поля накачки $B_{2,1} = 0,04 \text{ Тл}$. Отметим, с точки зрения традиционных параметрических ЛСЭ [7–16] такие значения параметров являются достаточно умеренными.

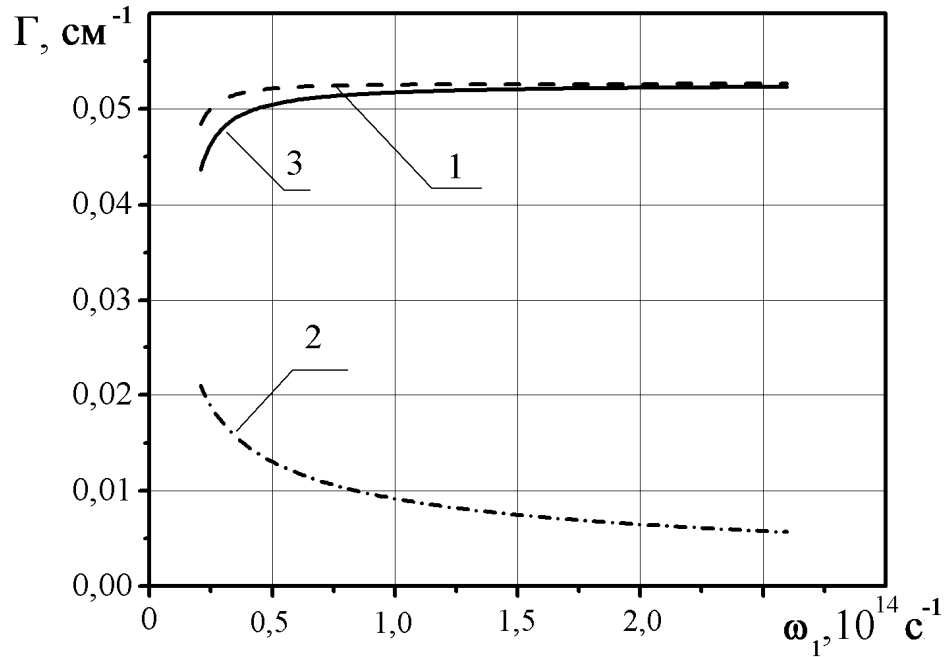


Рис. 5.2. Зависимость результирующего инкремента нарастания Γ (кривая 3), инкремента нарастания продольных волн Γ_1 (кривая 1) и величины Γ_2 (кривая 2) от частоты электромагнитной волны сигнала ω_1 при использовании взаимодействия продольных волн 16-го типа (табл. 3.2)

Из рис. 5.2 следует, что результирующий инкремент нарастания (кривая 3) с увеличением частоты сигнала сначала увеличивается (когда частота сигнала близка к критической частоте $\omega_1 = \omega_\alpha > \omega_{cr}$), а потом стремится к некоторой постоянной величине. Такое поведение, в первую очередь, обусловлено, как следует из рис. 5.2, влиянием инкремента Γ_1 (кривая 1), который обусловлен электронно-волновым взаимодействием. Из рис. 5.2 следует, что с повышением частоты величина Γ_2 (кривая 2), которая определяется параметрическим резонансом рабочей ВПЗ с поперечными полями в СЛСЭ, уменьшается. Это означает, что динамика результирующего инкремента нарастания с повышением частоты определяется именно параметрическим электронно-волновым резонансом. При этом следует обратить внимание на достаточно высокие (для субмиллиметрового

диапазона) значения результирующего инкремента нарастания при достаточно умеренных технологических параметрах исследуемой системы.

Нетрудно найти, исходя из дисперсионных решений (3.7) дисперсионного уравнения (5.16) для продольных волн ВПЗ и условий параметрического резонанса (5.2), частоту электронно-волновой накачки для исследуемого случая. Она равняется, как следует из (3.22), $\omega_{\gamma,1} = 3\omega_p(1 - \delta^2)/(2\delta\gamma_0^{3/2})$. Подставляя в эту формулу параметры исследуемой системы, находим $\omega_{\gamma} = 4,8 \cdot 10^{12} \text{ с}^{-1}$, что соответствует длине волны ВПЗ $\sim 0,4$ мм. Заметим, что для различных частот электромагнитной волны, а значит и рабочей волны $\omega_{1,1} = \omega_{\alpha,1}$ частота волны накачки остается постоянной. Частота продольной волны β находится как $\omega_{\beta,1} = \omega_{1,1} - \omega_{\gamma,1}$.

Рассмотрим режим работы электронно-волнового СЛСЭ, в котором продольные волны характеризуются 15-м типом трехволнового взаимодействия (табл. 3.2). На рис. 5.3 представлены аналогичные, как и на рис. 5.2, зависимости результирующего инкремента нарастания Γ (кривая 3), Γ_1 (кривая 1) и $|\Gamma_2|$ (кривая 2) от частоты электромагнитного сигнала ω_1 . Расчеты проведены при таких же параметрах, как и в случае рис. 5.2. Отличие состоит лишь в том, что здесь в параметрическом резонансе продольных волн принимают участие другие типы волн (табл. 3.2).

Сравнивая зависимости на рис. 5.3 и 5.2 следует отметить, что они подобны. Однако здесь имеется принципиальное отличие. Знак величины Γ_2^2 меняется на противоположный. В итоге результирующий инкремент Γ находится не как разность вкладов от Γ_1^2 и Γ_2^2 , а как их сумма. Это связано с тем, рабочая волна α в этом трехволновом параметрическом резонансе является медленной (в предыдущем случае была быстрой), а значит, обладает отрицательной энергией. Поэтому параметрический резонанс поперечных волн (5.1) приводит к нарастанию волн (в рассмотренном ранее варианте приводил к затуханию волны α), что математически отразилось в изменении

знака у величины Γ_2^2 . В итоге результирующий инкремент нарастания для рассматриваемого случая оказывается большим, чем в представленном на рис. 5.2. Причем такое увеличение связано не только с суммированием вкладов от параметрических резонансов поперечных и продольных волн, но и увеличением инкремента Γ_1 по сравнению со случаем, изображенном на рис. 5.2. Несмотря на то, что результирующий инкремент нарастания определяется суммой вкладов от Γ_1^2 и Γ_2^2 , он как и в предыдущем варианте (рис. 5.2) определяется динамикой Γ_1 , так как Γ_1^2 гораздо больше Γ_2^2 .

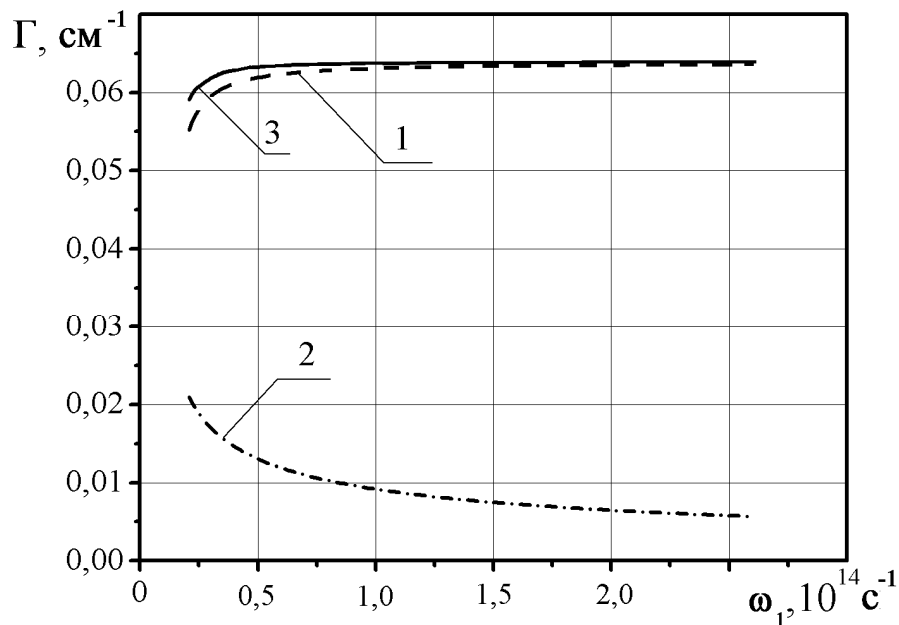


Рис. 5.3. Зависимость результирующего инкремента нарастания Γ (кривая 3), инкремента нарастания продольных волн Γ_1 (кривая 1) и величины $|\Gamma_2|$ (кривая 2) от частоты электромагнитной волны сигнала ω_1 при использовании взаимодействия продольных волн 15-го типа (табл. 3.2)

Частота накачки в рассматриваемом варианте параметрических взаимодействий находится также как и в предыдущем случае и имеет такое же значение. Для различных частот электромагнитной волны, а значит и рабочей волны $\omega_{1,1} = \omega_{\alpha,1}$ частота волны накачки остается постоянной.

Отличие состоит лишь в том, что здесь тип волны накачки – быстрая волна 2-го пучка, когда ранее – медленная волна 1-го пучка.

Рассмотрим режим работы электронно-волнового СЛСЭ, в котором продольные волны характеризуются 14-м типом трехволнового взаимодействия (табл. 3.2). На рис. 5.4 представлены аналогичные, как и на рис. 5.2, зависимости инкрементов нарастания Γ (кривая 3), Γ_1 (кривая 1), и Γ_2 (кривая 2) от частоты ω_1 . Расчеты проведены при таких же параметрах, как и в предыдущих случаях. Отличие состоит лишь в том, что здесь участие в параметрическом резонансе продольных волн берут другие типы волн (табл. 3.2).

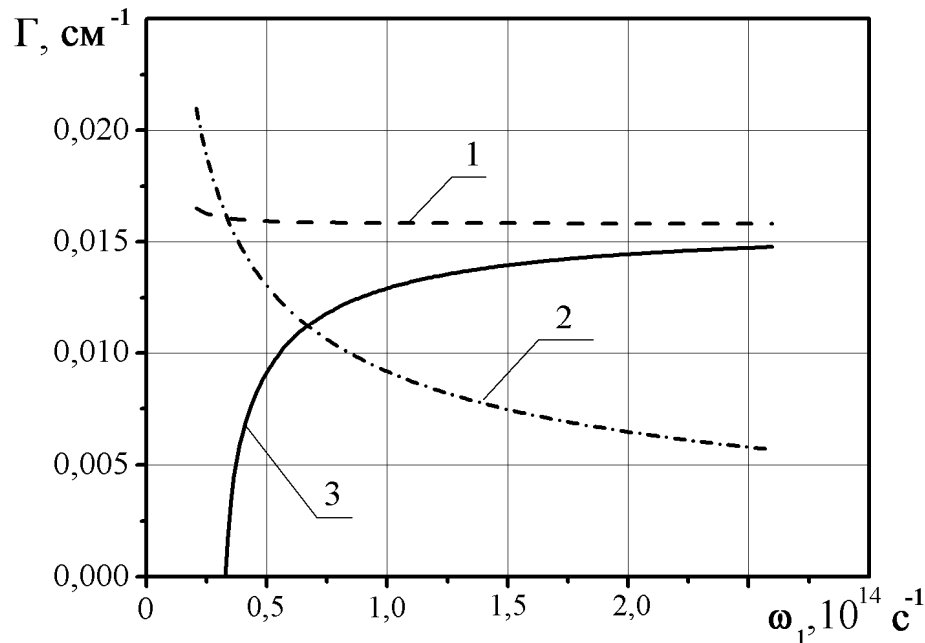


Рис. 5.4. Зависимость результирующего инкремента нарастания Γ (кривая 3), инкремента нарастания продольных волн Γ_1 (кривая 1) и величины Γ_2 (кривая 2) от частоты электромагнитной волны сигнала ω_1 при использовании взаимодействия продольных волн 14-го типа (табл. 3.2)

Сравним зависимости, которые изображены на рис. 5.4 и рис. 5.2–5.3. Видим, что в исследуемом случае характер поведения инкремента нарастания Γ_1 , который определяется параметрическим резонансом

электронных волн, оказывается другим. Также следует отметить, что результирующий инкремент нарастания здесь в 3 раза меньше, чем в случае рис. 5.2 и 5.3. Это связано с тем, что здесь трехволновой параметрический резонанс продольных волн классифицируется как распад с повышением частоты, тогда как в предыдущем случае имела место взрывная неустойчивость (табл. 3.3).

Нетрудно найти, исходя из дисперсионных решений (3.7) дисперсионного уравнения (5.16) для продольных волн ВПЗ и условий параметрического резонанса (5.2), частоту электронно-волновой накачки для исследуемого случая. Она равняется, как следует из (3.18), $\omega_{\gamma,1} \approx \omega_p / (\delta\gamma_0^{3/2}) (2 - \sqrt{2})$. Подставляя в эту формулу параметры исследуемой системы, находим $\omega_{\gamma} = 1,3 \cdot 10^{12} \text{ с}^{-1}$, что соответствует длине волны ВПЗ $\sim 1,4$ мм. Заметим, что для различных частот электромагнитной волны, а значит и рабочей волны $\omega_{1,1} = \omega_{\alpha,1}$ частота волны накачки остается постоянной. Частота продольной волны β находится как $\omega_{\beta,1} = \omega_{1,1} - \omega_{\gamma,1}$.

Рассмотрим режим работы электронно-волнового СЛСЭ, в котором продольные волны характеризуются 13-м типом трехволнового взаимодействия (табл. 3.2). Параметрически-резонансное взаимодействие продольных волн в этом случае, как и для варианта рассмотренном на рис. 5.4, классифицируется как распад с повышением частоты (табл. 3.3). Поэтому зависимости инкрементов нарастания имеют вид аналогичный как для рис. 5.4. Однако в рассматриваемом случае волна α – медленная волна 1-го пучка, характеризуется отрицательной энергией. Поэтому параметрическое резонансное взаимодействие поперечных волн приводит к нарастанию рабочей волны α (в варианте, который изображен на рис. 5.4, такое взаимодействие приводит к затуханию волны α). Поэтому результирующий инкремент Γ находится не как разность вкладов от Γ_1^2 и Γ_2^2 , а как их сумма. Тем не менее, порядок инкрементов в этом случае

оказывается приблизительно в три раза меньшим, чем в приведенных на рис. 5.3 и 5.2 вариантах расчетов. Волна накачки оказывается такой же, как и в предыдущем случае. Для различных частот электромагнитной волны, а значит и рабочей волны частота волны накачки остается постоянной. Отличие состоит лишь в том, что здесь тип волны накачки – медленная докритическая волна, когда ранее – быстрая докритическая волна.

Сравнивая четыре рассмотренных выше случая, видим, что наибольшие инкременты нарастания имеют место, когда используются 16-й и 15-й типы трехволнового взаимодействия (рис. 5.2 и 5.3). В обоих вариантах взаимодействия реализуется взрывная неустойчивость (табл. 3.3). Поэтому эти варианты взаимодействия наиболее предпочтительно использовать в электронно-волновом СЛСЭ. Среди этих вариантов следует выделить тот, который использует в качестве рабочей медленную волну (16-й тип трехволнового взаимодействия, табл. 3.2). С одной стороны, как показывает сравнение рис. 5.2 и 5.3, инкременты нарастания в этом случае оказываются практически одинаковыми. С другой стороны, так как рабочей волной является медленная волна, то следует ожидать работу такого СЛСЭ с низким уровнем шума [184–192]. Поэтому для дальнейшего анализа выбираем именно вариант на основе параметрического резонансного взаимодействия продольных волн 16-го типа. Также заметим, что при достаточно умеренных требованиях к параметрам электронного пучка электронно-волновые СЛСЭ имеют достаточно высокие инкременты нарастания ($\sim 0,05 \text{ см}^{-1}$) в инфракрасном диапазоне длин электромагнитных волн ($\sim 6 \text{ мкм}$).

Проанализируем инкременты нарастания волн электронно-волнового СЛСЭ при параметрическом резонансном взаимодействии продольных волн 16-го типа в зависимости от его параметров.

На рис. 5.5 представлена зависимость результирующего инкремента нарастания Γ (крива 3), инкремента нарастания продольных волн Γ_1 (кривая 1) и величины Γ_2 (кривая 2) от разницы релятивистских факторов

парциальных релятивистских парциальных электронных пучков $\Delta\gamma$. Расчеты проводились при таких же параметрах системы, как и в случае рис. 5.2–5.4. Частота электромагнитной волны сигнала выбиралась равной $\omega_1 = 1 \cdot 10^{14} \text{ с}^{-1}$.

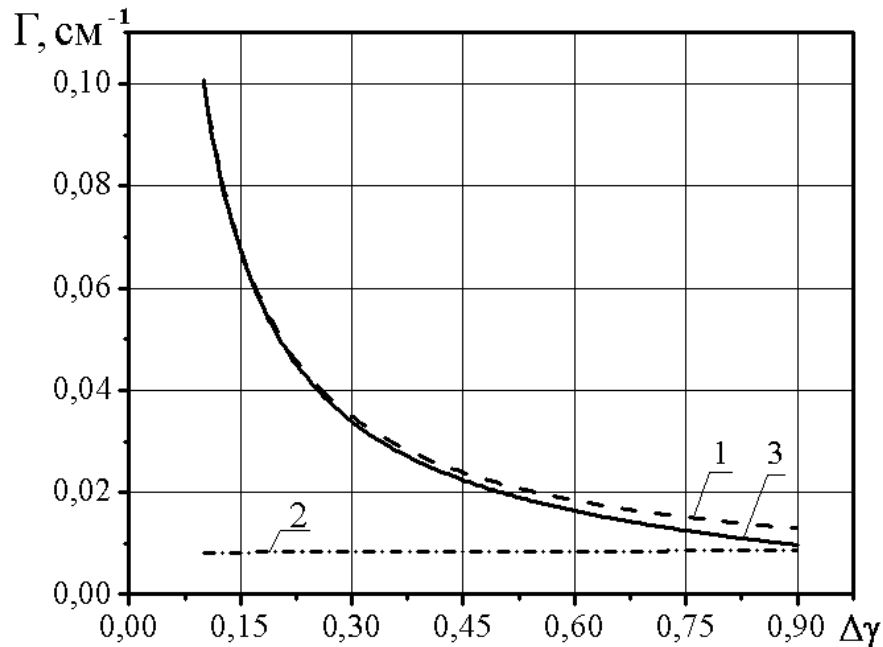


Рис. 5.5. Зависимость результирующего инкремента нарастания Γ (кривая 3), инкремента нарастания продольных волн Γ_1 (кривая 1) и величины Γ_2 (кривая 2) от разницы релятивистских факторов парциальных релятивистских электронных пучков $\Delta\gamma$ при использовании взаимодействия продольных волн 16-го типа (табл. 3.2)

Как следует из рис. 5.5, при уменьшении величины $\Delta\gamma$ имеет место увеличение результирующего инкремента нарастания. При этом следует принять во внимание, что минимальное значение $\Delta\gamma$ ограничено тепловым разбросом электронов по энергиям и условием, что фиксированная частота $\omega_1 = \omega_\alpha$ должна быть больше критической частоте (3.8)

$$\omega_{cr} = \frac{\sqrt{2}\omega_p}{\delta\gamma_0^{3/2}} \approx \frac{2\sqrt{2}\omega_p(\gamma_0^2 - 1)}{\Delta\gamma \cdot \gamma_0^{1/2}},$$

которая зависит обратно пропорционально от разницы релятивистских факторов.

На рис. 5.6 представлена зависимость результирующего инкремента нарастания Γ (кривая 3), инкремента нарастания продольных волн Γ_1 (кривая 1) и величины Γ_2 (кривая 2) от среднего значения релятивистского фактора двухскоростного электронного пучка γ_0 . Видим, что с увеличением релятивистского фактора результирующий инкремент нарастания остается практически постоянной величиной. Это означает, что исследуемый в работе эффект усиления электромагнитного сигнала имеет место в довольно широких интервалах релятивистского фактора γ_0 .

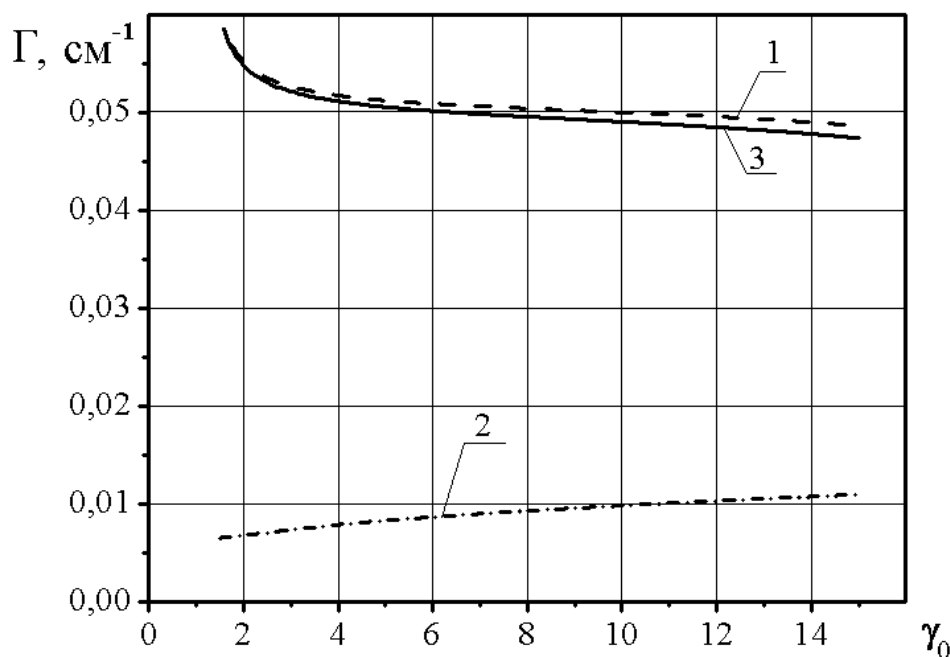


Рис. 5.6. Зависимость результирующего инкремента нарастания Γ (кривая 3), инкремента нарастания продольных волн Γ_1 (кривая 1) и величины Γ_2 (кривая 2) от среднего значения релятивистского фактора двухскоростного электронного пучка γ_0 при использовании взаимодействия продольных волн 16-го типа (табл. 3.2)

5.4. Нелинейная динамика параметрических резонансных взаимодействий

Проведем анализ нелинейной динамики волновых процессов в параметрических электронно-волновых СЛСЭ, которые описываются системой нелинейных уравнений (5.15)–(5.19), с использованием стандартных численных методов. Используем в качестве дополнительного механизма усиления супергетеродинного ЛСЭ трехволновое взаимодействие продольных волн ВПЗ 16-го типа (табл. 3.2). Рассматриваем СЛСЭ, параметры которого представлены в табл. 5.1.

Таблица 5.1

Параметры электронно-волнового СЛСЭ

Параметр	Значение
Длина волны сигнала	80 мкм
Период ондуляции $\lambda_{2,1}$	5 мм
Индукция магнитного поля накачки $B_{2,1}$	200 Гс
Парциальная ленгмюровская частота пучка ω_p	$3 \cdot 10^{10} \text{ с}^{-1}$
Среднее значение релятивистского фактора γ_0	6
Разность релятивистских факторов электронных пучков $\Delta\gamma$	0,7

Свойства исследуемого СЛСЭ подбираем таким образом, чтобы, с одной стороны, длина усиливаемой электромагнитной волны сигнала принадлежала субмиллиметровому диапазону длин волн (определяется средним значением релятивистского фактора γ_0 и периодом ондуляции $\lambda_{2,1}$), а, с другой стороны, частота электронной волны накачки ω_γ была достаточно невысокой (определяется (3.22)) Как следует из формулы (3.22), частота электронно-волновой накачки существенно зависит от среднего значения

релятивистского фактора пучка γ_0 и разности релятивистских факторов парциальных электронных пучков $\Delta\gamma$ (определяет относительную разность скоростей δ). То есть при повышении $\Delta\gamma$ происходит уменьшение частоты накачки ω_γ .

На рис. 5.7 показана зависимость нормированной амплитуды 1-й гармоники электромагнитной волны сигнала $E_{1,1}$ от нормированной длины $T = z/L$ ($L = 300$ см) в электронно-волновом ЛСЭ (кривая 1) в сравнении с аналогичной зависимостью для эквивалентного традиционного параметрического ЛСЭ (кривая 2). В эквивалентном параметрическом ЛСЭ используется однопотоковый электронный пучок с такой же силой тока, как и в случае двухпотокового пучка, который используется в электронно-волновом ЛСЭ. Параметры магнитного поля накачки, электромагнитной волны сигнала и для электронно-волнового ЛСЭ, и для эквивалентного параметрического ЛСЭ выбираем одинаковыми.

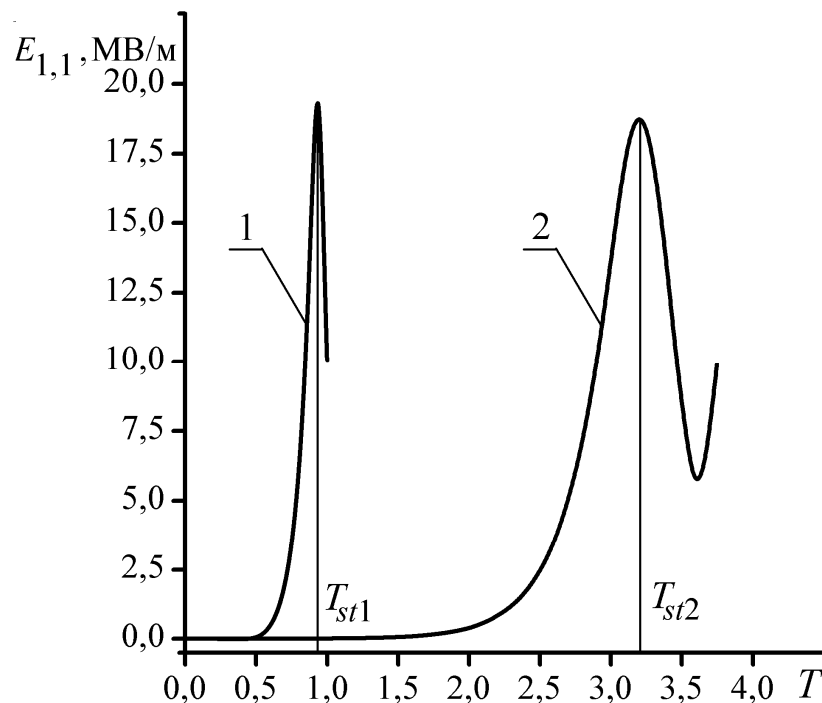


Рис. 5.7. Зависимость амплитуды первой гармоники электромагнитной волны сигнала электронно-волнового ЛСЭ (кривая 1) и эквивалентного Н-убитронного ЛСЭ (кривая 2) от нормированной длины системы

Как видим, уровни насыщения электромагнитной волны сигнала и в электронно-волновом ЛСЭ, и в эквивалентном параметрическом ЛСЭ являются приблизительно одинаковыми. Однако длина насыщения электронно-волнового ЛСЭ T_{s1} является гораздо меньшей, чем в случае эквивалентного параметрического ЛСЭ T_{s2} (см. рис. 5.7). Из этого также следует, что исследуемые электронно-волновые ЛСЭ обладают более высокими инкрементами нарастания по сравнению с эквивалентными электронно-волновыми ЛСЭ.

На рис. 5.8 показана динамика продольных волн ВПЗ, между которыми осуществляется параметрически-резонансное взаимодействие (второй резонанс). Здесь представлены зависимости первых гармоник рабочей волны

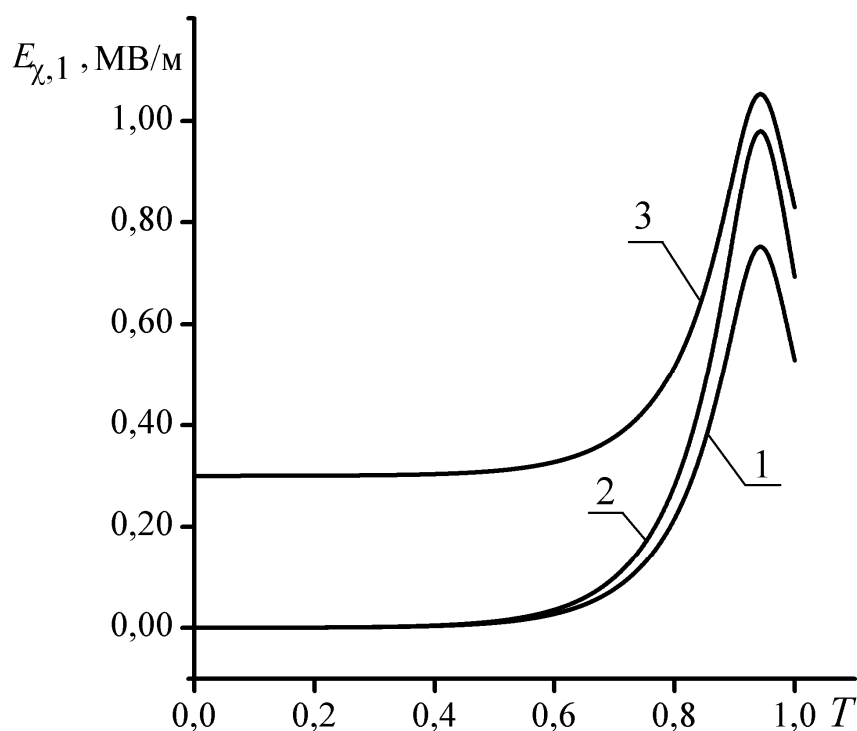


Рис. 5.8. Зависимость амплитуд первых гармоник рабочей волны ВПЗ $E_{\alpha,1}$ (кривая 1), холостой волны ВПЗ $E_{\beta,1}$ (кривая 2) и электронной волны накачки $E_{\gamma,1}$ (кривая 3) от нормированной длины системы T электронно-волнового супергетеродинного ЛСЭ

ВПЗ $E_{\alpha,1}$ (кривая 1), холостой волны ВПЗ $E_{\beta,1}$ (кривая 2) и электронной волны накачки $E_{\gamma,1}$ (кривая 3) от нормированной длины системы T . Видим, благодаря тому, что в параметрическом резонансе продольных волн принимают участие волны ВПЗ с разным знаком энергии, амплитуды всех взаимодействующих волн ВПЗ, включая волну электронной накачки, нарастают. Поэтому, используя достаточно мощную низкочастотную электронно-волновую накачку $\{\omega_{\gamma}, k_{\gamma}\}$ (кривая 3) удастся создать мощную рабочую волну ВПЗ $\{\omega_{\alpha}, k_{\alpha}\}$ (кривая 1), через которую передается энергия двухскоростного электронного пучка высокочастотной электромагнитной волне сигнала $\{\omega_1, k_1\}$. При этом уровень амплитуды рабочей волны ВПЗ $\{\omega_{\alpha}, k_{\alpha}\}$ оказывается меньше уровня амплитуд холостой волны и волны накачки. Это связано с тем, что динамика рабочей волны ВПЗ $\{\omega_{\alpha}, k_{\alpha}\}$ определяется двумя конкурирующими механизмами: резонанс продольных волн ВПЗ приводит к ее нарастанию, резонанс поперечных волн – к затуханию.

Как показывает анализ, выполненный с помощью системы уравнений (5.15), постоянные составляющие парциальных скоростей релятивистского электронного пучка из-за взаимодействия волн в электронно-волновом СЛСЭ уменьшаются. С одной стороны, благодаря этому имеет место рост амплитуд всех взаимодействующих волн, то есть идет перекачка энергии релятивистского электронного пучка в энергию электромагнитной волны сигнала. С другой стороны, уменьшение постоянных составляющих скоростей парциальных пучков приводит к нарушению условий параметрического резонанса (5.1), (5.2). Дело в том, что волновые числа, которые входят в условия параметрического резонанса (5.1), (5.2) находятся как решения соответствующих дисперсионных уравнений, которые зависят от частот волн и скоростей парциальных пучков. В случае изменения скоростей пучков, естественно, меняются и соответствующие волновые

числа, то есть резонансные условия (5.1), (5.2) нарушаются. Такой тип насыщения называют нелинейным сдвигом частоты [13, 15, 88, 195]. Причем чувствительность к нелинейному сдвигу частоты оказывается более высокой для волн ВПЗ, которые участвуют во втором параметрическом резонансе (волны α , β , γ).

Следует отметить, что уравнения (5.15)–(5.19) описывают поведение также и высших гармоник взаимодействующих волн. Численный анализ динамики высших гармоник показывает, что их амплитуды в 100 и более раз меньше основной гармоники. То есть высшие гармоники слабо влияют на динамику основных гармоник, и это является особенностью исследуемой системы. Таким образом, в изучаемом электронно-волновом ЛСЭ формируются волны, имеющие достаточно высокий уровень монохроматичности.

5.5. Выводы к разделу 5

1. Впервые построена кубически-нелинейная теория параметрических резонансных взаимодействий в электронно-волновых СЛСЭ с Н-убитронной накачкой, в которых в качестве дополнительного механизма усиления используется трехволновые резонансные взаимодействия продольных волн ВПЗ, с частотами, превышающими критическую частоту двухпоточковой неустойчивости.

2. Выяснено, что в качестве таких дополнительных механизмов могут использоваться четыре различных типа трехволновых параметрических резонансов продольных волн, а значит, исследуемые СЛСЭ могут работать в четырех различных режимах. Проведен анализ инкрементов нарастания волн для различных режимов работы. Получено, что наиболее высокими инкрементами нарастания характеризуются два из них, для которых на слабосигнальном этапе развития процессов имеет место взрывная неустойчивость.

3. Проведен анализ уровней и механизмов насыщения. Выяснено, что насыщение в электронно-волновых СЛСЭ связано с нелинейным сдвигом частоты. Получено, что электронно-волновые СЛСЭ благодаря использованию дополнительного механизма усиления имеют существенно меньшие длины насыщения по сравнению с эквивалентными параметрическими ЛСЭ при практически одинаковых уровнях насыщения.

4. Проанализирована динамика высших гармоник в электронно-волновых ДСЛСЭ и выяснено, что в выходном сигнале вторая и высшие гармоники гораздо меньше основной. Показана перспективность использования данных систем как высокоэффективных усилителей мощности субмиллиметрового-инфракрасного диапазонов волн с высоким уровнем монохроматичности.

РАЗДЕЛ 6

МУЛЬТИГАРМОНИЧЕСКИЕ ПРОЦЕССЫ В ПЛАЗМЕННО-ПУЧКОВЫХ СЛСЭ ДОПЛЕРТРОННОГО ТИПА

В этом разделе проведено исследование мультигармонических процессов в плазменно-пучковых СЛСЭ доплертронного типа. Основным преимуществом таких СЛСЭ является то, что они имеют существенно большие по сравнению с двухпотоковыми СЛСЭ инкременты нарастания. Недостаток – длина волны таких устройств не выходит за пределы диапазона мм-субмм длин волн. Основные научные результаты раздела опубликованы в работах [41, 42, 67–68].

6.1. Модель плазменно-пучкового СЛСЭ доплертронного типа

Схема плазменно-пучкового супергетеродинного лазера на свободных электронах с доплертронной накачкой (ППСЛСЭ) представлена на рис. 6.1. Электронный релятивистский пучок 1 с ленгмюровской частотой ω_b проходит через плазму, характеризующейся ленгмюровской частотой ω_p . Плазменно-пучковая система размещена в продольном фокусирующем магнитном поле с индукцией B_0 . Накачку выбираем в виде замедленной электромагнитной волны [86–88, 150] с частотой и волновым числом первой гармоники соответственно $\omega_{2,1}$ и $k_{2,1}$, которая распространяется навстречу электронному пучку 1. На вход системы также подаем электромагнитный сигнал с частотой $\omega_{1,1}$ и волновым числом $k_{1,1}$. В результате параметрического резонанса между волной сигнала $\{\omega_1, k_1\}$ и накачки $\{\omega_2, k_2\}$ в плазменно-пучковой системе возбуждается волна пространственного заряда с частотой $\omega_{3,1}$ и волновым числом $k_{3,1}$. Частоты и волновые числа этих волн в исследуемой системе связаны между собой условием параметрического резонанса

$$\omega_{3,1} = \omega_{1,1} - \omega_{2,1}, \quad k_{3,1} = k_{1,1} + k_{2,1}. \quad (6.1)$$

При этом параметры системы выбираем таким образом, что бы волна ВПЗ $\{\omega_3, k_3\}$ имела максимальный инкремент нарастания вследствие плазменно-пучковой неустойчивости.

Особенностью исследуемого ППСЛСЭ является то, что здесь реализуется эффект супергетеродинного усиления [13–17]. Сущность его состоит в использовании дополнительного механизма усиления одной из трех волн, которые принимают участие в параметрическом резонансе. В данном случае в качестве дополнительного механизма усиления выступает эффект усиления волны пространственного заряда за счет плазменно-пучковой неустойчивости. Роль самого трехволнового параметрического резонанса в исследуемом приборе сводится лишь к переносу дополнительного усиления с ВПЗ на электромагнитную волну сигнала $\{\omega_1, k_1\}$.

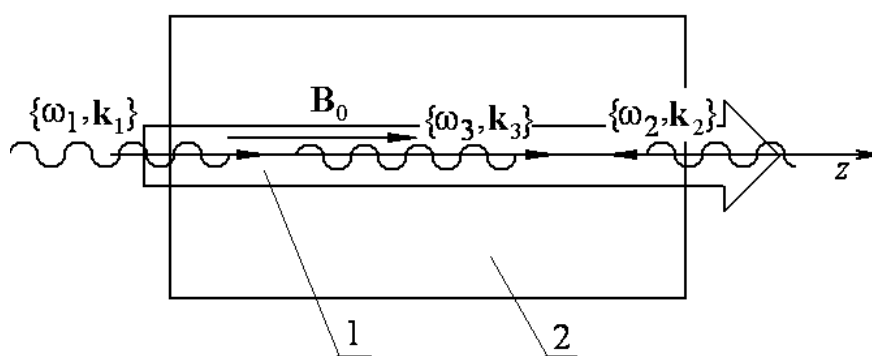


Рис. 6.1. Схема плазменно-пучкового СЛСЭ доплертронного типа

Еще одной особенностью исследуемой системы является то, что в качестве волны накачки здесь используется замедленная электромагнитная волна, закон дисперсии которой имеет вид ([86–88, 150])

$$k_{2,1} \approx \frac{\omega_{2,1}}{c} \cdot N_2, \quad (6.2)$$

где $N_2 = \omega_p / \sqrt{\omega_{2,1}\omega_H}$ – коэффициент замедления;

$\omega_H = eB_0 / (m_e c)$ – циклотронная частота вращения электронов плазмы.

Параметры системы выбираем, таким образом чтобы $N_2 \gg 1$. Благодаря этому в данном приборе появляется возможность усиливать электромагнитный сигнал, частота которого намного больше частоты накачки [18]

$$\omega_1 = \omega_2(1 + N_2 \cdot \beta) / (1 - \beta), \quad (6.3)$$

где $\beta = v_{bz} / c$ – отношение скорости электронного пучка к скорости света.

Понятно, что, используя релятивистские пучки ($1 - \beta \ll 1$), мы также можем дополнительно увеличить частоту усиливаемой электромагнитной волны.

6.2. Система кубически-нелинейных укороченных уравнений для комплексных амплитуд волн

Считаем считать, что волна электромагнитного сигнала (обозначаем индексом 1), электромагнитная волна накачки (обозначаем индексом 2) и продольная электронная волна (обозначаем индексом 3) имеют мультигармоническую природу. Тогда электрические \mathbf{E} и магнитные \mathbf{B} компоненты полей в исследуемой системе будут иметь вид

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_1 &= \sum_{m=1}^N \left[(E_{1x,m} \mathbf{e}_x + E_{1y,m} \mathbf{e}_y) e^{ip_{1,m}} + k.c. \right], & \mathbf{B}_1 &= \sum_{m=1}^N \left[(B_{1x,m} \mathbf{e}_x + B_{1y,m} \mathbf{e}_y) e^{ip_{1,m}} + k.c. \right], \\ \mathbf{E}_2 &= \sum_{m=1}^N \left[(E_{2x,m} \mathbf{e}_x + E_{2y,m} \mathbf{e}_y) e^{ip_{2,m}} + k.c. \right], & \mathbf{B}_2 &= \sum_{m=1}^N \left[(B_{2x,m} \mathbf{e}_x + B_{2y,m} \mathbf{e}_y) e^{ip_{2,m}} + k.c. \right], \end{aligned} \quad (6.4)$$

$$\mathbf{E}_3 = \sum_{m=1}^N [E_{3z,m} e^{ip_{3,m}} + k.c.] \mathbf{e}_z.$$

Здесь $p_{\chi,m} = m\omega_{\chi,1}t - k_{\chi,m}z$ ($\chi = 1, 2, 3$) – фаза m -й гармоники; N – количество гармоник, которое принимается во внимание при решении задачи. Таким образом, электрические и магнитные поля в рабочем объеме исследуемого ППСЛСЭ имеют вид

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_2 + \mathbf{E}_3, \quad \mathbf{B} = \mathbf{B}_1 + \mathbf{B}_2 + \mathbf{B}_0. \quad (6.5)$$

Следует заметить, что закон дисперсии для электронной волны ВПЗ $\{\omega_3, k_3\}$, которая нарастает благодаря плазменно-пучковой неустойчивости, является линейным. Поэтому в этой системе также может реализовываться параметрический резонанс между гармониками волны ВПЗ. Кроме того, электромагнитная волна накачки, которая вводится извне, может также иметь мультигармоническую природу. Именно поэтому поля, в общем случае, выбираем в мультигармоническом виде (6.4).

В качестве исходных уравнений для численного анализа используем релятивистское квазигидродинамическое уравнение (2.6), уравнение непрерывности (2.7) и уравнения Максвелла (2.8). Также считаем выполненными условия пренебрежения столкновениями и разбросом электронов по скоростям (2.9). Обоснование таких допущений изложено в подразделе 2.4.2. Учитывая, что в рассматриваемой модели все величины зависят только от продольной координаты z и времени t , соотношения (2.6)–(2.9) можно записать в виде

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + v_{qz} \frac{\partial}{\partial z} \right) v_{qx} = \frac{e}{m_e \gamma_q} \left(E_x + \frac{1}{c} (v_{qy} B_z - v_{qz} B_y) - \frac{v_{qx}}{c^2} (v_q \mathbf{E}) \right), \quad (6.6)$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + v_{qz} \frac{\partial}{\partial z}\right) v_{qy} = \frac{e}{m_e \gamma_q} \left(E_y - \frac{1}{c} (v_{qx} B_z - v_{qz} B_x) - \frac{v_{qy}}{c^2} (\mathbf{v}_q \mathbf{E}) \right), \quad (6.7)$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + v_{qz} \frac{\partial}{\partial z}\right) v_{qz} = \frac{e}{m_e \gamma_q} \left(E_z + \frac{1}{c} (v_{qx} B_y - v_{qy} B_x) - \frac{v_{zq}}{c^2} (\mathbf{v}_q \mathbf{E}) \right). \quad (6.8)$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + v_{qz} \frac{\partial}{\partial z}\right) n_q = -n_q \frac{\partial v_{qz}}{\partial z}, \quad (6.9)$$

$$\frac{\partial E_x}{\partial z} = -\frac{1}{c} \frac{\partial B_y}{\partial t}, \quad -\frac{\partial E_y}{\partial z} = -\frac{1}{c} \frac{\partial B_x}{\partial t}, \quad -\frac{\partial B_y}{\partial z} = \frac{1}{c} \frac{\partial E_x}{\partial t} + \frac{4\pi}{c} \sum_{q=1}^2 (en_q v_{qx}), \quad (6.10)$$

$$\frac{\partial B_x}{\partial z} = \frac{1}{c} \frac{\partial E_y}{\partial t} + \frac{4\pi}{c} \sum_{q=1}^2 (en_q v_{qy}), \quad 0 = \frac{1}{c} \frac{\partial E_z}{\partial t} + \frac{4\pi}{c} \sum_{q=1}^2 (en_q v_{qz}). \quad (6.11)$$

В этих уравнениях v_{qx} , v_{qy} , v_{qz} – проекции вектора скорости q -го парциального электронного пучка \mathbf{v}_q на оси X , Y и Z соответственно,

$\gamma_q = (1 - (v_{qz}^2 + v_{qy}^2 + v_{qx}^2)/c^2)^{-1/2}$ – релятивистский фактор q -го пучка.

Остальные величины определены в комментариях к формулам (2.6)–(2.8).

Решение системы уравнений (6.6)–(6.11) разбиваем на три формально независимых этапа: 1) нахождение задачи движения (6.6)–(6.8) электронов плазмы и релятивистского электронного пучка в заданных электромагнитных полях; 2) решение уравнения непрерывности (6.9), полагая, что скорости электронного пучка уже известны; 3) решение задачи о возбуждении электромагнитных полей (6.10)–(6.11), полагая скорости и концентрации уже известными функциями.

Задачи движения и уравнения непрерывности решаем с помощью модернизированного метода усредненных характеристик, задачу о возбуждении электромагнитного поля – с помощью метода медленно меняющихся амплитуд. При этом учитываем особенности параметрически-резонансных взаимодействий (6.1).

Для решения задачи движения преобразуем уравнения (6.6)–(6.8) к стандартному виду (2.10). Включим в такую систему уравнения для быстрых

фаз $p_{\chi,m}$. Будем считать, что амплитуды волн $E_{\chi,m}$ медленно меняются со временем t . Для описания такой зависимости введем медленное время $\tau = t/\xi$. В итоге получаем систему в стандартном виде

$$\frac{d\mathbf{v}_{qx}}{dt} = \frac{e}{m_e \gamma_q} \left(E_x + \frac{1}{c} (\mathbf{v}_{qy} B_z - \mathbf{v}_{qz} B_y) - \frac{\mathbf{v}_{qx}}{c^2} (\mathbf{v}_{qx} E_x + \mathbf{v}_{qy} E_y + \mathbf{v}_{qz} E_z) \right), \quad (6.12)$$

$$\frac{d\mathbf{v}_{qy}}{dt} = \frac{e}{m_e \gamma_q} \left(E_y - \frac{1}{c} (\mathbf{v}_{qx} B_z - \mathbf{v}_{qz} B_x) - \frac{\mathbf{v}_{qy}}{c^2} (\mathbf{v}_{qx} E_x + \mathbf{v}_{qy} E_y + \mathbf{v}_{qz} E_z) \right), \quad (6.13)$$

$$\frac{d\mathbf{v}_{qz}}{dt} = \frac{e}{m_e \gamma_q} \left(E_z + \frac{1}{c} (\mathbf{v}_{qx} B_y - \mathbf{v}_{qy} B_x) - \frac{\mathbf{v}_{qz}}{c^2} (\mathbf{v}_{qx} E_x + \mathbf{v}_{qy} E_y + \mathbf{v}_{qz} E_z) \right). \quad (6.14)$$

$$\frac{d\tau}{dt} = \frac{1}{\xi}, \quad \frac{dp_{q,\chi,m}}{dt} = m\omega_{\chi,1} - k_{\chi,m} \mathbf{v}_{qz} \equiv \Omega_{q,\chi,m}. \quad (6.15)$$

В этих уравнениях, исходя из (6.4)–(6.5), $E_x = E_{1x} + E_{2x}$, $E_y = E_{1y} + E_{2y}$, $E_z = E_{3z}$, $B_x = B_{1x} + B_{2x}$, $B_y = B_{1y} + B_{2y}$, $B_z = B_0$, амплитуды полей $E_{\chi,m} = E_{\chi,m}(\tau)$ и $B_{\chi,m} = B_{\chi,m}(\tau)$ являются медленно меняющимися функциями от времени t , индекс χ принимает значения 1, 2, 3.

Сравним систему (6.12)–(6.15) с (2.10) и запишем вектор медленных переменных \mathbf{x} , вектор-функции \mathbf{X} , вектор быстрых фаз Ψ и вектор фазовых скоростей Ω в явном виде

$$\mathbf{x} = \{x_{v_z}, x_{v_y}, x_{v_x}, x_\tau\} = \{\mathbf{v}_{qz}, \mathbf{v}_{qy}, \mathbf{v}_{qx}, \tau\}, \quad \frac{1}{\xi} \mathbf{X} = \frac{1}{\xi} \{X_{v_z}, X_{v_y}, X_{v_x}, X_\tau\},$$

$$\frac{1}{\xi} X_{v_x} = \frac{e}{m_e \gamma_q} \left(E_x + \frac{1}{c} (\mathbf{v}_{qy} B_z - \mathbf{v}_{qz} B_y) - \frac{\mathbf{v}_{qx}}{c^2} (\mathbf{v}_{qx} E_x + \mathbf{v}_{qy} E_y + \mathbf{v}_{qz} E_z) \right),$$

$$\frac{1}{\xi} X_{v_y} = \frac{e}{m_e \gamma_q} \left(E_y - \frac{1}{c} (\mathbf{v}_{qx} B_z - \mathbf{v}_{qz} B_x) - \frac{\mathbf{v}_{qy}}{c^2} (\mathbf{v}_{qx} E_x + \mathbf{v}_{qy} E_y + \mathbf{v}_{qz} E_z) \right), \quad (6.16)$$

$$\frac{1}{\xi} X_{v_z} = \frac{e}{m_e \gamma_q} \left(E_z + \frac{1}{c} (v_{qx} B_y - v_{qy} B_x) - \frac{v_{zq}}{c^2} (v_{qx} E_x + v_{qy} E_y + v_{qz} E_z) \right), \quad \frac{1}{\xi} X_\tau = \frac{1}{\xi},$$

$$\Psi = \{p_{q,1,1}, \dots, p_{q,1,N}, p_{2,1}, \dots, p_{2,N}, p_{q,3,1}, \dots, p_{q,3,N}\},$$

$$\Omega = \{\Omega_{q,1,1}, \dots, \Omega_{q,1,N}, \Omega_{2,1}, \dots, \Omega_{2,N}, \Omega_{q,3,1}, \dots, \Omega_{q,3,N}\}.$$

Далее используем описанный в подразделе 2.5.3 алгоритм модернизированного метода усредненных характеристик для случая нескольких быстрых фаз. В соответствии с этим алгоритмом переходим к усредненным переменным

$$v_{qx} = \bar{v}_{qx} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\xi^n} u_{v_x}^{(n)}(\bar{\mathbf{x}}, \Psi), \quad v_{qy} = \bar{v}_{qy} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\xi^n} u_{v_y}^{(n)}(\bar{\mathbf{x}}, \Psi),$$

$$v_{qz} = \bar{v}_{qz} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\xi^n} u_{v_z}^{(n)}(\bar{\mathbf{x}}, \Psi), \quad \tau = \bar{\tau} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\xi^n} u_\tau^{(n)}(\bar{\mathbf{x}}, \Psi). \quad (6.17)$$

Уравнения для усредненных переменных имеют вид

$$\frac{d\bar{v}_{qx}}{dz} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\xi^n} A_{v_x}^{(n)}(\bar{\mathbf{x}}), \quad \frac{d\bar{v}_{qy}}{dz} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\xi^n} A_{v_y}^{(n)}(\bar{\mathbf{x}}),$$

$$\frac{d\bar{v}_{qz}}{dz} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\xi^n} A_{v_z}^{(n)}(\bar{\mathbf{x}}), \quad \frac{d\bar{\tau}}{dz} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\xi^n} A_\tau^{(n)}(\bar{\mathbf{x}}). \quad (6.18)$$

Ограничиваемся третьим приближением по $1/\xi$. Алгоритм нахождения $\mathbf{u}^{(n)}$ и $\mathbf{A}^{(n)}$ известен и описан в (2.22)–(2.28). Из этих формул, в частности, следует: $u_\tau^{(n)} = 0$ для любых n ; $A_\tau^{(1)} = 1$, $A_\tau^{(n)} = 0$ для $n > 1$; $A_{v_z}^{(1)} = A_{v_z}^{(2)} = 0$, $A_{v_x}^{(1)} = A_{v_x}^{(2)} = 0$, $A_{v_y}^{(1)} = A_{v_y}^{(2)} = 0$,

$$\frac{1}{\xi} u_{v_z}^{(1)} = \frac{e}{m_e} \left(1 - \frac{\bar{v}_{qz}^2}{c^2} \right)^{3/2} \cdot \sum_{m=1}^N \left[\frac{E(\bar{\tau})_{3,m}}{i\Omega_{q,3,m}} \exp(ip_{q,3,m}) + k.c. \right],$$

$$\frac{1}{\xi} u_{v_x}^{(1)} = \frac{e}{m_e \bar{\gamma}_q} \sum_{m=1}^N \sum_{\chi=1}^2 \left[\left(\frac{\bar{\Omega}_{\chi,q,m}}{\omega_{\chi,m}} \right) \frac{(i\bar{\Omega}_{\chi,q,m} E_{\chi x,m} + \omega_{H,q} E_{\chi y,m})}{((\omega_{H,q})^2 - (\bar{\Omega}_{\chi,q,m})^2)} \exp(ip_{\chi,m}) + k.c. \right],$$

$$\frac{1}{\xi} u_{v_y}^{(1)} = \frac{e}{m_e \bar{\gamma}_q} \sum_{m=1}^N \sum_{\chi=1}^2 \left[\left(\frac{\bar{\Omega}_{\chi,q,m}}{\omega_{\chi,m}} \right) \frac{(i\bar{\Omega}_{\chi,q,m} E_{\chi y,m} - \omega_{H,q} E_{\chi x,m})}{((\omega_{H,q})^2 - (\bar{\Omega}_{\chi,q,m})^2)} \exp(ip_{\chi,m}) + k.c. \right]$$

и так далее. Детали подобных преобразований описаны в [301]. В результате получаем решения как для проекций скоростей (6.17), так и для ее постоянной составляющей (6.18).

Решение уравнения непрерывности находим аналогично. Преобразовываем уравнение (6.9) к стандартному виду (2.10). Скорость считаем известной функцией (6.17), (6.18) от быстрых фаз, постоянной составляющей скорости и медленно меняющихся амплитуд электрических и магнитных полей. Включим в такую систему уравнения для быстрых фаз (6.15). В итоге получим систему в стандартном виде

$$\frac{dn_q}{dt} = -n_q \frac{\partial v_{qz}}{\partial z}, \quad \frac{dp_{q,\chi,m}}{dt} = m\omega_{\chi,1} - k_{\chi,m} v_{qz} \equiv \Omega_{q,\chi,m}. \quad (6.19)$$

Сравним систему (6.19) с (2.10) и запишем вектор медленных переменных \mathbf{x} , вектор-функции \mathbf{X} , вектор быстрых фаз Ψ и вектор фазовых скоростей Ω в явном виде

$$\mathbf{x} = \{x_n\} = \{n_q\}, \quad \frac{1}{\xi} \mathbf{X} = \frac{1}{\xi} \{X_n\} = \left\{ -n_q \frac{\partial v_{qz}}{\partial z} \right\},$$

$$\Psi = \{p_{q,1,1}, \dots, p_{q,1,N}, p_{2,1}, \dots, p_{2,N}, p_{q,3,1}, \dots, p_{q,3,N}\}, \quad (6.20)$$

$$\Omega = \left\{ \Omega_{q,1,1}, \dots, \Omega_{q,1,N}, \Omega_{2,1}, \dots, \Omega_{2,N}, \Omega_{q,3,1}, \dots, \Omega_{q,3,N} \right\}.$$

Напомним, что скорость здесь считается известной. Далее используем описанный в подразделе 2.5.3 алгоритм модернизированного метода усредненных характеристик, переходим к усредненным переменным

$$n_q = \bar{n}_q + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\xi^n} u_n^{(n)}(\bar{\mathbf{x}}, \Psi). \quad (6.21)$$

Уравнения для усредненной концентрации имеют вид

$$\frac{d\bar{n}_q}{dt} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\xi^n} A_n^{(n)}(\bar{\mathbf{x}}). \quad (6.22)$$

Используем алгоритм нахождения $\mathbf{u}^{(n)}$ и $\mathbf{A}^{(n)}$, который описан соотношениями (2.22)–(2.28). В результате находим функции $u_n^{(1)}/\xi$, $u_n^{(2)}/\xi^2$, $u_n^{(3)}/\xi^3$, $A_n^{(1)}/\xi$, $A_n^{(2)}/\xi^2$, $A_n^{(3)}/\xi^3$, которые определяют решения для концентрации (6.21), (6.22) с точностью до кубических слагаемых по $1/\xi$. Детали подобных преобразований описаны в [301].

Для получения решений задачи о возбуждении электромагнитных полей выражения для скорости (6.17) и концентрации (6.21) подставляем в уравнения Максвелла (6.10), (6.11). Учитываем, что выражения для скорости и концентраций парциальных пучков полученные методом усредненных характеристик, имеют вид рядов по малому параметру $1/\xi$. Разлагаем их также в ряды по гармоникам быстрых фаз. В результате проведенных вычислений получаем для амплитуд напряженности электрического поля электромагнитной волны сигнала $\{\omega_1, k_1\}$, накачки $\{\omega_2, k_2\}$, продольной волны ВПЗ $\{\omega_3, k_3\}$ систему дифференциальных уравнений в кубически-

нелинейном приближении

$$\begin{aligned}
K_{2,1,m} \frac{\partial^2 E_{1x,m}}{\partial t^2} + K_{1,1,m} \frac{\partial E_{1x,m}}{\partial t} + D_{1,m} E_{1x,m} &= K_{3,1,m} E_{3z,m} E_{2x,m} \delta_{m,1} + FX_{1,m}, \\
K_{2,1,m} \frac{\partial^2 E_{1y,m}}{\partial t^2} + K_{1,1,m} \frac{\partial E_{1y,m}}{\partial t} + D_{1,m} E_{1y,m} &= K_{3,1,m} E_{3z,m} E_{2y,m} \delta_{m,1} + FY_{1,m}, \\
K_{2,2,m} \frac{\partial^2 E_{2x,m}}{\partial t^2} + K_{1,2,m} \frac{\partial E_{2x,m}}{\partial t} + D_{2,m} E_{2x,m} &= K_{3,2,m} E_{3z,m}^* E_{1x,m} \delta_{m,1} + FX_{2,m}, \quad (6.23) \\
K_{2,2,m} \frac{\partial^2 E_{2y,m}}{\partial t^2} + K_{1,2,m} \frac{\partial E_{2y,m}}{\partial t} + D_{2,m} E_{2y,m} &= K_{3,2,m} E_{3z,m}^* E_{1y,m} \delta_{m,1} + FY_{2,m}, \\
C_{2,m} \frac{\partial^2 E_{3z,m}}{\partial t^2} + C_{1,m} \frac{\partial E_{3z,m}}{\partial t} + D_{3,m} E_{3z,m} &= C_{3,m} E_{1x,m} E_{2x,m}^* \delta_{m,1} + \\
+ C_{4,m} \left\langle \int E_z \left(\int E_z dp_3 \right) dp_3 \right\rangle_{p_{3,m}} &+ C_{5,m} \left\langle \left(\int E_z dp_3 \right)^2 \right\rangle_{p_{3,m}} + FZ_{3,m}.
\end{aligned}$$

В этих уравнениях обозначено

$$D_{1,m} = \frac{i}{c\omega_{1,m}} \left(k_{1,m}^2 c^2 - \omega_{1,m}^2 + \sum_q^{b,p} \frac{\omega_q^2 \Omega_{1,q,m} (\Omega_{1,q,m} + \eta_1 \omega_{H,q})}{\bar{\gamma}_q ((\Omega_{1,q,m})^2 - (\omega_{H,q})^2)} \right), \quad (6.24)$$

$$D_{2,m} = \frac{i}{c\omega_{2,m}} \left(k_{2,m}^2 c^2 - \omega_{2,m}^2 + \sum_q^{b,p} \frac{\omega_q^2 \Omega_{2,q,m} (\Omega_{2,q,m} + \eta_2 \omega_{H,q})}{\bar{\gamma}_q ((\Omega_{2,q,m})^2 - (\omega_{H,q})^2)} \right), \quad (6.25)$$

$$D_{3,m} = -\frac{i\omega_{3,m}}{c} \left(1 - \sum_q^{b,p} \frac{\omega_q^2}{\Omega_{3,q,m}^2 \bar{\gamma}_q^3} \right), \quad (6.26)$$

дисперсионные функции электромагнитной волны сигнала, накачки и продольной волны ВПЗ;

$$K_{1,1,m} = \frac{\partial D_{1,m}}{\partial(i\omega_{1,m})}; \quad K_{2,1,m} = \frac{1}{2} \frac{\partial^2 D_{1,m}}{\partial(i\omega_{1,m})^2}; \quad K_{1,2,m} = \frac{\partial D_{2,m}}{\partial(i\omega_{2,m})}; \quad K_{2,2,m} = \frac{1}{2} \frac{\partial^2 D_{2,m}}{\partial(i\omega_{2,m})^2};$$

$$\begin{aligned}
K_{3,1,m} &= \sum_q^{b,p} \frac{\omega_q^2}{c\bar{\gamma}_q^2} \frac{e}{m_e} \left[\frac{\Omega_{2,q,m} k_{3,m}}{\bar{\gamma}_q^2 \Omega_{3,q,m}^2 \omega_{2,m} (\omega_{H,q} \eta_2 - \Omega_{2,q,m})} + \frac{(\omega_{H,q} \eta_2 + \Omega_{1,q,m})}{(\omega_{H,q})^2 - (\Omega_{1,q,m})^2} \times \right. \\
&\times \left. \left(\frac{(-1)}{\Omega_{3,q,m}} \left(\frac{\bar{v}_{z,q}}{c^2} \frac{\Omega_{2,q,m}}{\omega_{2,m}} - \frac{k_{2,m}}{\bar{\gamma}_\alpha^2 \omega_{2,m}} \right) + \frac{\Omega_{2,q,m} (\bar{v}_{z,q} (\Omega_{3,q,m} + \omega_{H,q} \eta_2) + k_{2,m} c^2 / \bar{\gamma}_q^2)}{\omega_{2,m} c^2 \Omega_{3,q,m} (\omega_{H,q} \eta_2 - \Omega_{2,q,m})} \right) \right]; \\
K_{3,2,m} &= \sum_q^{b,p} \frac{\omega_q^2}{c\bar{\gamma}_q^2} \frac{e}{m_e} \left[\frac{\Omega_{1,q,m} k_{3,m}}{\bar{\gamma}_q^2 \Omega_{3,q,m}^2 \omega_{1,m} (\omega_{H,q} \eta_1 - \Omega_{1,q,m})} + \frac{(\omega_{H,q} \eta_1 + \Omega_{2,q,m})}{(\omega_{H,q})^2 - (\Omega_{2,q,m})^2} \times \right. \\
&\times \left. \left(\frac{1}{\Omega_{3,q,m}} \left(\frac{\bar{v}_{z,q}}{c^2} \frac{\Omega_{1,q,m}}{\omega_{1,m}} - \frac{k_{1,m}}{\bar{\gamma}_\alpha^2 \omega_{1,m}} \right) + \frac{\Omega_{1,q,m} (\bar{v}_{z,q} (\Omega_{3,q,m} + \omega_{H,q} \eta_1) + k_{1,m} c^2 / \bar{\gamma}_q^2)}{\omega_{1,m} c^2 \Omega_{3,q,m} (\omega_{H,q} \eta_1 - \Omega_{1,q,m})} \right) \right]; \\
C_{1,m} &= \frac{\partial D_{3,m}}{\partial (i\omega_{3,m})}; \quad C_{2,m} = \frac{1}{2} \frac{\partial^2 D_{3,m}}{\partial (i\omega_{3,m})^2}; \\
C_{3,m} &= \sum_q^{b,p} \frac{e}{m_e c^3} \frac{\omega_q^2 \omega_{3,m} (1 + \eta_1 \eta_2)}{\Omega_{3,q,m}^2 \bar{\gamma}_q^2 \omega_{2,m} \omega_{1,m}} \left[\frac{\Omega_{1,q,m} (-c^2 k_{2,m} - \omega_2 \bar{v}_{z,q})}{(\omega_{H,q} \eta_1 - \Omega_{1,q})} - \frac{\Omega_{2,q} (c^2 k_{1,m} - \omega_{1,m} \bar{v}_{z,q})}{(\omega_{H,q} \eta_2 - \Omega_{2,q,m})} \right]; \\
C_{4,m} &= \sum_q^{b,p} \frac{\omega_q^2}{c\bar{\gamma}_q^4 \Omega_{3,q,1}^3} \frac{e}{m_e} \left[\frac{2\bar{v}_{z,q} k_{3,1}^2 + \omega_{3,1} k_{3,1}}{\Omega_{3,q,1} \bar{\gamma}_\alpha^2} - 3 \frac{\bar{v}_{z,q} \omega_{3,1}}{c^2} \right]; \quad C_{5,m} = \sum_q^{b,p} \left[\frac{\omega_q^2}{c\bar{\gamma}_q^6} \frac{e}{m_e} \frac{k_{3,1}}{\Omega_{3,q,1}^3} \right]. \\
FX_{1,m} &= \frac{4\pi e}{c} \left\langle \sum_q^{p,b} \frac{1}{\xi^3} (\bar{n}_q u_{v_x,q}^{(3)} + u_{n,q}^{(1)} u_{v_x,q}^{(2)} + u_{n,q}^{(2)} u_{v_x,q}^{(1)}) \right\rangle_{p_{1,m}}, \\
FY_{1,m} &= \frac{4\pi e}{c} \left\langle \sum_q^{p,b} \frac{1}{\xi^3} (\bar{n}_q u_{v_y,q}^{(3)} + u_{n,q}^{(1)} u_{v_y,q}^{(2)} + u_{n,q}^{(2)} u_{v_y,q}^{(1)}) \right\rangle_{p_{1,m}}, \\
FX_{2,m} &= \frac{4\pi e}{c} \left\langle \sum_q^{p,b} \frac{1}{\xi^3} (\bar{n}_q u_{v_x,q}^{(3)} + u_{n,q}^{(1)} u_{v_x,q}^{(2)} + u_{n,q}^{(2)} u_{v_x,q}^{(1)}) \right\rangle_{p_{2,m}}, \\
FY_{2,m} &= \frac{4\pi e}{c} \left\langle \sum_q^{p,b} \frac{1}{\xi^3} (\bar{n}_q u_{v_y,q}^{(3)} + u_{n,q}^{(1)} u_{v_y,q}^{(2)} + u_{n,q}^{(2)} u_{v_y,q}^{(1)}) \right\rangle_{p_{2,m}}, \\
FZ_{3,m} &= \frac{4\pi e}{c} \left\langle \sum_q^{p,b} \frac{1}{\xi^3} (\bar{n}_q u_{v_z,q}^{(3)} + u_{n,q}^{(1)} u_{v_z,q}^{(2)} + u_{n,q}^{(2)} u_{v_z,q}^{(1)}) \right\rangle_{p_{3,m}} \quad - \quad \text{функции,}
\end{aligned}$$

учитывающие кубически-нелинейные добавки к соответствующим уравнениям.

Функции $\frac{1}{\xi} u_{n,q}^{(1)}$, $\frac{1}{\xi^2} u_{n,q}^{(2)}$, $\frac{1}{\xi^3} u_{n,q}^{(3)}$ определяют осцилляторные слагаемые

концентрации (6.21) парциальных пучков в первом, втором и третьем

приближении соответственно; $\frac{1}{\xi} u_{v_x,q}^{(1)}$, $\frac{1}{\xi^2} u_{v_x,q}^{(2)}$, $\frac{1}{\xi^3} u_{v_x,q}^{(3)}$, $\frac{1}{\xi} u_{v_y,q}^{(1)}$, $\frac{1}{\xi^2} u_{v_y,q}^{(2)}$,

$\frac{1}{\xi^3} u_{v_y,q}^{(3)}$, $\frac{1}{\xi} u_{v_z,q}^{(1)}$, $\frac{1}{\xi^2} u_{v_z,q}^{(2)}$, $\frac{1}{\xi^3} u_{v_z,q}^{(3)}$ – осцилляторные компоненты 1–3

приближений скоростей v_x , v_y , v_z (6.18). $\eta_1 = E_{1y,m}/(iE_{1x,m}) = \pm 1$ – знаковая

функция, которая характеризует направление вращения вектора

напряженности электрического поля циркулярно-поляризованной волны

сигнала; $\eta_2 = E_{2y,m}/(iE_{2x,m}) = \pm 1$ – знаковая функция, которая характеризует

направление вращения вектора напряженности электрического поля

циркулярно-поляризованной волны накачки; индексом “ b ” характеризуем

параметры пучка, индексом “ p ” – параметры плазмы; $\bar{v}_{z,b}$ – средняя

скорость электронов пучка; $\bar{v}_{z,p} = 0$ – средняя скорость электронов плазмы;

$\delta_{m,1}$ – символ Кронекера; $\bar{\gamma}_q = 1/\sqrt{1 - (\bar{v}_q/c)^2}$; $\Omega_{1,q,m} = \omega_{1,m} - k_{1,m} \bar{v}_{z,q}$;

$\Omega_{2,q} = \omega_{2,m} + k_{2,m} \bar{v}_{z,q}$; $\Omega_{3,q,m} = \omega_{3,m} - k_{3,m} \bar{v}_{z,q}$; $\omega_{H,q} = \frac{|e| B_0}{\bar{\gamma}_q m_e c}$;

$$\langle \dots \rangle_{p_{3,m}} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} (\dots \exp(-ip_{3,m})) dp_{3,1}.$$

Следует отметить, что для данной системы собственными являются

циркулярно-поляризованные электромагнитные волны, связь между

амплитудами которых имеет вид $\eta_1 = E_{1y,m}/(iE_{1x,m}) = \pm 1$,

$\eta_2 = E_{2y,m}/(iE_{2x,m}) = \pm 1$. Уравнения для y -компонент электромагнитных полей

подобны уравнениям для x -компонент полей, и поэтому мы их не записываем

в (6.23). Коэффициенты $K_{3,m}$, $C_{3,m}$ характеризуют параметрически-

резонансное взаимодействие волн в исследуемой системе в квадратичном

приближении. Из анализа $C_{3,m}$ следует, что для реализации

параметрического резонанса в квадратичном приближении необходимо, чтобы электромагнитные волны сигнала и накачки имели одинаковое направление вращения вектора напряженности электрического поля. То есть вращение вектора напряженности электрического поля обеих волн должно быть направлено или по часовой стрелке ($\eta_1 = +1, \eta_2 = +1$), если смотреть вдоль вектора напряженности магнитного поля, или против часовой стрелки ($\eta_1 = -1, \eta_2 = -1$). В противном случае $C_{3,m}$ будет равным нулю. Этот вывод полностью совпадает с выводами общей теории по отношению к резонансной поляризации [13–16].

Коэффициенты в (6.23) также зависят от постоянных составляющих скоростей \bar{v}_q и концентраций \bar{n}_q парциальных пучков. Поэтому систему уравнений (6.23) дополним уравнениями для постоянных составляющих

$$\frac{d\bar{v}_q}{dz} = V_q(\mathbf{E}_1, \mathbf{E}_2, \mathbf{E}_3, \bar{v}_q, \bar{n}_q), \quad (6.27)$$

$$\frac{d\bar{n}_q}{dz} = N_q(\mathbf{E}_1, \mathbf{E}_2, \mathbf{E}_3, \bar{v}_q, \bar{n}_q). \quad (6.28)$$

Функции $V_q = \sum_q^{p,b} \frac{1}{\xi^3} A_{v_z,q}^{(3)}$, $N_q = \sum_q^{p,b} \frac{1}{\xi^3} A_{n,q}^{(3)}$ учитывают кубически нелинейные слагаемые, зависят от волновых чисел, частот, амплитуд полей, постоянных составляющих скоростей \bar{v}_q и концентраций \bar{n}_q парциальных пучков.

Полученную систему кубически-нелинейных уравнений (6.23)–(6.28) анализируем численно. Эта система уравнений описывает нелинейные процессы в ППСЛСЭ с доплертронной накачкой, позволяет определить уровни насыщения и другие параметры исследуемого устройства.

6.3. Анализ процессов взаимодействия волн в слабосигнальном приближении

Определим инкременты нарастания волн в плазменно-пучковом СЛСЭ доплерotronного типа, а затем проведем анализ влияния взаимодействия высших гармоник волн ВПЗ на динамику его основных гармоник в слабосигнальном приближении. Для решения выше сформулированной задачи из системы нелинейных уравнений (6.23)–(6.28) удалим кубически-нелинейные слагаемые и проведем преобразование получившейся системы.

Для формирования системы квадратично-нелинейных уравнений прежде всего учтем, что в рабочей области ППСЛСЭ реализуется эффект плазменно-пучковой неустойчивости. С математической точки зрения это значит, что некоторые решения дисперсионного уравнения для m -й гармоники волны пространственного заряда

$$D_{3,m}(\omega'_{3,m}, k_{3,m}) = 0 \quad (6.29)$$

являются комплексными (дисперсионная функция $D_{3,m}(\omega'_{3,m}, k_{3,m})$ определяется выражением (6.26)). Это значит, что, полагая волновое число $k_{3,m}$ известным, из (6.29) находим частоту, которая является комплексной

$$\omega'_{3,m} = \omega_{3,m} - i \cdot \Gamma_m, \quad (6.30)$$

где $\omega_{3,m}$ – действительная часть комплексной частоты $\omega'_{3,m}$;

Γ_m – инкремент нарастания m -й гармоники волны ВПЗ за счет плазменно-пучковой неустойчивости. Причем действительная часть комплексной частоты, как следует из (6.26), (6.29) [85–101], равна

$$\omega_{3,m} \approx k_{3,m} / v_{z0} = m \cdot k_{3,1} / v_{z0} = m \cdot \omega_{3,1}. \quad (6.31)$$

Таким образом, для действительной части частоты нарастающей волны ВПЗ закон дисперсии является линейным. Это значит, что если для m -й гармоники волновое число будет $k_{3,m} = k_{3,1} \cdot m$ в m раз больше волнового числа первой гармоники $k_{3,1}$, то и действительная часть частоты m -й гармоники $\omega_{3,m}(k_{3,m})$ тоже будет в m раз больше действительной части частоты первой гармоники $\omega_{3,1}$. Таким образом, фаза m -й гармоники (она определяется действительной частью частоты)

$$p_{3,m} = \omega_{3,m} - k_{3,m} v_z = m \cdot \omega_{3,1} - m \cdot k_{3,1} v_z = m \cdot p_{3,1}$$

в m раз больше фазы первой гармоники. Поэтому между α , β и γ гармониками нарастающей волны реализуются трехволновые параметрические взаимодействия, условия которых выражается соотношением

$$m_\alpha - m_\beta = m_\gamma, \quad (6.32)$$

где m_α , m_β , m_γ – номера гармоник. Условие (6.32) реализуется с участием огромного количества гармоник, например, $6 - 2 = 4$, $5 - 2 = 3$ и так далее. Таким образом, в плазменно-пучковой системе имеет место множественные резонансы между гармониками нарастающей волны, подобные тем, которые реализуются в двухпоточковой системе. Именно это свойство и является причиной интенсивного параметрически-резонансного взаимодействия гармоник нарастающих волн ВПЗ между собой.

Также заметим, что в условиях параметрического резонанса (6.1), а значит и в системе уравнений для амплитуд поля (6.23), используются действительные значения частоты волны ВПЗ $\omega_{3,1}$ (а не комплексные).

Поэтому в системе уравнений для амплитуд поля (6.23) дисперсионная функция (6.26), которая зависит от действительных значений $\omega_{3,1}$ и $k_{3,1}$, не равна нулю $D_{3,m}(\omega_{3,m}, k_{3,m}) \neq 0$. Это обстоятельство является характерным для систем, в которых реализуется плазменно-пучковая и двухпотоковая неустойчивость.

Определим связь между $D_{3,m}(\omega'_{3,m}, k_{3,m})$ и $D_{3,m}(\omega_{3,m}, k_{3,m})$, разложив выражение $D_{3,m}(\omega'_{3,m}, k_{3,m})$ в ряд Тейлора в области действительных значений $\omega_{3,m}, k_{3,m}$

$$0 = D_{3,m}(\omega'_{3,m}, k_{3,m}) = D_{3,m}(\omega_{3,m}, k_{3,m}) + \frac{\partial D_{3,m}}{\partial(\omega_{3,m})}(-i\Gamma_m) + \frac{\partial^2 D_{3,m}}{2\partial(\omega_{3,m})^2}(-i\Gamma_m)^2 + \dots \quad (6.33)$$

Отсюда находим

$$D_{3,m}(m\omega_{3,m}, mk_3) = -\frac{\partial D_{3,m}}{\partial(im\omega_3)}\Gamma_m - \frac{1}{2}\frac{\partial^2 D_{3,m}}{\partial(im\omega_3)^2}(\Gamma_m)^2 + \dots = -C_{1,m}\Gamma_m - C_{2,m}\Gamma_m^2 + \dots \quad (6.34)$$

Как видим, это разложение определяется коэффициентами $C_{1,m}$ и $C_{2,m}$, которые также используются в системе уравнений (6.23).

Тогда система квадратично-нелинейных уравнений, полученная из (6.23), с учетом вышесказанного принимает вид

$$\begin{aligned} K_{1,1,m} \frac{\partial E_{1x,m}}{\partial t} + D_{1,m} E_{1x,m} &= K_{3,1,m} E_{3z,m} E_{2x,m} \delta_{m,1}, \\ C_{2,m} \frac{\partial^2 E_{3z,m}}{\partial t^2} + C_{1,m} \frac{\partial E_{3z,m}}{\partial t} - (C_{1,m} \Gamma_m + C_{2,m} \Gamma_m^2) E_{3z,m} &= \\ &= C_{3,m} E_{1x,m} E_{2x,m}^* \delta_{m,1} + C_{4,m} \left\langle \int E_z \left(\int E_z dp_3 \right) dp_3 \right\rangle_{p_{3,m}} + C_{5,m} \left\langle \left(\int E_z dp_3 \right)^2 \right\rangle_{p_{3,m}} \end{aligned} \quad (6.35)$$

Полученная система уравнений описывает процессы усиления волн в слабосигнальном приближении. Учет слагаемого со второй производной от амплитуды гармоники волны ВПЗ в квадратичном приближении необходим. Как показывают расчеты это слагаемое соизмеримо со слагаемым с первой производной. В соотношениях (6.35) также учтено, что в рассматриваемом приближении амплитуда волны накачки не меняется.

Система уравнений (6.35) описывает и трехволновое взаимодействие между первыми гармониками волны ВПЗ (слагаемые содержащие коэффициенты $K_{3,1,m}$, $C_{3,m}$), и взаимодействие между гармониками нарастающей волны ВПЗ (слагаемые содержащие коэффициенты $C_{4,m}$, $C_{5,m}$), и экспоненциальное нарастание волны ВПЗ за счет плазменно-пучковой неустойчивости (слагаемые содержащие коэффициент $C_{1,m}$). Рассмотрим последнее более детально. Предположим, что волна накачки отсутствует ($E_2 = 0$), взаимодействием гармоник волны ВПЗ между собой пренебрежем. Тогда из третьего уравнения системы (6.35) следует

$$C_{2,m} \frac{\partial^2 E_{3z,m}}{\partial t^2} + C_{1,m} \frac{\partial E_{3z,m}}{\partial t} - (C_{1,m} \Gamma_m + C_{2,m} \Gamma_m^2) E_{3z,m} = 0.$$

Решение этого уравнения очевидно: $E_{3z,m} = A \exp(\Gamma_m z)$. Оно описывает экспоненциальное нарастание за счет плазменно-пучковой неустойчивости.

Определим инкременты нарастания волн в исследуемом ППСЛСЭ, исходя из системы уравнений (6.35). Рассматриваем случай, когда в плазменно-пучковом СЛСЭ реализуется монохроматический режим работы ($m = 1, N = 1$). Ищем решения в виде $E_{1x,1}, E_{3z,1} \sim \exp(\alpha t)$. Тогда из системы (6.35) получаем для инкремента нарастания α соотношение

$$\left(\frac{C_{2,1}}{C_{1,1}} (\alpha^2 - \Gamma_1^2) + (\alpha - \Gamma_1) \right) \cdot \alpha = \frac{C_{3,1} K_{3,1}}{C_{1,1} K_{1,1}} \cdot |E_{2x,1}|^2 \equiv \alpha_{par}^2. \quad (6.36)$$

В полученном выражении через α_{par} обозначен инкремент нарастания за счет трехволнового параметрического резонанса между волной сигнала, накачки и волны ВПЗ.

Полагая, что инкремент нарастания Γ_1 плазменно-пучковой неустойчивости намного больше инкремента нарастания параметрического взаимодействия ($\Gamma_1 \gg \alpha_{par}$) из (6.36) находим

$$\alpha = \Gamma_1 \left(1 + \frac{\alpha_{par}^2}{\Gamma_1^2 (1 + 2C_{2,1}\Gamma_1 / C_{1,1})} \right). \quad (6.37)$$

Из соотношения (6.37) следует, что по математической структуре инкремент супергетеродинного усиления α совпадает с инкрементом (1.3), полученным в рамках модельной задачи (без конкретизации механизма дополнительного усиления ВПЗ).

Также из формулы (6.37) следует, что при условии $\Gamma_1 \gg \alpha_{par}$ инкремент нарастания α практически определяется инкрементом нарастания плазменно-пучковой неустойчивости Γ_1 . Рассмотрим случай, когда нарастающая волна ВПЗ, принимающая участие в трехволновом взаимодействии, характеризуется максимальным инкрементом нарастания Γ_p за счет плазменно-пучковой неустойчивости (при этом $k_{3,1} \bar{v}_{z,b} = \omega_p$). Тогда $\Gamma_1 = \Gamma_p$, используя известное выражение для максимального инкремента нарастания Γ_p [86–101 88], из (6.37) получаем

$$\alpha \approx \Gamma_p = \frac{\sqrt{3}}{2} \left(\frac{\omega_b^2 \bar{\gamma}_b^{-3}}{2\omega_p^2} \right)^{1/3} \omega_p. \quad (6.38)$$

Ближайшим физическим аналогом исследуемого явления является эффект супергетеродинного усиления в двухпоточковых СЛСЭ (см. раздел 4). Для иллюстрации преимуществ плазменно-пучкового над двухпоточковым СЛСЭ проведем сравнение полученного инкремента нарастания α с максимальным инкрементом нарастания эквивалентной двухпоточковой системы Γ_2 [13–16]

$$\Gamma_2 = \omega_b / (2 \cdot \bar{\gamma}_b^{3/2}). \quad (6.39)$$

Под эквивалентной двухпоточковой системой в данном случае понимаем систему, в которой парциальный электронный пучок имеет такие же параметры, как и пучок в плазменно-пучковой системе.

Анализируя соотношения (6.38) и (6.39), можно сделать вывод, что инкремент нарастания плазменно-пучковой системы Γ_p гораздо больше инкремента нарастания эквивалентной двухпоточковой системы Γ_2 . Это связано с тем, что, во-первых, инкремент плазменно-пучковой системы зависит от ленгмюровских частот плазмы и пучка как $\Gamma_p \sim (\omega_p)^{1/3} (\omega_b)^{2/3}$, тогда как для двухпоточковых $\Gamma_2 \sim \omega_b$. Так как ленгмюровская частота плазмы ω_p в реальных приборах может быть намного больше ленгмюровской частоты пучка ω_b , инкремент Γ_p больше Γ_2 . Во-вторых, зависимость у этих инкрементов от релятивистских факторов разная: $\Gamma_p \sim 1/(\bar{\gamma}_b)$, $\Gamma_2 \sim 1/(\bar{\gamma}_b)^{3/2}$. Это значит, что релятивизм пучка в случае плазменно-пучковой системы меньше уменьшает инкремент нарастания, чем в случае двухпоточковой системы. Для иллюстрации вышесказанного проведем численные оценки.

Полагаем, что $\omega_p \sim 10^{12} \text{ с}^{-1}$, $\omega_b \sim 2 \cdot 10^9 \text{ с}^{-1}$, $\gamma = 2$. Используя соотношение (6.38) и (6.39) получаем, что $\alpha = 5,4 \cdot 10^9 \text{ с}^{-1}$, $\Gamma_2 = 0,35 \cdot 10^9 \text{ с}^{-1}$. Таким образом, инкремент нарастания α в исследуемой системе гораздо выше (в пятнадцать раз), чем в случае эквивалентной двухпотоковой системы (Γ_2).

Проведем анализ влияния взаимодействия высших гармоник волн ВПЗ на динамику его основных гармоник в слабосигнальном приближении, используя систему квадратично-нелинейных уравнений (6.35) и стандартные численные методы.

Рассматриваем ППСЛСЭ, параметры которого представлены в табл. 6.1. Параметры подбираем таким образом, чтобы волна ВПЗ имела максимальный инкремент нарастания за счет плазменно-пучковой неустойчивости. Поэтому принимаем волновое число первой гармоники волны ВПЗ $k_3 = \omega_p / \bar{v}_b = 38,5 \text{ см}^{-1}$. В этом случае длина волны сигнала в вакууме будет равна 1,8 мм, длина волны накачки в вакууме – 6,61 см.

Таблица 6.1

Параметры ППСЛСЭ доплертронного типа

Параметры	Значение
Длина волны сигнала	1,8 мм
Ленгмюровская частота плазмы (ω_p)	$1,0 \cdot 10^{12} \text{ с}^{-1}$
Ленгмюровская частота пучка (ω_b)	$2,0 \cdot 10^9 \text{ с}^{-1}$
Значение релятивистского фактора пучка ($\bar{\gamma}_b$)	2,0
Напряженность продольного магнитного поля (B_0)	$2,8 \cdot 10^3 \text{ Гс}$
Длина волны накачки	6,61 см
Амплитуда напряженности 1-й гармоники электрического поля волны накачки	$2,0 \cdot 10^5 \text{ В/м}$

Прежде всего, следует отметить, что из-за того что связь между частотой и волновым числом для нарастающей волны ВПЗ является линейной (6.31), в плазменно-пучковой системе интенсивно генерируются высшие гармоники волны ВПЗ. В системе возбуждаются множественные трехволновые резонансные взаимодействия (см. комментарии к формуле (6.32)). С математической точки зрения учет мультигармонических взаимодействий гармоник волны ВПЗ приводит к тому, что в уравнении для ВПЗ системы (6.35) появляются слагаемые с коэффициентами $C_{4,m}$ и $C_{5,m}$. Как показывает расчеты, такие мультигармонические взаимодействия кардинально влияют на динамику волн в ППСЛСЭ с доплертронной накачкой. Это утверждение иллюстрируют рис 6.2 и 6.3.

На рис. 6.2 изображена зависимости амплитуд первых пяти гармоник волн напряженности электрического поля волны ВПЗ $E_{3,m} = |E_{3z,m}|$ от нормированного времени $T = \Gamma_p \cdot t$, где Γ_p – максимальный инкремент нарастания плазменно-пучковой неустойчивости (6.38). Кривая 2 на этом рисунке получена в результате расчетов, в которых учтено взаимодействие только первых гармоник волн. Кривая 1 представляет результат расчета, в

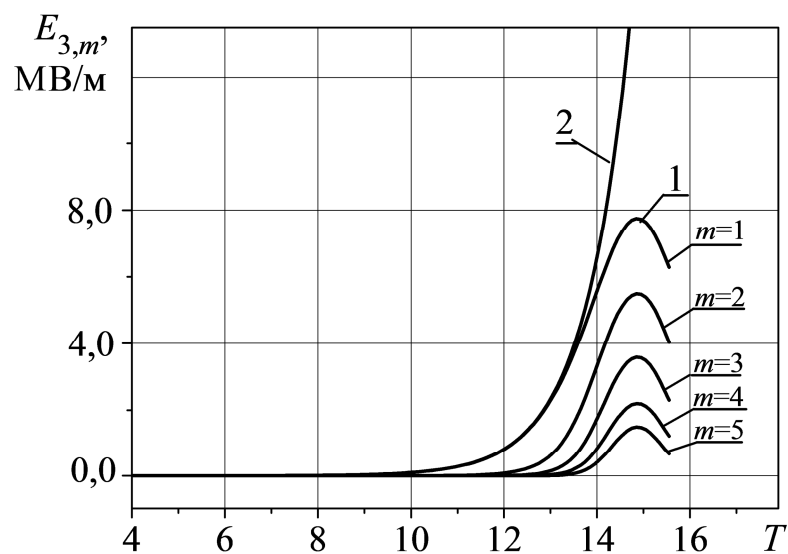


Рис. 6.2. Зависимость амплитуд гармоник напряженности электрического поля ВПЗ $E_{3,m}$ от нормированного времени $T = \Gamma_p \cdot t$

которых учтено влияние первых десяти гармоник ВПЗ волн, принимающих участие в нелинейном процессе взаимодействия. На рис. 6.2 также представлено динамику 2-й ($m=2$), 3-й ($m=3$), 4-й ($m=4$) и 5-й ($m=5$) гармоник ВПЗ. Видим, что в исследуемой плазменно-пучковой системе генерируются высшие гармоники, которые имеют соизмеримые с основной гармоникой амплитуды. Из рис. 6.2 следует, что мультигармоническое взаимодействие высших гармоник кардинально влияет на динамику первой гармоники ВПЗ: приводит не только к уменьшению темпов ее нарастанию, но и к появлению насыщения в квадратичном приближении (кривая 1).

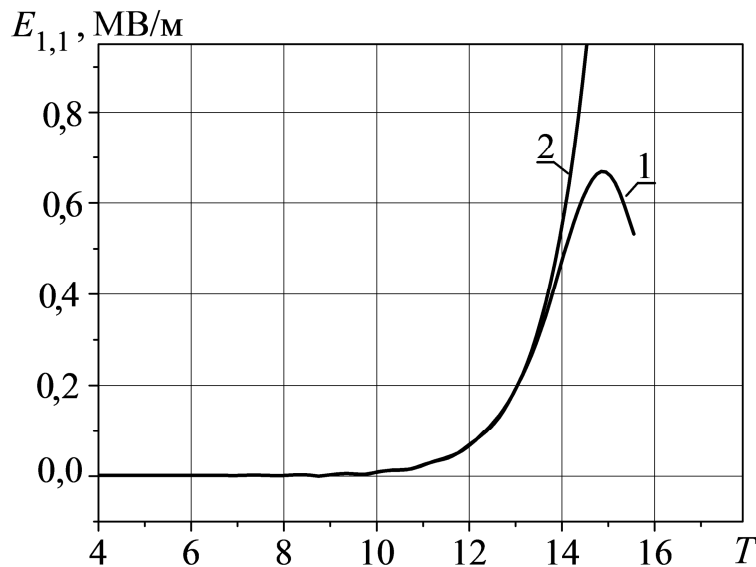


Рис. 6.3. Зависимость амплитуды первой гармоники волны сигнала $E_{1,1}$ от нормированного времени $T = \Gamma_p \cdot t$

Влияние мультигармонических взаимодействий гармоник волн ВПЗ испытывает и первая гармоника волны сигнала. На рис. 6.3 изображена зависимость амплитуды первой гармоники волны сигнала $E_{1,1}$ от нормированного времени $T = \Gamma_p \cdot t$. Кривая 1 на этом рисунке получена в результате расчетов, в которых учтено влияние первых десяти гармоник волн, принимающих в нелинейном процессе взаимодействия. Кривая 2

представляет результаты расчета, в котором учтено взаимодействие только первых гармоник волн. Видим, что и здесь учет мультигармонических взаимодействий приводит к изменению динамики волны сигнала: имеет место уменьшение темпа нарастания вплоть до появления насыщения.

Таким образом, учет взаимодействия высших гармоник волн ВПЗ является необходимым даже при построении слабосигнального приближения.

6.4. Уровни и механизмы насыщения в плазменно-пучковом СЛСЭ доплертронного типа

Проведем анализ уровней и механизмов насыщения в плазменно-пучковом СЛСЭ доплертронного типа, которые описываются системой кубически-нелинейных уравнений для амплитуд полей (6.23)–(6.28). Используем стандартные численные методы для интегрирования системы обыкновенных дифференциальных уравнений. Рассматриваем ППСЛСЭ, параметры которого представлены в табл. 6.1. Расчеты проводим для двух случаев. В первом учитываются только первые гармоники взаимодействующих волн, тогда как во втором производится учет десяти гармоник каждой из них. Ограничиваемся изучением модели с монохроматической волной накачки.

На рис. 6.4 изображена зависимость амплитуды первой гармоники волны сигнала от нормированного времени $T = \Gamma_p \cdot t$, где Γ_p – максимальный инкремент нарастания плазменно-пучковой неустойчивости (6.38). Кривая 1 на этом рисунке получена в результате расчетов, в которых учтено влияние первых десяти гармоник волн участвующих в нелинейном процессе взаимодействия. Кривая 2 представляет результат расчета, в котором учтено взаимодействие только первых гармоник волн.

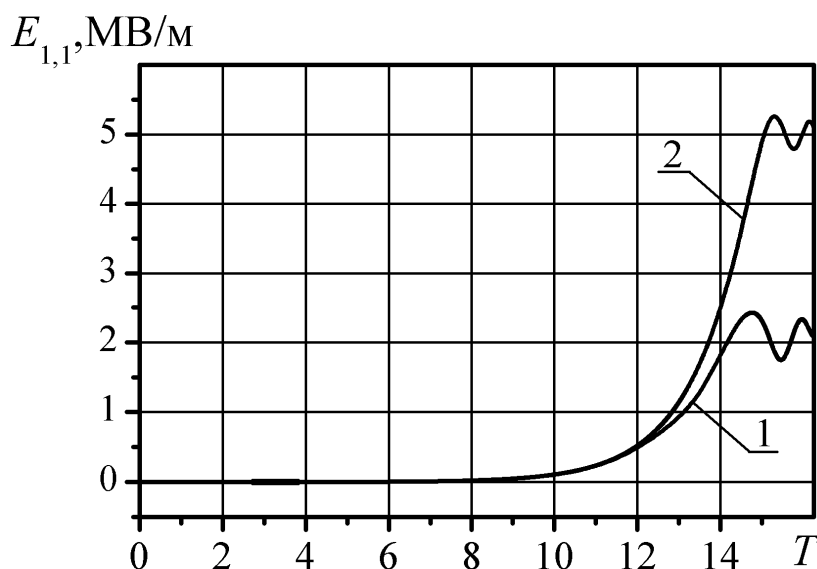


Рис. 6.4. Зависимость амплитуды первой гармоники волны сигнала от нормированного времени $T = \Gamma_p \cdot t$. Кривая 1 рассчитывалась с учетом параметрического резонанса 10 гармоник, кривая 2 – с учетом только первых гармоник

Анализируя уровень насыщения волны сигнала в рамках кубически-нелинейной теории (рис. 6.4, кривая 1) можно определить, что мощность электромагнитной волны в исследуемой модели плазменно-пучкового СЛСЭ равна 16 МВт, а коэффициент полезного действия – 31%. Следует заметить, что при этом использовался электронный пучок с умеренными для данного класса устройств параметрами ($\omega_b = 2 \cdot 10^9 \text{ с}^{-1}$, $\gamma_b = 2$, сила тока 100 А) [88]. Понятно, что используя электронные пучки с большой силой тока (например, килоамперные [88]) мы можем получить существенное увеличение выходной мощности электромагнитной волны. Таким образом, можно утверждать, что плазменно-пучковые СЛСЭ доплерotronного типа способны формировать интенсивное электромагнитное излучение в миллиметровом диапазоне длин волн и являются достаточно перспективными для создания нового типа мощных усилителей и генераторов данного диапазона.

Сравнивая кривые 1 и 2 на рис. 6.4 полученные с учетом (кривая 1) и без учета влияния высших гармоник волн (кривая 2) видим, что влияние

высших гармоник волн приводит к уменьшению уровня насыщения более чем в два раза. Последнее свидетельствует о том, что высшие гармоники в нелинейных процессах в плазменно-пучковых супергетеродинных ЛСЭ играют важную роль. Поэтому учет их влияния в моделях обсуждаемого типа является необходимым. Рассмотрим, однако, это влияние более детально.

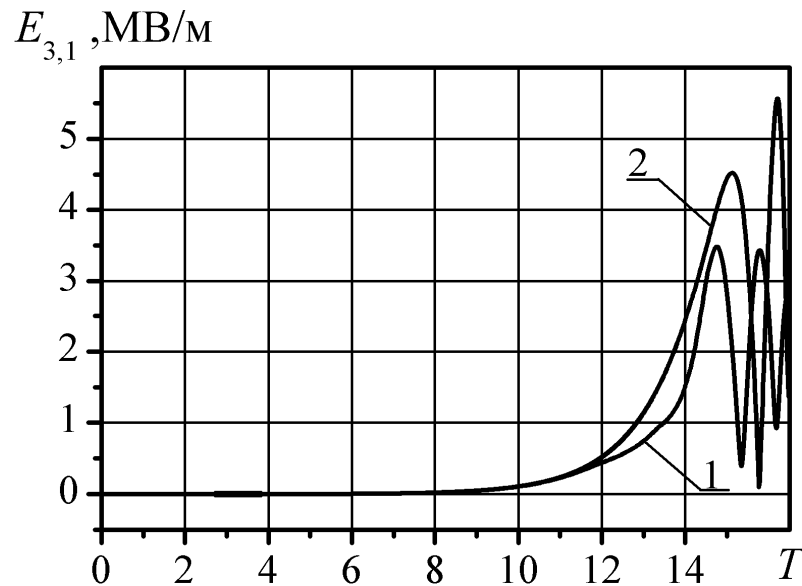


Рис. 6.5. Зависимость амплитуды первой гармоники напряженности электрического поля ВПЗ от нормированного времени $T = \Gamma_p \cdot t$

Как показывают результаты численного анализа, высшие гармоники в спектре волны сигнала практически отсутствуют. Это, прежде всего, можно объяснить особенностями изучаемой модели, где накачка выбрана строго монохроматической. Также из данного наблюдения следует вывод о том, что, по крайней мере, в кубически нелинейном приближении процесс супергетеродинной трансформации усиления из продольной волны ВПЗ в волну сигналу носит монохроматический характер. И это при том, что сама ВПЗ, как показывает анализ, оказывается существенно мультигармонической. Рис. 6.5 это наглядно проиллюстрирует, где представлены зависимости амплитуд первых гармоник напряженности электрического поля ВПЗ от нормированного времени T . Кривая 1

соответствует случаю, когда в расчетах учитывалось влияние следующих 9 высших гармоник ВПЗ, кривая 2 – когда в расчетах учитывалась только первая гармоника ВПЗ.

Видим, что уровень насыщения первой гармоники напряженности электрического поля волны ВПЗ при учете влияния высших гармоник уменьшается на ~25%. Как уже упоминалось выше, возбуждение высших гармоник ВПЗ объясняется тем, что дисперсионная кривая для волны ВПЗ (с которой осуществляется параметрическое взаимодействие волн) является близкой к линейной (см. рис. 6.6, кривая 1). Поэтому между гармониками волны ВПЗ осуществляется интенсивное параметрически-резонансное взаимодействие. В результате этого, несмотря на то, что уровень высших гармоник при выбранном сочетании параметров оказывается ниже первой гармоники, их совокупное влияние на первую гармонику приводит к снижению ее уровня.

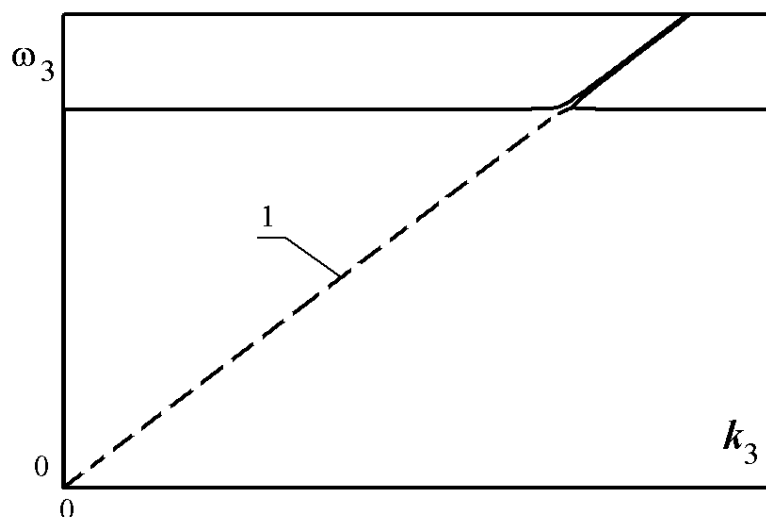


Рис. 6.6. Дисперсионные кривые для волны ВПЗ. Кривая 1 – дисперсионная кривая для волны ВПЗ, с которой осуществляется параметрическое взаимодействие волн. Штриховая часть кривой 1 соответствует области плазменно-пучковой неустойчивости

Следует сказать, что при изменении соотношения параметров системы

возможно существенное повышение уровня высших гармоник. Например, при увеличении плазменной частоты пучка в десять раз высшие гармоники ВПЗ становятся гораздо интенсивнее и даже соизмеримыми с первой. Более того, возможны ситуации, когда амплитуды высших гармоник оказываются даже выше, чем первой.

Проведем анализ механизмов насыщения в данной системе. Для этого рассмотрим поведение амплитуды первой гармоники концентрации плазмы $n_{p3,1}$ (рис. 6.7, кривая 1), нормированной на постоянную составляющую концентрации электронов плазмы, и амплитуды первой гармоники волны концентрации пучка $n_{b3,1}$ (рис. 6.7, кривая 2), нормированной на постоянную составляющую концентрации электронов пучка, от нормированного времени $T = \Gamma_p \cdot t$. На начальном этапе имеет место экспоненциальное нарастание обеих величин. Затем происходит их нелинейная стабилизация. При этом амплитуда 1-й гармоники концентрации плазмы совершает регулярные колебания. Эти колебания обусловлены захватом электронов пучка полем плазменной волны. Захват становится возможным благодаря, с одной стороны, снижению скорости пучка электронов до скорости близкой к фазовой скорости плазменной волны, а с другой стороны, существенному увеличению интенсивности плазменной волны. В результате захвата электроны пучка формируются в сгустки, которые колеблются в пределах квазипотенциальной ямы плазменной волны. Эти сгустки то отдают плазменной волне энергию, то отбирают обратно. Характерной особенностью этого процесса – за одно колебание плазменной волны сгустки дважды сталкиваются с краями квазипотенциальной ямы. Это приводит к тому, что осцилляции амплитуды $n_{b3,1}$ происходят вдвое чаще осцилляций амплитуды плазменной волны $n_{p3,1}$ (см. рис. 6.7, кривые 1 и 2). При этом уровень модуляции электронного пучка оказывается приблизительно равным единице. Таким образом, в данном случае имеет место полная модуляция пучка.

Анализируя поведение высших гармоник, можно найти, что в данной системе, помимо процессов типа захвата, реализуются также процессы типа нелинейного сдвига частоты [13–16, 85–101]. Так, кривая 3 на рис. 6.7 представляет зависимость амплитуды четвертой гармоники волны концентрации пучка $n_{b3,4}$ нормированной на постоянную составляющую концентрации электронов пучка от нормированного времени T . Видим, что

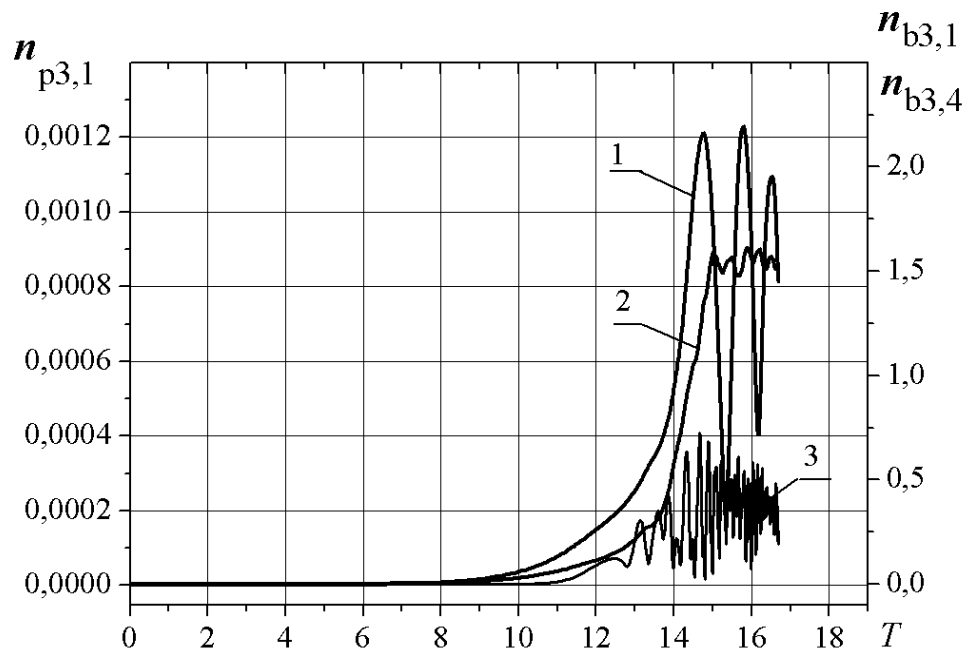


Рис. 6.7. Зависимость амплитуды первой гармоники концентрации электронов плазмы $n_{p3,1}$ (кривая 1, ось абсцисс слева) нормированной на постоянную составляющую концентрации электронов плазмы, амплитуд первой $n_{b3,1}$ (кривая 2, ось абсцисс справа) и четвертой $n_{b3,4}$ (кривая 3, ось абсцисс справа) гармоник волны концентрации пучка нормированных на постоянную составляющую концентрации электронов пучка от нормированного времени $T = \Gamma_p \cdot t$.

здесь процессы насыщения начинаются до начала захвата электронов пучка. Эти процессы насыщения связаны с эффектом торможения электронного пучка, как целого, под действием пондеромоторного потенциала. Последнее,

в конце концов, приводят к захвату электронов в ямах потенциального рельефа. Интересно отметить, что, как показал анализ, в отличие от традиционных параметрических ЛСЭ, здесь главный вклад в формирование потенциального рельефа вносят плазменные волны плазменно-пучковой неустойчивости, как наиболее интенсивные.

Аналогичные исследования плазменно-пучковых систем [88] показывают, что насыщение плазменно-пучковой неустойчивости обусловлено именно процессами, описанными выше. Поэтому (а также учитывая вышесказанное) можно утверждать, что насыщение усиления в данной модели плазменно-пучкового супергетеродинного ЛСЭ происходит, прежде всего, из-за насыщения самой плазменно-пучковой неустойчивости. При этом, поведение волны сигнала, как следует из сопоставления соответствующих графиков, полностью определяется динамикой волны пространственного заряда.

6.5. Выводы к разделу 6

1. Впервые построена самосогласованная кубически-нелинейная теория параметрически-резонансных взаимодействий электромагнитных волн в плазменно-пучковых СЛСЭ, в качестве накачки которых используется замедленная электромагнитная волна, распространяющаяся в замагниченной плазменно-пучковой системе навстречу электронному пучку.

2. Найдены аналитические выражения для инкрементов нарастания волн в ППСЛСЭ доплертонового типа. Показано, в таких СЛСЭ инкременты нарастания на порядок превышают инкременты нарастания эквивалентных двухпоточковых СЛСЭ.

3. Впервые выяснено, что в ППСЛСЭ реализуются множественные трехволновые параметрические взаимодействия между гармониками нарастающей волны ВПЗ. Показано, что такие мультигармонические

процессы приводят к качественным изменениям динамики основных гармоник даже на слабосигнальном этапе развития взаимодействий волн.

4. Используя кубически-нелинейный анализ процессов в ППСЛСЭ доплертронного типа, получено, что механизмы насыщения связаны с нелинейным сдвигом частоты и захватом плазменной волной электронов пучка.

5. Показано, что плазменно-пучковые СЛСЭ с доплертронной накачкой способны генерировать мощные монохроматические электромагнитные волны в мм-субмм диапазоне длин волн. В рамках исследуемой модели получено, что мощность таких приборов может составлять десятки МВт ($P = 16$ МВт) при достаточно умеренных параметрах для данного класса устройств ($\omega_b = 2 \cdot 10^9$ с⁻¹, $\gamma_b = 2$, сила тока 100 А), коэффициент полезного действия может составлять $\sim 31\%$. Это значит, что плазменно-пучковые СЛСЭ доплертронного типа способны формировать интенсивное электромагнитное излучение в мм-субмм диапазоне длин волн и поэтому являются достаточно перспективными для создания нового типа мощных усилителей и генераторов данного диапазона.

РАЗДЕЛ 7

МУЛЬТИГАРМОНИЧЕСКИЕ ПРОЦЕССЫ В ПЛАЗМЕННО-ПУЧКОВЫХ СЛСЭ С Н-УБИТРОННОЙ НАКАЧКОЙ

В этом разделе проведено исследование мультигармонических процессов в плазменно-пучковых СЛСЭ с Н-убитронной накачкой. Такие устройства, по сравнению с ППСЛСЭ доплертронного типа, способны формировать мощную электромагнитную волну с широким мультигармоническим спектром. Это становится возможным благодаря использованию множественных трехволновых резонансных взаимодействий двух видов: 1) между гармониками электромагнитных волн и ВПЗ; 2) между гармониками нарастающей ВПЗ. Особенностью резонансных взаимодействий между гармониками электромагнитных волн и ВПЗ является то, что для их реализации достаточно использовать ондулятор с монохроматическим полем. Основные научные результаты раздела опубликованы в работах [43–45, 70, 71].

7.1. Модель плазменно-пучкового СЛСЭ Н-убитронного типа

Схема плазменно-пучкового СЛСЭ с Н-убитронной накачкой представлена на рис. 7.1. Электронный релятивистский пучок 1 с ленгмюровской частотой ω_b проходит через плазму 2, в свою очередь, характеризующейся ленгмюровской частотой ω_p . Плазменно-пучковая система размещена в продольном фокусирующем магнитном поле с индукцией B_0 . В качестве накачки используем спиральный магнитный ондулятор 3, который характеризуется периодом ондуляции $\lambda_{2,1} = 2\pi/k_2$ и индукцией магнитного поля первой гармоники $B_{2,1}$. На вход системы также подаем электромагнитный сигнал с частотой $\omega_{1,1}$ и волновым числом $k_{1,1}$.

Волна пространственного заряда с частотой $\omega_{3,1}$ и волновым числом $k_{3,1}$ возбуждается в плазменно-пучковой системе в результате нелинейного характера взаимодействия волны сигнала $\{\omega_1, k_1\}$ и поля ондулятора $\{k_2\}$. Считаем, что для частот и волновых чисел этих волн выполняется условие параметрического резонанса

$$\omega_{3,1} = \omega_{1,1}, \quad k_{3,1} = k_{1,1} + k_{2,1}. \quad (7.1)$$

При этом параметры системы выбираем таким образом, что бы волна ВПЗ $\{\omega_3, k_3\}$ характеризовалась максимальным инкрементом нарастания вследствие реализации плазменно-пучковой неустойчивости.

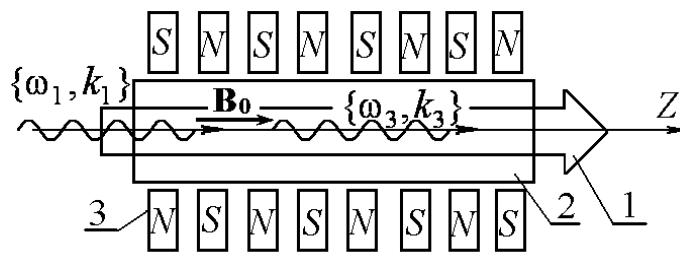


Рис. 7.1. Схема плазменно-пучкового супергетеродинного ЛСЭ Н-убитронного типа

Особенностью исследуемой системы является то обстоятельство, что здесь реализуется эффект супергетеродинного усиления (см. раздел 1). Сущность его состоит в использовании дополнительного механизма усиления одной из трех волн, участвующих в параметрическом резонансе, который реализуется в рабочей области плазменно-пучкового супергетеродинного ЛСЭ. В данном случае в качестве дополнительного механизма усиления выступает эффект усиления волны пространственного заряда за счет плазменно-пучковой неустойчивости. Роль самого трехволнового параметрического резонанса (7.1) здесь сводится к переносу

дополнительного усиления из ВПЗ на электромагнитную волну сигнала $\{\omega_1, k_1\}$.

7.2. Кубически-нелинейные укороченные уравнения для комплексных амплитуд взаимодействующих волн

Считаем считать, что волны электромагнитного сигнала (обозначаем индексом 1), магнитное поле накачки (обозначаем индексом 2) и продольная электронная волна (обозначаем индексом 3) имеют мультигармоническую природу. Тогда электрические \mathbf{E} и магнитные \mathbf{B} компоненты полей в исследуемой системе будут иметь вид

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_1 &= \sum_{m=1}^N \left[(E_{1x,m} \mathbf{e}_x + E_{1y,m} \mathbf{e}_y) e^{ip_{1,m}} + k.c. \right], \quad \mathbf{B}_1 = \sum_{m=1}^N \left[(B_{1x,m} \mathbf{e}_x + B_{1y,m} \mathbf{e}_y) e^{ip_{1,m}} + k.c. \right], \\ \mathbf{B}_2 &= \sum_{m=1}^N \left[(B_{2x,m} \mathbf{e}_x + B_{2y,m} \mathbf{e}_y) e^{ip_{2,m}} + k.c. \right], \quad \mathbf{E}_3 = \sum_{m=1}^N \left[E_{3z,m} e^{ip_{3,m}} + k.c. \right] \mathbf{e}_z. \end{aligned} \quad (7.2)$$

Здесь $p_{\chi,m} = m\omega_{\chi,1}t - k_{\chi,m}z$ ($\chi = 1, 3$), $p_{2,m} = -k_{2,m}z = -mk_{2,1}z$ – фазы m -й гармоники; N – количество гармоник, которое принимается во внимание при решении задачи. Таким образом, электрические и магнитные поля в рабочем объеме исследуемого ППСЛСЭ имеют вид

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_3, \quad \mathbf{B} = \mathbf{B}_2 + \mathbf{B}_0. \quad (7.3)$$

Следует заметить, что закон дисперсии для электронной волны ВПЗ $\{\omega_3, k_3\}$, которая нарастает благодаря плазменно-пучковой неустойчивости, как выяснено в предыдущем разделе, является линейным. Поэтому в этой системе также может реализовываться параметрический резонанс между

гармониками нарастающей волны ВПЗ. Именно поэтому поля, в общем случае, выбираем в мультигармоническом виде (7.2).

Отметим, что рассматриваемый ППСЛСЭ с Н-убитронной накачкой формально отличается от ППСЛСЭ доплертронного типа лишь накачкой. Поэтому получение кубически-нелинейных уравнений для амплитуд взаимодействующих полей будет аналогичным, как и в подразделе 6.2. В связи с этим будем ссылаться на ряд соотношений подраздела 6.2.

В качестве исходных уравнений для численного анализа используем релятивистское квазигидродинамическое уравнение (2.6), уравнение непрерывности (2.7) и уравнения Максвелла (2.8). Также считаем выполненными условия пренебрежения столкновениями и разбросом электронов по скоростям (2.9). Обоснование таких допущений изложено в подразделе 2.4.2. Учитывая, что в рассматриваемой модели все величины зависят только от продольной координаты z и времени t , соотношения (2.6)–(2.9) можно записать в виде системы (6.6)–(6.11).

Решение системы уравнений (6.6)–(6.11) разбиваем на три формально независимых этапа: 1) нахождение задачи движения (6.6)–(6.8); 2) решение уравнения непрерывности (6.9); 3) решение задачи о возбуждении электромагнитных полей (6.10)–(6.11).

Задачи движения и уравнения непрерывности решаем с помощью модернизированного метода усредненных характеристик, задачу о возбуждении электромагнитного поля – с помощью метода медленно меняющихся амплитуд. При этом учитываем особенности параметрически-резонансных взаимодействий (7.1).

Для решения задачи движения преобразуем уравнения (6.6)–(6.8) к стандартному виду (2.10). Включим в такую систему уравнения для быстрых фаз $p_{\chi,m}$. Будем считать, что амплитуды волн $E_{\chi,m}$ медленно меняются со временем t . Для описания такой зависимости введем медленное время $\tau = t / \xi$. В итоге получаем систему в стандартном виде

$$\frac{d\mathbf{v}_{qx}}{dt} = \frac{e}{m_e \gamma_q} \left(E_x + \frac{1}{c} (\mathbf{v}_{qy} B_z - \mathbf{v}_{qz} B_y) - \frac{\mathbf{v}_{qx}}{c^2} (\mathbf{v}_{qx} E_x + \mathbf{v}_{qy} E_y + \mathbf{v}_{qz} E_z) \right), \quad (7.4)$$

$$\frac{d\mathbf{v}_{qy}}{dt} = \frac{e}{m_e \gamma_q} \left(E_y - \frac{1}{c} (\mathbf{v}_{qx} B_z - \mathbf{v}_{qz} B_x) - \frac{\mathbf{v}_{qy}}{c^2} (\mathbf{v}_{qx} E_x + \mathbf{v}_{qy} E_y + \mathbf{v}_{qz} E_z) \right), \quad (7.5)$$

$$\frac{d\mathbf{v}_{qz}}{dt} = \frac{e}{m_e \gamma_q} \left(E_z + \frac{1}{c} (\mathbf{v}_{qx} B_y - \mathbf{v}_{qy} B_x) - \frac{\mathbf{v}_{qz}}{c^2} (\mathbf{v}_{qx} E_x + \mathbf{v}_{qy} E_y + \mathbf{v}_{qz} E_z) \right), \quad (7.6)$$

$$\frac{d\tau}{dt} = \frac{1}{\xi}, \quad \frac{dp_{q,\chi,m}}{dt} = m\omega_{\chi,1} - k_{\chi,m} \mathbf{v}_{qz} \equiv \Omega_{q,\chi,m}, \quad \frac{dp_{2,m}}{dt} = -k_{2,m} \mathbf{v}_{qz} \equiv \Omega_{2,m}. \quad (7.7)$$

В этих уравнениях, исходя из (7.2)–(7.3), $E_x = E_{1x}$, $E_y = E_{1y}$, $E_z = E_{3z}$, $B_x = B_{1x} + B_{2x}$, $B_y = B_{1y} + B_{2y}$, $B_z = B_0$, амплитуды полей $E_{\chi,m} = E_{\chi,m}(\tau)$ и $B_{\chi,m} = B_{\chi,m}(\tau)$ являются медленно меняющимися функциями от времени t , индекс χ принимает значения 1, 3.

Сравним систему (7.4)–(7.7) с (2.10) и запишем вектор медленных переменных \mathbf{x} , вектор-функции \mathbf{X} , вектор быстрых фаз $\boldsymbol{\psi}$ и вектор фазовых скоростей $\boldsymbol{\Omega}$ в явном виде. Формально вектор-функции $\mathbf{x}, \mathbf{X}, \boldsymbol{\psi}, \boldsymbol{\Omega}$ для рассматриваемой модели совпадают с (6.16), в которой следует использовать обозначения к системе (7.4)–(7.7).

Далее используем описанный в подразделе 2.5.3 алгоритм модернизированного метода усредненных характеристик для случая нескольких быстрых фаз. В соответствии с этим алгоритмом переходим к усредненным переменным, аналогично как это сделано в (6.17)–(6.18).

Ограничиваемся третьим приближением по $1/\xi$. Алгоритм нахождения $\mathbf{u}^{(n)}$ и $\mathbf{A}^{(n)}$ известен и описан в (2.22)–(2.28). Из этих формул, в частности следует: $u_\tau^{(n)} = 0$ для любых n ; $A_\tau^{(1)} = 1$, $A_\tau^{(n)} = 0$ для $n > 1$; $A_{v_z}^{(1)} = A_{v_z}^{(2)} = 0$, $A_{v_x}^{(1)} = A_{v_x}^{(2)} = 0$, $A_{v_y}^{(1)} = A_{v_y}^{(2)} = 0$,

$$\frac{1}{\xi} u_{v_z}^{(1)} = \frac{e}{m_e} \left(1 - \frac{\bar{v}_{qz}^2}{c^2} \right)^{3/2} \cdot \sum_{m=1}^N \left[\frac{E(\bar{\tau})_{3,m}}{i\Omega_{q,3,m}} \exp(ip_{q,3,m}) + k.c. \right],$$

$$\frac{1}{\xi} u_{v_x}^{(1)} = \frac{e}{m_e \bar{\gamma}_q} \sum_{m=1}^N \left[\left(\frac{\bar{\Omega}_{1,q,m}}{\omega_{1,m}} \right) \frac{(i\bar{\Omega}_{1,q,m} E_{1x,m} + \omega_{H,q} E_{1y,m})}{\left((\omega_{H,q})^2 - (\bar{\Omega}_{1,q,m})^2 \right)} \exp(ip_{1,m}) + \right. \\ \left. + \left(\frac{\bar{v}_{qz}}{c} \right) \frac{(-i\bar{\Omega}_{2,q,m} B_{2y,m} + \omega_{H,q} B_{2x,m})}{\left((\omega_{H,q})^2 - (\bar{\Omega}_{2,q,m})^2 \right)} \exp(ip_{2,m}) + k.c. \right],$$

$$\frac{1}{\xi} u_{v_y}^{(1)} = \frac{e}{m_e \bar{\gamma}_q} \sum_{m=1}^N \sum_{\chi=1}^2 \left[\left(\frac{\bar{\Omega}_{\chi,q,m}}{m\omega_{\chi}} \right) \frac{(i\bar{\Omega}_{\chi,q,m} E_{\chi y,m} - \omega_{H,q} E_{\chi x,m})}{\left((\omega_{H,q})^2 - (\bar{\Omega}_{\chi,q,m})^2 \right)} \exp(ip_{\chi,m}) + k.c. \right],$$

$$\frac{1}{\xi} u_{v_y}^{(1)} = \frac{e}{m_e \bar{\gamma}_q} \sum_{m=1}^N \left[\left(\frac{\bar{\Omega}_{1,q,m}}{\omega_{1,m}} \right) \frac{(i\bar{\Omega}_{1,q,m} E_{1y,m} - \omega_{H,q} E_{1x,m})}{\left((\omega_{H,q})^2 - (\bar{\Omega}_{1,q,m})^2 \right)} \exp(ip_{1,m}) + \right. \\ \left. + \left(\frac{\bar{v}_{qz}}{c} \right) \frac{(i\bar{\Omega}_{2,q,m} B_{2x,m} + \omega_{H,q} B_{2y,m})}{\left((\omega_{H,q})^2 - (\bar{\Omega}_{2,q,m})^2 \right)} \exp(ip_{2,m}) + k.c. \right]$$

и так далее. Детали подобных преобразований описаны в [301]. В результате получаем решения, как для проекций скоростей, так и для ее постоянной составляющей.

Решение уравнения непрерывности находим аналогично, как и в подразделе 6.2.

Для получения решений задачи о возбуждении электромагнитных полей выражения для скорости и концентрации подставляем в уравнения Максвелла (6.10), (6.11). Учитываем, что выражения для скорости и концентраций парциальных пучков полученные методом усредненных характеристик, имеют вид рядов по малому параметру $1/\xi$. Разлагаем их также в ряды по гармоникам быстрых фаз. В результате проведенных вычислений получаем для амплитуд напряженности электрического поля

электромагнитной волны сигнала $\{\omega_1, k_1\}$, продольной волны ВПЗ $\{\omega_3, k_3\}$ систему дифференциальных уравнений в кубически-нелинейном приближении

$$\begin{aligned}
K_{2,1,m} \frac{\partial^2 E_{1x,m}}{\partial t^2} + K_{1,1,m} \frac{\partial E_{1x,m}}{\partial t} + D_{1,m} E_{1x,m} &= K_{3,m} E_{3z,m} B_{2y,1}^* + FX_{1,m}, \\
K_{2,1,m} \frac{\partial^2 E_{1y,m}}{\partial t^2} + K_{1,1,m} \frac{\partial E_{1y,m}}{\partial t} + D_{1,m} E_{1y,m} &= -K_{3,m} E_{3z,m} B_{2x,1}^* + FY_{1,m}, \\
C_{2,m} \frac{\partial^2 E_{3z,m}}{\partial t^2} + C_{1,m} \frac{\partial E_{3z,m}}{\partial t} + D_{3,m} E_{3z,m} &= C_{3,m} E_{1x,m} B_{2y,1} + \\
+ C_{4,m} \left\langle \int E_z \left(\int E_z dp_3 \right) dp_3 \right\rangle_{p_{3,m}} &+ C_{5,m} \left\langle \left(\int E_z dp_3 \right)^2 \right\rangle_{p_{3,m}} + FZ_{3,m}.
\end{aligned} \tag{7.8}$$

В этих уравнениях коэффициенты

$$\begin{aligned}
K_{3,m} &= \sum_q^{b,p} \left[- \left(\frac{(\Omega_{1,q,m} - \eta_2 \omega_{H,q})}{(\omega_{H,q})^2 - (\Omega_{1,q,m})^2} \left(\left(1 - 2 \frac{\bar{v}_{qz}^2}{c^2} \right) + \frac{\bar{v}_{qz}^2}{c^2} \frac{(\Omega_{3,q,m} - \eta_2 \omega_{H,q})}{((\Omega_{2,q,m})^2 - (\omega_{H,q})^2)} \right) \right) + \right. \\
&+ \left. \left(\frac{k_{3,m} \bar{v}_{zq}}{\Omega_{3,q,m}} \left(1 - \frac{\bar{v}_{zq}^2}{c^2} \right) \frac{(\Omega_{2,q,m} + \eta_2 \omega_{H,q})}{(\omega_{H,q})^2 - (\Omega_{2,q,m})^2} \right) \right] \frac{\omega_q^2 e}{m_e \Omega_{3,q,m} \bar{\gamma}_q^2 c^2};
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
C_{3,m} &= \sum_q^{b,p} \frac{e}{m_e} \frac{\omega_q^2 \omega_{3,m} (1 + \eta_1 \eta_2)}{c^2 \bar{\gamma}_q^2 \Omega_{3,q,m}^2} \times \\
&\times \left[\left(\frac{\Omega_{1,q,m}}{\omega_{1,m}} \frac{\Omega_{1,q,m} + \eta_1 \omega_{H,q}}{(\omega_{H,q})^2 - (\Omega_{1,q,m})^2} - \left(\frac{k_{1,m} \bar{v}_{qz}}{\omega_{1,m}} - \frac{\bar{v}_{qz}^2}{c^2} \right) \frac{\Omega_{2,q,m} + \eta_2 \omega_{H,q}}{(\omega_{H,q})^2 - (\Omega_{2,q,m})^2} \right) \right].
\end{aligned}$$

$$FX_{1,m} = \frac{4\pi e}{c} \left\langle \sum_q^{p,b} \frac{1}{\xi^3} \left(\bar{n}_q u_{v_x,q}^{(3)} + u_{n,q}^{(1)} u_{v_x,q}^{(2)} + u_{n,q}^{(2)} u_{v_x,q}^{(1)} \right) \right\rangle_{p_{1,m}},$$

$$FY_{1,m} = \frac{4\pi e}{c} \left\langle \sum_q^{p,b} \frac{1}{\xi^3} \left(\bar{n}_q u_{v_y,q}^{(3)} + u_{n,q}^{(1)} u_{v_y,q}^{(2)} + u_{n,q}^{(2)} u_{v_y,q}^{(1)} \right) \right\rangle_{p_{1,m}},$$

$$FZ_{3,m} = \frac{4\pi e}{c} \left\langle \sum_q^{p,b} \frac{1}{\xi^3} \left(\bar{n}_q u_{v_z,q}^{(3)} + u_{n,q}^{(1)} u_{v_z,q}^{(2)} + u_{n,q}^{(2)} u_{v_z,q}^{(1)} \right) \right\rangle_{p_{3,m}} \quad - \quad \text{функции,}$$

учитывающие кубически-нелинейные добавки к соответствующим уравнениям и зависящие от гармоник взаимодействующих волн. Функции

$$\frac{1}{\xi} u_{n,q}^{(1)}, \frac{1}{\xi^2} u_{n,q}^{(2)}, \frac{1}{\xi^3} u_{n,q}^{(3)}, \frac{1}{\xi} u_{v_x,q}^{(1)}, \frac{1}{\xi^2} u_{v_x,q}^{(2)}, \frac{1}{\xi^3} u_{v_x,q}^{(3)}, \frac{1}{\xi} u_{v_y,q}^{(1)}, \frac{1}{\xi^2} u_{v_y,q}^{(2)}, \frac{1}{\xi^3} u_{v_y,q}^{(3)},$$

$$\frac{1}{\xi} u_{v_z,q}^{(1)}, \frac{1}{\xi^2} u_{v_z,q}^{(2)}, \frac{1}{\xi^3} u_{v_z,q}^{(3)} \quad \text{определяют осцилляторные слагаемые}$$

концентрации, скоростей v_x, v_y, v_z парциальных пучков в первом, втором и

третьем приближении соответственно. $\eta_1 = E_{1y,m} / (iE_{1x,m}) = \pm 1$ – знаковая

функция, которая характеризует направление вращения вектора напряженности электрического поля циркулярно-поляризованной волны

сигнала; $\eta_2 = B_{2y,m} / (iB_{2x,m}) = \pm 1$ – знаковая функция, которая характеризует

направление вращения спирального Н-убитронного поля накачки;

$\Omega_{2,q,m} = -k_{2,m} \bar{v}_{qz}$; остальные обозначения такие же, как и в (6.23).

Отметим, что для данной системы собственными являются циркулярно-поляризованные электромагнитные волны, связь между

амплитудами которых имеет вид $\eta_1 = E_{1y,m} / (iE_{1x,m}) = \pm 1$,

$\eta_2 = E_{2y,m} / (iE_{2x,m}) = \pm 1$. Уравнения для y -компонент электромагнитных полей

подобны уравнениям для x -компонент полей, и поэтому мы их не записываем

в (7.8).

Из анализа коэффициента $C_{3,m}$ следует, что для реализации

параметрического резонанса необходимо, чтобы направления вращения

вектора напряженности электрического поля сигнала \mathbf{E}_1 и вектора индукции

магнитного поля накачки \mathbf{B}_2 были одинаковыми. То есть вращение векторов

обеих волн должно происходить или по часовой стрелке ($\eta_1 = +1, \eta_2 = +1$),

если смотреть вдоль вектора напряженности продольного магнитного поля,

или против часовой стрелки ($\eta_1 = -1, \eta_2 = -1$). В противном случае $C_{3,m}$

будет равным нулю. Этот вывод полностью совпадает с выводами общей теории по отношению к резонансной поляризации [13–16]. В рассматриваемой системе волна сигнала и магнитное поле накачки являются правополяризованными.

Коэффициенты в (7.8) также зависят от постоянных составляющих скоростей \bar{v}_q и концентраций \bar{n}_q парциальных пучков. Поэтому систему уравнений (7.8) дополним уравнениями для постоянных составляющих

$$\frac{d\bar{v}_q}{dz} = V_q(\mathbf{E}_1, \mathbf{B}_2, \mathbf{E}_3, \bar{v}_q, \bar{n}_q). \quad (7.9)$$

$$\frac{d\bar{n}_q}{dz} = N_q(\mathbf{E}_1, \mathbf{B}_2, \mathbf{E}_3, \bar{v}_q, \bar{n}_q). \quad (7.10)$$

Функции V_q и N_q зависят от волновых чисел, частот, амплитуд полей, постоянных составляющих скоростей \bar{v}_q и концентраций \bar{n}_q парциальных пучков.

Полученную систему кубически-нелинейных уравнений (7.8)–(7.10) анализируем численно. Эта система уравнений описывает нелинейные процессы в ППСЛСЭ с Н-убитронной накачкой, позволяет определить уровни насыщения и другие параметры исследуемого устройства.

7.3. Мультигармонические и монохроматические взаимодействия в ППСЛСЭ Н-убитронного типа

Рассмотрим линейную стадию усиления волн в исследуемой плазменно-пучковой системе с продольным фокусирующим полем. Используя дисперсионные функции (6.24), (6.26), запишем дисперсионные уравнения для первых гармоник электромагнитной волны сигнала $\{\omega_1, k_1\}$ и волны ВПЗ $\{\omega_3, k_3\}$

$$k_{1,1}^2 c^2 - \omega_{1,1}^2 + \frac{\omega_p^2 \omega_{1,1}}{(\omega_{1,1} - \eta_1 \omega_H)} + \frac{\omega_b^2 (\omega_{1,1} - k_{1,1} \bar{v}_b)}{\bar{\gamma}_b (\omega_{1,1} - k_{1,1} \bar{v}_b - \eta_1 \omega_H / \bar{\gamma}_b)} = 0, \quad (7.11)$$

$$1 - \frac{\omega_p^2}{\omega_{3,1}^2} - \frac{\omega_b^2}{(\omega_{3,1} - k_{3,1} \bar{v}_b)^2 \bar{\gamma}_b^3} = 0. \quad (7.12)$$

В этих уравнениях $\omega_H = |e| B_0 / (m_e c)$ – циклотронная частота вращения электронов плазмы в продольном магнитном поле.

Для исследования особенностей резонансного взаимодействия волн в рассматриваемом плазменно-пучковом СЛСЭ построим зависимости (рис. 7.2) частоты волны сигнала и ВПЗ от волнового числа, используя формулы (7.11)–(7.12). На этом рисунке сплошная линия соответствует зависимости $\omega = \omega(k)$ для волн ВПЗ, штриховые для электромагнитных волн. Параметры системы, при которых были проведены расчеты, представлены в табл. 7.1.

Таблица 7.1

Параметры исследуемой системы

Параметр	Значение
Ленгмюровская частота плазмы (ω_p)	$1,0 \cdot 10^{12} \text{ с}^{-1}$
Ленгмюровская частота пучка (ω_b)	$2,0 \cdot 10^9 \text{ с}^{-1}$
Значение релятивистского фактора пучка (γ_b)	2,0
Индукция продольного магнитного поля (B_0)	$2,8 \cdot 10^3 \text{ Гс}$

Кривая 1 соответствует обыкновенной, кривая 2 – необыкновенной электромагнитным волнам [86–88, 150], кривые 3 и 4 соответствуют лево- и правополяризованными электромагнитным волнам, в распространении которых существенную роль играют электроны пучка.

Как уже упоминалось выше, волновое число k_3 и частоту ω_3 волны ВПЗ выбираем таким образом, что бы волна ВПЗ имела максимальный инкремент нарастания вследствие плазменно-пучковой неустойчивости. Этому условию, как известно, (см., например [88]) соответствует значение волнового числа $k_3 = \omega_p / v_b$. Такому значению волнового числа k_3 и частоты ω_3 соответствует точка O дисперсионной кривой ВПЗ (рис. 7.2). В соответствии с условием параметрического резонанса (7.1) частоты волны ВПЗ и электромагнитного сигнала должны быть одинаковыми $\omega_1 = \omega_3$.

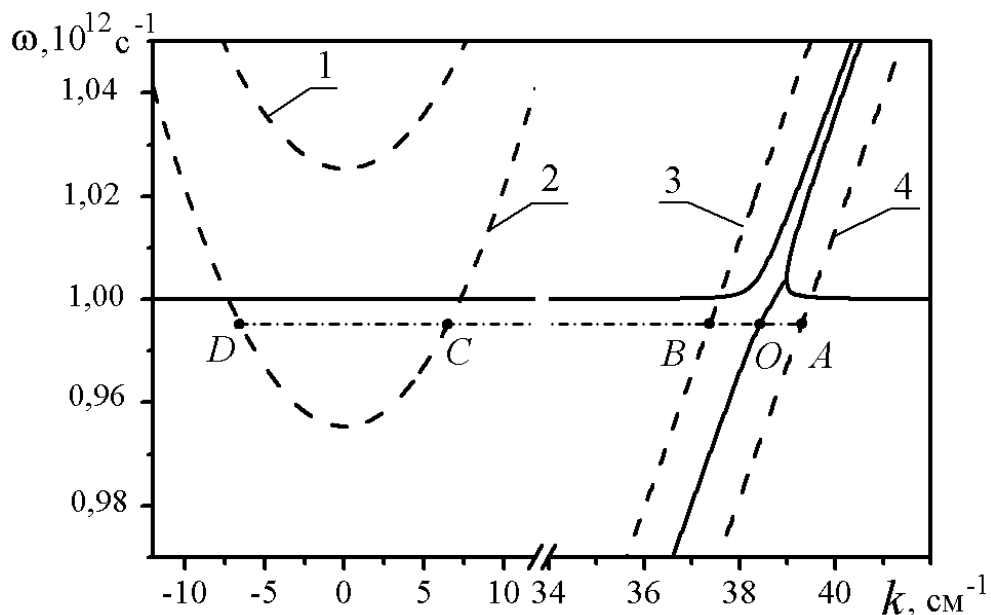


Рис. 7.2. Дисперсионные кривые волн ВПЗ электромагнитного сигнала в плазменно-пучковом супергетеродинном ЛСЭ с Н-убитронной накачкой

Проведем через точку O горизонтальную линию $\omega = \omega_3 = const$ (штрихпунктирная линия AD). Точки A, B, C, D , которые получаются в результате пересечения прямой AD с дисперсионными кривыми электромагнитных волн, характеризуют частоты и волновые числа электромагнитных волн, которые могут принимать участие в параметрически-резонансном взаимодействии волн в исследуемой системе. Таким образом, в рассматриваемом ППСЛСЭ может быть реализовано

четыре типа резонансных волновых взаимодействий, которые обозначим A, B, C, D в соответствии с точками A, B, C, D на рис. 7.2. Эти точки характеризуют частоты и волновые числа электромагнитных волн, участвующих в параметрическом резонансе. Проведем анализ таких взаимодействий.

Рассмотрим систему, параметры которой представлены в табл. 7.1. В этом случае длина волны сигнала в вакууме будет равна 1,8 мм. Решая систему уравнений (7.1), (7.11), (7.12) нетрудно найти для каждого типа параметрического резонанса период ондулятора: $\Lambda_A = 7,47$ см; $\Lambda_B = 5,79$ см; $\Lambda_C = 0,20$ см; $\Lambda_D = 0,14$ см (индекс соответствует типу параметрического резонанса). Как видим, наиболее интересными с точки зрения практической реализации прибора являются случаи A и B . Выясним, какие параметры системы определяют период ондулятора в случаях A и B . Как уже говорилось выше, кривые 3 и 4 соответствуют электромагнитным волнам, в распространении которых существенную роль играют электроны пучка. С математической точки зрения, эти волны в уравнении (7.11) определяются третьим слагаемым. Оно становится существенным, когда знаменатель этого слагаемого становится близким к нулю

$$\omega_{1,1} - k_{1,1}v_b - \eta\omega_H / \gamma_b \approx 0. \quad (7.13)$$

Для волны ВПЗ, как следует из (7.12), выполняется следующее приближенное равенство

$$k_{3,1} \approx \omega_{3,1} / v_b. \quad (7.14)$$

Учитывая условия параметрического резонанса (7.1) несложно найти параметры ондулятора

$$k_{2,1} = k_{3,1} - k_{1,1} \approx \frac{\omega_{3,1}}{\nu_b} - \frac{\omega_{1,1}}{\nu_b} + \frac{\eta\omega_H}{\gamma_b} = \frac{\eta\omega_H}{\gamma_b}. \quad (7.15)$$

В этом соотношении учли, что в соответствии с условием трехволнового резонанса (7.1) $\omega_{3,1} = \omega_{1,1}$. Отсюда следует, что волновое число ондулятора в случаях *A* и *B* определяется величиной индукции магнитного поля ($\omega_H = |e| B_0 / (m_e c) \sim B_0$), релятивистским фактором пучка γ_b и поляризацией циркулярно-поляризованной электромагнитной волны сигнала η_1 . Таким образом, напряженность продольного фокусирующего магнитного поля является определяющим фактором для периода ондуляции Н-убитронного магнитного поля исследуемого СЛСЭ.

Еще одной особенностью параметрического резонанса волн в рассматриваемой системе, которая следует из формулы (7.11), является то, что волновое число k_2 не зависит от частоты волн сигнала и ВПЗ. К этому же выводу можно прийти, анализируя рис. 7.2. Здесь кривые 3, 4 и соответствующие кривые ВПЗ являются практически параллельными, что свидетельствует о том, что «расстояние» между ним для различных частот остается практически неизменным. Из этого следует, что условие параметрической связи будет выполняться не только для основных гармоник волн сигнала, ВПЗ, но и для их высших гармоник. При этом в таких трехволновых резонансных взаимодействиях участвует одна и та же гармоника магнитного поля $k_{2,1}$. Так для *m*-х гармоник сигнала, ВПЗ и первой гармоники поля накачки будет иметь место соотношение аналогичное (7.15)

$$k_{2,1} = k_{3,m} - k_{1,m} \approx \frac{\omega_{3,m}}{\nu_b} - \frac{\omega_{1,m}}{\nu_b} + \frac{\eta\omega_H}{\gamma_b} = \frac{\eta\omega_H}{\gamma_b}. \quad (7.16)$$

Здесь учтено, что частоты m -х гармоник сигнала и ВПЗ одинаковы. Таким образом, резонансные условия (7.1) можно расширить и на m -е гармоники сигнала и ВПЗ

$$\omega_{3,m} = \omega_{1,m}, \quad k_{3,m} = k_{1,m} + k_{2,1}. \quad (7.17)$$

Учтем, что вследствие линейности связи между частотой и волновым числом волны ВПЗ (7.14) имеет место возбуждение высших гармоник ВПЗ (см. подразд. 6.3). Тогда из (7.17) следует, что при этом будут также возбуждаться высшие гармоники сигнала. И при этом достаточно иметь только монохроматическое ондуляторное поле ($k_{2,1}$).

Таким образом, в случае реализации параметрических резонансов A и B могут иметь место мультигармонические взаимодействия (7.17), генерация высших гармоник электромагнитного сигнала. Для реализации этого достаточно иметь монохроматическое поле накачки. Это открывает новые возможности формирования электромагнитных сигналов с широким мультигармоническим спектром.

Для параметрических резонансов C и D , как следует из выше приведенных оценок ($\Lambda_C = 0,20$ см; $\Lambda_D = 0,14$ см), необходимо использовать микроондуляторы. Анализируя кривые 1 и 2 на рис. 7.2, можно сделать вывод, что в случае C и D будут реализовываться монохроматические режимы работы.

7.4. Мультигармонические взаимодействия в слабосигнальном приближении

Проведем анализ слабосигнального этапа развития мультигармонических взаимодействий волн в плазменно-пучковом СЛСЭ Н-убитронного типа. Получим систему уравнений, которая описывает

процессы взаимодействия в приближении слабого сигнала. Для этого из системы нелинейных уравнений (7.8)–(7.10) удалим кубически-нелинейные слагаемые и проведем преобразование получившейся системы, как это было сделано для системы (6.35). В результате искомая система квадратично-нелинейных уравнений примет вид

$$\begin{aligned}
 & K_{1,1,m} \frac{\partial E_{1x,m}}{\partial t} + D_{1,m} E_{1x,m} = K_{3,m} E_{3z,m} B_{2y,1}^*, \\
 & C_{2,m} \frac{\partial^2 E_{3z,m}}{\partial t^2} + C_{1,m} \frac{\partial E_{3z,m}}{\partial t} - (C_{1,m} \Gamma_m + C_{2,m} \Gamma_m^2) E_{3z,m} = \\
 & = C_{3,m} E_{1x,m} B_{2y,1} + C_{4,m} \left\langle \int E_z \left(\int E_z dp_3 \right) dp_3 \right\rangle_{p_{3,m}} + C_{5,m} \left\langle \left(\int E_z dp_3 \right)^2 \right\rangle_{p_{3,m}}.
 \end{aligned} \tag{7.18}$$

Основное отличие системы (7.18) от аналогичной, которая описывает процессы усиления волн в ППСЛСЭ доплерotronного типа (6.35), – возможность множества трехволновых параметрических резонансов высших гармоник сигнала и ВПЗ с использованием первой гармоники волны накачки. Резонансное условие таких взаимодействий описывается (7.17).

Остальные процессы взаимодействия волн в ППСЛСЭ Н-убитронного типа проходят аналогично, как и в ППСЛСЭ с доплерotronной накачкой. Среди этих процессов следует отметить интенсивную генерацию высших гармоник ВПЗ за счет множественных резонансов (6.32).

Таким образом, в ППСЛСЭ Н-убитронного типа имеет место два механизма возбуждения высших гармоник. Один механизм связан с множественными резонансными взаимодействиями гармоник нарастающей волны ВПЗ (6.32), а другой – с множественными трехволновыми параметрическими резонансами гармоник волн ВПЗ и электромагнитного сигнала (7.17). И эти две группы множественных резонансных взаимодействий связаны между собой через общие волны, а именно, гармоники нарастающей волны.

Тогда, если на вход ППСЛСЭ Н-убитронного типа подать монохроматический сигнал, то за счет параметрического резонанса первых гармоник сигнала и ондуляторного поля возбуждается первая гармоника нарастающей волны ВПЗ. Далее первая гармоника ВПЗ в результате множественных трехволновых резонансных взаимодействий (6.32) генерирует высшие гармоники ВПЗ, которые, в свою очередь, вызывают возбуждение высших гармоник электромагнитного сигнала благодаря множественным резонансам (7.17). В результате таких взаимодействий на выходе ППСЛСЭ с Н-убитронной накачкой формируется мощный мультигармонический электромагнитный сигнал.

Система уравнений (7.18) позволяет найти инкременты нарастания волн в ППСЛСЭ Н-убитронного типа для m -х гармоник электромагнитного сигнала и ВПЗ. Ищем решения в виде $E_{1x,m}, E_{3z,m} \sim \exp(\alpha t)$. Тогда из системы (7.18) получаем для инкремента нарастания α выражение

$$\left(\frac{C_{2,m}}{C_{1,m}} (\alpha^2 - \Gamma_m^2) + (\alpha - \Gamma_m) \right) \cdot \alpha = \frac{C_{3,m} K_{3,m}}{C_{1,m} K_{1,m}} \cdot |B_{2x,1}|^2 \equiv \alpha_{par,m}^2. \quad (7.19)$$

В полученном соотношении через $\alpha_{par,m}$ обозначен инкремент нарастания за счет трехволнового параметрического резонанса между m -й гармоникой волны сигнала, ВПЗ и 1-й гармоникой поля накачки.

Уравнение (7.19) является кубическим уравнением относительно неизвестной α . Наиболее простой приближенный вид решений этого уравнения можно получить для случая, когда инкремент нарастания плазменно-пучковой неустойчивости для m -й гармоники Γ_m намного больше инкремента нарастания параметрического взаимодействия m -х гармоник сигнала и ВПЗ ($\Gamma_m \gg \alpha_{par,m}$). Тогда

$$\alpha = \Gamma_m \left(1 + \frac{\alpha_{par,m}^2}{\Gamma_m^2 (1 + 2C_{2,m} \Gamma_m / C_{1,m})} \right). \quad (7.20)$$

Из соотношения (7.20) следует, что по математической структуре инкремент супергетеродинного усиления α совпадает с инкрементом (6.37), полученным для ППСЛСЭ доплертронного типа. Также из формулы (7.20) следует, что при условии $\Gamma_m \gg \alpha_{par,m}$ инкремент нарастания α практически определяется инкрементом нарастания плазменно-пучковой неустойчивости Γ_m .

7.5. Анализ уровней и механизмов насыщения

Проведем анализ уровней и механизмов насыщения плазменно-пучковых СЛСЭ с Н-убитронной накачкой, которые описываются системой нелинейных уравнений (7.8), с использованием стандартных численных методов. Рассматриваем ППСЛСЭ, параметры которой представлены в табл. 7.1. Свойства системы подбираем таким образом, чтобы волна ВПЗ имела максимальный инкремент нарастания за счет плазменно-пучковой неустойчивости. Поэтому волновое число первой гармоники волны ВПЗ принимаем равным $k_3 = \omega_p / \bar{v}_b = 38,5 \text{ см}^{-1}$. В этом случае длина волны сигнала в вакууме будет равна 1,6 мм, период ондуляции – 5,79 см. Также считаем, что циркулярно-поляризованный ондулятор является монохроматическим, то есть $k_{2,m} = 0$ при $m > 1$. Индукцию магнитного поля накачки принимаем равной $B_{2,1} = 1,0 \cdot 10^3 \text{ Гс}$.

Проведем анализ влияния высших гармоник сигнала и ВПЗ на уровни насыщения в рассматриваемом ППСЛСЭ. Для этого рассмотрим расчеты, представленные на рис. 7.3 и 7.5.

На рис. 7.3 представлена зависимость амплитуды первой гармоники волны сигнала $E_{1,1} = \sqrt{|E_{1x,1}|^2 + |E_{1y,1}|^2}$ от нормированного времени $T = \Gamma_p \cdot t$, где Γ_p – максимальный инкремент нарастания плазменно-пучковой неустойчивости (6.38). В одном случае (кривая 1) учитывали только первые гармоники взаимодействующих волн, в другом случае (кривая 2)

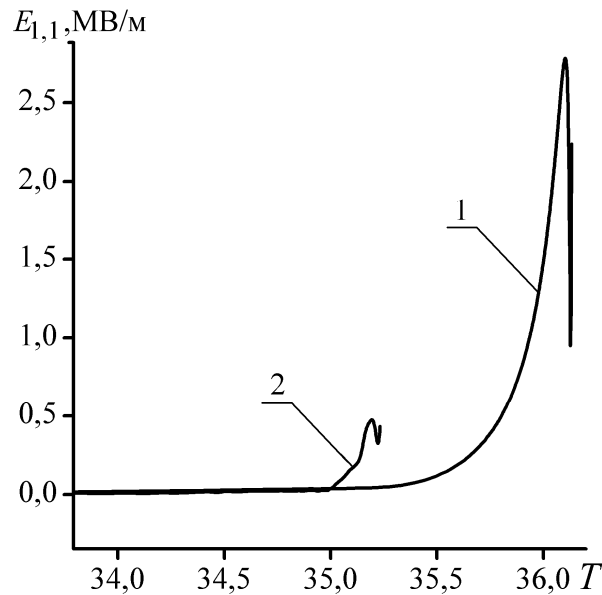


Рис. 7.3. Зависимость амплитуды первой гармоники волны сигнала от нормированного времени $T = \Gamma_p \cdot t$

учитывали 10 гармоник каждой из взаимодействующих волн (понятно, что 2-я и более высокие гармоники циркулярно-поляризованного ондулятора при этом принимались равными нулю). Анализируя рис. 7.3, видим, что уровень насыщения в случае учета высших гармоник (кривая 2) более чем в пять раз меньше по сравнению с вариантом расчетов, когда высшие гармоники не принимались во внимание (кривая 1).

Для выяснения причины такого снижения рассмотрим зависимость амплитуд высших гармоник волны сигнала $E_{1,m}$ от нормированного времени (рис. 7.4). На рис. 7.4 кривая 1 характеризует динамику первой гармоники, кривая 2 – третьей, кривая 3 – пятой, кривая 4 – седьмой, кривая 5 – девятой

гармоники. Анализируя уровень высших гармоник сигнала (рис. 7.4), можем убедиться, что высшие гармоники имеют амплитуды, величина которых соизмерима, а некоторых даже выше амплитуды первой гармоники. Возбуждение высших гармоник сигнала происходит как из-за трехволновых

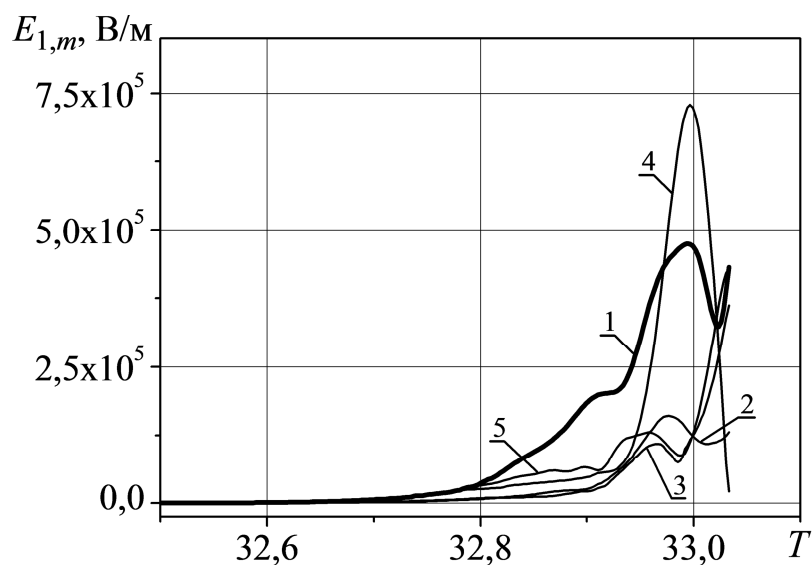


Рис. 7.4. Зависимость амплитуд высших гармоник волны сигнала от нормированного времени $T = \Gamma_p \cdot t$

резонансных взаимодействий с волнами пространственного заряда (7.17), так из-за взаимодействия гармоник электромагнитной волны между собой. Причиной взаимодействия гармоник волны сигнала между собой связана с тем, что дисперсионная кривая для электромагнитных волн, которые принимают участие в трехволновом параметрическом резонансе в плазменно-пучковом СЛСЭ, является линейной (кривая 3 на рис. 7.2). Таким образом, часть энергии в исследуемом СЛСЭ тратится на генерацию высших гармоник. При этом энергия, которая передается первой гармонике становится меньше. Именно поэтому уровень насыщения амплитуды первой гармоники в пять раз меньше по сравнению с вариантом с вариантом расчетов, когда высшими гармониками пренебрегали (кривая 1 на рис. 7.3).

На рис. 7.5 представлены зависимости амплитуд первых гармоник напряженности электрического поля ВПЗ от нормированного времени

$T = \Gamma_p \cdot t$. Кривая 1 на этом рисунке соответствует случаю, когда в расчетах

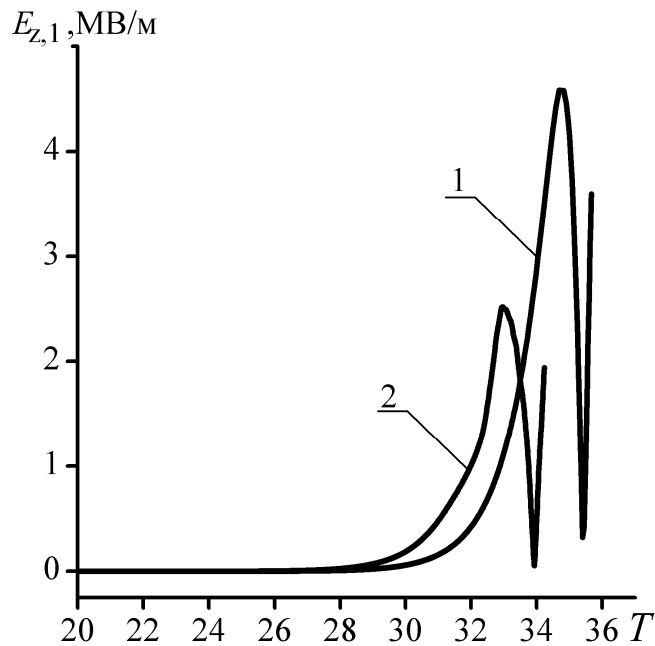


Рис. 7.5. Зависимость амплитуды первой гармоники напряженности электрического поля ВПЗ от нормированного времени $T = \Gamma_p \cdot t$

учитывалось влияние 10 первых гармоник взаимодействующих волн, кривая 2 – когда в расчетах учитывалась только первые гармоник взаимодействующих волн. Из сопоставления этих кривых следует, что при учете влияния высших гармоник уровень насыщения 1-й гармоники ВПЗ уменьшается более чем в 2 раза, время насыщения также уменьшается. И при этом, как показывают исследования, амплитуды высших гармоник волны ВПЗ являются соизмеримыми с амплитудой первой гармоники ВПЗ. Такое поведение гармоник волны ВПЗ объясняется тем, что дисперсионная кривая для нее является линейной. Поэтому между гармониками волны ВПЗ имеет место интенсивное параметрически-резонансное взаимодействие. Результат такого взаимодействия приводит, с одной стороны, к генерации высших гармоник ВПЗ, а с другой стороны, к уменьшению амплитуды первой гармоники ВПЗ по сравнению со случаем, когда учет высших гармоник не производился. Уменьшение уровня насыщения первой гармоники ВПЗ

является также одной из причин, которые приводят к уменьшению уровня насыщения первой гармоники волны сигнала.

Сравним уровень насыщения сигнала в плазменно-пучковых СЛСЭ с Н-убитронной и доплертронной накачкой, которые используют одинаковые плазменно-пучковые системы (кривая 1 на рис. 7.3 и кривые 1 на рис. 6.4). Видим, что для плазменно-пучковых СЛСЭ с доплертронной накачкой уровень насыщения больше почти в пять раз. Также в СЛСЭ доплертронного типа высшие гармоники практически отсутствуют. То есть здесь реализуется монохроматический режим взаимодействия. Причина этого состоит в использовании в трехволновом параметрическом резонансе необыкновенной электромагнитной волны (кривая 2 на рис. 7.2), которая характеризуется сильной дисперсией. В отличие от доплертронной модели в Н-убитронной генерируются интенсивные высшие гармоники электромагнитной волны с амплитудами соизмеримыми с амплитудой первой гармоники. Это означает, что в этом случае энергия электромагнитной волны распределяется среди всех гармоник сигнала. Несмотря на то, что первая гармоника сигнала в Н-убитронной модели меньше, чем в доплертронной модели, совокупная мощность всех гармоник является значительной. Так для исследуемого случая было получено, что мощность мультигармонической электромагнитной волны равна 8 МВт. Обратим внимание, при этом использовался электронный пучок с умеренными параметрами для такого класса устройств ($\omega_b = 2 \cdot 10^9 \text{ с}^{-1}$, $\gamma_b = 2$, сила тока 100 А).

Таким образом, плазменно-пучковые СЛСЭ с Н-убитронной накачкой способны формировать интенсивное мультигармоническое электромагнитное излучение в мм-субмм диапазоне длин волн, являются перспективными для создания нового типа мощных мультигармонических усилителей и генераторов этого диапазона.

7.6. Выводы к разделу 7

1. Предложена концепция плазменно-пучкового СЛСЭ с Н-убитронной накачкой, в котором электромагнитная волна усиливается благодаря параметрическому резонансу пучковой волной пространственного заряда, нарастающей вследствие плазменно-пучковой неустойчивости и Н-убитронным магнитным полем.

2. Выяснено, что плазменно-пучковые СЛСЭ с Н-убитронным магнитным полем могут работать в четырех различных режимах. Два из них позволяют усиливать сигналы с высокой степенью монохроматичности, два другие – формировать электромагнитные волны с широким мультигармоническим спектром. Показано, что формирование мультигармонических электромагнитных волн становится возможным благодаря использованию множественных трехволновых резонансных взаимодействий двух видов: 1) между гармониками электромагнитных волн и ВПЗ; 2) между гармониками нарастающей ВПЗ. Особенностью таких взаимодействий является то, что для их реализации достаточно использовать ондулятор с монохроматическим полем. Получены аналитические выражения для инкрементов нарастания волн в ППСЛСЭ с Н-убитронной накачкой.

3. Впервые построена мультигармоническая кубически-нелинейная теория ППСЛСЭ с Н-убитронной накачкой. Проведен анализ уровней насыщения. Продемонстрировано, что такие устройства способны создавать мощные мультигармонические волновые пакеты электромагнитных волн в мм-субмм диапазоне длин волн.

ВЫВОДЫ

Проведенные в диссертационной работе исследования осуществляют дальнейшее развитие научного направления «Физика мультигармонических процессов в сильноточных лазерах на свободных электронах». Практическое значение полученных результатов состоит в том, что они могут быть использованы для создания новых типов устройств, формирующие интенсивное электромагнитное излучение с широким спектром, – мультигармонических супергетеродинных лазеров на свободных электронах. Основные результаты диссертационной работы состоят в следующем:

1. Предложен метод (метод компрессии) формирования ультракоротких кластеров электромагнитного поля, суть которого состоит в генерации входным сигналом высших гармоник с соизмеримыми амплитудами, суперпозиция которых формирует ультракороткий электромагнитный кластер.

2. Предложен физический механизм реализации метода компрессии на основе мультигармонических СЛСЭ. Суть реализации такого механизма состоит в 1) преобразовании электромагнитного сигнала в волну пространственного заряда; 2) генерации высших гармоник в электронном пучке вследствие линейного эффекта супергетеродинного усиления; 3) преобразовании мультигармонической ВПЗ в мультигармоническую волну сигнала, которая является кластером электромагнитного поля.

3. Предложена концепция мультигармонических лазеров на свободных электронах, основное предназначение которых состоит в формировании интенсивных электромагнитных волн с широким спектром, в том числе, мощных ультракоротких кластеров электромагнитного поля.

4. Проанализированы трехволновые параметрически-резонансные взаимодействия ВПЗ в двухскоростном релятивистском электронном пучке. Проведена их классификация и выяснено, что здесь возможна реализация 16 разных типов параметрических резонансных взаимодействий. Четыре из них имеют множественный характер – условия трехволнового параметрического резонанса выполняются одновременно для большого количества троек волн,

которые связаны друг с другом через общую нарастающую волну. Выяснено, что здесь возможны следующие варианты трехволновых взаимодействий: взрывная неустойчивость (4 типа взаимодействий), экспоненциальное нарастание волн (6 типов взаимодействий), распад с повышением частоты (4 типа взаимодействий), распад с понижением частоты (6 типов взаимодействий). Получено, что наиболее существенное нарастание волн имеет место в случае взрывной неустойчивости и при экспоненциальном нарастании за счет двухпотоковой неустойчивости.

5. Построена самосогласованная кубически-нелинейная теория мультигармонических взаимодействий нарастающих волн в двухскоростном релятивистском электронном пучке. Выяснено, что когда частота первой гармоники много меньше критической частоты, происходит формирование продольных волн с широким мультигармоническим спектром, в котором высшие гармоники имеют более высокие амплитуды. Предложено использовать такие мультигармонические взаимодействия для генерирования ВПЗ с аномальными спектрами в двухпотоковых СЛСЭ.

6. В кубически-нелинейном приближении проведен анализ влияния мультигармонических взаимодействий продольных волн разного типа на формирование аномального широкого спектра нарастающих волн в двухскоростном релятивистском электронном пучке. Выяснено, что параметрический резонанс продольных волн разного типа может оказывать существенное влияние на формирование спектра нарастающих волн, а именно: менять форму спектра, в 10 и более раз увеличивать максимальные значения амплитуд. Предложено использовать такие параметрические резонансы для управления формированием широких спектров нарастающих волн.

7. Построена кубически-нелинейная самосогласованная теория мультигармонических двухпотоковых СЛСЭ, которая учитывает множественные трехволновые резонансные взаимодействия гармоник волн. Исследовано влияние множественных трехволновых взаимодействий на динамику основной гармоники двухпотокового СЛСЭ, работающего в

режиме усиления максимально мощного сигнала. Показано, что такие взаимодействия могут приводить к уменьшению уровня электромагнитного сигнала в 10 и более раз.

8. Предложено для формирования мощных электромагнитных волн с широким спектром использовать режимы работы двухпотоковых СЛСЭ, в которых первая гармоника ВПЗ много меньше критической частоты двухпотоковой неустойчивости. Проведен амплитудный, фазовый и спектральный анализ процессов протекающих при формировании ультракоротких электромагнитных кластеров в таких устройствах. Выявлены условия, необходимые для формирования ультракоротких кластеров электромагнитного поля. Показано, что двухпотоковые СЛСЭ с энергиями пучков $\sim 3,3$ МэВ могут формировать электромагнитные кластеры с длительностями ~ 40 фс.

9. Построена кубически-нелинейная теория параметрических резонансных взаимодействий в электронно-волновых СЛСЭ с Н-убитронной накачкой, в которых в качестве дополнительного механизма усиления используются трехволновые резонансные взаимодействия ВПЗ с частотами, превышающими критическую частоту двухпотоковой неустойчивости. Проведен анализ режимов работы. Выяснено, что электронно-волновые двухпотоковые ЛСЭ могут иметь в 3 и более раз меньшие длины насыщения по сравнению с эквивалентными параметрическими ЛСЭ. Показано, что эти системы могут работать как высокоэффективные усилители мощности в субмм-ИК диапазоне волн с высоким уровнем монохроматичности.

10. Предложена концепция плазменно-пучкового супергетеродинного ЛСЭ электронах, в котором электромагнитная волна усиливается благодаря параметрическому резонансу с пучковой волной пространственного заряда, нарастающей вследствие плазменно-пучковой неустойчивости, и Н-убитронным магнитным полем. Выяснено, что такие плазменно-пучковые СЛСЭ могут работать в четырех различных режимах. Два из них позволяют усиливать сигналы с высокой степенью монохроматичности, два другие –

формировать сигнал с достаточно широким спектром высших гармоник.

11. Предложено использовать плазменно-пучковый СЛСЭ с Н-убитронной накачкой в качестве мультигармонического ЛСЭ для формирования мощных мультигармонических волн в мм-субмм диапазоне. Показано, что благодаря особенностям дисперсионных характеристик для его реализации достаточно использовать монохроматические системы накачки. Построена кубически-нелинейная самосогласованная теория мультигармонических взаимодействий в таких СЛСЭ. Продемонстрировано, что такие устройства способны формировать мультигармонические электромагнитные волны достаточно высокой суммарной мощности (8 МВт) в мм-субмм диапазоне длин волн, используя при этом электронные пучки с умеренными параметрами (энергия 0,5 МэВ, сила тока 100 А).

12. Построена самосогласованная кубически-нелинейная теория параметрически-резонансных взаимодействий электромагнитных волн в плазменно-пучковых СЛСЭ, в качестве накачки которых используется замедленная электромагнитная волна, распространяющаяся в замагниченной плазменно-пучковой системе навстречу электронному пучку. Показано, что мультигармонические взаимодействия высших гармоник ВПЗ понижают уровни насыщения электромагнитного сигнала в 2 и более раз. Выяснено, что механизмы насыщения связаны с нелинейным сдвигом частоты и захватом плазменной волной электронов пучка. Продемонстрировано, что такие СЛСЭ способны генерировать мощные (16 МВт) монохроматические электромагнитные волны в мм-субмм диапазоне длин волн, используя при этом электронные пучки с умеренными параметрами (энергия 0,5 МэВ, сила тока 100 А).

13. Проведена модернизация метода усредненных характеристик для решения задач анализа мультигармонических процессов в супергетеродинных ЛСЭ с учетом специфики множественных параметрических резонансов. Такая модернизация связана с прямым и обратным переходами и направлена на упрощение алгоритма асимптотического интегрирования для систем с одним иерархическим уровнем.

БЛАГОДАРНОСТИ

Автор выражает глубокую благодарность заслуженному деятелю науки и техники Украины, доктору физико-математических наук, профессору Кулишу Виктору Васильевичу за постоянное внимание, поддержку и руководство в процессе работы над диссертацией.

Хочу высказать признательность доктору физико-математических наук, профессору Воробьеву Г.С. за постоянное внимание и поддержку работы. Благодарю также кандидата физ.-мат. наук Савченко В.И. за консультации, связанные с компьютерным моделированием, своих учеников кандидатов физико-математических наук Коваля В.В. и Ромбовского М.Ю. за помощь во время работы над диссертацией. Автор благодарен всем сотрудникам кафедры общей и теоретической физики, в первую очередь заведующему кафедрой доктору физико-математических наук, профессору Лопаткину Ю.М., за поддержку работы.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Madey J.M.J. Stimulated emission of bremsstrahlung in a periodic magnetic field / J.M.J. Madey // J. Appl. Phys. – 1971. – Vol. 42, No. 5. – P. 1906–1913.
2. А. с. № 705914 СССР МКИ H01J 25/00. Электронный прибор / Р.А. Силин, В.В. Кулиш, Ю.И. Клименко ; заявл. 18.05.72 ; опубл. после снятия грифа секретности 15.05.1991, Бюл. № 26.
3. Observation of Stimulated Emission of Radiation by Relativistic Electrons in a Spatially Periodic Transverse Magnetic Field / L.R. Elias, W.M. Fairbank, J.M.J. Madey [et al.] // Phys. Rev. Lett. – 1976. – Vol. 36, No. 13. – P. 717–720.
4. First operation of a free-electron laser / D.A.G. Deacon, L.R. Elias, J.M.J. Madey [et al.] // Phys. Rev. Lett. – 1977. – Vol. 38, No. 16. – P. 892–894.
5. Strong submillimeter radiation from intense relativistic electron beams / V.L. Granatstein, M. Herndon, R.K. Parker, S.P. Schlesinger // IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques. – 1974. – Vol. 22, No. 12. – P. 1000–1005.
6. Production of megawatt submillimeter pulses by stimulated magneto-Raman scattering / V.L. Granatstein, S.P. Schlesinger, M. Herndon [et al.] // Applied Physics Letters. – 1977. – Vol. 30, No. 8. – P. 384–386.
7. Маршалл Т. Лазеры на свободных электронах / Т. Маршалл ; пер. с англ. А.Н. Сандалова. – М.: Мир, 1987. – 240 с.
8. Brau C. Free electron laser / C. Brau. – Boston: Academic Press, 1990. – 420 p.
9. Freund H.P. Principles of free-electron lasers / H.P. Freund, T.M. Antonsen. – London : Chapman & Hall, 1996. – 576 p.
10. O'Shea P.G. Free-Electron Lasers: Status and Applications / P.G. O'Shea, H.P. Freund // Science. – 2001. – Vol. 292, No. 5523. – P. 1853–1858.

11. Schmuser P. Ultraviolet and soft X-ray free electron lasers / P. Schmuser, M. Ohlus, J. Rossbach. – Berlin, Heidelberg : Springer, 2008. – 207 p.
12. Saldin E.L. The physics of free electron lasers / E.L. Saldin, E.V. Scheidmiller, M.V. Yurkov. – Berlin, Heidelberg : Springer, 2010. – 474 p.
13. Kulish V.V. Hierarchic electrodynamics and free electron lasers / V.V. Kulish. – Boca Raton, London, New York : CRC Press, 2011. – 697 p.
14. Kulish V.V. Hierarchical methods: Hierarchy and hierarchic asymptotic methods in electrodynamics, Vol. 1 / V.V. Kulish. – Dordrecht, Boston, London : Kluwer Academic Publishers, 2002. – 380 p.
15. Kulish V.V. Hierarchical methods: Undulative electrodynamic system, Vol. 2 / V.V. Kulish. – Dordrecht, Boston, London : Kluwer Academic Publishers, 2002. – 396 p.
16. Kulish V.V. Methods of averaging in nonlinear problem of relativistic electrodynamics / V.V. Kulish. – Atlanta : World Federation Published Company, 1998. – 263 p.
17. Коцаренко Н.Я. О возможности супергетеродинного усиления электромагнитных волн в электронных потоках / Н.Я. Коцаренко, В.В. Кулиш // ЖТФ. – 1980. – Т. 50, № 2. – С. 220–222.
18. Коцаренко Н.Я. Об эффекте супергетеродинного усиления электромагнитных волн в системе плазма-пучок / Н.Я. Коцаренко, В.В. Кулиш // Радиотехника и электроника. – 1980. – Т. 25, № 11. – С. 2470–2471.
19. Bekefi G. Two-stream, free-electron lasers / G. Bekefi, K.D. Jacobs // J. Appl. Phys. – 1982. – Vol. 53, No. 6. – P. 4113–4121.
20. Болонин О.Н. Супергетеродинное усиление электромагнитных волн в системе двух релятивистских электронных потоков / О.Н. Болонин, В.В. Кулиш, В.П. Пугачев // УФЖ. – Т. 33, № 10. – 1988. – С. 1465–1468.

21. Botton M. Two-stream instability in free electron lasers / M. Botton, A. Ron // *IEEE Transactions on Plasma Science*. – 1990. – Vol.18, No. 3. – P. 416–423.
22. Botton M. Gain enhancement in a free electron laser by two-stream instability / M. Botton, A. Ron // *J. Appl. Phys.* – 1990. – Vol. 67, No. 10. – P. 6583–6585.
23. Кулиш В.В. К теории супергетеродинных лазеров на свободных электронах клистронного типа / В.В. Кулиш // *УФЖ*. – 1991. – Т. 36, № 1. – С. 28–33.
24. Кулиш В.В. К теории релятивистских параметрических электронно-волновых лазеров на свободных электронах / В.В. Кулиш // *УФЖ*. – Т. 36, № 5. – 1991. – С. 686–693.
25. Кулиш В.В. К теории эффекта супергетеродинного усиления электромагнитных волн в плазме двухпучковой релятивистской электронной системы / В.В. Кулиш, В.П. Пугачев // *Физика плазмы*. – 1991. – Т. 17, № 6. – С. 696–705.
26. Кулиш В.В. Физика двухпучкового лазера на свободных электронах / В.В. Кулиш // *Вестник МГУ. Серия: Физика и астрономия*. – 1992. – Т. 33, № 3. – С. 64–78.
27. Kulish V.V. Superheterodyne electron-wave free-electron lasers / V.V. Kulish // *International journal of infrared and millimeter waves*. – 1993. – Vol. 14, No. 3. – P. 415–450.
28. Kulish V.V. Nonlinear self-consistent theory of superheterodyne and parametric electron laser / V.V. Kulish, S.A. Kuleshov, A.V. Lysenko // *The International Journal of Infrared and Millimeter Waves*. – 1993. – Vol. 14, No. 3. – P. 451–567.
29. Kulish V.V. Nonlinear self-consistent theory of two-stream superheterodyne free electron lasers / V.V. Kulish, S.A. Kuleshov, A.V. Lysenko // *The international journal of infrared and millimeter waves*. – 1994. – Vol. 15, No. 1. – P.77–120.

30. Крюков П.Г. Лазеры ультракоротких импульсов и их применения / П.Г. Крюков. – Долгопрудный : Интеллект, 2012. – 248 с.
31. Diels J.C. Ultrashort laser pulse phenomena / J.C. Diels, W. Rudolph. – New York : Academic Press, 2006. – 675 p.
32. Chin S.L. Femtosecond laser filamentation / S.L. Chin. – New York : Springer, 2010. – 130 p.
33. Kulish V.V. Effect of parametric resonance on the formation of waves with a broad multiharmonic spectrum during the development of two-stream instability / V.V. Kulish, A.V. Lysenko, M.Yu. Rombovsky // Plasma Physics Reports. – 2010. – Vol. 36, No. 7. – P. 594–600. (Кулиш В.В. Влияние параметрического резонанса на формирование волн с широким мультигармоничным спектром при развитии двухпотоковой неустойчивости / В.В. Кулиш, А.В. Лысенко, М.Ю. Ромбовский // Физика плазмы. – 2010. – Т. 36, № 7. – С. 637–643.)
34. Кулиш В.В. Параметрический резонанс пучковых волн в двухскоростном электронном пучке / В.В. Кулиш, А.В. Лысенко, М.Ю. Ромбовский // Прикладная физика. – 2009. – № 1. – С. 71–78.
35. Кулиш В.В. Активные ЛСЭ-клистроны как формирователи фемтосекундных кластеров электромагнитного поля. Нелинейная физика пролетной секции / В.В. Кулиш, А.В. Лысенко, А.Ю. Брусник // Журнал нано- та електронної фізики. – 2012. – Т. 4, № 2, ч. II. – С. 02037(7).
36. Kulish V.V. Hierarchical asymptotic methods in the theory of cluster free electron lasers / V.V. Kulish, A.V. Lysenko, A.Ju. Brusnik // Journal of Infrared, Millimeter and Terahertz Waves. – 2012. – Vol. 33, No. 2. – P. 149–173.
37. Куліш В.В. Нелінійна ієрархічна теорія двопотокової нестійкості у релятивістських плазмподібних системах / В.В. Куліш, О.В. Лисенко, В.І. Савченко // Вісник Сумського державного університету. Серія: Фізика, математика, механіка. – 2001. – № 3 (24)–4 (25). – С. 12–17.

38. Кулиш В.В. Кубически-нелинейная теория электронно-волновых двухпоточковых лазеров на свободных электронах с Н-убитронной накачкой / В.В. Кулиш, А.В. Лысенко, М.Ю. Ромбовский // ВАНТ. Серия: Ядерно-физические исследования. – 2010. – № 3 (54). – С. 111–116.
39. Куліш В.В. До теорії електронно-хвильових супергетеродинних лазерів на вільних електронах з Н-убітронною накачкою / В.В. Куліш, О.В. Лисенко, М.Ю. Ромбовський // Вісник Сумського державного університету. Серія: Фізика, математика, механіка. – 2004. – № 8 (67). – С.128–138.
40. Куліш В.В. Теорія електронно-хвильових двопоточкових лазерів на вільних електронах з Н-убітронною накачкою / В.В. Куліш, О.В. Лисенко, М.Ю. Ромбовський // Вісник Сумського державного університету. Серія: Фізика, математика, механіка. – 2005. – № 4 (76). – С. 58–70.
41. Kulish V.V. Multiharmonic cubic-nonlinear theory of plasma-beam superheterodyne free-electron lasers of the dopplertron type / V.V. Kulish, A.V. Lysenko, V.V. Koval // Plasma Physics Reports. – 2010. – Vol. 36, No. 13. –P. 1185–1190. (Кулиш В.В. Мультигармоническая кубически-нелинейная теория супергетеродинных плазменно-пучковых лазеров на свободных электронах с доплертронной накачкой / В.В. Кулиш, А.В. Лысенко, В.В. Коваль // Прикладная физика. – 2009. – № 5. – С. 76–81.)
42. Куліш В.В. До теорії плазмпучкового супергетеродинного лазера на вільних електронах / В.В. Куліш, О.В. Лисенко, В.В. Коваль // Вісник Сумського державного університету. Серія: Фізика, математика, механіка. – 2007. – № 2. – С. 112–119.
43. Kulish V.V. On the theory of a plasma-beam superheterodyne free electron laser with H-ubitron pumping / V.V. Kulish, A.V. Lysenko, V.V. Koval // Technical Physics Letters. – 2009. – Vol. 35, No. 8. – P. 696–699. (Кулиш В.В. К теории плазма-пучковых супергетеродинных лазеров на

- свободных электронах с Н-убитронной накачкой / В.В. Кулиш, А.В. Лысенко, В.В. Коваль // Письма в ЖТФ. – 2009. – Т. 35, вып. 15. – С.25–32.)
44. Кулиш В.В. Кубически-нелинейная теория супергетеродинных плазма-пучковых лазеров на свободных электронах с Н-убитронной накачкой / В.В. Кулиш, А.В. Лысенко, В.В. Коваль // Радиофизика и электроника. – 2009. – Т. 14, № 3. – С. 383–388.
 45. Кулиш В.В. Нелинейная теория плазма-пучкового супергетеродинного лазера на свободных электронах с Н-убитронной накачкой / В.В. Кулиш, А.В. Лысенко, В.В. Коваль // Науковий вісник Ужгородського університету. Серія: Фізика. – 2009. – Вип. 24. – С. 108–114.
 46. Кулиш В.В. Активные ЛСЭ-клистроны как формирователи фемтосекундных кластеров электромагнитного поля. Общее описание / В.В. Кулиш, А.В. Лысенко, А.Ю. Брусник // Журнал нано- та електронної фізики. – 2010. – Т. 2, № 2. – С. 50–78.
 47. Кулиш В.В. Активные ЛСЭ-клистроны как формирователи фемтосекундных кластеров электромагнитного поля. Системы на базе двухпоточковой неустойчивости / В.В. Кулиш, А.В. Лысенко, А.Ю. Брусник // Журнал нано- та електронної фізики. – 2012. – Т. 4, № 2, ч. I. – С. 02015(7).
 48. Kulish V.V. Two-stream free electron lasers: General properties / V.V. Kulish, A.V. Lysenko, V.I. Savchenko // The International Journal of Infrared and Millimeter Waves. – 2003. – Vol. 24, No. 2. – P. 129–172.
 49. Kulish V.V. Two-stream free electron lasers: Physical analysis of the systems with monochromatic pumping / V.V. Kulish, A.V. Lysenko, V.I. Savchenko // The International Journal of Infrared and Millimeter Waves. – 2003. – Vol. 24, No. 3. – P. 285–309.
 50. Kulish V.V. Two-stream free electron lasers: Physical and project analysis of the multiharmonical models / V.V. Kulish, A.V. Lysenko, V.I. Savchenko //

- The International Journal of Infrared and Millimeter Waves. – 2003. – Vol. 24, No. 4. – P. 501–524.
51. The two-stream free electron laser as a source of electromagnetic femto-second wave packages / V.V. Kulish, O.V. Lysenko, V.I. Savchenko, I.G. Majornikov // Laser Physics. – 2005. – Vol. 15, No. 12. – P. 1629–1633.
 52. Куліш В.В. Застосування методу усередненого квазігідродинамічного рівняння у нелінійних задачах теорії двопотокових лазерів на вільних електронах / В.В. Куліш, О.В. Лисенко, В.І. Савченко // Вісник Київського університету. Серія: Фізико-математичні науки. – 2000. – вип. 4. – С. 471-480.
 53. Куліш В.В. Метод асимптотичного інтегрування систем нелінійних диференціальних рівнянь в частинкових похідних та застосування в задачах руху заряджених часток в заданих електромагнітних полях / В.В. Куліш, О.В. Лисенко, В.І. Савченко // Вісник Сумського державного університету. Серія: Фізика, математика, механіка. – 2001. – № 3 (24)–4 (25). – С. 5–12.
 54. Куліш В.В. Нелінійна мультигармонічна теорія ефекту супергетеродинного підсилення у моделях клістронного типу / В.В. Куліш, О.В. Лисенко, В.І. Савченко // Вісник Київського університету. Серія: Фізико-математичні науки. – 2002. – Вип. 4. – С. 61–67.
 55. Kulish V.V. The two-stream multi-harmonic FEL as a powerful source of femto-second wave packages / V.V. Kulish, A.V. Lysenko, I.G. Majornikov // Вісник Національного авіаційного університету. – 2005. – № 2. – С. 131-134.
 56. The project of the compact MLIA-accelerator for the two-stream superheterodyne free electron laser / V.V. Kulish, O.V. Lysenko, I.V. Gubanov, G.G. Valdenmayer // Вісник Національного авіаційного університету. – 2007. – № 3–4. – С. 171–173.

57. Multiharmonical nonlinear theory of two-stream free electron lasers / V.V. Kulish, A.V. Lysenko, I.V. Gubanov, A.Ju. Brusnik // *Електроніка та системи управління*. – 2006. – № 3 (9). – С.88–96.
58. To the project concerning the experimental realization of a two-stream superheterodyne free electron laser / V.V. Kulish, O.V. Lysenko, I.V. Gubanov, G.G. Valdenmayer // *Електроніка та системи управління*. – 2008. – № 1 (15). – С. 67–72.
59. Кулиш В.В. Теория мультигармонического вырожденного резонанса в Н-убитронном лазере на свободных электронах / В.В. Кулиш, А.В. Лысенко, М.Ю. Ромбовский // *Scientific Problems of Optics and High Technology Material Science (SPO-2001) : Second International Young Scientist Conference, October 25-26, 2001 : abstracts*. – Kyiv, Ukraine, 2001. – P. 43.
60. Кулиш В.В. Множественные параметрические резонансы в двухпотоковой релятивистской электронной системе / В.В. Кулиш, А.В. Лысенко, М.Ю. Ромбовский // *Міжнародна конференція молодих учених і аспірантів (ІЕФ-2009), 25–28 травня 2009 : програма і тези доповідей*. – Ужгород, 2009. – С. 40.
61. Kulish V.V. Influence of parametric-resonant wave interactions at the process of formation of the two-stream instability wide-band spectrum / V.V. Kulish, O.V. Lysenko, M.Y. Rombovsky // *Electronics and Applied Physics : V International Conference, October 21–24, 2009 : proceeding*. – Kyiv, 2009. – P. 136–137.
62. Multiharmonic theory of the transit section of two-stream klystron-type free electron lasers / V.V. Kulish, A.V. Lysenko, V.S. Labudko, A.V. Shirokov // *Problems of Optics and High Technology Material Science (SPO 2003) : Fourth International Young Scientist Conference, October 23–26, 2003 : scientific works*. – Kyiv, Ukraine, 2003. – P. 158.
63. Kulish V.V. Theory of parametric superheterodyne free electron lasers / V.V. Kulish, O.V. Lysenko, M.Y. Rombovsky // *Problems of Optics and*

- High Technology Material Science (SPO 2003) : Fourth International Young Scientist Conference, October 23–26, 2003 : scientific works. – Kyiv, Ukraine, 2003. – P. 152.
64. Кулиш В.В. К теории параметрических электронно-волновых лазеров на свободных электронах с Н-убитронной накачкой / В.В. Кулиш, А.В. Лысенко, М.Ю. Ромбовский // СВЧ-техника и телекоммуникационные технологии (КрыМиКо'2004) : 14-я Международная крымская конференция, 13–17 сентября 2004 г. : материалы конференции. – Севастополь : Вебер, 2004. – С. 612–613.
65. Кулиш В.В. Кубически-нелинейная теория электронно-волновых лазеров на свободных электронах с Н-убитронной накачкой / В.В. Кулиш, А.В. Лысенко, М.Ю. Ромбовский // СВЧ-техника и телекоммуникационные технологии (КрыМиКо'2007) : 17-я Международная крымская конференция, 10–14 сентября 2007 г. : материалы конференции. – Севастополь : Вебер, 2007. – С. 639–641.
66. Kulish V.V. The cubic theory of electron-wave free electron lasers with H-ubitron pumping / V.V. Kulish, O.V. Lysenko, M.Y. Rombovsky // Optics & High Technology Material Science (SPO 2007) : Eighth International Young Scientist Conference, October 25–28, 2007 : scientific works. – Kyiv, Ukraine, 2007. – P. 129.
67. Кулиш В.В. К теории супергетеродинного усиления электромагнитных волн в плазма-пучковой системе / В.В. Кулиш, А.В. Лысенко, В.В. Коваль // СВЧ-техника и телекоммуникационные технологии (КрыМиКо'2007) : 17-я Международная крымская конференция, 10–14 сентября 2007 г. : материалы конференции. – Севастополь : Вебер, 2007. – С. 621–623.
68. Кулиш В.В. Кубически-нелинейная теория супергетеродинных плазма-пучковых лазеров на свободных электронах с доплертронной накачкой / В.В. Кулиш, А.В. Лысенко, В.В. Коваль // СВЧ-техника и телекоммуникационные технологии (КрыМиКо'2008) : 18-я

- Международная крымская конференция, 8–12 сентября 2008 г. : материалы конференции. – Севастополь : Вебер, 2008. – С. 650–651.
69. Kulish V.V. Quadratic nonlinear theory of superheterodyne electromagnetic waves amplification in plasma beam system / V.V. Kulish, O.V. Lysenko, V.V. Koval // Optics & High Technology Material Science (SPO 2007) : Eighth International Young Scientist Conference, October 25–28, 2007 : scientific works. – Kyiv, Ukraine, 2007. – P. 130.
70. Кулиш В.В. Нелинейная теория плазма-пучкового супергетеродинного лазера на свободных электронах с Н-убитронной накачкой / В.В. Кулиш, А.В. Лысенко, В.В. Коваль // Міжнародна конференція молодих учених і аспірантів (ІЕФ-2009), 25–28 травня 2009 : програма і тези доповідей. – Ужгород, 2009. – С. 41.
71. Кулиш В.В. Теория плазма-пучкового супергетеродинного лазера на свободных электронах с Н-убитронной накачкой / В.В. Кулиш, А.В. Лысенко, В.В. Коваль // СВЧ-техника и телекоммуникационные технологии (КрыМиКо'2009) : 19-я Международная крымская конференция, 14–18 сентября 2009 г. : материалы конференции. – Севастополь : Вебер, 2009. – С. 677–678.
72. Kulish V.V. Application of the method of averaged quasihydrodynamic equation in nonlinear problems of theory of two-stream free electron lasers / V.V. Kulish, A.V. Lysenko, V.I. Savchenko // Scientific Problems of Optics and High Technology Material Science (SPO'2000) : First International Young Scientist Conference, October 5-6, 2000 : abstracts. – Kyiv, Ukraine, 2000. – P. 26.
73. Куліш В.В. Нелінійна мультигармонічна теорія ефекту супергетеродинного підсилення у моделях клістронного типу / В.В. Куліш, О.В. Лисенко, В.І. Савченко // Scientific Problems of Optics and High Technology Material Science (SPO-2001) : Second International Young Scientist Conference, October 25-26, 2001 : abstracts. – Kyiv, Ukraine, 2001. – P. 44.

74. Kulish V.V. The nonlinear multiharmonic theory of two-stream free electron laser of klystron type / V.V. Kulish, O.V. Lysenko, V.I. Savchenko // 14th International Conference on Microwaves, Radar and Wireless Communications (MIKON-2002), May 20-22, 2002 : conference proceedings. – Gdańsk, Poland, 2002. – P. 145-148.
75. Kulish V.V. To the project concerning the experimental realization of a two-stream superheterodyne free electron laser / V.V. Kulish, A.V. Lysenko, I.V. Gubanov // 14th International Conference on Microwaves, Radar and Wireless Communications (MIKON-2002), May 20-22, 2002 : conference proceedings. – Gdańsk, Poland, 2002. – P. 275–278.
76. Kulish V.V. Concerning the project of a compact two-stream superheterodyne free electron laser / V.V. Kulish, O.V. Lysenko, I.V. Gubanov // 27th International Conference on Infrared and Millimeter Waves, September 22-26, 2002 : digest of papers. – San Diego, California, USA, 2002. – P. 269–270.
77. Kulish V.V. To the nonlinear multiharmonic theory of the klystron type two-stream free electron lasers / V.V. Kulish, O.V. Lysenko, V.I. Savchenko // 27th International Conference on Infrared and Millimeter Waves, September 22-26, 2002 : digest of papers. – San Diego, California, USA, 2002. – P. 231–232.
78. To the theory of the multiharmonic klystron type two-stream free electron lasers / V.V. Kulish, O.V. Lysenko, V.I. Savchenko, I.G. Majornikov // The Fifth International Conference of Science and Technology "AVIA-2003", April 23-25, 2003 : proceedings. – Kiev, Ukraine, 2003. – P.22.80–22.83.
79. Kulish V.V. The multiharmonic superheterodyne femtosecond free electron lasers of klystron type / V.V. Kulish, O.V. Lysenko, I.G. Majornikov // Problems of Optics and High Technology Material Science (SPO 2003) : Fourth International Young Scientist Conference, October 23–26, 2003: scientific works. – Kyiv, Ukraine, 2003. – P. 159.

80. Kulish V.V. A two-stream free electron laser for generation of the electromagnetic femto-second wave packages / V.V. Kulish, O.V. Lysenko, I.G. Majornikov // Joint 29th International Conference on Infrared and Millimeter Waves and 12th International Conference on Terahertz Electronics, September 27 – October 1, 2004 : conference digest. – Karlsruhe, Germany, 2004. – P. 605–606.
81. Source of femto-second wave packages on the basis of two-stream free electron lasers /V.V. Kulish, O.V. Lysenko, V.I. Savchenko, I.G. Majornikov //The International Workshop on Microwaves, Radar and Remote Sensing, September 19–21, 2005 : proceedings. – Kiev, Ukraine, 2005. – P.304–309.
82. Кулиш В.В. Двухпоточковий супергетеродинамічний ЛСЭ як формувальник інтенсивних фемтосекундних хвильових пакетів електромагнітних хвиль / В.В. Кулиш, А.В. Лисенко, І.Г. Майорніков // СВЧ-техніка і телекомунікаційні технології (КрымМиКо'2005) : 15-я Міжнародна кримська конференція, 12–16 вересня 2005 г. : матеріали конференції. – Севастополь : Вебер, 2005. – С.704–706.
83. Куліш В.В. Підсилення мультигармонічних хвиль просторового заряду в системах з поперечним електростатичним ондулятором / В.В. Куліш, А.Ю. Брусник, О.В. Лисенко // Міжнародна конференція молодих учених і аспірантів (ІЕФ-2011), 24–27 травня 2011 : програма і тези доповідей. – Ужгород, 2011. – С. 46.
84. Гуляев Ю.В. Супергетеродинамное усиление электромагнитных волн / Ю.В. Гуляев, П.Е. Зильберман // ФТТ. – 1971. – Т. 13, № 4. – С. 955–957.
85. Девидсон Р. Теория заряженной плазмы / Р. Девидсон ; пер. с англ. А.В. Агафонова. – М. : Мир, 1978. – 215 с.
86. Электродинамика плазмы / [Ахиезер А.И., Ахиезер И.А., Половин Р.В. и др.] ; под ред. А.И. Ахиезера. – М.: Наука, 1974. – 719 с.
87. Кузелев М.В. Электродинамика плотных электронных пучков в плазме / М.В. Кузелев, А.А. Рухадзе. – М. : Наука, 1990. – 336 с.

88. Кузелев М.В. Плазменная релятивистская СВЧ-электроника / М.В. Кузелев, А.А. Рухадзе, П.С. Стрелков. – М. : Изд-во МГТУ им. Баумана, 2002. – 544 с.
89. Александров А. Ф. Радиофизика. Физика электронных пучков и основы высокочастотной электроники / А. Ф. Александров, М. В. Кузелев. – М: Изд. КДУ, 2007 – 300 с.
90. Александров А.Ф. Основы электродинамики плазмы. / А.Ф. Александров, Л.С. Богданкевич, А.А. Рухадзе. – М. : Высш. школа, 1988. – 424 с.
91. Ситенко А.Г. Основы теории плазмы / А.Г. Ситенко, В.М. Мальнев. – Киев: Наукова думка, 1994. – 342 с.
92. Климонтович Ю.Л. Физика бесстолкновительной плазмы / Ю.Л. Климонтович // УФН – 1997. - Т. 167, № 1. - С. 23-56.
93. Тимофеев А.В. Резонансные явления в колебаниях плазмы / А.В. Тимофеев. – М. : Физматлит, 2009. – 296 с.
94. Бобылёв Ю.В. Аналитические методы в нелинейной теории пучково-плазменных неустойчивостей: дис. ... докт. физ.-мат. наук: 01.04.08 / Бобылёв, Юрий Владимирович. – Тула, 2006. – 288 с.
95. Кадомцев Б.Б. Коллективные явления в плазме / Б.Б. Кадомцев. – Изд. 2-е, исп. и доп. – М. : Наука, 1988. – 303 с.
96. Кондратенко А.Н. Основы плазменной электроники / Кондратенко А.Н., Куклин В.М. – М. : Энергоатомиздат, 1988. – 320 с.
97. Михайловский А.Б. Теория плазменных неустойчивостей: в 2 т. – Т. 1: Неустойчивости однородной плазмы / А.Б. Михайловский. – Изд. 2-е, исп. и доп. – М.: Атомиздат, 1975. – 272 с.
98. Михайловский А.Б. Теория плазменных неустойчивостей: в 2 т. – Т. 2: Неустойчивости неоднородной плазмы / А.Б. Михайловский. – Изд. 2-е, исп. и доп. – М.: Атомиздат, 1977. – 360 с.
99. Ng K.Y. Physics of intensity dependent beam instabilities / K.Y. Ng. – Singapore : World Scientific, 2006. – 776 p.

100. M.V. Kuzelev. *Methods of Wave Theory in Dispersive Media* / M.V. Kuzelev, A.A. Rukhadze. – Singapore, London: World Scientific. – 2009. – 300 p.
101. Krasovitskiy V.B. *Instabilities of relativistic electron beam in plasma* / V.B. Krasovitskiy. – New York : Nova Publishers, 2008. – 219 p.
102. Ахиезер А.И. О взаимодействии пучков заряженных частиц с электронной плазмой / А.И. Ахиезер , Я.Б. Файнберг // ДАН СССР. – 1949. – Т. 69, № 4. – С. 555–556.
103. Bohm D. Theory of plasma oscillations. B. Excitation and Damping of Oscillations / D. Bohm, E.P. Gross // *Phys. Rev.* – 1949. – Vol. 75, No. 12. – P. 1864–1876.
104. Haeff A.V. Space-charge wave amplification effects / A.V. Haeff // *Phys. Rev.* – 1948. – Vol. 74, No. 10. – P. 1532–1533.
105. Pierce J.R. Possible fluctuations in electron streams due to ions / J.R. Pierce // *J. Appl. Phys.* – 1948. – Vol. 19, No. 3. – P. 231–236.
106. Boyd G.D. Excitation of plasma oscillations and growing plasma waves / G.D. Boyd, L.M. Field, R.W. Gould // *Phys. Rev.* – 1958 – Vol. 109, No. 4. – P. 1393A–1394.
107. Взаимодействие электронного пучка с плазмой / И.Ф. Харченко, Я.Б. Файнберг, Р.М. Николаев [и др.] // *ЖЭТФ.* – 1960. – Т. 38, № 3. – С. 685–690.
108. Демирханов Р.А. Взаимодействие пучка заряженных частиц с плазмой / Р.А. Демирханов, А.К. Геворков, А.Ф. Попов // *ЖТФ.* – 1960. – Т. 30, № 3. – С. 315–321.
109. Haeff A.V. The electron-wave tube – a novel method of generation and amplification of microwave energy / A.V. Haeff // *Proc. IRE.* – 1949. – Vol. 37, No 1. – P. 4-10.
110. Лопухин В.М. Возбуждение электромагнитных колебаний и волн электронными потоками / В.М. Лопухин. – М. : Гостеориздат, 1953. – 325 с.

111. Мирошниченко В.И. Вынужденное когерентное рассеяние электромагнитной волны релятивистским электронным пучком в магнитном поле / В.И. Мирошниченко // Физика плазмы. – 1976. – Т. 2, № 5. – С. 789–794.
112. Федоров М.В. Электрон в сильном световом поле / М.В. Федоров. – М. : Наука, 1991. – 223 с.
113. Мирошниченко В. И. Вынужденное когерентное рассеяние электромагнитных волн релятивистским электронным пучком в магнитном поле / В.И. Мирошниченко // Письма в ЖТФ. – 1975. – Т. 1, № 23. – С. 1057–1060.
114. Sprangle P. Stimulated cyclotron resonance scattering and production of powerful submillimeter radiation / P. Sprangle, V.L. Granatstein // Appl. Phys. Lett. – 1974. – Vol. 25, No. 7. – P. 377–379.
115. Sprangle P. Stimulated collective scattering from a magnetized relativistic electron beam / P. Sprangle, V.L. Granatstein, L. Baker // Phys. Rev. A. – 1975. – Vol. 12, No. 4. – P. 1697–1701.
116. Tsimring S.E. Electron beams and microwave vacuum electronics / S.E. Tsimring. – Hoboken, New Jersey : Wiley, 2007. – 573 p.
117. The use of a high-current electron beam in plasma relativistic microwave oscillators / К. Bekhovskaya, I. Bogdankevich, P. Strelkov, [et al] // Plasma Physics Reports. – 2011. – Vol. 37, No. 3. – P. 1119–1124.
118. Development of High Power Electron Beam Measuring and Analyzing System for Microwave Vacuum Electron Devices / C.J. Ruan, X.L. Wu, Q.S. Li, C.S. Li // Physics Procedia. – 2012. – Vol. 32. – P. 58–62.
119. Hernandez-Garcia C. Electron sources for accelerators / C. Hernandez-Garcia, M.L. Stutzman, P.G. O’Shea // Physics Today. – 2008. – Vol. 61, No. 2. – P. 44–49.
120. Месяц Г.А. Пикосекундная электроника больших мощностей / Г.А. Месяц, М.И. Яландин // УФН. – 2005. – Т. 175, №3. – С. 225–246.

121. Пат. 1809934 СССР, МКИ H01J 25/00. Лазер на свободных электронах / В.В. Кулиш, В.Е. Сторижко. – заявл. 18.07.90.; опубл. 15.04.93, Бюл. № 14.
122. Wilhelmsson H. Double beam free electron laser / H. Wilhelmsson // *Phys. Scr.* – 1991. – Vol. 44, No. 6. – P. 603–605.
123. Davidova T.A. Resonant and nonresonant wave excitation in a double beam free electron laser / T.A. Davidova, H. Wilhelmsson // *Phys. Scr.* – 1992. – Vol. 45. – P. 607–610.
124. Chen C. Growth and saturation of stimulated beam modulation in a two-stream relativistic klystron amplifier / C. Chen, P. Catravas, G. Bekefi // *Appl. Phys. Lett.* – 1993. – Vol. 62, No. 14. – P. 1579–1581.
125. Liu W. Instability of Two-stream Free-electron Laser with an Axial Guiding Magnetic Field / W. Liu, Z. Yang, Z. Liang // *International Journal of Infrared and Millimeter Waves.* – 2006. – Vol. 27, No. 8. – P. 1073–1085.
126. Mehdian H. Electron trajectory and growth rate in a two-stream electromagnetically pumped free electron laser and axial guide field / H. Mehdian, S. Saviz // *Phys. Plasmas.* – 2008. – Vol. 15, No. 9. – P. 093103(5).
127. Mehdian H. Two-stream instability in free electron lasers with a planar wiggler and an axial guide magnetic field / H. Mehdian, S. Saviz, A. Hasanbeigi // *Phys. Plasmas* – 2008. – Vol. 15, No. 4. – P. 043103(4).
128. Mehdian H. The effects of self-fields on the electron trajectory and gain in a two-stream electromagnetically pumped free-electron laser with axial guiding field / H. Mehdian, S. Saviz // *Chin. Phys. B.* – 2010. – Vol. 19, No. 1. – P. 014214.
129. Bekefi G. Double-stream cyclotron maser / G. Bekefi // *J. Appl. Phys.* – 1992. – Vol. 71, No. 9. – P. 4128–4131.
130. Patent 5363054 US, H01S 3/30; H01J 23/08. Double-stream cyclotron maser / G. Bekefi. – Filing date 27.02.92.; issue date 08.11.94.

131. Two-stream Smith–Purcell free-electron laser / W.Liu, Z.Yang, Z.Liang, D.Li, K.Imasaki //Nucl. Instrum. Methods Phys. Res. A. – 2007. –Vol. 570, No. 1, – P. 171–175.
132. Mehdian H. Dispersion relation and growth in a two-stream free electron laser with helical wiggler and ion channel guiding / H. Mehdian, N. Abbasi // Phys. Plasmas. – 2008. – Vol. 15, No. 1. – P. 013111(6)
133. Mehdian H. Electron trajectory and growth rate in two-stream electromagnetically pumped free-electron lasers with ion-channel guiding / H. Mehdian, S. Saviz // Phys. Scr. – 2009. – Vol. 80, No. 4. – P. 045401(9).
134. Saviz S. Gain enhancement in two-stream electromagnetically pumped free electron laser with ion-channel guiding / S. Saviz, H. Mehdian // Canadian Journal of Physics. – 2010. – Vol. 88, No.1. – P. 15–28.
135. Saviz S. Effects of self-fields on electron trajectory and gain in two-stream electromagnetically pumped free-electron laser with ion channel guiding / S. Saviz, F.M. Aghamir, H. Mehdian, M. Ghorannevis // Chinese Physics B. – 2011. – Vol. 20, No. 7. – P. 074101.
136. Comparison of self-fields effects in two-stream electromagnetically pumped FEL with ion-channel guiding and axial magnetic field / S. Saviz, H. Mehdian, F.M. Aghamir, M. Ghorannevis, A.A. Ashkarran // Journal of Plasma Physics. – 2011. – Vol. 77, No. 12. – P. 765–776.
137. Saviz S. Gain in two stream free electron laser with planar wiggler and ion-channel guiding / S. Saviz, Z. Rezaei, F.M. Aghamir //Phys. Plasmas. – 2012. – Vol. 19, No. 2. – P. 023115(5).
138. Aghamir F.M. Effects of beam temperature and density variation on the growth rate of a two-stream free electron laser / F.M. Aghamir, N. Mahdizadeh // Phys. Plasmas. – 2012. – Vol. 19, No. 3. – P. 032114(7).
139. Дубинов А.Е. Особенности развития двухпоточковой неустойчивости электронных пучков при пространственно-локализованных возмущениях. // ЖТФ – 2001. – Т.71, № 10. – С. 128–130.

140. Startsev E.A. Two-stream instability for a longitudinally compressing charged particle beam / E.A. Startsev, R.C. Davidson // *Phys. Plasmas*. – 2006. – Vol. 13, No. 6. – P. 062108(8)
141. Lashmore-Davies C.N. Two-stream instability, wave energy, and the energy principle / C.N. Lashmore-Davies // *Phys. Plasmas* – 2007. – Vol. 14, N9. – P. 092101(5).
142. Startsev E.A. Dynamic stabilization of the two-stream instability during longitudinal compression of intense charged particle beam propagation through background plasma / E.A. Startsev, R.C. Davidson // *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A*. – 2007. – Vol. 577, No. 1–2. – P. 79–85.
143. Effects of non-Maxwellian electron velocity distribution function on two-stream instability in low-pressure discharges /D. Sydorenko, A. Smolyakov, I. Kaganovich, Y. Raitses // *Phys. Plasmas*. – 2007. – Vol. 14, No. 1. – P. 013508(8).
144. Two-stream instability analysis for propagating charged particle beams with a velocity tilt / D.V. Rose, T.C. Genoni, D.R. Welch [et al] // *Phys. Rev. ST Accel. Beams*. – 2007. – Vol. 10, No. 3. – 034203(7).
145. Enhancements of Terahertz Radiation From a Grating Waveguide by Two-Stream Instability / W. Liu, Z. Yang, Z. Liang [et al] // *IEEE Transactions on Plasma Science*. – 2008. – Vol. 36, No. 3. – P. 748–756.
146. Relativistic two-stream instability / L. Samuelsson, C. Lopez-Monsalvo, N. Andersson, G. Comer // *General Relativity and Gravitation*. – 2010. – Vol. 42, No. 2. – P. 413–433.
147. Лотов К.В. Переходный режим одномерной двухпотоковой неустойчивости / К.В. Лотов, И.В. Тимофеев // *Вестник НГУ. Серия: Физика*. – 2008. – Т. 3, № 1. – С. 62–65.
148. Лотов К.В. О насыщении двухпотоковой неустойчивости электронного пучка в плазме / К.В. Лотов, А.В. Терехов, И.В. Тимофеев // *Физика плазмы*. – 2009. – Т. 35, № 6. – С. 567–574.

149. Пат. 835259 СССР, Н 01 J 25/00. Электронный прибор / В.А. Перекупко, А.А. Силивра, Н.Я. Коцаренко, В.В. Кулиш. – Заявл. 28.01.80.
150. Гинзбург В.Л. Распространение электромагнитных волн в плазме / В.Л. Гинзбург. – М. : Наука, 1967. – 684 с.
151. Tripathi V.K. Plasma effects in a free electron laser / V.K. Tripathi, C.S. Liu // IEEE Transactions on Plasma Science. – 1990. – Vol. 18, No. 3. – P. 466–471.
152. Liu C.S. Interaction of electromagnetic waves with electron beams and Plasmas / C.S. Liu, V.K. Tripathi. – Singapore : World Scientific, 1994. – 300 p.
153. Joshi C. Plasma wave wigglers for free-electron lasers / C. Joshi, T. Katsouleas, J. Dawson, Y. Yan, J. Slater // IEEE Journal of Quantum Electronics. – 1987. – Vol. 23, No. 9. – 1571–1577.
154. Балакирев В.А. Вынужденное рассеяние плазменной волны на релятивистском электронном пучке / В.А. Балакирев, В.И. Мирошниченко, Я.Б. Файнберг // Физика плазмы. – 1986. – Т. 12, №8. – С. 983–991.
155. Балакирев В.А. Вынужденное рассеяние ленгмюровских колебаний плазмы на релятивистском электронном пучке / В.А. Балакирев, В.И. Мирошниченко // Электромагнитные явления. – 2005. – Т. 5, № 1. – С.58–84.
156. Miroshnichenko V.I. Induced scattering of plasma waves by a relativistic electron beam / V.I. Miroshnichenko, Ya.B Fainberg., A.E. Volkov // Plasma Physics Reports. – 1994. – Vol. 20, No. 7. – P. 555-560.
157. Рабинович М.И. Введение в теорию колебаний и волн / М.И. Рабинович, Д.И. Трубецков. – Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2000. – 560 с.
158. Нелинейная теория взаимодействия модулированных сильноточных электронных пучков с плазмой / В.А. Балакирев, А.В. Бородкин, И.Н.

- Онищенко, Г.В. Сотников // Электромагнитные явления. – 2001. – Т. 2, № 4. – С. 498–538.
159. Бобылев Ю.В. Нелинейная теория релятивистских пучково-плазменных неустойчивостей в режиме коллективного эффекта Черенкова / Ю.В. Бобылев, М.В. Кузелев, А.А. Рухадзе // Физика плазмы. – 2008. – Т. 34, № 2. – С. 122–139.
160. Бобылев Ю.В. К нелинейной теории коллективного черенковского взаимодействия плотного релятивистского пучка с плазмой / Ю.В. Бобылев, М.В. Кузелев, А.А. Рухадзе // Физика плазмы. – 2009. – Т. 35, № 6. – С. 533–541.
161. Карташов И.Н. Электромагнитные взаимодействия пучка и плазмы в магнитном поле / И.Н. Карташов, М.В. Кузелев, А.А. Рухадзе // Физика плазмы. – 2009. – Т. 35, № 2. – С. 194–201.
162. Bret A. Exact relativistic kinetic theory of the full unstable spectrum of an electron-beam–plasma system with Maxwell-Jüttner distribution functions / A. Bret, L. Gremillet, D. Bénisti // Phys. Rev. E. – 2010. – Vol. 81, No. 3. – 036402-1–036402-14.
163. Bret A. Recent progresses in relativistic beam-plasma instability theory / A. Bret, L. Gremillet, M.E. Dieckmann // Ann. Geophys. – 2010. – Vol. 28, No. 11. – P. 2127–2132.
164. Волков Ю.А. Нелинейная дисперсия плазмы с релятивистским электронным пучком / Ю.А. Волков, В.Б. Красовицкий // Физика плазмы. – 2000. – Т. 26, № 12. – С. 1110–1115.
165. Клочков Д.И. О типах неустойчивостей пространственно ограниченных систем / Д.И. Клочков, А.А. Рухадзе // ЖЭТФ. – 2001 – Т. 120, № 6 – С. 1396–1403.
166. Bret A. Electromagnetic instabilities for relativistic beam-plasma interaction in whole k space: Nonrelativistic beam and plasma temperature effects / A. Bret, M.C. Firpo, C. Deutsch // Phys. Rev. E. – 2005. – Vol. 72, N1. – P. 016403(14).

167. Liu Z.J. Self-organization of plasma due to electron beam instability / Z.J. Liu, Shao-ping Zhu, L.H. Cao, C.Y. Zheng, Bin Li // *Phys. Plasmas* – 2006. – Vol. 13, No. 5. – P. 053103(5).
168. Takayuki U. Vlasov simulation of amplitude-modulated Langmuir waves / U. Takayuki // *Phys. Plasmas*. – 2006. – Vol. 13, No. 9. – P. 092304(5).
169. Silin I. Electron beam-plasma interaction: Linear theory and Vlasov-Poisson simulations / I. Silin, R. Sydora, K. Sauer // *Phys. Plasmas*. – 2007. – Vol. 14, No 1. – P. 012106(9).
170. Tarakanov V.P. Dynamics of beam instability in a finite plasma volume: Numerical experiment / V.P. Tarakanov, E.G. Shustin // *Plasma Physics Reports*. – 2007. – Vol. 33, No. 2. – P. 130–137.
171. Uhm Han S. Growth of the current modulation in an electron beam propagating through background plasma / Han S. Uhm // *Appl. Phys. Lett.* – 2007. – Vol. 91, No. 22. – P. 221503(3).
172. Exact Relativistic kinetic theory of an electron-beam-plasma system: Hierarchy of the competing modes in the system-parameter space / A. Bret, L. Gremillet, D. Bénisti, E. Lefebvre // *Phys. Rev. Lett.* – 2008. – Vol. 100. – P. 205008(4).
173. Bret A. Multidimensional electron beam-plasma instabilities in the relativistic regime / A. Bret, L. Gremillet, M.E. Dieckmann // *Phys. Plasmas*. – 2010. – Vol. 17, No. 12. – P. 120501(37).
174. Терехов А.В. Двумерная численная модель плазмы для изучения процессов пучково-плазменного взаимодействия / А.В. Терехов, И.В. Тимофеев, К.В. Лотов // *Вестник НГУ. Серия: Физика*. – 2010. – Т. 5, № 2. – С. 85–97.
175. Богданкевич Л.С. Плазменная СВЧ электроника / Л.С. Богданкевич, М.В. Кузелев, А.А. Рухадзе // *УФН*. – 1981. – Т. 133, № 1. – С. 3–32.
176. Кузелев М.В. Релятивистская плазменная СВЧ электроника / М.В. Кузелев, А.А. Рухадзе, П.С. Стрелков, А.Г. Шкварунец // *УФН*. – 1985. – Т. 146, № 8. – С. 709–713.

177. Биро М. Проблемы теории релятивистской плазменной СВЧ-электроники / М. Биро, М.А. Красильников, М.В. Кузелев, А.А. Рухадзе // УФН. – 1997. – Т. 167, № 10. – С. 1025–1042.
178. Fainberg Ya.B. Plasma electronics and plasma acceleration of charged particles / Fainberg Ya.B. // Plasma Physics Reports. – 2000. – Vol. 26, No 4/ – P. 335–343.
179. Booske J.H. Plasma physics and related challenges of millimeter-wave-to-terahertz and high power microwave generation / J.H. Booske // Phys. Plasmas. – 2008. – Vol. 15, No. 5. – P. 055502(16).
180. Кузелев М.В. Спонтанное и вынужденное излучение электрона, электронного сгустка и электронного пучка в плазме / М.В. Кузелев, А.А. Рухадзе // УФН. – 2008 – Т. 178, № 10 – С.1025–1055.
181. Кузелев М.В. К теории черенковского релятивистского плазменного излучателя с коаксиальной электродинамической системой / М.В. Кузелев, Е.А. Хапаева // Физика плазмы. – 2012. – Т. 38, № 7. – С. 603–612.
182. Мирошниченко В.И. Сравнительный анализ потерь энергии заряженных частиц в магнитоактивном плазменном цилиндре / В.И. Мирошниченко, Г.В. Сотников, В.Е. Сторишко // ВАНТ. Серия: Ядерно-физические исследования. – 2010. – №2 (53). – С. 81–85.
183. Потери энергии заряженных частиц в магнитоактивной плазме / В.А. Балакирев, В.И. Мирошниченко, В.Е. Сторишко, А.П. Толстолужский // ВАНТ. Серия: Ядерно-физические исследования. – 2010. – №2 (53). – С. 181–185.
184. Железовский Б.Е. Электроннолучевые параметрические СВЧ-усилители / Б.Е. Железовский. – М. : Наука, 1971. – 384 с.
185. Трубецков Д.И. Лекции по сверхвысокочастотной электронике для физиков: в 2 т. – Т. 1 / Д.И. Трубецков, А.Е. Храмов. – М. : Физматлит, 2003. – 496 с.

186. Трубецков Д.И. Лекции по сверхвысокочастотной электронике для физиков: в 2 т. – Т. 2 / Д.И. Трубецков, А.Е. Храмов. – М. : Физматлит, 2004. – 648 с.
187. Ashkin A. A low-noise microwave quadrupole amplifier / A. Ashkin // Proc. IRE. – 1961. – Vol. 49, No 6. – P. 1016–1020.
188. Adler R. The electron-beam parametric amplifier as a radar system component / R. Adler, W.S. Van Slyck. // IRE Transactions on Military Electronics. – 1961. – Vol. 5, № 2. – P. 66–71.
189. Шумы и параметрические явления в электронных приборах сверхвысоких частот / В.М. Лопухин, В.Б. Магалинский, В.П. Мартынов, А.С. Рошаль. – М. : Наука, 1966. – 371 с.
190. Adler R. Parametric amplification of the fast electron wave / R. Adler // Proc. IRE. – 1958. – Vol. 46, No. 6. – P. 1300–1301.
191. Adler R. A low-noise electron-beam parametric amplifier / R. Adler, G. Hrbek, G. Wade // Proc. IRE. – 1958. – Vol. 46, No. 10. – P. 1756-1757.
192. Adler R. The quadrupole amplifier, a low-noise parametric device / R. Adler, G. Hrbek, G. Wade // Proc. IRE. – 1959. – V. 47, No. 10. – P. 1713-1723.
193. А.с. 1837722 СССР. Лазер на свободных электронах / В.В. Кулиш, В.Е. Сторишко. – заявл. 15.02.91.
194. Болонин О.Н. Связанные параметрические резонансы в ЛСЭ /О.Н. Болонин, С. Кохманьски, В.В. Кулиш // Acta Phys. Pol. – 1989. – Vol. A76, No. 3. – С. 455–473.
195. Вильхельмссон Х. Когерентное нелинейное взаимодействие волн в плазме / Х. Вильхельмссон, Я. Вейланд ; пер. с англ. И.П. Якименко. – М. : Энергоиздат, 1981. – 224 с.
196. Тимофеев А.В. Об избыточной энергии неравновесной плазмы / А.В. Тимофеев // Физика плазмы. – 2012. – Т. 38, № 1. – С. 87–89.
197. Калмыков А.М. К теории параметрического преобразования частоты в электронных потоках / А.М. Калмыков, Н.Я. Коцаренко, В.В. Кулиш // Радиотехника и электроника. – 1979. – Т. 24, № 10. – С. 2084–2088.

198. Калмыков А.М. Возможность параметрической генерации и усиления электромагнитных волн с частотами, выше частоты накачки в электронных потоках / А.М. Калмыков, Н.Я. Коцаренко, В.В. Кулиш // Изв. вузов. Радиоэлектроника. – 1977. – Т. 20, № 10. – С. 76–78.
199. Бережной И.А. О взрывной неустойчивости релятивистских электронных потоков в поле поперечных электромагнитных волн / И.А. Бережной, В.В. Кулиш, В.П. Захаров // ЖТФ. – 1981. – Т. 51, № 17. – С. 660–662.
200. А.с. 68491 СССР, МКИ Н01 J 25/00. Электронный СВЧ прибор / В.В. Кулиш В.В., Н.Я. Коцаренко. – заявл. 17.05.77.
201. Кулиш В.В. Взрывная неустойчивость сильноточного релятивистского электронного потока в Н-убитронных полях / В.В. Кулиш, В.В. Милюков // УФЖ. – Т. 29, № 2. – 1984. – С. 389–390.
202. Shozawa T. Classical relativistic electrodynamics: theory of light emission and application to free electron lasers. – Berlin-Heidelberg-New York-Tokyo : Springer, 2004. – 233 p.
203. Братман В.Л. Нелинейная теория вынужденного рассеяния волн на релятивистских электронных пучках / В.Л. Братман, Н.С. Гинзбург, М.И. Петелин // ЖЭТФ. – 1979. – Т. 76, № 3. – С. 930–943.
204. Кулиш В.В. Нелинейная самосогласованная теория лазеров на свободных электронах. Изохронные модели / В.В. Кулиш, С.А. Кулешов // УФЖ. – 1993. – Т. 38, № 1. – С. 9–19.
205. Кулиш В.В. Нелинейная самосогласованная теория лазеров на свободных электронах. Эффект нелинейной генерации продольного электрического поля / В.В. Кулиш, С.А. Кулешов // УФЖ. – 1993. – Т. 38, № 2. – С. 198–206.
206. Пат. 87750 Україна, МПК Н05Н 9/00, Н01J 25/00, Н01S 3/00. Супергетеродинний параметричний лазер на вільних електронах з повздовжнім електричним ондулятором / Куліш В.В., Лисенко О.В., Губанов І.В., Бруснік А.Ю.; заявник і власник Сумський державний

- університет. – №а200713584 ; заявл. 05.12.2007 ; опубл. 10.08.2009, Бюл. № 15.
207. Ахманов А.А. Оптика фемтосекундных лазерных импульсов / А.А. Ахманов, В.А. Вислоух, А.С. Чиркин. – М. : Наука, 1988. – 312 с.
208. Крюков П.Г. Лазеры ультракоротких импульсов / П.Г. Крюков // Квантовая электроника. – 2001. – Т. 31, № 2. – С. 95–119.
209. Хазанов Е.А. Петаваттные лазеры на основе оптических параметрических усилителей: стояние и перспективы / Е.А.Хазанов, А.М.Сергеев // УФН. – 2008 –Т. 178, № 9. – С.1006–1011.
210. Гарнов С.В. Лазерные методы генерации мегавольтных терагерцевых импульсов / С.В. Гарнов, И.А. Щербаков // УФН. – 2011. – Т. 181, № 1. – С. 97–102.
211. Горизонты петаваттных лазерных комплексов / А.В. Коржиманов, А.А. Гоносков, Е.А. Хазанов, А.М. Сергеев // УФН. – 2011. – Т. 181, № 1. – С. 9–32.
212. Братман В.Л. Освоение терагерцевого диапазона: источники и приложения / В.Л. Братман, А.Г. Литвак, Е.В. Суворов // УФН. – 2011. – Т. 181, № 8. – С. 867–874.
213. Tonouchi M. Cutting-edge terahertz technology / M. Tonouchi // Nature Photonics. – 2007. – Vol. 1, No. 2. – P. 97–105.
214. Reimann K. Table-top sources of ultrashort THz pulses / K. Reimann // Rep. Prog. Phys. – 2007. – Vol. 70, No. 10. – P. 1597–1632.
215. Hoffmann M.C. Intense ultrashort terahertz pulses: generation and applications / M.C. Hoffmann, J.A. Fülöp // J. Phys. D: Appl. Phys. – 2011. – Vol. 44, No.8. – P. 083001(17).
216. Medical THz imaging: An investigation of histo-pathological samples / P. Knobloch, C. Schildknecht, T. Kleine-Ostmann [et al] // Phys Med Biol. – 2002. – Vol. 47, No.11. – P. 3875–3884.

217. Terahertz radiation sources based on free electron lasers and their applications / Ping Tan, Jiang Huang, KaiFeng Liu [et al] // Science China information sciences. – 2012. – Vol. 55, No. 1. – P. 1–15.
218. A promising diagnostic method: Terahertz pulsed imaging and spectroscopy / Yiwen Sun, Ming Yiu Sy, Yi-Xiang J Wang [et al] // World J Radiol. – 2011. – Vol.3, No. 3. – P. 55–65.
219. Terahertz spectroscopy: Its future role in medical diagnoses // Edward Philip John Parrott, Yiwen Sun, Emma Pickwell-MacPherson // Journal of Molecular Structure. – 2011. – Vol. 1006, No. 1–3. – P. 66–76.
220. Submillimeter-wave Fourier transform spectroscopy of biological macromolecules / T.R. Globus, D.L. Woolard, A.C. Samuels [et al] // J. Appl. Phys. – 2002. – Vol.91, No. 9. –P. 6105–6113.
221. Strickland D. Compression of amplified chirped optical pulses / D. Strickland, G. Mourou // Opt. Commun. –1985. – Vol. 56, No. 3. – P. 219–221.
222. Maine P. Amplification of 1-nsec pulses in Nd:glass followed by compression to 1 psec / P. Maine, G. Mourou // Opt. Lett. – 1988. – Vol. 13, No. 6. – P. 467-469.
223. Millijoule pulse energy high repetition rate femtosecond fiber chirped-pulse amplification system /F. Röser, T. Eidam, J. Rothhardt [et al] //Opt. Lett. – 2007. –Vol. 32, No. 24. – P. 3495-3497.
224. Chirped-pulse amplification of laser pulses with dispersive mirrors / V. Pervak, I. Ahmad, S. Trushin [et al] // Opt. Express. –2009. – Vol. 17, No.21. – P. 19204-19212.
225. Experimental demonstration of optical parametric chirped pulse amplification in optical fiber / C. Caucheteur, D. Bigourd, E. Hugonnot [et al] // Opt. Lett. – 2010. – Vol. 35, No. 11. – P. 1786–1788.
226. Intense ultrashort pulse generation using the JAERI far-infrared free electron laser // R. Nagai, R. Hajima, N. Nishimori, N. Kikuzawa, M. Sawamura, E. Minehara //Nucl. Instrum. Methods Phys. Res. A. – 2002. –Vol. 483, No. 1-2, – P. 129–133.

227. Generation of GW radiation pulses from a VUV free-electron laser operating in the femtosecond regime / V. Ayvazyan, N. Baboi, I. Bohnet [et al] // *Phys. Rev. Lett.* – 2002. – Vol. 88, No. 10. – 104802(4).
228. Femtosecond and subfemtosecond X-ray pulses from a self-amplified spontaneous-emission-based free-electron laser / P. Emma, K. Bane, M. Cornacchia, Z. Huang, H. Schlarb, G. Stupakov, D. Walz // *Phys. Rev. Lett.* – 2004. – Vol. 92, No. 7. – P. 074801(4).
229. Operation of a free-electron laser from the extreme ultraviolet to the water window / W. Ackermann, G. Asova, V. Ayvazyan [et al] // *Nature Photonics.* – 2007. – Vol. 1, No. 6. – P. 336–342.
230. Field emission tip as a nanometer source of free electron femtosecond pulses / P. Hommelhoff, Y. Sortais, A. Aghajani-Talesh, M.A. Kasevich // *Phys. Rev. Lett.* – 2006. – Vol. 96, No. 7. – P. 077401(4).
231. First operation of a free-electron laser generating GW power radiation at 32 nm wavelength / V. Ayvazyan, N. Baboi, J. Bähr [et al] // *European Physical Journal D.* – 2006. – Vol. 37, No. 2. – P. 297–303.
232. Coherence properties of individual femtosecond pulses of an X-ray free-electron laser / I.A. Vartanyants, A. Singer, A.P. Mancuso [et al] // *Phys. Rev. Lett.* – 2011. – Vol. 107, No. . – P. 144801(5).
233. Atomic inner-shell X-ray laser at 1.46 nanometres pumped by an X-ray free-electron laser / N. Rohringer, D. Ryan, R.A. London [et al] // *Nature.* – 2012 – Vol. 481, No. 7382. – P. 488–491.
234. A compact X-ray free-electron laser emitting in the sub-angstrom region / Tetsuya Ishikawa, Hideki Aoyagi, Takao Asaka [et al] // *Nat. Photon.* – 2012. – Vol. 6, No. 8. – P. 540–544.
235. Huang Zhirong Free-electron lasers: SACLA hard-X-ray compact FEL / Zhirong Huang, Ingolf Lindau // *Nat. Photon.* – 2012. – Vol. 6, No. 8. – P. 505–506.

236. Freund H. P. Three-dimensional analysis of prebunched electron beams in an x-ray free-electron laser / H.P. Freund, D.C. Nguyen, B. Carlsten // *Phys. Rev. ST Accel. Beams.* – 2012. – Vol. 15, No. 3. – P. 030704(4).
237. Femtosecond X-ray free electron laser pulse duration measurement from spectral correlation function / A.A. Lutman, Y. Ding, Y. Feng [et al] // *Phys. Rev. ST Accel. Beams.* – 2012. – Vol. 15, No.3. – P. 030705(13).
238. Marangos J. Laser science: Even harder X-rays / J. Marangos // *Nature.* – 2012. – Vol. 481, No. 7382. – P.452–453.
239. First lasing and operation of an angstrom-wavelength free-electron laser / P. Emma, R. Akre, J. Arthur [et al] // *Nature Photonics* – 2010. – Vol. 4, No. 8. – P. 641–647.
240. Krinsky S. Output power in guided modes for amplified spontaneous emission in a single-pass free-electron laser / S. Krinsky, L.H. Yu // *Phys. Rev. A.* – 1987. – Vol. 35, No. 8. – P. 3406–3423.
241. First observation of self-amplified spontaneous emission in a free-electron laser at 109 nm wavelength / J. Andruszkow, B. Aune, V. Ayvazyan [et al] // *Phys. Rev. Lett.* – 2000. – Vol. 85, No. 18. – P. 3825–3829.
242. High-Gain Harmonic-Generation Free-Electron Laser / L.H. Yu, M. Babzien, I. Ben-Zvi [et al.] // *Science.* – 2000. – Vol. 289, No. 5481. – P. 932–934.
243. Jalala M. Rezvani. Effect of energy spread on micro-bunching from shot noise in SASE FELs / M. Rezvani Jalala, F.M. Aghamira // *Physics Letters A.* – 2011. – Vol. 375, No. 17. – P. 1796–1802.
244. Freund H.P. Nonlinear harmonic generation in free-electron lasers / H.P. Freund, S.G. Biedron, S.V. Milton // *IEEE Journal of Quantum Electronics.* – 2000. – Vol. 36, No. 3. – P. 275–281.
245. The effect of wiggler imperfections on nonlinear harmonic generation in free-electron lasers / H.P. Freund, S.G. Biedron, S.V. Milton, H.-D. Nuhn // *IEEE Journal of Quantum Electronics.* – 2001. – Vol. 37, No. 6. – P. 790–793.

246. Рагозин Е.Н. Продвижение лазеров на свободных электронах в рентгеновскую область спектра / Е.Н. Рагозин, И.И. Собельман // УФН. – 2004. – Т. 174, № 2. – С. 207–208.
247. Plönjes E. Taking free-electron lasers into the X-ray regime / E. Plönjes, J. Feldhaus, T.Möller // Phys. World. – 2003. – Vol. 16, No. 7. – P. 33–37.
248. First ultraviolet high-gain harmonic-generation free-electron laser / L.H. Yu, L. DiMauro, A. Doyuran [et al] / Phys. Rev. Lett. – 2003. – Vol. 91, No. 7. – P. 074801(4).
249. Макаров Г.Н. Спектроскопия кластеров интенсивными импульсами вакуумного ультрафиолетового излучения лазеров на свободных электронах / Г.Н. Макаров // УФН. – 2009. – Т. 179, № 5. – С. 487–516.
250. Saldin E.L. Coherence properties of the radiation from X-ray free electron laser / E.L. Saldin, E.A. Schneidmiller, M.V. Yurkov // Optics Communications. – 2008. – Vol. 281, No 5. – P. 1179–1188.
251. Saldin E.L. Statistical and coherence properties of radiation from X-ray free-electron lasers / E.L. Saldin, E.A. Schneidmiller, M.V. Yurkov // New Journal of Physics. – 2010. – Vol. 12, No. 3. – 2010. P. 035010(15).
252. Генерация "гигантских" импульсов рассеянного излучения на движущемся фронте волны накачки // В.Р. Барышев, Н.С. Гинзбург, И.В. Зотова, А.С. Сергеев / Письма в ЖЭТФ. – 2008. – Т. 87, № 3. – С. 150–153.
253. Усиление ультракоротких электромагнитных импульсов при распространении вдоль квазинепрерывных электронных пучков / В.Р. Барышев, Н.С. Гинзбург, И.В. Зотова [и др.] // ЖТФ. – 2009. – Т. 79, № 1. – С. 105–111.
254. О возможности генерации коротковолновых импульсов сверхизлучения при вынужденном встречном рассеянии мощной волны накачки на электронном сгустке / Н.С. Гинзбург, И.В. Зотова, А.С. Сергеев [и др.] // Письма в ЖТФ. – 2000. – Т. 26, № 15. – С. 103–110.

255. Генерация мощных ультракоротких электромагнитных импульсов на основе эффектов сверхизлучения электронных сгустков / Н.С. Гинзбург, И.В. Зотова, И.В. Пегель [и др.] // Изв. высш. учебн. завед. Радиофизика. – 2007. – Т. 50, № 10–11, С.839–858.
256. Strong-signal theory of a free-electron laser / F.A. Hopf, P. Meystre, M.O. Scully, W.H. Louisell // Phys. Rev. Lett. – 1976. – Vol. 37, No. 20. – P. 1342-1345.
257. Classical theory of a free-electron laser / F.A. Hopf, P. Meystre, M.O. Scully, W.H. Louisell // Optics Communications. – 1976. – Vol. 18, No. 4. – P. 413–416.
258. Лазер на свободных электронах с точки зрения лазерной физики / F.A. Hopf, T.G. Kuper, G.T. Moore, M.O. Scully // Генераторы когерентного излучения на свободных электронах / пер. с англ. под А.А. Рухадзе. – М.: Мир, 1983. – С. 7–41.
259. Colson W.B. One-body analysis of free electron lasers / W.B. Colson // Physics of Quantum Electronics. – 1977. – Vol. 5. – P. 152–196.
260. Colson W.B. Fundamental free electron laser theory and new principles for advanced devices / W.B. Colson // Proc. Soc. Photo-Opt. Instrum. Eng. – 1987. – Vol. 738. – P. 2–27.
261. Colson W.B. Лазеры на свободных электронах: уравнения Максвелла с одночастичными токами / W.B. Colson, S.K. Ride // Генераторы когерентного излучения на свободных электронах / пер. с англ. под ред. А.А. Рухадзе. – М.: Мир, 1983. – С. 42–68.
262. McMullin W.A. Stochastic particle instability for electron motion in combined helical wiggler, radiation, and longitudinal wave fields / W.A. McMullin, R.C. Davidson // Phys. Rev. A – 1982. – Vol. 26. – P. 410-422.
263. Colson W.B. Free-electron lasers operating in higher harmonics / W.B. Colson // Phys. Rev. A. – 1981. – Vol. 24. – P. 639-641.

264. Сигов Ю.С. Численные методы кинетической теории плазмы: Учеб. пособие / Ю.С. Сигов. – М.: Изд-во МФТИ, 1984. – 94 с.
265. Днестровский Ю.Н. Математическое моделирование плазмы / Ю.Н. Днестровский, Д.П. Костомаров. – М.: Наука, 1982. – 319 с.
266. Олдер Б. Вычислительные методы в физике плазмы / Б. Олдер, С. Фернбах, М. Ротенберг. – М.: Мир, 1974. – 334 с.
267. Хокни Р. Численное моделирование методом частиц / Р. Хокни, Дж. Иствуд. – М.: Мир, 1987. – 640 с.
268. Бенфорд А. Транспортировка пучков заряженных частиц / А. Бенфорд. – М.: Атомиздат, 1969. – 240 с.
269. Чен Ф. Введение в физику плазмы / Ф. Чен. – М.: Мир, 1987 – 398 с.
270. Куліш В.В. Ієрархічний метод та технічні особливості його застосування у нелінійних задачах електродинаміки. Загальна теорія / В.В. Куліш // УФЖ. – 1998. – Т. 43, № 4. – С. 483 – 499.
271. Куліш В.В. Ієрархічний підхід до нелінійно-резонансних проблем електродинаміки / В.В. Куліш // Вісник Сумського державного університету. – 1997. – №6. – С. 2-10.
272. Kulish V.V. Hierarchical theory of oscillations and waves and its application for nonlinear problems of relativistic electrodynamics / V.V. Kulish // Causality and locality in modern physics. – Dordrecht-Boston-London : Kluwer Academic Publishers, 1998. – 270 p.
273. Kulish V.V. Hierarchic oscillations and averaging methods in nonlinear problems of relativistic electronics / V.V. Kulish // The International Journal of Infrared and Millimeter Waves. – 1997. – Vol. 18, No. 5. – P. 1053–1117.
274. Кулиш В.В. Применение метода усредненного кинетического уравнения в задачах теории трехволнового параметрического резонанса в плазме релятивистских электронных пучков / В.В. Кулиш, С.А. Кулешов, А.В. Лысенко // Физика плазмы. – 1993. – Т. 19, № 2. – С. 199–216.
275. Кулиш В.В. Метод усредненного кинетического уравнения и его применение в нелинейных задачах электродинамики плазмы /

- В.В. Кулиш, А.В. Лысенко // Физика плазмы. – 1993. – Т. 19, № 2. – С. 216–227.
276. Кайлюк О.Г. Застосування ієрархічного методу до нелінійних резонансних задач релятивістської електроніки: дис. ... канд. фіз.-мат. наук: 01.04.04 / Кайлюк Олександр Георгійович. – Суми, 1998. – 143 с.
277. Савченко В.І. Метод усереднених характеристик та його застосування у нелінійних задачах релятивістської електродинаміки: дис. ... канд. фіз.-мат. наук: 01.04.02 / Савченко Валерій Іванович. – Київ, 2005. – 142 с.
278. Крылов Н.М. Введение в нелинейную механику / Н.М.Крылов, Н.Н. Боголюбов. – Москва-Ижевск : НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2004. – 352 с.
279. Боголюбов Н.Н. Асимптотические методы в теории нелинейных колебаний / Н.Н. Боголюбов, Ю.А. Митропольский - М.: Наука, 1974. - 504 с.
280. Моисеев Н.Н. Асимптотические методы нелинейной механики / Н.Н. Моисеев - М.:Наука, 1969. – 380 с.
281. Гребенников Е.А. Метод усреднения в прикладных задачах / Е.А. Гребенников. - М.:Наука, 1986. – 256 с.
282. Рабинович М.И. Об асимптотическом методе в теории колебаний распределенных систем / М.И. Рабинович // ДАН СССР. – 1971. – Т. 191, № 6. – С. 1253–1255.
283. Рабинович М.И. Четыре лекции по основам теории нелинейных волн и волновых взаимодействий / М.И. Рабинович, В.И. Таланов. – Л.: Изд-во ЛГУ, 1972. – 58 с.
284. Соколов А.А. Релятивистский электрон / А.А. Соколов, И.М. Тернов. – М. : Наука, 1974. – 342 с.
285. Luchini P. Undulators and free-electron lasers / P. Luchini, H.Motz. – Oxford : Oxford University Press, 1990. – 336 p.
286. Толмачев С.В. Экспериментальные исследования по созданию специальных ондуляторов для лазеров на свободных электронах и

- лазерных ускорителей: дис. ... канд. физ.-мат. наук: 01.04.01 / Толмачев Сергей Валерьевич. – Москва, 2004. – 199 с.
287. Лоусон Дж. Физика пучков заряженных частиц / Дж. Лоусон. – М.: Мир, 1980. – 438 с.
288. Molokovsky S.I. Intense electron and ion beams / S.I. Molokovsky, A.D. Sushkov. – Berlin, Heidelberg, New York : Springer, 2005. – 293 p.
289. Сушков А.Д. Вакуумная электроника: физико-технические основы / А.Д. Сушков. – СПб.: Издательство «Лань», 2004. – 464 с.
290. Reiser M. Theory and design of charged particle beams / M. Reiser. – Weinheim : Wiley, 2008. – 674 p.
291. Диденко А.Н. Мощные электронные пучки и их применение / А.Н. Диденко, В.Н. Григорьев, Ю.П. Усов – М.: Атомиздат, 1977. – 277 с.
292. Рухадзе А.А. Физика сильноточных релятивистских электронных пучков / А.А. Рухадзе, Л.С. Богданкевич, С.Е. Росинский, В.Г. Рухлин. – М.: Атомиздат, 1980. – 165 с.
293. Шматько А.А. Электронно-волновые системы миллиметрового диапазона / А.А. Шматько. – Х. : Харьк. нац. ун-т им. В.Н. Каразина, 2008. – 464 с.
294. Шматько А.А. Электронные приборы сверхвысоких частот / А.А. Шматько. – Х. : Харьк. нац. ун-т им. В.Н. Каразина, 2006. – 328 с.
295. Кролл Н. Основы физики плазмы / Н. Кролл, А. Трайвелпис. – М. : Мир, 1975. – 528 с.
296. Клеммоу Ф. Электродинамика частиц и плазмы / Ф. Клеммоу, Дж. Доуэрти. – М. : Мир, 1996. – 528 с.
297. Стикс Т. Теория плазменных волн / Т. Стикс. – М. : Атомиздат, 1965. – 344 с.
298. Бриггс Р. Двухпучковая неустойчивость / Р. Бриггс // Достижения физики плазмы / пер. с англ. под ред. М.С. Рабиновича. – М. : Мир, 1974. – С. 132–171.

299. Ромбовський М.Ю. Мультигармонічні процеси у релятивістських двошвидкісних електронних пучках та системах на їх основі: дис. ... канд. фіз.-мат. наук: 01.04.20 / Ромбовський Михайло Юрійович. – Суми, 2010. – 148 с.
300. Manley J.M. Some general properties of nonlinear elements—Part I. General energy relations / J.M. Manley, H.E. Rowe // Proc. IRE. – 1956. – Vol. 44, No. 7. – P. 904 – 913.
301. Коваль В.В. Мультигармонічні плазмо-пучкові супергетеродинні лазери на вільних електронах: дис. ... канд. фіз.-мат. наук: 01.04.01 / Коваль Віталій Вікторович. – Суми, 2010. – 151 с.